Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Centro de Educação e Humanidades
Faculdade de Educação da Baixada Fluminense

Rafael de Lima Lima

Avaliação em Geometria no PISA 2012:
Uma análise do conteúdo e dos itens disponibilizados pelo INEP

Duque de Caxias

2016

Rafael de Lima Lima

Avaliação em Geometria no PISA 2012: uma análise dos conteúdos dos itens disponibilizados pelo INEP

Dissertação apresentada, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Comunicação, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Educação, Cultura e Comunicação em Periferias Urbanas.

Orientador: Prof.ª Dra. Maria Isabel Ramalho Ortigão

Duque de Caxias

2016

CATALOGAÇÃO NA FONTE

UERJ/REDE SIRIUS/ BIBLIOTECA CEHC

L732 Lima, Rafael de Lima
Tese Avaliação em Geometria no PISA 2012: uma análise dos conteúdos dos itens disponibilizados pelo INEP / Rafael de Lima Lima – 2016.
114f.

Orientador: Maria Isabel Ramalho Ortigão
Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação da Baixada Fluminense, Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

1. Geometria – Estudo e ensino - Teses. 2. Avaliação educacional - Teses. I. Ortigão, Maria Isabel Ramalho. II. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Faculdade de Educação da Baixada Fluminense. III. Título.

CDU 514(07)

Rafael de Lima Lima

Avaliação em Geometria no PISA 2012: uma análise dos conteúdos dos itens disponibilizados pelo INEP

Dissertação apresentada, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Comunicação, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Educação, Cultura e Comunicação em Periferias Urbanas.

Aprovada em: 15 de Setembro de 2016.

Banca Examinadora:

Prof.ª Dra. Maria Isabel Ramalho Ortigão (Orientadora)

Faculdade de Educação da Baixada Fluminense – UERJ

Profª. Dra. Gabriela dos Santos Barbosa.

Faculdade de Educação da Baixada Fluminense – UERJ

Prof Dr. Glauco da Silva Aguiar

Fundação Cesgranrio

Duque de Caxias

2016

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha esposa, companheira e amada Erica Cristina, que sempre esteve ao meu lado para elaboração e conclusão desse trabalho. Obrigado pelo carinho, pela compreensão e principalmente pela cumplicidade. Ao meu querido e amado filho, Guilherme Pedrosa Pinto Lima, pessoinha que me inspira a viver. Aos meus adorados pais, Doris de Lima Lima e Nelson Evangelista Lima (in memoriam), pessoas que sempre acreditaram e apoiaram meus sonhos, por mais difíceis que parecessem.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus que iluminou o meu caminho durante esta caminhada.

Em seguida, a todos os que se envolveram com o meu trabalho de pesquisa e torceram por mim: professores, amigos e familiares.

A minha orientadora, Prof.ª Dra. Maria Isabel Ramalho Ortigão, por dividir comigo seus conhecimentos e apontar caminhos que foram essenciais no decorrer da minha pesquisa.

A Prof.ª Dra. Gabriela dos Santos Barbosa, que me motivou e muito contribuiu na minha formação.

A todos meus amigos, que de maneira distante ou próxima, sempre estiveram ao meu lado quando foi preciso. Em especial aos amigos Felipe Almeida e Rafael Coelho.

A minha mãe, irmãs, minha esposa e meu filho que, com muito carinho e apoio, não mediram esforços para que eu chegasse até esta etapa de minha vida.

Aos membros da banca examinadora, Profa. Dra. Gabriela dos Santos Barbosa e Prof. Dr. Glauco da Silva Aguiar, pela leitura cuidadosa que fizeram do meu trabalho e pelas sugestões que vieram a contribuir e enriquecer meu texto.

RESUMO

LIMA, R.L. *Avaliação em Geometria no PISA 2012*: uma análise dos conteúdos e dos itens disponibilizados pelo INEP. 2016. 114f. Dissertação (Mestrado em Educação, Cultura e Comunicação) – Faculdade de Educação da Baixada Fluminense, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Duque de Caxias, 2016

Esta dissertação analisou os itens de geometria utilizados pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – PISA. Especificamente, fez uso dos itens públicos, disponibilizados no site do INEP, e que foram aplicados na edição de 2012. O PISA é um programa internacional de avaliação comparada, aplicado a uma amostra de estudantes de 15 anos de idade em mais de sessenta países, do qual o Brasil vem participando desde 2000, como país convidado. A avaliação em matemática no PISA considera, além de Espaço e Forma, foco desta dissertação, as subáreas Quantidade, Incerteza e Dados e Mudança e Relação. A pesquisa buscou responder às seguintes questões: (a) que conteúdos/temas são avaliados pelo PISA 2012 no âmbito da geometria?; (b) em que medida esses conteúdos/temas se articulam com as propostas curriculares oficiais brasileiras?; e (c) que dificuldades em geometria podem ser emanadas quando estudantes de 15-16 anos de uma escola brasileira se deparam com os itens públicos do PISA 2012? Para respondê-las, a pesquisa envolveu três etapas: (i) análise documental (PISA e currículos brasileiros de Matemática), (ii) análise dos conteúdos dos itens públicos que buscaram avaliar a subárea Espaço e Forma e (iii) aplicação dos itens analisados a um grupo de estudantes de 15 anos. Esta terceira etapa foi realizada em uma escola na qual o pesquisador é professor e foi realizada com o pleno consentimento dos estudantes e da equipe diretiva da escola. Além disso, a aplicação foi filmada e os diálogos entre estudantes e entre estes e o professor foram gravados e, posteriormente transcritos para facilitar a análise. Os resultados do estudo apontam que há sintonia entre as propostas curriculares oficiais e os conteúdos dos itens. Contudo os contextos nos quais os itens se apoiam fogem do que “tradicionalmente” aparecem em livros didáticos de matemática. A aplicação dos itens a um grupo de estudantes similares aos avaliados pelo PISA revelou dificuldades na compreensão dos contextos e na quantidade de informações de muitos dos itens testados.

Palavras-chave**:** PISA. Formação Matemática. Espaço e Forma.

ABSTRACT

LIMA, R.L. *Evaluation in Geometry in PISA 2012*: an analysis of the contents and items made available by INEP. 2016. 114f. Dissertação (Mestrado em Educação, Cultura e Comunicação) – Faculdade de Educação da Baixada Fluminense, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Duque de Caxias, 2016.

This thesis analyzed the geometry of items used by the Program for International Student Assessment - PISA. Specifically, he made use of public items available in the INEP site, which were applied in the edition of 2012. PISA is an international comparative assessment program, applied to a sample of 15-year-old in over sixty countries, of which Brazil has been participating since 2000, as a guest country. The assessment in mathematics in PISA considers, in space and shape, focus of this dissertation, subareas Quantity, Uncertainty and Data and Change and Value. The research sought to answer the following questions: (a) content / themes are evaluated by PISA 2012 under the geometry ?; (B) to what extent such content / themes are articulated with the Brazilian official curriculum proposals ?; and (c) difficulties in geometry can be issued when students 15-16 years of a Brazilian school are faced with public items from PISA 2012? To answer them, the research involved three stages: (i) documentary analysis (PISA and Brazilian curriculum of Mathematics), (ii) analysis of the public items content which sought to assess the subarea Space and Shape and (iii) application of the analyzed items a group of 15-years. This third stage was held in a school in which the researcher is a professor and was made with the full consent of the students and the school management team. Furthermore, the application was filmed and dialogues between students and between them and the teacher were recorded and then transcribed to facilitate analysis. The study results show that there is harmony between the official curriculum proposals and the contents of the items. But the contexts in which items are supported flee than "traditional" appear in math textbooks. The application of items to a group of similar students assessed by PISA revealed the difficulties in understanding the contexts and the amount of information from many of the tested items.

Keywords: PISA. Training Mathematics. Space and Form.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Desde o final do século XX o Brasil vem participando, como país convidado, de um programa internacional de avaliação denominado Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – PISA, conduzido pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico – OCDE, entidade que reúne 34 países membros, além dos outros que são convidados a participar (denominados países não-membros). No Brasil, o PISA é coordenado e conduzido pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP. Tradicionalmente, o PISA, assim como muitos outros sistemas avaliativos, fazem uso de dois tipos de instrumentos de coleta de dados: os questionários contextuais e os testes de habilidades cognitivas.

A pesquisa aqui apresentada visou a análise dos itens de (públicos) matemática utilizados nos testes da edição do PISA 2012. Tais itens estão disponibilizados publicamente no site do INEP. Especificamente, buscamos descrever o conteúdo dos itens de Geometria, uma das subáreas da Matemática, discutindo-os a partir das propostas curriculares oficiais para o ensino de matemática no Brasil. Além disso, aplicamos esses itens a estudantes do ensino médio com o intuito de entender as possíveis dificuldades que estudantes de mesma idade poderiam apresentar caso participassem da avaliação do PISA.

Antes de anunciarmos as nossas questões de pesquisa, bem como a organização deste texto, apresentamos um breve panorama da situação educacional brasileira, a qual motivou esta investigação.

A educação básica, em muitos países, já é uma conquista universalizada. Em outros, entretanto, como é o caso do Brasil, ainda não é uma garantia a todos os cidadãos, em especial no que tange o ensino médio e a educação infantil. A educação básica, obrigatória e gratuita, constitui-se um direito subjetivo público, um direito universal, econômico e social, reiterado pelas legislações específicas em diversos países e pela Constituição Federal brasileira de 1988.

No ano de 2000, líderes mundiais assumiram o compromisso de alcançar os Objetivos de Desenvolvimento do Milênio do Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento – PNUD, que incluem, dentre outros, a universalização do ensino básico e a redução da pobreza extrema até 2015. Universalizar a educação básica universal é o segundo Objetivo de Desenvolvimento do Milênio (PNUD)[1]. No compromisso assumido à época, todos os 191 Estados-Membros das Nações Unidas acordaram em concretizar a universalização da educação até 2015. Os oito objetivos propostos e acordados foram: (1) erradicar a extrema pobreza e a fome; (2) atingir o ensino básico universal; (3) promover a igualdade entre os sexos e a autonomia das mulheres; (4) reduzir a mortalidade infantil; (5) melhorar a saúde materna; (6) combater o HIV/AIDS, a malária e outras doenças; (7) garantir a sustentabilidade ambiental, e (8) estabelecer uma parceria mundial para o desenvolvimento.

O relatório da Comissão Econômica para a América Latina e Caribe, CEPAL, de 2005, demonstra, com base na análise do percentual de crianças que efetivamente concluem a educação básica, que a região não está avançando a um ritmo suficiente, a fim de atingir o segundo dos objetivos acordados, que é a universalização do ensino básico. Se as tendências atuais persistirem, nenhum país da América latina alcançará a meta, no ano 2015, nem mesmo os que conseguiram avanços um tanto maiores que os demais, como a Bolívia e o México.

No caso específico brasileiro, segundo Ortigão (2005, p.3),

> embora os indicadores educacionais venham evidenciando os avanços conseguidos na universalização da escola, e consequentemente, na democratização da composição social do público escolar, os resultados do Censo Escolar e das avaliações nacionais revelam a persistência de disparidades pronunciadas entre as condições das escolas frequentadas por alunos de diferentes origens sociais e étnicas, que estão relacionadas a desempenhos distintos e reforçam as diferenças sociais preexistentes.

Com relação ao acesso à escola, na faixa etária entre 6 e 14 anos (correspondente ao Ensino Fundamental), podemos dizer que praticamente atingimos a universalização. Em todo o país, 98,2% das crianças dessas idades, independente do sexo, cor ou nível socioeconômico e cultural familiar[2], estão nas escolas. De maneira geral, podemos afirmar que os níveis de escolarização

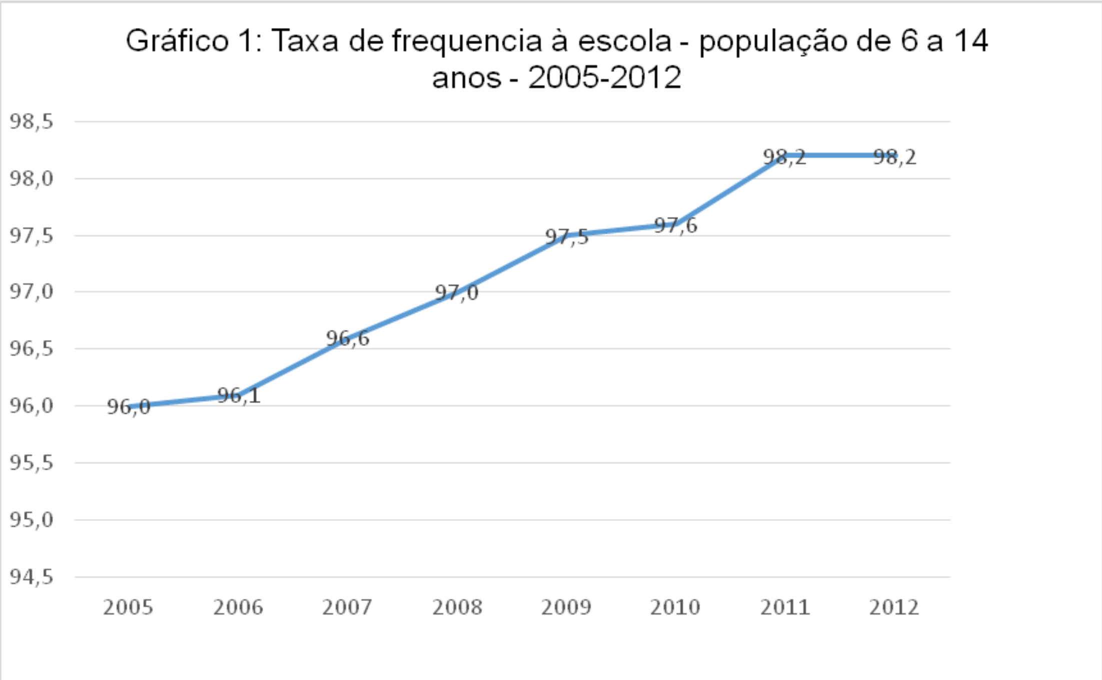
---

[1] PNUD. Disponível em: http://www.pnud.org.br/sobrepnud.aspx

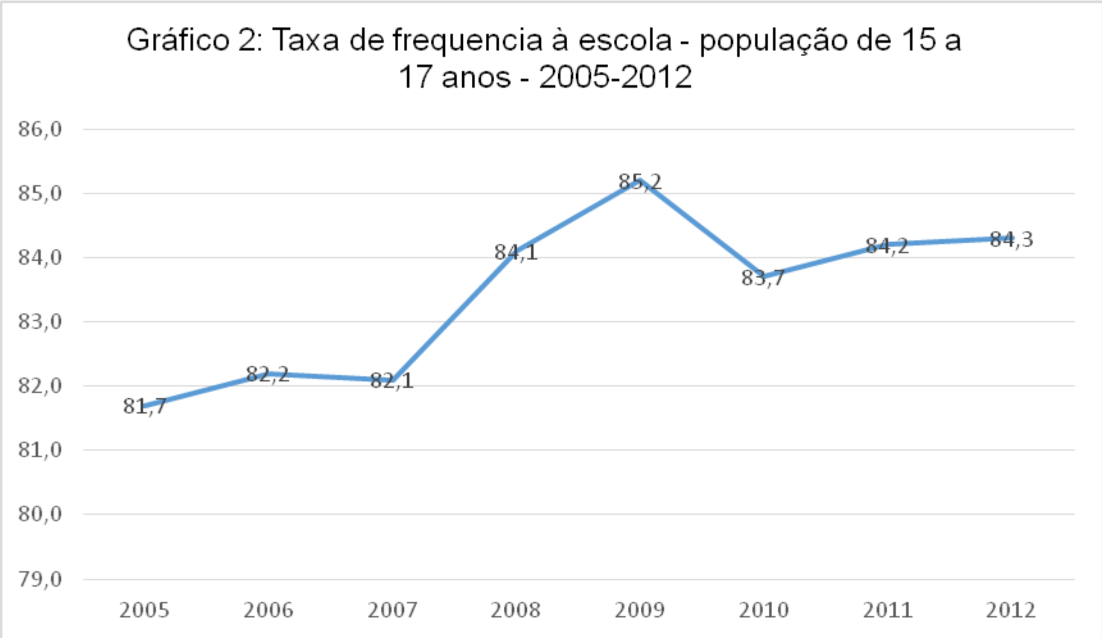
[2] Mesmo se considerarmos as áreas rurais, onde 94,7% das crianças frequentam alguma instituição de ensino. Na década de 1990, as crianças de 6 a 14 anos que estavam fora da escola pertenciam às famílias de menor rendimento. Nos últimos vinte anos, a taxa de escolarização das crianças que faziam parte dos 20% mais pobres aumentou 19 pontos percentuais (de 74,5% passou para 93,7%). Entre as crianças mais ricas, o aumento foi de 2 pontos percentuais (de 97,2% para 99,4%).

cresceram no nível fundamental de ensino; as políticas de expansão aumentaram a frequência escolar através da inclusão de estudantes das camadas menos favorecidas da população, e estudos indicam que os efeitos das características socioeconômicas sobre o acesso escolar foram reduzidos (LEON e MENEZES-FILHO, 2002).

Já com relação à população de 15 a 17 anos, correspondente ao Ensino Médio, a universalização ainda não foi alcançada. De acordo com o último Censo, nesta faixa etária a frequência escolar no Brasil, é de 84,2%. Os gráficos a seguir ilustram essas questões e apresentam a evolução da taxa de frequência à escola da população brasileira, nas faixas de 6 a 14 anos e de 15 a 17 anos.



Fonte: LIMA, R.L, 2016. IBGE/Pnad.



Fonte: LIMA, R.L, 2016. IBGE/Pnad.

De modo geral, nos dois seguimentos escolares, o crescimento de matrículas e de frequência na escola é significativo, sendo mais acentuado no ensino fundamental (gráfico 1). No que se refere à população de 15 a 17 anos, a taxa de frequência à escola manteve-se estável com ligeira melhoria do atendimento de 81,1% (2001) para 84,2% (2012), como pode ser observado no gráfico acima.

Mas, apesar das melhorias em relação à universalização, ainda há um enorme desafio a ser enfrentado, que é o da distorção idade-série. Segundo o Relatório Educação Para Todos[3] (2015, p. 13),

> Políticas específicas para diminuir a distorção foram implementadas, registrando uma redução de 35,3% em 2001 para 23,6% em 2010. Nesse período a população nessa faixa etária diminui em 4,7% (1.439.688 habitantes) e as matrículas apresentam uma queda de 3,5 maior, o que evidencia a redução do problema da distorção e o crescimento da taxa de escolarização líquida.

Ortigão e Aguiar (2013, p. 371), em estudo envolvendo os dados da Prova Brasil 2009 a partir de uma análise com base em regressão logística, evidenciaram que

> No Brasil como um todo, de 2009 a 2011, a taxa de reprovação passou de 8% para 6,5% nas escolas urbanas e de 14,5% para 10% nas escolas

[3] Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=15774-ept-relatorio-06062014&Itemid=30192

> rurais. Observa-se que este fenômeno é mais frequente nas escolas situadas na zona rural do que na zona urbana. Chama atenção ainda o fato de a reprovação ser significativamente maior na rede pública do que na em escolas particulares e não se distribuir homogeneamente entre as regiões brasileiras.

O relatório CEPAL, citado acima, adverte para o fato de que se deve assegurar o acesso ao ensino aos grupos mais atrasados com a finalidade de diminuir a evasão escolar prematura. Para tanto, sugere a criação de programas com a finalidade de identificar essas populações excluídas e adotar estratégias especiais para assegurar seu acesso ao sistema educativo e nele retê-las. Para isso, é necessário, ainda, melhorar a eficiência interna dos sistemas educativos, a fim de reduzir as taxas de repetência. O custo anual da repetência em 15 países da América Latina e do Caribe é estimado em onze bilhões de dólares. O Brasil paga o custo mais alto: oito bilhões de dólares.

Esses dados demonstram que as políticas públicas em andamento na área de Educação não estão conseguindo atingir seus objetivos de forma satisfatória, evidenciando que ainda há muito por fazer, em especial no que se refere à universalização da educação básica e à melhoria do fluxo escolar. Assim, fica difícil a concretização de um verdadeiro Estado Constitucional, umbilicalmente ligado à participação cidadã.

O substancial crescimento das matrículas tanto no Ensino Fundamental como no Ensino Médio, não tem sido observado no que se refere ao resultado das avaliações da educação brasileira. Diversos estudos têm evidenciado uma relativa estabilidade dos resultados escolares em Matemática (por exemplo: SOUZA, 2015; FRANCO et al, 2002), utilizando os resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica - SAEB. A tabela abaixo mostra a proficiência de Matemática no 9º ano do Ensino Fundamental da Prova Brasil, de acordo com a rede de ensino.

Tabela 1: Distribuição da Proficiência Média em Matemática nas Redes Estaduais e Municipais de 2005 a 2013.

Redes de ensino	Anos				
	2005	2007	2009	2011	2013
Média Rede Estadual	238,76	241,63	242,82	244,7	244,40
Média Rede Municipal	234,12	237,58	239,19	240,2	238,84

Fonte: LIMA, R.L, 2016. MEC/INEP, 2015.

Na tabela acima, observamos os resultados médios de Matemática em cinco ciclos da Prova Brasil. A proficiência média de Matemática nas redes estaduais e municipais de ensino permaneceu no mesmo nível da escala de proficiência, sugerindo que, embora a avaliação tenha se tornado recorrente no campo educacional, ainda não houve uma melhora significativa no desempenho cognitivo, em matemática, dos estudantes ao final do Ensino Fundamental. A diferença percebida nas duas redes não é estatística significativa, na medida em que as médias se situam no mesmo intervalo de confiança.

Apresentamos até aqui uma breve discussão sobre a situação educacional brasileira com relação ao Ensino Fundamental e Médio. Procuramos mostrar que, apesar do aumento de matrícula na escola, os resultados escolares revelam que ainda temos muito que caminhar na busca da qualidade da Educação. A partir desse momento apresentamos a pesquisa realizada, nossas questões de pesquisa e a organização do trabalho aqui apresentado.

Como afirmado anteriormente, esta pesquisa objetivou analisar o conteúdo dos itens públicos utilizados na avaliação de matemática no âmbito do PISA 2012, com especial foco aos itens de Geometria. Para isso, em sua primeira etapa foi realizada uma análise documental de alguns currículos e Matrizes de Avaliação do Ensino Fundamental (anos finais) e do Ensino médio, em especial com o olhar para a área da Geometria. Paralelamente, realizamos uma revisão da literatura específica, que nos ajudasse a fundamentar a pesquisa. Especificamente, buscamos perseguir os seguintes objetivos de pesquisa:

- Descrever o que o PISA avalia em Geometria, por meio da análise dos conteúdos dos itens públicos utilizados na edição no PISA 2012.
- Relacionar o conteúdo da avaliação em Geometria do PISA 2012 com as propostas curriculares atuais.
- Verificar como estudantes de uma escola particular resolvem questões públicas utilizadas na avaliação do PISA

Esses objetivos desdobraram-se nas seguintes questões de pesquisa:

- Que conteúdos/temas são avaliados pelo PISA 2012 no âmbito da geometria?
- Em que medida esses conteúdos/temas se articulam com as propostas curriculares oficiais brasileiras?

- Que dificuldades em geometria podem ser emanadas quando estudantes de 15-16 anos de uma escola brasileira se deparam com os itens públicos do PISA 2012?

O interesse pela área da Matemática e em especial pela Geometria deve-se a minha formação acadêmica e ao interesse profissional. Sou graduado em Licenciatura em Matemática e leciono esta disciplina em escolas públicas e particulares no estado do Rio de Janeiro. Em minha trajetória como docente, tenho me deparado com certa rejeição por parte de estudantes e mesmo de meus colegas professores à geometria. Além disso, vejo inúmeros professores se privando de ensinar a Geometria por considerá-la de difícil entendimento pelos alunos.

Essa dissertação organiza-se em quatro capítulos, além desta Introdução. No primeiro Capítulo, trazemos uma breve ponderação das propostas de reforma do Ensino de Matemática nas áreas da Geometria, passando pelos documentos legais que ampararam tais reformas. Em seguida, tecemos comentários sobre os Parâmetros para a educação Básica do estado de Pernambuco, 2012 e os Parâmetros e Diretrizes Curriculares Nacionais para ambos os Ensinos Fundamental e Médio. Optamos por trazer orientações desses dois segmentos de ensino porque apesar de o PISA avaliar alunos de 15 anos de idade, que supostamente deveriam estar cursando o primeiro ano do Ensino Médio, a maioria dos alunos brasileiros nessa faixa etária está alocado em séries do Ensino Fundamental.

No Capítulo dois, descrevemos alguns itens liberados de Matemática do PISA 2012, trazemos suas respectivas chaves de correção, além dos resultados do Brasil e a média da OCDE, alguns comentários pedagógicos e análise da percepção dos alunos acerca da subárea Geometria.

No terceiro capitulo, apresentamos os resultados de uma aplicação dos itens analisados a um grupo de estudantes de mesma faixa etária daqueles que compõe a amostra do PISA. A ideia foi a de conhecer as dificuldades de um grupo de estudantes sobre tais questões de modo a nos ajudar a construir hipóteses sobre as possíveis dificuldades no ensino-aprendizado de geometria. Por fim, no capítulo quatro são elaboradas algumas conclusões.

1 **O PISA - PROGRAMME FOR INTERNATIONAL STUDENT ASSESSMENT.**

O PISA é um programa internacional de avaliação comparada, aplicado a uma amostra de estudantes de 15 anos de idade (15 anos e 3 meses a 16 anos e 2 meses na data de aplicação) e matriculados a partir do sétimo ano do Ensino Fundamental. A faixa dos 15 anos foi escolhida pelo Programa, por corresponder ao término da escolaridade básica obrigatória na maioria dos países. Logo, tem como objetivo apresentar um cenário sobre a qualidade da educação oferecida aos jovens dos países participantes e sua consequente preparação para a vida adulta, no exercício da cidadania e nas relações com o mundo do trabalho. A intenção é que os resultados dessa avaliação sejam utilizados pelos governos, para definição ou redirecionamento das políticas educacionais, com vistas a melhorias no ensino básico e numa formação mais efetiva aos jovens de cada país.

As avaliações do PISA acontecem a cada três anos e abrangem três áreas do conhecimento: Leitura, Matemática e Ciências. Em cada edição do programa, maior ênfase é dada em uma dessas áreas:

A primeira edição, em 2000, focou Leitura, e a amostra brasileira foi composta por 4.893 estudantes de 15-16 anos de idade. Em 2003 o foco foi a matemática e foram avaliados 4.452 brasileiros. Em 2000 e 2003, a amostra considerava como estratos principais as regiões do país e, como substratos, a dependência administrativa (pública ou privada) e a localização da escola (rural ou urbana).

Em 2006, em ciências, a amostra brasileira foi ampliada para 9.295 alunos, visando uma representatividade mais expressiva do universo das escolas, a amostra brasileira do Pisa compreendeu como estratos principais as 27 unidades da federação; e teve como substratos a organização administrativa da escola (pública ou privada), a localização (rural ou urbana, incluindo todas as capitais e cidades do interior de cada estado) e o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) do Estado (cidades com IDH acima ou abaixo da média do Estado). A amostra final englobou 630 escolas, sendo pelo menos 20 em cada Estado. Esse recorte, no entanto, produziu médias estaduais com erro-padrão elevado.

Em 2009, repetiu-se a área de leitura, com o objetivo de produzir médias estatisticamente mais confiáveis para os Estados brasileiros no Pisa, a amostra compreendeu os mesmos estratos e substratos, mas abrangeu um número maior de escolas e de alunos em cada Estado. No total, foram 950 escolas e 20.127 alunos.

Em 2012, o foco foi novamente em Matemática, a amostra brasileira ficou muito próxima da amostra de 2009. A novidade de 2012 foi a aplicação de testes de Matemática, Leitura e Resolução de Problemas por meio eletrônico.

Em 2015, estima-se avaliar aproximadamente 33 mil alunos em 965 escolas. Neste ano, a avaliação será 100% em computador e abrangerá as áreas de Ciências, Matemática, Leitura, Resolução Colaborativa de Problemas e Competência Financeira.

Embora as três áreas sejam avaliadas em todas as edições, haverá mais itens na prova sobre a área focalizada (aproximadamente 54%), e menos itens das demais (23% para cada uma). Essa maior quantidade de itens permite que o conteúdo seja examinado de forma mais detalhada.

Além de avaliar as competências dos estudantes em Leitura, Matemática e Ciências, o PISA coleta informações básicas para a elaboração de indicadores contextuais, os quais possibilitam relacionar o desempenho dos alunos às variáveis demográficas, socioeconômicas e educacionais.

Para isso, as metodologias utilizadas nessa analise, e um teste que definem a competência avaliada e os questionários socioeconômicos. Testes estes, que tem a finalidade de regular a capacidade dos jovens para o enfrentamento de problemas em contextos de vida real e por isso as avaliações são subdividas em partes, contendo itens abertos aos raciocínios e habilidades adquiridas pelo aluno durante a sua vida acadêmica e também questões de múltipla escolha. Já os questionários são destinados aos alunos e diretores. O questionário dos alunos visa obter informações acerca de seus hábitos de estudo e de aprendizagem, seu envolvimento e motivação no processo de aprendizagem e as expectativas que têm em relação a si próprios e o questionário aos diretores das escolas participantes destina, a saber, informações sobre a sua escola.

