Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Centro de Educação e Humanidades
Faculdade de Educação da Baixada Fluminense

Jéssica Maria Oliveira de Luna

As concepções e as crenças do professor sobre a multiplicação e a divisão para ensinar crianças de anos iniciais.

Duque de Caxias

2017

Jéssica Maria Oliveira de Luna

As concepções e as crenças do professor sobre a multiplicação e a divisão para ensinar crianças de anos iniciais.

Dissertação apresentada, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Comunicação, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Educação, Escola e seus Sujeitos Sociais.

.

Orientadora: Prof.ª Dra. Gabriela dos Santos Barbosa

Duque de Caxias

2017

CATALOGAÇÃO NA FONTE

UERJ/REDE SIRIUS/ BIBLIOTECA CEHC

L961 Luna, Jéssica Maria Oliveira de
Tese As concepções e as crenças do professor sobre a multiplicação e a divisão para ensinar crianças de anos iniciais / Jéssica Maria Oliveira de Luna – 2017.
155f.

Orientador: Gabriela dos Santos Brabosa.
Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação da Baixada Fluminense, Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

1. Aritmética – Estudo e ensino - Teses. 2. Professores de Matemática - Teses. I. Barbosa, Gabriela dos Santos. II. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Faculdade de Educação da Baixada Fluminense. III. Título.

CDU 373.3:511.1

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação, desde que citada a fonte.

_____ _____

Assinatura Data

Jéssica Maria Oliveira de Luna

As concepções e as crenças do professor sobre a multiplicação e a divisão para ensinar crianças de anos iniciais.

Dissertação apresentada, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Comunicação, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Educação, Escola e seus Sujeitos Sociais.

Aprovado em 30 de Março de 2017.

Banca Examinadora:

_____

Prof.ª Dra Gabriela dos Santos Barbosa (Orientadora)

Faculdade de Educação da Baixada Fluminense - UERJ

_____

Prof.ª Dra Sonia Regina Mendes dos Santos

Faculdade de Educação da Baixada Fluminense – UERJ

_____

Prof.ª Dra Sandra Maria Pinto Magina

Universidade Estadual de Santa Cruz

Duque de Caxias

2017

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Fátima e Alexandre, minha avó Hilda e ao meu mestre da vida Daisaku Ikeda que sempre iluminaram o meu caminho.

AGRADECIMENTOS

Aos meus amados pais, Fátima e Alexandre, que sempre acreditaram em mim e apostaram suas vidas para que eu fosse um ser humano de valor.

A minha vozinha Hilda que sempre sonhou em ser uma professora e viu essa realização em minha pessoa.

Ao meu marido, Vitor Tavares, por ter compreendido toda a minha dedicação e por me incentivar a estudar e dedicar ao máximo para este trabalho.

Ao meu mestre budista, Daisaku Ikeda, por orientar-me com sabedoria nessa trajetória principalmente nos momentos mais cruciais.

A minha orientadora, Gabriela Barbosa, por ter me conduzido na caminhada acadêmica e ter acreditado no meu trabalho, marcando presença nesse processo da minha vida.

Aos amigos do Grupo de Pesquisa e Ensino em Educação Matemática pelas contribuições a esse estudo e pelas preciosas amizades. Em especial, ao amigo Alexandre Herculano por confiar e trilhar junto comigo na academia e no trabalho, compartilhando ideias construtivas e promissoras.

“Não faz mal que seja pouco. O que importa é que o avanço de hoje seja maior que o de ontem. Que nossos passos de amanhã sejam mais largos que os de hoje. ”

Daisaku Ikeda

RESUMO

LUNA, J.M.O. **As concepções e as crenças do professor sobre multiplicação e a divisão para ensinar crianças de anos iniciais.** 2017. 155 fls. – Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação da Baixada Fluminense, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Duque de Caxias, 2017.

Esta pesquisa teve por objetivo identificar possíveis relações entre as concepções e as crenças do professor sobre a multiplicação e a divisão com a sua prática de ensino exercida nos anos iniciais. Na dissertação, temos como questão de pesquisa: "Como as concepções e as crenças dos professores atingem o processo de ensino do campo multiplicativo no que tange à multiplicação e a divisão?". Para isso, nosso lócus de pesquisa foi na Escola Municipal Darcy Vargas, pertencente a rede pública do município de Duque de Caxias, cujos sujeitos envolvidos são 4 professoras das séries iniciais, regentes de 3º, 4º e 5º anos do ensino fundamental. Temos como fundamentos teóricos os estudos de Gerárd Vergnaud (1983,1988, 1990, 1991, 1998, 2009, 2011, 2012) para desenvolver as ideias trazidas pela Teoria dos Campos Conceituais, além de contar com a contribuição de Magina, Santos e. Merlini (2015) aprofundando, especificamente, nas classificações do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas. Contamos também, no estudo das crenças e concepção de professores que ensinam matemática, com Chacón (2003), Ponte (2016), Callejo & Vila (2006). A pesquisa possui abordagem qualitativa na modalidade Estudo de Casos. A metodologia constitui-se de diário de campo, que possibilitou o registro das aulas identificando as atitudes e comportamentos dos sujeitos; entrevista semiestruturada, trazendo as falas das professoras complementando o que foi observável; teste diagnóstico sobre o campo multiplicativo do qual as docentes aplicariam em sua turma e questões formuladas sobre o assunto por elas. Como resultado, apontamos que as crenças e as concepções trazidas pelos sujeitos restringem o conceito de multiplicação e divisão não se aprofundando no que Vergnaud declara como campo conceitual multiplicativo.

Palavras-chave**:** Teoria dos Campos Conceituais, Campo Multiplicativo, Professores que ensinam Matemática; Crenças; Concepções; Ensino Fundamental.

ABSTRACT

LUNA, J.M.O. **The teacher's conceptions and beliefs about multiplication and division to teach children from early years.** 2017. 155 fls. – Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação da Baixada Fluminense, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Duque de Caxias, 2017.

The objective of this research was to identify possible relationships between the conceptions and the beliefs of the teacher about multiplication and division with their teaching practice in the initial years. In the dissertation, we have as a research question: "How do the conceptions and beliefs of teachers reach the process of teaching the multiplicative field with regard to multiplication and division?" To that end, our research locus was at the Darcy Vargas Municipal School, belonging to the public network of the municipality of Duque de Caxias, whose subjects involved are 4 teachers of the initial series, regents of 3rd, 4th and 5th years of elementary school. We have as theoretical foundations the studies of Gerard Vergnaud (1983, 1988, 1990, 1991, 1998, 2009, 2011, 2012) in order to develop the ideas brought by Conceptual Field Theory, besides counting on the contribution of Magina et al (2009) Depth, specifically, in the classifications of the Conceptual Field of Multiplicative Structures. We also have, in the study of the beliefs and conception of teachers who teach mathematics, with Chacón (2003), Ponte (2016), Callejo & Vila (2006). The research has a qualitative approach in the case study modality. The methodology consisted of a field diary, which made it possible to record classes by identifying subjects' attitudes and behaviors; Semistructured interview, bringing the statements of the teachers complementing what was observable; Diagnostic test on the multiplicative field teachers would apply to their class and questions asked about them by them. As a result, we point out that the beliefs and conceptions brought by the subjects restrict the concept of multiplication and division by not delving deeper into what Vergnaud states as a multiplicative conceptual field.

Keywords**:** Conceptual Field Theory, Multiplicative Field, Teachers Teaching Mathematics; Beliefs; Conceptions; Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - esquema de estrutura multiplicativa.....37
Figura 2 - estratégia de resolução por operador escalar.....38
Figura 3 -estratégia de resolução.....39
Figura 4 - estratégia de resolução.....40
Figura 5 - estratégia de resolução.....41
Figura 6 - estratégia de resolução.....42
Figura 7 - estratégia de resolução.....43
Figura 8 - estratégia de resolução.....43
Figura 9 - estratégia de resolução.....44
Figura 10 - estratégia de resolução.....45
Figura 11 - estratégia de resolução.....46
Figura 12 - estratégia de resolução.....47
Figura 13 - estratégia de resolução.....48
Figura 14 - estratégia de resolução.....49
Figura 15 - estratégia de resolução.....50
Figura 16 – Etapas da pesquisa e seus instrumentos.....72
Figura 17 – resolução apresentada pelo aluno de P4 sob sua orientação.....86
Figura 18 - resolução de aluno de P4 sob sua orientação 86
Figura 19 - resolução do aluno de P4, sob orientação desse sujeito 87
Figura 20 - resolução do aluno de P4 sob sua orientação 88
Figura 21 - questão oferecida por P4.....90
Figura 22 - questão oferecida por P4.....91
Figura 23 - situação problema de combinatória oferecida por P2 91
Figura 24 - situação problema de configuração retangular oferecida por P2 91
Figura 25 - Situação Problema da docente P4.....92
Figura 26 - situação problema da docente P1.....92
Figura 27 - situação problema da docente P2.....93
Figura 28 - situação problema da docente P3.....93
Figura 29 - situação problema da docente P4.....93
Figura 30 - situação problema da docente P1.....93
Figura 31 - situação problema da docente P3.....94

Figura 32 - situação problema da docente P4 94
Figura 33 - situação problema da docente P1 94
Figura 34 - situação problema da docente P3 94
Figura 35 - situação problema da docente P2 que pertence ao campo aditivo 96
Figura 36 - situação problema elaborada por P3 com enunciado direto 97
Figura 37 - situação problema elaborada por P3 com ausência de dados 97
Figura 38 - Folha de exercício de P1 114
Figura 39 - Folha de exercício de P1 114
Figura 40 - Folha de exercício de P1 115
Figura 41 - Folha de exercício de P2 116
Figura 42 - Folha de exercício de P2 117
Figura 43 - início da aula de P2 118
Figura 44 - modelo proposto pelo professor 119
Figura 45 - exercícios propostos por P4 120
Figura 46 - atividade proposta por P4 120
Figura 47 - atividade proposta por P4 121
Figura 48 - atividade proposta por P4 121
Figura 49 - atividade com frações equivalentes 121
Figura 50 - atividades com decimais 122
Figura 51 - atividades com frações 122
Figura 52 - frações 123

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – quantidade de alunos por turma que realizaram o teste.....67
Tabela 2 - perfis das professoras envolvidas na pesquisa.....80
Tabela 3 - quantidade de alunos presentes no dia da aplicação do teste.....84
Tabela 4 - quantidade de alunos que acertaram cada questão.....84
Tabela 5 - estratégias usadas pelos professores em cada questão.....88
Tabela 6 - frequência dos eixos por campo multiplicativo 90
Tabela 7 - quantidade de questões pertencentes ao eixo das proporções simples .92
Tabela 8 - frequência sujeito x eixo.....95
Tabela 9 - Quantidade de questões que não se adequaram ao Campo Multiplicativo 96

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO.....	13
1	**REVISÃO DE LITERATURA**.....	20
1.1	**Síntese do Capítulo**.....	28
2	**QUADRO TEÓRICO**.....	29
2.1	**A teoria dos Campos Conceituais**.....	29
2.2	**O campo conceitual multiplicativo**.....	36
2.2.1	Relações Quaternárias.....	38
2.2.2	Relações Ternárias.....	47
2.3	**As crenças e concepções dos professores em relação ao ensino de matemática**.....	54
2.3.1	Os afetos em relação à matemática como sistema regulador	56
2.3.2	Os afetos em relação à matemática como um indicador	57
2.3.3	Afetos em relação à matemática como forças de inércia	57
2.3.4	Os afetos em relação à matemática como veículo de conhecimento matemático	57
2.4	**Síntese do capítulo**.....	61
3	**METODOLOGIA**.....	64
3.1	**Trajetória da Pesquisa**.....	64
3.2	**O lócus da pesquisa**.....	68
3.2.1	A escola.....	68
3.2.2	As turmas.....	68
3.3	**Instrumentos de Pesquisa**.....	73
3.3.1	O teste diagnóstico para os alunos e as questões elaboradas pelos professores.....	73
3.3.2	O diário de campo.....	77
3.3.3	A entrevista.....	78
3.4	**Os sujeitos da pesquisa**.....	79
3.5	**Critérios para análise de dados**.....	81
3.6	**Síntese do capítulo**.....	81
4	**ANÁLISE DE DADOS**.....	83
4.1	**Sobre o teste diagnóstico**.....	83

4.1.1 Turma 401 86
4.1.2 Turma 501 87
4.2 **Problemas do Campo Conceitual Multiplicativo propostos pelas professoras** 89
4.2.1 Multiplicação 92
4.2.2 Divisão Partitiva 93
4.2.3 Divisão Quotitiva 94
4.3 **Alguns destaques** 95
4.3.1 Pertencimento ao campo aditivo 96
4.3.2 Enunciado direto da operação a ser realizada 96
4.3.3 Ausência de dados 97
4.4 **Concepções e crenças das professoras que influenciam o ensino da matemática, especificamente, o Campo conceitual Multiplicativo** 98
4.5 **Síntese do capítulo** 125
CONSIDERAÇÕES FINAIS 127
REFERÊNCIAS 140
APÊNDICE 145
ANEXO A 146
ANEXO B 150

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo identificar possíveis relações entre concepções e crenças do professor sobre a multiplicação e a divisão com a sua prática de ensino exercida nos anos iniciais. Esperamos, a partir do desenvolvimento desta pesquisa, contribuir com caminhos possíveis para repensarmos o ensino do campo conceitual multiplicativo. Para tanto, conversamos com um grupo de quatro professores do 3º, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, no tocante às práticas e saberes responsáveis pelo desenvolvimento do ensino das estruturas multiplicativas.

Antes de iniciar a trajetória científica desta dissertação, é importante apresentar ao leitor alguns dos caminhos trilhados até aqui que justificam a escolha por pesquisar sobre esse tema. Assim, os próximos parágrafos desta introdução serão dedicados a isso. Por se tratar de uma trajetória pessoal e individual, será adotada a primeira pessoa do singular.

Minha inquietude em relação às práticas multiplicativas teve sua gênese no decorrer da minha atuação docente. Atuo há 12 anos na escola básica. Neste período, tive oportunidade de transitar profissionalmente pelos três níveis da escola básica, tanto como professora dos anos iniciais do ensino fundamental, polivalente, quanto como professora licenciada em Matemática. Esta vivência me permitiu perceber os colapsos que ocorriam no processo de ensino de matemática à medida em que os anos de escolarização aumentavam. Vivenciei não só a dificuldade da aprendizagem por parte dos alunos como também a dificuldade do ensino por parte dos professores.

De acordo com a minha experiência vivida até aqui, no primeiro segmento do Ensino Fundamental, pude perceber que os professores dos anos iniciais normalmente priorizam a leitura e a escrita. Em conversas informais, não raramente surgiam falas que aludiam à concepção de conceito de número como de grande complexidade. Por esta razão, davam a este um tratamento de alfabetização – leitura e escrita de números – resumindo o ensino da matemática, em geral, às quatro operações.

No segundo segmento do Ensino Fundamental (anos finais do Ensino Fundamental), pude observar uma tendência dos professores especialistas em

Matemática em atribuir aos professores dos anos iniciais alguma responsabilidade pela fragilidade dos estudantes nessa disciplina. É comum ouvirmos desses professores que precisam fazer o resgate do campo multiplicativo para depois desenvolver o conteúdo que eles julgam ser correspondentes aos anos em que atuam. Já os professores do Ensino Médio costumam imputar aos professores dos anos finais do Ensino Fundamental a culpa pela precária formação matemática que têm os estudantes que chegam a esse nível de ensino. Muitas vezes eles se queixam que não conseguiam ensinar todo o conteúdo daquele ano específico em que estava ministrando aulas de Matemática porque os estudantes não tinham os pré-requisitos.

Atualmente, trabalho na Escola Municipal Darcy Vargas, em Duque de Caxias, município do Rio de Janeiro. Lá, sou professora do primeiro segmento do Ensino Fundamental. Além das minhas angústias até aqui expostas, também pude observar o baixo rendimento dos alunos em Matemática e a angústia dos professores nessa disciplina. Os resultados insuficientes se refletem nos últimos resultados do IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica) realizado em 2015, no qual o referido município alcançou média 4.5, aquém da meta, que era 4.7. Vale salientar que tal meta é baixa ainda, principalmente se considerarmos que a média de pontuação obtida pelas escolas municipais brasileiras para esse nível de escolarização é de 5.3.

Verificamos que houve um pequeno progresso entre os resultados dos IDEB de 2013 (a média da pontuação das escolas de Duque de Caxias foi de 4.4) e de 2015 (4.5); no entanto, a meta projetada era para um crescimento de 0,3 pontos, isto é, de 4.4 para 4.7. É fundamental compreender a ocorrência de rendimentos tão baixos no município e, ainda, o porquê de não estarem alcançando as metas. Certamente, as dificuldades relatadas com o campo multiplicativo, entre outras que não integrarão o foco desta pesquisa, contribuem com tais resultados. Considerando as questões econômicas e sociais que estão atreladas a estes índices, é possível perceber a relevância do estudo aqui proposto, que buscará lançar luz a esta questão.

O grupo de pesquisas ao qual pertenço, o GEPAEM (Grupo de Estudo, Pesquisas e Aprendizagem em Matemática) coordenado pela Professora Dra. Gabriela Barbosa, se aprofunda nas discussões sobre Campos Conceituais nos

processos de ensino e de aprendizagem. A formação de professores é uma das esferas nesses debates.

É nessa direção que essa pesquisa pretende investigar o professor, no sentido de diagnosticar as suas crenças e concepções sobre o ensino das estruturas multiplicativas. Buscaremos estabelecer um paralelo entre esse profissional e a aprendizagem de seu aluno especificamente no campo multiplicativo. Esse estudo poderá subsidiar estratégias e construções de possibilidades para mediar o campo conceitual multiplicativo, à luz dos Campos Conceituais de Vergnaud. Novamente cabe ressaltar a relevância do campo, que se mostra fragilizado no decorrer do processo de ensino-aprendizagem de matemática dos anos iniciais com reflexos até o ensino médio.

PROBLEMÁTICA

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) reforçam que o desempenho dos alunos está vinculado à formação do professor. Por sua vez, essa formação é prejudicada pela conjuntura encontrada no sistema educacional. Para sanar tal problema, são necessários investimentos no setor contínuos e sistemáticos, não apenas de ordem financeira, mas em programas de formação e de interação entre profissionais, por exemplo. Os cursos de formação docente precisam abrir mão do perfil cumulativo para se transformar em processos reflexivos e críticos sobre a prática educativa.

A seção Números e Sistema de Numeração do referido documento, na qual o campo multiplicativo está inserido, descreve o possível raciocínio do aluno, antecipando assim situações encontradas pelos professores, como um determinado conceito que pode ser trabalhado de variadas formas e como podem ser reaproveitados, evidenciando sua relação com a Teoria dos Campos Conceituais.

Em consonância com o documento oficial, Vergnaud (1990) enfatiza que a educação matemática dos estudantes diferencia de seus professores, bem como as representações entre os professores variam bastante, de acordo com suas visões da Matemática e da sociedade. Os alunos desenvolvem suas competências e atitudes ao longo do tempo, através de suas experiências com situações diversas, seja dentro ou fora da escola. Em geral, quando são submetidos a uma nova situação,

eles usam o conhecimento desenvolvido naquelas situações e tentam adaptá-los às novas. A formação do conhecimento acontece por meio de situações e problemas familiares aos estudantes, o que implica dizer que a origem do conhecimento é local. O valor do professor está em saber utilizar toda essa demanda na aprendizagem do seu aluno.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais, em 1980, o National Council of Theachers of Mathematics – NCTM – dos Estados Unidos elaborou um documento chamado “Agenda para Ação” que recomenda que a resolução de problemas deveria influenciar não só na lógica matemática, mas também nos aspectos sociais, antropológicos e linguísticos.

Nesse contexto, o Plano Municipal de Educação de Duque de Caxias propõe políticas públicas que valorizem a formação docente, concebida como “processo inicial e continuado” (DUQUE DE CAXIAS, 2014, p.147). A maior preocupação presente no documento municipal sobre a formação de professores está relacionada ao atendimento das necessidades dos seus docentes e se essa formação é assumida como política pública. Para delinear esse questionamento, levantamos alguns indicadores para avaliação sobre as condições de trabalho desses profissionais: a estrutura física das escolas, o número de estudantes por sala de aula e a sobrecarga de trabalho. Desde então, diretrizes foram lançadas. Para essa pesquisa, vale destacar três em especial:

> a. Políticas públicas de formação dos profissionais da educação que assegurem seu desenvolvimento, contribuindo, assim, para o comprometimento com a melhoria da qualidade de ensino, com vistas ainda ao avanço científico e tecnológico; b. formação continuada dos profissionais da educação pública, tanto para docentes como funcionários, garantida pelo poder público, assegurando o financiamento de programas, a sua manutenção como ação permanente e a busca de parcerias com universidades públicas; c. formação continuada dos profissionais da educação como objetivo geral e finalidade a reflexão sobre a prática educativa e a busca dos mecanismos necessários e adequados ao seu aperfeiçoamento técnico, ético e político. (DUQUE DE CAXIAS, 2014, p.149).

Dessa forma, o município ajusta-se ao que foi proposto no CONAE 2010 que enfatizou que a educação deve ser focada na perspectiva social como política pública.

O Plano Municipal de Educação está orientado pelas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN). No tocante à formação de professores, consta como objetivo do DCN (BRASIL, 2013): “orientar os cursos de formação inicial e continuada de profissionais – docentes, técnicos, funcionários – da Educação Básica, os sistemas educativos dos diferentes entes federados e as escolas que integram, indistintamente da rede a que pertençam.” (p.8). O próprio documento ressalta que a formação e a valorização dos profissionais da educação foi um dos temas considerados para a elaboração do Parecer.

Os documentos oficiais claramente demonstram inquietude com a formação dos professores, sugerindo-a ser reflexiva e coletiva. Transparece nos textos uma insuficiência nos cursos de formação em relação ao atendimento das necessidades dos docentes nas salas de aula. Surge daí a importância de estudar professores polivalentes uma vez que estes são formados para o ensino de diversas áreas e então, acabam predispostos para àquelas que lhes são de suas respectivas preferências. A matemática fica resumida como o ensino das quatro operações trazendo perecimento na aprendizagem futura dos alunos.

As crenças matemáticas são componentes do conhecimento subjetivo e influenciam na prática pedagógica, o que vale também para as experiências formam as concepções do docente (CHACÓN, 2003). Os educadores já vêm de um histórico de vivência escolar que fará parte dessa construção, informalmente conhecido no meio pedagógico como “bagagens”. Para Chacón (2003), as crenças são formadas por elementos afetivos, avaliativos e sociais, fazendo parte do repertório cognitivo do indivíduo. O estudo desses aspectos alerta que esse sistema de crenças e concepções podem se tornar futuros problemas para o processo do ensino-aprendizagem e devem ser estudados e inseridos na formação docente.

A leitura da matemática e a sua aplicação é um item primordial para transformação dessa sociedade, devido às situações que ocorrem cotidianamente. Podemos citar o uso das calculadoras nas compras, os computadores, jornais e revistas que apresentem dados estatísticos para transmitir informações e outros elementos tecnológicos que exigem uma linha de raciocínio simultaneamente lógico e analítico. Com essa visão, os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) afirmam que a escola não se limita a formar apenas profissionais mas também possibilita o progresso e a obtenção de novas competências trazendo “novos saberes que se

produzem e demandam um novo tipo de profissional, preparado para poder lidar com novas tecnologias e linguagens, capaz de responder a novos ritmos e processos.” (BRASIL, 1997, p.28).

Desde então, a escola passa a ter maior responsabilidade em relação às demandas sociais de seus alunos, onde o estudo de matemática é um caminho propício para esse fim. Em contrapartida, essa disciplina passa para os alunos o fracasso e a decorrente desmotivação na aprendizagem – neste rol, podem ser incluídos os professores polivalentes, também afetados pela insegurança em ensinar matemática. Nosso contexto aborda, especificamente, os alicerces que sustentam as angústias desses docentes, alicerces estes influenciados pelas crenças e concepções que alimentam suas práticas pedagógicas no dia-a-dia no ensino do campo multiplicativo.

Com isso, torna-se essencial repensar a capacitação e aperfeiçoamento desses professores, desde que se conheça suas trajetórias, suas práticas e seus saberes.

Desse modo, quando dizemos que o objetivo do nosso trabalho é identificar possíveis relações entre as concepções e crenças do professor sobre a multiplicação e a divisão na sua prática de ensino exercida nos anos iniciais, queremos dizer que para chegar a uma formação reflexiva e coletiva almejada nos documentos oficiais, é necessário, primordialmente, tomar conhecimento de todo o percurso que o docente realizou, como seu conhecimento se formou e quais influências sofreu durante toda sua trajetória.

OBJETIVOS E QUESTÃO DE PESQUISA

Como descrevemos inicialmente o nosso objetivo, interessa-nos estudar as reais necessidades desses docentes através do que eles oferecem para a educação. Com esse objetivo em mente, formulamos a seguinte questão de pesquisa: ***Como as concepções e as crenças dos professores atingem o processo de ensino do campo multiplicativo no que tange à multiplicação e a divisão?.***

Para respondê-la, tentaremos responder às questões específicas:

- Qual a formação e a experiência profissional do professor?

- Quais as memórias dos professores sobre a época em que eram alunos da educação básica em relação ao campo multiplicativo?

- Que influência os fatores acima destacados exercem na prática docente?

- Como o professor prepara as suas aulas para o ensino do Campo Multiplicativo? O que ele privilegia para o ensino?

- Utiliza recursos? Quais?

- Que conceito ele seleciona para essas aulas?

Na sequência, descreveremos os capítulos que serão discorridos na dissertação.

DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS DA DISSERTAÇÃO

Na Introdução, apresentamos a justificativa, a trajetória profissional que motivou a realização desse estudo, a problemática da pesquisa, os objetivos e as questões principal e específicas levantadas para a elaboração desse trabalho.

No primeiro capítulo apresentaremos a revisão de literatura, baseada numa seleção de dissertações e artigos sobre o tema estudado. Nele, encontram-se inseridas as pesquisas de Ewbank (2002), Kamii (2014), Rasi (2009), Magina, Santos e Meilini (2013, 2014), Costa N. (2013), Zat (2012), Curi (2004) e Costa S. (2010).

No segundo capítulo, encontraremos o quadro teórico, que está constituído em três partes. A primeira seção contém uma visão geral da teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, na segunda seção falamos sobre o campo multiplicativo no qual encontraremos o trabalho da pesquisa de Magina, Santos e Merilini (2015). Em seguida, já na terceira seção, nos apoiaremos nos aportes teóricos de Gómez-Chácon (2003), Vila & Callejo (2006) e Ponte (1992; 1999) no que tange às crenças e concepções docentes.

No terceiro capítulo descrevemos a metodologia utilizada com algumas considerações prévias, discorrendo sobre a trajetória da pesquisa, a escolha dos sujeitos, os instrumentos de pesquisa utilizados e todo o cenário investigativo. No quarto capítulo nos apoiaremos na análise dos resultados através dos registros

realizados. Por fim, apresentaremos o quinto capítulo com as considerações finais e as referências utilizadas.

1 **REVISÃO DE LITERATURA**

Neste capítulo, trataremos de expor as pesquisas que contribuíram para o tema, tendo como enfoque os estudos que abordam o campo multiplicativo, as crenças e as concepções dos docentes enfatizando resultados condizentes com os que encontramos ao final desse trabalho. Sua relevância na constituição desta pesquisa é de situar o leitor no nosso problema. O texto está estruturado de forma única seguindo uma sequência de assuntos que se entrelaçam de acordo com seus respectivos conteúdos.

O ofício do professor compõe, resumidamente, um conjunto de eventos desde o seu surgimento até influências político-sociais, lutas para melhores condições de trabalho e pressões exercidas em caráter externo como família, sociedade e governo. As políticas públicas em educação também modificam a atuação desse profissional em sala de aula.

Cabe ressaltar que é nesse cenário que a Matemática vem provocando nos ambientes escolares medos e frustrações não só por parte dos alunos, como também por parte dos próprios professores, fragilizando o processo de ensino-aprendizagem. Com caráter elitista, seleciona poucos “privilegiados” enquanto rotula outros, comprometendo assim a aquisição de saberes matemáticos.

Costa S. (2010), enfatizou uma fala de Paulo Freire no *Oitavo Congresso Internacional de Educação Matemática:*

> Eu acho que no momento em que você traduz a naturalidade da matemática como uma condição de estar no mundo, você trabalha contra um certo elitismo com que os estudos matemáticos, mesmo contra a vontade que alguns matemáticos, tem. Quer dizer, você democratiza a possibilidade da naturalidade da matemática, e isso é cidadania. (FREIRE apud COSTA, 2010).

São essas circunstâncias que fazem surgir os efeitos, sejam eles negativos ou positivos, na escola e na formação desse docente transformando sua prática constantemente para se adaptar às novas exigências institucionais, governamentais e pessoais. Daremos ênfase neste trabalho a estas últimas, destacando a sua influência direta no ensino da Matemática em relação ao que chamamos de “bagagem” - seja ela pessoal ou profissional. Nos embasaremos no estudo das

crenças e concepções do ensino do campo multiplicativo nos anos iniciais, tendo como parâmetro os estudos de Vergnaud.

Cada vez mais, surgem pesquisas que discutem sobre a influência de crenças, concepções e trajetórias, percorridas pelos docentes, na maneira de ensinar. Conforme aponta Vila & Callejo (2006, p.54), “As crenças são um tipo de conhecimento subjetivo, que se mantém com diversos graus de convicção e de consciência”. Diante dessa conjuntura, foi necessário buscar maior entendimento sobre essa subjetividade do educador, procurando entender onde transparecem essas crenças e, consequentemente, o conceito de concepções que aparece entranhado no decorrer da sua formação e trajetória docente.

De acordo com o estudo da autora Gómes-Chacón (2003), as crenças dos professores fazem parte dos aspectos cognitivos, avaliativos e sociais. Esse conjunto influencia no conhecimento dos docentes e nos elementos sociais que persuadem suas crenças. Nessa consonância, apenas para efeito de informação e não de pressuposto teórico, Tardif (2013) reforça que o saber docente é plural e heterogêneo, formado pelos saberes oriundos da formação profissional e de saberes disciplinares, curriculares e experienciais, ou seja, não se trata de um repositório único. O professor integra todos esses saberes com várias teorias e concepções de determinados assuntos, vários objetivos e procedimentos vivenciados por ele. Essa perspicácia de combinação de competência é o saber-ensinar que se define como

> Para ensinar, o professor deve ser capaz de assimilar uma tradição pedagógica que se manifesta através de hábitos, rotinas e truques de ofício; deve possuir uma competência cultural oriunda da cultura comum e dos saberes cotidianos que partilha com seus alunos; deve ser capaz de argumentar e de defender um ponto de vista; deve ser capaz de expressar com uma certa autenticidade, diante de seus alunos; deve ser capaz de gerir uma sala de aula de maneira estratégica a fim de atingir objetivos de aprendizagem, conservando sempre a possibilidade de negociar seu papel; deve ser capaz de identificar comportamentos e modifica-los até um certo ponto. O saber-ensinar, refere-se, portanto, a uma pluralidade de saberes. (TARDIF, 2013, p.178)

É no saber-ensinar da multiplicação e da divisão, que observamos que professores tomam para si a visão de que o ensino da matemática se resume às 4 operações e ao uso primordial dos algoritmos. Somados a essa problemática, encontramos uma preferência pelo ensino do campo aditivo e uma dependência deste como pré-requisito para o ensino do campo multiplicativo. A prática encontra-

se ancorada em asserções que fazem parte de um contexto mais que escolar, mas de vida e formação profissional.

Vergnaud (1983) chama de “ilusão pedagógica” à maneira que os professores se posicionam em relação ao ensino de matemática ao acreditarem que sua organização deve ser formalizada de maneira clara e rigorosa. Em seus estudos, ele também destaca que o ensino de matemática não se abstém na linearidade nas salas de aula. A multiplicação e a divisão fazem parte de um campo conceitual extenso, denominado por ele como Campo Multiplicativo. Um campo conceitual é um conjunto de situações, cujo domínio exige uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão uns com os outros (1998).

Nessa abordagem, para contribuir com esta pesquisa, trouxemos trabalhos referentes ao campo multiplicativo no intuito de obter um delineamento teórico de como ele se desenvolve com a prática e, com isso, decidir o que poderá ser abordado em relação a esse parâmetro. Os dois trabalhos a seguir, contemplam a forma com que o campo multiplicativo é tratado, como continuidade da soma, limitando este conceito à soma de parcelas iguais. Nosso interesse consiste em entender a formação dessa ideia.

No trabalho de Magina, Santos e Meilini (2013), ao apresentar uma análise comparativa entre os prognósticos das professoras polivalentes e o desempenho dos estudantes em relação às treze situações do Campo Conceitual Estruturas Multiplicativas, os autores verificaram que as possíveis dificuldades dos estudantes na resolução das situações propostas abrange quatro categorias: (I) dificuldade com a tabuada e erro na operação; (II) leitura e interpretação; (III) situações pouco ou nunca exploradas em sala de aula; e (IV) erro na escolha a operação adequada. A reflexão partiu do fato das Estruturas Multiplicativas serem trabalhadas em sala de aula, geralmente, no final do 3º ano do Ensino Fundamental. Justamente neste momento são exploradas situações em que figuram as continuidades entre o raciocínio aditivo e multiplicativo, nas quais a operação de multiplicação é vista como um procedimento mais rápido e econômico de fazer adições com parcelas repetidas.

Pelo mesmo viés, Ewbank (2002), em sua pesquisa, analisou os processos de ensino empregado por cinco professores do 3º ano do Ensino Fundamental e cinco professores da Educação de Jovens e Adultos, no ensino da noção de

multiplicação em dez escolas públicas de uma mesma localidade. A investigação de caráter qualitativo, com enfoque etnográfico, inclui também uso de procedimentos quantitativos. A análise de dados usada foi a análise de conteúdo. A pesquisa foi realizada com dez professores, sendo cinco do Ensino Fundamental e cinco pertencentes à formação de Jovens e Adultos.

A autora constatou em sua pesquisa questões importantes, por parte dos professores, como a falta de valorização da construção do campo multiplicativo feito pela criança e o uso preferencial dos procedimentos aditivos no ensino para o entendimento da multiplicação. Acrescentou que os professores possuíam o pensamento de que a aprendizagem e ensino acontecem separadamente, sendo externas aos seus respectivos sujeitos. Sinalizou também que a aprendizagem é sequencial para esses docentes, ou seja, que parte-se do concreto para o abstrato, do simples para o complexo. Sua pesquisa mostra que os professores demonstram maior atenção às técnicas de algoritmos; reaplicação dos procedimentos de ensino; memorização de tabuada após entendimento do conceito de multiplicação.

O resultado apresentado indica que o conhecimento e procedimentos da multiplicação dos professores estão relacionados à sua prática em sala de aula. Entre os dois grupos estudados, ambos reduzem o conceito da multiplicação à soma de parcelas iguais. Problemas desse tipo são trabalhados com uso das relações quaternárias, que reforçam a utilização do algoritmo pelos docentes como caminho mais simplificado para uma solução correta, e sobre o que apresentaremos nas próximas seções maiores esclarecimentos ao leitor. Observamos nos dois estudos que há consenso, por parte dos docentes, de atuarem no campo multiplicativo utilizando a soma de parcelas iguais para a construção desse conceito para as crianças.

Contudo, Kamii (2014) em seu estudo sobre *Multiplicação do 3º ao 5º ano: uma abordagem construtivista* mostra que existe uma diferença entre adição de parcelas repetidas e a multiplicação. Ela tentou identificar entre os alunos do primeiro ao quinto ano quais conseguiam pensar de forma aditiva e quais conseguiam pensar de forma multiplicativa. Foram usados três peixes de cartolina A, B e C de 5, 10 e 15 cm respectivamente. O entrevistador instruiu: “Este peixe (B) come duas vezes o que este (A) come, enquanto o peixe (C), come três vezes o que o pequeno (A) come. O peixe (B) come o dobro do que este (A) porque ele tem duas

vezes o tamanho deste (A)”. O entrevistador demonstrava o fato superpondo as cartolinas. Então o entrevistador deu 50 fichinhas e fez 5 perguntas ao aluno seguindo a lógica: “Se o peixe A recebesse 2 fichas, quantas o B e o C deveriam ganhar?”. Ao responder, a criança recebia uma contra sugestão da quantidade de fichas que eram oferecidas e perguntava ao aluno o que achava da ideia pedindo uma explicação. O resultado foi que das 336 crianças entrevistadas, 35,6% dos estudantes do terceiro ano, 18% dos de quarto ano e 9,2% dos alunos do 5º ano se encontravam no pensamento aditivo. Em contrapartida, 22% dos alunos do terceiro ano, 28,2% do quarto e 48,7% do quinto se encontravam nas relações multiplicativas. Com esses dados, inferiu-se que algumas crianças constroem o pensamento multiplicativo mesmo antes de aprender a multiplicação no terceiro ano.

Em consonância com os estudos de Kamii (2014), e não distante da mesma realidade, Magina, Santos, e Meilini (2014), analisaram o desempenho de estudantes dos 3º e 5º anos do Ensino Fundamental na resolução de situações do campo multiplicativo, classificando os níveis de raciocínio empregado por eles. Nesse estudo, os autores salientam que a soma de parcelas iguais pode ser uma filiação para a multiplicação porém, levantam questionamentos importantes como: (i) do ponto de vista didático, partir da adição pode limitar a multiplicação com foco no aumento, prejudicando a aprendizagem com os números decimais; (ii) do ponto de vista conceitual, há uma ruptura entre as duas operações; (iii) do ponto de vista cognitivo, o aluno deve vivenciar situações variavelmente complexas para que haja maior apropriação e expansão do campo conceitual multiplicativo.

Nesse mesmo estudo, foi aplicado um teste em 349 estudantes do Ensino Fundamental, da rede estadual de São Paulo. Dos 174 alunos (86 do 3º ano e 89 do 5º ano) desse grupo, foram analisadas duas questões de multiplicação dentro do eixo de proporção simples, sendo uma da categoria *um para muitos* e outro da categoria *muitos para muitos*. Estrategicamente, nas resoluções do 3º ano, encontrou-se mais respostas com procedimentos aditivos. Já nas resoluções do 5º ano, as respostas se apresentaram com procedimentos multiplicativos. Do ponto de vista quantitativo, os dados que possibilitam comparar o desempenho dos alunos do 3º e 5º anos apontam que não houve sucesso satisfatório em problemas *muitos para muitos*, ambas as séries apresentaram dificuldades de aprendizagem nessa categoria. Do ponto de vista qualitativo, a maioria dos alunos do 3º ano usaram

resoluções pictóricas, poucos do 5º ano utilizaram esse recurso e, nesse contexto, o grupo em destaque obteve sucesso em suas resoluções. Dessa forma, os autores enfatizam o uso da pictografia no ensino das estruturas multiplicativas.

Estas pesquisas justificam a escolha pela pesquisa com professores de turmas de 3º, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, pelo fato desses níveis escolares introduzirem as estruturas multiplicativas na aprendizagem dos estudantes. Além disso, tomamos ciência de que existem alunos que ingressam no 3º ano com as estruturas multiplicativas em desenvolvimento, o que contrasta com a ideia dos docentes de que esse campo é de grande complexidade para seus discentes e que o melhor caminho para a aprendizagem é a soma de parcelas iguais.

Reafirmando essa questão, Magina, Santos e Meilini (2013), apresentaram um estudo sobre o campo conceitual das estruturas multiplicativas, analisando uma comparação entre o prognóstico dos professores e o desempenho dos estudantes. Seu objetivo era apresentar uma análise comparativa entre os prognósticos e as justificativas dos 14 professores e o desempenho dos 349 estudantes em relação a situações do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas. Os sujeitos pertenciam a uma escola pública do município de São Paulo.

O estudo revelou que os professores do 2º e 3º ano do ensino fundamental subestimaram o desempenho dos seus alunos. Eles afirmaram que seus estudantes não tiveram contato com a multiplicação e com a divisão naquele período, não tendo ainda demonstrado preocupação com a linearidade do ensino. Já os professores dos 4º e 5º anos superestimaram o desempenho dos seus alunos. Acreditavam que o fato dos estudantes possuírem o conhecimento do algoritmo da multiplicação e a divisão, teriam um desempenho satisfatório, o que não se confirmou.

Com essa leitura, refletimos sobre quais seriam os fatores que influenciam todas essas ideias e procuramos algo mais intrínseco no professor. A partir de então, leituras sobre a formação docente, crenças e concepções foram realizadas. Porém, para esta pesquisa, especificamente, selecionamos os dois últimos itens que se encontram imersos na subjetividade desse sujeito.

Costa (2010), apresentou um estudo sobre a influência das crenças do professor que ensina Matemática nos anos iniciais. Seu objetivo foi investigar quais são as crenças sobre Matemática e como elas influenciaram a escolha do curso de

licenciatura em Pedagogia na Bahia em um grupo de licenciandos de uma faculdade particular de Salvador, a maior parte deles, oriundos de escola pública. Baseado em relatos individuais, foi constatado que as experiências, vivenciadas na escola básica em matemática fincam suas raízes nas crenças dessas pessoas, influenciando diretamente nas suas escolhas profissionais e na sua relação com a matemática. A pesquisa faz um alerta para a importância de uma releitura da metodologia usada na formação matemática do pedagogo, ressignificando a matemática construída no decorrer da sua trajetória e apresentando um novo perfil para a atuação profissional.

Na mesma direção, Zat (2012), buscou compreender e analisar a construção de crenças pelos professores de Matemática em sua formação e trajetória profissional e a relação com as práticas pedagógicas por eles desenvolvidas em quintas séries do ensino fundamental. Baseada nos estudos sobre a matemática (DAVIS, HERSCH, 1995) e de educação matemática (CURY, 2007) da etnomatemática (D'AMBROSIO, 1990; KNIJNIK, 1995) e seu ensino, de formação de professores (FREIRE, 2000; TARDIF, 2002; CUNHA, 2008) e os pertinentes às crenças e concepções (ERNEST, 1988; PONTE, 1992; THOMPSON, 1997; GÓMEZ CHACÓN, 2003; VILA; CALLEJO, 2006), a autora desenvolveu uma pesquisa de caráter qualitativo e enfoque etnográfico cujos instrumentos de pesquisa foram narrativas e entrevistas. Os entrevistados eram seis professores, com formação matemática, que aceitaram fornecer informações sobre suas trajetórias docentes, todos atuantes no sexto ano de escolaridade.

A partir da sua experiência profissional e de pesquisa, ela verificou que os alunos tinham menos crenças que seus professores. Percebeu, então, a questão de uma subjetividade que se tornava relevante no momento em que eles ensinavam e resolveu prosseguir com estudo de crenças e concepções, que se manifestavam implícita e explicitamente, formando-se no decorrer das trajetórias desses professores. Além disso, visava também a relação que esses sistemas de crenças possuíam entre o conhecimento matemático e a vivência constante entre professor e aluno nas práticas pedagógicas.

Os dados, coletados pela pesquisadora, apontaram características como a exatidão e precisão do conhecimento matemático dos professores, o rigor do raciocínio lógico e abstrato e o vasto campo de atuação que a matemática influencia. As duplas concreto/abstrato, formal/informal, cálculo/solução de problemas e outros,

geram conflitos consideráveis e se refletem no ensino da disciplina e, por consequência, também na formação do professor de matemática. Devido à formação na área de licenciatura de matemática, existe uma ênfase maior nos conteúdos; porém, os docentes entrevistados acreditam que a formação científica pode ser adaptada aos valores. Os professores mostraram preocupação com a relação professor-aluno e o contexto no qual estão inseridos. Essa dualidade acarretou em um processo no qual a teoria foi estudada de forma desvinculada da prática docente em suas formações. Seus saberes se limitaram ao conhecimento da área enquanto que o saber pedagógico vem se configurando em suas trajetórias no decorrer do tempo. Através dessa transposição que aos atores se propõe, as crenças e as concepções se reforçam e se mostram relevantes.

A autora destaca alguns pontos importantes que contribuem para este fim, como ”a reflexão sobre as próprias experiências, o planejamento coletivo, a busca de inovação, a preocupação com o gosto pela disciplina e a formação cidadã dos aluno” (ZAT, 2012), além do uso de um único livro didático e utilização de variados recursos. Os professores se mostram aptos às suas respectivas autoavaliações e reflexões. Desta forma, o professor lapida no dia a dia seu compromisso com a educação.

Não diferente dos professores especialistas de matemática investigados por Zat (2012), Curi (2004) trouxe essa abordagem com professores dos anos iniciais. Em sua pesquisa sobre formação de professores polivalentes, investigou e examinou os conhecimentos para ensinar a disciplina, bem como as crenças e atitudes que intervêm na formação desses docentes que ensinam matemática. Sua atuação num curso normal superior, o desejo de aperfeiçoar os conhecimentos para a docência e a busca na área específica da matemática foram as motivações que serviram para proceder com o estudo.

Fundamentada em Shulman (1986, 1987, 1992) e Gómez-Chacón (2002), sua pesquisa foi realizada com 20 alunas-professoras do programa PEC – Formação Universitária, no segundo semestre de 2002. A pesquisa conduzida era de cunho qualitativo com enfoque etnográfico, no qual os instrumentos de pesquisa foram entrevistas semiestruturadas e análise de portfólio. As primeiras, foram gravadas e, posteriormente, transcritas. Já o segundo, de natureza narrativa, continha as memórias estudantis, atividades elaboradas pelos sujeitos, propostas executadas

pelos seus alunos e reflexões sobre os textos apresentados no material. Essas ferramentas ajudaram a categorizar os assuntos relevantes da investigação.

Os resultados apontaram que a escolarização anterior dessas alunas-professoras interferiu no vínculo que elas mantinham com a matemática e, por conseguinte, na sua prática. Acreditavam que a matemática era difícil porque pertencia somente a pessoas muito inteligentes. Demonstraram dificuldades com resoluções de problemas escolhendo, sempre, as operações com que se encontravam familiarizadas. As alunas professoras conseguiram diferenciar a matemática que aprenderam com a que ensinavam e mostravam, com isso, que os alunos precisam ter uma relação prazerosa com a aprendizagem dessa disciplina. A construção do conhecimento desses sujeitos é elaborada pela reflexão das suas ações, mostrando que o saber experiencial constrói novos conhecimentos. Vale adicionar nesses resultados que foi verificado que a formação do professor, para ser bem-sucedida, deve estar associada à sua prática docente, dentro da realidade das salas de aula.

O ensino de matemática está conectado a questões que transcendem às formalidades. Com base nesses destaques, é relevante pesquisar não só a formação do professor em si, como também, conhecer quem é esse sujeito e como sua vivência pré e pós formação e atuação profissional influencia no seu saber-ensinar – no caso desse estudo, o saber-ensinar do campo multiplicativo. Nesse sentido, nos apoiaremos nas orientações de Vergnaud sobre o processo de ensino de multiplicação e divisão, destacando-os como itens do campo multiplicativo. Abordaremos como esses professores desenvolvem essa prática de ensino de acordo com suas crenças e concepções, que estão fundamentadas nos estudos de Gómez-Chácon (2008), Vila & Callejo (2006) e Ponte (1992,1999).

1.1 Síntese do capítulo

Por meio da leitura realizada nesses estudos, foi possível destacar aspectos referentes ao campo multiplicativo como a algoritmização, a soma de parcelas iguais como item relevante na formação inicial do campo multiplicativo, uso da tabuada, erro de leitura e interpretação, além das crenças do professor que são influentes no

ensino. Todos esses pontos motivaram o andamento dessa pesquisa e reapareceram em seus dados.

O próximo capítulo trará considerações sobre o quadro teórico abordando a Teoria dos Campos Conceituais, o Campo Multiplicativo, as crenças e as concepções de professores que ensinam matemática.

2 QUADRO TEÓRICO

Nesse capítulo, serão apresentados ao leitor os referenciais teóricos que embasaram esta pesquisa. Organizamos em três tópicos que versam sobre: A teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, O Campo Conceitual Multiplicativo, As crenças e concepções dos professores em relação ao ensino da matemática.

No primeiro tópico, apontaremos uma visão geral sobre a Teoria de Vergnaud referente aos Campos Conceituais; no segundo, pontuaremos o Campo Conceitual Multiplicativo acerca das relações ternárias e quaternárias trazidas nos estudos de Magina, Santos e Merlini (2015). O último tópico resgatará as pesquisas de Gómez-Chácon (2008), Vila & Callejo (2006) e Ponte (1992; 1999) no que tange às crenças e concepções docentes.

2.1 A Teoria dos Campos Conceituais

O quadro teórico também faz referência à Teoria dos Campos Conceituais, doravante TCC, que será tratado como parâmetro para análise desta pesquisa, desenvolvida pelo psicólogo Gérard Vergnaud, que a define da seguinte forma:

> A teoria dos campos conceituais é uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente das que se revelam das ciências e das técnicas. (VERGNAUD, 1990, p.135)

A TCC preocupa-se com as intersecções e os rompimentos entre os conhecimentos de jovens e crianças, pelo fato delas aprenderem de forma simultânea com o desenvolvimento cognitivo, ao contrário dos adultos, que para adquirirem novos conhecimentos, já possuem habilidades e atitudes formadas.

Para efeito de esclarecimento, as filiações (intersecções) nada mais são que as novas competências que são apoiadas em competências já adquiridas total ou parcialmente. Já as rupturas (rompimentos) são a tomada de consciência para a

formação necessária de uma outra competência que exige o abandono ideias anteriores.

O estudo de Vergnaud substitui a ideia de sujeito-objeto por esquema-situação, além de investigar a relação entre conceitualização e mediação. Ele segue as ideias de Piaget ao defender que todo o conhecimento é adaptado, assimilado e acomodado. Porém, esse conhecimento é operatório, o sujeito o constrói para se adequar ao meio; não gera a ação, ele é simplesmente adaptado. A conceitualização começa com a situação e com a formação de invariantes operatórios, gerando então as ações (OTERO, 2014). O pesquisador afirma que tomou

> [...] emprestado de Piaget aspectos importantes do seu trabalho: primeiro o conceito de esquema, que possui uma larga interpretação, que o conhecimento é adaptado (acomodação e assimilação), bem como Piaget conceituou globalmente que a ação e representação fazem parte do desenvolvimento.[1] (VERGNAUD, 2009, p.84, tradução nossa)

Vale ressaltar que seu estudo se diferencia de Piaget ao estudar domínios mais específicos (OTERO, 2014), saindo das operações lógicas gerais.

A Teoria dos Campos Conceituais é, para Vergnaud (1991), um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e processos de aquisição. O domínio de um campo conceitual não ocorre em dois meses, nem mesmo em alguns anos. Ao contrário, novos problemas e novas propriedades devem ser estudados ao longo de vários anos para que o aluno o domine em sua totalidade. É o que ele afirma como “longo prazo” se referindo à fase dos 5 aos 15 anos na qual numerosas filiações e rupturas são observadas. Ao contrário, ele define como “curto prazo” as situações suscetíveis propostas aos alunos e construídas a partir de competências já existentes, Vergnaud (2011).

Desde então, um campo conceitual é um conjunto de situações, cujo domínio progressivo exige uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão. Nessa perspectiva, a construção de um conceito envolve um trio chamado SIR: O **S** é um conjunto de situações, que dá significado ao objeto em questão; o **I** é um conjunto de invariantes, que trata as

[1] O texto em língua estrangeira é: “[...] borrow from Piaget other importante aspects of his work: first the concept of scheme, to whick I give a larger interpretation than his, the thesis that knowledge is adaptation (accommodation and assimilation), as well as the overall Piagetian conception that action and representation play the main part development.”

propriedades e procedimentos necessários para definir esse objeto; e o **R** um conjunto de representações simbólicas, as quais permitem relacionar o significado desse objeto com as suas propriedades.

Um conceito tem sentido para a criança através das situações e dos problemas oferecidos, que podem ser teóricos ou práticos. Então, o sentido deve ser uma relação do sujeito com as situações para se definir com esquemas endógenos (VERGNAUD, 1991). Podemos falar que existe uma relação dialética entre os esquemas e as situações.

As situações dão origem aos processos cognitivos e às respostas do sujeito. Existem dois casos de situações: (A) classes de situações para as quais o sujeito dispõe de competências necessárias e (B) classes de situações para as quais o sujeito não dispõe de todas as competências. No primeiro caso, trata-se daquelas situações que são do conhecimento do sujeito e daí ele lida utilizando esquema único, automatizado. Já no segundo caso, obriga esse sujeito refletir e realizar tentativas e então desencadeando diversos esquemas que entram em competição e que, para chegarem à solução esperada, precisam ser acomodados, descombinados e recombinados trazendo então, novas descobertas.

Essas competências são definidas por Vergnaud (2007, 2013):

- QUANTO AO RESULTADO - *Pela Perspectiva Diferencial – "A é mais competente que B, se A sabe fazer qualquer coisa que B não sabe fazer".* Nessa definição a avaliação da competência se encontra no resultado da atividade.
- QUANTO A AGILIDADE - *Pela Perspectiva Desenvolvimentista – "A é mais competente no tempo t que no tempo t' se sabe fazer em t qualquer coisa que não sabia fazer em t".* Conforme Vergnaud,

> A é mais competente no tempo t que no tempo t' se desenvolver uma melhor maneira de proceder, mais rápida, mais confiável e mais compatível com a forma de operar com seus pares" (2013, p.150)

Essa definição não se foca somente no resultado. O importante é a forma que o indivíduo desenvolveu a atividade, que estratégia utilizou, quais instrumentos usufruiu.

- QUANTO AO REPERTÓRIO DE RECURSOS - repertórios de recursos alternativos de que o indivíduo dispõe, ou seja, dentre todo o conhecimento disponível, qual o procedimento mais apropriado que foi utilizado.
- QUANTO À RESOLUÇÃO DO NOVO – O mais competente é aquele que se encontra mais preparado para resolver uma nova categoria, nunca vista antes.

As quatro categorias apresentadas se complementam e estão relacionadas entre si. Todas são de grande valia para a identificação e análise de um problema, seleção de recursos e procedimentos para solucioná-lo, seja ele novo ou não. As competências, classificadas por Vergnaud, podem ser encontradas dentro do que ele define como *atividade* que é um dos princípios fundamentais da TCC.

Segundo Otero et al. (2014), apoiado na teoria de Vergnaud, *atividade* é aquilo que abrange a conduta que é observável e os processos de representação não observáveis. Podemos citar como exemplos: os gestos, as ações com objeto e o ambiente, seleção de informação, invariantes operatórios, regras de ação (forma de proceder), interação com os outros e mecanismos de controle (avaliar a própria ação). Não está limitada somente às condutas e ao comportamento. A análise de conceito a partir dos esquemas é também uma análise de conduta observável, portanto, se apresenta como componente da *atividade*. Logo, a conceitualização também faz parte da a*tividade* e esta, por sua vez, tem a função de reduzir as incertezas geradas durante as situações.

Piaget propôs o esquema como instrumento de assimilação e acomodação. Vergnaud amplia essa ideia dizendo que os esquemas são pragmáticos, funcionando como uma forma de ação operatória do sujeito. Os esquemas envolvem os invariantes operatórios. É trabalho do professor identificá-los, contribuindo para o desenvolvimento do conceito construído pelos estudantes (OTERO et al., 2014).

Os invariantes operatórios estão relacionados aos procedimentos, atitudes e comportamentos do pelo indivíduo para se relacionar com a situação que lhe é oferecida. Dentre eles, temos os esquemas que são adaptados às situações, tornando-se funcionais. Podemos citar, como exemplo de esquema, o ato de contar de uma criança: ela pode usar as mãos, pode acompanhar com os olhos ou pode

usar palavras. A eficácia do seu esquema está na relação em que ela estabelece entre sua atividade (gesto, palavras) e o objeto. Nesse sentido, Vergnaud (1991) define como esquema “a organização invariante da conduta para uma dada classe de situações”. (VERGNAUD, 1991, p.157).

Também oferece as seguintes definições para *esquema* da seguinte maneira: (VERGNAUD, 1990, 2000, 2007, 2013):

- Um *esquema* é uma totalidade dinâmica e funcional - corresponde às reflexões de Piaget quando ele dizia que os esquemas têm forma dinâmica.
- Um *esquema* é uma organização invariante da conduta de certas classes de situações. Aqui inclui, principalmente, uma classe especial de esquema que é o conceito de algoritmo. Este, nada mais é, que uma regra que possui etapas para serem seguidas. Por isso, Vergnaud designa-os como “*quantificadores universais”.* Todo algoritmo é um esquema, mas nem todo esquema é um algoritmo. Essa classe determinada de situação varia em sua *atividade* por depender das condições que são oferecidas ao sujeito; porém, é invariante na organização.

Os quatro itens abaixo indicados compõem um *esquema*, e mostram como as estruturas de uma *atividade* são sistemáticas, mostrando o caráter funcional e cognitivo do esquema.

- Uma meta ou várias, sub-metas e antecipações - estão relacionadas à intenção, desejo e motivação. A *meta* é consciente, correspondendo à finalidade lançada pela situação. É o objetivo. A *sub-meta* corresponde à organização sequencial da atividade. As *antecipações* correspondem à organização simultânea que ocorre juntamente com o corpo (*atividade*), como por exemplo, o ato de pensar num recurso para eminente uso durante a resolução de um problema.
- Regras de ação, captação e controle da informação – as regras *de ação* definem a função teórica de expressar o caráter geral do esquema, ou seja, como se organiza o pensamento racional. Explica como se desenvolve a *atividade*, seja ela observável ou não. A *captação* e o *controle de informação*

modificam a conduta. Quando isso não acontece, geram-se as regras e o ciclo não é completo. Em suma, são os caminhos que o sujeito deve tomar para desenvolver o esquema.

- Invariantes operatórios (*conceitos-em-ato* e *teoremas-em-ato*) – esquemas ganham sentido através dos *invariantes operatórios*.

Os *conceitos-em-ato* são elementos cognitivos que oportunizam as ações do sujeito serem operatórias. Estão internalizados e constroem uma relação de pertinência. Já o *teorema-em-ato* está concatenado a uma proposição determinada como verdadeira ou falsa na Atividade. Um conceito é formado por vários teoremas, assim como um teorema necessita do conceito para garantir a sua formação. Por essa questão, o primeiro pode levar um grande espaço de tempo para ser assimilado. Vergnaud (2008), salienta que ao identificarmos o entendimento de um aluno sobre um conceito é conveniente nos inteirarmos sobre que teorema ele utilizou durante o processo de construção. A finalidade dos *conceitos-em-ato* e dos *teoremas-em-ato* é detectar as relações, propriedades e transformações que ocorrem nos objetos, reconhecendo-os e identificando-os. Ambas as ideias estão relacionadas dialeticamente.

Não se trata apenas de um conceito e de um teorema simplesmente. Se compararmos com um iceberg, podemos dizer que teoremas e conceitos são a ponta, ou seja, são visíveis. *Teorema-em-ato* e *conceito-em-ato* são, justamente, a parte submersa do iceberg, aos quais chamamos de *invariantes operatórios* (OTERO E FIGUEROA, 2011). Estão implícitos nos esquemas e nos permitem selecionar informações, estabelecer metas, inferir regras de ação mais adequadas para determinada situação (VERGNAUD, 1990). Dependendo do grau do conceito emitido, um *conceito-em-ato* pode estar relacionado a uma variedade de teoremas, verdadeiros ou não.

Vejamos alguns exemplos a seguir que contribuirão para esclarecer estes pontos.

Problema 1 – Júlio tem 5 cestas. Em cada uma, existem 3 maçãs. Quantas maçãs ele possui?

5 x 3 = 15 (campo multiplicativo)

Teorema em ato >>>> n(A) * n (B) = n(C)

Problema 2 - Júlio possui 15 maçãs. Sabendo que estão distribuídas em 5 cestas, quantas maçãs há em cada uma?

15 : 5 = 3

Teorema em ato >>>> n(C) : n(A) = n (B)

Podemos observar que temos dois problemas que estão dentro do mesmo campo conceitual, o campo das estruturas multiplicativas, que podem conter os mesmos *conceitos-em-ato*, porém, com *teoremas-em-ato* diferentes.

As *inferências* estão presentes na *atividade* e são fundamentais para a adaptação do esquema. São ações do sujeito guiadas por informações, controladas mesmo que inconscientemente. Não se trata de ações automáticas e nem são produto de estímulos pois são controladas pelas condições, metas e regras. São geradas através do caráter transitivo das relações. Uma sentença entendida como verdadeira anteriormente, poderá ser utilizada para a construção de uma nova *atividade*, sendo adaptada e ajustada progressivamente. Os *invariantes operatórios* emergem da interação entre o esquema e a situação, podendo se reorganizar e se modificar gerando um novo conceito.

Dando sequência ao tripé SIR, para falar de *representação*, é necessário destrinchar a ideia da *linguagem* e do *simbolismo*.

A *linguagem* possui campo muito amplo de domínio. O que enfatizaremos na TCC é referente às operações de pensamento, onde possui função teórica e empírica, importante no desenvolvimento do conceito. Além do sentido de identificar e designar os invariantes: objetos, propriedades, relações e teoremas; acrescentamos o auxílio que ela oferece ao raciocínio, à inferência, à prematuração dos objetivos e efeitos, ao planejamento e ao controle da ação.

Assim como Piaget afirma que o sentido vem do esquema, Vergnaud (2000) diz que o sentido vem dos *invariantes operatórios* nos esquemas. O sentido é a relação do sujeito com os significantes. O sentido da multiplicação para um sujeito são os conjuntos de esquemas que permitem pôr em prática as situações trabalhadas nesse campo conceitual propriamente dito. O sentido de uma situação

específica de multiplicação não é o sentido da multiplicação, pois há restrição do conjunto de esquemas desse campo conceitual.