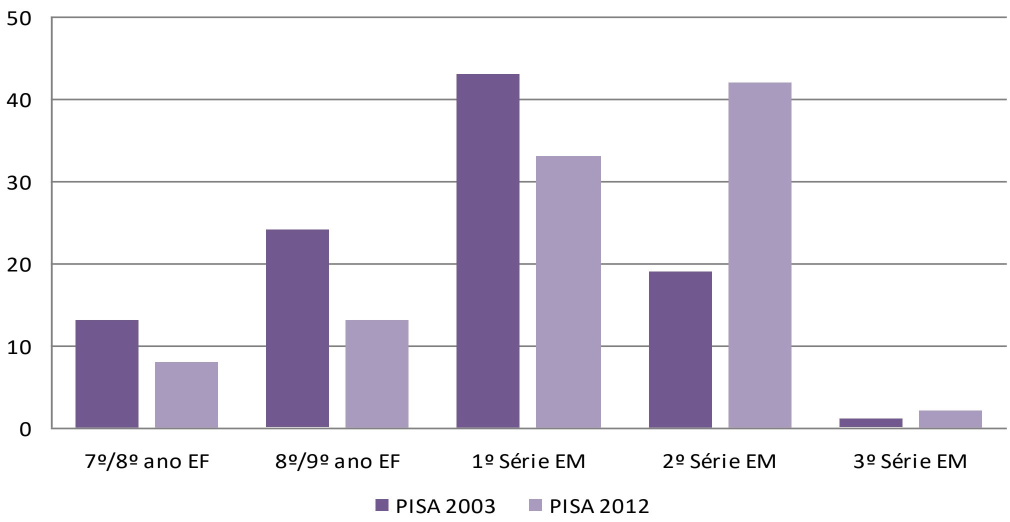
Cabe observar ainda que a seleção da amostra em cada avaliação considera aspectos como: a dependência administrativa (privada, pública estadual ou federal e pública municipal), a localização da escola (urbana ou rural), o IDH do município (acima ou abaixo da média nacional) e o porte da escola (em relação ao número previsto de estudantes elegíveis).

Para estabelecer quais as escolas que participarão, um sorteio internacional é realizado. Para tanto, são enviados uma relação com todos os códigos das escolas e os estratos aos quais elas pertencem. Posteriormente, a análise é encaminhada ao Brasil, com a indicação das escolas e suas eventuais substitutas. Cada escola enviou ao INEP a relação de seus estudantes elegíveis, que foram inseridos em um *software* fornecido pelo consórcio internacional. Esse *software* sorteou até 35 estudantes por unidade escolar para a realização da avaliação.

Alguns dados quantitativos do Brasil foram retirados da tabela fornecida pelo programa, que são a quantidade de escolas, a quantidade de estudantes e participação dos estudantes na avaliação do PISA 2012. No Universo de 64852 Escolas, 3097735 estudantes e foram 2253437 estudantes avaliados, que representa 72,7% Estudantes avaliados dentro do universo das escolas.

No sorteio realizado pelo *software*, observa-se que os estudantes avaliados em 2012 estavam mais avançados nos anos de estudo do que aqueles avaliados em 2003 – uma tendência que já podia ser observada nas edições de 2006 e 2009, e que indica que o Brasil vem conseguindo melhores resultados na promoção de seus estudantes. Ou seja, mesmo a amostragem produzida por sorteio constitui um indicador da educação brasileira – no caso, um indicador positivo.

Gráfico 3 - Distribuição percentual dos estudantes por série de estudo nas edições de 2003 e 2012



Fonte: LIMA, R.L, 2016. Relatório do PISA 2012.

De maneira geral, podemos afirmar que os níveis de escolarização cresceram após as políticas de expansão e aumentaram a frequência escolar através da inclusão de estudantes das camadas menos favorecidas da população, e reduziram os efeitos das características socioeconômicas sobre o acesso escolar. Dados esses que vão de acordo com o último Censo, que diz que nessa faixa etária a frequência escolar no Brasil já atingiu 84,2%, mas a universalização ainda não foi alcançada.

1.1 **Matrizes de Avaliação em Matemática no PISA 2012**

A avaliação da Matemática no PISA 2012 segue de acordo com uma Matriz de avaliação de Matemática, na qual, ela diz quais são as expectativas do ensino aprendizagem da Matemática desses jovens de 15 anos. Por isso, o PISA lança uma Teoria de letramento matemático e enfatiza a necessidade de utilização da matemática numa situação contextualizada. O letramento matemático no PISA 2012 possui a seguinte definição:

> Letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar, e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e predizer fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias. (Relatório Nacional PISA 2012: Resultados Brasileiros, P. 18)

O PISA considera fundamental que os alunos sejam ativos na resolução de problemas, e para isso deverão dominar os três processos: formular, empregar e interpretar, como descrito no quadro a seguir.

Quadro 1: Resolução de problemas Matemáticos

Processos	Descrição
Formular	Abrange a capacidade de Habituar-se à utilização da ferramenta matemática. Ver que a Matemática pode ser aplicada na compreensão e resolução de problemas.
Empregar	Implica na utilização da razão e conceitos matemáticos. Interpretar a informação em um modelo matemático através do desenvolvimento de cálculos, procedimentos, equações, modelos.
Interpretar	Matematicamente envolve refletir sobre soluções matemáticas e interpretá-las em um determinado contexto de problema.

Fonte: O autor, 2016. Relatório do PISA 2012.

Esses três processos são centrais no ciclo de modelagem matemática, e as habilidades dos indivíduos, como também procuram empregar o conceito de letramento matemático em uma prova avaliativa, para isso são feito divisão de categorias dos contextos e conteúdos dessa avalição. As categorias de Contexto podem ser: pessoal, social, ocupacional e científico, como mostrado no quadro abaixo.

Quadro 2: Categoria de Contexto

Contexto	Descrição
Pessoal	Quando envolve desafios individuais ou relacionados aos seus pares.
Social	Focado em uma comunidade caráter local, nacional ou global.
Ocupacional	Centralizada no mundo do trabalho.
Científico	Relacionado ao uso da matemática no mundo natural ou tecnológico.

Fonte: O autor, 2016. Relatório do PISA 2012.

Já as categorias de conteúdos Matemáticos podem ser: Quantidade, Incerteza e dados; Mudanças e Relações; Espaço e forma, como descrito a seguir, no quadro 4

Quadro 3: Categoria dos Conteúdos

Conteúdos	Descrição
Quantidade	É necessário a compreensão de medidas, contagem, grandezas, unidades, indicadores e tamanho relativo. O raciocínio quantitativo é a essência da área de quantidade e é necessária a compreensão da múltipla representação de números, cálculo mental e computacional, estimação e avaliação da razoabilidade de resultados, por exemplo.
Incerteza e dados	Envolve fenômenos e relações probabilísticas e estatísticas, que se tornam cada vez mais relevantes na sociedade da informação. Isso também inclui formar, interpretar e avaliar conclusões tiradas em situações onde a incerteza é aspecto central. A apresentação e a intepretação dos dados são conceitos-chaves nesta categoria.
Mudanças e Relações	Possuir letramento nesta subárea de matemática envolve compreender os tipos fundamentais de mudança e reconhecer quando elas ocorrem de forma a se utilizar modelos matemáticos que possam descrever e predizer a mudança. E recebem inúmeras representações diferentes, que podem ser simbólicas, algébricas, gráficas, tabulares e geométricas.
Espaço e Forma.	A geometria pode ser considerada uma área base para Espaço e Forma, mas esta categoria vai além do conteúdo tradicional da geometria, utilizando-se recursos de outras áreas matemáticas como visualização espacial, medida e álgebra. Esta subárea atende inúmeros fenômenos que são encontrados em vários lugares e no mundo físico e visual.

Fonte: O autor, 2016. Relatório do PISA 2012.

Para o PISA, em uma prova avaliativa os estudantes não precisarão atingir todos os processos conjuntamente, mas, é necessário que eles utilizem a sua capacidade interpretativa. Assim os itens da prova procuram avaliar esses processos isoladamente.

Os resultados dos estudantes são apresentados em uma escala que compreende seis níveis, sendo o nível um composto por proficiências mais baixas e o nível seis pelas proficiências mais altas da escala. A seguir, apresentamos o que o PISA informa sobre o desempenho dos estudantes em cada um dos níveis da escala de proficiência do Relatório Nacional. (2012, P. 19).

Tabela 2: Escala de Proficiência em Matemática (Continua)

Nível	Limite inferior de pontos	Características das atividades
6	669,3	Os estudantes são capazes de conceituar, generalizar e utilizar informações com base em suas investigações e em modelagem de situações-problema complexas. Conseguem estabelecer ligações entre diferentes fontes de informações e representações, e de transitar entre elas com flexibilidade. Os estudantes situados neste nível utilizam pensamento e raciocínio matemáticos avançados. São capazes de associar sua percepção e sua compreensão a um domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais, de modo a desenvolver novas abordagens e estratégias para enfrentar novas situações. Os estudantes situados neste nível são capazes de formular e comunicar com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como de adequá-los às situações originais.
5	607,0	Os estudantes são capazes de desenvolver modelos para situações complexas e trabalhar com eles, identificando restrições e especificando hipóteses. Conseguem selecionar, comparar e avaliar estratégias adequadas de resolução de problemas para lidar com problemas complexos relacionados a esses modelos. Os estudantes situados neste nível são capazes de trabalhar estrategicamente, utilizando habilidades de pensamento e raciocínio abrangentes e bem desenvolvidas, representações conectadas de maneira adequada, caracterizações simbólicas e formais, e percepção relativa a essas situações. São capazes de refletir sobre suas ações e de formular e comunicar suas interpretações e seu raciocínio.
4	544,74	Os estudantes podem trabalhar de maneira eficaz com modelos explícitos para situações concretas complexas, que podem envolver restrições ou exigir formulação de hipóteses. São capazes de selecionar e integrar diferentes representações, inclusive representações simbólicas, relacionando-as diretamente a aspectos de situações da vida real. Nesses contextos, os estudantes situados neste nível são capazes de utilizar habilidades desenvolvidas e raciocínio, com flexibilidade e alguma percepção. São capazes de construir e comunicar explicações e argumentos com base em interpretações, argumentos e ações.

Tabela 2: Escala de Proficiência em Matemática (Conclusão)

3	482,4	Os estudantes são capazes de executar procedimentos descritos com clareza, inclusive aqueles que exigem decisões sequenciais. Conseguem selecionar e aplicar estratégias simples de resolução de problemas. Os estudantes situados neste nível são capazes de interpretar e utilizar representações baseadas em diferentes fontes de informação e de raciocinar diretamente a partir delas. Conseguem desenvolver comunicações curtas que relatam interpretações, resultados e raciocínio.
2	420,1	Os estudantes são capazes de interpretar e reconhecer situações em contextos que não exigem mais do que inferência direta. São capazes de extrair informações relevantes de uma única fonte e de utilizar um modo simples de representação. Os estudantes situados neste nível conseguem empregar algoritmos, fórmulas, procedimentos ou convenções de nível básico. São capazes de raciocinar diretamente e de fazer interpretações literais dos resultados.
1	357,8	Os estudantes são capazes de responder a questões definidas com clareza, que envolvem contextos conhecidos, nas quais todas as informações relevantes estão presentes. Conseguem identificar informações e executar procedimentos rotineiros de acordo com instruções diretas em situações explícitas. São capazes de executar ações óbvias e dar continuidade imediata ao estímulo dado.
Abaixo de 1		A OCDE não especifica as habilidades desenvolvidas

Fonte: LIMA, R.L, 2016. Relatório do PISA 2012.

As escalas de proficiência em Matemática delimitam as habilidades e procedimentos que os estudantes participantes da avaliação devem obter para cada Nível de conhecimento. Essa escala é baseada na classificação da pontuação associada às habilidades que os estudantes devem possuir para alcançar a pontuação correspondente. Segundo a própria OCDE, a classificação possui dois objetivos: permite catalogar o desempenho dos estudantes e descrever o que são capazes de fazer. Segundo o relatório do PISA 2012, mais de 60% dos estudantes brasileiros encontram-se até o Nível 2 da escala de proficiência, como pode ser observado no gráfico a seguir.

Fonte: LIMA, R.L, 2016. INEP/PISA 2012.

A aplicação concentrava mais de 2,25 milhões de estudantes, adicionando mais de 480 mil estudantes em relação à edição de 2003, entre os dias 2 e 31 de maio de 2012, nascidos em 1996 e matriculados nos três últimos anos do ensino fundamental ou em qualquer série do ensino médio, denominados “estudantes elegíveis”.

A avaliação de 2012, como já afirmado, abrangeu um quantitativo de estudantes brasileiros bem acima da avaliação ocorrida em 2003. Contudo, esse aumento não foi suficiente para ampliar a inserção de estudantes nos níveis mais altos da escala. Segundo o Relatório Nacional PISA 2012 (p. 22)

> Causa preocupação o fato de não ter aumentado o número de estudantes nos níveis mais altos de proficiência (Níveis 5 e 6), o que pode indicar que o país não está se preparando para formar adequadamente estudantes para funções mais complexas, que demandam grande conhecimento da matemática, como as áreas da engenharia.

Os elaboradores do referido Relatório, contudo, não mencionam aspectos que tipicamente impactam os resultados, tais como perfil socioeconômico e cultural da população e condições de escolarização. Portanto, tais resultados, em nosso entendimento, devem ser vistos com cautela e não serem considerados, simplesmente, como um fracasso das escolas, dos estudantes ou, mesmo, da sociedade.

Após ter apresentado o que o PISA prioriza na avaliação em matemática, na continuidade tecemos considerações sobre o ensino de geometria nas escolas brasileiras.

1.2 **A importância de ensinar matemática/Geometria**

Hoje em dia, mais intensamente que em outros períodos, é evidente a importância da Matemática na formação humana, em especial, por vivermos em uma sociedade cada vez mais permeada pela Ciência e pela Tecnologia. Diferentes serviços, dos mais simples aos mais complexos, exigem noções matemáticas e competências básicas para lidar com essa modernidade.

Além disso, somos inseridos em uma nova sociedade que necessita da compreensão e conhecimentos matemáticos diariamente. As mais elementares ações cotidianas requerem competências matemáticas, que se tornam mais complexas na medida em que as interações sociais e as relações de produção e de troca de bens e serviços vão sendo intensificadas e diversificadas.

É imprescindível, atualmente, a influência que a Matemática tem sobre o desenvolvimento e formação do individuo, implicando no crescimento e aperfeiçoamento de suas capacidades cognitivas. E ratificando essa vertente, segue algumas referências que fazem parte dessa mesma linha de pensamento.

Conforme estabelece o Ministério da Educação: De acordo com a Lei 9.394 - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, 1996. “A matemática ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, além de ser uma ferramenta para tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. ” (BRASIL, 1996, p.256).

Para Ole Skovsmose,

> as estruturas matemáticas vêm ter um papel social tão fundamental quanto o das estruturas ideológicas na organização da realidade. (SKOVSMOSE, 2001, p. 83).

Já, Ubiratan D’Ambrosio afirma que

> não foi difícil perceber que os primeiros passos da matemática foram o resultado do ato de se manejar a realidade para sobreviver e para transcender, explicando, entendendo e criando. (D’AMBROSIO, 1997, p. 120).

As duas citações acima evidenciam a importância da matemática na formação humana e na produção de conhecimentos necessários à sobrevivência. As atividades matemáticas, movidas pela necessidade do homem de organizar e ampliar seus conhecimentos geraria ao longo da história da humanidade, a produção de conhecimentos matemáticos diversificados em permanente evolução. Portanto, não é um conjunto de conhecimentos antigos, neutros e petrificados, como imaginam muitos segmentos da sociedade.

Como já afirmado anteriormente, em nossa discussão não nos debruçamos a olhar para toda a matemática, mas apenas para uma de suas subáreas denominada geometria, especificamente, para a geometria escolar. Na sequência, apresentamos uma breve caracterização histórica de seus significados.

1.2.1 Uma breve História do Ensino da Matemática/Geometria.

No Brasil, no final do século XVIII, havia dois tipos de ensino, o ensino clássico-literário, ministrado nas escolas religiosas e o ensino nas escolas militares, onde o conhecimento era específico e as aulas de Geometria, Álgebra, Aritmética, Trigonometria e outras estruturavam os cursos para a formação de artilheiros, engenheiros, mão-de-obra especializada.

Até finais dos anos de 1920, os livros franceses que predominavam na Matemática escolar brasileira, a estruturação era dada por traduções, codificações e adaptações de manuais franceses. Já em 1930, quando Francisco Campos assumiu o Ministério da Educação e elaborou uma proposta de modernização do ensino nacional com a conhecida “Reforma Francisco Campos”, que ficou em destaque um dos trechos das instruções pedagógicas da Reforma que sintetizava o sentido dessa modernização:

> A Matemática será sempre considerada como um conjunto harmônico cujas partes estão em intrínseca e íntima correlação. A acentuação dará dos três pontos de vistas – Aritmético, Algébrico e Geométrico – não deve, por isso, estabelecer barreiras intransponíveis, que impeçam o estudante de perceber a conexão entre aquelas disciplinas (BICUDO, apud VALENTE, 2002, p.43).

Já com a publicação do livro Curso de Mathemática Elementar, do professor Euclides Roxo em 1929, tinha como objetivo a reestruturação da sequência de conteúdos a ensinar, visando a fusão da Álgebra, da Aritmética e da Geometria. De acordo com Valente (2002), a geometria funcionava como uma espécie de eixo articulador entre a álgebra e a aritmética. Para ele,

> É através da geometria, com aplicação de noções intuitivas que, passo a passo, serão introduzidos os conteúdos da Álgebra e da Aritmética. (VALENTE, 2002, p.45).

Porém, o fracasso da proposta de Euclides Roxo para um novo ensino de Matemática não demorou muito, devido a essa fusão de conteúdos que foi conhecido pelos professores como “confusão de assuntos”. (THIRÉ & SOUZA apud VALENTE, 2002, p. 46). Pelo fato do currículo de Matemática deixar de ser uma mera listagem de conteúdos a serem ensinados, incluindo uma discussão de orientações didáticas, foram historicamente, marcadas por procedimentos bastante questionáveis, influenciados por questões políticas ou influências de poder de alguns grupos ou mesmo de pessoas.

Por isso, uma nova reforma do ensino conhecida sob o nome de Reforma Gustavo Capanema foi anunciada em 1942. Nela a Aritmética, a Álgebra e a Geometria são apresentadas separadamente.

No final da década de 1950, surge o Movimento da Matemática Moderna que influenciaria o ensino de Matemática não só no Brasil, mas o ensino passou a ter preocupações exagerada com formalizações, distanciando-se das questões práticas. Um movimento que inicialmente foi veiculada por meio de livros didáticos, provocando alterações curriculares em países com sistemas educativos e realidades diversas. Já o ensino da geometria foi relegado ao segundo plano, ou melhor, a Geometria era tratada como tema ilustrativo dos conjuntos ou da álgebra.

O ensino da Geometria Euclidiana, segundo MATOS e LEME DA SILVA (2011) no artigo “O Movimento da Matemática Moderna e Diferentes Propostas Curriculares para o Ensino de Geometria no Brasil e em Portugal”, destaca que,

> No Brasil, ela encontra-se dividida em geometria plana nas 3ª e 4ª séries do ensino ginasial e em geometria espacial na 1ª série do colegial. As recomendações legais são de um ensino eminentemente prático e intuitivo nos primeiros anos do curso ginasial e que desperte, aos poucos, no aluno, o sentido da necessidade da justificativa, da prova e da demonstração, introduzindo, ainda no curso ginasial, o método dedutivo, com o cuidado que se exige. Como o caráter intuitivo fica dedicado aos primeiros anos do ginásio, nos livros didáticos assim como na prática pedagógica, a geometria nos dois últimos anos do ginásio é dedutiva, com axiomas, teoremas e demonstrações, com pouca ou nenhuma exploração de propriedades.
>
> (MATOS e LEME DA SILVA, 2011, p.175)

O ensino da Geometria Euclidiana é alterado e a matemática passa a beneficiar a Teoria dos Conjuntos e a Álgebra Vetorial. Com isso, a utilização da linguagem da Teoria do Conjuntos é adotada para definir termos e relações geométricas, mas segundo o professor Sangiorgi (1960, p. 17), um dos responsáveis pela “reforma” dos currículos de matemática no Brasil, tal utilização deve garantir que se mantenha inalterável a valorização da demonstração como via privilegiada de acesso à geometria

No mesmo artigo, o autor defende que

> Se a matemática, encarada como deve ser, possui não apenas verdade, como suprema beleza, mas exatidão ao espírito como na poesia, confessamos que, embora sejamos bem iniciados com Euclides, estamos necessitando, para os alunos de nossa época, de algo como um esquema

> mais amplo, despido de demonstrações forçadas ou inócuas, e onde a liberdade de participação permita ao estudante, ombro a ombro com o professor, demonstrar uma proposição. Longe de nós qualquer pretensão de deslustrar o alcance e o serviço que até este instante tem prestado aos racionais a Geometria euclidiana. (SANGIORGI, apud MATOS e LEME DA SILVA, 2011, p.182)

E assim Geometria deixa de fazer parte do currículo da matemática, "... nas escolas e faculdades surgem as matérias "só de Geometria", como por exemplo o Desenho Geométrico, ocorrendo, então, uma separação da Geometria e da Matemática". (KUBCZEWSKI, 2002, p.44).

> Muitos conteúdos tradicionais se apresentavam de maneira equivocadas sepultados pela matemática moderna, entre eles a geometria clássica. Estão agora emergindo com grande força, através do estudo das figuras e suas relações e propriedades (SÁNCHEZ, apud FELIX, 2001, p.114).

A partir da década de 1970, essa Matemática Moderna começa a ser restruturada pelos estudiosos, o National Concil of Teacher of Mathematics – NCTM - dos Estados Unidos apresentou recomendações para o ensino da Matemática no documento "Agenda para Ação". No qual, influenciaram as reformas mundiais e algumas ainda foram introduzidas nas propostas curriculares das Secretarias de Estaduais e Municipais de Educação do Brasil.

Nos anos 1980 no Brasil, após o período da ditadura militar, chamado de abertura democrática, um novo contexto politico e social que era conveniente de propostas para construção de um novo currículo de Matemática. Os debates travados em torno do Movimento Matemática Moderna, os conflitos motivados por concepções e distorções que ficavam cada vez mais evidentes, impulsionaram Secretarias Estaduais e Municipais de Educação a elaborarem novas propostas curriculares para o ensino de Matemática. Uma proposta que foi influenciada pelo uso de tecnologia e resolução de problemas, mas com a predominância social do uso da cidadania.

Mediante a essa nova estrutura que estava surgindo, em 1998 foram criados pelo MEC, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 5ª à 8ª série para construir referencias nacionais comuns às regiões brasileiras e criar condições, nas escolas, que permitam aos alunos ter acesso ao conjunto de conhecimentos socialmente elaborados e reconhecidos como necessários ao exercício da cidadania.

Segundo os PCNs (Brasil,1998), as finalidades do ensino de Matemática visando à construção da cidadania indicam como objetivos do Ensino Fundamental levar o aluno as seguintes capacidades:

- Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;
- Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico);
- Selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente;
- Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;
- Comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;
- Estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;
- Sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções;
- Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

O documento PCN - Matemática demonstra uma real preocupação com o ensino de Geometria, com valorização das construções geométricas com régua e compasso. Esse resgate da Geometria acontece devido a pesquisas realizadas a respeito do ensino de Geometria, dos questionamentos em relação aos livros didáticos que reservam, em geral, o último semestre para abordar a Geometria.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática foram criados com a finalidade de assinalar dois pontos importantes na educação dos jovens brasileiros. O primeiro, mesmo que fora da sala de aula, foi fornecer elementos para ampliar o debate nacional sobre o ensino dessa área do conhecimento, socializar informações e resultados de pesquisa, dando um retorno aos professores sobre esse novo método de ensino. Já o segundo, que diz a respeito do dia-a-dia em sala de aula, é dar o direito de a toda criança e jovens brasileiros tenham acesso a um conhecimento matemático que lhes possibilite de fato sua inserção, como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura. Portanto, esses dois pontos convergem em um único objetivo, que é proporcionar aos alunos um ensino de Matemática de melhor qualidade, contribuindo para a formação do cidadão.

Por fim, podemos notar que no Brasil a partir da metade do século XX, houve três períodos marcantes na educação Matemática: o primeiro, discriminado pela influência do Movimento Matemática Moderna (de 1965 a 1980); o segundo, influenciado por reformas que buscavam se contrapor ao ideário do Movimento Matemática Moderna (de 1980 a 1994) e lideradas por Secretarias Estaduais e Municipais de Ensino; o terceiro, e ainda vigente, organizado em nível nacional e consubstanciado num documento divulgado ao conjunto das escolas brasileiras, denominado Parâmetros Curriculares Nacionais (a partir de 1995). O quadro a seguir apresenta uma síntese analítica desses diferentes momentos. (PIRES, 2008, P. 37)

Quadro 4: Reformas na Educação Matemática (Continua)

	Influência do MMM (50/60)	**Crítica ao MMM (70/80)**	**Consolidação de novas ideias. (90/00)**
Papel da Matemática no Currículo	Ênfase na formação para abstrações	Duplo papel: aplicações práticas e formação intelectual do estudante	Triplo papel: aplicações cotidianas, formação de capacidades especificas e base de uma formação tecnológica.
Epistemologia	Foco no problema	Foco nas	Foco no construtivismo

Quadro 4: Reformas na Educação Matemática (Conclusão)

subjacente	lógico e na estruturação do conhecimento a partir das estruturas matemáticas	experimentações e nas explicações dos porquês	e na construção de conhecimentos pelos alunos
Didática subjacente	Foco no ensino	Foco na aprendizagem	Foco na aprendizagem e no saber
Modelos pedagógicos dominantes	Teoricismo e Tecnicismo	Modernismo e Procedimentalismo.	Psicologismo e Modelização
Influências	Grupo Bourbaki Piaget	Polya (Resolução de problemas) Didática da Matemática Francesa (Chevallard, Brousseau, Vergaud e outros)	Etnomatemática e Modelagem
Seleção de conteúdos	Em função da estrutura da Matemática e de suas ideias centrais	Relevância social e formação matemática do aluno	Relação com constituição de competências e habilidades do estudante
Organização de conteúdos	Organização Linear	Início da quebra da linearidade	Contextualização e interdisciplinaridade
Modalidades organizativas	Lições teóricas	Atividades e experiências	Projetos e sequências didáticas
Relação professor aluno	Centrada no professor	Centrada no aluno	Centrada na relação professor aluno

Fonte: LIMA, R.L, 2016. PIRES, 2008.

As características expostas no quadro mostram que há modificações no processo de organização e desenvolvimento curricular e que, de modo geral, as duas primeiras etapas estão apontando divergência entre elas. O fato das criticas ao MMM terem surgidas devem-se ao fracasso e os conflitos motivados por concepções e distorções que ficavam cada vez mais evidentes. Um exemplo dessa divergência é:

> A preocupação excessiva com o treino de habilidades, com a mecanização de algoritmos, com a memorização de regras e esquemas de resolução de problemas, com a repetição e a imitação não com uma aprendizagem que se dê, inicialmente, pela compreensão de conceitos e de propriedades, pela exploração de situações-problema nas quais o aluno é levado a exercitar sua criatividade, sua intuição; A tentativa de se exigir do aluno uma formalização precoce e um nível de abstração em desacordo com seu amadurecimento. (PIRES, 2008, P. 21)

Já o terceiro momento é marcado por relação de competências e habilidades do estudante em que o foco é na aprendizagem e no saber, sempre favorecendo a formação de capacidades especificas e base de uma formação tecnológica, metodologia essa que não era vista nos dois momentos anteriores.

No entanto, o debate sobre questões curriculares não é o foco central dessa pesquisa. Fizemos essas afirmações apenas para nos nortear que a educação Matemática e à organização de Currículos de Matemática sempre esteve e estará em um constante movimento entre todas as gerações. Por muitas vezes em uma simples organização de tarefas a ser desenvolvida cronologicamente.

1.3 **O currículo de Matemática proposto nos PCN**

Devido ao interesse específico na subárea Geometria, achamos importante entender mais detalhadamente as propostas curriculares para esta subárea. É o que faremos a partir deste momento.

1.3.1 Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática foram criados com a finalidade de assinalar dois pontos importantes na educação dos jovens brasileiros. O primeiro, mesmo que fora da sala de aula, foi fornecer elementos para ampliar o debate nacional sobre o ensino dessa área do conhecimento, socializar informações e resultados de pesquisa, dando um retorno aos professores sobre esse novo método de ensino. Já o segundo, que diz a respeito do dia-a-dia em sala de aula, é dar o direito de a toda criança e jovens brasileiros tenham acesso a um conhecimento matemático que lhes possibilite de fato sua inserção, como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura. Portanto, esses dois pontos convergem em um único objetivo, que é proporcionar aos alunos um ensino de Matemática de melhor qualidade, contribuindo para a formação do cidadão.

E esse documento foi estruturado em 4 ciclos, onde o primeiro ciclo visava as turmas da 1º e 2º série, o segundo ciclo as turmas da 3º e 4º série, o terceiro ciclo as turmas da 5º e 6º e o quarto ciclo as turmas da 7º e 8º série. E cada ciclo foi subdivido em quatro blocos de estudo: Números e operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação.

Espaço e Forma

No documento PCN (BRASIL, 1998) a geometria é denominada Espaço e Forma e tem como ponto inicial a interpretação de figuras, manuseios e construções que permitam fazer ligações com as teorias e identificar propriedades. O trabalho com noções geométricas fornece uma aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc.

Este bloco de conteúdos contempla não apenas o estudo das formas geométricas, mas também as noções relativas à posição, localização de figuras e deslocamentos no plano e sistemas de coordenadas. Embora os conteúdos geométricos propiciem um campo fértil para a exploração dos raciocínios dedutivos, o desenvolvimento dessa capacidade não deve restringir-se apenas a esses conteúdos.