A Teoria dos Campos Conceituais possui um aporte teórico que distingue o significado da língua do conceito, pois este começa mais cedo que a língua pelo fato daquele iniciar pela ação do sujeito na situação e formação de invariantes operatórios. Além disso, não se deve confundir conceptualização com simbolização. A conceptualização é gerada pela percepção, pela vivência de mundo, pelas propriedades e transformações que o objeto oferece. Já a simbolização tem fins comunicativos, sendo, portanto, repleta de significados (OTERO et al, 2014).

O conceito de significantes e significados possuem um papel importante na conceitualização quando falamos da representação. Vergnaud (2007) atribui 4 sentidos para representação:

- Fluxo da consciência, espontânea, portadora de imagens, sons, gestos, palavras etc. Está associada à percepção, sendo capaz de repor objetos ausentes e inferir restrições.
- Símbolos e signos linguísticos de comunicação. O conceito ganha legitimidade através da *representação* e da sua *comunicação*, onde ambos encontram-se em relação.
- A *representação* dos sistemas de conceitos que relacionam o sujeito aos objetos do mundo, suas propriedades e transformações.
- A representação como um conjunto de esquemas.

A finalidade das *representações* é estruturar as *ações*, a *conduta*, as *situações* tornando-se produto desta *atividade*.

A *representação simbólica* é um artifício que aponta os objetos matemáticos que estruturarão o conceito. Além disso, auxilia ainda na resolução de problemas complexos. Caso o aluno não tenha os símbolos matemáticos disponibilizados para uso, naturalmente ele recorrerá às variadas formas de linguagem. Podemos citar, como exemplos, os verbos para transformações (ganhar, perder, consumir, distribuir), expressões de comparação, formas atributivas para as medidas, etc.

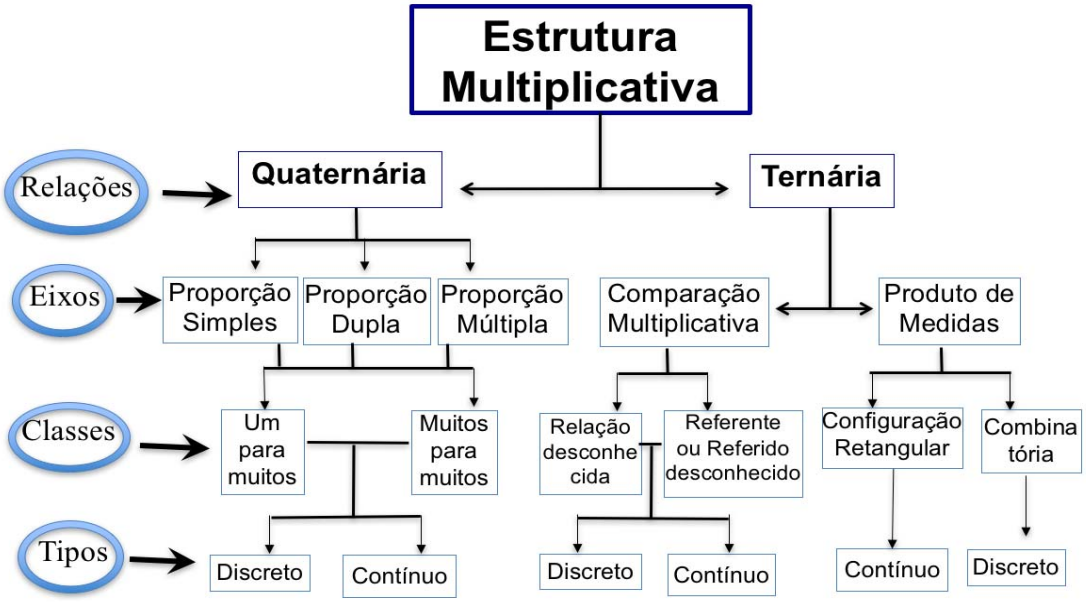
Essas composições linguísticas são instrumento de pensamento, não são exploradas como objetos de pensamento.

2.2 **O campo conceitual multiplicativo.**

O campo conceitual das estruturas multiplicativas é o complexo de situações que englobam, concomitantemente, as diversas multiplicações e/ou divisões com teoremas que respaldam essas situações. Podemos citar nesse conjunto: proporção simples e proporção múltipla, relação escalar direta e inversa, quociente e produção de dimensões, combinação linear e aplicação linear, fração, relação, número racional, múltiplo e divisor etc. Por ser um campo conceitual, sua apreciação e tratamento pleiteiam diversos tipos de conceitos, procedimentos e representações simbólicas específicos de determinado conhecimento.

Vergnaud (2009) classificou duas categorias das relações multiplicativas, que abrangem a multiplicação ou a divisão, denominando-as como *relações ternárias* e *relações quaternárias*. Magina, Santos e Merlini (SANTOS, 2015) construíram o quadro apresentado a seguir, destrinchando a ideia dessas relações em categorias para melhor compreensão. O que se entende por isomorfismo de medidas, são as proporções simples, proporção dupla e proporção múltipla. Caso único de medida se refere à comparação multiplicativa e, finalmente, o produto de medidas cujo nome não alterou.

Figura 1 - esquema de estrutura multiplicativa



Fonte: SANTOS, 2015, p.105

A seguir, descreveremos como se comportam essas relações e seus respectivos eixos.

2.2.1 Relações Quaternárias

São relações que envolvem quatro grandezas, sendo duas de uma mesma classe e as outras duas pertencentes a outra classe. Vergnaud (2009) se refere a elas como Isomorfismo de Medidas. Magina et al (2014), à luz da teoria dos campos conceituais, subdividiu em:

Problemas de proporção simples - Eixo que se divide em:

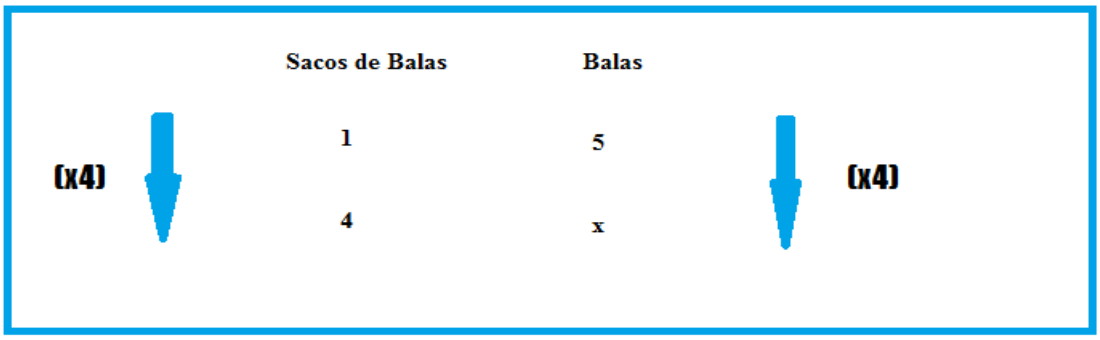
- Correspondência um para muitos - No universo de 4 variáveis, duas a duas, uma tem valor unitário e outra possui o valor desconhecido. Existem três tipos. Observe os exemplos:

EXEMPLO 1 (MULTIPLICAÇÃO): “Tenho 4 saquinhos de balas. Há 5 balas em cada saquinho. Quantas balas eu possuo?”.

Para a resolução desse problema, dentro do campo multiplicativo, usa-se o operador escalar ou funcional, como sugere Vergnaud (2009), para dar mais empenho à formação do conceito do campo multiplicativo. Na rede de ensino, é comum utilizar ainda o campo aditivo como estratégia (5+5+5+5 = 20), o que acaba impedindo avanços para o campo multiplicativo.

ESTRATÉGIA DE RESOLUÇÃO POR OPERADOR ESCALAR: o movimento é vertical entre as variáveis da mesma grandeza.

Figura 2 - estratégia de resolução por operador escalar



Fonte: A autora, 2017.

$$4.\frac{saquinhos}{1\ saquinho} = \frac{x\ balas}{5\ balas}$$

Multiplicando os dois membros 5 balas temos:

$$\frac{5\ balas \cdot 4\ saquinhos}{1\ saquinho} = x\ balas$$

$$\frac{5\ balas \cdot 4}{1} = x\ balas$$

$$20\ balas = x\ balas$$

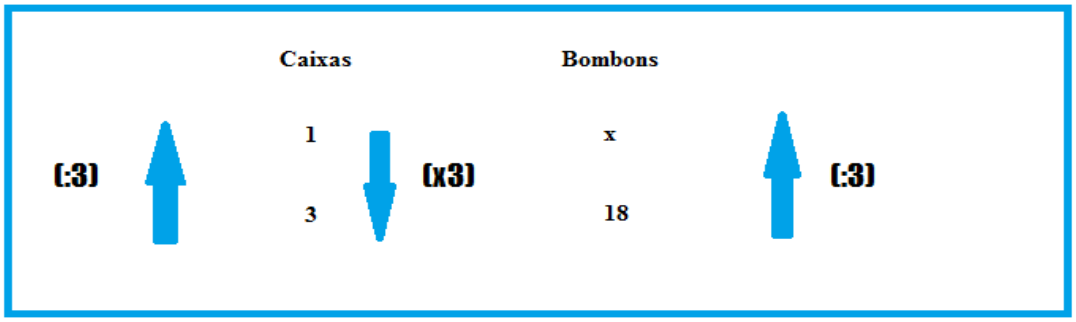
Na equação acima, 1 e 4 são medidas que representam a quantidade de saquinhos, 5 e x representam medidas de outro tipo que é a quantidade de balas.

Para Vergnaud (2009), o 4 é um operador escalar, ou seja, não possui dimensão, exprimindo a passagem de 1 saquinho de balas para 4 saquinhos de balas.

De maneira análoga ocorreria na estrutura quando o problema possuir o escalar vertical de baixo para cima, como no exemplo a seguir:

EXEMPLO 2 (DIVISÃO PARTITIVA): "Se existem 18 bombons em 3 caixas, quantos bombons teriam em apenas uma caixa?"

Figura 3 -estratégia de resolução



Fonte: A autora, 2017.

$$\frac{1\ caixa}{3\ caixas} = \frac{x\ bombons}{18\ bombons}$$

Multiplicando os dois lados por 18 bombons

$$\frac{18\ bombons \cdot 1\ caixa}{3\ caixas} = x\ bombons$$

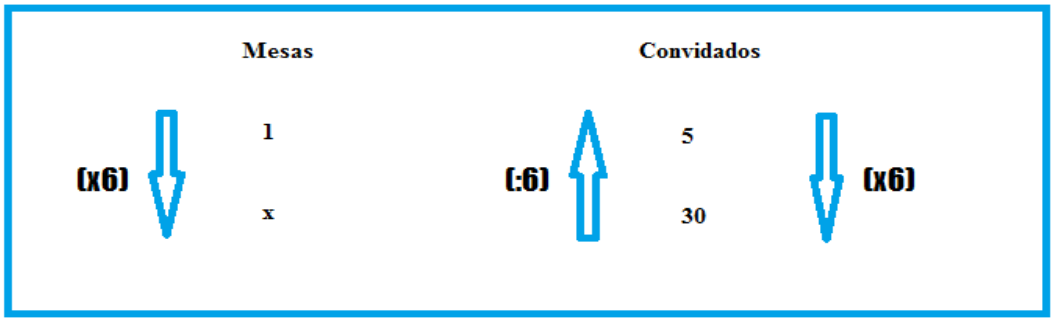
$$\frac{18\ bombons \cdot 1}{3} = x\ bombons$$

$$1 \cdot 6\ bombons = x\ bombons$$

Nesse caso, o 3 é um operador escalar que aponta a passagem de 3 caixas para 1 caixa, refletindo, da mesma forma, na quantidade de bombons.

EXEMPLO 3 (DIVISÃO QUOTITIVA): *"Na minha festa, virão 30 pessoas. Quantas mesas precisarei reservar, sabendo que em cada uma cabem 5 pessoas?*

Figura 4 - estratégia de resolução



Fonte: A autora, 2017.

$$\frac{x\ mesas}{1\ mesa} = \frac{30\ convidados}{5\ convidados}$$

Multiplicando os dois lados por "1 mesa"

$$x\ mesas = \frac{30\ convidados \cdot 1\ mesa}{5\ convidados}$$

$$x\ mesas = 6 \cdot 1\ mesa$$

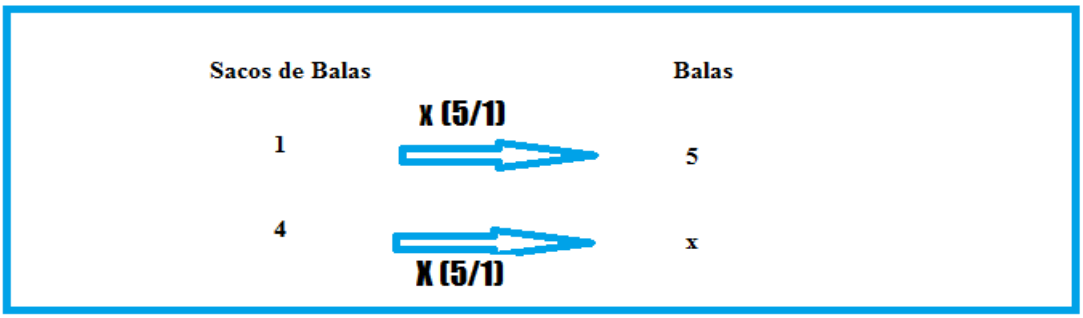
Da mesma forma que no exemplo um, ao simplificarmos as grandezas, observamos que o número 6 também não tem dimensão portando-se como um escalar.

ESTRATÉGIA DE RESOLUÇÃO POR OPERADOR FUNCIONAL:

O movimento é horizontal entre variáveis de grandezas diferentes e representa uma função. Observe os mesmos exemplos dados acima, respectivamente.

No EXEMPLO 1, a relação acontece entre saquinhos de balas e balas (balas/sacos).

Figura 5 - estratégia de resolução



Fonte: A autora, 2017.

$$\frac{x\ balas}{4\ saquinhos} = \frac{5\ balas}{1\ saquinho}$$

Multiplicando os dois membros da equação por 4 saquinhos, obtemos:

$$X\ balas = \frac{4\ saquinhos\ x\ 5\ balas}{1\ saquinhos}$$

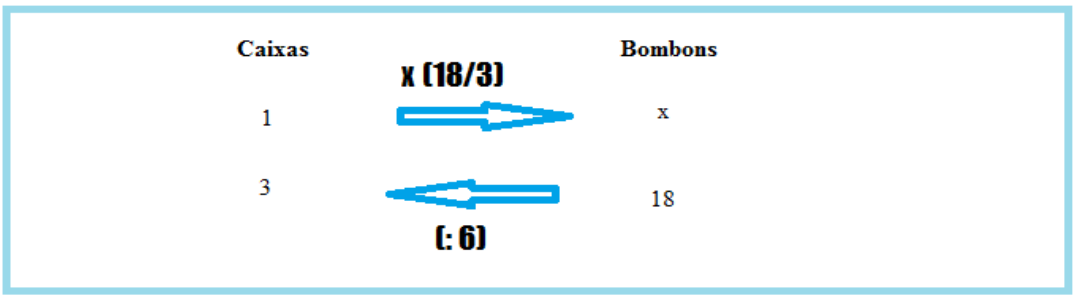
$$X\ balas = 4\ saquinhos\ x\ \frac{5}{1}\ (balas/saquinhos)$$

$$X\ balas = 4\ x\ 5\ balas$$

Nesta estratégia, o número 5 passa a ser taxa de variação de (balas/saquinhos). A função é $f(x) = 5x$; (f: N em N).

No EXEMPLO 2, da mesma forma que o EXEMPLO 1, o número 6 é uma taxa de variação de bombons por caixa

Figura 6 - estratégia de resolução



Fonte: A autora, 2017.

$$\frac{1caixa}{xbombons} = \frac{3caixas}{18bombons}$$
$$x(bombons) = \frac{18}{3}(bombons / caixa)$$
$$xbombons = 6(bombons / caixa)$$

Da mesma forma que o exemplo 1, o número 6 é uma taxa de variação de bombons por caixa e sua função é f(x) = 6 x.

Já no EXEMPLO 3, por não ter conhecimento do quociente, não há análise funcional na divisão quotitiva.

Com esses exemplos, afirmamos que problemas das estruturas multiplicativas não são somas de parcelas iguais. Esse tipo de análise denominamos como análise dimensional. Vergnaud (2009) reforça que

> Não é possível praticá-la com crianças do ensino básico, uma vez que a noção de proporção está no limite da capacidade dos melhores alunos ao final da escola elementar. Porém, ela permite elucidar completamente as relações presentes em uma multiplicação e mostrar, desse modo, que a multiplicação a mais simples coloca, de fato, em jogo um cálculo relacional que envolve quantidades e vários tipos de operações. (VERGNAUD, 2009, P. 246).

Por esta razão, é fundamental conhecer os caminhos possibilitam maior habilidade e amplitude para trabalhar o campo multiplicativo.

- Correspondência muitos para muitos.

Nesse tipo de correspondência, nenhuma das quatro variáveis correspondem a uma unidade. Vergnaud (2009) classifica como uma regra de três não deturpada, com denominador diferente de 1. Isso quer dizer que não há expressão unitária para

uma quantidade discreta no problema em destaque, ao contrário das quantidades contínuas que sempre terão uma expressão unitária.

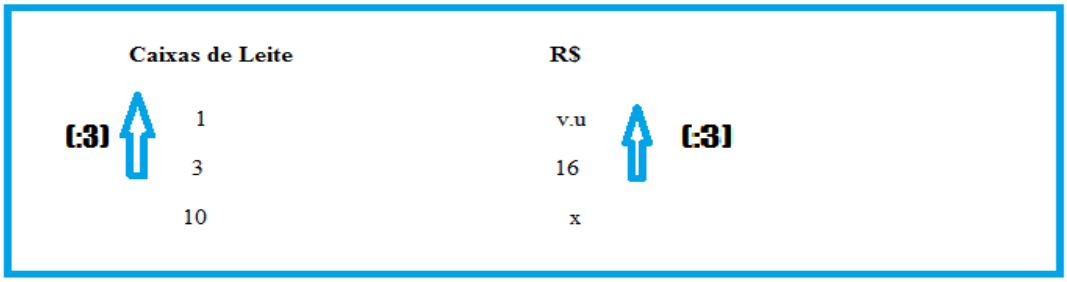
Vejamos o exemplo:

O mercado está vendendo 3 caixas de leite por R$ 16,00. Quero comprar 10 caixas, quanto vou gastar?

ESTRATÉGIA COM OPERADOR ESCALAR

Análise 1: Na busca do valor unitário se divide por 3, assim se reflete no preço desse valor unitário (v.u).

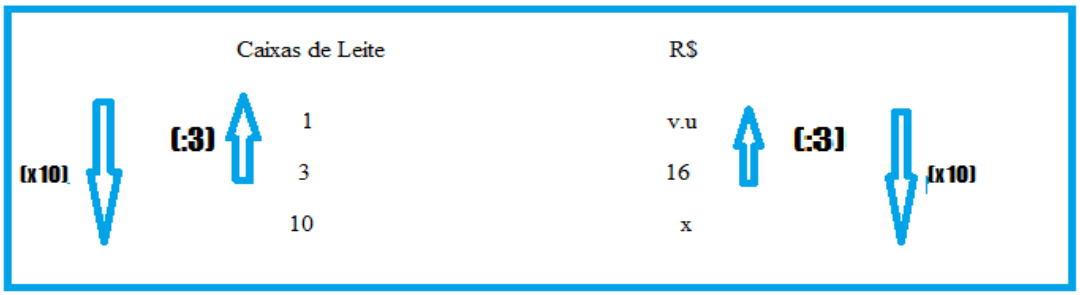
Figura 7 - estratégia de resolução



Fonte: A autora, 2017.

Análise2: Na mesma linha de raciocínio, passar de 1 para 10 basta multiplicar por 10, isso quer mostrar a passagem de 1 caixa para 9 caixas.

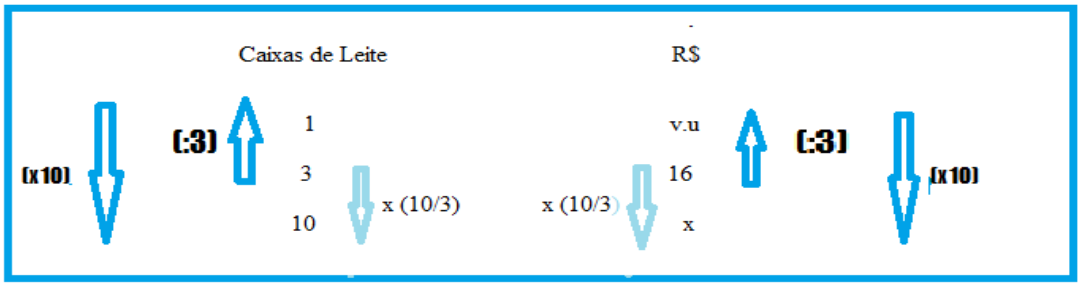
Figura 8 - estratégia de resolução



Fonte: A autora, 2017.

Então, se quisermos analisar diretamente o valor de três caixas para 10 caixas, podemos usar um operador fracionário $10/3$. Essa aplicação sucessiva dos operadores escalares (:3) e $(\cdot 10)$, permite descobrir o valor de 10 caixas de leite.

Figura 9 - Estratégia de resolução



Fonte: A autora, 2017.

Em questões de correspondência muitos para muitos, faz-se necessário introduzir a noção de fração como operador escalar. A partir desse exemplo, podemos observar que o valor de uma unidade de caixa de leite, torna-se uma variável contínua, o que reafirma o comentário anterior de que variáveis discretas podem não fornecer seu valor unitário.

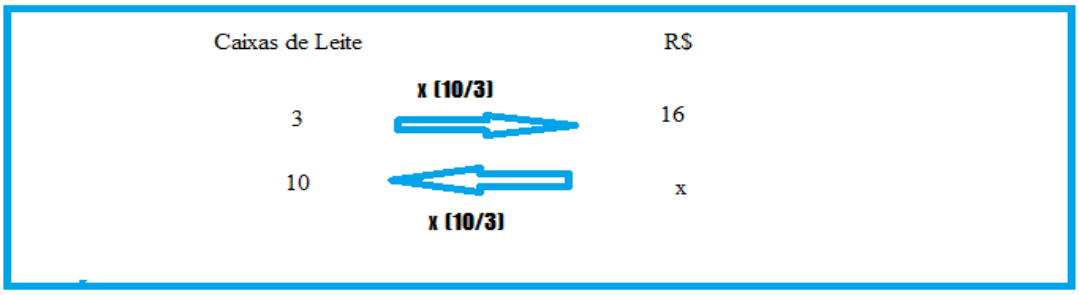
Prescreve-se que não é uma análise simples, por envolver uma relação, operadores escalares e proporções. Para o ensino de problemas desse tipo,

> Não se deve concluir que o professor não deva introduzir situações e explicações que impliquem essas noções. Contudo, ele deve fazê-lo com prudência, sem queimar etapas e apoiando-se, ao máximo, nas noções mais claras para as crianças, como aquela de operador. (VERGNAUD, 2009, p.249)

Vergnaud (2009) afirma que é possível a compreensão das estratégias com operadores pelas crianças, desde que o processo seja detalhado, esclarecedor e motivador dentro do universo ao qual elas pertencem.

ESTRATÉGIA COM OPERADOR FUNCIONAL

Figura 10 - estratégia de resolução



Fonte: A autora, 2017.

$$\frac{xreais}{10caixas} = \frac{16reais}{3caixas}$$

Multiplicando os membros da equação por 3 caixas temos:

$$xreais = \frac{10 \cdot 16reais}{3}$$

$$xreais = \frac{10}{3} \cdot x \cdot 16reais$$

O número 3 apareceu como cota, quer dizer que ao comprar 3 caixas, você paga 16 reais, se comprar 6 caixas, paga-se 32 reais e assim por diante. A função que representa esse problema é $f(x) = \frac{10}{3}x$.

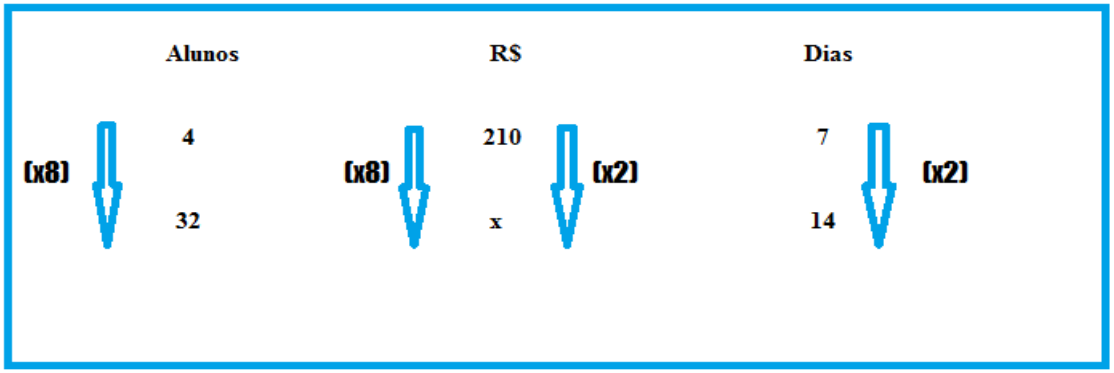
<u>Problemas de proporção dupla</u> – É a relação quaternária que envolve dois ou mais pares de grandezas cujo eixo que se divide em:.

- Correspondência um para muitos: *Uma pessoa deve beber, em média, 2 litros de água por dia. Qual seria o consumo semanal de uma família com 6 pessoas?*
- Correspondência muitos para muitos: *Um grupo de 32 alunos viajará para um evento fora do estado que perdurará por 14 dias. Eles precisam saber quanto*

deverão levar em dinheiro para gastos com alimentação. Em média, 4 jovens consomem R$ 210,00 por semana. Quanto eles deverão levar?

A estratégia de resolução entre ambos os casos é semelhante, porém, no primeiro caso, encontramos entre suas grandezas a unidade. O que não ocorre no segundo caso que será calculado também com operador escalar:

Figura 11 - estratégia de resolução



Fonte: A autora, 2017.

Na relação “alunos/R$”, multiplicando o valor de R$ 210,00 pelo escalar 8, podemos obter o valor necessário para 32 alunos, em 7 dias, porém, não seria possível saber quanto necessitaria para 14 dias. De maneira análoga, se usarmos a relação “R$/dias”, multiplicando o valor de R$ 210,00 pelo escalar 2, podemos obter o valor que 4 alunos gastariam em 14 dias, o que não seria suficiente para saber quanto que os 32 alunos precisariam. Nessa conjuntura, a quantidade total de dinheiro que 32 jovens gastariam em 14 dias é atribuída à multiplicação entre os dois escalares e o valor 210, da seguinte maneira: $8 \cdot 2 \cdot 210 = 3360$

Nesse exemplo, a quantidade de dias está relacionada proporcionalmente à quantidade de dinheiro e este, por sua vez, está relacionado com a quantidade de pessoas. Não há correspondência entre dias e alunos. Para efeito didático, separamos os pares “dias/dinheiro” de “dinheiro/pessoas”, isso quer dizer que eles são independentes entre si. A quantidade de dinheiro depende da relação de proporcionalidade desses pares.

Existe, também, outra forma de calcular esse valor de dinheiro. Podemos usufruir do coeficiente de proporcionalidade. O valor em reais que queremos saber,

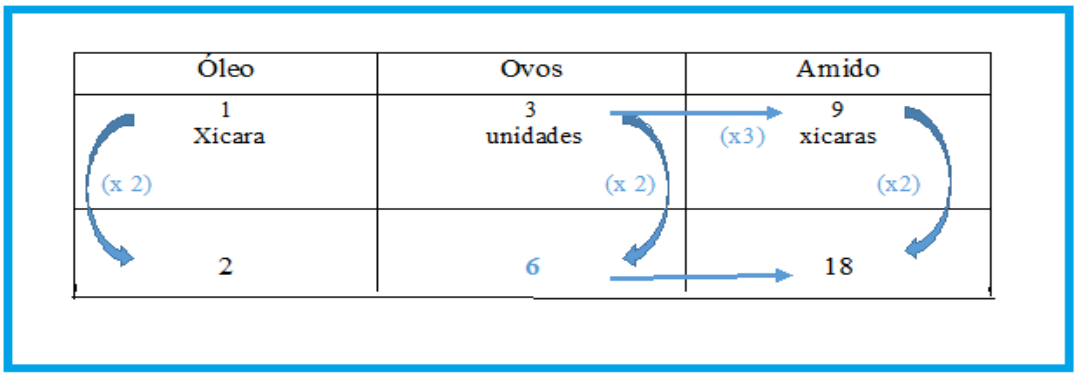
é diretamente proporcional às grandezas “alunos” e “dias”. Sendo $\frac{210}{7} = 30$ (coeficiente de proporcionalidade). Ele nos indica o gasto por dia. Então, multipliquemos 30 por 14 e obteremos que 4 jovens terão 420 reais para gastar em 14 dias ($30 \cdot 14 = 420$). Na verdade, queremos saber os 32 alunos, considerando que formam 8 grupos de 4 jovens. Daí, multiplicamos o resultado anterior por 8 ($420 \cdot 8 = 3360$).

Problemas de proporção múltipla

Nesse tipo de problema existe relação entre os pares de grandezas, o que difere dos problemas de proporção dupla. Todas as quantidades se relacionam entre si.

EXEMPLO 1: Na receita de massa de bolo de D. Fátima, se procede da seguinte maneira: para cada xícara de óleo ela usa 3 ovos, e para cada ovo, 3 xícaras de amido de milho. Para fazer a massa usando 2 xícaras de óleo, quantas xícaras de amido de milho ela vai precisar?

Figura 12 - estratégia de resolução



Fonte: A autora, 2017.

O exemplo acima baseou-se em situações de “um para muitos” porém, esse tipo de problema pode ser feito com situações “muitos para muitos”

2.2.2 Relações Ternárias

As relações ternárias ligam três grandezas entre si que podem ser de natureza diversa. Sua análise não segue como a referida nas relações quaternárias. São exemplos de relações ternárias, segundo Magina, Santos e Merlini (2015), à luz dos campos conceituais de Vergnaud:

Comparação multiplicativa - A comparação ocorre entre duas grandezas da mesma natureza e exige um pensamento de relação ternária, da qual pede-se uma outra grandeza não conhecida. São situações encontradas nas séries inicias das quais envolvem ideia de partições, frações e relações de dobro, triplo, metade, etc.