Neste ciclo, o ensino de Matemática/Geometria deve visar também ao desenvolvimento do pensamento geométrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano;
- produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança;
- ampliar e aprofundar noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais.

Da competência métrica, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- ampliar e construir noções de medida, pelo estudo de diferentes grandezas, utilizando dígitos significativos para representar as medidas, efetuar cálculos e aproximar resultados de acordo com o grau de precisão desejável;
- obter e utilizar fórmulas para cálculo da área de superfícies planas e para cálculo de volumes de sólidos geométricos (prismas retos e composições desses prismas).

Do raciocínio proporcional, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- representar em um sistema de coordenadas cartesianas a variação de grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação em diretamente proporcional, inversamente proporcional ou não proporcional;
- resolver situações-problema que envolvam a variação de grandezas direta ou inversamente proporcionais, utilizando estratégias não-convencionais e convencionais, como as regras de três.

Com o objetivo de adequar os conteúdos geométricos a ideologia que o PCN pressupõe, são listados os itens que deverão ser alcançados durante esse ciclo no Anexo A desse trabalho.

1.3.2 Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio

Ao se estabelecer o conjunto de parâmetros para a organização do ensino de Matemática no Ensino Médio, pretende-se considerar a necessidade da sua adequação para o desenvolvimento e promoção de alunos, com diferentes motivações, realidades e capacidades, criando condições para a sua vida social e profissional. Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessário tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional.

Segundo esse documento, A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo e instrumental. Em seu papel formativo, ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo e contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática. Já o caráter instrumental, é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. Não se trata de os alunos possuírem muitas e sofisticadas estratégias, mas sim de desenvolverem a iniciativa e a segurança para adaptá-las a diferentes contextos, usando-as adequadamente no momento oportuno.

Um primeiro critério, básico e geral, é que os conteúdos ou temas escolhidos devem permitir ao aluno desenvolver as competências descritas no item anterior, avançando a partir do ponto em que se encontra.

As finalidades do ensino de Matemática no nível médio indicam como objetivos levar o aluno a:

- Compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
- Aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- Analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;
- Desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
- Utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
- Expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;
- Estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
- Reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
- Promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação.

Decorrente a exposição dos conteúdos e habilidades propostos para as unidades temáticas a serem desenvolvidas neste tema, Anexo B desse trabalho, constatamos que a geometria tem como ponto inicial a interpretação de figuras, manuseios e construções que permitam fazer ligações com as teorias e identificar propriedades. Este bloco de conteúdos contempla não apenas o estudo das formas geométricas, mas também as noções relativas à posição, localização de figuras e deslocamentos no plano e sistemas de coordenadas.

No 4º ciclo, o documento visa o desenvolvimento de algumas áreas dentro da geometria, que são: Os Pensamentos geométricos, a competência métrica e o raciocínio proporcional. Na lista de itens a ser alcançados pelos alunos, podem ser vistos claramente esses tópicos.

O pensamento geométrico é relacionado à interpretação de um ponto no plano cartesiano, nas figuras tridimensionais, nas análises de diferentes vistas dos poliedros, em verificar as propriedades dos polígonos (Triângulos e quadriláteros) e circunferência/círculo. A competência métrica é relacionada a utilização de instrumentos como régua, compasso, esquadro e transferidor para construção de segmentos, posições relativas entre retas e das alturas, bissetrizes, medianas e mediatrizes de um triângulo. O Raciocínio proporcional é relacionado a divisão de segmentos, identificação de ângulos, Teorema de Tales, desenvolvimento da noção de congruência e semelhança, Teorema de Pitágoras

No entanto, um julgamento mais superficial do que é o ensino da Geometria no ensino fundamental, além de conteúdo a serem alcançados, seria para propiciar uma primeira reflexão dos alunos através da experimentação e de deduções informais sobre as propriedades relativas a lados, ângulos, polígonos, circulo e circunferência, bem como o estudo de congruência e semelhança de figuras planas.

De modo geral, 4º Ciclo do PCN atende bem a todos os requisitos referentes a um ensino de qualidade, mas há um débito ao não dar muita ênfase no estudo da área e perímetro de superfícies planas nessa subárea de espaço e forma, mas apenas na subárea de Medidas e Grandezas, que já no caso da matriz de avalição do PISA considerar a subárea de Espaço e Forma e Medidas e Grandezas como uma única subárea. Porém, é evidente que esse documento mesmo sendo publicado em 1998, ainda há considerações atuais no estudo da geometria, mas também há considerações antigas para os novos alunos, como a marcante utilização dos instrumentos de régua, compasso, esquadro e transferidor para construção de figura plana, que se tornaram cada vez mais obsoleta dentro de sala de aula, sendo facilmente substituídas por alguns softwares de Matemática. A tecnologia para geometria do ensino fundamental é um grande artificio que pode ser usado para mostrar as diferentes formas geométricas planas e espaciais.

Por um lado, o PCN consegue alcançar todos os conteúdos obrigatórios para o ensino da Geometria durante o ensino fundamental e médio, porém não há uma ementa de conteúdos a serem seguidos e sim uma relação de competências e habilidades a serem desenvolvidas. Método esse, que abre uma margem de diferença de conteúdos de um colégio para o outro, deixando arbitrária a escolha dos conteúdos a serem expostos a cada ano, tornando inviável a transferência adequada de um estudante de um colégio para o outro, ou até mesmo de se transferir de um estado para o outro.

Por outro lado, é inegável que esse documento consegue um maior rendimento do raciocínio lógico, quando no ensino médio há um aprofundamento de conceitos já adquirido no sentido de que o aluno possa conhecer um sistema dedutivo, analisando o significado de postulados e teoremas e o valor de uma demonstração para fatos que já lhe são familiar.

Os alunos durante o ensino fundamental já foram apresentados à geometria plana, geometria espacial e a métrica. Mas, é exclusivo do ensino médio o ensino da geometria analítica, que tem como função tratar algebricamente as propriedades e os elementos geométricos. O aluno do ensino médio terá a oportunidade de conhecer essa forma de pensar que transforma problemas geométricos na resolução de equações, sistemas ou inequações.

A geometria do ensino médio possui algumas unidades a serem desenvolvidas, que são: Geometria Plana; Geometria Espacial; Métrica; Geometria Analítica.

Desde 1998 com a criação desse Parâmetro Curricular Nacional, ainda não houve nenhum documento que se equipara ou substitui o PCN. Mesmo já sendo considerado antigo, o parâmetro curricular nacional é corrente ao cotidiano dos alunos por visar ao conjunto de conhecimentos socialmente elaborados e reconhecidos como necessários ao exercício da cidadania.

No entanto, para não ser o único documento da base de estudo dessa pesquisa, no próximo momento estaremos fazendo uma análise do Parâmetro para a educação Básica do estado de Pernambuco de 2012, com o intuito de confrontar as ordens dos conteúdos e atualidade do PCN.

1.4 **Parâmetros para a educação Básica do estado de Pernambuco, 2012.**

Esse documento apresenta os conteúdos da Educação Básica em três grandes etapas de escolaridade: anos iniciais do Ensino Fundamental; anos finais do Ensino Fundamental; e Ensino Médio. E foram divididos em cinco blocos de conteúdos, que são: Geometria, estatística e probabilidade (Tratamento da informação), Álgebra e funções, Grandezas e medidas, Números e operações. Dessa forma, o presente documento contempla as atuais Matrizes de Referência de avaliação do Saeb, do Saepe, do Enem e do Encceja, além do programa para o vestibular da Universidade de Pernambuco (UPE). Os textos teóricos e as expectativas de aprendizagem apresentadas neste documento se fundamentam na Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco (BCC-PE, Secretaria de Educação de Pernambuco, 2008).

Com intuito de pesquisar sobre o estudo apenas da subárea geometria para alunos com 15 anos de idade, haverá algumas considerações sobre os conteúdos referentes aos anos finais do ensino fundamental e ensino médio.

1.4.1 <u>Expectativa de aprendizagem: Anos finais do Ensino Fundamental</u>.

Essa etapa de escolaridade pode ser vista como uma continuação da anterior, ou seja, como avanço, ampliação e consolidação das aprendizagens realizadas anteriormente. Por um lado, repetir certos conceitos de forma esquemática e pouco significativa, pode levá-lo ao desinteresse e à desmotivação, já que os alunos nessa etapa se tornam mais críticos. Da mesma forma, considerar as aprendizagens anteriores como definitivamente construídas, tem criado barreiras para que o aluno atribua significado aos novos conhecimentos.

A Matemática começa a fazer sentido para o aluno, quando as respostas para tais questões são obtidas pelo conhecimento matemático já consolidado no final do ensino fundamental e não apenas por ensino baseado na memorização sem compreensão ou na sistematização precoce de conceitos. Além disso, nessa etapa, o professor deve oferecer oportunidades para que o estudante possa confrontar suas ideias e estratégias com as de seus colegas e as do próprio professor e, com isso, validá-las ou reformulá-las.

Nessa fase, os estudantes relacionam-se de forma mais aprofundada com o contexto social que os rodeia, e muitos deles já estão dentro do mercado de trabalho. É preciso, então, que o estudante compreenda sua importância, tanto em seu ambiente social, como para o seu ambiente de trabalho.

Geometria

Esse bloco de conteúdo contempla a localização no plano e no espaço, iniciado na etapa anterior de escolaridade, já introduzindo a ideia de coordenadas cartesianas, articulada a outros campos do conhecimento (plantas, mapas, coordenadas geográficas etc.).

A distinção entre as diferentes figuras geométricas planas e espaciais e com o estudo de suas propriedades (Triângulos, quadriláteros, polígonos, circunferência e círculos). As atividades de composição e decomposição de figuras complexas e os conceitos relativos às grandezas geométricas são evidentes nessa etapa. Como também as atividades de ampliação e de redução de figuras que vão permitir consolidar a ideia de semelhança, iniciada na etapa anterior. A consolidação dessas ideias irá permitir, nos últimos anos dessa etapa, a compreensão dos Teoremas de Tales e de Pitágoras, bem como suas aplicações em problemas relacionados ao contexto social do estudante.

Segundo os conteúdos a serem abordados por esse bloco, Anexo C desse trabalho, os Parâmetros para a educação Básica do estado de Pernambuco, os anos finais do ensino fundamental podem ser visto como uma continuação da etapa anterior, ou seja, a distinção entre as diferentes figuras geométricas planas e espaciais deve ser aprofundada, com o estudo de suas propriedades. Se, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a ênfase aparece no aspecto global das figuras, nos anos finais, devem levar o estudante à percepção de que as figuras geométricas são caracterizadas por suas propriedades.

Em relação às figuras planas, o estudo das propriedades dos triângulos, quadriláteros, polígonos e circunferências e círculos abrem as possibilidades de desenvolvimento da percepção espacial. Conteúdos esses que são detalhados durante o final do ensino fundamental.

E uma característica marcante desse documento é o uso de softwares para auxiliar as construções, dando oportunidade ao uso da tecnologia dentro de sala de aula, não apenas quadro e giz. Esses softwares são para facilitar na construção de:

Alturas, bissetrizes, mediana, mediatriz, retas paralelas, retas perpendiculares e ângulos notáveis (por exemplo: 90º, 60º, 45º, 30º). Além das construções de polígonos, triângulos, quadriláteros e circunferências, as construções, planificações e representações das diferentes vistas de figuras espaciais, particularmente de prismas, pirâmides, cilindros e cones são fundamentais para o estabelecimento de suas propriedades.

Todos esses conteúdos referentes ao ensino fundamental são mencionados com bastante detalhe em cada ano, porém percebo a omissão de detalhar o estudo do perímetro e da área de figuras planas, mesmo sendo consequência do estudo das propriedades das figuras planas, esse conteúdo ficou restrita a subárea de Medidas e Grandezas, esse assunto necessita de bastante atenção quando os alunos são inseridos no mercado de trabalho ou até mesmo em um concurso.

Ao mesmo ponto que esse documento abrange assuntos de difícil entendimento pelos alunos como o estudo da trigonometria no triângulo retângulo e a inscrição e circunscrição de polígonos na circunferência, esse documento inclui o cálculo de perímetro e áreas de figuras planas nos anos finais do ensino fundamental na subárea de Medidas e grandezas.

1.4.2 Expectativa de aprendizagem: O Ensino Médio.

O Ensino Médio representa para alguns estudantes como à última etapa da Educação Básica até ingressar no mundo do trabalho e para outros como apenas uma continuidade da sua formação escolar em fases posteriores. Por isso, deve atingir a uma demanda maior de estudante, passando de um ensino livresco ou utilitarista da Matemática, para um ensino com significado para o estudante e articulado com outros campos do saber.

Dessa forma, as atenções do professor, tanto na escolha dos temas a serem ensinados, como em seu trabalho em sala de aula, devem voltar-se para as questões da contextualização e da interdisciplinaridade.

Pode-se dizer, nessa perspectiva, que a palavra-chave da Matemática do Ensino Médio seria “conexões”; conexões tanto com outras áreas do conhecimento e aplicações sociais, como também com outros campos da própria Matemática.

Nesse sentido, é preciso que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de ideias e permite modelar a realidade e interpretá-la.

Geometria

Nesta ultima etapa de escolaridade básica, deve-se dedicar ao trabalho com representação das diferentes figuras espaciais. Alguns conceitos estudados no Ensino Fundamental devem ser consolidados, como, por exemplo, as ideias de proporcionalidade, congruência e semelhança, o Teorema de Tales e suas aplicações, as relações métricas e trigonométricas nos triângulos (retângulos e quaisquer) e o Teorema de Pitágoras.

No Ensino Médio, o estudo da geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas e reconhecer propriedades de figuras geométricas básicas. A geometria nessa etapa é caracterizada de três formas: Geometria plana, Geometria espacial e Geometria analítica. Mesmo esse documento não ter feito à distinção dentro do bloco Geometria, podem-se perceber as três formas detalhadas.

De acordo com os conteúdos que devem ser listados para o ensino médio, Anexo D desse trabalho, percebemos que a Geometria mesmo não sendo dividida em três partes: Geometria plana, Geometria espacial e Geometria, os conteúdos referentes ao ensino médio são precisos e bem fragmentados, porém podemos citar algumas falhas a essa fragmentação de conteúdos:

Primeiramente, o estudante que almejar um concurso para uma Universidade Pública sentirá falta, durante o seu ensino médio, de uma revisão de Geometria plana. Esse assunto só foi relacionado nesse documento no 10º ano, que corresponde ao 1º ano do ensino do médio, porém apenas como uma continuação dos conteúdos do ano anterior e não como uma revisão visando uma verificação de aprendizagem. Mesmo a Geometria plana sendo bastante explorada pelas bancas de universidades por se de fácil contextualização para uma prova nível de ensino médio.

Já a segunda falha ao fragmentar os conteúdos foi subdividir os itens de Geometria analítica durante todos os anos do ensino médio. Durante os dois primeiros anos é associado ao estudo de ponto e reta e no ultimo ano é feito novamente o estudo de reta e também o estudo de circunferência. Essa divisão pode ser considerada um erro por não dar continuidade do mesmo assunto durante um ano letivo, considerando o ensino médio como um único ciclo ininterrupto.

E por fim, outra falha dentro do ensino médio é não considerar o ultimo ano dessa etapa como uma revisão geral de conteúdos. Essa revisão geral deve ser feita de forma a contemplar a todos os estudantes, tanto os que vão continuar os estudos posteriores, como os que já vão se inserir no mercado de trabalho. Um método comum para essa revisão é expor de forma clara e contextualizada todos os temas pertinentes ao ensino fundamental e médio, dando uma análise global sobre o ensino da Geometria.

Sem nenhuma intenção de classificar os documentos curriculares em melhor ou pior, essa comparação foi feita apenas para mostrar as diferenças e semelhanças que há entre eles. O PCN é um documento completo e pioneiro nessa nova reestruturação da educação voltada para a cidadania, já o Parâmetro curricular de Pernambuco é um documento atual e inovador com o auxilio da tecnologia, mas ambos possuem a mesma linha de definições para a geometria.

Um dos documentos mais atuais na educação brasileira é Base Nacional Comum Curricular (BNCC), currículo esse que ainda está na fase de finalização e ainda não se tornou um documento oficial. Por esse fato, não realizamos nenhuma análise ou citações dentro dessa pesquisa.

2 OS ITENS LIBERADOS DO PISA 2012

No Pisa 2012, com o foco em Matemática, as avaliações buscam aferir as competências matemáticas. Verificando se o indivíduo é capaz de identificar e compreender o papel que a matemática desempenha no mundo, para sustentar elementos fundamentados. O letramento matemático a relaciona o uso amplo e funcional da matemática; inclui a capacidade de reconhecer e formular problemas matemáticos em situações diversas. Requer o conhecimento e a aplicação de uma variedade de conteúdos matemáticos extraídos de áreas como: Indeterminação e dados; Quantidade; Espaço e forma; Mudanças e relações.

Ainda que este problema tenha diminuído no Brasil, em especial durante parte da década de 1990, a não-aprovação (reprovação e abandono) tem persistido com patamares extremamente elevados. Os resultados do PISA 2012, por exemplo, colocaram o Brasil em forte evidência ao revelar que cerca de 40% dos estudantes brasileiros repetem ao menos uma vez durante a educação básica (OCDE, 2013).

Relatórios recentes dos resultados do PISA sugerem que a repetência é um problema grave no Brasil e muitas vezes usada como uma forma de punição para sancionar o mau comportamento na escola, reforçando as desigualdades na educação (OCDE, 2015). Apesar de o percentual de estudantes que relataram ter repetido um ano letivo ter diminuído durante a última década, os percentuais ainda são relativamente altos.

Esta é uma das mais altas taxas de repetência entre os países que participam no PISA (OCDE, 2012). Entre as edições de 2003 e 2012 do Programa a proporção de alunos brasileiros de 15 anos de idade que haviam repetido uma série no Ensino Fundamental diminuiu, mas a prevalência de repetência aumentou no Ensino Médio. No geral, a proporção de alunos que tinham repetido um ano, pelo menos uma vez, manteve-se estável.

A comparação dos resultados obtidos pelos alunos brasileiros coloca o País em situação de desvantagem em relação a quase todos os países que participam do PISA 2012. Os resultados dos desempenhos no Programa em cada domínio do conhecimento são fornecidos em uma escala na qual a média das médias dos países da OCDE é padronizada em 500, com 100 de desvio padrão. Isso significa que, aproximadamente, dois terços dos alunos participantes obtiveram uma pontuação entre 400 e 600 pontos. Para calcular essa média, considerou-se como se todos os países tivessem mil alunos participantes, a fim de evitar que a média da OCDE se inclinasse para os países com maior número de estudantes.

Ao compararmos a média obtida pelo Brasil (382,5) com a dos demais países participantes do PISA 2012, é possível perceber que o desempenho geral do país em Matemática não é bom. O Brasil está entre os países com desempenho mais baixo, ocupando a 58ª posição entre os 65 países submetidos ao exame nesta edição, estando à frente apenas da Argentina (59ª), da Colômbia (62ª) e do Peru (65ª), apenas para citar os países latinos com posições inferiores à do Brasil.

A tabela a seguir apresenta os resultados dos estudantes brasileiros no PISA 2012, evidenciando as médias nas subáreas da Matemática e a distribuição percentual dos estudantes nessas subescalas.

Tabela 3: Médias em Matemática e Distribuição percentual de estudantes nos níveis da escala PISA 2012, segundo subáreas da matemática

Conteúdo	Média	EP	Abaixo Nível 1	Nível 1	Nível 2	Nível 3	Nível 4	Nível 5	Nível 6
Indeterminação e dados	402,1	2,0	26,5	35,1	25,5	10,0	2,5	0,3	0,0
Quantidade	392,9	2,5	36,5	27,0	20,2	10,5	4,3	1,3	0,2
Espaço e forma	380,7	2,0	40,3	30,6	18,8	7,3	2,4	0,6	0,1
Mudanças e relações	371,5	2,7	46,3	24,0	16,5	8,4	3,3	1,1	0,3

Fonte: LIMA, R.L. 2016. Relatório do PISA 2012.

A tabela acima informa que a média nas subescalas Indeterminação e dados e em Quantidade estão um pouco acima da média geral em Matemática, que é de 382,5, como informado anteriormente. Nas demais subescalas (Espaço e forma e Mudanças e relações) as médias são menores (respectivamente, 380,7 e 371,5).

A tabela a seguir apresenta os resultados do PISA 2012 para alguns estados brasileiros. Pode-se observar que o Estado do Rio de Janeiro não está bem posicionado no ranking do PISA 2012.

Tabela 4: Médias em Matemática e Distribuição percentual de estudantes nos níveis da escala PISA 2012, por UF.

Estados	Média	EP	Abaixo Nível 1	Nível 1	Nível 2	Nível 3	Nível 4	Nível 5	Nível 6
Distrito Federal	409,5	9,6	29,4	28,2	22,7	12,6	5,5	1,3	0,3
Santa Catarina	406,8	7,3	23,3	34,6	27,2	11,6	3,1	0,2	0,0
Espirito Santo	404,1	11,4	32,2	29,1	19,4	11,4	6,3	1,6	0,1
São Paulo	394,5	4,5	33,2	32,3	21,7	8,8	3,1	0,7	0,2
Rio de Janeiro	373,2	6,3	43,9	28,7	20,0	5,7	1,5	0,1	0,0
Acre	348,1	6,6	55,2	28,5	12,2	3,7	0,4	0,0	0,0
Maranhão	335,3	11,6	63,5	23,3	9,4	3,1	0,6	0,1	0,0
Alagoas	329,4	7,7	65,7	22,4	8,5	2,6	0,7	0,1	0,0

Fonte: LIMA, R.L. 2016. Relatório do PISA 2012.

Após a apresentação de alguns resultados do PISA 2012, passamos a discutir os conteúdos dos itens públicos utilizados na avaliação em Matemática. No total, identificamos 56 itens de matemática no site do INEP. Destes, selecionamos 14 que abordam temas da subárea Espaço e Forma. A tabela a seguir apresenta a distribuição desses itens por temática específica.

Tabela 5: Quantidade de itens de acordo com seus conteúdos

PISA 2012 – Subárea Espaço e Forma (itens públicos)

Conteúdo	Itens	Quantidade de Itens
Cálculo de Área	1, 3, 4, 5 e 12	5 Itens
Circulo / Circunferência	8, 9, 13 e 14	4 Itens
Aplicação do Teorema de Pitágoras	2, 6 e 7	3 Itens
Visualização Espacial	10 e 11	2 Itens

Fonte: LIMA, R.L. 2016. Matemática: Itens Liberados do PISA 2012.

Cabe observar que, diferentemente do que ocorre nos PCN ou nos Parâmetros de Pernambuco, a subárea Espaço e Forma englobam temas referentes ao estudo das figuras geométricas como, também, os relativos a medidas e grandezas.

A tabela acima mostra que uma quantidade maior de itens sobre medidas de área de figuras planas foi divulgado para conhecimento do público em geral, na medida em cinco dos quatorze itens abordam esta temática. Na sequência, tem-se quatro itens sobre círculo e circunferência, três sobre semelhança, todos envolvendo o Teorema de Pitágoras e duas questões sobre visualização de figuras tridimensionais.

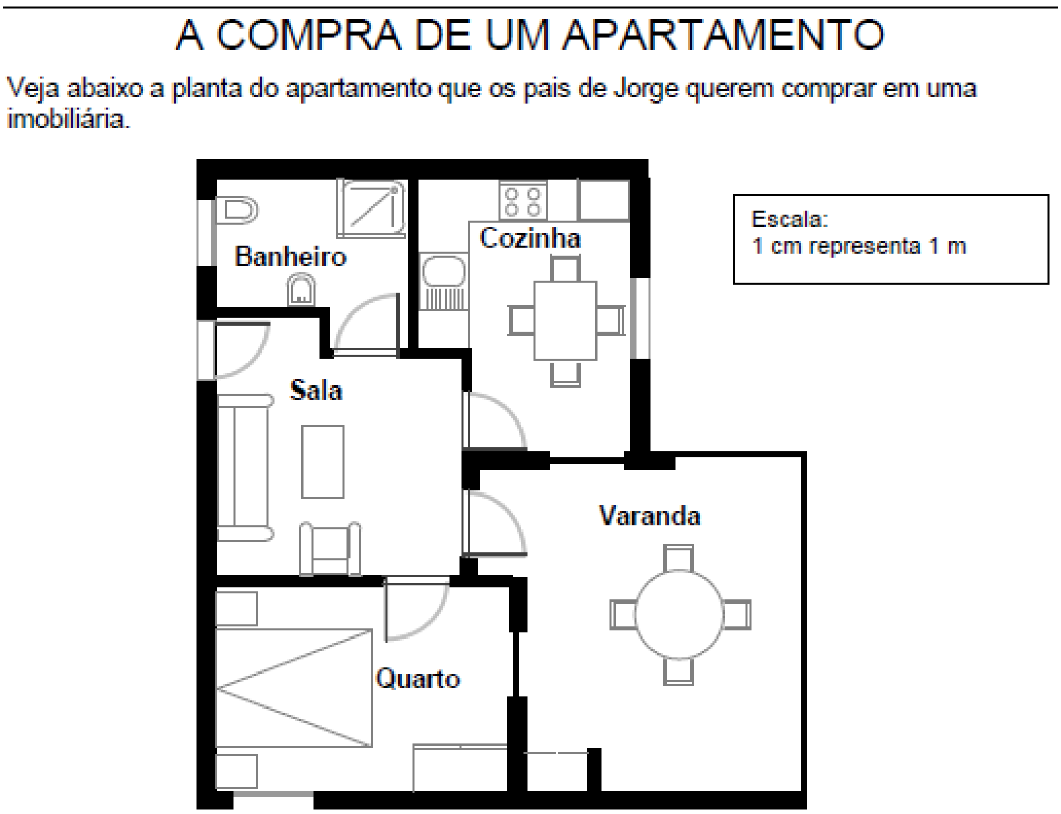
Na sequência, discutimos os conteúdos dos itens de acordo com a temática de cada um.

2.1. **Cálculo de Área**

Os itens abaixo mostram as questões sobre o conteúdo de cálculo da área de uma superfície plana e neles podemos perceber as diversas formas que foram cobradas nessa avaliação. No item número 01 a área será calculada com o auxílio de uma escala. No item número 03 a área será calculada com o auxílio de uma malha quadriculada com numeração decimal. No item número 04 a área é calculada por uma simples visualização e contagem. No item número 05 a área é calculada através de um mapa com uma figura irregular. No item número 12 a área é calculada através de formulas para o teorema de Pitágoras e área de um retângulo.

Item número 01

Figura 1: A compra de um apartamento



Questão 1: A COMPRA DE UM APARTAMENTO *PM00FQ01 – 0 1 9*

Para estimar a superfície (área) total do apartamento (varanda e paredes inclusas), pode-se medir o tamanho de cada compartimento, calcular sua superfície e depois somar todas essas superfícies.

Um método mais eficaz permite, entretanto, estimar a superfície total medindo somente quatro distâncias. Indique sobre a planta acima os **quatro** comprimentos necessários para estimar a superfície total do apartamento.

Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 1, 2016.

Esse é o primeiro item do caderno de questões enquadrada no Domínio Matemático de Espaço e formas. Segundo o PCN, solicita do pensamento geométrico do aluno, por meio da exploração que levem os estudantes a interpretar e representar a localização de uma figura plana em um mapa, como também utilizar fórmulas para cálculo da área dessa superfície. O objetivo principal desse item é usar razão espacial para mostrar numa plana de apartamento o número mínimo de dimensões laterais necessárias para determinar uma área da superfície do chão. O cálculo da superfície de uma figura plana depende somente de dois itens: O reconhecimento da figura geométrica e as dimensões da figura. Essa questão trata-se de um contexto pessoal e de um processo de formular, pelos dados estarem implícito na imagem, o cálculo dessa área se torna difícil, pois o aluno deve identificar que a figura deve ser seccionada e possuir pelo menos 4 dimensões distintas. De acordo com as escalas de proficiência em Matemática, esse item encontra-se no Nivel 3 e para o aluno acertar esse item, ele deve ser capaz de interpretar e utilizar representações baseadas em diferentes fontes de informação e de raciocinar diretamente a partir delas, conseguindo desenvolver comunicações curtas que relatam interpretações, resultados e raciocínio.

Por fim, esse item não foi claro se era para calcular o valor exato da área do apartamento, mas pediu as 4 posições possíveis que há para calcular área. No entanto, o credito completo foram adquiridos pelos alunos que acertaram uma das nove soluções de possibilidades e encontrou o valor de 76,56m². Por exemplo, A = (9,7m x 8,8m) – (2m x 4,4m), A = 76,56m².