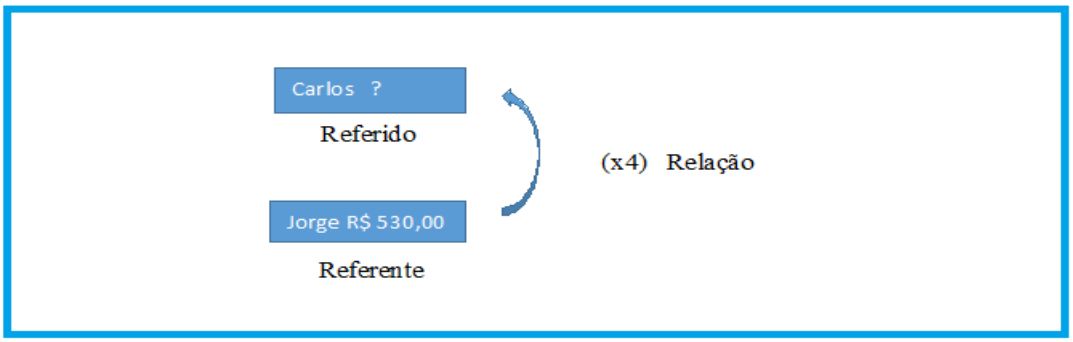
EXEMPLO 1: *Júlia possui a metade da idade da sua mãe. Se sua mãe tem 42 anos, quantos anos tem Júlia?*

Esses tipos de problemas envolvem partes como o dobro, triplo, metade, etc.

EXEMPLO 2: *Jorge tem R$ 530,00 sobrando para gastar. Carlos possui 4 vezes mais que o valor que tem Jorge. Quanto Carlos possui?*

Por exigir um pensamento cognitivo mais complexo, situação pode ser representada da seguinte maneira:

Figura 13 - estratégia de resolução

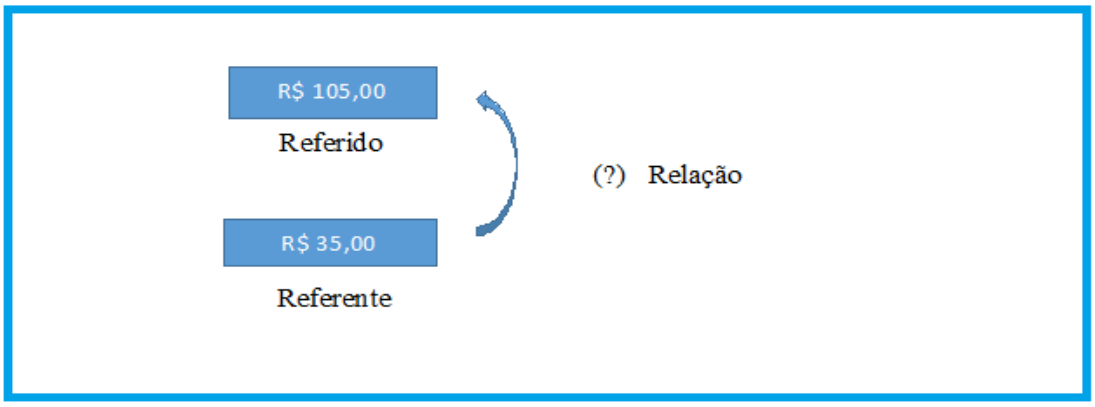


Fonte: Autora, 2017.

Aqui, é dado o referente (valor que Jorge possui), a relação (4 vezes mais) e pede-se o referido (valor que possui Carlos) que comparando-o com Jorge, é possível calculá-lo. A operação que mais se adequa é: referente x relação = referido, ou seja, ($530 \cdot 4 = 2120$).

EXEMPLO 3: “*Comprei uma blusa por R$ 35,00 e uma calça por R$ 105,,00. Quantas vezes a calça foi mais cara que a blusa?*

Figura 14 - estratégia de resolução



Fonte: A autora, 2017

Já nesta situação, é dado o referente (a blusa), o referido (a calça) mas pede a relação, comparando a blusa coma calça, é possível saber quem é a relação. A operação que mais se adequa é: referente/referido = relação, ou seja, ($105 \div 35 = 3$).

<u>Produto de Medidas</u> - Nessa relação, uma grandeza é o produto de outras duas, no mesmo plano numérico e dimensional.

EXEMPLO 1: *3 rapazes e 2 moças querem realizar uma dança. Todos eles querem dançar com cada moça e vice-versa. Quantos casais podemos formar?*

Analisemos como uma situação de combinatória:

Temos como conjuntos: rapazes = {R1, R2, R3} e moças = {M1, M2}. Os casais são formados pelos pares cartesianos C = R x M.

Figura 15 - estratégia de resolução

	Rapaz 1 (R1)	Rapaz 2 (R2)	Rapaz 3 (R3)
Moça 1 (M1)	(M1, R1)	(M1, R2)	(M1, R3)
Moça 2 (M2)	(M2, R1)	(M2,R2)	(M2, R3)

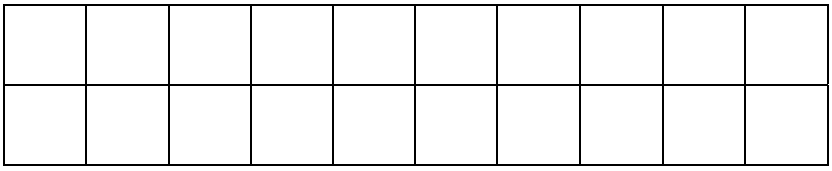
Fonte: A autora, 2017

Com esse raciocínio, nos remetemos à ideia que para se formar casais, é necessário calcular o produto entre moças e rapazes. Ou seja, $casais = rapazes \cdot moças$ em termos de dimensão e $x = 3 \cdot 4$ para números.

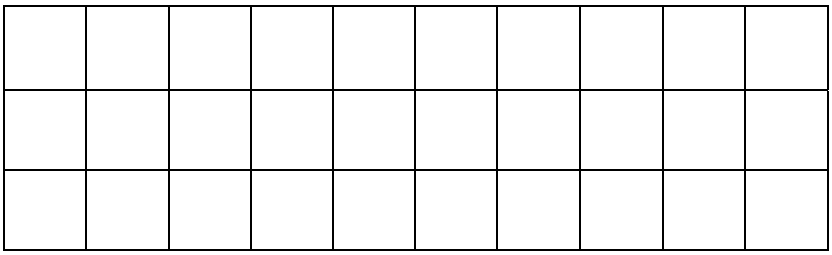
EXEMPLO 2: *Um retângulo tem 5cm de altura e 10 cm de comprimento. Qual a área dessa figura.*

Essa análise é feita por configuração retangular, pensando como cálculo de área no qual se encontra o produto de suas medidas. Observe a figura abaixo:

Comprimento



Altura



Centímetros quadrados = centímetros x centímetros (dimensões)

$$x = 5 \cdot 10$$

EXEMPLO 3: *A área de um retângulo é de 100 cm^2. Sabendo que a altura é de 4 cm, qual o valor do seu comprimento?*

Na análise dessa situação, não há representação pictográfica pelo fato dela assumir várias faces.

100 centímetros quadrados = 4 centímetros x C centímetros

100 = 4C

O tipo ideal a ser introduzido no ensino fundamental das séries iniciais é a *relação quaternária* e não a *relação ternária*. Ambas se confundem pelo fato da escrita da primeira ser apresentada nas escolas como a x b = c, comportando somente os três termos.

A noção de multiplicação e divisão é examinada por Vergnaud (2009) visando auxiliar a formação docente. Ele sugere como problemas com relações quaternárias aqueles que envolvem Isomorfismo de medidas, problemas com relações ternárias que englobam caso de um único espaço de medidas e produto de medidas.

Dando continuidade e ênfase ao campo multiplicativo, a pesquisa de Nunes & Bryant (1997) reforça que crianças de 5 a 6 anos compreendem relações multiplicativas: constroem conjuntos com o mesmo total de unidades quando os itens nos conjuntos contêm unidades diferentes; podem fazer julgamentos proporcionais para avaliar se uma figura representa adequadamente uma cena ou um objeto; podem ordenar conjuntos utilizando a correspondência um para muitos. Os pesquisadores chamam atenção para os educadores matemáticos no sentido de que, por estes terem se concentrado nas invariáveis de conceitos, considerando

essas definições operacionais, devem se atentar à questão de que um problema é apresentado e que sistemas de sinais são usados para sua descrição.

Nunes e Bryant (1997) descreveram a compreensão progressiva das crianças sobre as operações de pensamento, sistemas de sinais e situações que estão conectadas aos conceitos de multiplicação e divisão com base nas pesquisas de diversos autores como Piaget (1965), Frydman (1990), Leslie Steffe (1994), Perla Nesher (1988), Kaplus e cols. (1983), Noelting (1980a; 1980b), Hart (1988), Kaput e Maxwell West (1994), Spinillo e Bryant (1991), Nunes, Schliemann e Carraher (1993), Saxe (1991), Vergnaud (1983), Bell e cols. (1989), Hoyley e Noss (1992), Hoyley e cols (1991).

Na descrição, as pesquisadoras destacam que o raciocínio aditivo se refere a objetos (ou conjuntos) que se reúnem ou separam o todo, o que não é o caso do raciocínio multiplicativo no qual elas dividiram em três situações:

Situação de correspondência um para muitos - essa classe permite uma relação de continuidade entre situações multiplicativas e situações aditivas.

A correspondência um para muitos nas situações multiplicativas é invariável, o que não ocorre nas situações aditivas, pois estas permitem variações de suas partes para reunir ou separar o todo. Aquela se torna base para o conceito de proporção no momento em que é acrescido sempre à mesma quantidade respectiva para cada conjunto: “1 carro para 4 rodas”, “2 carros para 8 rodas” e assim por diante.

O mesmo já não ocorre na situação aditiva, pois não há relação e dependência entre duas variáveis para tornar possível o cálculo. A esse acréscimo no campo multiplicativo, conforme o exemplo citado, chamamos de *replicação*. No caso, para decréscimo, chamamos de inverso, segundo Kieren (1994) o que não é unir ou separar. Uma proporção é uma relação entre dois conjuntos e não uma determinada quantidade reunida ou aumentada. As replicações podem ser determinadas como fator escalar que corresponde ao número de replicações que ocorrem numa relação entre dois conjuntos.

A co-variação, situações que envolvem relações entre variáveis - duas (ou mais) variáveis co-variam dentro de uma convenção cuja alteração dependerá de novos acordos, pois uma impacta a outra. São relações causais por concordância.

EXEMPLO 1: *um quilo de açúcar custa R$ 3,00.*

EXEMPLO 2: *Se você pendurar um peso de 20 gramas na extremidade de um determinado elástico, o elástico esticará 15 cm. Se você pendura um peso de 10 gramas ele esticará 7,5 cm.* (BRYANT E NUNES, 1997)

Semelhanças e diferenças entre as categorias de situações um para muitos e de co-variação

Semelhança: uso de replicação ou inverso da categoria um para muitos pode ser aplicado nas duas categorias.

Diferenças: Na segunda categoria, a relação entre números é de variáveis e não entre conjuntos pois o que temos são duas medidas padronizadas, são "valores sobre variáveis", logo variáveis que representam medidas. Já no primeiro tipo, temos relação entre conjuntos.

Sabendo que os conjuntos são elementos descontínuos enquanto que a variável é contínua, não podemos dizer que meio carro tem duas rodas. Então, da categoria de co-variação, podemos obter valores fracionados.

Na co-variação podemos ter uma terceira variável (quantidades intensivas), que não representa o real, mas que conecta as duas variáveis em questão. Vide o primeiro exemplo. Ele pode ser a terceira variável que conectará uma relação que tornará possível saber quanto custaria 6 kg de açúcar.

No estudo, Nunes e Bryant apontam questões somente com duas variáveis, mas Vergnaud (1983) oferece a classificação desses problemas como de problemas de proporção múltipla.

Situações que envolvem distribuição, divisão e divisões ao meio - distribuir envolve distribuição equitativa de um conjunto. Para tanto, nas situações de adição e subtração a parte todo é a união das partes que não precisam ser, necessariamente, com a mesma quantidade. Já na divisão, existem critérios estabelecidos a saber: o tamanho do todo, o número das partes, tamanho das partes.

EXEMPLO: Tenho 15 pipas (todo) e 3 meninos (3 partes) então há 5 pipas para cada um (o tamanho da parte, quota). Esses três conjuntos têm relações direta e inversa:

Direta: se aumento o número de pipas e mantenho o número de meninos, mais pipas os meninos ganharão.

Inversa: se aumento o número de meninos e mantenho o mesmo número de pipa, menos pipas ganharão.

Eis uma das divergências com *problemas um para muitos,* que é a possiblidade de relação direta e inversa entre três conjuntos. Além disso, podemos citar também a questão de que essa categoria poderá se estabelecer com valores fracionários enquanto que na situação um para muitos, trabalhamos com números inteiros.

Vale ressaltar que nas duas primeiras categorias, a replicação se confronta com as divisões sucessivas que aparecem nesta categoria. Na replicação não há transformação na relação das variáveis, da proporção em si. Na divisão sucessiva, pela relação da terna dita, existe a transformação na parte-todo.

Desde então, Nunes e Bryant (1997) concluíram que a multiplicação e a divisão não se resumem apenas em operações aritméticas novas para serem aprendidas após a adição e subtração. Atualmente, nas escolas, a estratégia de replicar está condicionada à soma de parcelas iguais. Há novos significados para os números – “proporções, fatores escalares e funcionais” – e novos tipos de relações representada por eles.

Com isso, não é suficiente o uso de determinadas operações como exemplos de matemática para ser efetuada num problema, pois provoca o “divórcio entre o conhecimento de técnicas e percepção do sentido” (Nunes & Bryant, 1997). É nessa óptica que podemos ressaltar que a multiplicação não se resume em somas de parcelas iguais e que a divisão não ocorre somente com um algoritmo. Portanto, o campo multiplicativo possui um vasto arcabouço de situações, esquemas e representações, ou seja, engloba diversos tipos de conceitos matemáticos. Podemos citar, como exemplos, a função linear, o espaço vetorial, análise dimensional, fração, razão, número racional, taxa, multiplicação e divisão.

É nessa concepção que refletimos o trabalho do professor dentro dessas situações das estruturas do campo multiplicativo pois, para Vergnaud (1990) a TCC estende-se ao ensino escolar, cuja imersão se revela ao estabelecer relações entre a ação, prática e verbalização teórica.

Para melhor análise do olhar docente na perspectiva do campo multiplicativo, daremos continuidades com o estudo de crenças e concepções desenvolvidas pelos professores.

2.3 **As crenças e as concepções dos professores em relação ao ensino da matemática**

Chacón (2003) desenvolveu um estudo que versa sobre a relação entre as emoções e a matemática. A matemática escolar tem se tornado uma disciplina dinâmica, cada vez mais observada e possuidora de objetivos renovados. Segundo a pesquisadora, apoiada no estudo de McLeod (1988, 1992, 1994), declara que os aspectos afetivos influenciam diretamente o ensino e a aprendizagem da matemática, integrando a subjetividade do sujeito da qual não pode ser modificada apenas pelos conhecimentos escolares.

Nessa direção, a pesquisadora se apoia na definição de Mc Leod (1989,1992) para definir “dimensão afetiva” como “categoria de sentimentos e de humor (estado de ânimo) que geralmente são considerados como algo diferente da pura cognição” (CHACÓN, 2003, p.20). Estão nessa categoria, além dos sentimentos e das emoções, as crenças, as atitudes, os valores e as considerações.

As experiências e conhecimentos subjetivos do professor também dão origem às crenças matemáticas. Ela enfatiza que as concepções são tipos de crenças, aquelas denominadas por crenças conscientes enquanto que as crenças básicas são inconscientes e têm a afetividade mais entranhada. Dentre categorias citadas de professores e estudantes, façamos um destaque para a categoria que engloba os docentes. As crenças dos professores

> Sobre si mesmos e sua relação com a matemática possui um forte componente afetivo, incluindo crenças relativas à confiança, ao autoconceito e à atribuição casual do sucesso e do fracasso escolar. São crenças intimamente relacionadas com a noção de metacognição e de autoconsciência (MCLEOD, 1991 apud CHACON, 2003, p. 21).

Em conformidade, as crenças são “a compreensão e os sentimentos de um indivíduo que modelam a forma como conceitualiza e se envolve na atividade de matemática.” (SCHOENFELD 1992, apud Vila &Callejo, 2006, p.358).

Vila & Callejo (2006) definem as crenças como conhecimento subjetivo que tem sua aparição visível e entranhada na opinião do sujeito. São construídas através das experiências, informações, percepções, etc. provocando o surgimento de determinada prática. Possuem traços de estabilidade porém, são dinâmicas já que a vivência e o conflito com outras crenças podem alterá-las. Desde então “as crenças relacionam-se umas com as outras, formando uma estrutura mais ampla, que chamaremos de sistemas de crenças. ” (VILA & CALLEJO, 2006, p.44).

Eles diferenciam concepção de crenças pelo conteúdo. As concepções estão relacionadas aos conceitos matemáticos concretos. As crenças se relacionam com a prática do professor, suas atitudes e a forma de conduzir o processo de ensino-aprendizagem. Podemos inferir que a divergência destacada por Vila & Callejo (2006) vai ao encontro do que Chacón (2003) declara como crença consciente e crença inconsciente.

O sistema de crenças da pessoa ajuda a entender seu comportamento. Podemos citar aquelas que são contraditórias entre si e possuem resistência a mudanças. Isso se dá ao fato das crenças se encontrarem agrupadas, enclausuradas. Para modificação de crenças é necessário que se conheça a forma na qual elas estão agrupadas e relacionadas, o tipo de relação entre elas.

Aportados nos estudos de Pehkonen e G.Torner (1996; 1999), os autores destacam que as crenças dos professores determinam a sua prática e suas decisões, a maneira como vão planejar suas aulas, como vão conduzi-las e estabelecer avaliações. Além disso, declaram que o conceito de crença possui ambiguidade, são referências implícitas do que aquelas formais explicitas. Muitas das vezes, se opõe a conceitos como conhecimento, atitude, concepção e até como forma de procedimento nas aulas de matemática.

Vila & Callejo (2006) também citam uma característica relevante das crenças fazendo uma referência à colocação de R.P. Abelson (1979) quando disse que as crenças não são consensuais enquanto que o conhecimento o é.

Se tratando do conceito de “atitude”, Chacón (2003) aponta que se trata de uma tendência avaliativa, seja positiva ou não, responsável pelos propósitos pessoais que modifica o comportamento. Essa atitude é proveniente do componente cognitivo, afetivo e outro que ela declara como tendência a um determinado

comportamento. Se a relação for com matemática, a pesquisadora abre em duas categorias:

- Atitudes em relação à matemática: é a valorização e afeição à disciplina. Predomina mais o caráter cognitivo que afetivo. Seus aspectos refletem: Atitude em relação à matemática e aos matemáticos; Interesse pelo trabalho matemático, científico; Atitude em relação a determinadas partes da matemática; Atitude em relação aos métodos de ensino.
- Atitudes Matemáticas: tem caráter cognitivo. Podemos citar nesse grupo a habilidade de pensamento e raciocínio, a abertura mental, o espírito crítico, a objetividade, etc..

Algumas definições importantes para esse estudo são salientadas por Chacón (2003):

2.3.1 Os afetos em relação à matemática como sistema regulador

Esses afetos determinam a execução e a organização do conhecimento matemático pelo indivíduo. A dificuldade em matemática sentida pelo aluno pode estar girando em torno das suas crenças responsáveis pela construção da sua visão sobre a Matemática. Quando elas partem do docente, podem afetar a aprendizagem do seu educando. “A tomada de consciência da atividade emocional é um instrumento de controle pessoal, um poderoso mediador nas relações com os outros e um elemento-chave da auto-regulação da aprendizagem em sala de aula” (CHACÓN, 2003, p.24).

2.3.2 Os afetos em relação à matemática como um indicador

É na vivência escolar do aluno, que se reflete suas emoções e atitudes em relação à matemática e isso pode indicar experiências de aprendizado positivas. Assim como no professor, sua experiência de estudante e sua atitude em relação a

realidade em que está inserido visibiliza sua perspectiva para o processo da aprendizagem.

2.3.3 Afetos em relação à matemática como forças de inércia

As emoções, atitudes e crenças de alunos e professores agem resistentemente às mudanças. Podemos citar aqui, como exemplo, a ideia fixa de professores ensinarem a tabuada e algoritmos como focos principais da aprendizagem matemática.

2.3.4 Os afetos em relação à matemática como veículo de conhecimento matemático.

Eles aparecem em forma de diagnóstico ao tomarem função de veículos que conduzem e transmitem o conhecimento matemático. É importante então as duas faces da aprendizagem: tanto cognitiva, como a afetiva.

Em seu trabalho, a investigadora do tema reforça que é a aprendizagem da matemática está conectada à linguagem, à interação social e ao contexto social. O professor deve estar alerta para essa questão.

Em um estudo específico, Chacón (2003) para delinear o que são crenças em educação matemática, ela se apoia nos estudos de Thompson (1992), Schoenfeld (1987,1992), Garofalo e Lester (1985), Ponte (1994), Pajares (1992), Abelson (1979), Carrilo (1996) e Canón (1996). Seu estudo nesse tema teve como objetivo explicitar os centros de interesse e os grupos ou âmbitos nos quais as crenças são estudadas.

Desde então, foram identificados três centros de interesse das pesquisas que abordam sobre os sistemas de crenças: “a origem das crenças, a modificação de crenças limitativas e as crenças dos professores em diferentes âmbitos institucionais.” (CHACÓN, 2003, p.63).

Ela revela que o professor é o ponto central das reformas na didática da matemática. É importante que haja mudanças no próprio docente partindo da ideia dele como indivíduo, as crenças que possui e sua familiarização com a matemática.

A prática docente está relacionada a elementos fundamentais como

> Esquemas mentais, os sistemas de crenças do professor referente ao ensino e à aprendizagem matemática; o contexto social da situação de ensino ou o contexto social no qual o aluno chega ao conhecimento; o nível de processos de pensamento e reflexão do professor (CHACÓN, 2003, p.64).

A pesquisadora defende que os fatores, então citados, determinam a forma de atuação do professor em sala de aula e a sua disponibilidade de se tornar flexível para mudanças com ênfase não só no conhecimento, como também nas crenças pois são elas que determinam o diferencial no trabalho docente.

Baseada em Ernest (1989), aporta-se na ideia de que as crenças dos professores abordam o aspecto da característica da matemática, além de determinar a forma de ensinar e desenvolver formas rígidas de aprendizagem matemática.

Chacón (2003) salienta que a influência do contexto social e a consciência que o docente toma das suas próprias crenças são fatores que devem receber uma atenção maior para esse tipo de estudo. O primeiro apresenta o que ela chama de “oportunidades ou restrição de ensino”, que afronta a uniformidade curricular e avaliações realizadas nas redes escolares.

Os professores de uma unidade escolar podem ter práticas semelhantes e crenças distintas. De antemão, seu estudo revela alguns itens referentes ao pensamento do professor e sua prática:

> 1.Consciência de perspectiva que adota em relação à natureza da matemática e sua aprendizagem; 2. Habilidade para justificar sua perspectiva; 3.Consciência da existência de alternativas viáveis; 4. Sensibilidade contextual na escolha e na aplicação apropriada de estratégias de ensino; 5. Reflexão sobre suas crenças, os conflitos surgem delas e como se integram em suas práticas. (CHACÓN, 2003, p.65)

Nesse contexto, Callejo & Canón (1996, apud VILA & CALLEJO, 2006) estabelecem que as crenças se manifestam também de acordo com os currículos normativos, lecionados, ocultos e realizados. Para eles, o currículo normativo pode criar conflitos com a visão do professor, com suas crenças, influenciando então no currículo lecionado, que seria a sua prática em sala de aula. Essa prática remexida e já influenciada denomina-se como currículo oculto (do professor) contendo crenças e concepções próprias. Este último é justamente aquele que os alunos assimilam. O

currículo realizado (do aluno) é o que os alunos realmente assimilaram na situação de ensino aprendizagem.

As crenças e as concepções do professor determinam a maneira que ele vai ensinar matemática e como sua prática educativa será delineada. Além disso, o processo de aprendizagem possui uma forte relação com o contexto onde está inserido e o comportamento dos atores atuantes. O docente faz tomadas de decisões para o ensino através do que ele acredita do que é, para que serve e como se aprende matemática. Inclusive, suas predileções por determinados conteúdos ganham força e podendo ou não ser compatíveis com as expectativas de seus alunos.

Para Ponte (1999), crenças e concepções são conceitos difíceis de definir. Apoiado nos aportes teóricos de em Nespor (1987), Broy e Cooney (1982) e Thompson (1992) ele aponta crenças como verdades pessoais indissiocráticas de valor afetivo que determinam comportamentos, possuindo graus de convicções diferentes não sendo necessariamente consensuais. Já as concepções se referem ao pensamento e ações no modo de organizar conceitos. Cita Contreras (1998, apud Ponte 1999) para utilizar como exemplo de concepção, o conjunto de posicionamentos que um professor possui sobre sua prática em relação ao ensino aprendizagem de matemática.

Nessa acepção, o pesquisador ressalta que o conhecimento se compõe de crenças e concepções. São elementos fundamentais que o estruturam. Conhecer essas questões ajuda a entender a prática do professor e a estrutura do seu trabalho. As concepções nada mais são que: “substratos que determinam um papel importante do pensamento e das ações proporcionando pontos de vista do mundo e o modo de organização dos conceitos. ” [2](Ponte 1992, 1994 apud Ponte 1999, p.1, [tradução nossa]).

Esses substratos podem ser de natureza variável, conhecimentos específicos que determinam a forma de organizar o pensamento. As concepções são de natureza cognitiva, isto é, dão sentido às coisas ou então bloqueiam a relação de novas realidades. Quais seriam, então, as concepções adotadas pelos professores que ensinam matemática, segundo Ponte (1999)? Para o estudioso, as concepções

[2] Texto na língua estrangeira: [...] un substrato conceptual que juega un papel importante en pensamiento y acción, proporcionando puntos de vista del mundo y a modo de organizadores de conceptos.[2] (Ponte 1992, 1994 apud Ponte 1999, p.1)

docentes não se estabelecem uniformemente. Suas diferenças se sustentam por meio da sua formação inicial, científica e pedagógica que unem-se à sua vivência social e opções ideológicas e educativas tornando-se, desde então, entidades dinâmicas.

As concepções sobre a Matemática são influenciadas pelas experiências que os indivíduos habituam a reconhecer como tal e também pelas representações sociais dominantes. A Matemática é um assunto acerca do qual é difícil não ter concepções justamente por ser uma ciência muito antiga, obrigatória desde o início da instituição escolar, provocadora de medos, inseguranças e angústias. Além disso, traz também admiração e já tomou seu papel de status no passado deixando heranças pragmáticas até nossa atualidade.

É em meio a esse quadro social participante na construção do saber matemático que

> Existe uma relação interativa entre as concepções e as práticas. As concepções influenciam as práticas, no sentido em que apontam caminhos, fundamentam decisões, etc. Por seu lado, as práticas, que são condicionadas por uma multiplicidade de fatores, levam naturalmente à geração de concepções que com elas sejam compatíveis e que possam servir para as enquadrar conceptualmente (PONTE, 1992, p.10)

Ponte (1992) cita alguns tipos de concepções referentes ao ensino da matemática: o algoritmo como peça fundamental e acessível; a matemática reduzida em proposições e axiomas; matemática com rigor absoluto; a matemática é pura e abstrata, longe da realidade; nada criativo e novo pode surgir da matemática, a não ser que se trate de genialidade. Esses exemplos reforçam o caráter seletivo que essas concepções propõem no ambiente escolar, inclusive com os próprios professores.

Baseado nos teóricos Feiman-Nemser e Floden (1986, apud Ponte, 1992, p.24) ele reforça que a sala de aula, a organização e dinâmica da escola e a vivência social em si são fatores que influenciam diretamente as concepções dos professores. O pesquisador salienta que significativas mudanças “no sistema de concepções só se verificam perante abalos muito fortes, geradores de grandes desiquilíbrios. ” (Ponte, 1992, p.27). Essa situação acontece nas vivências pessoais.

O pesquisador afirma que é difícil mudar as pessoas e, para reforçar essa ideia, cita que “A mudança de concepções e de práticas constitui um processo difícil

e penoso em relação ao qual as pessoas oferecem uma resistência natural e de certo modo saudável" (Benavente, 1990 apud Ponte, 1992, p.27). Sugere, então, que não se imponha verdades mas que se trabalhe colaborativamente pois a prática pode modificar concepções através da troca com o outro possibilita a construção de novas ideias.

> A prática fornece questões para consideração e permite que se tentem novas abordagens, novas propostas e novas ideias. As experiências práticas podem reforçar ou questionar as presentes convicções e metodologias de ensino. A reflexão permite um distanciamento e uma perspectiva crítica sobre a prática. A identificação de aspectos a modificar reforça uma atitude de questionamento. A associação de ambas estas componentes num programa de formação contínua permite o reforço da confiança e suscita novas inovações. A dinâmica de grupo assume um papel muito importante porque proporciona aos professores, através da discussão, um sentido de comunidade que lhes dá força contra as resistências de todos os tipos, estimula a sua expressão individual e o confronto de perspectivas, argumentos e modelos concretos. (Veloso e Ponte, em preparação, p. 3 apud Ponte, 1992, p.30).

Para Ponte (1992) a prática colaborativa é a melhor forma de influenciar, de maneira positiva, as concepções dos professores. É através da troca e do compartilhamento de ideias que surge a reflexão, a contestação e o discurso de maneira diversificada e variável que terminará numa unidade concisa e precisa.

2.4 **Síntese do capítulo**

Nesse capítulo, estudamos a Teoria dos Campos Conceituais enfatizando o que é essencial para esta pesquisa não a esgotamos por completo. Observamos aqui o que Vergnaud (1991) afirmou que o conceito só terá sentido para a criança através das situações e dos problemas que são oferecidas a ela. A princípio, é na escola que essas oportunidades de aprendizagem são oferecidas pelo professor. Nessa direção, Chacón (2003) & Ponte (1999) vem afirmando que as crenças e as concepções determinam a maneira que o docente trabalha. Isso quer dizer que as situações e os problemas matemáticos propostos para os alunos vêm influenciados pela subjetividade do professor.

A Teoria dos Campos Conceituais trata de um conjunto heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e processos de aquisição. Desde então, um único campo conceitual passa a ter variadas situações,

cujo o domínio progressivo exige diversos conceitos, procedimentos e representações (VERGNAUD, 1991). Contudo, não é dessa maneira que o campo multiplicativo, dentro dos estudos das estruturas multiplicativas de Magina, Meilini e Santos (2014), é compreendido pelos docentes.

Nessa perspectiva, Ponte (1999) defende que essa prática é sustentada por concepções que funcionam como “substratos” responsáveis por organizar conceitos, pensamentos e ações. Dentre essas concepções, podemos citar a questão do ensino linear que contrasta com o que Vergnaud (2009) chama de *ordem parcial ou vários ramos*, as noções adquiridas fora de ordem ou simultaneamente pelo aluno.

Para Chacón (2003) e Vila & Callejo (2006), a experiência do docente é o principal alicerce que sustenta a prática em sala de aula. Chacón (2008) vem reforçando que existe uma forte relação entre as elas e o ensino da Matemática, uma vez que esse aspecto afetivo passa a fazer parte do conhecimento subjetivo desse sujeito. Dessa maneira, a pesquisadora salienta que crenças possuem relação entre a “metacognição e de autoconsciência”. Assim, a subjetividade do docente é fator que influencia na forma da qual ele ensina, no caso dessa pesquisa, o foco é a matemática.

Nessa mesma direção, Vila & Callejo (2006) defendem que a origem das crenças está na experiência, na observação direta ou em certas informações. Elas se modificam e se consolidam através da prática do sujeito.

Chacón (2003) também reforça que a escola é uma instituição que oferece “oportunidades e restrição de ensino” entra em consonância ao dizer que a instituição impõe regras, moldando a forma de atuação do educador. Também podemos citar aqui o próprio currículo escolar como paradigma dessa questão. Esse fator pode manter as práticas idênticas, desprezando as questões trazidas por esses profissionais que são carregadas por eles em forma de angústias, vazando em suas atuações em sala de aula. Situação essa que se torna inevitável.

A pesquisadora traz a ideia de que as “atitudes” que se originam da cognição e da afetividade determinando o comportamento. Torna-se importante falar que a postura de um professor durante o processo de aprendizagem da matemática é o reflexo da atitude que ele desenvolve em relação à matemática. Ambos trazem um caráter de subjetividade para esses saberes. Portanto, é salutar que se estude o docente para além das paredes de uma sala de aula.

3 METODOLOGIA

Nesse capítulo, abordamos a pesquisa realizada com 4 professores do primeiro segmento do Ensino Fundamental, pertencentes à rede pública de Duque de Caxias. Inicialmente, descrevemos a trajetória da pesquisa com informações da formação dessa investigação. Em seguida, relatamos as características do lócus de pesquisa aludindo à escola e suas turmas. Para dar prosseguimento, referimo-nos aos instrumentos de pesquisa utilizados e, finalmente, falamos sobre os sujeitos desse estudo.

3.1 Trajetória da Pesquisa

Uma metodologia é uma escolha de investigação para se elaborar uma determinada pesquisa, ou seja, “um caminho possível para a pesquisa científica” (GOLDENBERG, 1999, p.14). Tendo como objetivo identificar possíveis relações entre as concepções e crenças do professor sobre a multiplicação e a divisão com a sua prática de ensino exercida nos anos iniciais, optamos pela pesquisa com abordagem qualitativa na modalidade Estudo de Casos.

Segundo Lüdke e André (2014), apoiadas em Bogdan e Biklen (1982), esse tipo de abordagem compreende a obtenção de dados descritivos, levantados diretamente pelo pesquisador no campo, onde a ênfase está no processo e se preocupa em retratar o entendimento dos participantes.

De acordo com Garnica (2013) o termo “qualitativa” está se referindo a trabalhos que

> “ (a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese *a priori,* cujo o objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que no processo interpretativo, vale-se das duas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-la podem ser (re) configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações,

> em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas." (GARNICA, 2013, p.99)

Nessa mesma direção, Bicudo (2013) define a qualidade como algo que distingue coisas ou pessoas umas das outras, determinando suas características inatas e "a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões" (BICUDO, 2013, p.116). A pesquisadora enfatiza que os dados qualitativos não possuem precisão, sendo assim, não exigem o rigor para seu desencadeamento; em contrapartida, exigem percepção para desenvolvê-los. Moraes & Galiazzi (2014) reforçam que não há hipóteses para comprovar nesse tipo de pesquisa. A ideia é obter clareza e reerguer o conhecimento sobre o assunto desenvolvido.

Como modelo de pesquisa qualitativa, adotamos o Estudo de Casos, definido por Godenberg (1999) como "uma análise holística, a mais completa possível, que considera a unidade social como um todo (...)". Para esta estudiosa, o estudo de caso facilita a imersão na realidade oferecida pela sociedade.

No fim do primeiro semestre de 2015, solicitamos à Secretaria Municipal de Educação de Duque de Caxias/RJ autorização para que fosse realizada a coleta de dados em turmas dos anos iniciais, inseridas na Escola Municipal Darcy Vargas, que compõe essa rede de ensino.

Concedida a autorização documental pela Secretaria e notificada a unidade escolar em concordância, iniciou-se o contato pessoal com as professoras, apresentando as pretensões devidas para esse trabalho. Houve o aceite espontâneo pelas 4 professoras pretendidas tornando-se, então, sujeitos de pesquisa, especificamente, duas professoras do 3º ano, uma do 4º ano e outra docente que rege o 4º ano (tarde) e 5º ano (manhã). A escolha foi motivada pelo fato de ser local de trabalho em que convivemos diariamente, podendo assim observar as angústias delas provenientes em relação à sua atuação profissional.

O contato com essas professoras durante essa etapa foi construtivo, pois demonstraram interesse em participar do estudo com entusiasmo, prolongando suas falas e destacando fatores efetivos para o desenvolvimento da dissertação de Mestrado do Programa de Comunicação, Cultura e Educação da UERJ.

Para definir o objeto de estudo e traçar os objetivos, iniciamos com revisão de literatura no que tange ao tema no primeiro semestre de 2015, cujo propósito foi enriquecer o embasamento e as análises desta investigação, trazendo interpretações contributivas para os resultados. Podemos nos referir a duas

nuances, aqui contidas, de acordo com Alves (1992), que são (a) a revisão de literatura, que contextualiza o problema na linha em que se está estudando, e (b) a análise do referencial teórico, que consolida a investigação em si.

Buscando respostas às questões de pesquisa aqui expostas, foi necessário estar em campo, vivenciando e observando os aspectos fenomenológicos que ocorriam continuamente no ambiente escolar. Sobre a observação nas abordagens qualitativas podemos citar Lüdke e André (2014) quando dizem que a observação aproxima o pesquisador do ambiente em que ele investiga, proporcionando-lhe prerrogativas fundamentais para a descrição e interpretação dos fenômenos. Para atender a essa expectativa, optamos em utilizar o diário de campo como instrumento metodológico. É nesse item que encontramos dados referentes às aulas do campo multiplicativo dadas pelas professoras, suas falas, seus procedimentos e atitudes perante os alunos.

Podemos dizer que a observação foi participante durante o período da elaboração dos diários de campo, segundo semestre 2015, uma vez que era o período em que as professoras estavam trabalhando com o campo multiplicativo. Para Lüdke e André (2014, p. 34) “o “observador participante” é um papel em que a identidade do pesquisador e os objetivos do estudo são revelados ao grupo pesquisado desde o início”.

Nesse mesmo intuito, elaboramos uma entrevista semiestruturada com um roteiro de 15 perguntas abordando assuntos da trajetória profissional, vivência escolar, prática em sala de aula e entendimentos sobre a matemática e seu campo multiplicativo. O roteiro seguiu naturalmente uma “sequência lógica entre os assuntos, do mais simples aos mais complexos, respeitando o sentido do encadeamento. ” (LÜDKE & ANDRÉ, 2014, p.42). Primeiro, a entrevista teve forte caráter interativo e é uma forma direta de captar a informação que se deseja. Como foi aplicada de forma flexível, permitindo adaptações a partir de um esquema básico, ela trouxe características da entrevista semiestruturada a partir do aporte teórico de Lüdke e André (2014). Gravamos essas entrevistas em arquivos de áudio, que depois foram transcritas e organizadas para análise e categorização, que será detalhada posteriormente.

Além desses itens, também pedimos que as professoras elaborassem situações-problema sobre o que elas entendiam sobre campo multiplicativo. A ideia foi analisar o alcance que elas tinham dentro desse campo específico da matemática

e buscar entendimento se elas enquadravam ou não seus conhecimentos nos estudos de Vergnaud e em caso negativo, quais seriam os fatores que prejudicam o desenvolvimento desse campo para essas professoras.

Também inserimos um teste diagnóstico, composto por 14 questões pertencentes às modalidades do campo multiplicativo, desenvolvido pelos estudos de Magina e sua equipe, no qual as próprias professoras aplicariam em suas turmas e conduziriam por si mesmas. A intenção consiste em investigar como reagiriam perante esse pedido e quais habilidades atitudinais e matemáticas elas desenvolveriam com suas respectivas turmas. A seguir, apresentamos o quantitativo de alunos por turma que realizaram o teste mencionado

Tabela 1 – quantidade de alunos por turma que realizaram o teste.

PROFESSOR	TURMA	PRESENÇA
P1	301	11
P2	302	11
P4	401	17
P3	402	15
P4	501	19

Fonte: A autora, 2015

É através do olhar de Borba & Araújo (2013) que utilizaremos essa variedade de instrumentos de investigação que possibilitarão a “triangulação de fontes e métodos”, cujo o cruzamento dessas informações fornecerá dados importantes para a pesquisa. Os autores se basearam em Alvez-Mazzotti, (1998) e Lincoln & Guba (1985) para enfatizar que a triangulação aumenta a credibilidade da pesquisa qualitativa.

A partir da análise de dados oriundas dessa cadeia de elementos, damos andamento à análise textual discursiva. Esta, “conduz a compreensões cada vez mais elaboradas dos fenômenos investigados, possibilitando, ao mesmo tempo, uma participação na reconstrução dos discursos em que o pesquisador e os sujeitos se inserem” (GALIAZZI & MORAES, 2014, p. 111).

3.2 **O Lócus de pesquisa**

A seguir, apresentaremos a caracterização da escola e das turmas nela contida para efeito de posicionar o leitor no ambiente de pesquisa.

3.2.1 A escola

A Escola Municipal Darcy Vargas faz parte da rede pública de ensino do município de Duque de Caxias, localizada no Bairro Jardim Leal, 1º distrito (próximo ao Centro). São 10 turmas, 5 no turno da manhã e 5 no turno da tarde. Todas são do primeiro segmento do Ensino Fundamental e têm como única atividade extraclasse a sala de leitura. Trata-se de uma unidade pequena, com 5 salas de aula sem janelas, 1 sala de professores, 1 sala para a direção e para a equipe pedagógica; uma secretaria na entrada; um refeitório que fica entre os banheiros e uma das salas de aula. O recreio acontece em horários diferentes e no corredor, pois não há pátio na escola, o que muitas vezes acaba por atrapalhar as aulas das demais professoras. As salas não comportam com conforto a quantidade de alunos por turma: não raramente, suas carteiras ficam muito próximas umas das outras. Há disponibilidade de materiais didáticos como livros paradidáticos, escala cuisinaire, material dourado, jogos com formas geométricas, xadrez etc.

Nossa introdução nesse ambiente escolar se deu pelo fato de que um de nós, regente do 5º ano do Ensino Fundamental dessa escola há 4 anos, percebeu que os alunos tinham uma perda no processo de aprendizagem no campo multiplicativo e, coincidentemente, os professores também demonstraram angústia e até distanciamento em ensinar essa área da matemática.

3.2.2 As turmas

Foram 5 turmas envolvidas: duas do 3º ano (301 e 302), duas do 4º ano (401 e 402) e uma do 5º ano (501). A seguir, apresentamos um breve descritivo de cada uma das turmas como esclarecimento ao leitor.

A turma 301

A turma era formada por 24 alunos sendo 10 meninos e 14 meninas, dentre eles, um aluno especial e dois com desvio idade/série. A faixa etária desses alunos

variava entre 8 a 13 anos de idade. Podemos evidenciar nesse grupo a dispersão contínua das crianças, o que ocasionava muito conflitos, evitando um bom trabalho individual e, principalmente, em equipe. Fazia parte do cotidiano desses alunos a prática do *bulling.*

Esse grupo é de origem bastante humilde, a maioria recebe o bolsa família e alega precisar demais dessa renda. Uma das alunas relatou morar numa casa com apenas um cômodo. A maioria dessas crianças são filhas de pais separados, moram com os avôs ou então a mãe trabalhava até tarde e os deixa com alguém.

Nossa presença na sala de aula dessa turma fez com que os educandos se comportassem timidamente no primeiro dia, mas no decorrer das visitas, eles foram se sentindo mais à vontade e procurando-nos constantemente para tirar dúvidas. Em contrapartida, era impressionante a falta de atenção (já existente) com a professora. Toda vez que ela ia para a lousa, eles conversavam entre si sem notar o que de fato acontecia naquela sala de aula.

A professora dessa turma foi escolhida para a pesquisa porque procurava ajuda e orientação para seguir com suas aulas de matemática. Precisávamos de um sujeito com um bom tempo de magistério e com uma turma desafiadora como a 301.

Turma 303

Essa turma possuía 25 alunos, 14 meninos e 11 meninas, nenhum faltoso. A faixa etária desses alunos variava entre 8 a 9 anos de idade. Esses alunos possuíam um diferencial por fazer parte de uma turma bem concentrada, acostumada a trabalhar em duplas e até mesmo em grupos que se articulavam bem nas atividades, mostrando senso crítico durante a exposição de suas dúvidas e participações.

Também de origem bastante humilde, a maioria mora com o pai e com a mãe. Alguns tinham um dos responsáveis acompanhando seus cotidianos e outros, com ambos os pais trabalhando fora, acabavam sendo criados por suas avós. Nessa classe, não se encontravam casos sérios que merecessem destaque.

Em suas atividades, se mostravam participativos e envolvidos durante a aula, possuíam questionamentos e argumentos relevantes e se ajudavam continuamente. A turma tinha um bom rendimento fazendo com que sua professora alcançasse seus objetivos com facilidade.

O primeiro dia com a pesquisadora na sala de aula foi novidade. Eles eram curiosos e perguntavam sobre o motivo da sua presença e se ela seria sua professora também. Uma forte empatia entre ambas as partes ocorreu, o que permitiu que esses educandos se sentissem bem à vontade. Interessante dizer que não misturaram os papéis e, para eles, pesquisadora não era professora.

A professora da turma entrou no rol da pesquisa porque trata-se de uma educadora dinâmica e atualizada com uma turma bem integrada e comprometida, o que inclui até mesmo os responsáveis desses alunos.

Turma 401

Com um total de 35 alunos numa sala bem apertada, dentre eles 22 meninos e 13 meninas, essa turma apresentou grande dispersão para se envolver nas aulas. A faixa etária desses alunos varia entre 9 a 12 anos de idade. Também foi observável a prática do *bulling,* mas a regente intervia através do diálogo e conscientização. O único momento de concentração era a correção na lousa pois, para eles, era importante ter os exercícios com suas respectivas respostas corretas no caderno, sendo visível a apatia para participar das aulas. As atividades dessa turma costumavam ser as mesmas da turma 402 pelo fato de ambas professoras serem amigas e planejarem as aulas juntas.

O quadro familiar dessa classe se assemelha à turma 301. De origem humilde, com problemas de relacionamento com seus parentes, casos de alcoolismo e de abandono, esses alunos demonstravam carência afetiva, parecia que chamar a atenção na aula era uma boa opção. Muitas das vezes, a professora assumia o papel materno em sala de aula.

As visitas da pesquisadora provocaram muita curiosidade nos educandos que, no entanto, evitavam aproximação. Acreditamos que eles supunham estar sendo avaliados de alguma forma, mesmo com todo o esclarecimento dado.

A professora dessa turma tem um perfil tradicional para ensinar matemática, porém, é muito afetiva com seus alunos, fazendo parte dos sujeitos desse trabalho.

Turma 402

Esta turma conta com um total de 35 alunos presentes numa sala maior que a da turma 401, sendo 18 meninos e 17 meninas. A faixa etária desses alunos varia entre 9 a 11 anos de idade A turma dá início às atividades bem concentrada, mas no

decorrer do tempo, se dispersa, alegando estar cansada para dar prosseguimento ao que lhe foi proposto. Salientamos que sua professora é antiga na rede o que motivou o convite para sua participação nessa pesquisa.

As crianças são de origem humilde e seus pais se mostram presentes. O material desses alunos é caprichado, com cadernos e livros encapados.

Nossa presença na sala de aula foi notada com curiosidade excessiva por parte dos educandos, que nos questionaram sobre o motivo de estar ali. Muitos temiam que nossa presença fosse para espionar e repassar informações deles para a direção da escola que, com isso, poderia impedir a ida da turma para um futuro passeio realizado pela unidade. Obviamente, essa questão foi esclarecida junto a eles, para alívio da turma.

É relevante lembrar que essa turma recebeu apenas uma visita nossa, pois nos dias marcados a docente alegava que daria outra aula ou outra atividade da qual não tínhamos interesse em participar. Por essa questão, não temos tantos dados para oferecer desse grupo.

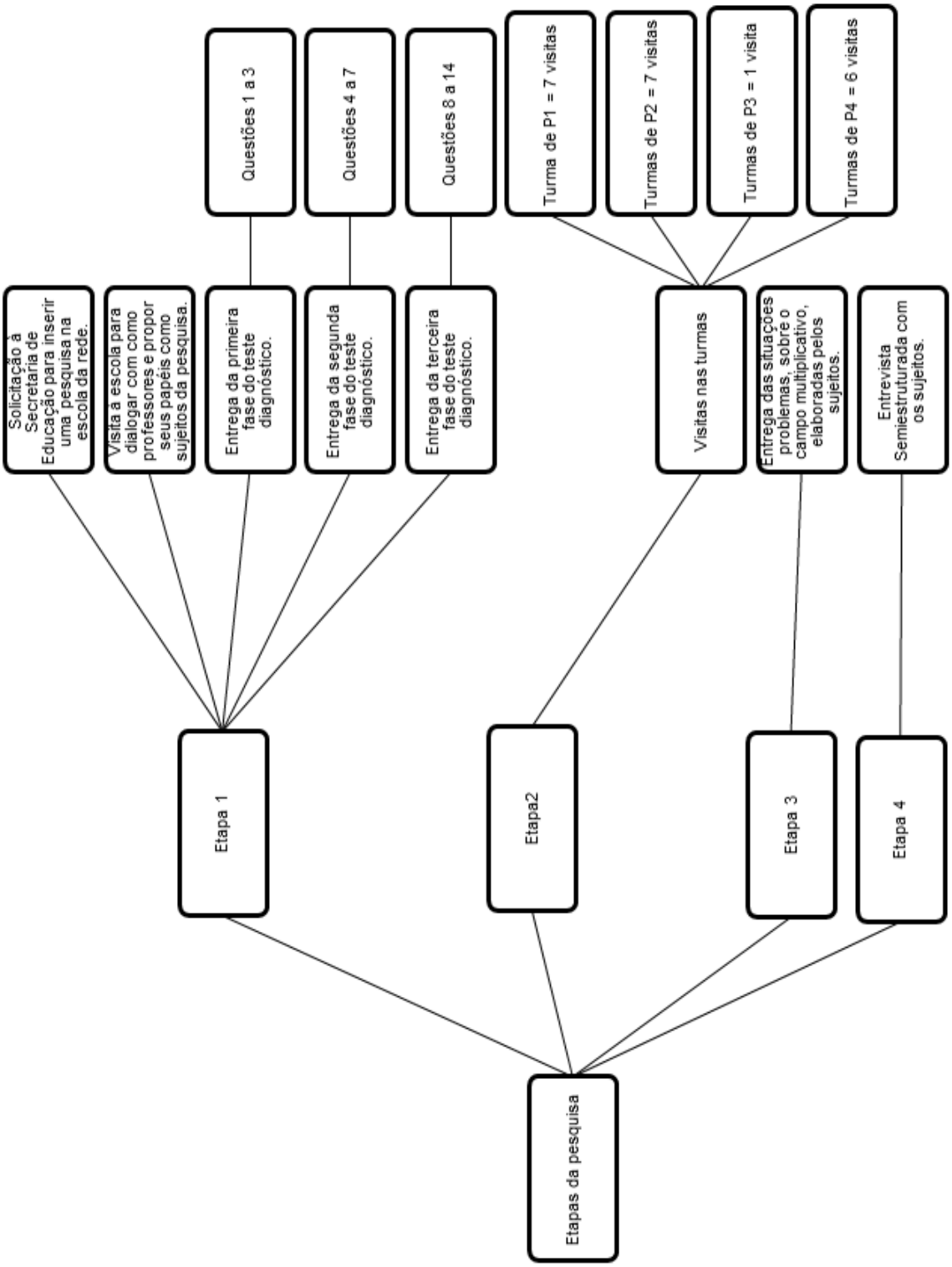
Turma 501

Também possui 35 alunos numa sala bem apertada, que é a mesma mencionada para a turma 401, pois ambas as turmas pertencem à mesma professora. A faixa etária desses alunos varia entre 11 e 15 anos de idade. É um grupo disperso, com prática de *bulling* constante. Por mais que a docente faça intervenções, eles ainda assim insistem. Podem ser notadas muita dificuldade de concentração, conversas fora do contexto e distração enfática.

As crianças são de origem humilde e com problemas bem similares aos da turma 401, que é de relacionamento com parentes, casos de alcoolismo e de abandono familiar. Um caso interessante para citar era de alunos que saíam da escola e não iam direto para a casa, aproveitando que não tinha ninguém em casa pelo fato dos pais trabalharem, ficavam num campinho jogando bola ou andando de ônibus até o centro da cidade de Duque de Caxias. A escola recebia queixa dos adultos do que eles faziam na rua, uma vez que seus pais estavam trabalhando, o que gerava certo transtorno para a instituição além de não ter o responsável certo para informar.

Etapas da pesquisa

Figura 16 – Etapas da pesquisa e seus instrumentos.



Fonte: A Autora, 2015. Dados da pesquisa

3.3 **Instrumentos de Pesquisa**

Com o intuito identificar possíveis relações entre as concepções e crenças do professor sobre a multiplicação e a divisão com a sua prática de ensino exercida nos anos iniciais, optamos pela pluralidade de instrumentos para sustentar nossa discussão. São eles:

- Teste diagnóstico para os alunos e questões do campo multiplicativo elaboradas pelos professores.
- O diário de campo;
- A entrevista Semiestruturada

A coleta desses dados teve partida no final do primeiro semestre com os testes. Apresentaremos em seguida uma breve descrição sobre esses instrumentos.

3.3.1 O teste diagnóstico para os alunos e as questões elaboradas pelos professores.

O teste diagnóstico baseado no campo multiplicativo e desenvolvido pela equipe da pesquisadora Sandra Magina é constituído por 14 questões. Sua elaboração está representada no esquema das estruturas multiplicativas elaborado por Magina, Santos e Merlini (2014), exposto no quadro teórico desta pesquisa. Dentre eles, distribuídos aleatoriamente no teste, encontramos questões em que se destacam alguns dos itens mencionados no referencial teórico. A seguir, apresentamos estes itens, indicando estes pontos.

- Relações quaternárias; questões do eixo de proporção simples; classe um para muitos:

Joana sabe que em um pacote há 6 biscoitos. Ela tem 5 pacotes. Quantos biscoitos Joana têm?

A escola Recanto fará uma festa para 36 convidados. Em cada mesa ficarão 4

convidados. Quantas mesas a escola precisará alugar?

Um supermercado fez uma promoção: "Leve 4 litros de suco por apenas 12 reais". Quanto vai custar cada litro de suco?

- Relações quaternárias; questões do eixo de proporção simples; classe muitos para muitos

Para fazer 3 fantasias são necessários 5m de tecido. Ana tem 35 m de tecido. Quantas fantasias ela pode fazer?

Em uma gincana na Escola Saber, a cada 3 voltas correndo na quadra o aluno ganha 4 pontos. Alex deu 15 voltas correndo na quadra. Quantos pontos ele ganhou?

Caio comprou 9 caixas de suco e pagou 15 reais. Se ele comprasse 3 caixas de suco quanto precisaria pagar?

Ao inferir que as professoras trabalham o campo multiplicativo "um para muitos" com soma de parcelas iguais, o intuito dessas questões foi buscar o entendimento do docente ao desenvolver as questões da classe muitos para muitos. Desejávamos investigar qual concepção diferenciada elas apresentaram nessa condição.

- Relações quaternárias; questões do eixo de proporção dupla; classe um para muitos:

Uma pessoa consome, em média,5 litros de água em 2 dias. Quantos litros de água consumirá uma família composta por 4 pessoas em 6 dias?

É comum encontrar nas falas das docentes que esse tipo de problema só é desenvolvido no segundo segmento do ensino fundamental. Porém, procuramos observar quais artifícios as docentes apresentaram para sua turma, uma vez que a regra de três é complexa para os pequeninos.

- Relações ternárias; questões do eixo comparação multiplicativa; classe referente ou referido desconhecido

A distância entre a casa de Luís e a escola é de 5 quilômetros e a casa de José é 4 vezes mais distante. Qual a distância entre a casa de José e a escola?

Ontem Tonho ganhou 18 figurinhas. E hoje ele ganhou 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele ganhou hoje?

- Relações ternárias; questões do eixo comparação multiplicativa; classe relação desconhecida

Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?

Nesses tipos de problemas, deduzimos que os erros encontrados pelos estudantes estão relacionados à leitura e à interpretação. Como vivenciaram mais as expressões como “o dobro de”, “a metade de”, “o triplo de”, demonstram mais familiaridade do que com as expressões “vezes mais”, “vezes menos”.

Damm (1992 apud Magina *et al*, 2011) estudou problemas do campo aditivo e destacou dois grupos a partir das expressões linguísticas empregadas: (A) estritamente congruentes – quando não há inversão nem presença de antonímia entre os verbos; (B) fortemente não-congruentes – quando há inversão e presença de verbos antônomos.

Com isso, Magina (2011) infere que essa congruência e não-congruência existentes nos problemas do campo aditivo, como exposto por Damm (1992), podem ser encontradas nos problemas do campo multiplicativo, especialmente àquelas inclusas no eixo da Comparação Multiplicativa. É comum que os alunos entendam que “vezes mais” está relacionado à adição e “vezes menos” à subtração. Também é possível encontrar resoluções nas quais foram aplicadas a multiplicação e a soma ou a multiplicação e a subtração simultaneamente. Essas expressões tornam-se mais complexas por exigirem um pensamento cognitivo mais aperfeiçoado.

Então, diante dessa problemática, procuramos observar se/como os professores resolveram essa situação perante às dúvidas que surgiram na sua turma.

- Relações ternárias; questões do eixo produto de medidas; classe configuração retangular

Rute quer mudar o piso do quarto dela. Este quarto tem 3m de largura e 6m de comprimento. Quantos metros quadrados de piso, Rute precisa comprar?

A área do jardim da casa de Vera é retangular e tem 24m². A largura é 4m. Qual é o comprimento em metros desse jardim?

- Relações ternárias; questões do eixo produto de medidas; classe combinatória

Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?

A lanchonete de Ernani vende 15 tipos de sanduíches. Para cada sanduíche é usado apenas um tipo de pão e um tipo de recheio. Tem 3 tipos de pão (leite, integral e francês). Quantos tipos de recheio são necessários para fazer todos os tipos de sanduíches?

Questões desse eixo são facilmente abolidas do ensino das séries iniciais. Além disso, elas exigem raciocínios distintos daqueles que são comumente usados nas salas de aula. Procuramos evidenciar as estratégias que as professoras utilizaram inferindo previamente que seriam abordagens desprezadas no ensino da multiplicação e divisão nas series iniciais.

Esse teste teve foco no professor, partindo da premissa que ele é o sujeito. Então, não temos aqui análises das questões dos alunos. Queremos observar como o professor se comporta perante o desafio, sua maneira de proceder na aplicação do teste e sua desenvoltura para lidar com os conflitos que os discentes apresentavam no decorrer da atividade.

Posteriormente, pedimos para que cada um dos professores elaborasse pelo menos 6 questões que abrangessem o campo multiplicativo, que foram entregues na semana seguinte. A partir daí, observamos se houve ou não interferência do teste nas concepções desses docentes, construindo situações problemas mais condizentes com o que Vergnaud define como Campo Multiplicativo.

3.3.2 O Diário de Campo

Lüdke e André (2014) salientam que “quanto mais próximo do momento da observação, maior sua acuidade”. Desde então, antes da sua constituição, propomos às professoras que suas aulas sobre multiplicação e divisão recebessem uma visita, além de esclarecermos o objetivo da pesquisa e todo o seu processo. Elas aceitaram e marcavam um dia semanalmente para que a pesquisadora frequentasse aquela aula.

As turmas receberam de 6 a 10 visitas, pois o assunto se iniciara em meados segundo semestre, à exceção da turma 501 que teve a primeira inserção em julho. Enfatizamos que a turma 402 foi visitada somente uma vez por questões argumentadas pela professora que alegava que sua turma precisaria de aulas de Linguagem e que naquele dia marcado não poderia nos receber. Além disso, consideremos que dentre dez visitas, três tiveram o conteúdo alterado para outra disciplina. Assim, consideramos apenas aquelas que se referiam à matemática.

Cada turma tinha o seu diário. O que foi registrado nesse material foi tudo relacionado ao comportamento e processo de ensino aprendizagem incluindo a questão da afetividade aluno/professor, as falas dos alunos e as falas das professoras, considerando os seus respectivos raciocínios registrados na lousa, a organização e planejamento das aulas, procedimentos e conceitos usados durante o ensino e diálogos com a turma. Como existia aproximação com essas docentes, houve facilidade em registrar as angústias que essas educadoras sentiam naqueles momentos.

As docentes, sem exceção, demonstraram interesse na pesquisa e gostaram de expor suas ideias e concepções sobre os temas que envolviam multiplicação e divisão. Estavam sempre dispostas a tirar dúvidas, responder questionamentos e esclarecer suas procedências com as turmas.

Cada turma agiu de maneira diferente com a visitante, alguns mais curiosos que outros ou mais afetivos que outros, assim como descrito e especificado anteriormente nos perfis das turmas.

3.3.3 A entrevista

A entrevista foi semiestruturada pois ela se “desenrola a partir de um esquema básico, porém não aplicado rigidamente, permitindo que o entrevistador faça as necessárias adaptações” (LUDKE & ANDRE, 2014, p.40).

O roteiro estabelecido para a realização da entrevista continha 15 perguntas que abordavam a trajetória delas como alunas, como atuavam com a matemática e suas concepções a respeito, perguntas sobre conceitos que possuíam sobre multiplicação e divisão e procedimentos adotados em suas aulas.[3]

A entrevista foi o último instrumento aplicado, realizada ao final da coleta de todos os dados, no mês de dezembro de 2015, individualmente numa sala em particular, com duração de aproximadamente uma hora e meia. As falas foram gravadas em arquivo de áudio e posteriormente transcritas para categorização de dados.

As professoras se portaram de maneira muito natural, demonstrando tanto conforto que davam a impressão de tratar-se de uma boa conversa entre colegas de trabalho. Não houve resistência a nenhum tipo de pergunta. As mais velhas tendiam a se emocionar em momentos de recordação, principalmente àquelas que buscavam referência em professores que fizeram parte do seu passado. Do roteiro contido no Apêndice 1, podemos destacar os grupos:

- Trajetória escolar – Questões 1, 2 , 3 e 5.
- Prática docente – Questões 4,6, 7, 8, 9, 10 e 12.
- Campo Multiplicativo – Questões 11 e 13.

Esses dados possibilitaram maior compreensão das crenças e concepções que essas professoras traziamm há bastante tempo e que, de certa forma mostraram a influência deles na prática docente no tocante às estruturas multiplicativas.

3.4 **Os sujeitos da pesquisa**

Quatro professoras do primeiro segmento do Ensino Fundamental que trabalham na Escola Municipal Darcy Vargas foram convidadas a participar desta pesquisa e, prontamente, concordaram em colaborar. Foram informadas sobre todo

[3] As perguntas contidas no roteiro se encontram na íntegra como apêndice, no final deste trabalho.

o procedimento que seria feito, o objetivo do trabalho e a relação com a pesquisadora.