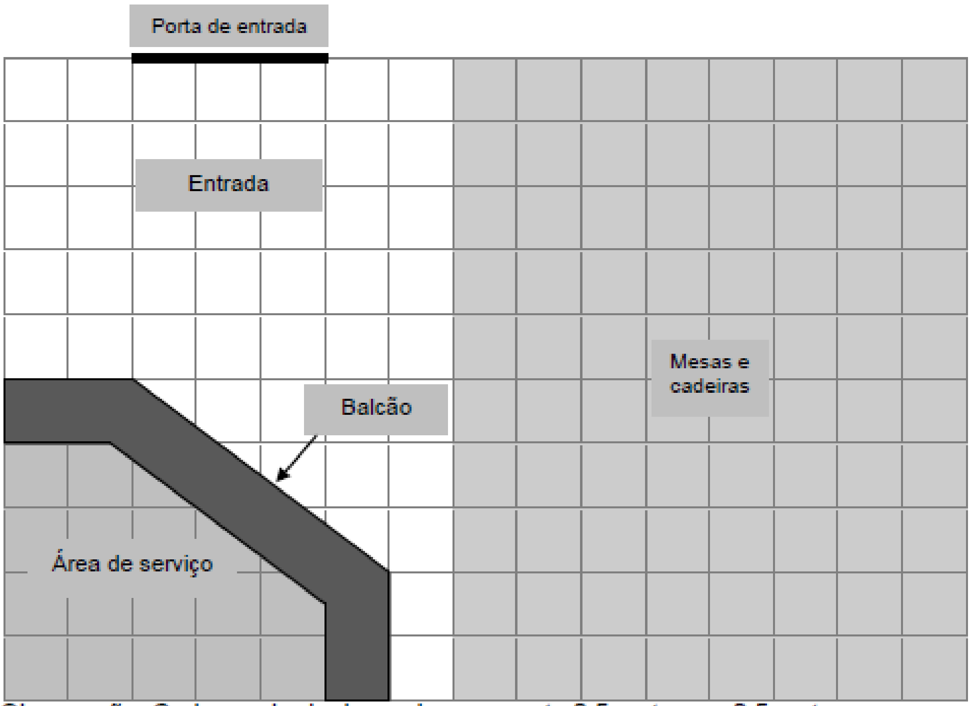
Item número 03

Figura 2: Na sorveteira

NA SORVETERIA

Veja abaixo a planta da sorveteria de Maria, que ela está reformando.

A área de serviço é rodeada por um balcão.



Observação: Cada quadrado da grade representa 0,5 metro por 0,5 metro.

Questão 2: NA SORVETERIA PM00LQ02 – 0 1 2 9

Maria também vai trocar o piso de sua loja. Qual é a área total do piso da loja, excluídos a área de serviço e o balcão? Demonstre seu raciocínio.

....

....

....

Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 3, 2016.

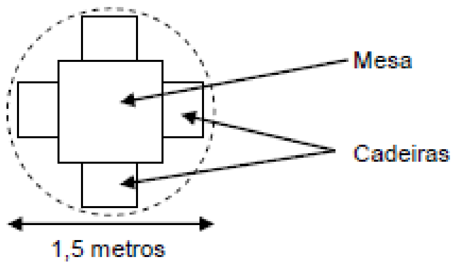
Esse item necessita utilizar uma grade em escala para calcular uma área composta. Por isso, segundo o PCN, os alunos necessitam de um conhecimento geométrico para interpretar e representar a localização de uma figura na malha quadriculada e também do conhecimento métrico para ampliar e construir noções de medida, pelo estudo de diferentes grandezas, utilizando dígitos significativos para representar as medidas, efetuar cálculos e aproximar resultados de acordo com o grau de precisão desejável. O objetivo principal desse item é utilizar uma grade em escala decimal para calcular uma área composta, por isso, a dificuldade fica direcionada em seccionar a figura. Além do processo de aplicar, contexto profissional e indo de acordo com as escalas de proficência em Matemática, esse item encontra-se no Nivel 4 e para o aluno acertar esse item, ele deve ser capaz de utilizar habilidades desenvolvidas e raciocínio, com flexibilidade e alguma percepção. São capazes de construir e comunicar explicações e argumentos com base em interpretações, argumentos e ações.

Por fim, para o aluno atingir o crédito completo nesse item, o aluno deveria encontrar 31,5m2, que seria a área total da sorveteria menos a área de serviço com o balcão. At = (10 x 15 x 0,5 x 0,5), At = 37,5m2, As = (24 x 0,5 x 0,5) = 6m2, ou seja, At - As = 37,5m2 – 6m2, A = 31,5m2.

Item número 04

Figura 3: Na Sorveteria

Questão 3: NA SORVETERIA *PM00LQ03 – 0 1 9*



Em sua loja, Maria quer instalar conjuntos de mesas com quatro cadeiras, como mostra a ilustração acima. O círculo representa a área do piso necessária a cada conjunto.

Para que os clientes tenham espaço suficiente quando estiverem sentados, cada conjunto, representado pelo círculo, deveria estar instalado em função das seguintes condições:

- Cada conjunto deve estar instalado pelo menos a 0,5 m das paredes.
- Cada conjunto deve estar instalado pelo menos a 0,5 m dos outros conjuntos.

Qual é o número máximo de conjuntos que Maria pode instalar na área cinza da loja destinada às mesas?

Número de conjuntos: ....

Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 4, 2016.

Esse item, segundo o PCN, é um dos focos principais para o bloco de espaço forma, por não contempla apenas o estudo das formas geométricas, mas também as noções relativas à posição, localização de figuras e deslocamentos no plano e sistemas de coordenadas. Por esse motivo, pode-se considerar esse item adequado segundo as normas do PCN. O objetivo principal desse item é determinar quantidade ideal de número de mesas redondas que podem ser acomodados em um local destinados às mesas, respeitando as exigências da sorveteria. E para efeito de calculo, a primeira impressão seria calcular a superfície do local das mesas e depois calcular a área de uma mesa e descobrir a quantidade de mesas ao dividir essas áreas, porém, deve-se respeitar as duas condições exigidas no enunciado e fugir da aplicação de formulas de áreas e ir para uma interpretação espacial da figura. Mesmo o contexto ser Profissional e o processo sendo aplicar, podem-se transformar em uma apenas observação espacial. De acordo com as escalas de proficência em Matemática, esse item encontra-se no Nivel 3 e para o aluno acertar esse item, ele deve ser capaz de selecionar e aplicar estratégias simples de resolução de problemas. Conseguem desenvolver comunicações curtas que relatam interpretações, resultados e raciocínio.

Por fim, para o aluno atingir o crédito completo nesse item, o aluno deveria encontrar 4 mesas possíveis.

Item número 05

Figura 4: Mancha de Óleo

MANCHA DE ÓLEO

Ao navegar, um petroleiro choca-se com um arrecife, abrindo um buraco nos tanques de armazenagem de óleo. O petroleiro se encontrava a aproximadamente 65 km da costa. Alguns dias mais tarde, o óleo se espalhou como mostra o mapa abaixo.

Questão 1: MANCHA DE ÓLEO PM00RQ01 – 0 1 9

Usando a escala do mapa, calcule a área da mancha de óleo em quilômetros quadrados (km²).

Resposta: .... km²

Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 5, 2016.

Esse item, segundo o PCN, os alunos adquirem na competência métrica, por meio de exploração e a utilização de formulas para calcular a área de superfícies planas. O objetivo principal desse item é identificar se os alunos conseguem calcular a área de figuras irregulares em um mapa, usando uma determinada escala e estimativas consideráveis para as medidas de comprimento da mancha de óleo. Esse Conteúdo deve ser apresentado no inicio do ensino fundamental, mesmo sendo considerado um contexto Cientifico e o processo aplicar, os alunos devem saber resolver problemas que envolvam diferentes grandezas, selecionando unidades de medida e instrumentos adequados à precisão requerida, a fim de interpretar, a partir de situações-problema (leitura de plantas, croquis, mapas), da posição de pontos e de seus deslocamentos no plano, pelo estudo das representações em um sistema de coordenadas cartesianas. De acordo com as escalas de proficência em Matemática, esse item encontra-se no Nivel 3 e para o aluno acertar esse item, ele deve ser capaz de desenvolver modelos para situações complexas e trabalhar com eles, identificando restrições e especificando hipóteses. E ainda são capazes de refletir sobre suas ações e de formular e comunicar suas interpretações e seu raciocínio.

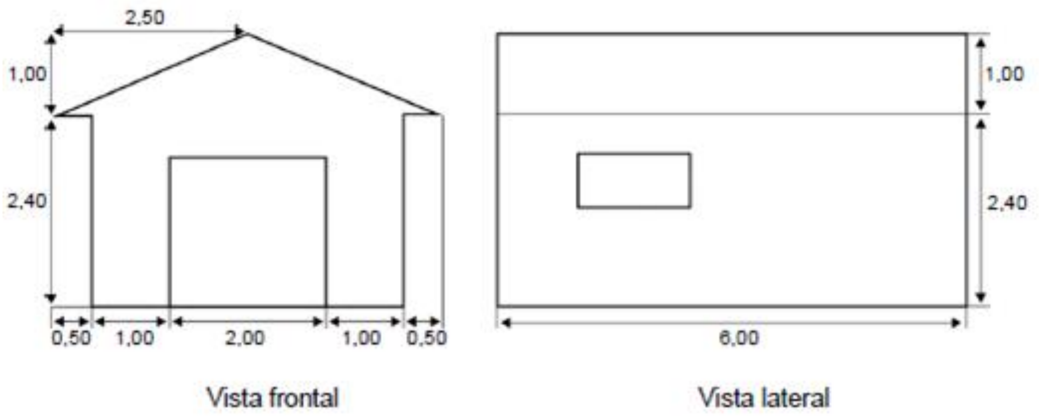
Por fim, para o aluno atingir o crédito completo nesse item, o aluno deveria encontrar uma resposta entre 2200 a 3300 km2. Por exemplo, considerar os valores de 48 km de comprimento e 55 km de largura a área será A = 2640 km2.

Item número 12

Figura 5: Garagem

Questão 2: GARAGEM PM991Q02 – 00 11 12 21 99

As duas plantas abaixo mostram as dimensões, em metros, da garagem que Jorge escolheu.



O telhado é feito de duas partes retangulares idênticas.

Calcule a área total do telhado. Demonstre seu raciocínio.

Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 12, 2016.

Esse item, segundo o PCN, os alunos devem adquirir durante o 4º ciclo do espaço e forma, que tem por função de ampliar e construir noções de medida, pelo estudo de diferentes grandezas, utilizando dígitos significativos para representar as medidas, efetuar cálculos e aproximar resultados de acordo com o grau de precisão desejável, como também utilizar fórmulas para cálculo da área de uma superfície. O objetivo principal desse item é interpretar um plano que representa o telhado e calcular a área do retângulo utilizando o teorema de Pitágoras ou cálculos de medida. O contexto é profissional, o processo de empregar e a contextualização fez com que esse item atingisse o nível máximo segundo a OCDE, nível 6, que para o aluno acertar esse item, ele deve ser capaz de conceituar, generalizar e utilizar informações com base em suas investigações e em modelagem de situações-problema complexas. Conseguem estabelecer ligações entre diferentes fontes de informações e representações, e de transitar entre elas com flexibilidade.

Por fim, para o aluno atingir o crédito completo nesse item, o aluno deveria encontrar qualquer valor entre 31 e 33 metros quadrados. Para isso, a o aluno deveria encontrar os valores das medidas do telhado. Primeiramente, calcular o comprimento do retângulo que forma a base superior do telhado. Ou seja, D2 = 1,002 + 2,502; D = $\sqrt{1,00^2 + 2,50^2} \cong$ 2,6 m. Logo depois, para calcular área do telhado é só multiplica pela largura de 6 metros, lembrando que são dois retângulos o telhado, ou seja, 2,6 x 6 x 2 = 31,2 m2.

2.2 **Círculo e Circunferência**

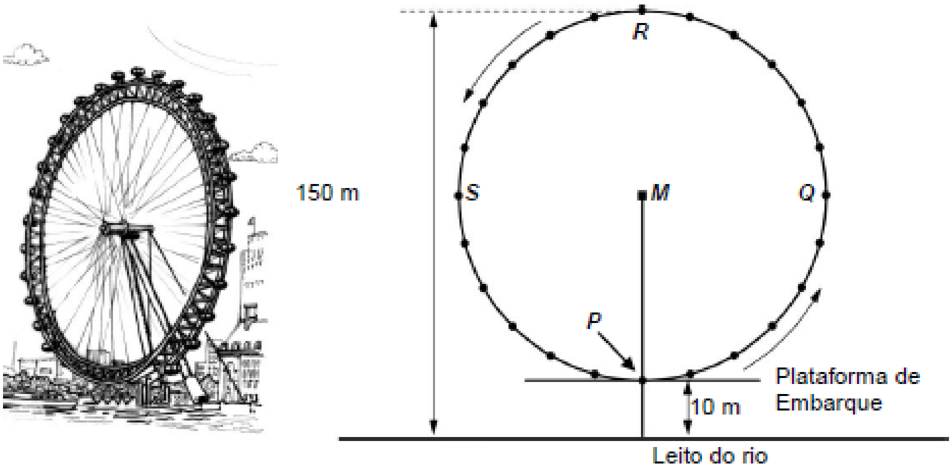
Os itens desse conteúdo estão diretamente ligados ao cálculo do comprimento de uma circunferência e ao calculo do ângulo central de um setor circular. A abordagem para o cálculo do comprimento da circunferência foi colocada de forma diferente nos três itens. No item número 08 o cálculo do comprimento da circunferência é com o auxílio do valor explícito do diâmetro. No item número 09 o comprimento da circunferência é através de uma interpretação espacial da rotação da roda gigante. No item número 14 o cálculo do comprimento da circunferência é através da interpretação do raio.

Item número 08

Figura 6: Roda Gigante

RODA GIGANTE

Na margem do rio fica uma roda gigante.
Veja a foto e o diagrama abaixo.



A roda gigante tem um diâmetro de 140 metros e o seu ponto mais alto está a 150 metros acima do leito do rio, em uma das margens do rio. Ela gira na direção indicada pela seta.

Questão 1: RODA GIGANTE *PM934Q01 – 0 1 9*

A letra *M*, no diagrama, indica o centro da roda gigante. Quantos metros (m) sobre o leito do rio está o ponto M?

Resposta: .... m

Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 8, 2016.

Esse item, segundo o Parâmetro curricular de Pernambuco, os alunos adquirem no 9º ano, quando é feito uma citação como um assunto de diferenciar círculo e circunferência e reconhecer seus elementos e suas relações. Em que o objetivo principal é calcular o comprimento do diâmetro da circunferência baseado na figura de uma roda gigante. O contexto é social, o processo de empregar e de acordo com as escalas de proficência em Matemática, esse item encontra-se no Nivel 3 e para o aluno acertar esse item, ele deve ser capaz de interpretar e utilizar representações baseadas em diferentes fontes de informação e de raciocinar diretamente a partir delas.

Por fim, para o aluno atingir o crédito completo nesse item, o aluno deveria encontrar o valor de 80 metros para a distância entre o leito do rio e o ponto M. Que seria a metade do diâmetro, que o valor do raio, mais 10 metros que a distancia da plataforma. Ou seja, $\frac{140}{2} + 10 = 70 + 10 = 80$ metros.

Item número 09

Figura 7: Roda Gigante

Questão 2: RODA GIGANTE

A roda gigante gira em velocidade constante. A roda faz uma rotação completa em exatamente 40 minutos.

João inicia o passeio na roda gigante na plataforma de embarque P.

Onde João estará depois de meia hora?

A Em *R*
B Entre *R* e *S*
C Em *S*
D Entre *S* e *P*

Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 9, 2016.

Esse item, segundo o PCN, os alunos devem adquirir durante todo 4º ciclo de espaço e forma, que trata da representação e interpretação do deslocamento de um ponto num plano cartesiano. O objetivo principal desse item é Estimar o local da rotação de um objeto e o tempo especificado que levou para completar essa rotação. O contexto é social, o processo de empregar e de acordo com as escalas de proficência em Matemática, esse item encontra-se no Nivel 4 e para o aluno acertar esse item, ele deve ser capaz de trabalhar de maneira eficaz com modelos explícitos para situações concretas complexas, que podem envolver restrições ou exigir formulação de hipóteses.

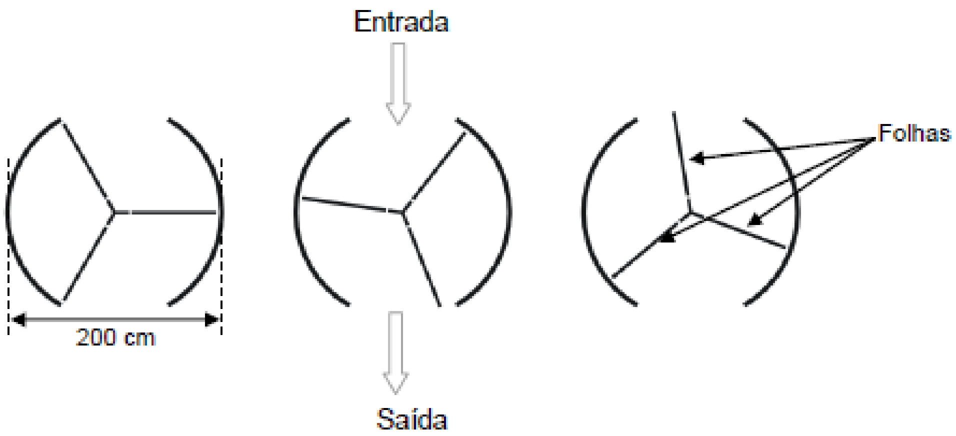
Por fim, para o aluno atingir o crédito completo nesse item, o aluno deveria encontrar o valor de meia hora em S, alternativa C. Se em 40 minutos a roda gigante da uma volta completa, que é 360º, quer dizer que a cada 10 minutos ela completa 90º. Ou seja, em 30 minutos João encontra-se no ponto S.

Item número 13

Figura 8: Porta Giratória

PORTA GIRATÓRIA

Uma porta giratória possui três folhas que giram dentro de um espaço circular. O diâmetro interno desse espaço é de 2 metros (200 centímetros). As três folhas da porta dividem o espaço em três setores iguais. O diagrama abaixo mostra as folhas da porta em três posições diferentes, vistas de cima.



Questão 1: PORTA GIRATÓRIA *PM995Q01 – 0 1 9*

Qual o tamanho, em graus, do ângulo formado por duas folhas da porta?

Tamanho do ângulo: ....º

Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 13, 2016.

Esse item, segundo o Parâmetro curricular de Pernambuco, os alunos adquirem no 9º ano, quando os alunos começam a diferenciar círculo e circunferência e reconhecer seus elementos e suas relações. Logo após, reconhecer ângulo central e inscrito na circunferência e estabelecer a relação entre eles, assunto esse, que é abordado nesse item. O objetivo principal desse item é Calcular o ângulo central de um setor de um círculo. O contexto é Científico, o processo de empregar e de acordo com as escalas de proficência em Matemática, esse item encontra-se no Nivel 4 e para o aluno acertar esse item, ele deve ser capaz utilizar selecionar e integrar diferentes representações, inclusive representações simbólicas, relacionando-as diretamente a aspectos de situações da vida real. Nesses contextos, os alunos situados neste nível são capazes de utilizar habilidades desenvolvidas e raciocínio, com flexibilidade e alguma percepção.

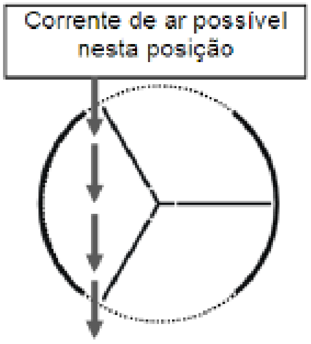
Por fim, para o aluno atingir o crédito completo nesse item, o aluno deveria encontrar o valor de 120º. Pelo fato da circunferência possuir 360º em um giro completo e o ângulo central ser o mesmo valor do seu arco, era só dividir $\frac{360^o}{3}$ = 120º, que era o valor correspondente a cada folha da porta.

Item número 14

Figura 9: Porta Giratória

Questão 2: PORTA GIRATÓRIA PM995Q02 – 0 1 9

As duas **aberturas** da porta (os arcos pontilhados no diagrama) são do mesmo tamanho. Se essas aberturas forem muito largas, as folhas giratórias talvez não proporcionem um espaço fechado e o ar pode então correr livremente entre a entrada e a saída, causando perda ou ganho de calor indesejados. Isso é mostrado no diagrama ao lado.



Qual o comprimento máximo do arco em centímetros (cm) que cada abertura da porta pode ter, de modo que o ar nunca passe livremente entre a entrada e a saída?

....

....

....

Comprimento máximo do arco: .... cm

Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 14, 2016.

Esse item, segundo o Parâmetro curricular de Pernambuco, os alunos adquirem no 9º ano, quando os alunos reconhecem o ângulo central e inscrito na circunferência e estabelecer a relação entre eles, assunto esse, que é abordado nesse item. O objetivo principal desse item é Modelar e resolver um problema de geometria prática que envolve o comprimento de uma circunferência. O contexto é Científico, o processo de formular e de acordo com as escalas de proficência em Matemática, esse item encontra-se no Nivel 3 e para o aluno acertar esse item, ele deve ser capaz de selecionar e integrar diferentes representações, inclusive representações simbólicas, relacionando-as diretamente a aspectos de situações da vida real. Nesses contextos, os alunos situados neste nível são capazes de utilizar habilidades desenvolvidas e raciocínio, com flexibilidade e alguma percepção.

Por fim, para o aluno atingir o crédito completo nesse item, o aluno deveria encontrar o valor entre 103 a 105. Para isso, o aluno deveria ter como raio = 100 cm, o valor de $\pi \cong$ 3,14 e utilizar a fórmula do comprimento de uma circunferência sendo, ou seja, C = 2.π .r; C = 2.3,14.100; C = 628 cm. Porém, esse valor deve ser divido por seis, para que não haja nenhum desperdício de ar. Ou seja, C = $\frac{628}{6}$ = 104,6 cm.

2.3. **Aplicação do Teorema de Pitágoras**

Os itens de congruência e semelhança estão diretamente ligados à aplicação do Teorema de Pitágoras em contexto práticos. No item número 02 a aplicação é dentro do cotidiano do aluno, porém o cálculo é através de uma malha quadriculada. Já nos itens número 06 e número 07, a aplicação é dentro de um contexto cientifico e o cálculo é através da aproximação de uma raiz quadrada.

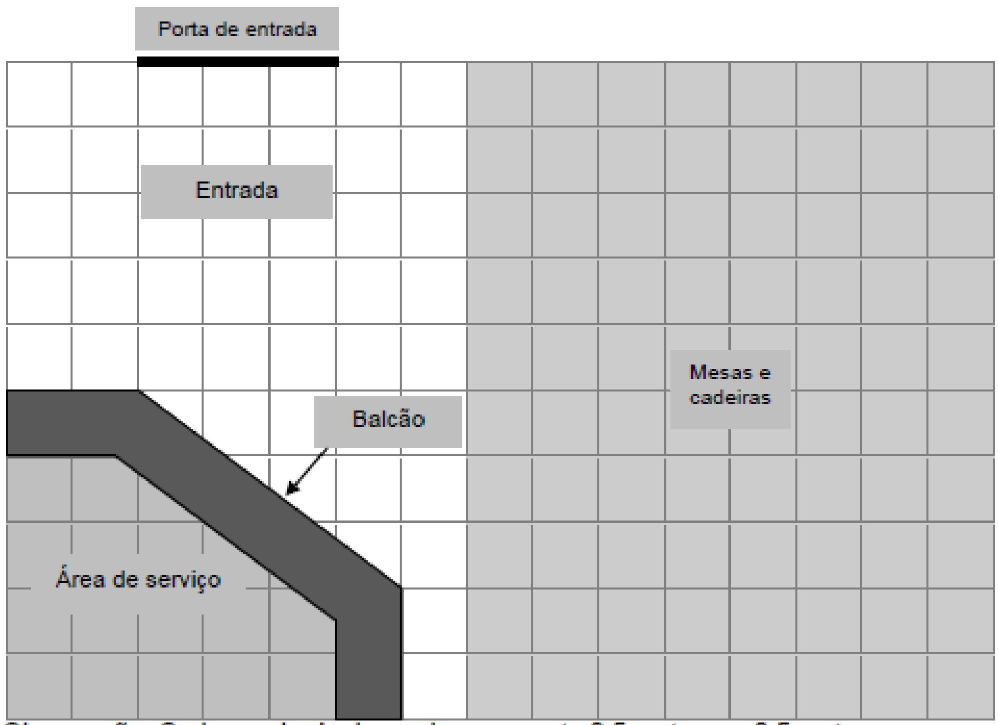
Item número 02

Figura 10: Na sorveteria

NA SORVETERIA

Veja abaixo a planta da sorveteria de Maria, que ela está reformando.

A área de serviço é rodeada por um balcão.



Observação: Cada quadrado da grade representa 0,5 metro por 0,5 metro.

Questão 1: NA SORVETERIA PM00LQ01 – 0 1 2 9

Maria deseja instalar uma nova borda ao longo da parede externa do balcão. Qual é o comprimento total da borda de que ela precisa? Demonstre seu raciocínio.

....

....

....

....

Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 2, 2016.

Esse segundo item, conforme os Parâmetros curriculares de Pernambuco, os alunos adquirem após consolidar a ideia de semelhança de triângulos. A consolidação dessas ideias irá permitir, nos últimos anos, a compreensão dos Teoremas de Tales e de Pitágoras, bem como suas aplicações em problemas relacionados ao cotidiano do estudante. O objetivo principal desse item é saber se os alunos conseguem medir um segmento em diagonal na malha quadriculada, para isso, será aferido se o aluno sabe aplicar o teorema de Pitágoras em um item contextualizado. Por tratar de um processo de Aplicar, o contexto ser profissional e de acordo com as escalas de proficência em Matemática, esse item encontra-se no Nivel 5 e para o aluno acertar esse item, ele deve ser capaz de trabalhar estrategicamente, utilizando habilidades de pensamento e raciocínio abrangentes e bem desenvolvidas, representações conectadas de maneira adequada, caracterizações simbólicas e formais, e percepção relativa a essas situações. São capazes de refletir sobre suas ações e de formular e comunicar suas interpretações e seu raciocínio.

Por fim, para o aluno atingir o credito completo nesse item, deveria encontrar a resposta no intervalo de 4,45 a 4,55 metros ou 445 a 455 centímetros. Ou seja, aplicação direta do Teorema de Pitágoras para achar a diagonal e mais 2 metros restantes das laterais. D2 = 1,52 + 2,02, D = $\sqrt{6,25}$, D = 2,5m. Comprimento da borda do balcão é 2,5m + 2m = 4,5m

Item número 06

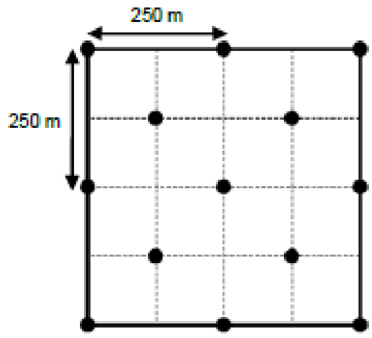
Figura 11: Energia Eólica

Questão 3: ENERGIA EÓLICA *PM922Q03 – 0 1 9*

Zedlópolis decidiu construir várias usinas eólicas E-82 em um terreno quadrado (comprimento = largura = 500 m).

De acordo com as normas de construção, a distância mínima entre os mastros de duas usinas eólicas desse modelo deve ser igual a cinco vezes o comprimento de uma pá.

O prefeito da cidade propôs uma maneira de dispor as usinas eólicas no terreno. O desenho ao lado mostra essa proposição.



● = mastro de uma usina eólica
Observação: O desenho não está em escala.

Explique por que a proposição do prefeito não respeita as normas de construção. Justifique sua argumentação com auxílio de cálculos.

....

....

....

....

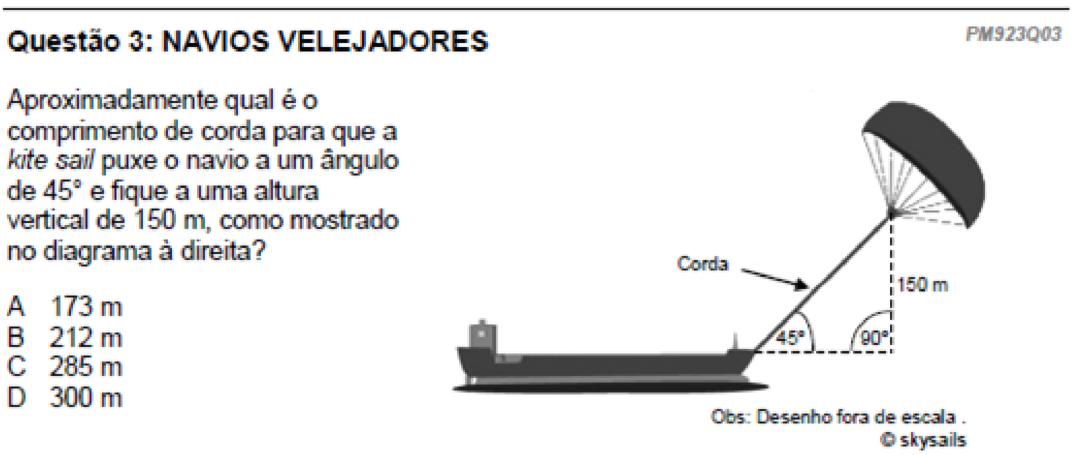
Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 6, 2016.

Esse item, conforme os Parâmetros curriculares de Pernambuco, os alunos adquirem no final do ensino fundamental, após consolidarem a ideia de semelhança de triângulo para aplicação do Teorema de Pitágoras. O Objetivo principal desse item é identificar se os alunos conseguem trazer para um contexto real o teorema de Pitágoras, porque necessita verificar se as distâncias entre as usinas eólicas em diagonal encontram-se de acordo com as normas do enunciado. Considerando que o comprimento de uma pá equivale a 40 metros. Segundo o PCN, os alunos adquirem esse conhecimento no final do ensino fundamental, quando eles chegam a fazer Verificações experimentais, aplicações e demonstração do teorema de Pitágoras. O contexto Científico e o processo de aplicar nesse exercício torna-se complicada a questão. De acordo com as escalas de proficiência em Matemática, esse item encontra-se no Nivel 6, que é considerado como o nivel máximo pela OCDE, que para o aluno acertar esse item, ele deve ser capaz de conceituar, generalizar e utilizar informações com base em suas investigações e em modelagem de situações-problema complexas, além disso, os estudantes situados neste nível são capazes de formular e comunicar com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como de adequá-los às situações originais.