A escolha dos sujeitos baseou-se na ideia de que o ensino da multiplicação e da divisão se inicia no 3º ano do ensino fundamental; por isso, temos professoras dos 3º, 4º e 5º anos de escolaridade. De fato, as demais afirmaram que não entrariam no assunto dizendo que seria muito prematura a introdução do tema nos 1º e 2º anos do ensino fundamental.

Foi um período complicado para essa escolha pois os professores encontravam-se divididos em dois grupos politicamente distintos. Isso se deu pelo fato de estar ocorrendo as primeiras eleições para diretores na rede de ensino de Duque de Caxias e cada grupo possuía um candidato ao cargo. Um dos sujeitos dessa pesquisa era candidato e, por diversas vezes, encontrava-se atarefado com essa questão; porém, apresentou boa vontade em participar.

Para elas, foram adotados nomes fictícios que serão considerados em toda pesquisa. Abaixo, um quadro que identifica cada uma

Tabela 2 - perfis das professoras envolvidas na pesquisa

PROFESSORAS	**FORMAÇÃO**	**SEXO**	**IDADE**	**TEMPO DE EXPERIÊNCIA COMO DOCENTE.**
P1 (3º ano – turma 301)	Magistério– Curso Normal	F	50-55	35 anos
P2 (3º ano – turma 303)	Pedagogia	F	40-45	20 anos
P3 (4º ano – turma 402)	História	F	55-60	24 anos
P4 (4º e 5º anos – turmas 401 e 501)	História	F	50-55	21 anos

Fonte: A autora, 2015.

Interessante enfatizar que todas elas são formadas na área de Ciências Humanas e todas demonstraram muitas angústias e frustações com a matemática. Esses dados serão expostos no capítulo a seguir sobre análise de dados.

3.5 **Critérios para análise de dados.**

Para análise do material coletado, cabe enfatizar que nos apoiaremos na teoria de Análise de Conteúdo (AC) descrita por Moraes & Galiazzi (2014). Segundo os autores, é uma das "(...) metodologias de análise, não entendendo como conjuntos rígidos de procedimentos, mas como orientações, abertas, reconstruídas em cada trabalho. " (MORAES & GALIAZZI, 2014, p. 141). É com essa metodologia de análise textual que desenvolveremos a nossa pesquisa.

Após examinar todo o material coletado, elaboramos critérios importantes como forma de orientar nossa análise: (1) Concepções e crenças dos professores que estão associadas ao campo multiplicativo; (2) Fatores na trajetória que contribuíram para a formação dessas crenças e concepções; (3) Momentos em que essas crenças e concepções se expõem nas aulas, na correção dos testes e na elaboração das situações problemas solicitados; (4) Conceitos e práticas que eles julgam importante para o desenvolvimento do Campo Multiplicativo; (5) Confrontamento do discurso desses professores com suas práticas.

É evidente que outras questões perpassaram os dados, mas por terem ocorrido com menos incidência, elas não serão mencionadas, descartando a realização de uma análise mais ampla.

3.6 **Síntese do capítulo**

Nosso interesse nessa pesquisa é identificar possíveis relações entre as concepções e crenças do professor sobre a multiplicação, a divisão e a sua prática de ensino exercida nos anos iniciais. Queremos com isso, contribuir com caminhos possíveis para repensarmos a aprendizagem do campo conceitual multiplicativo.

Dessa maneira, adotamos como instrumentos de pesquisa o teste diagnóstico para os alunos e questões do campo multiplicativo elaboradas pelos professores, o diário de campo e a entrevista semiestruturada.

No teste diagnóstico, exploramos questões que abordam o campo multiplicativo, buscando entender a reação dos docentes perante esse pedido e que habilidades atitudinais e matemáticas eles desenvolvem em suas respectivas turmas. Também buscamos, com as questões que esses mesmos docentes elaboraram, analisar o alcance que eles tinham dentro desse campo específico da matemática e buscar entendimento se enquadravam ou não os seus conhecimentos nos estudos de Vergnaud.

Já o diário de campo possibilitou encontrar dados referentes às aulas do campo multiplicativo dadas pelas professoras, suas falas, seus procedimentos e atitudes perante os alunos. A entrevista semiestruturada, por sua vez, possibilitou a confirmação dos dados extraídos do teste e do diário através das falas legítimas das professoras.

Daremos prosseguimento ao relato deste percurso de pesquisa com a análise de dados apresentada no próximo capítulo, detalhando as informações mais relevantes que apareceram no decorrer da aplicação desses instrumentos, analisando esses resultados.

4 A ANÁLISE DE DADOS

Nesse capítulo, expomos e descrevemos os dados empíricos recolhidos durante a pesquisa usando o quadro teórico adotado neste trabalho para estabelecer interpretações. Moraes & Galiazzi (2014) salientam que o processo de análise é iniciado a partir do momento em que se trabalha em cima do material coletado, designado como textos, desconstruindo-os e fazendo emergir os itens mais relevantes a serem estudados. Nesses textos é realizada a leitura, identificando e codificando cada fragmento destacado, que originará as unidades de análise. Posteriormente, tomaremos partida no processo de categorização que é a

> Comparação constante entre as unidades definidas no momento inicial de análise, levando os agrupamentos de elementos semelhantes. Conjuntos de elementos de significação próximos constituem as categorias. (MORAES & GALIAZZI, 2014, p. 22).

Dessa maneira, esse capítulo se encontra organizado em três seções: a primeira, falando sobre o teste diagnóstico; a segunda, relatando problemas do campo conceitual multiplicativo propostos pelas professoras e a terceira tratando das crenças e as concepções das professoras que influenciam o ensino da matemática no campo conceitual multiplicativo.

4.1 Sobre o teste diagnóstico.

Por esta pesquisa ter como o foco o docente, lembramos que esse teste foi aplicado pelos próprios sujeitos e de livre realização pelos mesmos. Porém, é relevante mostrar a quantidade de acertos dos alunos em cada questão do teste. Iniciamos apresentando a quantidade de alunos presentes no dia da aplicação:

Tabela 3 - quantidade de alunos presentes no dia da aplicação do teste

PROFESSOR	TURMA	PRESENÇA
P1	301	11
P2	302	11
P4	401	17
P3	402	15
P4	501	19

Fonte: A autora, 2015.

Em prosseguimento, apresentamos a quantidade de acertos dos alunos por questão.

Tabela 4 - quantidade de alunos que acertaram cada questão

TURMA	QUESTÃO													
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
301	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
302	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0
401	15	12	1	8	10	11	7	17	17	16	10	11	6	0
402	13	14	6	11	13	15	10	15	13	15	14	12	15	11
501	18	13	7	19	19	17	18	19	19	18	19	17	3	11
TOTAL	48	40	14	38	42	43	35	51	49	49	46	41	24	22

Fonte: A autora, 2015.

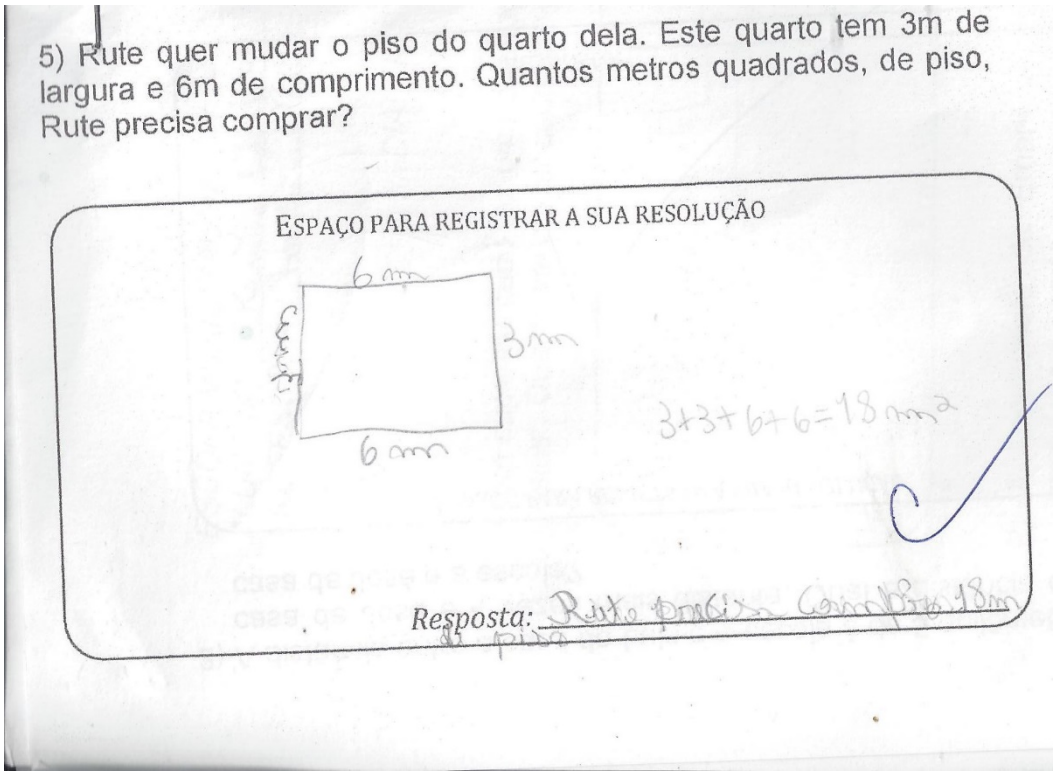
Considerando que todo o processo do teste ficou incumbido pelas professoras, sendo elas responsáveis pela aplicação, correção, critério de intervenção, destacamos alguns dados emergentes:

Na turma 401, cuja regente é P4, encontramos resoluções da questão 5 na qual três alunos somavam os dados de cada dimensão da figura, tratando a situação como perímetro, que a professora corrigiu como certa. Inferimos que houve maior preocupação com o resultado e pouca importância com o tratamento dos dados. Isso acarreta no uso do algoritmo sem significado, que passa a se tornar frequente em outras situações, o que pode resultar em erros futuros. Se os dados fossem outros, por exemplo, as dimensões desse quarto com 2m e 5m, a criança obteria o resultado 14 m^2 de área e a resposta certa seria 10 m^2. Fica evidente que o professor, numa avaliação, privilegia o resultado e não os processos empregados.

Nesse sentido, Vergnaud (2009) reforça que os caminhos tomados pela criança “para resolver uma problema ou atingir um dado objetivo numa determinada tarefa escolar, são profundamente enraizados na representação que ela faz da situação.” (Vergnaud, 2009, p.18). Cabendo, então, ao docente, valorizar os recursos apresentados pelos seus discentes com o intuito de desenvolver competências.

Percebemos, no decorrer da análise, que P4 aprecia o ensino dos algoritmos. Vergnaud (1990, 2000, 2007, 2013) delineou que todo algoritmo é um esquema, mas nem todo esquema é um algoritmo. Esse tipo de esquema deve ser tratado passo a passo por ser um processo longo e os alunos de P4 não o memorizaram. Então, eles produziram erros e não conseguiram interpretar os erros que produziram. Não tinham entendimento do procedimento do algoritmo, o que corresponde à ausência de alguns atributos principais na formação do esquema, conforme Vergnaud (1990, 2000, 2007, 2013): Uma meta ou várias, sub-metas e antecipações; regras de ação, captação e controle da informação; invariantes operatórios.

Figura 17 – resolução apresentada pelo aluno de P4 sob sua orientação


5) Rute quer mudar o piso do quarto dela. Este quarto tem 3m de largura e 6m de comprimento. Quantos metros quadrados, de piso, Rute precisa comprar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

6m
3m
3m
6m

3+3+6+6=18 m²

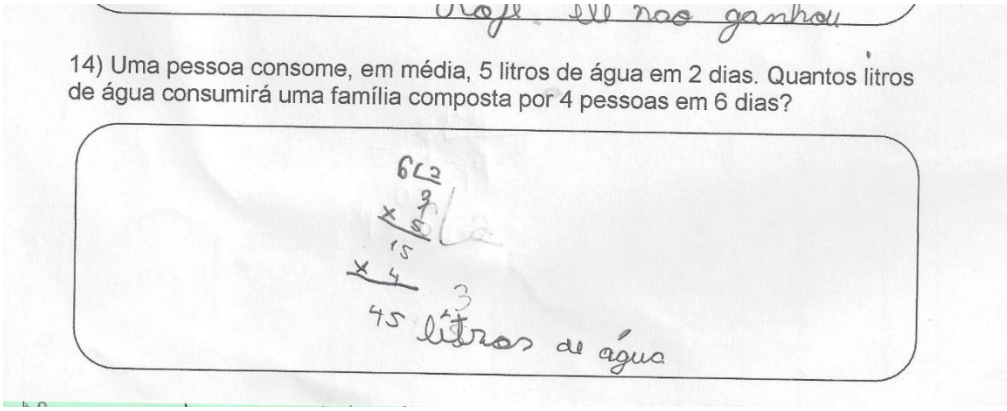
Resposta: Rute precisa comprar 18m de piso

Fonte: Dados da Pesquisa

Observando a mesma docente e a mesma classe, atentamos para a seguinte situação na questão 14. Ela explicou a situação de maneira diferente em ambas a turma.

4.1.1 <u>Turma 401</u>

Figura 18 - resolução de aluno de P4 sob sua orientação



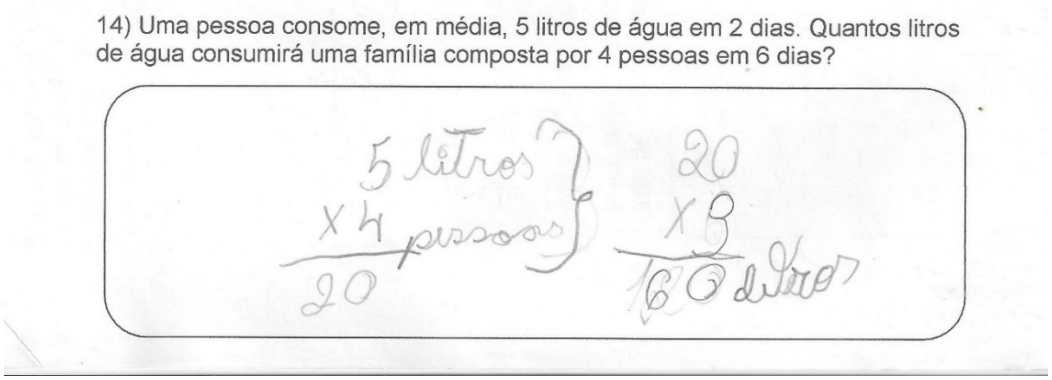
Fonte: Dados da Pesquisa

A criança fez a representação com base no que a professora fez na sala de aula. É uma escrita que morre em si mesma. Vergnaud (2007) fala que a representação simbólica é um artifício que aponta os objetos matemáticos que estruturarão o conceito, servindo como instrumento de pensamento. Caso a representação esteja errada, deixa de ser uma representação de pensamento por não estruturar um conceito, impedindo a produção de novos raciocínios matemáticos.

4.1.2 Turma 501

Na questão, observamos que houve um esquema mental para desenvolver a situação. No primeiro momento, com a turma 401, P4 tentou algoritmizar. Já na turma 501, a docente deixou as crianças desenvolverem seus esquemas mentais pois houve discussão com essa turma, cuja base não foi algoritmos.

Figura 19 - resolução do aluno de P4, sob orientação desse sujeito


14) Uma pessoa consome, em média, 5 litros de água em 2 dias. Quantos litros de água consumirá uma família composta por 4 pessoas em 6 dias?

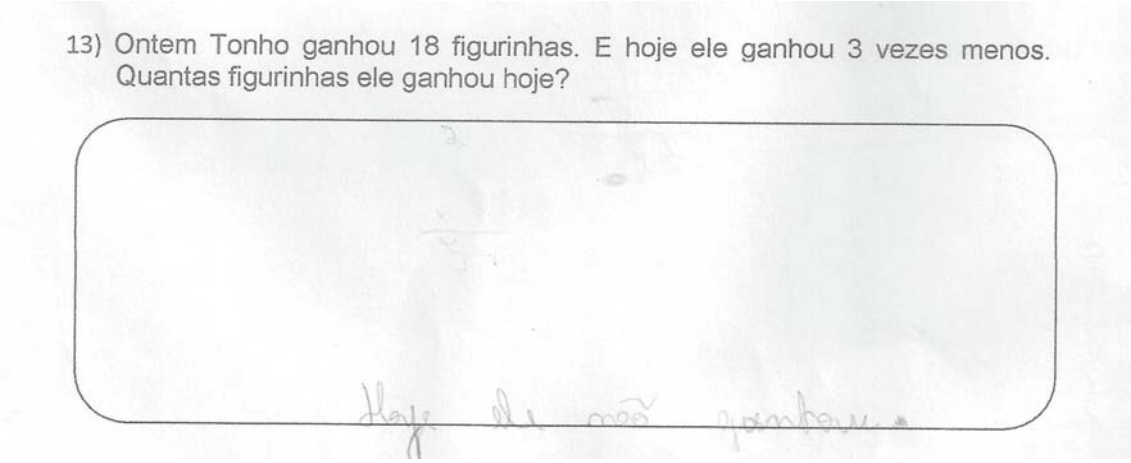
5 litros
x 4 pessoas
20

20
x 3
60 litros

Fonte: Dados da pesquisa.

Inferimos que a professora buscou aprofundar em suas estratégias com a finalidade de tornar a questão mais acessível aos seus alunos. Com isso, ela modificou a resolução e a maneira de ensinar. Vila & Callejo (2006) relatam que as crenças se relacionam com a prática do professor, suas atitudes e a forma de conduzir o processo de ensino-aprendizagem. Têm traços de estabilidade, porém, são dinâmicas, já que a vivência e o conflito com outras crenças podem alterá-las. O que percebemos com P4 foi um sistema de crenças em processo de modificação. Já na questão 13, ela os orientou da seguinte maneira:

Figura 20 - resolução do aluno de P4 sob sua orientação


13) Ontem Tonho ganhou 18 figurinhas. E hoje ele ganhou 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele ganhou hoje?

Fonte: Dados da Pesquisa

Percebemos que a professora também possui dificuldade em entender a Comparação Multiplicativa. Sua concepção resvala na ideia que vai ao encontro do que Magina (2011) estudou, com base nas pesquisas de Damm (1992), sobre

congruência e não-congruência e que podem ser encontradas nos problemas do campo multiplicativo, inclusas no eixo da comparação multiplicativa. O indivíduo possui o entendimento que as expressões “vezes mais” está relacionado à adição e “vezes menos” à subtração.

Por conseguinte, nas questões de proporção simples, a intervenção das professoras procedeu conforme demonstra a tabela:

Tabela 5 - estratégias usadas pelos professores em cada questão

TURMA	**QUESTÃO**													
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
P1														
P2														
P3	A e SPI	A	A	A	A	A	A	A e P	A e P	A	A	A	A	A
P4	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A

Fonte: A autora, 2015.

*Considere P para Pictografia, A para Algoritmo, SPI para Soma de Parcelas Iguais
* P1 E P2 não orientaram suas turmas, por isso, não há dados.

É importante ressaltar que P1 e P2 deixaram suas turmas fazerem o teste sozinhos, sem nenhum tipo de auxílio, argumentando que seus alunos não tinham passado pelo processo de aprendizagem da multiplicação e da divisão e que era muito cedo para eles terem contato com esse campo. Reforçaram a concepção que estavam ensinando a soma e a subtração para que aprendessem as demais operações. Lembremos que o teste foi aplicado em meados do ano de 2015.

A docente P3 fez junto com a turma usando a lousa. Disse que para aqueles que tinham muita dificuldade, ela ensinou pela forma pictográfica.

Já P4, como podemos perceber, não dispensa o uso do algoritmo. Relatou que deixou eles fazerem sozinhos primeiro e, posteriormente, discutiu a questão com eles na lousa. Depreendemos que a relação entre sua estratégia de ensino é influenciada pelo seu entendimento do campo multiplicativo, já que percebemos que as questões que ganharam maior destaque para discussão tratam-se daquelas em que o docente possui maior dependência do algoritmo.

Os terceiros anos encontraram-se alheios às resoluções adequadas, aplicando estratégias do campo aditivo. Já os alunos dos 4º e 5º anos usufruíram do algoritmo da divisão e da multiplicação. Evidenciamos que dentre eles, as turmas 401 e 501 não apresentaram nenhuma questão solucionada por desenvolvimento pictográfico, o que não ocorreu com a turma 402.

Na próxima seção pormenorizaremos a manifestação desses dados de maneira mais clara e contundente pois trata-se das crenças e concepções trazidas pelos sujeitos desta pesquisa.

4.2 **Problemas do Campo Conceitual Multiplicativo propostos pelas professoras.**

Procuramos, nesse espaço, demonstrar a análise das situações-problema desenvolvidas pelas professoras sobre o Campo Multiplicativo à luz da classificação das estruturas multiplicativas em seus eixos: Proporção Simples, Proporção Dupla, Proporção Múltipla, Comparação Multiplicativa, Combinatória e Configuração Retangular.

Foi solicitado às professoras, que fornecessem um mínimo de 6 questões que abordassem multiplicação e divisão. Assim, analisamos 41 situações-problemas dos quais sinalizaram duas direções: 36 se enquadraram nos eixos das Estruturas Multiplicativas e 5 ficaram excluídas do quadro das estruturas multiplicativas por motivos que serão esclarecidos a seguir.

Tabela 6 - frequência dos eixos por campo multiplicativo

Eixo da Estrutura Multiplicativa	**Quantidade de situações encontradas**
Eixo 1 - Proporção Simples	31
Eixo 2 – Proporção Dupla	0
Eixo 3 – Proporção Múltipla	0
Eixo 4 – Comparação Multiplicativa	2
Eixo 5 – Combinatória e Configuração Retangular	3

TOTAL	36

Fonte: A autora, 2015.

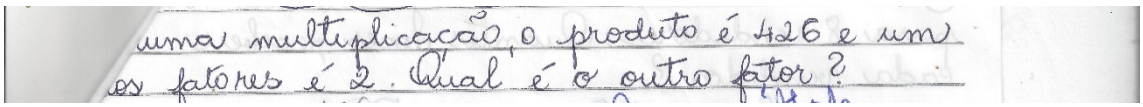
Observando a tabela, vemos que a maior frequência pertence ao Eixo 1, das proporções simples. Em seguida, aparece uma frequência empatada do Eixo 4, da Comparação Multiplicativa, com o eixo 5, da Combinatória e da Configuração Retangular. As proporções múltiplas e dupla não apareceram na coleta desses dados.

Chamamos atenção para os Eixo 4 e Eixo 5 na tabela.

As questões do eixo da Comparação Multiplicativa pertencem a Professora P4, regente do 4º e 5º ano de escolaridade.

- Situação problema pedindo o referente:

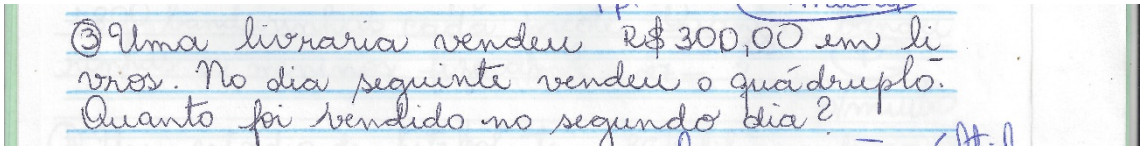
Figura 21 - questão oferecida por P4


uma multiplicação o produto é 426 e um
os fatores é 2. Qual é o outro fator?

Fonte: Dados da Pesquisa

- Situação problema envolvendo relação ternária de partes:

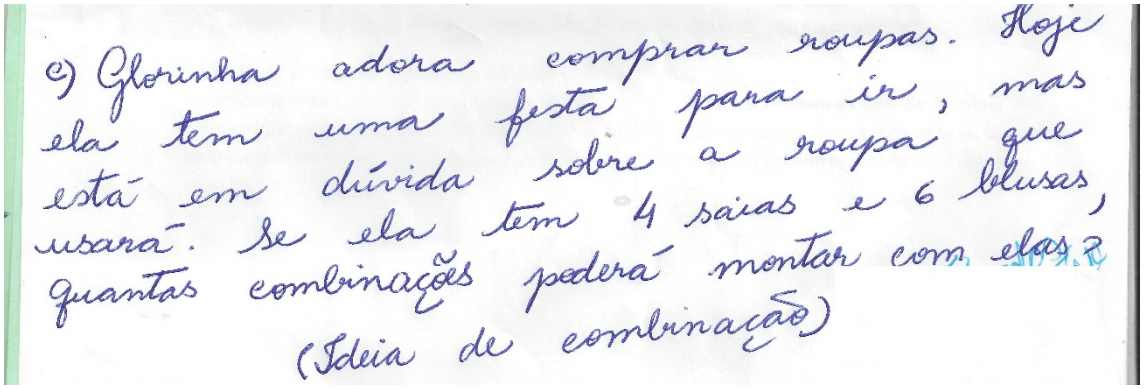
Figura 22 - questão oferecida por P4


③ Uma livraria vendeu R$ 300,00 em li
vros. No dia seguinte vendeu o quádruplo.
Quanto foi vendido no segundo dia?

Fonte: Dados da Pesquisa

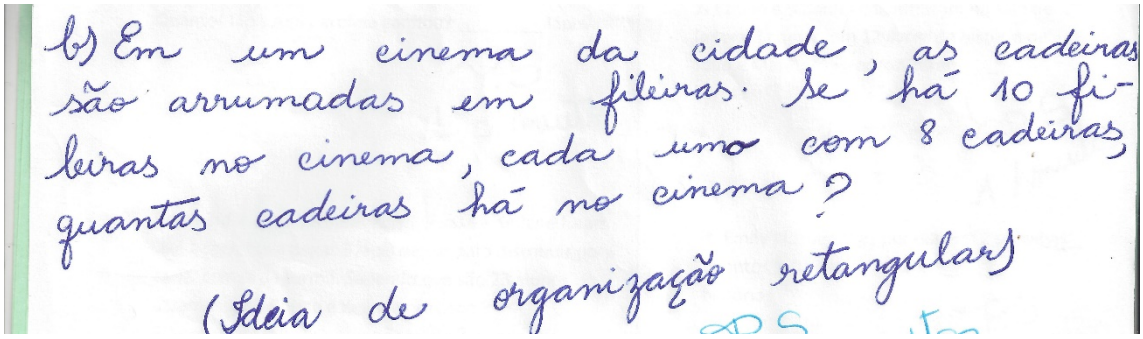
Já as questões pertencentes ao eixo da Combinatória e configuração retangular foram elaboradas por P2 e P4. P2 mostrou noção sobre esses eixos ao escrever do que se tratava na borda inferior.

Figura 23 - situação problema de combinatória oferecida por P2


c) Glorinha adora comprar roupas. Hoje ela tem uma festa para ir, mas está em dúvida sobre a roupa que usará. Se ela tem 4 saias e 6 blusas, quantas combinações poderá montar com elas?
(Ideia de combinação)

Fonte: Dados da Pesquisa

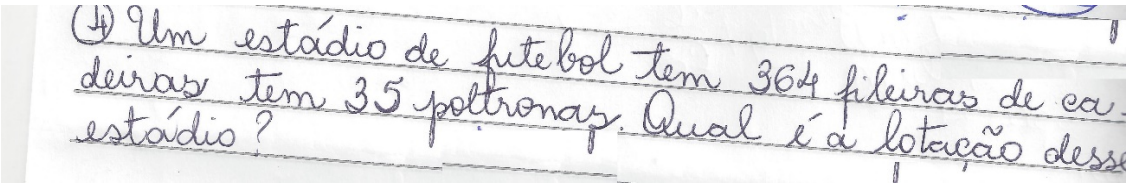
Figura 24 - situação problema de configuração retangular oferecida por P2


b) Em um cinema da cidade, as cadeiras são arrumadas em fileiras. Se há 10 fileiras no cinema, cada uma com 8 cadeiras, quantas cadeiras há no cinema?
(Ideia de organização retangular)

Fonte: Dados da Pesquisa

Segue o problema oferecido pela Docente P4.

Figura 25 - Situação Problema da docente P4


(4) Um estádio de futebol tem 364 fileiras de cadeiras tem 35 poltronas. Qual é a lotação desse estádio?

Fonte: Dados da Pesquisa

Então, adentrando nesses dados, continuemos com a análise do Eixo das Proporções Simples.

Tabela 7 -questões pertencentes às operações do eixo proporções simples.

Multiplicação	Divisão Partitiva	Divisão Quotitiva
16	11	4

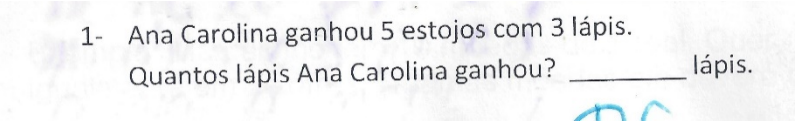
Fonte: A autora, 2015.

A multiplicação e a divisão partitiva não aparecem com uma frequência tão distanciada. Porém, é importante destacar que as questões de divisão quotitiva foram apresentadas somente pelas professoras dos 4º e 5º anos, no caso, P3 e P4. Inferimos que isso ocorre pelo fato das docentes darem mais ênfase ao processo da divisão nos anos finais do primeiro segmento. No caso dessa coleta, observamos também que a divisão partitiva e a multiplicação aparecem com maior frequência por serem modelos comumente explorados e ter um caráter imediato.

4.2.1 Multiplicação

Docente P1

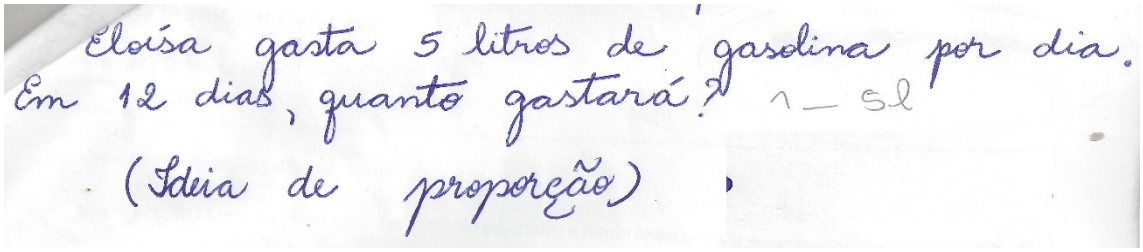
Figura 26 - situação problema da docente P1


1- Ana Carolina ganhou 5 estojos com 3 lápis.
Quantos lápis Ana Carolina ganhou? _____ lápis.

Fonte: dados da pesquisa

Docente P2

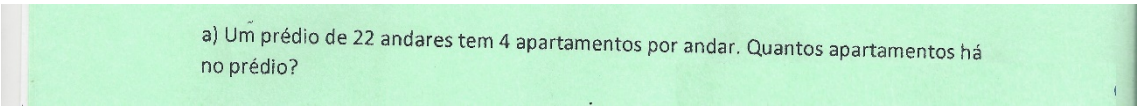
Figura 27 - situação problema da docente P2


Eloísa gasta 5 litros de gasolina por dia. Em 12 dias, quanto gastará? 1 — 5l
(Ideia de proporção)

Fonte: Dados da Pesquisa

Docente P3

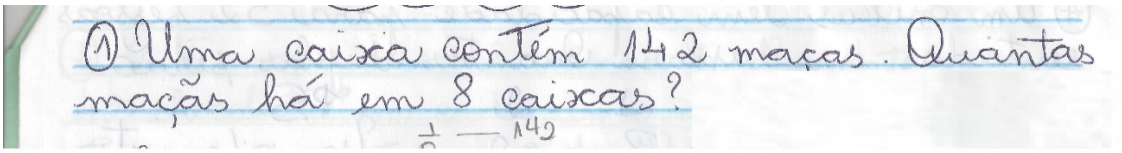
Figura 28 - situação problema da docente P3


a) Um prédio de 22 andares tem 4 apartamentos por andar. Quantos apartamentos há no prédio?

Fonte: Dados da Pesquisa

Docente P4

Figura 29 - situação problema da docente P4

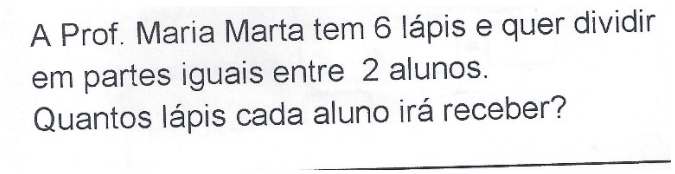

① Uma caixa contém 142 maçãs. Quantas maçãs há em 8 caixas?

Fonte: Dados da Pesquisa

4.2.2 Divisão Partitiva

Docente P1

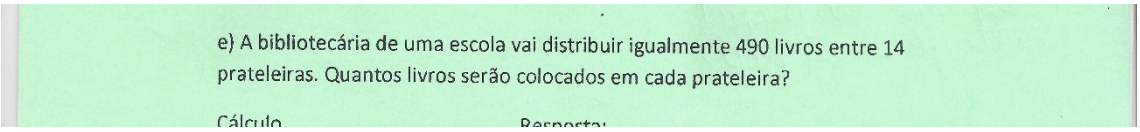
Figura 30 - situação problema da docente P1


A Prof. Maria Marta tem 6 lápis e quer dividir em partes iguais entre 2 alunos.
Quantos lápis cada aluno irá receber?

Fonte: Dados da Pesquisa

Docente P3

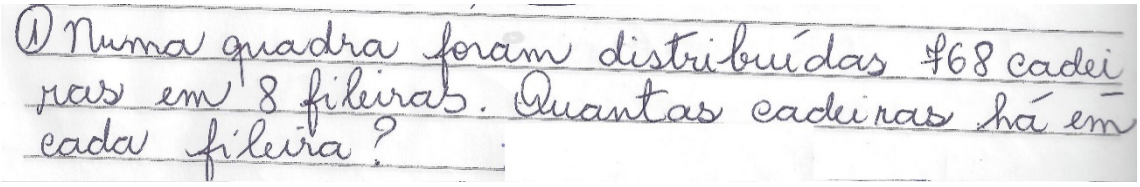
Figura 31 - situação problema da docente P3


e) A bibliotecária de uma escola vai distribuir igualmente 490 livros entre 14 prateleiras. Quantos livros serão colocados em cada prateleira?

Fonte: Dados da Pesquisa

Docente P4

Figura 32 - situação problema da docente P4

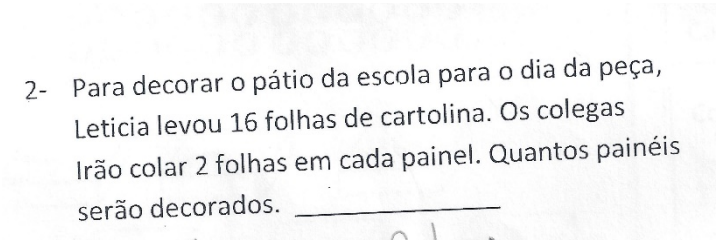

① Numa quadra foram distribuídas 168 cadeiras em 8 fileiras. Quantas cadeiras há em cada fileira?

Fonte: Dados da Pesquisa

4.2.3 Divisão Quotitiva

Docente P1

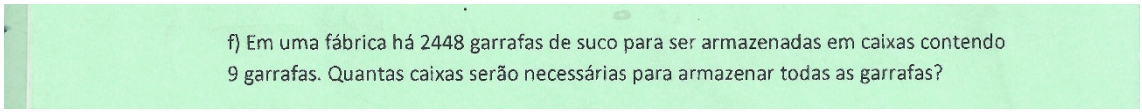
Figura 33 - situação problema da docente P1


2- Para decorar o pátio da escola para o dia da peça, Leticia levou 16 folhas de cartolina. Os colegas Irão colar 2 folhas em cada painel. Quantos painéis serão decorados. _____

Fonte: Dados da Pesquisa

Docente P3

Figura 34 - situação problema da docente P3


f) Em uma fábrica há 2448 garrafas de suco para ser armazenadas em caixas contendo 9 garrafas. Quantas caixas serão necessárias para armazenar todas as garrafas?

Fonte: Dados da Pesquisa

Na tabela a seguir, é possível observar a frequência da relação sujeito X eixo, expondo o que cada um privilegia no decorrer do ensino.

Tabela 8 - frequência sujeito x eixo

Eixo da Estrutura Multiplicativa	**P1**	**P2**	**P3**	**P4**	**Total**
Eixo 1 - Proporção Simples	9	3	7	12	32
Eixo 2 – Proporção Dupla	0	0	0	0	0

Eixo 3 – Proporção Múltipla	0	0	0	0	0
Eixo 4 – Comparação Multiplicativa	0	0	0	2	2
Eixo 5 – Combinatória e Configuração Retangular	0	2	0	1	2

Fonte: A autora, 2015.

4.3 **Alguns destaques**

- P1 trabalha o campo multiplicativo apenas na Proporção Simples. Como vimos nos exemplos, ela utiliza a multiplicação e as divisões partitivas e quotitivas em suas situações-problema.

- P2 desenvolveu o campo multiplicativo na multiplicação, na combinatória e configuração retangular por motivos que revelaremos na próxima seção.

- P3 apenas trabalhou com a proporção simples considerando a multiplicação, a divisão partitiva e a divisão quotitiva.

- P4 utilizou a proporção simples com a multiplicação, divisão partitiva e divisão quotitiva, além dos eixos da comparação multiplicativa e configuração retangular apesar da baixa frequência.

Assim exposto, com base na classificação dada nos estudos de Santos (2015) que versa sobre a Formação de professores e as estruturas multiplicativas, seguiremos com as 5 questões destoantes encontradas nessa coleta que apresentaram os seguintes desvios:

Tabela 9 - Quantidade de questões que não se adequaram ao Campo Multiplicativo

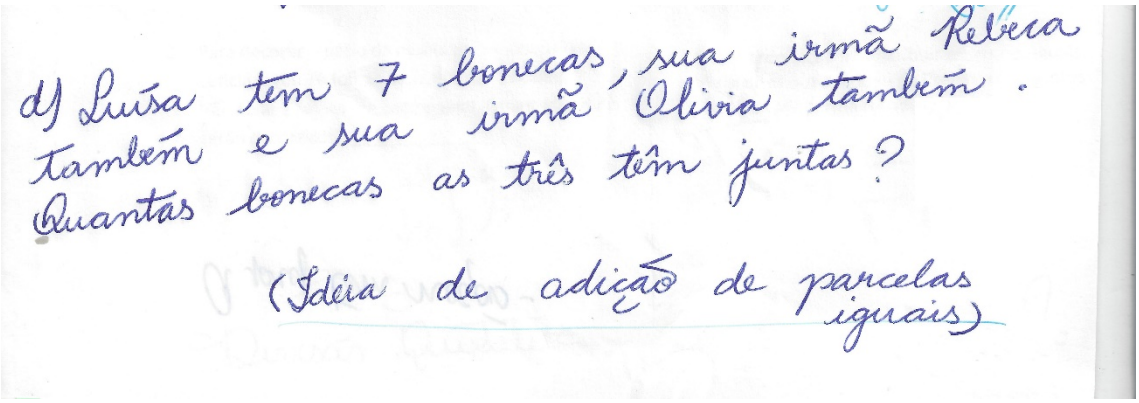
Pertencimento ao campo aditivo	**Enunciado direto da questão**	**Ausência de dados**
1	1	3

Fonte: A autora, 2015.

4.3.1 Pertencimento ao campo aditivo

A questão requer estratégias apropriadas do campo aditivo. Para efeito de ilustração e entendimento, apresentamos o exposto:

Figura 35 - situação problema da docente P2 que pertence ao campo aditivo


d) Luísa tem 7 bonecas, sua irmã Rebeca também e sua irmã Olívia também. Quantas bonecas as três têm juntas?

(Ideia de adição de parcelas iguais)

Fonte: Dados da Pesquisa

Essa situação foi elaborada pela professora P2, do terceiro ano. Inclusive, ela escreve sua concepção sobre a questão entre parêntesis, reforçando que a multiplicação é soma de parcelas iguais.

4.3.2 Enunciado direto da operação a ser realizada

Nesse exemplo, a professora não contextualiza a situação e sim, apresenta uma valorização pelo uso do algoritmo, tencionando o aluno a configurá-lo de maneira direta. Além disso, ela mescla os dados no intuito de formar uma expressão numérica.

Figura 36 - situação problema elaborada por P3 com enunciado direto da questão.

c) Pense em um número de 1 a 10. Multiplique-o por 6, acrescente uma dezena, retire o número que você pensou. Agora multiplique por 9 e subtraia dele 21. Qual o resultado?

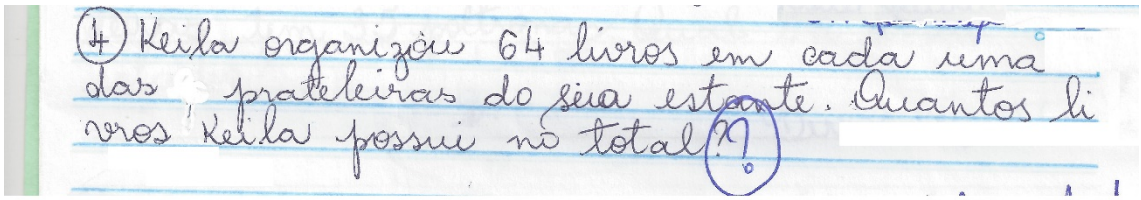
Fonte: Dados da Pesquisa

Essa questão foi elaborada por P3 do 4º ano.

4.3.3 Ausência de dados

É o tipo de situação que omite um dado relevante para o andamento do raciocínio e a realização de esquemas.

Figura 37 - situação problema elaborada por P3 com ausência de dados


4) Keila organizou 64 livros em cada uma das prateleiras do seu estante. Quantos livros Keila possui no total?

Fonte: Dados da Pesquisa

Nesse caso, P4 omitiu a quantidade de prateleiras da sua estante, o que tornou o desenvolvimento da situação-problema inviável. Assim como ela, P1 apresentou duas questões com supressão de dados.

Diante do exposto, das questões elaboradas pelas docentes, inferimos que o uso das questões do eixo da proporção simples incide no constante uso do algoritmo, da tabuada e na multiplicação como soma de parcelas iguais, além de terem aspecto pragmático. Essas concepções ficaram claras nas falas das professoras como essenciais para o ensino do campo multiplicativo, e serão apresentadas na seção a seguir.

4.4 **Concepções e crenças das professoras que influenciam o ensino da matemática, especificamente, o Campo Conceitual Multiplicativo**.

Apresentamos nove categorias reveladas por meio da triangulação de dados apurados pelos instrumentos de pesquisa.

Categoria 1: O ensino da Matemática;

Nessa categoria, procuramos observar e analisar nas professoras sobre o que elas entendiam a respeito do " que é o ensinar matemática". Sua relevância consiste em entender como essas docentes enxergam a Matemática em sua prática. O interessante é que coletamos informações sem convergência nas opiniões, o que tencionou ainda mais a flexibilização de ideias destacadas para cada sujeito.

Ao perguntarmos para P1 o que seria ensinar matemática obtivemos a seguinte resposta:

> *Ensinar matemática, para mim, é como o professor Oliva. Esse professor foi tudo para mim. Nunca gritou comigo e só aprendi matemática com ele (…) Tive um ensino muito ruim, nem sei como cheguei aqui! Tenho muita dificuldade com matemática e os alunos são o meu reflexo.*

A docente P1 argumenta com base na sua vivência como aluna. O professor Oliva foi um referencial de ensino que influenciou a sua prática pela maneira que a tratava com determinado afeto, que na entrevista, era sempre lembrado nostalgicamente. Conforme Chacón (2003), trata-se de "crenças básicas", ou seja, aquelas que são inconscientes, cuja afetividade encontra-se mais no íntimo do indivíduo. Segundo a estudiosa, esse tipo de crença dá origem às crenças matemáticas.

Já P2 e P4 resumem a matemática ao esquema da contagem. Nas falas abaixo, transparece essa ideia:

> *P2: "Penso que ensinar matemática é ensinar a contar, fazer cálculos, gráficos...mas a princípio, o que vem na minha cabeça é fazer contas. As quatro operações. "*
> *P4: " Para mim, é fazer com que o ser humano saia da questão só da palavra, da oralidade para a questão de quantidade de números(...) A matemática faz parte da nossa vida desde que a gente começa a contar (...) não basta falar, é preciso contar, é preciso usar os números. "*

De fato, durante uma aula de P4 sobre resolução de problemas, um aluno estava tentando desenvolver a questão na lousa e então, ela disse para a turma:

> "*gente! Nada impede do aluno armar a continha lá em cima. Sempre falo, deixa a preguiça de lado para conseguir fazer. "*

Em suas palavras, vemos que a contagem e o algoritmo protagonizam e definem a matemática. Inferimos disso que esse entendimento limita o avanço no processo de ensino-aprendizagem. Além disso, vale destacar que P2 também enfatizou, em suas palavras, as quatro operações como determinantes para o ensino da matemática. Esses aspectos ditos pelas docentes estão relacionados com o que Ponte (1992) orienta em seus estudos de que existem concepções referentes ao ensino da matemática no que tange, como por exemplo, o uso indispensável do algoritmo, que a matemática não oferece nada de criativo sendo ela pura e abstrata. É observável que essas concepções influenciaram suas práticas.

Por meio da Teoria dos Campos Conceituais, Vergnaud (1991) traz o estudo do conceito evidenciando que um campo conceitual é um conjunto heterogêneo de situações, problemas, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e processos de aquisição. Nesse entendimento, depreendemos que o limite no ensino da matemática é trazido pelas próprias docentes dentro de suas concepções.

O ato de contar de uma criança é apenas um dos variados esquemas que ela utiliza. Nesse sentido, Vergnaud (1991) define como esquema “à organização invariante da conduta para uma dada classe de situações. ” (VERGNAUD 1991, p.157). A eficácia do seu esquema está na relação em que ela estabelece entre sua atividade (gesto, palavras) e o objeto. A matemática vai muito além que um tipo de esquema.

Entendendo a matemática dessa forma, a TCC vem afirmando que elas possuem um entendimento empobrecido da matemática, o que refletirá, consequentemente, nas suas práticas.

A visão de P3 desvela um sentido para a matemática como algo inalcançável e distante do que pode ser possível:

> *Ensinar matemática é uma arte muito complexa. Como tenho muita dificuldade em aprender matemática, então é uma arte. Sou professora do 1º ao 5º ano porém, minha formação é em História.*

P3 concebe a matemática como arte. Podemos inferir que sua visão romântica é baseada numa concepção geral na qual o artista é aquele que possui “o dom”, a criatividade para a construção de algo. Além disso, ela reforça em suas palavras a sua formação em História. Em sua fala, transparece as crenças associadas à maneira de ensinar matemática, de acordo com Vila & Calejo (2006). Para esses pesquisadores, as concepções se referem ao conceito matemático

enquanto as crenças estão relacionadas às ideias ligadas à matemática. A docente demonstra uma crença que, de certa forma, acaba limitando sua ousadia de avançar ainda mais na sua prática.

A seguir, destacaremos especificamente a multiplicação, com o intuito de aprofundar ainda mais no conhecimento subjetivo que esses sujeitos trouxeram.

Categoria 2: O ensino da Multiplicação;

Sobre o ensino da multiplicação, trouxemos questões frequentes que ocorrem nas salas de aulas e que são vistas com muita naturalidade porém, há de se pensar em torno da teoria de Vergnaud quando estudou o Campo Multiplicativo e a formação de conceitos.

Encontramos, em todas as falas e práticas das docentes, sem exceção, os termos “soma de parcelas iguais” e “tabuada”. Inferimos que o entendimento delas sobre multiplicação se atém nessas esferas.

P1 coloca essa ideia de maneira enfática da seguinte forma

> *Nunca quis passar para os meus alunos aquilo que não tive. Procuro ter o máximo de paciência. Passo sempre muita tabuada. Sim, acho que tem que aprender a tabuada! (...) Eles precisam dominar a tabuada para seguir adiante. Sem isso, eles não conseguem resolver os problemas.*

Para a professora, a tabuada é fundamental para a multiplicação e resolução de problemas. Ao argumentar *“eles precisam dominar a tabuada para seguir adiante.”,* reforça que o domínio da tabuada é o principal caminho para um bom entendimento, pré-requisito para dar continuidade para a aprendizagem.

Suas aulas iniciavam-se com a “tomada de tabuada” na lousa. Na primeira visita da turma, observamos que a professora escrevia a tabuada de 3 no quadro e conforme perguntava aos alunos, ela ia preenchendo. Uma prática cotidiana que ela tinha com seus pequeninos. Não havia ali interação de conhecimento entre sujeitos, debates, construção. O que havia era uma tabuada preenchida no fim da sala para que as crianças consultassem e outra tabuada na lousa para ser completada. Folhas com tabuadas eram entregues para os alunos preencherem. Percebemos a partir daí a importância que ela dava para esse ponto. Em conformidade, P2, P3 e P4 também atribuem a tabuada como fator visceral para o ensino da multiplicação.

P2 ensinou tabuada utilizando um CD com músicas a serem cantadas pelos alunos. Uma forma dinâmica e motivadora para as crianças, já que essa é a

característica da prática dessa docente. Os alunos gostavam bastante e ficavam alegres, porém o processo não abandona o perfil da decoreba. Nesse contexto, ela também salienta esse ponto como base para o ensino da multiplicação.

Outro fator que é importante trazer aqui para essa pesquisa é a multiplicação vista como soma de parcelas iguais por todas as docentes. A adição enraizada dentro da multiplicação. Campos Conceituais diferentes se entrelaçando de uma maneira desconectada. Dentre as falas mais preocupantes, temos a de P4

> *Eu fiquei muito resistente à questão que a criança precisava armar a conta para saber multiplicar e também ao fato de mostrar que a multiplicação é a soma de parcelas iguais. Achava que isso não era multiplicação, mas hoje, para mim, elas caminham juntas, uma é a outra, não tem como desvincular.*

A professora disse que ficou *"muito resistente à questão que a criança precisava armar a conta para saber multiplicar*", ou seja, teve resistência com o ensino do algoritmo de maneira contínua e, além disso, *"(...) ao fato de mostrar que a multiplicação é a soma de parcelas iguais",* observamos que essa docente teve seus momentos de reflexões sobre o campo multiplicativo, repensou sobre o conceito e criou essa resistência, porém, depois desse processo de reconstrução de conhecimento, ela desconstruiu novamente e chegou à conclusão que a adição e a multiplicação são dependentes. O que nos perguntamos é: como ela chegou a essa conclusão?

Com base em Vila & Callejo (2006), partindo do ponto de que as crenças não são consensuais e por se apresentarem de maneira dinâmica, a conclusão e prática de P4 em adotar a soma de parcelas iguais como ensino da multiplicação, relacionando campos conceituais diferentes entre si, tiveram sua gênese nas experiências e percepções, definindo assim um certo tipo de crença que influenciou sua opinião. Essa experiência e percepção aparece em sua fala ao se referir aos alunos

> *O aluno insiste em apresentar a multiplicação como soma de parcelas iguais, aí eu tenho que ser maleável, porque pra ele é mais fácil....*

Em conformidade com P4, P3 relata que a tentativa de ensinar por soma de parcelas iguais é devido à dificuldade apresentada pelos alunos em matemática por não aprenderem a tabuada.

> *Eu já tentei multiplicação por soma de parcelas iguais né…eles se prendem muito...só ficar adicionando, adicionando. A dificuldade deles em matemática é porque não aprendem a tabuada.*

Mais uma vez aí, encontramos um encadeamento entre “soma de parcelas iguais” e “tabuada”. Nunes e Bryant (1997) concluíram que a multiplicação e a divisão não se resumem apenas em operações aritméticas novas para serem aprendidas após a adição e subtração. Atualmente, nas escolas, a estratégia de replicar está condicionada à soma de parcelas iguais. Há novos significados para os números – “proporções, fatores escalares e funcionais” – e novos tipos de relações representada por eles. Os pesquisadores chamam atenção para os educadores matemáticos, no sentido destes terem se concentrado nas invariáveis de conceitos. Percebemos que a multiplicação fica condicionada num único caminho, quiçá o único conhecido por essas docentes formando suas concepções.

Categoria 3: O ensino da divisão;

Com o mesmo intuito da categoria anterior, refletiremos sobre o ensino da divisão com base nos aportes teóricos dos quais apresentamos no capítulo 2.

Façamos um destaque para as professoras dos 3º anos de escolaridade. P1 e P2 argumentaram que não desenvolveram completamente a divisão com suas respectivas turmas. Apenas introduziram a ideia, mas não a desenvolveram. A primeira atribuiu a dificuldade aos próprios alunos:

> *Dividir é pra contar quantos vai dar para cada grupo. Não cheguei na divisão, só dei o conceito. Tentei explicar mas eles não estão entendendo o que é dividir (...) eles não sabem estudar. ”*

O conceito, para essa professora, seria a oralização de situações com exemplos práticos de divisão, conforme presenciamos em suas aulas. Esbarramos aí numa concepção formada pela origem profissional, no que se refere à formação inicial, científica e pedagógica (PONTE, 1999). P1 possui a ideia de conceito que lhe foi oferecida no curso normal há muitos anos atrás.

Já a segunda docente mostrou que existe determinado antagonismo nessa questão. Na categoria anterior, P2 enfatiza as 4 operações como o âmago do ensino de matemática, mas aqui, ela trouxe uma novidade plausível.

P2 argumenta que o entendimento da divisão foi mais simples que a multiplicação para seus educandos. Podemos inferir que pelo P2 modificou sua

crença por não ter mostrado o uso do algoritmo da divisão, atribuindo uma didática diferenciada daquela usada para a multiplicação ao abrir espaço para a discussão e construção do conceito. Para que isso ocorra, Ponte (1992) atribui à reflexão a possibilidade de desvelar a criticidade em relação à prática e identificando o ponto a ser modificado.

P4 aborda uma questão sociocultural em sua fala. Ela atribui a dificuldade da aprendizagem da divisão à vivência que os alunos possuem numa sociedade capitalista.

> *"Estava conversando com as outras professoras a respeito disso…nós que somos da faixa dos 50, 55 anos, vivemos de forma muito prática o que não acontece com as crianças de hoje em dia. A gente precisava dividir as coisas com os irmãos, hoje, um quer mais que o outro. Acho que é nesse ponto que a criança encontra dificuldades em consolidar a divisão. A divisão deveria ser iniciada em casa. Estava lembrando do meu irmão que mamãe dividia a bisnaga em 4 pedaços iguais mas meu irmão se achava homem e queria comer mais, nunca queria o bico do pão por ser menor. Você acaba concluindo que divisão é dividir em partes iguais. Hoje, os alunos não concretizam isso. "*

Chácon (2003, p.65) salienta que "o contexto social, formado pelas expectativas dos estudantes, dos professores, dos pais e de outras instituições, oferece oportunidades ou restrições para a situação de ensino. " De acordo com o estudo da autora, deduzimos que essa professora demonstrou "habilidade em justificar sua perspectiva em relação à sua prática" (CHACON, 2003, p.65) referente ao ensino de divisão.

Vale ressaltar que, em suas aulas, antes de ensinar a divisão propriamente dita, P4 introduziu o conceito de frações e desenvolveu esse conhecimento acreditando que facilitará a compreensão do conceito da divisão por parte dos seus alunos. Essa concepção, P4 formou com sua prática. Ela relata que percebeu que existia maior facilidade para as crianças entenderem até o algoritmo.

Nessa direção, P4 estabeleceu uma relação com a matemática, originando crenças relativas ao autoconceito, à metacognição e autoconsciência. (MCLEOD, 1991 apud CHACON, 2003, p. 21). Além disso, ela trabalhou com a formação do conceito, livre da linearidade do ensino preestabelecido. (VERGNAUD, 1983).

Seguindo, mais uma vez, o olhar romântico de P3, que mostra certa insegurança em argumentar; porém, percebe-se sua contrariedade em tratar da divisão.

> *Posso sair dos números? Gosto de multiplicar as amizades, o amor e não gosto de dividir não, só compartilhar, dividir, separar eu não gosto não.*

Ela encontrou uma maneira de “fugir” da pergunta. Mandler (1984 apud CHACON, 2003, p.29) reforça que “as crenças proporcionam uma parte importante do contexto dentro do qual se desenvolvem as respostas atitudinal e emocional em relação à matemática. ” Inferimos na fala de P3 que sua crença reflete uma postura insegura com a questão de explicitar sobre o tema da divisão.

Categoria 4: A aprendizagem da multiplicação e da divisão;

Esta categoria buscou responder a pergunta “o que é necessário que o aluno tenha em sua aprendizagem de matemática, para prosseguir na sua série no tocante ao ensino da divisão e multiplicação?”.

Percebemos que as professoras possuem muita preocupação com a questão dos pré-requisitos, ou seja, se tiver que aprender a multiplicar, precisa aprender a somar; se tiver que aprender a dividir, precisa aprender a multiplicar.

Vergnaud (1983) chama de “ilusão pedagógica” a maneira que os professores se posicionam em relação ao ensino de matemática ao acreditarem que sua organização deve ser formalizada de maneira clara e rigorosa. Em seus estudos, ele também destaca que o ensino de matemática não se abstém na linearidade nas salas de aula. A multiplicação e a divisão fazem parte de um campo conceitual extenso, denominado por ele como Campo Multiplicativo. Um campo conceitual é um conjunto de situações, cujo domínio progressivo que exige uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão (1998).

Podemos mencionar, algumas falas como

> *P1: Eles precisam dominar a tabuada para seguir adiante.*
>
> *P2: A adição é muito importante. Se ele não souber, a multiplicação que é a soma de parcelas iguais, será prejudicada.*
>
> *P4: Eu penso que o aluno precisa já ter consolidado a noção da soma de parcelas iguais e ter o conhecimento da tabuada para resolver os problemas.*

Observamos que para P1, P2 e P4 consolidam como fatores essenciais a “tabuada” e “soma de parcelas iguais”, para que seja possível o aluno dar prosseguimento às séries seguintes. Problematizamos esses quesitos na categoria

anterior sobre o ensino da multiplicação. Chama atenção esses pontos terem aparecido novamente aqui.

Atentamos que P1 e P4, mesmo sendo de séries diferentes, enfatizam a importância da tabuada para uma aprendizagem satisfatória. P2 reforça a questão do conteúdo linear. P3 dá ênfase à leitura e interpretação.

Na contramão dessas concepções, P3 diverge em sua resposta.

> *P3: Eu creio que eles precisam saber ler e escrever. Tem alunos do 4º ano que ainda não saíram da alfabetização. Se não sabe ler nem escrever, fica difícil também pra matemática. Não interpretam o problema e ficam perguntando se "é de mais" ou se "é de menos". Sempre fazem essa pergunta. Para saber matemática eles precisam ser alfabéticos e interpretar.*

Ela confere à leitura e à interpretação fortes motivos para uma boa aprendizagem em situações-problema. Em suas palavras, as expressões "é de mais", "é de menos" aparecem como sendo uma problemática em sala de aula e que por não terem passado por uma alfabetização satisfatória, confundem-se no momento de se resolver situações matemáticas.

Magina (2011) em seu estudo sobre campo conceitual das estruturas multiplicativas que envolve relações ternárias, faz justamente esse destaque no eixo das comparações multiplicativas, identificando, nesses tipos de problemas, os erros encontrados pelos estudantes que estão relacionados à leitura e à interpretação. Como vivenciaram mais as expressões como "o dobro de", "a metade de", "o triplo de", demonstram mais familiaridade do que com as expressões "vezes mais", "vezes menos".

Damm (1992 apud MAGINA *et al*, 2011) estudou problemas do campo aditivo e destacou dois grupos a partir das expressões linguísticas empregadas: (A) estritamente congruentes – quando não há inversão nem presença de antonímia entre os verbos; (B) fortemente não-congruentes – quando há inversão e presença de verbos antônimos.

Com isso, Magina (2011) inferem que essa congruência e não-congruência existentes nos problemas do campo aditivo, como exposto por Damm (1992), podem ser encontradas nos problemas do campo multiplicativo, especialmente àquelas inclusas no eixo da Comparação Multiplicativa. É comum que os alunos entendam que "vezes mais" está relacionado à adição e "vezes menos" à subtração. Também é possível encontrar resoluções nas quais foram aplicadas a multiplicação e a soma

ou a multiplicação e a subtração simultaneamente. Essas expressões tornam-se mais complexas por exigirem um pensamento cognitivo mais aperfeiçoado.

Salientamos que os PCN apresentam a relevância de sustentar um trabalho utilizando a resolução de problemas:

> Consequentemente, o saber matemático não se apresenta ao aluno como um sistema de conceitos, que lhe permite resolver um conjunto de problemas, mas como um interminável discurso simbólico, abstrato e incompreensível. O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las; • o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada; aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da Matemática; a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemática. (BRASIL, 1997, p.32 e 33)

Com isso, percebemos que a concepção de P3 possui importância considerável por fazer parte de objeto de estudo de pesquisas e também, por estar inserida nos documentos oficiais visando aprendizagem satisfatória do aluno nas situações oferecidas pelo professor.

<u>Categoria 5</u>: A prática de ensino do campo multiplicativo realizada pelas professoras.

Nessa categoria, apresentamos a dinâmica realizada em sala de aula pelas professoras estudadas, triangulando com suas falas na entrevista.

As professoras P1, P3 e P4 procedem em sala de aula da seguinte maneira: primeiro, o conteúdo na lousa; depois, a explicação sobre o que estava ali exposto; em seguida, exercícios para que os alunos façam sozinhos e, então, a correção. A seguir o trecho extraído da entrevista reforça o que acabamos de mencionar:

> *P1: Eu faço com ele o problema e vou ali é....várias vezes ver outro tipo de problema até ele entender a interpretação. (...)Eu dou folha de exercício, livro, histórias, joguinhos.....sempre começo no quadro mas às vezes não. Eu até tentei ter uma rotina mas....quando vi que não dava aí tentava outra estratégia pq se fosse olhar a vontade da turma não ia dar em nada. Só vivem brigando.*

A professora quando disse “...e vou ali”, ela referiu-se à lousa. De fato, em suas aulas, ela tem uma tendência a explicar de maneira repetitiva a dúvida do aluno, usando os mesmos processos de ensino, muitas vezes técnico. Essa atitude observada materializou-se na frase “várias vezes ver outro tipo de problema até ele entender a interpretação”. As folhas de exercícios eram bem frequentes, pertinente na frase “sempre começo no quadro, mas às vezes não” e nelas, não se encontravam desafios, somente exercícios de fixação. Ou seja, se não começava pelo quadro e sim pelas folhinhas. Fazia a correção dos exercícios na lousa; porém, não os problematizava. Sua turma era extremamente agitada, houve vários momentos em que seus alunos falavam como se ali ela não estivesse. A fadiga era visível. Então inferimos que a lousa acabava sendo um recurso de “escape”.