Por fim, para o aluno atingir o crédito completo nesse item, o aluno deveria informar a base de cálculos, que não podem ser dispostas dessa maneira, pois, às vezes, seu distanciamento é somente ≅ 177m, que é menor que o requerido para de cincos pás (200 m). Ou seja, ao aplicar o Teorema de Pitágoras: D2 = 1252 + 1252, D = $\sqrt{125^2 + 125^2}$ ≅ 177m, que é menor que 200 m.

Item número 07

Figura 12: Navios Velejadores



Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 7, 2016.

Esse item, conforme os Parâmetros curriculares de Pernambuco, os alunos adquirem no final do ensino fundamental, quando reconhecem as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) no triângulo retângulo e utiliza para resolver e elaborar problemas. No entanto, há outro caminho para solucionar esse item, quando os estudantes do 7º ano já reconhecem que a soma dos ângulos internos de um triangulo mede 180º e percebem que podem aplicar o Teorema de Pitágoras. Esse item trata-se de uma questão múltipla escolha e o objetivo principal é que os alunos usem o Teorema de Pitágoras dentro de um contexto, mesmo sendo um contexto Científico, o processo aplicar e de acordo com as escalas de proficência em Matemática, esse item encontra-se no Nivel 5 e para o aluno acertar esse item, ele deve ser capaz selecionar, comparar e avaliar estratégias adequadas de resolução de problemas para lidar com problemas complexos relacionados a esses modelos.

Por fim, para o aluno atingir o crédito completo nesse item, o aluno deveria encontrar o valor de 212 metros, alternativa B. Para isso, há dois métodos que são aceitáveis dentro dos conteúdos do 9º ano. Por Trigonometria, que seria aplicar seno 45º, ou seja, Seno 45º = $\frac{150}{corda}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$ = $\frac{150}{corda}$; Corda = $\frac{300}{\sqrt{2}} \cong$ 212m. Ou pelo Teorema de Pitágoras, que seria: Corda2 = 1502 + 1502; Corda = $\sqrt{150^2 + 150^2} \cong$ 212m.

2.4. **Visualização Espacial**

Os itens abaixo sobre a visualização espacial são correlatos e de fácil interpretação visual, por se tratar apenas da análise de figuras tridimensional.

Item número 10

Figura 13: Uma construção com dados

UMA CONSTRUÇÃO COM DADOS

A figura abaixo mostra uma construção feita com sete dados idênticos, cujas faces estão numeradas de 1 a 6.

Quando a construção é olhada de cima, somente 5 dados podem ser vistos.

Questão 1: UMA CONSTRUÇÃO COM DADOS PM937Q01 – 0 1 2 9

Quantos pontos ao todo podem ser vistos, quando esta construção é olhada de cima?

Número de pontos vistos: ....

Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 10, 2016.

Esse item segundo o PCN, os alunos devem adquirir durante o 4º ciclo do espaço e forma, que trata da representação de diferentes vistas (lateral, frontal e superior) de figuras tridimensionais e reconhecimento da figura representada por diferentes vistas. O objetivo principal desse item é interpretar uma perspectiva solicitada com base na foto de uma construção tridimensional. O contexto é pessoal, o processo de interpretar e de acordo com as escalas de proficência em Matemática, esse item encontra-se no Nivel 3 e para o aluno acertar esse item, ele deve ser capaz de interpretar e utilizar representações baseadas em diferentes fontes de informação e de raciocinar diretamente a partir delas.

Por fim, para o aluno atingir o crédito completo nesse item, o aluno deveria encontrar o valor de 17 pontos. Ou seja, perceber os valores das vista de cima são: 5 + 5 + 2 + 1 + 4 = 17 pontos.

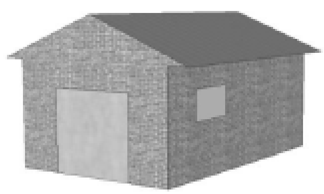
Item número 11

Figura 14: Garagem

GARAGEM

A série "básica" de um fabricante de garagens inclui modelos com apenas uma janela e uma porta.

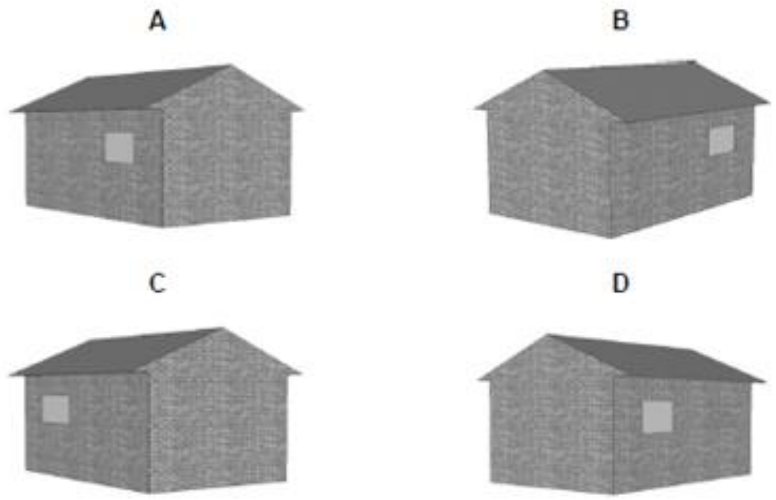
Jorge escolhe o seguinte modelo da série "básica". A posição da janela e da porta são as mostradas aqui.



Questão 2Questão 1: GARAGEM *PM991Q01*

As ilustrações abaixo mostram modelos "básicos" diferentes, vistos de trás. Apenas uma destas ilustrações corresponde ao modelo acima, escolhido por Jorge.

Qual modelo Jorge escolheu? Circule A, B, C ou D.



Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 11, 2016.

Esse item, segundo o PCN, os alunos devem adquirir durante o 4º ciclo do espaço e forma, que trata da representação de diferentes vistas (lateral, frontal e superior) de figuras tridimensionais e reconhecimento da figura representada por diferentes vistas. O objetivo principal desse item é utilizar de habilidades espaciais para identificar à imagem tridimensional correspondente a outra imagem tridimensional. O contexto é profissional, o processo de formular e de acordo com as escalas de proficiência em Matemática, esse item encontra-se no Nivel 4 e para o aluno acertar esse item, ele deve ser capaz de utilizar habilidades desenvolvidas e raciocínio, com flexibilidade e alguma percepção. São capazes de construir e comunicar explicações e argumentos com base em interpretações, argumentos e ações.

Por fim, para o aluno atingir o crédito completo nesse item, o aluno deveria encontrar a alternativa C como resposta correta. Por ser uma interpretação visual, a única resposta em que a janela encontra-se do lado esquerdo da casa e na parte da frente é a alternativa C.

3 **PESQUISA DE CAMPO: APLICAÇÃO DOS ITENS ESTUDADOS A UM GRUPO DE ESTUDANTES**

O principal objetivo dessa etapa da pesquisa foi o de diagnosticar as dificuldades que os alunos do segundo ano do Ensino médio de um colégio particular do Rio de Janeiro encontrariam, caso fossem submetidos à avaliação do PISA 2012. Especificamente, nesta etapa pretendia-se conversar com um grupo de estudantes do ensino médio sobre possíveis dificuldades na compreensão e resolução das questões do PISA que envolvem temáticas da subárea Espaço e Forma.

A metodologia utilizada foi aplicação das questões durante dois tempos de aula de quarenta e cinco minutos, a fim de analisar os conhecimentos dos alunos durantes as aulas de geometria, contendo 14 itens que segue em (anexo) e teve como participantes 18 alunos presentes, sendo um universo de 20 alunos da turma. Esses alunos foram divididos em seis grupos de três alunos, que além de calcular a resposta do item, também fizeram os comentários necessários para resolver cada item.

Como instrumento de pesquisa foi realizado um questionário contendo 14 questões, as quais foram retiradas do total de 56 itens públicos do Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes. Essas questões são os Itens Públicos do PISA de 2012 categorizados no conteúdo de Espaço e Forma (Geometria). E foi aplicado aos alunos do segundo ano do ensino médio. Devido à turma ter uma faixa etária de 15 anos de idade, que é um pré-requisito OCDE para realização da prova. Além de todas as compatibilidades dessa turma com os pré-requisitos do programa, a turma foi escolhida devido a maioria dos alunos terem sido meus alunos durante 4 anos seguidos nessa escola, onde a direção e coordenação estiveram cientes e dispostos a ajudar no que fosse preciso.

E após a metodologia para aplicação dos itens públicos que utilizei nessa pesquisa podemos classifica-la como método Quase-Experimental por conter as seguintes características: Um estudo Quase-Experimental testa uma hipótese, eliminando variáveis e pretende, acima de tudo levantar questões pertinentes que permitam estudos futuros mais profundos e favoreçam considerações para uma futura argumentação teórica sobre o tema.

Como exposto anteriormente, esse estudo foi realizado com uma amostra escolhida por conveniência, envolvendo uma quantidade pequena de alunos (uma turma com 20 alunos). Embora tenhamos confrontado os dados retirados do PISA com as dificuldades de um grupo de alunos, sabemos que eles não são suficientes para fazermos generalizações para além do nosso estudo. Porém acredito, sim, que esses resultados contribuam para dar pistas sobre a participação dos alunos nos processo de construção dos conceitos que enfocamos.

Segundo Lopes (2006, p.626), a aplicação dos itens públicos é valiosa por conseguir confrontar o currículo formal com o currículo em ação:

> “Tal ênfase na escola por vezes expressa uma separação entre o chamado currículo formal – freqüentemente, mas não exclusivamente, assinado por instâncias oficiais – e o currículo em ação, desenvolvido na escola. Não se trata de questionar a validade de estudos que se concentram no sistema educacional ou na escola, pois tais estudos podem ser realizados sem que obrigatoriamente impliquem uma dicotomia entre currículo em ação e currículo formal, mas, ao contrário, se constituam pesquisas de dimensões diversas de um mesmo objeto: o currículo. É significativa, contudo, a existência de tão poucos estudos que enfrentem as dificuldades de articular, em uma mesma pesquisa, as duas dimensões”.

Então, ratifico a relevância da minha pesquisa para estudos futuros, por considerar uma pesquisa na instância micro com resultados produtivos, que por muitas vezes os estudos macro mascararem uma contingência. Essa articulação entre estudos micros e macros na mesma pesquisa é uma tendência mais que comum: “quando o pesquisador se identifica com os princípios curriculares da proposta em pauta, chegando mesmo a utilizá-los como pressuposto teórico de sua investigação”. (Lopes, 2006, p.629).

Concluímos ainda, que essa pesquisa se caracteriza como uma pesquisa qualitativa por fazer o levantamento de dados sobre as motivações de um grupo de alunos, em compreender e interpretar determinados comportamentos, a opinião e as expectativas dos indivíduos de uma população em relação aos resultados obtidos no PISA 2012. É uma pesquisa exploratória, portanto, não tem o intuito de obter números como resultados, porém tem por finalidade indicar caminhos para tomada de decisão correta sobre uma questão-problema e aprofundar conhecimentos já quantificados.

Portanto, considero que houve um retorno satisfatório da pesquisa. Por dois fatos: Primeiro, os alunos conseguiram transmitir as dificuldades que sentem em determinados exercícios, como também perceberam que os assuntos que já dominavam como Teorema de Pitágoras e cálculos de área de figuras planas eram frequentes em exercícios de Geometria. Esse retorno foi além de dados a serem apenas expostos nessa pesquisa, mas também me serviu para retirar algumas conclusões de minha prática pedagógica como professor desses alunos.

Por essas e outras observações foram feitos comentários sobre cada Item e foram colocados no Anexo E. Logo abaixo, foram destacados conteúdos que são correlatos e considerados apenas os itens relevantes aos mais fáceis e os mais difíceis em cada conteúdo cobrado da subárea Geometria.

CÁLCULO DE ÁREA

Os itens número 03 e número 12 foram considerados os mais complicados pelos alunos para o cálculo da área de uma superfície. O primeiro por não considerar medidas inteiras da malha quadriculada e o segundo pela intepretação do item. Já o item número 04 foi mais fácil por ser uma visualização e contagem.

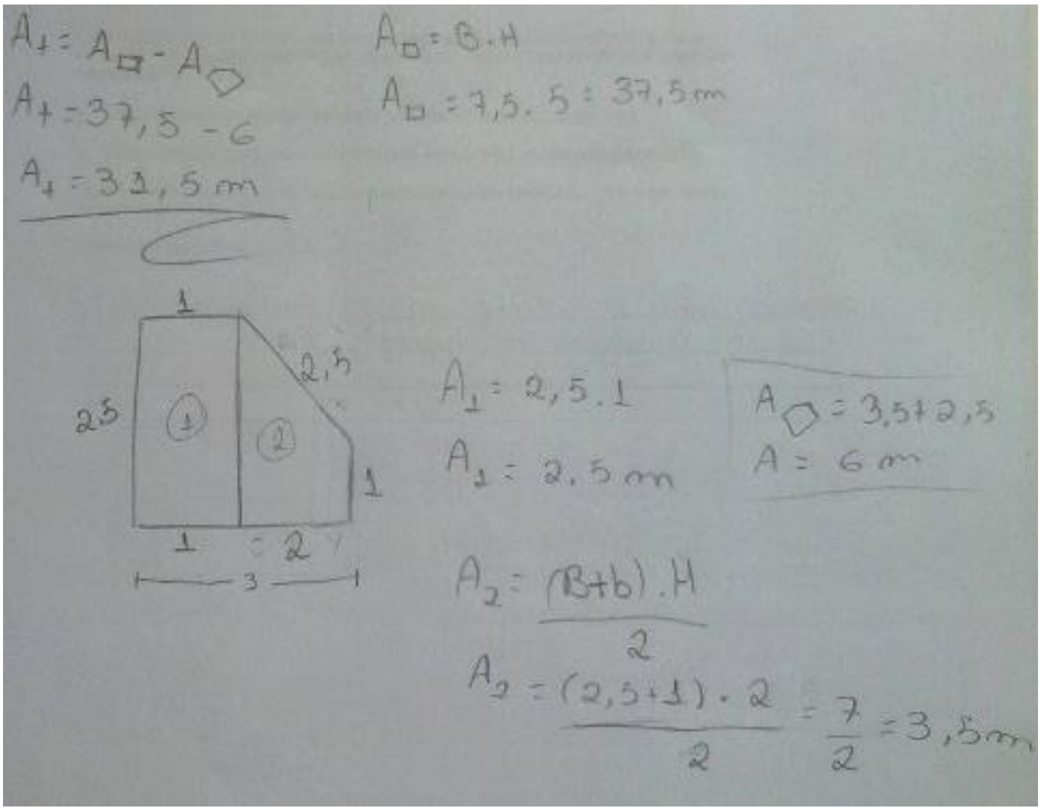
Item número 03: “Na Sorveteria”

Analisando os dados referentes à terceira pergunta do questionário, a qual tratou sobre o calculo da área total do piso da loja, excluindo a área de serviço e do balcão, o resultado foi o seguinte:

Nesse item, sendo continuação de uma questão anterior, os alunos não tiveram problemas para formular um raciocínio para o cálculo da área. Porém houve alguns erros no cálculo da área. Erro ao substituir o valor de 0,5 metros antes do calculo da área, quando o aluno errou ao multiplicar números decimais. Erro ao substituir o valor de 0,5 metros no final do calculo da área, por considerar apenas 0,5 metros em uma única dimensão. Erro ao não utilizar a escala e entre outros. Erro ao aplicar a fórmula incorreta da figura plana seccionada.

Abaixo segue a única solução correta, que chamou a atenção pelos detalhes na secção da figura e explicação da área do balcão.

Figura 15: “Na sorveteria”



Legenda: Item número 3 - Solução de um aluno na pesquisa de campo.

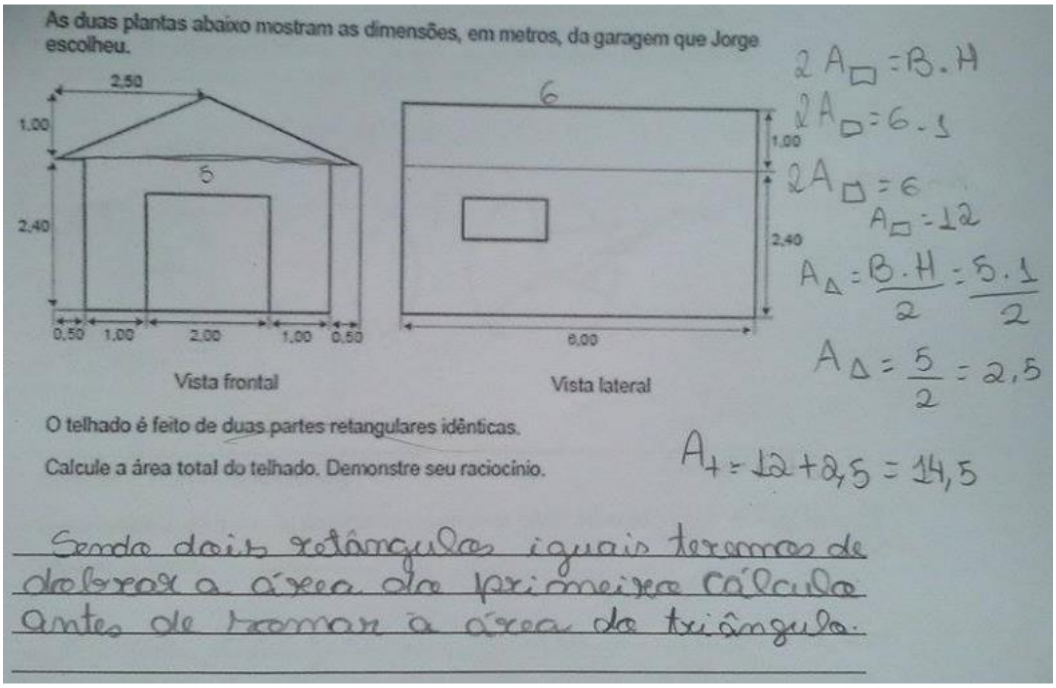
Fonte: LIMA, R.L, 2016.

Item número 12: “Garagem”

Analisando os dados referentes à décima segunda pergunta do questionário, a qual tratou sobre o cálculo da área de retângulo e a utilização do teorema de Pitágoras, o resultado foi o seguinte:

Nenhum dos grupos conseguiu acerta esse item. O raciocínio foi feito de forma incorreta quando consideraram a área total da parte superior da casa e não apenas do telhado. O excesso de informação numérica fez com que dois grupos calculassem até mesmo a área do triângulo superior da casa e a falta de um comentário maior do que era pedido no enunciado fez com que os outros grupos não fizessem esse item, deixando-o em branco.

Figura 16: “Garagem”



Legenda: Item número 12 - Solução de um aluno na pesquisa de campo.

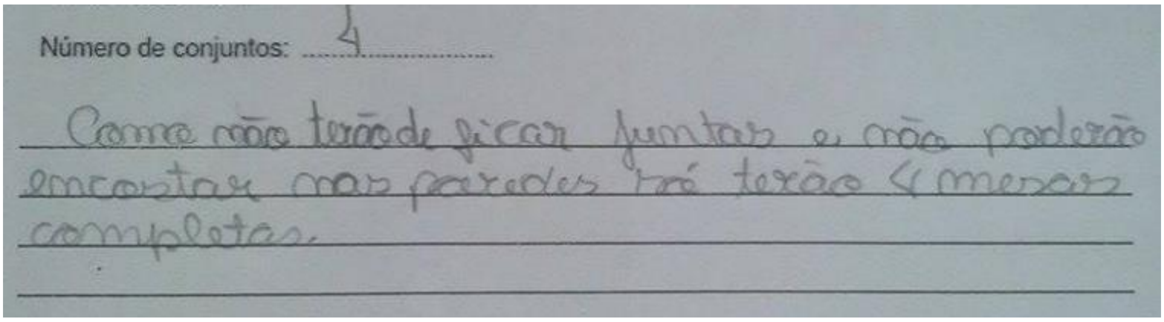
Fonte: LIMA, R.L, 2016.

Item número 04: “Na Sorveteria”

Analisando os dados referentes à quarta pergunta do questionário, a qual tratou sobre o cálculo do número máximo de Mesas e Cadeiras destinadas a respectiva área cinza, o resultado foi o seguinte:

Nesse item, os alunos fizeram o esboço das mesas para melhorar interpretação espacial. A maioria das respostas foi correta, mas houve erros ao considerar 5 mesas e desconsiderar as condições entre 0,5 m dos outros conjuntos.

Figura 17: “Na sorveteria”



Legenda: Item número 4 - Solução de um aluno na pesquisa de campo.

Fonte: LIMA, R.L, 2016.

CIRCULO E CIRCUNFERÊNCIA

O item número 14 foi considerado o mais difícil desse questionário, tanto por ter sido o último item do questionário, como também a interpretação de que o raio deveria ser 100 metros para não desperdiçar o ar, já o item número 08 que tratava do mesmo assunto, mas com uma abordagem diferente foi considerada o mais fácil desse conteúdo por precisar apenas de uma simples interpretação do raio da circunferência para calcular o comprimento da volta completa da roda gigante.

Item número 14: "Porta Giratória"

Analisando os dados referentes a ultima pergunta do questionário, a qual tratou sobre modelar e resolver um problema de geometria prática, o resultado foi o seguinte:

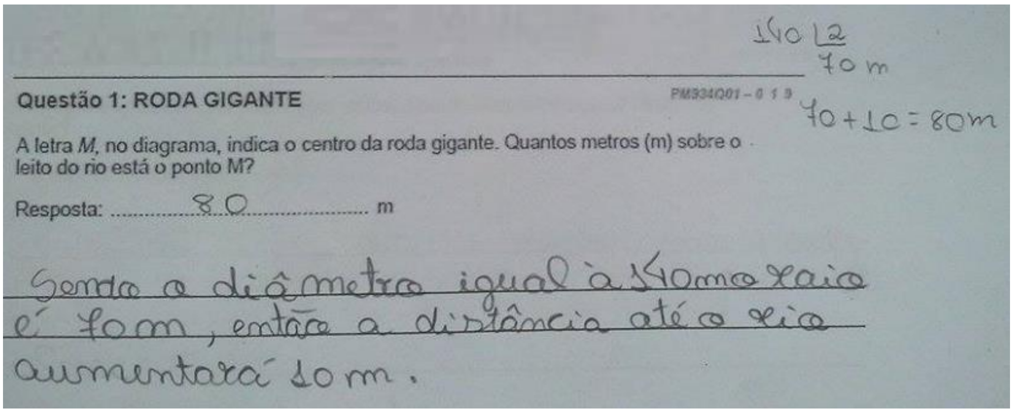
Nenhum grupo conseguiu resolver esse item. Tanto por não saber como calcular o comprimento de uma circunferência e não ter o domínio sobre circunferências e como também falta de tempo, considerando o questionário extenso e itens bem elaborados.

Item número 08: "Roda Gigante"

Analisando os dados referentes à oitava pergunta do questionário, a qual tratou sobre o cálculo da distância do centro da Roda Gigante ao Leito do rio, o resultado foi o seguinte:

Nesse item, os alunos consideraram como um dos mais simples de todo o questionário. Por tratar apenas de uma analise da figura. Um único errou que poderia ocorrer nesse item, seria o aluno considerar o diâmetro da Roda Gigante como 150m e relacionar o raio como a metade do diâmetro. Mas nenhum grupo errou esse item. Nos outros grupos, a observação foi feita de forma correta e algumas até com um cálculo mental.

Figura 18: “Roda Gigante”



Questão 1: RODA GIGANTE PM934Q01 – 0 1 9

A letra *M*, no diagrama, indica o centro da roda gigante. Quantos metros (m) sobre o leito do rio está o ponto M?

Resposta: ......80...... m

140 |2
70 m
70+10=80m

Sendo o diâmetro igual à 140m o raio é 70m, então a distância até o rio aumentará 10m.

Legenda: Item número 8 - Solução de um aluno na pesquisa de campo.

Fonte: LIMA, R.L, 2016.

APLICAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

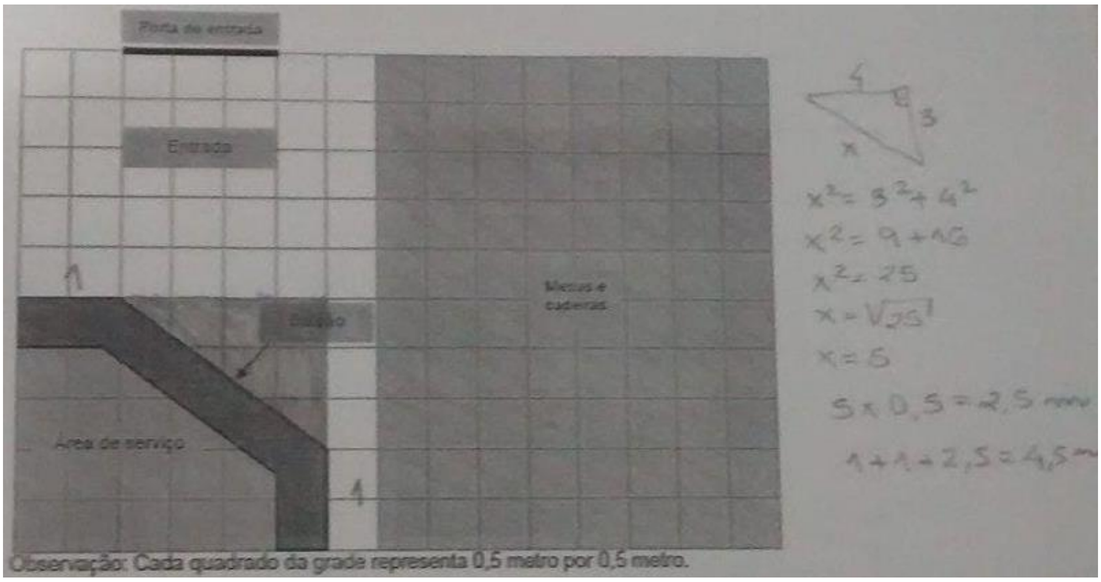
O item número 02 que faz parte do conteúdo da aplicação do teorema de Pitágoras foi considerada a questão mais bem elaborada dentre as demais, pelo aluno além usar a fórmula, o aluno deveria tomar cuidado com os cálculos. Já o item número 07, mesmo sendo um contexto cientifico, foi considerada mais fácil entre os alunos, porque ficou claro o triângulo retângulo onde abriu a opção de uma simples aplicação de Pitágoras ou as possíveis relações trigonométricas no triângulo retângulo.

Item número 02: “Na sorveteria”

Analisando os dados referentes à segunda pergunta do questionário, a qual tratou sobre o calculo do comprimento da borda externa do balcão, o resultado foi o seguinte:

Os alunos precisaram aplicar o teorema de Pitágoras na malha quadriculada. O Método para solucionar esse item foi percebido rapidamente, porém os erros em cálculos foram bastante. Na aplicação do teorema de Pitágoras, os alunos que preferiram calcular tudo em função da quantidade de quadradinhos e substituir a sua representação de 0,5 metros ao final da conta, obteve bons êxitos.

Figura 19: “Na sorveteria”

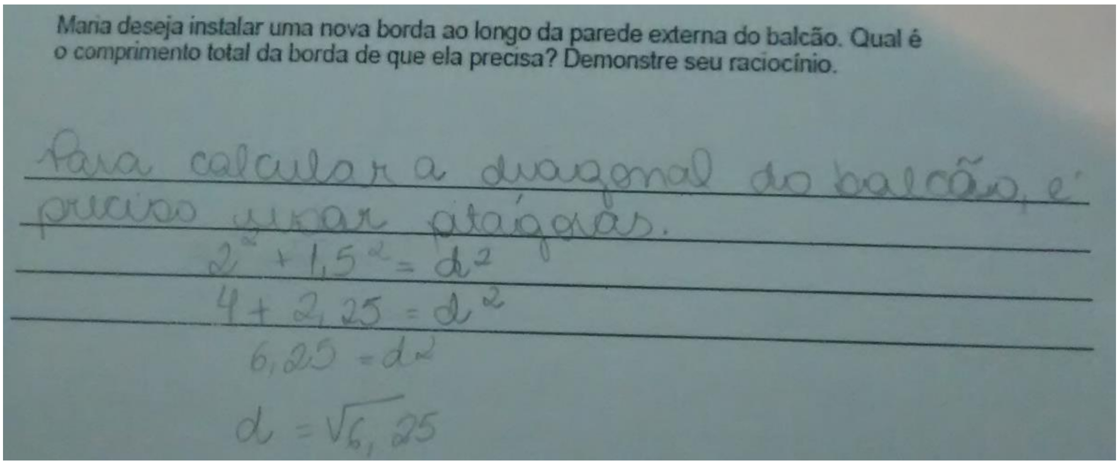


Legenda: Item número 2 - Solução de um aluno na pesquisa de campo.

Fonte: LIMA, R.L, 2016.

Já os alunos que substituíram os 0,5 metros antes de aplicar o Teorema de Pitágoras, encontraram dificuldades com as contas em números decimais.

Figura 20: “Na sorveteria”



Legenda: Item número 2.1 - Solução de um aluno na pesquisa de campo.

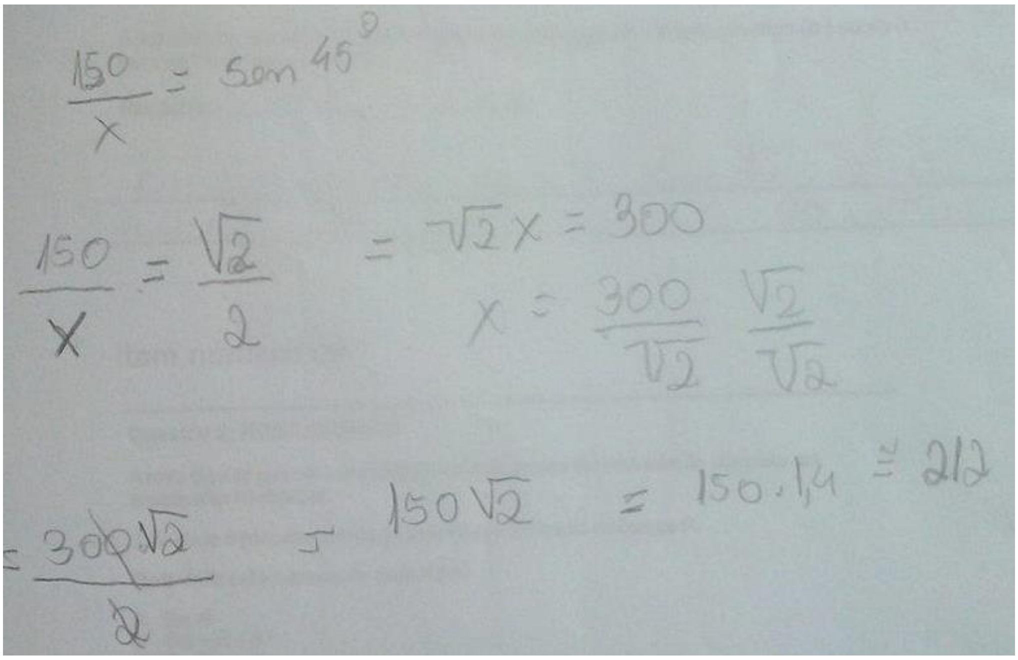
Fonte: LIMA, R.L, 2016.

Item número 07: “Navios Velejadores”

Analisando os dados referentes à sétima pergunta do questionário, a qual tratou sobre o cálculo do comprimento da corda que o kite sail puxava o navio, o resultado foi o seguinte:

Nesse Item, os alunos que já haviam feito a aplicação do Teorema de Pitágoras nas questões anteriores, optaram a realizar o cálculo por esse método também, no entanto ficaram com dúvidas em dois pontos: Qual seria o comprimento do outro cateto e a informação aproximada de raiz quadrada de 2. Mas após, lembra-los que a soma dos ângulos internos de um triângulo vale 180º, por consequência o outro ângulo se torna 45º e os catetos congruentes por ser triângulo retângulo isósceles. Outro grupo de alunos, ao perceber um ângulo notável de 45º, tiveram a ideia de aplicar trigonometria no triangulo retângulo. E mais uma vez se depararam no valor aproximado da raiz quadrada de 2. No caso desse item, além de ser múltipla escolha, o enunciado deixou bem claro que a comprimento seria aproximado. Por isso, os alunos não tiveram tanta dificuldade ao encontrar o valor correto.

Figura 21: “Navios Velejadores”



Legenda: Item número 7 - Solução de um aluno na pesquisa de campo.
Fonte: LIMA, R.L, 2016.

VISUALIZAÇÃO ESPACIAL

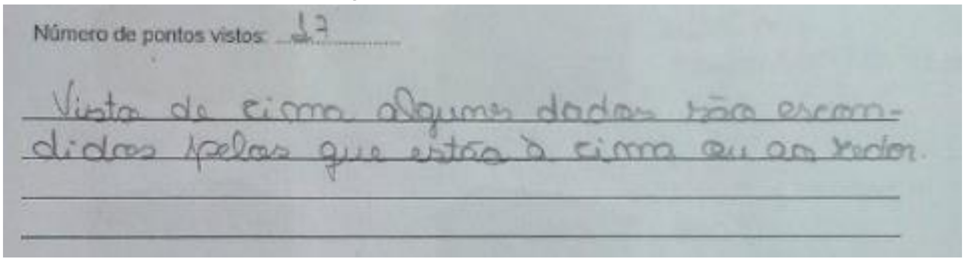
Os dois itens desse conteúdo são bem correlatos e fáceis, mas o item número 11 por ser de múltipla escolha, foi considerado mais fácil.

Item número 10: “Uma construção com dados”

Analisando os dados referentes à décima pergunta do questionário, a qual tratou sobre a interpretação da foto de uma construção tridimensional, o resultado foi o seguinte:

Nesse item, os alunos conseguiram perceber claramente o valor de 4 dados e apenas faltou o valor do último dado que foi interpretado com se tivesse os quatros pontos. Logo, todos os grupos conseguiram achar o valor de 17 pontos na vista olhada de cima.

Figura 22: "Uma construção com dados"



Legenda: Item número 10 - Solução de um aluno na pesquisa de campo.

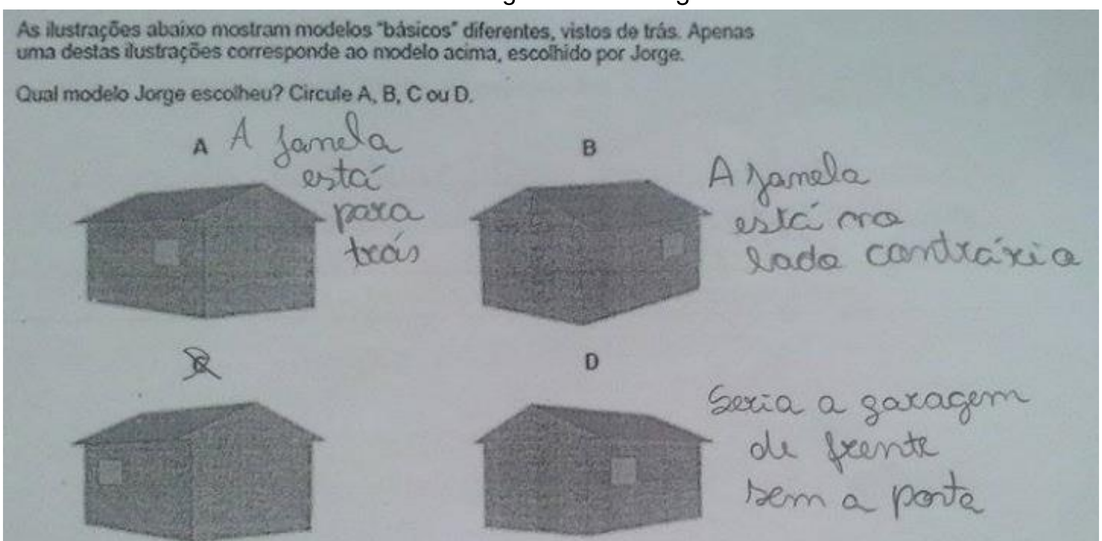
Fonte: LIMA, R.L, 2016.

Item número 11: "Garagem"

Analisando os dados referentes à décima primeira pergunta do questionário, a qual tratou sobre a interpretação espacial em relação uma vista, o resultado foi o seguinte:

Nesse item por ser múltipla escolha e não cobrar nenhum tipo de calculo como solução, os alunos conseguiram acerta o crédito completo. Porém, houve uma dúvida em relação da posição das janelas. Mas, nada que impedisse de achar a opção correta.

Figura 23: "Garagem"



Legenda: Item número 11 - Solução de um aluno na pesquisa de campo.

Fonte: LIMA, R.L, 2016.

Após a essa exposição dos itens correlatos e considerados os mais fáceis e mais difíceis dentro dos quatros temas em destaques, percebo, que os alunos tiveram dificuldade em cálculos elementares e nos enredos que os prendiam dentro de cada questão.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Procurei, nessa pesquisa, analisar os itens públicos da Matemática utilizados nos testes de habilidades cognitivas da edição do PISA 2012. Especificamente, busquei descrever o conteúdo dos itens de Geometria, uma das subáreas da Matemática, discutindo-os a partir das propostas curriculares oficiais para o ensino de matemática no Brasil. Além disso, apliquei esses itens a estudantes do ensino médio com o intuito de entender as possíveis dificuldades que estudantes de mesma idade poderiam apresentar caso participassem da avaliação do PISA.

Retomo, nesta parte final, certos pontos levantados no decorrer da pesquisa e que se tornaram relevantes em minha reflexão. Para ajudar a direcionar as considerações finais, recoloco as questões gerais do inicio do estudo, trazendo para discussão as respostas que me foi possível encontrar.

- Que conteúdos/temas são avaliados pelo PISA 2012 no âmbito da geometria?
- Em que medida esses conteúdos/temas se articulam com as propostas curriculares oficiais brasileiras?
- Que dificuldades em geometria podem ser emanadas quando estudantes de 15-16 anos de uma escola brasileira se deparam com os itens públicos do PISA 2012?

No intuito de fundamentar esse trabalho e compreender as questões de pesquisa, apresentei um breve panorama da situação educacional brasileira, a qual motivou esta investigação. Para tal fim, trouxe algumas ponderações das propostas de reforma do Ensino de Matemática nas áreas da Geometria, passando pelos documentos legais que ampararam tais reformas.

A leitura e análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais para a Matemática (BRASIL, 1998) apontou-nos o que, num determinado momento temporal, tem sido considerado importante para o ensino de matemática na educação básica, em especial para o ensino de geometria. Como afirmado anteriormente, também sentimos necessidade de analisar uma proposta curricular mais atual, na medida em que o PCN já contava à época com 15 anos de existência. O documento mais atual da época foi o elaborado para o governo do Estado de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012)., e por isso ele foi considerado na fase de análise de documentos curriculares brasileiros. Além disso, a Base Nacional Comum Curricular

– BNCC, proposta do Ministério de Educação, ainda se encontrava (e se encontra no atual momento) em fase de construção. A leitura dos documentos curriculares apontou que, mesmo com mais de uma década de diferença entre a publicação dos dois, os mesmos possuem características semelhantes de divisão de conteúdos, mas assumem nomenclaturas diferenciadas (por exemplo, Tratamento da Informação e Estatística e Probabilidade; Espaço e Forma e Geometria). Ao compará-los com a matriz de avaliação do Pisa, percebemos que a subárea Espaço e Forma, no PISA abarca o estudo das figuras geométricas e de medidas e suas grandezas.

De modo geral, apesar das diferenças entre os documentos curriculares brasileiros e a matriz do PISA, percebemos uma forte convergência entre os conteúdos e temáticas propostos para o ensino (contidos nos documentos curriculares brasileiros considerados na pesquisa) e os propostos para a avaliação (contidos na matriz de avaliação do PISA 2012).

A análise dos itens públicos, disponibilizados no site do INEP, foi realizada a em diálogo com as propostas curriculares consideradas e com as recomendações emanadas da literatura específica. Em que todos os 14 itens de geometria pude ver os conteúdos/Temas em nossos currículos.

Percebo ainda, que os itens de geometria além de se enquadrado em contextos e abordagem variados, eles são cada vez mais completos e voltados para Grandezas e Medidas. E sempre utilizando dentro de uma mesma questão, os conteúdos que são considerados pelos currículos brasileiros em subáreas diferentes. Por exemplo, no item número 12 que tratou de calcular a área de um telhado que possuía a forma de um retângulo, o aluno deveria possuir o raciocínio espacial (Espaço e Forma) para identificar a utilização do teorema de Pitágoras (Espaço e Forma) antes do cálculo da área (Grandezas e Medidas).

A aplicação dos itens a um grupo de estudantes evidenciou que a maior dificuldade dos alunos nos itens de Geometria do PISA 2012 é a contextualização das questões. Na qual, a fala mais mencionada pelos alunos durante a aplicação desses itens eram referentes aos enunciados, mesmo os alunos acertando a questão e julgado fácil o item, eles diziam que nunca viram algo parecido.

A compreensão dos contextos em que os itens são apoiados foi bastante difícil para os estudantes. Possivelmente, tal dificuldade esteja associada ao fato de o aluno típico brasileiro não ser exposto a contextos como os propostos pelo PISA, mas sim a contextos simplificados e tipicamente escolares. E outro motivo predominante para o baixo índice nos resultados é o erro em cálculos algébricos. Na maioria dos casos os erros considerados elementares, como por exemplo: Operações com os números decimais; Potenciação e Radiciação; Aplicação de fórmula; e entre outros.

Evidencio, que mesmo os currículos de Matemática terem conseguido atingir todos os objetivos prescritos pela Matriz de avaliação da OCDE na subárea Geometria, os resultados do Brasil em Matemática não são nada bons. A comparação dos resultados obtidos pelos alunos brasileiros coloca o País em situação de desvantagem em relação a quase todos os países que participam do PISA.

O propósito central do PISA de produzir fatores que contribuam para a discussão da qualidade da educação fornecida nos países participantes, de modo a subsidiar políticas de melhoria da educação parece ter se cumprido aqui nesse trabalho. Pelo fato, de mesmo constatar as semelhanças entre os currículos brasileiros e internacionais, abordagem diferente nos faz atingirmos índices não agradáveis. Resta-nos agora direcionar nosso olhar e prática a políticas que visem essa então melhoria. O programa procura verificar até que ponto as escolas de cada país integrante estão preparando seus jovens para exercerem o papel de cidadãos na sociedade contemporânea e a partir dos resultados alcançados, desejo que as considerações levantadas possam servir para outros estudos e outras pesquisas.

REFERÊNCIAS

BABBIE, E. **Métodos de Pesquisas de Survey**. Belo Horizonte: UFMG, 1999.

BRANDÃO, Z. A dialética micro/macro na Sociologia da Educação. **Cadernos de Pesquisa,** São Paulo**,** . n. 113, p. 153-165, jul. 2001.

BRANDAO, Z ; BAETA, A M B; Rocha, A D. **Evasão e repetência no Brasil:** a escola em questão. Rio de Janeiro: Achiamé, 1983.

BICUDO, M A V. Filosofia da Educação Matemática: um enfoque fenomenológico. In: BICUDO, Maria Aparecida V. (Org.). ***Pesquisa em Educação Matemática*****:** concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

BORBA, M. C. ; SKOVSMOSE, O. **A ideologia da certeza em educação matemática.** Campinas: Papirus, 2001.

BRASIL, Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil.** Brasília, DF: Senado, 1988. Disponível em: < http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Constituicao/Constituicao.htm.Aceddo >. Acesso: 16 Jun.2015.

BRASIL. Instituto Nacional de Estatísticas Educacionais. **Resultados nacionais Pisa 2012**: Resultados brasileiros. Brasília. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2014/relatorio_nacional_pisa_2012_resultados_brasileiros.pdf>. Acesso em: 20 Set.2015

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

______. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: ciências: 5a a 8a séries. Brasília, 1998.

______. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: ensino médio: parte III: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, 2000.

______. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Ensino Médio. Brasília, 2002.

______. **PCN+ ensino médio**: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, 2002.

BRASIL. Lei nº 4.024, de 20 de dezembro de 1961. Fixa Diretrizes e Bases da Educação Nacional. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 1961.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 1996.

______. Lei 9.394 - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, 1996. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/secad/arquivos/pdf/ldb.pdf>. Acesso em: 8 abr. 2015

CURY, C.R.J. Direito à educação: direito à igualdade, direito à diferença. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo. n. 116, p. 245-262, Jul. 2002.

CUNHA, L A. **Educação e desenvolvimento Social no Brasil**. 12. ed. Rio de Janeiro: F. Alves, 1975.

D'AMBRÓSIO, U. Um enfoque transdisciplinar à educação e à história da matemática. In: BICUDO, M A V.; BORBA, M C (Org.). **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004

D'AMBROSIO, U. **Transdisciplinaridade.** São Paulo: Palas Athena, 1997.

FÉLIX, V S. **Educação Matemática:** Teoria e prática da avaliação. Passo Fundo: Clio, 2001.

FERREIRA, L.S. **A pesquisa educacional no Brasil**: tendências e perspectivas, 2009.

FRANCO, C (Org.). **Avaliação, ciclos e promoção na educação.** Porto Alegre: Artmed, 2001.

FORQUIN, J. C. As abordagens sociológicas do currículo: orientações teóricas e perspectivas de pesquisa. **Educação e Realidade**, Porto Alegre, v. 21, n. 1, p.187-198, 1995.

KUBICZEWESKI, J. Oficinas de dobraduras para o ensino de geometria. **Educação Matemática em Revista**, Porto Alegre, ano 4, n.4, p. 43-50, 2002.

LEON, F. L. L.; MENEZES-FILHO, N. Reprovação, avanço e evasão escolar no Brasil. **Pesquisa e Planejamento Econômico,** Rio de Janeiro, v.32, n.3, p. 417-451, 2002.

LOBO, J.S ; BAYER, A. O Ensino de Geometria no Ensino Fundamental, **Acta Scientiae,** São Paulo, v.6, n.1, jan./jun., 2004

LOPES, A C. Relações macro/micro na Pesquisa em Currículo. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, v. 36, n. 129, p. 619-635, set./dez. 2006.

MACIEL, M. **A Importância do Ensino da Matemática na formação do cidadão**, 2009.

MATOS, J. M.; LEME DA SILVA, M. C. O Movimento da Matemática Moderna e Diferentes Propostas Curriculares para o Ensino de Geometria no Brasil e em Portugal, **Bolema**, Rio Claro v. 24, nº 38, p. 171 a 196, abril 2011.

ORTIGÃO, I; AGUIAR, G S. Repetência escolar nos anos iniciais do ensino fundamental: evidências a partir dos dados da Prova Brasil 2009. **Rev. Bras. Estud. Pedagog**., Brasília, v. 94, n.237, may/aug. 2013.

ORTIGÃO, I; AGUIAR, G S. Letramento e competências matemáticas: um enfoque sob a perspectiva dos resultados educacionais no PISA 2003. In: BERNARDINI, C. H. (Org.). **Educação por competências, teoria e prática para professores e gestores.** São Paulo: Iglu Editora, 2010. p. 87-107.

PIRES, C M. Educação Matemática e sua Influência no Processo de Organização e Desenvolvimento Curricular no Brasil**. Bolema,** Rio Claro, Ano 21, n. 29, 2008, p. 13-42.

ROXO, E. **Curso de Matemática elementar**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1929. v. 1.

SANGIORGI, O. Ainda a geometria euclidiana para os atuais ginasianos. **Revista Escola Secundária**, São Paulo, v. 13, p. 77-81, 1960.

SAVIANI, D. **Escola e democracia**. São Paulo: Autores Associados, 1983.

SOARES, M B. Letramento e alfabetização: as muitas facetas. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 25, p. 5-17, jan. /abr. 2004.

SOARES, J F. Qualidade e equidade na educação básica brasileira: fatos e possibilidades. In: BROCK, C.; SCHWARTZMAN, S. **Os desafios da educação no Brasil**, Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2005. p. 91-118.

TEIXEIRA, A. **Educação não é privilégio.** Rio de Janeiro: Editora UFRJ, 1994.

VALENTE, W R. Há 150 anos uma querela sobre a geometria elementar no Brasil: algumas cenas dos bastidores da produção do saber escolar. **Bolema**, Rio Claro, n. 13, p. 45-61,1999.

ANEXO A – Conteúdo de Geometria propostos pelo PCN no Ensino Fundamental.

- Representação e interpretação do deslocamento de um ponto num plano cartesiano por um segmento de reta orientado.
- Secções de figuras tridimensionais por um plano e análise das figuras obtidas.
- Análise em poliedros da posição relativa de duas arestas (paralelas, perpendiculares, reversas) e de duas faces (paralelas, perpendiculares).
- Representação de diferentes vistas (lateral, frontal e superior) de figuras tridimensionais e reconhecimento da figura representada por diferentes vistas.
- Divisão de segmentos em partes proporcionais e construção de retas paralelas e retas perpendiculares com régua e compasso.
- Identificação de ângulos congruentes, complementares e suplementares em feixes de retas paralelas cortadas por retas transversais.
- Estabelecimento da razão aproximada entre a medida do comprimento de uma circunferência e seu diâmetro.
- Determinação da soma dos ângulos internos de um polígono convexo qualquer.
- Verificação da validade da soma dos ângulos internos de um polígono convexo para os polígonos não-convexos.
- Resolução de situações-problema que envolvam a obtenção da mediatriz de um segmento, da bissetriz de um ângulo, de retas paralelas e perpendiculares e de alguns ângulos notáveis, fazendo uso de instrumentos como régua, compasso, esquadro e transferidor.
- Desenvolvimento do conceito de congruência de figuras planas a partir de transformações (reflexões em retas, translações, rotações e composições destas), identificando as medidas invariantes (dos lados, dos ângulos, da superfície).
- Verificar propriedades de triângulos e quadriláteros pelo reconhecimento dos casos de congruência de triângulos.

- Identificação e construção das alturas, bissetrizes, medianas e mediatrizes de um triângulo utilizando régua e compasso.
- Desenvolvimento da noção de semelhança de figuras planas a partir de ampliações ou reduções, identificando as medidas que não se alteram (ângulos) e as que se modificam (dos lados, da superfície e perímetro).
- Verificações experimentais e aplicações do teorema de Tales.
- Verificações experimentais, aplicações e demonstração do teorema de Pitágoras.

ANEXO B – Conteúdo de Geometria propostos pelo PCN no Ensino Médio.

Geometria plana: semelhança e congruência; representações de figuras.

- Ler e interpretar textos de Matemática.
- Identificar dados e relações geométricas relevantes na resolução de situações-problema.
- Analisar e interpretar diferentes representações de figuras planas, como desenhos, mapas, plantas de edifícios etc.
- Usar formas geométricas planas para representar ou visualizar partes do mundo real.
- Utilizar as propriedades geométricas relativas aos conceitos de congruência e semelhança de figuras.
- Fazer uso de escalas em representações planas.

Geometria espacial: elementos dos poliedros, sua classificação e representação; sólidos redondos; propriedades relativas à posição: intersecção, paralelismo e perpendicularismo; inscrição e circunscrição de sólidos.

.

- Usar formas geométricas espaciais para representar ou visualizar partes do mundo real, como peças mecânicas, embalagens e construções.
- Interpretar e associar objetos sólidos a suas diferentes representações bidimensionais, como projeções, planificações, cortes e desenhos.
- Utilizar o conhecimento geométrico para leitura, compreensão e ação sobre a realidade.
- Compreender o significado de postulados ou axiomas e teoremas e reconhecer o valor de demonstrações para perceber a Matemática como ciência com forma específica para validar resultados.

Métrica: áreas e volumes; estimativa, valor exato e aproximado.

- Identificar e fazer uso de diferentes formas para realizar medidas e cálculos.

- Utilizar propriedades geométricas para medir, quantificar e fazer estimativas de comprimentos, áreas e volumes em situações reais relativas, por exemplo, de recipientes, refrigeradores, veículos de carga, móveis, cômodos, espaços públicos.
- Efetuar medições, reconhecendo, em cada situação, a necessária precisão de dados ou de resultados e estimando margens de erro.

Geometria analítica: representações no plano cartesiano e equações; intersecção e posições relativas de figuras.

- Interpretar e fazer uso de modelos para a resolução de problemas geométricos.
- Reconhecer que uma mesma situação pode ser tratada com diferentes instrumentais matemáticos, de acordo com suas características.
- Associar situações e problemas geométricos a suas correspondentes formas algébricas e representações gráficas e vice-versa.
- Construir uma visão sistemática das diferentes linguagens e campos de estudo da Matemática, estabelecendo conexões entre eles.

ANEXO C - Conteúdo de Geometria propostos pelo Parâmetro Curricular de Pernambuco no Ensino Fundamental.

7º Ano

- Compreender as propriedades dos quadriláteros e utilizá-las para classificá-los.
- Reconhecer que a soma dos ângulos internos de um triângulo mede 180° e utilizar esse conhecimento para resolver e elaborar problemas.
- Reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados.
- Quantificar e estabelecer a relação entre o número de vértices, arestas e faces de prismas e de pirâmides e utilizálas para resolver e elaborar problemas.
- Associar pares ordenados a pontos no plano cartesiano.
- Desenhar figuras obtidas por simetria de translação, rotação e reflexão.
- Reconhecer polígonos semelhantes.
- Determinar, sem uso de fórmula, o número de diagonais de um polígono.
- Utilizar a Lei Angular de Tales para determinar a soma das medidas dos ângulos internos de polígonos.
- Reconhecer ângulos complementares, suplementares e opostos pelo vértice.
- Perceber a relação entre ângulos internos e externos de polígonos.
- Reconhecer a circunferência como lugar geométrico e desenhá-la com compasso.

8º Ano.

- Compreender, sem uso de fórmula, a relação entre o número de lados de um polígono e a soma dos seus ângulos internos.
- Resolver e elaborar problemas que envolvam semelhança e congruência de triângulos.
- Perceber as relações entre as medidas dos ângulos formados pela interseção de duas retas.

- Compreender as relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
- Reconhecer mediatriz de um segmento como lugar geométrico.
- Reconhecer bissetriz de um ângulo como lugar geométrico.
- Construir, utilizando instrumentos de desenho (ou *softwares*), mediatriz de um segmento, bissetriz de um ângulo, retas paralelas, retas perpendiculares e ângulos notáveis (por exemplo: 90º, 60º, 45º, 30º).
- Construir polígonos regulares utilizando instrumentos de desenho (ou *softwares*).
- Construir alturas, bissetrizes, medianas e mediatrizes de um triângulo, utilizando instrumentos de desenho (ou *softwares*).
- Obter a transformação de uma figura no plano por meio de reflexão, translação e rotação e identificar elementos que permanecem invariantes nessas transformações.
- Utilizar as propriedades da semelhança para obter ampliações ou reduções de figuras planas.
- Associar modelos de sólidos a suas planificações.
- Reconhecer e desenhar perspectivas de figuras espaciais a partir de suas vistas.
- Reconhecer as condições necessárias e suficientes para obter triângulos congruentes.

9º Ano.

- Resolver e elaborar problemas utilizando as propriedades da semelhança de figuras planas (por exemplo, envolvendo escalas).
- Reconhecer as condições necessárias e suficientes para obter triângulos semelhantes.
- Utilizar a semelhança de triângulos para estabelecer as relações métricas no triângulo retângulo (inclusive o Teorema de Pitágoras) e aplicá-las para resolver e elaborar problemas.
- Construir alturas, bissetrizes, medianas e mediatrizes de um triângulo, utilizando instrumentos de desenho (ou *softwares*).

- Reconhecer as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) no triângulo retângulo e utilizá-las para resolver e elaborar problemas.
- Diferenciar círculo e circunferência e reconhecer seus elementos e suas relações.
- Reconhecer ângulo central e inscrito na circunferência e estabelecer a relação entre eles.
- Perceber que todo polígono regular pode ser inscrito em uma circunferência.
- Relacionar ângulos de polígonos regulares inscritos na circunferência com o ângulo central.

ANEXO D - Conteúdo de Geometria propostos pelo Parâmetro Curricular de Pernambuco no Ensino Médio.

10º Ano.

- Associar modelos de sólidos a suas planificações.
- Construir vistas de uma figura espacial e, dadas suas vistas, representá-la em perspectiva.
- Determinar a medida de ângulos de polígonos regulares inscritos na circunferência.
- Obter a transformação de uma figura no plano por meio de reflexão, translação e rotação e identificar elementos que permanecem invariantes nessas transformações.
- Compreender e aplicar o Teorema de Tales na resolução de problemas.
- Utilizar a semelhança de triângulos para estabelecer as relações métricas no triângulo retângulo (inclusive o Teorema de Pitágoras) e aplicá-las para resolver e elaborar problemas.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo diagonais de prismas e alturas de pirâmides.
- Reconhecer as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) no triângulo retângulo e utilizá-las para resolver e elaborar problemas.
- Compreender as leis do seno e do cosseno e aplicá-las para resolver e elaborar problemas.
- Reconhecer, classificar e identificar propriedades dos poliedros.
- Reconhecer, classificar e identificar propriedades dos corpos redondos (cilindro, cone, tronco de cone e esfera).
- Representar projeções ortogonais sobre um plano.
- Associar pontos representados no plano cartesiano a suas coordenadas.
- Reconhecer o sentido geométrico dos coeficientes da equação de uma reta.
- Associar os coeficientes de retas (paralelas, perpendiculares e oblíquas) as suas representações geométricas e vice-versa.

- Dividir segmentos em partes proporcionais, usando esquadros, compasso e *software*.
- Compreender o conceito de vetor, tanto do ponto de vista geométrico (coleção de segmentos orientados de mesmo comprimento, direção e sentido) quanto do ponto de vista algébrico (caracterizado por suas coordenadas).

11º Ano.

- Construir vistas de uma figura espacial e, dadas suas vistas, representá-la em perspectiva.
- Reconhecer simetrias (reflexão, translação e rotação) em conjuntos de figuras, incluindo a composição de transformações.
- Desenhar figuras obtidas por simetria (reflexão, translação e rotação).
- Compreender e aplicar o Teorema de Tales para resolver e elaborar problemas.
- Compreender as leis do seno e do cosseno e aplicá-las para resolver e elaborar problemas.
- Reconhecer posições relativas entre duas retas, entre dois planos, e entre retas e planos.
- Representar projeções ortogonais sobre um plano.
- Identificar figuras poligonais por meio das coordenadas de seus vértices.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo a distância entre dois pontos do plano cartesiano, sem o uso de fórmulas.
- Associar uma reta representada no plano cartesiano a sua representação algébrica e vice-versa.
- Reconhecer o sentido geométrico dos coeficientes da equação de uma reta.
- Associar os coeficientes de retas (paralelas, perpendiculares e oblíquas) às suas representações geométricas e vice-versa.
- Compreender o conceito de vetor, tanto do ponto de vista geométrico (coleção de segmentos orientados de mesmo comprimento, direção e sentido) quanto do ponto de vista algébrico (caracterizado por suas coordenadas).

12º Ano.

- Compreender as leis do seno e do cosseno e aplicá-las para resolver e elaborar problemas.
- Representar projeções ortogonais sobre um plano.
- Identificar figuras poligonais por meio das coordenadas de seus vértices.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo a distância entre dois pontos do plano cartesiano.
- Associar uma reta representada no plano cartesiano a sua representação algébrica e vice-versa.
- Reconhecer o sentido geométrico dos coeficientes da equação de uma reta.
- Associar os coeficientes de retas (paralelas, perpendiculares e oblíquas) às suas representações geométricas e vice-versa.
- Associar a equação de uma circunferência a sua representação no plano cartesiano.
- Compreender o conceito de vetor, tanto do ponto de vista geométrico (coleção de segmentos orientados de mesmo comprimento, direção e sentido) quanto do ponto de vista algébrico (caracterizado por suas coordenadas).
- Relacionar as operações realizadas com as coordenadas de um vetor (soma e multiplicação por um escalar) com sua representação geométrica.

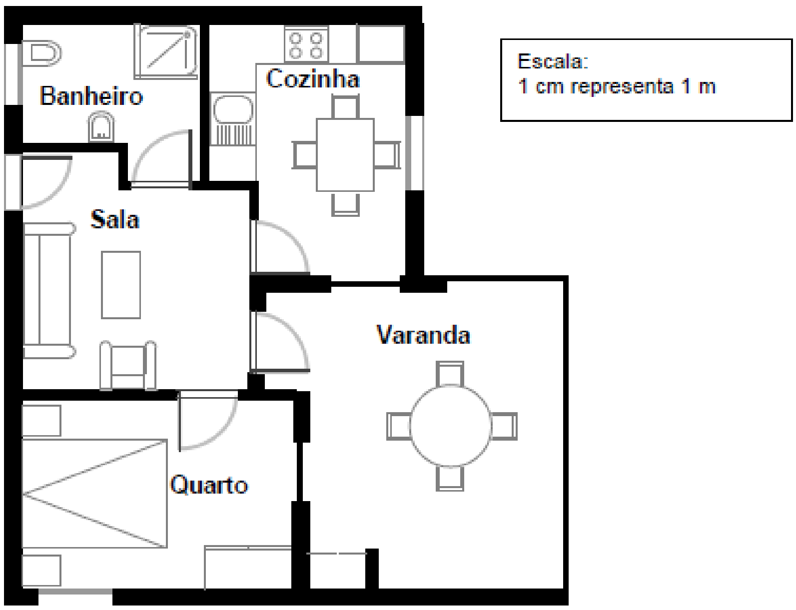
ANEXO E – Itens Públicos aplicados na pesquisa de campo.

Item número 01: “A compra de um Apartamento”

Figura 24 - “A compra de um Apartamento”

A COMPRA DE UM APARTAMENTO

Veja abaixo a planta do apartamento que os pais de Jorge querem comprar em uma imobiliária.



Questão 1: A COMPRA DE UM APARTAMENTO PM00FQ01 – 0 1 9

Para estimar a superfície (área) total do apartamento (varanda e paredes inclusas), pode-se medir o tamanho de cada compartimento, calcular sua superfície e depois somar todas essas superfícies.

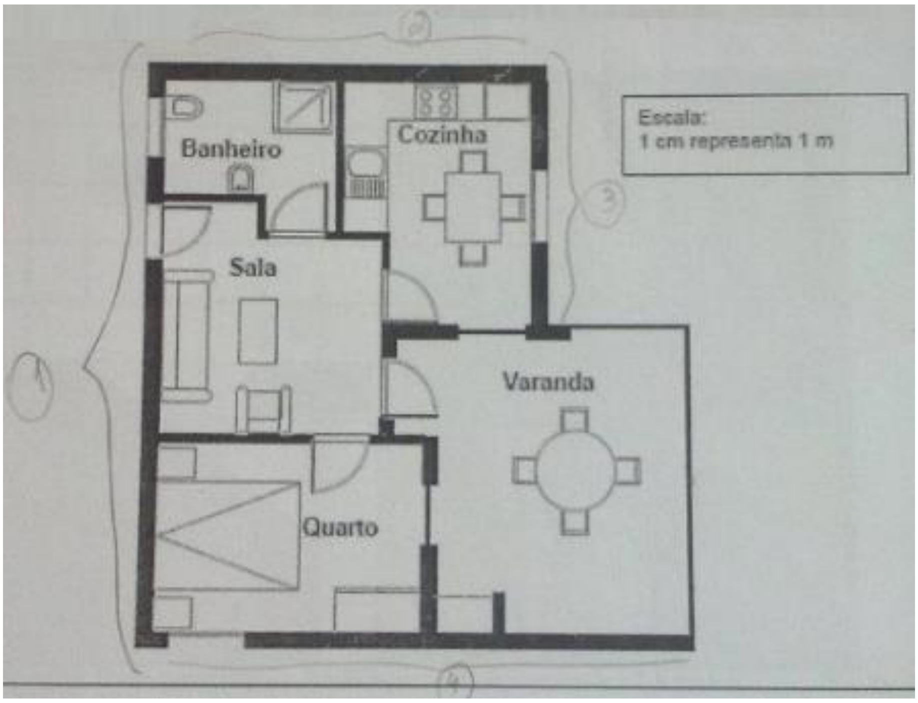
Um método mais eficaz permite, entretanto, estimar a superfície total medindo somente quatro distâncias. Indique sobre a planta acima os **quatro** comprimentos necessários para estimar a superfície total do apartamento.

Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 1, 2016.

Analisando os dados referentes a esse item a qual tratou sobre mostrar o número mínimo de dimensões laterais necessárias para determinar a área de uma superfície, o resultado foi o seguinte:

Os alunos ao realizarem a leitura, mostraram diversos métodos diferentes para calcular a área desse apartamento. Houve dificuldades no entendimento correto do enunciado, quando mostra uma escala para converter o centímetro para metro, mas não há as medidas expressas na imagem e assim havendo a necessidade da utilização de uma régua para descobrir o comprimento de cada dimensão. Por um lado, a demonstração das medidas para calcular foi realizada corretamente na imagem, já por outro lado, o cálculo da área não pode ser realizado devido à figura impressa dos alunos nessa pesquisa de campo não estavam de acordo com as medidas real do PISA.

Figura 25 - “A compra de um Apartamento”



Legenda: Item número 1 - Solução de um aluno na pesquisa de campo.

Fonte: LIMA, R.L, 2016.

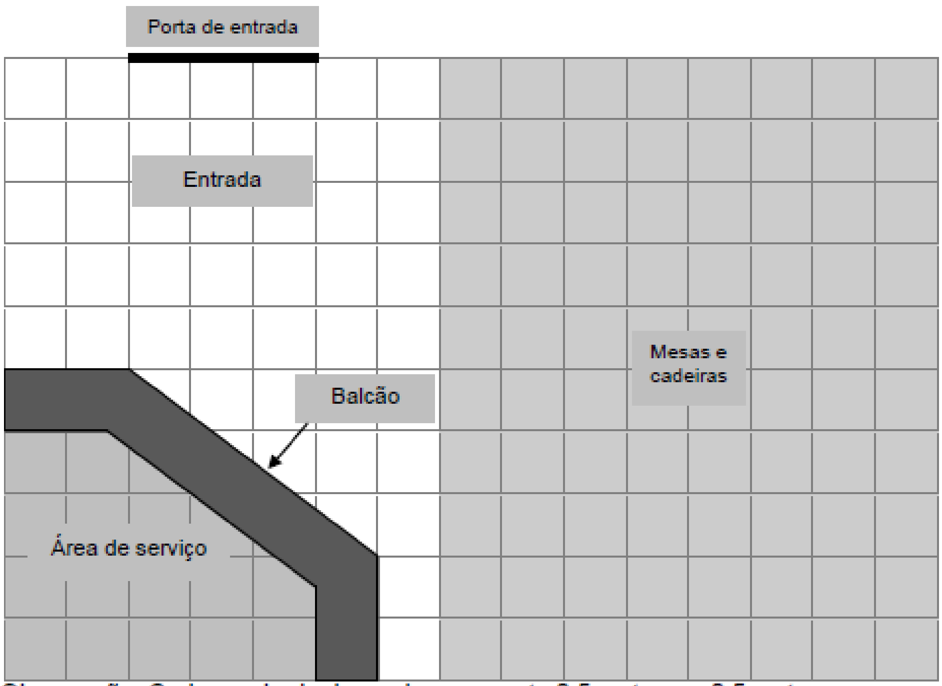
Item número 02: “Na sorveteria”

Figura 26 - “Na sorveteria”

NA SORVETERIA

Veja abaixo a planta da sorveteria de Maria, que ela está reformando.

A área de serviço é rodeada por um balcão.



Observação: Cada quadrado da grade representa 0,5 metro por 0,5 metro.

Questão 1: NA SORVETERIA *PM00LQ01 – 0 1 2 9*

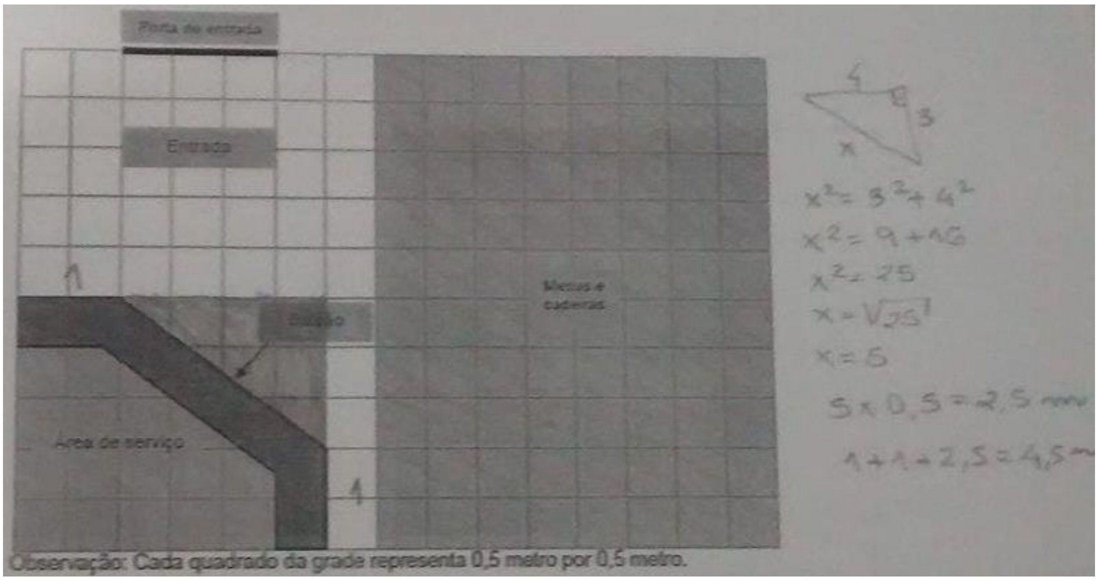
Maria deseja instalar uma nova borda ao longo da parede externa do balcão. Qual é o comprimento total da borda de que ela precisa? Demonstre seu raciocínio.

Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 2, 2016.

Analisando os dados referentes à segunda pergunta do questionário, a qual tratou sobre o calculo do comprimento da borda externa do balcão, o resultado foi o seguinte:

Os alunos precisaram aplicar o teorema de Pitágoras na malha quadriculada. O Método para solucionar esse item foi percebido rapidamente, porém os erros em cálculos foram bastante. Na aplicação do teorema de Pitágoras, os alunos que preferiram calcular tudo em função da quantidade de quadradinhos e substituir a sua representação de 0,5 metros ao final da conta, obteve bons êxitos.

Figura 27 - “Na sorveteria”

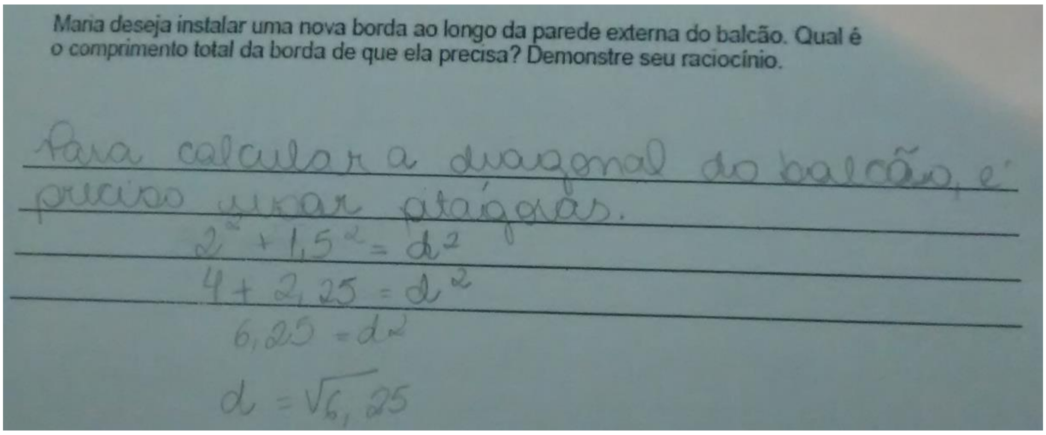


Legenda: Item número 2 - Solução de um aluno na pesquisa de campo.

Fonte: LIMA, R.L, 2016.

Já os alunos que substituíram os 0,5 metros antes de aplicar o Teorema de Pitágoras, encontraram dificuldades com as contas em números decimais.

Figura 28 - “Na sorveteria”



Legenda: Item número 2 - Solução de um aluno na pesquisa de campo.

Fonte: LIMA, R.L, 2016.

Item número 03: “Na Sorveteria”

Figura 29 - “Na Sorveteria”

Questão 2: NA SORVETERIA *PM00LQ02 – 0 1 2 9*

Maria também vai trocar o piso de sua loja. Qual é a área total do piso da loja, excluídos a área de serviço e o balcão? Demonstre seu raciocínio.

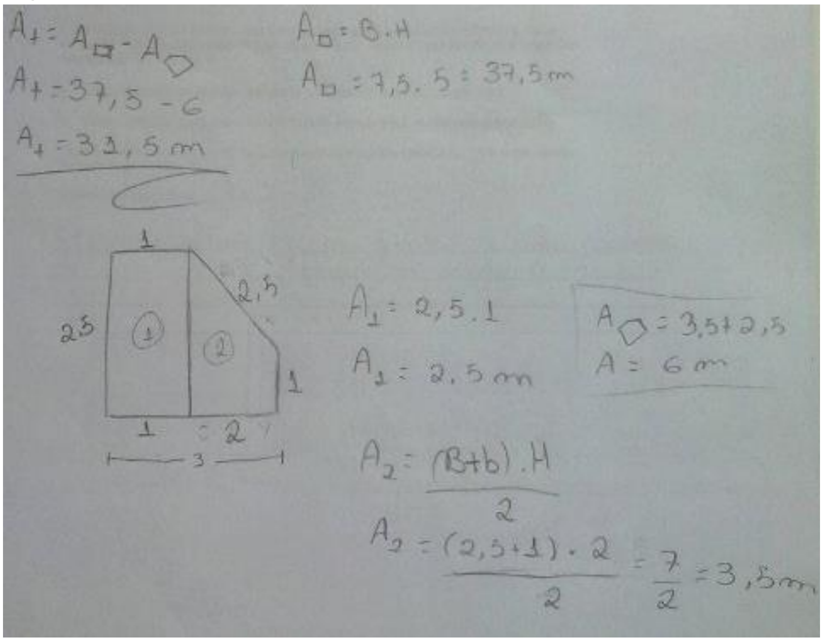
Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 3, 2016.

Analisando os dados referentes à terceira pergunta do questionário, a qual tratou sobre o calculo da área total do piso da loja, excluindo a área de serviço e do balcão, o resultado foi o seguinte:

Nesse item, sendo continuação de uma questão anterior, os alunos não tiveram problemas para formular um raciocínio para o cálculo da área. Porém houve alguns erros no cálculo da área. Erro ao substituir o valor de 0,5 metros antes do calculo da área, quando o aluno errou ao multiplicar números decimais. Erro ao substituir o valor de 0,5 metros no final do calculo da área, por considerar apenas 0,5 metros em uma única dimensão. Erro ao não utilizar a escala e entre outros. Erro ao aplicar a fórmula incorreta da figura plana seccionada.

Abaixo segue a única solução correta, que chamou a atenção pelos detalhes na secção da figura e explicação da área do balcão.

Figura 30 - “Na Sorveteria”



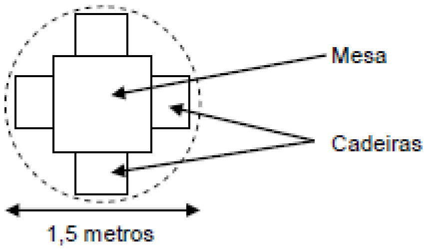
Legenda: Item número 3 - Solução de um aluno na pesquisa de campo.

Fonte: LIMA, R.L, 2016.

Item número 04: “Na Sorveteria”

Figura 31 - “Na Sorveteria”

Questão 3: NA SORVETERIA PM00LQ03 – 0 1 9



Em sua loja, Maria quer instalar conjuntos de mesas com quatro cadeiras, como mostra a ilustração acima. O círculo representa a área do piso necessária a cada conjunto.

Para que os clientes tenham espaço suficiente quando estiverem sentados, cada conjunto, representado pelo círculo, deveria estar instalado em função das seguintes condições:

- Cada conjunto deve estar instalado pelo menos a 0,5 m das paredes.
- Cada conjunto deve estar instalado pelo menos a 0,5 m dos outros conjuntos.

Qual é o número máximo de conjuntos que Maria pode instalar na área cinza da loja destinada às mesas?

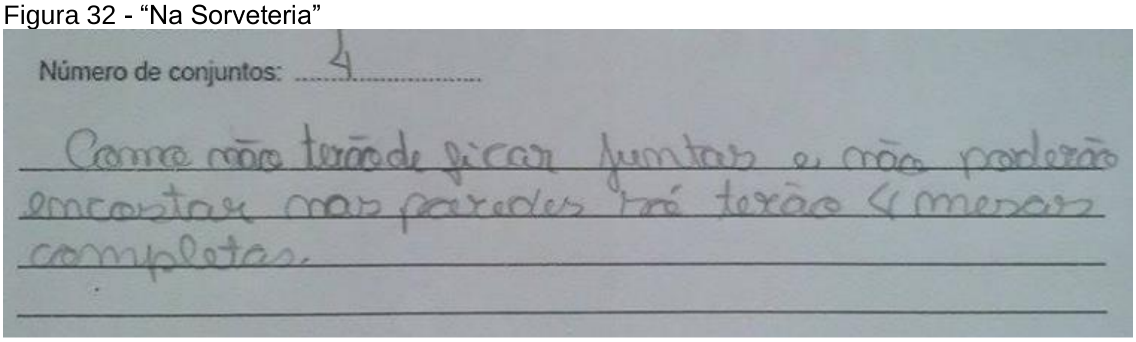
Número de conjuntos: ....

Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 4, 2016.

Analisando os dados referentes à quarta pergunta do questionário, a qual tratou sobre o cálculo do número máximo de Mesas e Cadeiras destinadas a respectiva área cinza, o resultado foi o seguinte:

Nesse item, os alunos fizeram o esboço das mesas para melhorar interpretação espacial. A maioria das respostas foi correta, mas houve erros ao considerar 5 mesas e desconsiderar as condições entre 0,5 m dos outros conjuntos.

Figura 32 - “Na Sorveteria”


Número de conjuntos: 4

Como não terão de ficar juntas e não poderão encostar nas paredes só terão 4 mesas completas.

Legenda: Item número 4 - Solução de um aluno na pesquisa de campo.
Fonte: LIMA, R.L, 2016.

Item número 05: "Mancha de Óleo"

Figura 33 - "Mancha de Óleo"

MANCHA DE ÓLEO

Ao navegar, um petroleiro choca-se com um arrecife, abrindo um buraco nos tanques de armazenagem de óleo. O petroleiro se encontrava a aproximadamente 65 km da costa. Alguns dias mais tarde, o óleo se espalhou como mostra o mapa abaixo.

Questão 1: MANCHA DE ÓLEO *PM00RQ01 – 0 1 9*

Usando a escala do mapa, calcule a área da mancha de óleo em quilômetros quadrados (km²).

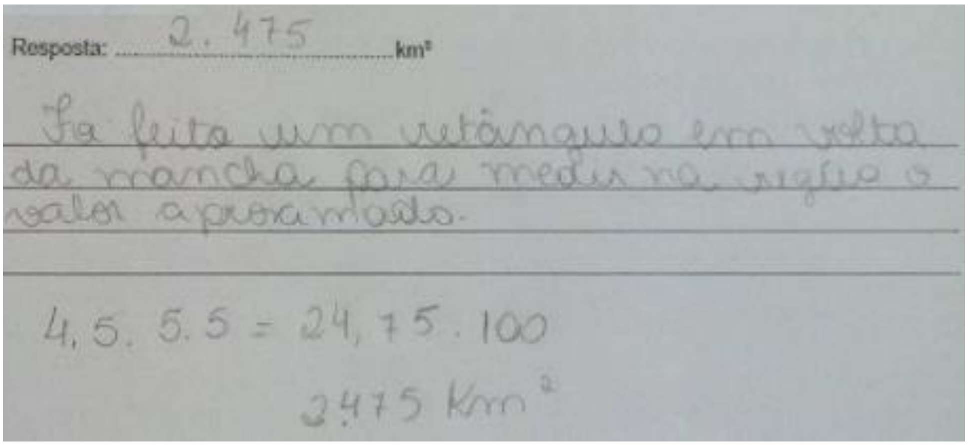
Resposta: .... km²

Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 5, 2016.

Analisando os dados referentes à quinta pergunta do questionário, a qual tratou sobre o Cálculo de uma área irregular em um mapa, usando uma determinada escala, o resultado foi o seguinte:

Nesse Item, os alunos não tinham nenhuma prática para calcular aproximadamente a área irregular da figura. A solução desse item só foi calculada após a minha explicação sobre o item. Com isso, as respostas foram as mais diversas possiveis, porém todas ficaram dentro do limite aceitável pelo PISA.

Figura 34 - “Mancha de Óleo”

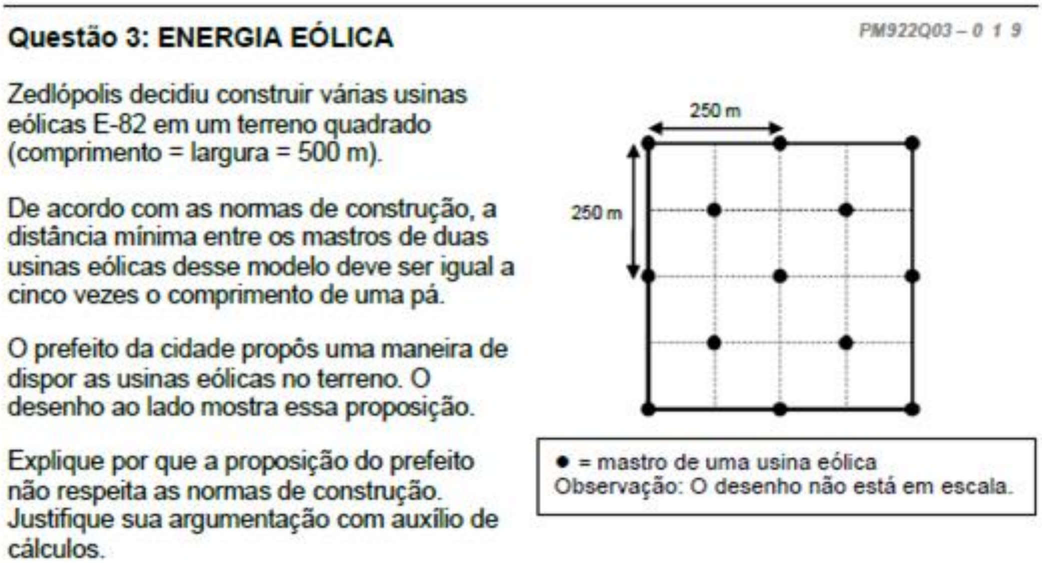


Legenda: Item número 5 - Solução de um aluno na pesquisa de campo.

Fonte: LIMA, R.L, 2016.

Item número 06: “Energia Eólica”

Figura 35 - “Energia Eólica”



Questão 3: ENERGIA EÓLICA PM922Q03 – 0 1 9

Zedlópolis decidiu construir várias usinas eólicas E-82 em um terreno quadrado (comprimento = largura = 500 m).

De acordo com as normas de construção, a distância mínima entre os mastros de duas usinas eólicas desse modelo deve ser igual a cinco vezes o comprimento de uma pá.

O prefeito da cidade propôs uma maneira de dispor as usinas eólicas no terreno. O desenho ao lado mostra essa proposição.

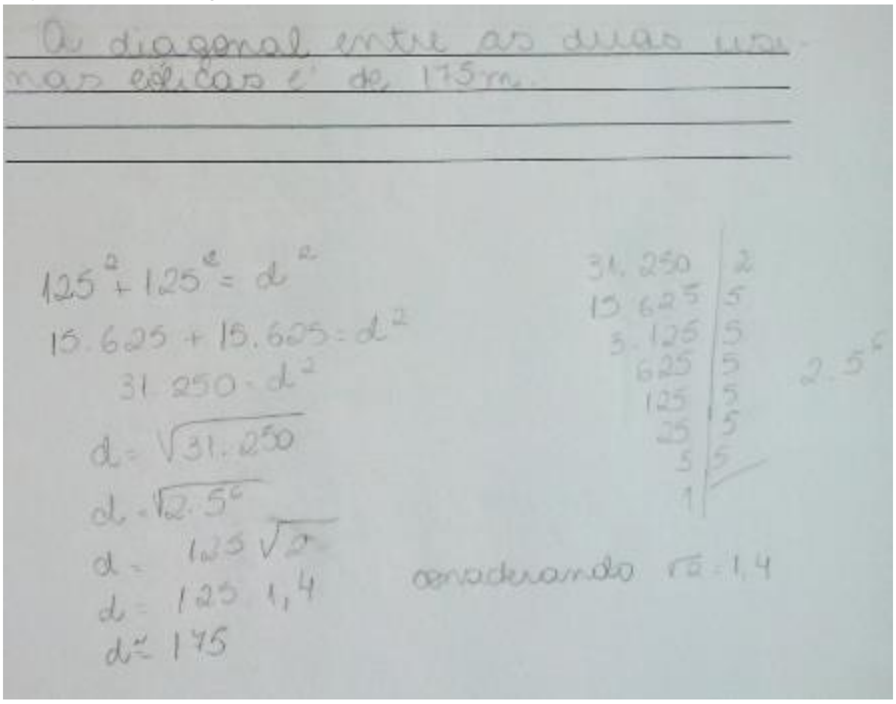
Explique por que a proposição do prefeito não respeita as normas de construção. Justifique sua argumentação com auxílio de cálculos.

Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 6, 2016.

Analisando os dados referentes à sexta pergunta do questionário, a qual tratou sobre o cálculo das distâncias entre os mastros de duas usinas eólicas, o resultado foi o seguinte:

Nesse item, os alunos conseguiram perceber que a distância horizontal e vertical entre as duas usinas eolicas estavam de acordo com as normas de construção que era superior a cinco vezes o comprimento de uma pá, ou seja, 5x40m = 200m, mas perceberam que a distância em diagonal entre duas usinas eolicas não estavam de acordo com as normas e que deviam calcular essa distância aplicando o teorema de Pitágoras. No entanto, houve um erro ao calcular essa distância que me chamou a atenção. Que foi ao descobrir a raiz quadrada de 31250 que não é exata. Houve alunos que aproximou o resultado final sem problemas e outros ao decompor o número se deparou com a raiz de quadrada de 2 e que não foi informado esse valor no enunciado. Porém nos dois casos os alunos conseguiram chegar ao mesmo resultado.

Figura 36 - “Energia Eólica”



Legenda: Item número 6 - Solução de um aluno na pesquisa de campo.

Fonte: LIMA, R.L, 2016.

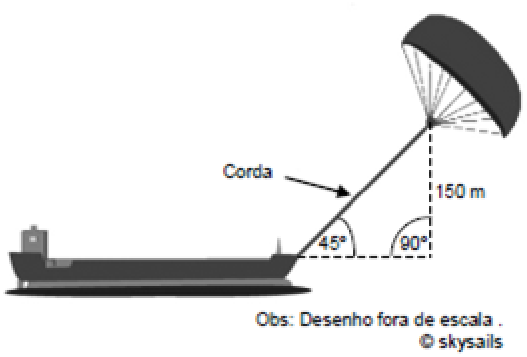
Item número 07: “Navios Velejadores”

Figura 37 - “Navios Velejadores”

Questão 3: NAVIOS VELEJADORES *PM923Q03*

Aproximadamente qual é o comprimento de corda para que a *kite sail* puxe o navio a um ângulo de 45° e fique a uma altura vertical de 150 m, como mostrado no diagrama à direita?

A 173 m
B 212 m
C 285 m
D 300 m

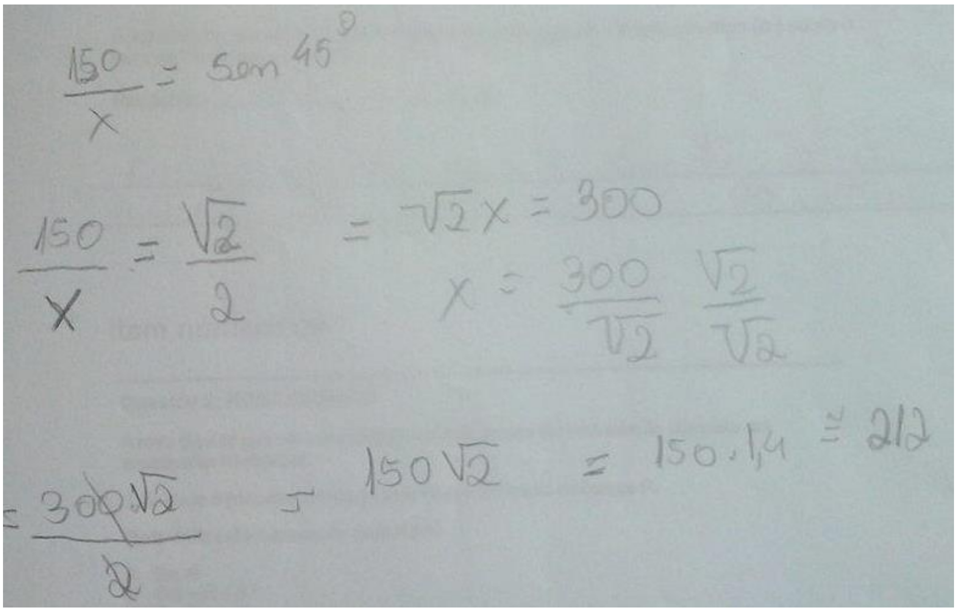


Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 1, 2016.

Analisando os dados referentes à sétima pergunta do questionário, a qual tratou sobre o cálculo do comprimento da corda que o kite sail puxava o navio, o resultado foi o seguinte:

Nesse Item, os alunos que já haviam feito a aplicação do Teorema de Pitágoras nas questões anteriores, optaram a realizar o cálculo por esse método também, no entanto ficaram com dúvidas em dois pontos: Qual seria o comprimento do outro cateto e a informação aproximada de raiz quadrada de 2. Mas após, lembra-los que a soma dos ângulos internos de um triângulo vale 180º, por consequência o outro ângulo se torna 45º e os catetos congruentes por ser triângulo retângulo isósceles. Outro grupo de alunos, ao perceber um ângulo notável de 45º, tiveram a ideia de aplicar trigonometria no triangulo retângulo. E mais uma vez se depararam no valor aproximado da raiz quadrada de 2. No caso desse item, além de ser múltipla escolha, o enunciado deixou bem claro que a comprimento seria aproximado. Por isso, os alunos não tiveram tanta dificuldade ao encontrar o valor correto.

Figura 38 - “Navios Velejadores”



Legenda: Item número 7 - Solução de um aluno na pesquisa de campo.

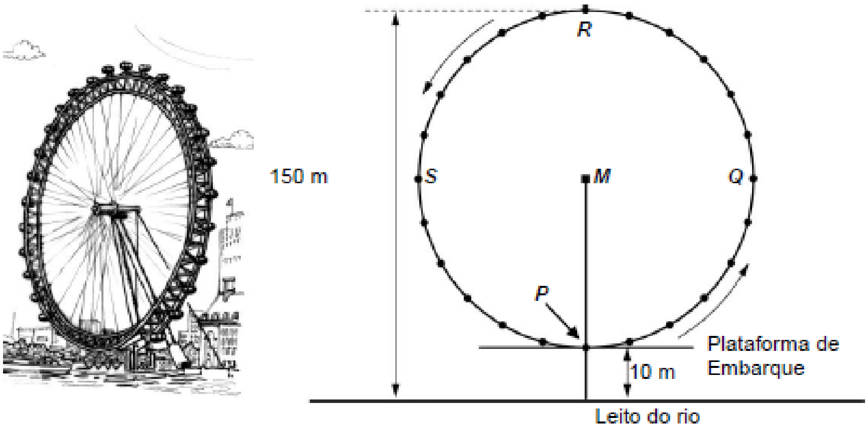
Fonte: LIMA, R.L, 2016.

Item número 08: “Roda Gigante”

Figura 39 - “Roda Gigante”

RODA GIGANTE

Na margem do rio fica uma roda gigante.
Veja a foto e o diagrama abaixo.



A roda gigante tem um diâmetro de 140 metros e o seu ponto mais alto está a 150 metros acima do leito do rio, em uma das margens do rio. Ela gira na direção indicada pela seta.

Questão 1: RODA GIGANTE *PM934Q01 – 0 1 9*

A letra *M*, no diagrama, indica o centro da roda gigante. Quantos metros (m) sobre o leito do rio está o ponto M?

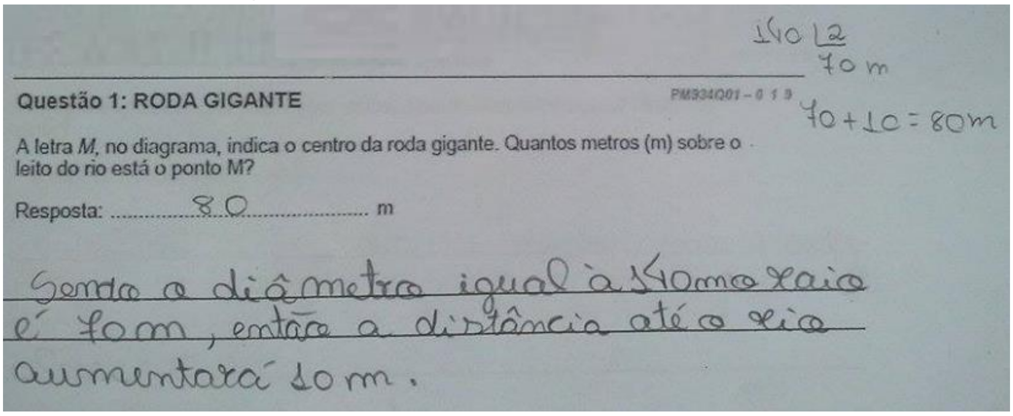
Resposta: .... m

Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 8, 2016.

Analisando os dados referentes à oitava pergunta do questionário, a qual tratou sobre o cálculo da distância do centro da Roda Gigante ao Leito do rio, o resultado foi o seguinte:

Nesse item, os alunos consideraram como um dos mais simples de todo o questionário. Por tratar apenas de uma analise da figura. Um único errou que poderia ocorrer nesse item, seria o aluno considerar o diâmetro da Roda Gigante como 150m e relacionar o raio como a metade do diâmetro. Mas nenhum grupo errou esse item. Nos outros grupos, a observação foi feita de forma correta e algumas até com um cálculo mental.

Figura 40 - “Roda Gigante”



140 | 2
70 m

Questão 1: RODA GIGANTE

70 + 10 = 80m

A letra *M*, no diagrama, indica o centro da roda gigante. Quantos metros (m) sobre o leito do rio está o ponto M?

Resposta: ......80...... m

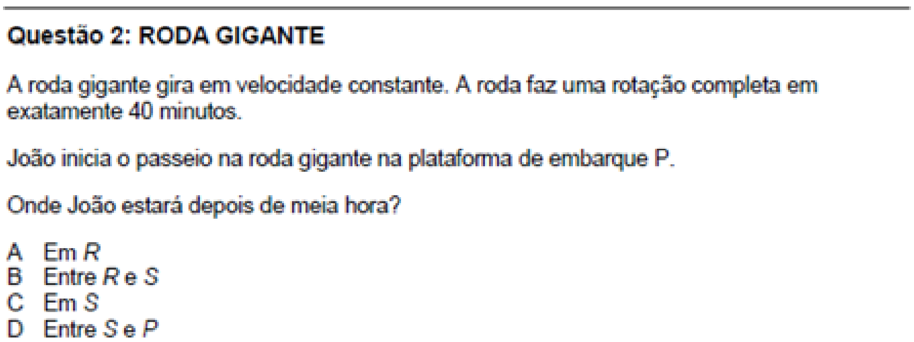
Sendo o diâmetro igual à 140m o raio é 70m, então a distância até o rio aumentará 10m.

Legenda: Item número 8 - Solução de um aluno na pesquisa de campo.

Fonte: LIMA, R.L, 2016.

Item número 09: “Roda Gigante”

Figura 41 - “Roda Gigante”



Questão 2: RODA GIGANTE

A roda gigante gira em velocidade constante. A roda faz uma rotação completa em exatamente 40 minutos.

João inicia o passeio na roda gigante na plataforma de embarque P.

Onde João estará depois de meia hora?

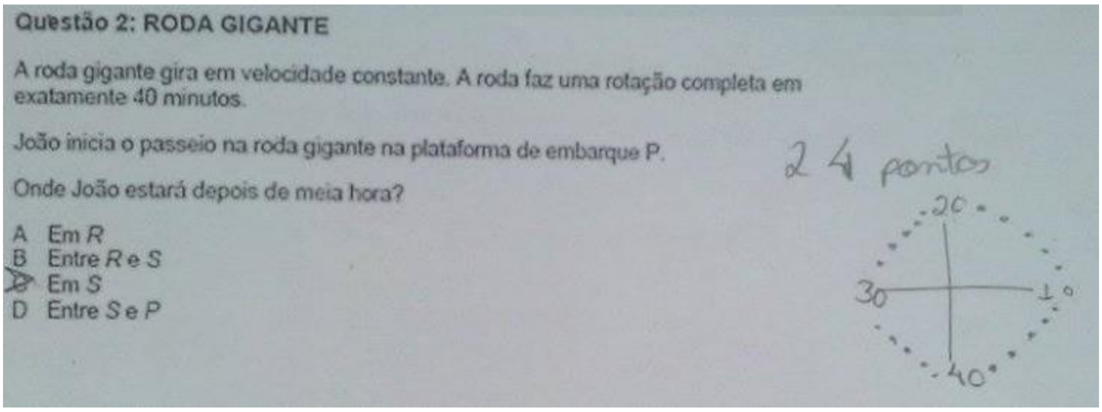
A Em *R*
B Entre *R* e *S*
C Em *S*
D Entre *S* e *P*

Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 9, 2016.

Analisando os dados referentes à nona pergunta do questionário, a qual tratou sobre a rotação da roda em relação a plataforma de embarque P, o resultado foi o seguinte:

Nesse item, os alunos que perceberam que a Roda Gigante poderia ser seccionada de 10 min em 10 min, conseguiram solucionar rápido esse item.

Figura 42 - “Roda Gigante”


Questão 2: RODA GIGANTE

A roda gigante gira em velocidade constante. A roda faz uma rotação completa em exatamente 40 minutos.

João inicia o passeio na roda gigante na plataforma de embarque P.

Onde João estará depois de meia hora?

A Em *R*
B Entre *R* e *S*
C Em *S*
D Entre *S* e *P*

Legenda: Item número 9 - Solução de um aluno na pesquisa de campo.

Fonte: LIMA, R.L, 2016.

Item número 10: “Uma construção com dados”

Figura 43 - “Uma construção com dados”


UMA CONSTRUÇÃO COM DADOS

A figura abaixo mostra uma construção feita com sete dados idênticos, cujas faces estão numeradas de 1 a 6.

Quando a construção é olhada de cima, somente 5 dados podem ser vistos.

Questão 1: UMA CONSTRUÇÃO COM DADOS PM937Q01 – 0 1 2 9

Quantos pontos ao todo podem ser vistos, quando esta construção é olhada de cima?

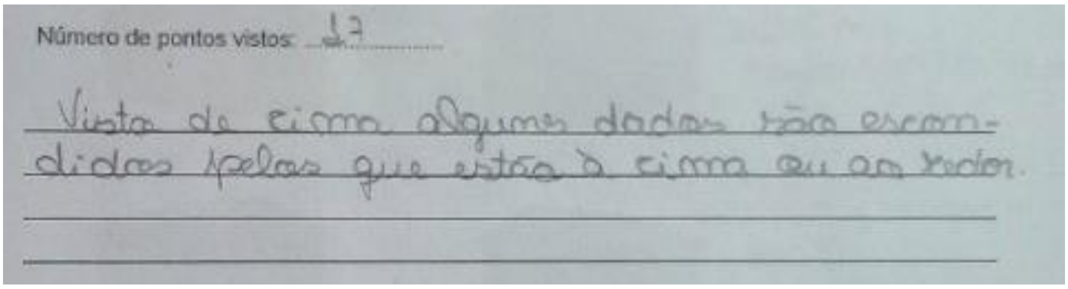
Número de pontos vistos: ....

Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 10, 2016.

Analisando os dados referentes à décima pergunta do questionário, a qual tratou sobre a interpretação da foto de uma construção tridimensional, o resultado foi o seguinte:

Nesse item, os alunos conseguiram perceber claramente o valor de 4 dados e apenas faltou o valor do último dado que foi interpretado com se tivesse os quatros pontos. Logo, todos os grupos conseguiram achar o valor de 17 pontos na vista olhada de cima.

Figura 44 - “Uma construção com dados”


Número de pontos vistos: 17

Vista de cima alguns dados são escondidos pelos que estão à cima ou ao redor.

Legenda: Item número 10 - Solução de um aluno na pesquisa de campo.

Fonte: LIMA, R.L, 2016.

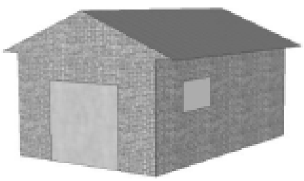
Item número 11: “Garagem”

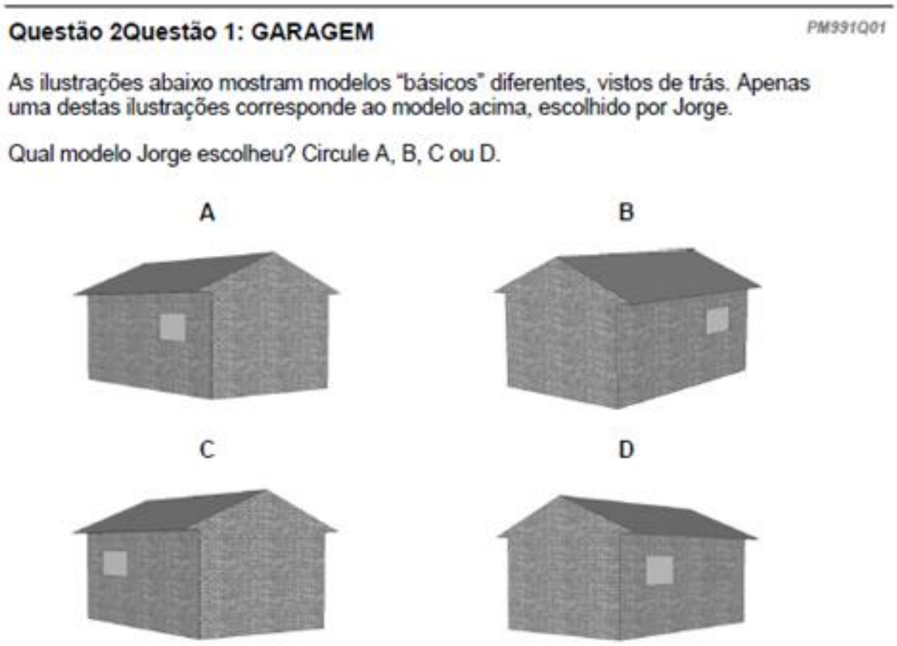
Figura 45 - “Garagem”

GARAGEM

A série “básica” de um fabricante de garagens inclui modelos com apenas uma janela e uma porta.

Jorge escolhe o seguinte modelo da série "básica". A posição da janela e da porta são as mostradas aqui.



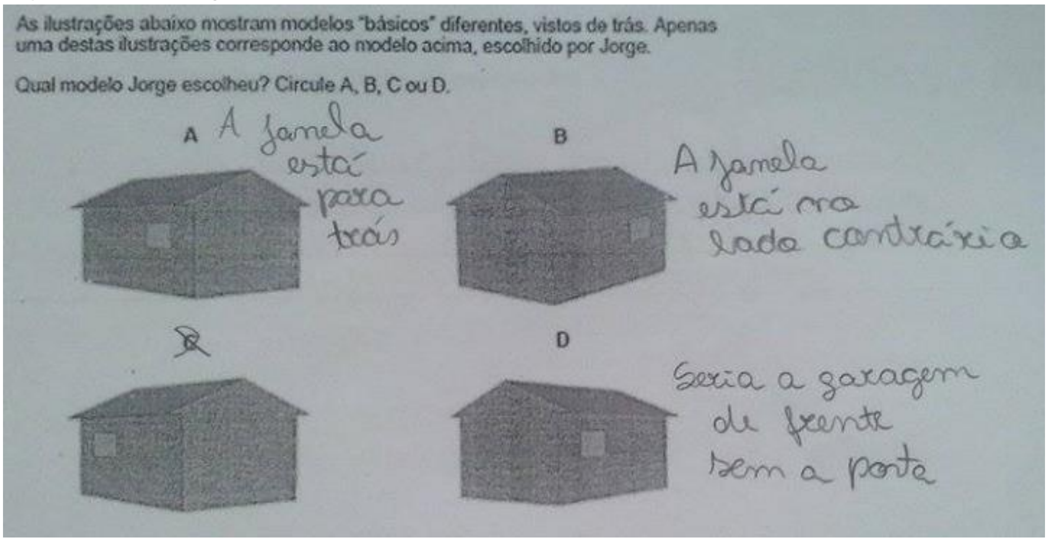


Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 11, 2016.

Analisando os dados referentes à décima primeira pergunta do questionário, a qual tratou sobre a interpretação espacial em relação uma vista, o resultado foi o seguinte:

Nesse item por ser múltipla escolha e não cobrar nenhum tipo de calculo como solução, os alunos conseguiram acerta o crédito completo. Porém, houve uma dúvida em relação da posição das janelas. Mas, nada que impedisse de achar a opção correta.

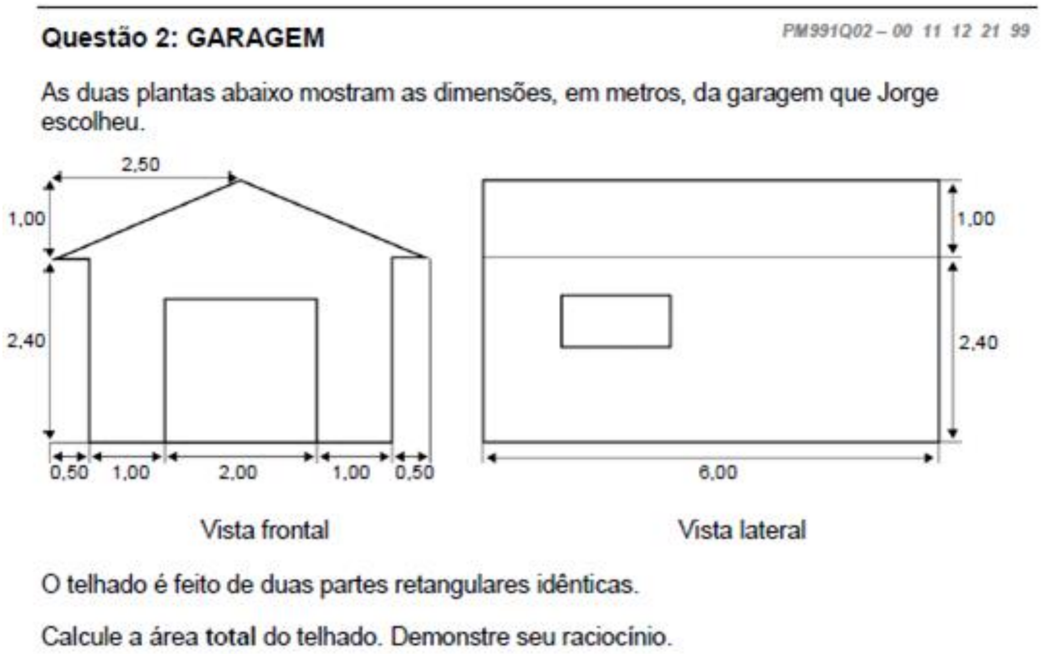
Figura 46 - "Garagem"



Legenda: Item número 11 - Solução de um aluno na pesquisa de campo.
Fonte: LIMA, R.L, 2016.

Item número 12: “Garagem”

Figura 47 - “Garagem”


Questão 2: GARAGEM PM991Q02 – 00 11 12 21 99

As duas plantas abaixo mostram as dimensões, em metros, da garagem que Jorge escolheu.

O telhado é feito de duas partes retangulares idênticas.

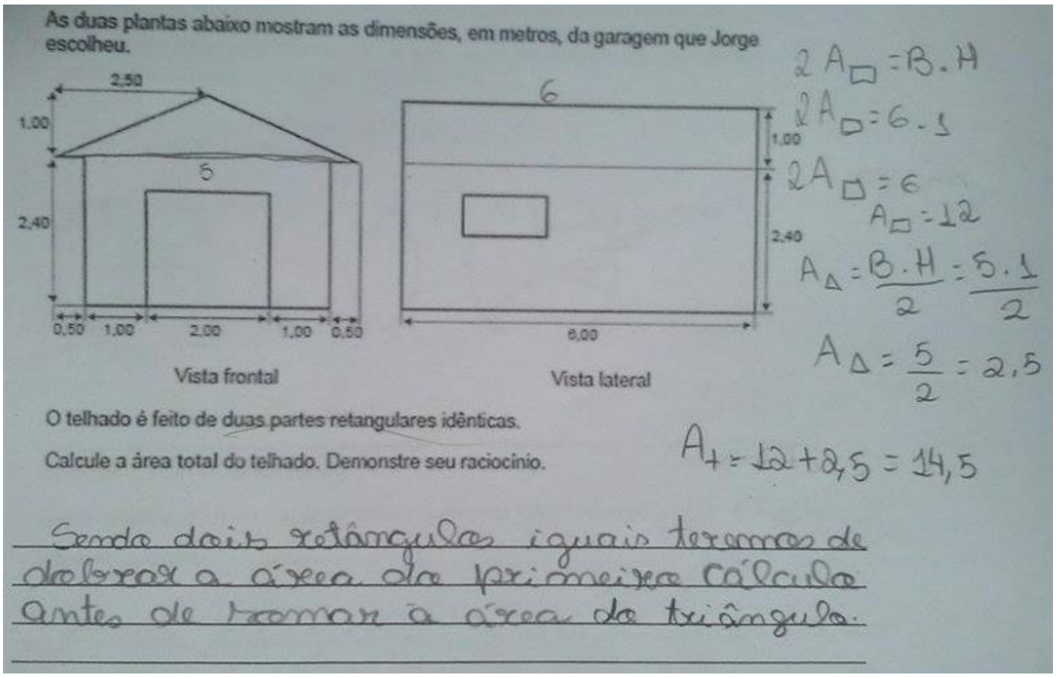
Calcule a área total do telhado. Demonstre seu raciocínio.

Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 12, 2016.

Analisando os dados referentes à décima segunda pergunta do questionário, a qual tratou sobre o cálculo da área de retângulo e a utilização do teorema de Pitágoras, o resultado foi o seguinte:

Nenhum dos grupos conseguiu acerta esse item. O raciocínio foi feito de forma incorreta quando consideraram a área total da parte superior da casa e não apenas do telhado. O excesso de informação numérica fez com que dois grupos calculassem até mesmo a área do triângulo superior da casa e a falta de um comentário maior do que era pedido no enunciado fez com que os outros grupos não fizessem esse item, deixando-o em branco.

Figura 48 - “Garagem”



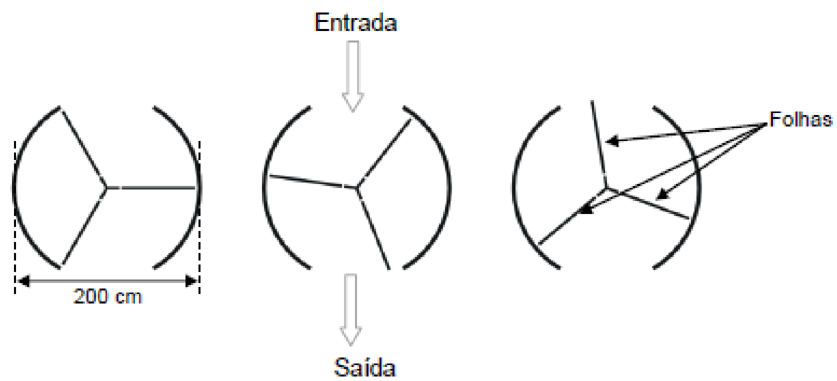
Legenda: Item número 12 - Solução de um aluno na pesquisa de campo.
Fonte: LIMA, R.L, 2016.

Item número 13: “Porta Giratória”

Figura 49 - “Porta Giratória”

PORTA GIRATÓRIA

Uma porta giratória possui três folhas que giram dentro de um espaço circular. O diâmetro interno desse espaço é de 2 metros (200 centímetros). As três folhas da porta dividem o espaço em três setores iguais. O diagrama abaixo mostra as folhas da porta em três posições diferentes, vistas de cima.



Questão 1: PORTA GIRATÓRIA PM995Q01 – 0 1 9

Qual o tamanho, em graus, do ângulo formado por duas folhas da porta?

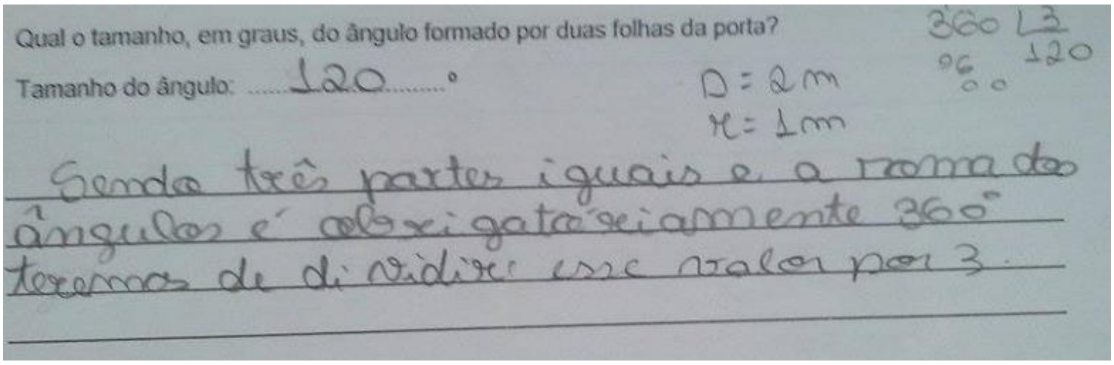
Tamanho do ângulo: .... º

Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 13, 2016.

Analisando os dados referentes à décima terceira pergunta do questionário, a qual tratou sobre o cálculo do ângulo central de um setor circular, o resultado foi o seguinte:

Apenas a metade dos grupos conseguiu chegar nesse item por falta de tempo, e os que chegaram conseguiram acerta o crédito completo. Por considerar 360º como a volta completa e dividir por 3 folhas. Item considerado simples por esses grupos.

Figura 50 - “Porta Giratória”



Qual o tamanho, em graus, do ângulo formado por duas folhas da porta?

Tamanho do ângulo: ......120.........°

360 |3
120

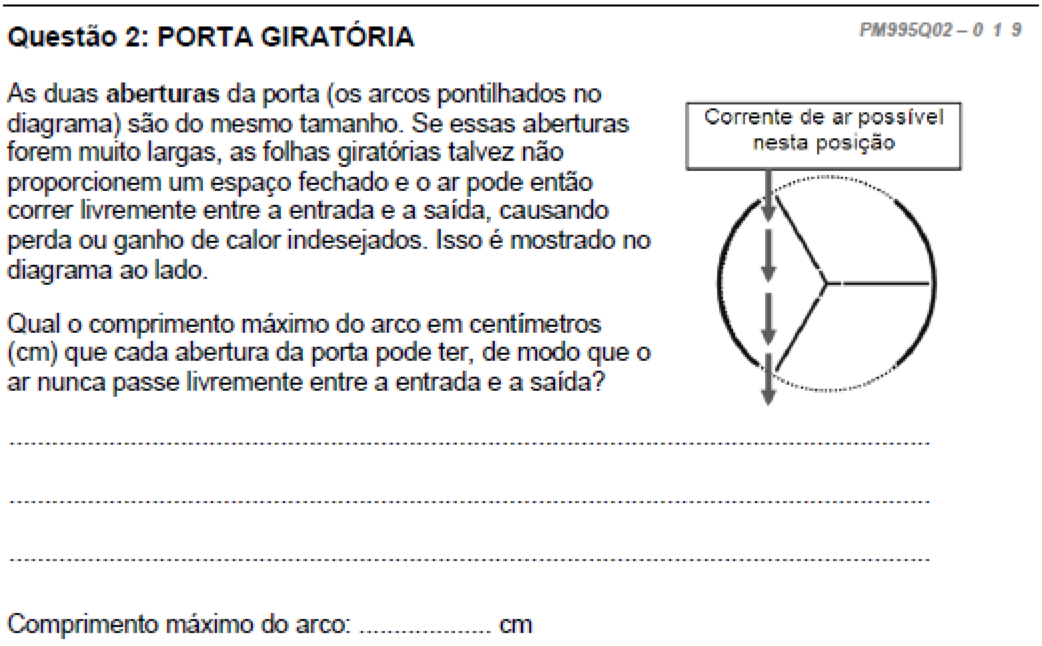
D = 2m
r = 1m

Sendo três partes iguais e a soma dos ângulos é obrigatoriamente 360° teremos de dividir esse valor por 3.

Legenda: Item número 13 - Solução de um aluno na pesquisa de campo.
Fonte: LIMA, R.L, 2016.

Item número 14: “Porta Giratória”

Figura 51 - “Porta Giratória”



Questão 2: PORTA GIRATÓRIA PM995Q02 – 0 1 9

As duas **aberturas** da porta (os arcos pontilhados no diagrama) são do mesmo tamanho. Se essas aberturas forem muito largas, as folhas giratórias talvez não proporcionem um espaço fechado e o ar pode então correr livremente entre a entrada e a saída, causando perda ou ganho de calor indesejados. Isso é mostrado no diagrama ao lado.

Qual o comprimento máximo do arco em centímetros (cm) que cada abertura da porta pode ter, de modo que o ar nunca passe livremente entre a entrada e a saída?

....

....

....

Comprimento máximo do arco: .... cm

Fonte: Itens Liberados do PISA 2012, Item número 14, 2016.

Analisando os dados referentes a ultima pergunta do questionário, a qual tratou sobre modelar e resolver um problema de geometria prática, o resultado foi o seguinte:

Nenhum grupo conseguiu resolver esse item. Tanto por não saber como calcular o comprimento de uma circunferência e não ter o domínio sobre circunferências e como também falta de tempo, considerando o questionário extenso e itens bem elaborados.