A fala de P1 demonstra que a dependência com o recurso da lousa é relevante. Além disso, observa-se que ela tenta quebrar uma rotina tradicional, mas não consegue sair do pragmático ensino. Foi com base nesse tipo de acontecimento que Vila & Callejo (2006) revelam, em seus estudos, que o sistema de crença ajuda a entender o comportamento, salientando que existem crenças que mostram resistência à mudanças. Visando uma conscientização em P1 com o objetivo de amenizar essa dependência entre sua prática e a lousa, é necessário conhecer seu sistema de crenças e a relação que elas possuem entre si.

Da mesma maneira, P3 revela a mesma ideia ao dizer

> *Mas gosto que eles escrevam bastante. Trabalhar bastante na sala de aula pra ver se eles assimilam. (P3 – 4º ano).*

As docentes P3 e P4 compartilham da mesma postura na maneira de ensinar, apesar de P4 não assumir na fala sua postura tradicional visível em suas aulas. Ela acredita que a oralidade de uma situação problema trazida pela realidade e desenvolvida por ela na lousa é uma maneira original de ensino. Chacón (2003) traz sua contribuição ao afirmar que a atitude possui uma tendência avaliativa, seja ela positiva ou não. A professora P4 mostrou, de acordo com os estudos de Chacón (2003), “Atitude em relação à matemática” no que se refere aos métodos de ensino. Sua atitude é construída por componentes cognitivos e afetivos que a levam a se comportar dessa maneira. P4 poderia estar, naquele momento, se autoavaliando e então se comportou omitindo essa questão.

A professora P2 possui uma procedência didática diferenciada. Primeiramente, ela coloca os alunos para trabalharem em duplas em todas as aulas. A partir daí, ela discute um determinado assunto e conversa com a turma. Em algumas aulas ela leva jogos, outras não. Insere uma atividade para que a dupla resolva e discuta e, só no final, ela vai para a lousa e chama seus alunos lá na frente para expor suas ideias a respeito da atividade. Caso eles cometam algum erro, ela faz perguntas que levam as crianças a refletir e a turma acaba se envolvendo em toda dinâmica. A fala da professora confirma o observado em suas aulas:

> *Eles estão acostumados a fazer juntos, ler juntos, acompanhar (...) sempre chamo pro quadro, se ele não conseguir e vejo que errou, não consegue de jeito nenhum, chamo outro colega pra fazer e aí ele vê se errou. Eles estão acostumados assim desde o início do ano.*

Quando ela disse "*eles estão acostumados a fazer juntos, ler juntos, acompanhar...*" reafirma que o trabalho dessa turma funciona em equipe na maior parte do tempo. Segundo P2, essa prática desenvolvida pela docente, teve influência de uma escola em que trabalhou, na qual o ensino era contextualizado, o recurso da lousa era praticamente inutilizável e a utilização do material concreto era intensa. Sobre essa escola, ela destacou:

> *Eu trabalhei numa escola muito legal que tinha uma forma de pensar completamente diferente, eu só aprendi quando fui pra lá. Antes disso, ensinava decoreba também. (...) Era uma cultura que existia lá. Era tudo diferente, como se fosse uma escola projeto. Foi a melhor escola que trabalhei.*

Ao salientar que *"(...)eu só aprendi quando fui lá. Antes disso, ensinava decoreba também.",* desde então, P2 passou por mudanças e por reflexões que, de acordo com seu entendimento, a tornaram uma professora motivada e mais competente para trabalhar com crianças. A escola particular na qual trabalhou possuía um currículo normativo determinado que conflitou com suas crenças, transformando-as e, consequentemente, influenciou no currículo lecionado dessa professora. Seu currículo oculto foi remetido à escola pública pesquisada conforme Callejo & Canón (1996, apud VILA & CALLEJO, 2006).

Ainda sobre esse ponto, Chacón (2006) esclarece que a prática docente está relacionada com cinco itens: aos esquemas mentais, os sistemas de crenças, o contexto social e níveis de processo de pensamento e reflexão da sua prática. Eles determinam a forma de atuação do professor em sala de aula.

Ao analisar essas práticas, destacamos uma das divergências que P2 tem das demais professoras P1, P3 e P4 que é uma crença díspar do qual as demais não tiveram, pois estas trabalharam a vida toda na rede pública seguindo o mesmo padrão. Chacón (2003) emerge em seu estudo, em relação ao pensamento do professor e sua prática, salientando um espectro que é a "sensibilidade contextual na escolha e na aplicação apropriada de estratégias de ensino", afirmando que essa questão está relacionada com as crenças do professor. Esse viés influencia na maneira de ensinar matemática, segundo a estudiosa.

Categoria 6: Crenças oriundas da vida escolar

Selecionamos para essa categoria, algumas falas que emergiram na entrevista quando perguntou-se aos professores que fizeram parte da vivência escolar de cada sujeito e sobre como aprenderam a multiplicar e a dividir.

P1 demonstrou muita emoção ao falar dessas pessoas. Chamou-nos atenção sua maneira de responder e reagir e essa questão. Suas professoras do 3º e 4º anos lhe causaram um certo trauma pois lhe puxavam as orelhas e a agrediam com apagador. *A professora batia com o apagador na minha mão, não gosto de matemática por conta disso. Esse ensino me traumatizou. "* disse P1. Já no 5º ano, o primeiro professor que veio à sua lembrança foi o de matemática. Referiu-se a ele com muito carinho: "*Ele era bonzinho, aprendi muito com ele, mas faleceu".*

P1 não lembrava como aprendeu a multiplicar e dividir e reforçou que aprendeu fazendo a tabuada, que não gosta de matemática graças aos professores que teve.

Da mesma maneira, P3 falou de seus professores. Referiu-se que era uma criança apaixonada pela professora do 2º ano, também citou um professor dos anos iniciais *como "uma pessoa extremamente carinhosa com seus alunos".* Ela não recordava da sua aprendizagem sobre multiplicação e divisão: *"Não me recordo como aprendi (...) a matemática não era o meu forte , mas tive que aprender. Hoje tenho que aplicar né?"*

Percebemos as vagas lembranças que essas professoras têm sobre as suas aprendizagens no campo multiplicativo. Chacón (2003) definiu que os sentimentos, as emoções, o humor se encontram unidos às crenças, as atitudes, aos valores e as considerações. A esse conjunto ela nomeou de "dimensão afetiva". P1 mostrou

reações positivas e negativas ao emocionar-se e falar de cada indivíduo que fez parte da sua história, inclusive, à sua aprendizagem de matemática. Salientamos que em meio à “dimensão afetiva” da docente, encontramos claramente a definição dada por Chacón (2003) no que tange aos afetos.

P1 demonstrou “afetos em relação à matemática como um indicador”. Conforme a estudiosa, essa classificação abarca a vivência escolar enquanto aluno, ou seja, a experiência de estudante do professor que viabiliza sua perspectiva para o processo do ensino-aprendizagem. O que confirma na fala de P1:

> *Nunca quis passar para os meus alunos o que eu tive. Então, procuro ter o máximo de paciência (...). Se o aluno não tem um professor que oriente, ficará alheio a vida inteira.*

Nessa perspectiva, P4 trouxe a lembrança da sua professora que trabalhou sua autoestima com a matemática pois era uma aluna com muita dificuldade e notas baixas.

> *Ela foi quem me ensinou a gostar de matemática, me sinalizando que era para o resto da vida e que eu tinha condições de tirar boas notas.*

Em sala de aula, a docente tinha a mesma postura. Em uma de suas aulas, conversava com sua turma, com o intuito de conscientizar e motivar seus alunos a aprender matemática, utilizando os mesmos argumentos da sua professora. Esse quadro foi desenvolvido por Chacón (2003) quando ela traz uma classificação dos afetos denominada “Os afetos em relação à matemática como sistema regulador”. Os alunos de P4 possuem crenças formadas e, com isso, constroem uma visão negativa sobre as suas aprendizagens em matemática.

A docente tomou a consciência da atividade emocional, conforme a pesquisadora, utilizando como “mediador nas relações com os outros e elemento-chave da autorregulação da aprendizagem em sala de aula” (CHACÓN, 2003, p.24) e colocou em prática resultando positivamente nas atitudes de seus discentes que, então, voltaram a se concentrar na atividade.

P4 relatou que aprendeu a multiplicar e dividir com uma professora do 5º ano de escolaridade. Sua aprendizagem procedeu na tomada da tabuada:

> *“Era uma aula muito exigida. Não tinha questão de tabuada como exposto na sala de aula nos dias de hoje. A gente tinha que estudar mesmo!”*

Também expôs, em suas palavras, que sua professora passava situações-problema do cotidiano e que a aula era *“quadro, caderno e acabou”.*

P2 não evidenciou nenhum tipo de lembrança de sua vida escolar, porém, sobre sua aprendizagem, ela deu a certeza que “assimilou” o processo com a decoreba da tabuada.

Salientamos que os quatros sujeitos dessa pesquisa relacionaram suas aprendizagens à tabuada. Essa foi a lembrança que com eles permaneceu. Inferimos, por meio dos instrumentos de pesquisas utilizados, que esse fator influenciou as concepções dessas docentes sobre o ensino do campo multiplicativo. Conforme Ponte (1992), as práticas concebem novas concepções e estas, por sua vez, influenciam as práticas. Nessa mesma direção, Chacón (2003) afirmou que as experiências e os conhecimentos subjetivos do professor dão origem às crenças matemáticas.

Categoria 7 : A repercussão do teste diagnóstico;

As professoras não ofereceram resistência em aplicar o teste. Porém, houve reações consideráveis que exporemos aqui. Comecemos com os sentimentos e pensamentos de P1 e P2 que surgiram com a proposta de aplicação do teste através das falas das professoras.

> *P1: Eu senti a verdadeira realidade de que eles não têm estrutura nenhuma. Quando olhei, disse a eles que não irão saber resolver isso pois não havia dado aquela matéria.*
>
> *P2: Recebi o teste tranquilamente. Pra mim, era apenas um dado, mais um exercício. Só que eu sabia que eles sentiriam imensa dificuldade. Eles estão acostumados a fazer juntos, a ler juntos e acompanhar. Não tinha dado multiplicação, divisão, sabia que ia ser um desastre.*

P1 e P2 enfatizaram um sentimento de empatia ao exporem que seus alunos não resolveriam as questões pelo fato de não terem visto o conteúdo de multiplicação e divisão naquele momento, pois estavam apenas na soma e na subtração. Recaímos na situação do ensino linear, limitando as ideias que poderiam surgir para a aplicação do teste.

Elas afirmaram que seus alunos tiveram dificuldades de realização do teste por não terem informações suficientes do campo multiplicativo. Para tanto, P1 disse *que “o entendimento ficou comprometido para a resolução dos problemas”.* Ambas trouxeram a leitura como substrato essencial para esse entendimento, pois aquela

não estava bem desenvolvida na maioria dos discentes levando à necessidade de uma leitura coletiva, conforme disse P2:

> *"Alguns não sabem ler, o que dificultou ainda mais. Apesar de eu ter feito uma primeira leitura com todos. ".*

Apontamos esses fatores como concepções, assim como citado por Ponte (1992), que reforça um caráter seletivo no ambiente escolar pelos próprios professores. Dessa maneira, as concepções de linearidade e de leitura influenciaram a prática docente desses sujeitos fundamentando a decisão que elas tomaram em apenas aplicar a atividade deixando seus alunos desencadear seus raciocínios e ideias livremente e sem acompanhamento.

Nesse sentido, elas citaram o que seria necessário para que os alunos resolvessem essas questões. P2 falou em aulas mais dinâmicas desde o 1º ano com uso de recursos como jogos matemáticos e material dourado. P1 declarou que é indispensável o exercício em casa para *"sedimentar esse conteúdo"*, conforme descreveu.

Interessante frisar que para o teste não foi citado por elas, como essencial, o uso do campo aditivo; no entanto, não foi o que disseram inicialmente. Observamos que a linearidade ficou esquecida nessa passagem e que os sujeitos pensaram nos recursos imediatos.

Já P3 e P4 tiveram um pensamento pessoal e de reflexão profissional.

> *P3: Pensei "Poxa….estou sendo testada. ". A primeira impressão foi essa. Depois, comecei a trabalhar com eles as questões e amei. Eu gostei. São coisas diferentes e a gente precisa das coisas diferentes.*
>
> *P4: Nossa…aquele teste foi muito difícil. Eu fiz junto com eles. Tentei ajudar eles nos passos. O meu sentimento foi assim..."isso não bate com os meus alunos" senti vontade de não aplicar. Perguntei como um teste poderia ser aplicado numa turma que não se conhece sua realidade. (...) as pessoas não entendem meu lado. Tenho uma reação diferente da minha ação, dou um tempo para mim mesma. Normalmente não recuo totalmente, ainda tenho algo dentro de mim. (...) tentei pontuar várias formas de resolver, mas não podia ficar apenas na regra de três.*

P3 e P4 tiveram um sentimento de questionamento próprio que refletiram em suas concepções. Em uma perspectiva, Ponte (1999) traz as concepções como o conjunto de posicionamento que o professor assume em sua prática para ensinar matemática, a maneira que ele organiza o conceito. A fala de P4, ao seu final,

aborda esse parâmetro, quando ela diz que pontuou variadas resoluções resistindo o uso da regra de três para tal. Percebemos que ambas as docentes fizeram com que uma de suas concepções transparecessem em suas falas.

Apesar da satisfação de P3 em trabalhar o teste com seus discentes, ela afirmou que eles não tiveram interesse e não se envolveram tanto. Ao contrário de P4, que exprimiu que seus alunos tiveram dificuldades porém, estavam motivados para a realização do teste. Porém, ambas tiveram um ponto em comum: explicaram, por meio da lousa e oralmente, os procedimentos necessários para a resolução das situações propostas.

Além disso, P4 citou itens relevantes que possibilitariam a resolução das situações problema oferecidas no teste, assim como, a conscientização da importância de resolver situações problemas, material concreto, o uso das quatro operações como maneira de reconhecer suas inversas. P3 abdicou-se da resposta.

De acordo com os estudos de Ponte (1999), podemos inferir que as diferentes maneiras pelas quais as docentes salientaram como relevantes para resolução das situações problemas são concepções que variam de acordo com a formação inicial, científica e pedagógica. Estão fortemente relacionadas com as experiências vividas por esses sujeitos, o que é observável quando se trata de indivíduos com formação diferente e regente de turmas com realidades diferentes.

Categoria 8: Tipos de atividades oferecidas pelos sujeitos para as suas respectivas turmas

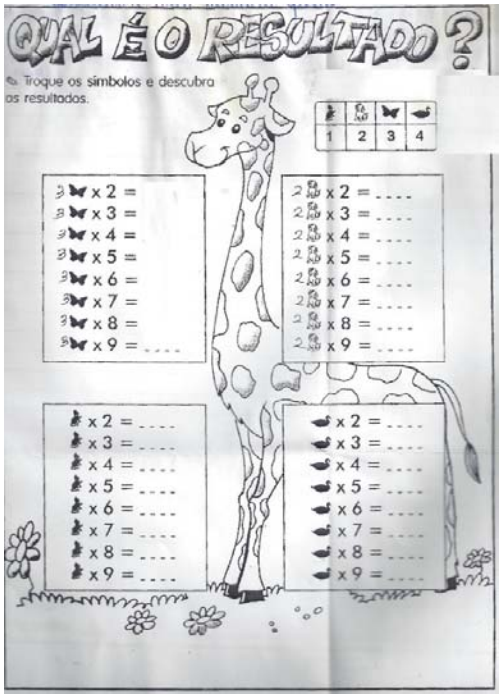
Esta seção refere-se aos dados retirados dos registros no diário de campo relacionados às aulas dadas pelos sujeitos. O que vamos salientar aqui são as concepções pois, conforme Ponte (1999), as concepções são de natureza cognitiva. Elas são influenciadas pelas experiências que os indivíduos reconhecem, referindo-se ao pensamento e ações no modo de organizar o conceito. A partir de então, conheceremos a forma pela qual essas professoras conduzem o ensino do campo multiplicativo em suas respectivas turmas.

i. ATIVIDADES DE P1

P1 sempre oferecia folhinhas de exercícios para seus alunos, justamente por terem o processo de alfabetização defasado, ela considerava como o melhor recurso.

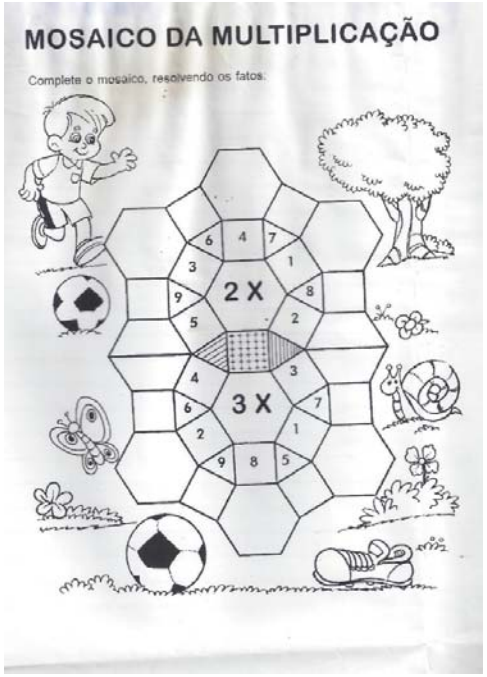
Em suas aulas, ela iniciava com folhinhas de tabuada de 2,3, 4 e 5 sem o resultado. Eles preenchiam essas tabuadas consultando uma “tabuada oficial” que ficava pendurada na sala de aula, servindo como referência para todos os exercícios de multiplicação. Esse processo fazia parte da rotina da turma.

Figura 38 - Folha de exercício de P1



Fonte: Sujeito P1, 2015

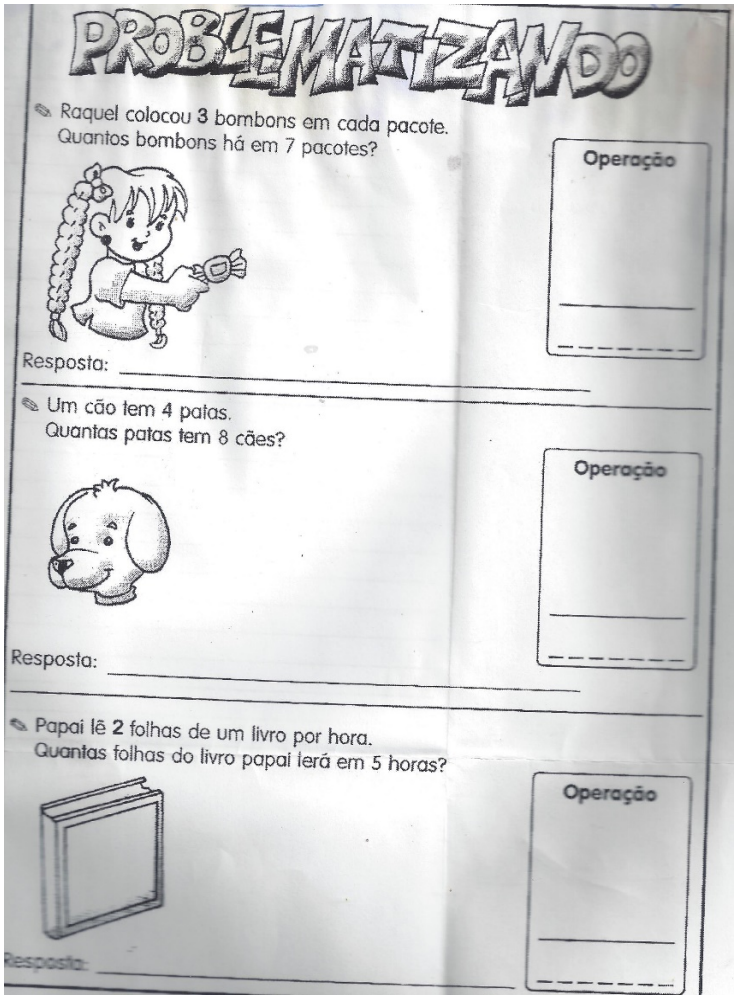
Figura 39 - Folha de exercício de P1



Fonte: Sujeito P1, 2015

Ao terminar as tabuadas, das quais ela deixou claro sua relevância no decorrer dessa pesquisa, ela apresentava uma outra folhinha com situações problemas. Na folhinha “Problematizando” ela pediu para que seus alunos lessem esse título e disse “*Vamos agora resolver problemas. Para isso, vamos desenhar. Temos desenhistas na sala hein!”* . Ela orienta a resolução dessas situações problema utilizando a pictografia.

Figura 40 - Folha de exercício de P1



PROBLEMATIZANDO

Raquel colocou 3 bombons em cada pacote.
Quantos bombons há em 7 pacotes?

Operação

Resposta:

Um cão tem 4 patas.
Quantas patas tem 8 cães?

Operação

Resposta:

Papai lê 2 folhas de um livro por hora.
Quantas folhas do livro papai lerá em 5 horas?

Operação

Resposta:

Fonte: Sujeito P1, 2015

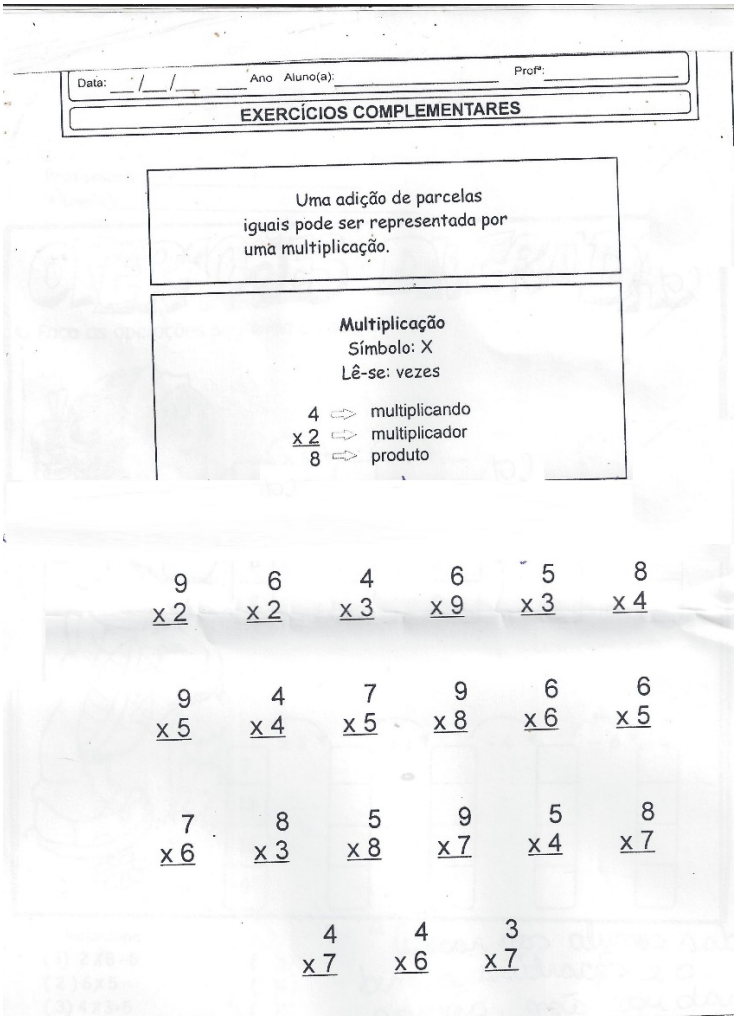
No primeiro exercício, ela desenha 7 quadrados representando os pacotes. Em cada quadrado, ela coloca 3 bolinhas representando os bombons, somou tudo utilizando o princípio aditivo na multiplicação. Posteriormente, ela diz *"agora vamos fazer a conta"* partindo para o algoritmo da multiplicação. É nesse modelo pragmático que suas aulas decorrem diariamente.

ii. ATIVIDADES DE P2

De fato, seus alunos trabalhavam em equipe e tinham liberdade para discutir as questões na lousa juntamente com seus colegas e sua professora. Trouxemos como destaque de P2 uma concepção externalizada por ela.

Primeiramente, vamos conhecer as atividades exploradas em 2 aulas. A seguir, a folha que apresenta o algoritmo da multiplicação:

Figura 41 - Folha de exercício de P2



Data: __/__/__ Ano Aluno(a): _____ Profª: _____

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

Uma adição de parcelas iguais pode ser representada por uma multiplicação.

Multiplicação
Símbolo: X
Lê-se: vezes

4 ⇨ multiplicando
x 2 ⇨ multiplicador
8 ⇨ produto

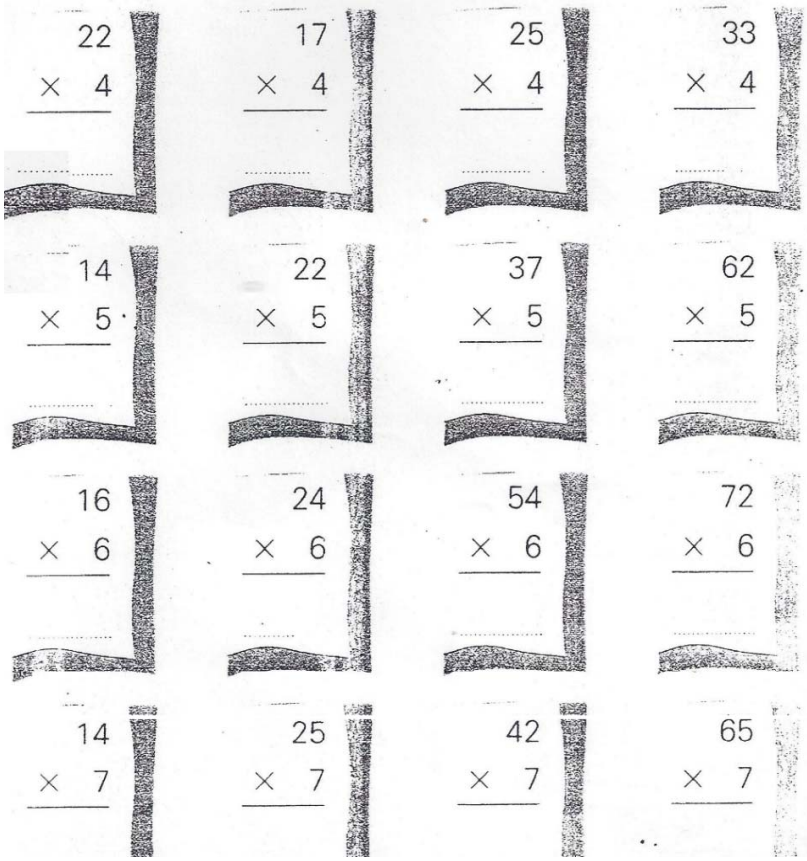
9 x 2	6 x 2	4 x 3	6 x 9	5 x 3	8 x 4
9 x 5	4 x 4	7 x 5	9 x 8	6 x 6	6 x 5
7 x 6	8 x 3	5 x 8	9 x 7	5 x 4	8 x 7
	4 x 7	4 x 6	3 x 7		

Fonte: Sujeito P2, 2015

Nesse material, observamos o conceito de soma de parcelas iguais logo no início do quadro-modelo e, também, o exercício contínuo por meio de algoritmo. Foi assim que sua turma conheceu a multiplicação. A professora, assim como P1, fazia desenhos na lousa para mostrar a resolução e conceitualizar a multiplicação pelo princípio aditivo.

A seguir, no outro dia de aula, algoritmos com processo mais avançado com reserva foram trabalhados da mesma maneira, porém, com uma dificuldade visivelmente maior. Não apresentaram sucesso nesses exercícios. A docente disse que sua turma tinha muita dificuldade com o sistema decimal e que ela passou nessa sequência para que *“eles subam degrau por degrau”*, disse ela.

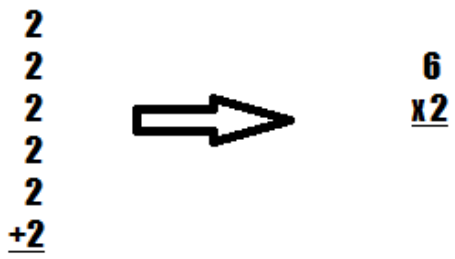
Figura 42 - Folha de exercício de P2



Fonte: Sujeito P2, 2015

Num outro dia, P2 inicia a aula apresentando a multiplicação na lousa da seguinte forma:

Figura 43 - início da aula de P2



Fonte: A autora, 2017

Reforçou para os seus alunos que o resultado é o mesmo. Em suas palavras: *“Qual é o motivo? Para simplificar e facilitar a nossa vida”.* Nesse contexto, um dos seus alunos disse: “*mas isso não vai facilitar a minha vida.”.* Então, P2 o respondeu da seguinte maneira: “*Mas se você quiser fazer o 2 trinta e duas vezes? Escreveria trinta e duas vezes? ”.* O aluno fez cara de espanto e ela ressaltou: “*Vocês precisam entender que a multiplicação é a soma de parcelas iguais.”.*

A aula prosseguiu com preenchimentos de tabuadas no livro. Em seguida, uma situação problema que dava uma listagem de compras e uma tabela fixa de preços para cada item e material escolar. A partir daí ele pedia para preencher os algoritmos de acordo com o modelo em cada problema:

Figura 44 - modelo proposto pelo professor

Sabendo que cada um custava 6 reais na tabela fixa.

O modelo demonstrado para que o aluno siga adiante era:

6 + 6 = 12
2 x 6 = 12

Um tubo de cola custava na tabela 2 reais.

O problema trazia as sentenças para que o aluno preencha:

____ + ____ + ____ = ___

_____ x _____ = ____

Fonte: A autora, 2017

Nessa perspectiva, a concepção que a soma de parcelas iguais é uma multiplicação era inserida constantemente nas aulas e cada vez mais absorvida pelos alunos.

P2 trouxe uma fala interessante no tocante à tabuada. Ela disse que seus alunos repararam a comutatividade existente nos algoritmos perceptíveis. Eles, por si só, entenderam que 8x7 tem o mesmo resultado que 7x8 alegando que a professora teria repetido a sentença duas vezes. Logo, a docente acabou trabalhando a propriedade comutativa com a tabuada e abrindo discussões orais em sala de aula, reforçando que a ordem dos fatores não altera o produto ao apontar as sentenças no material e construir outros algoritmos na lousa.

iii. ATIVIDADES DE P3

Lembramos que P3 não permitiu, tacitamente, observações em sua sala de aula. Sempre relatava haver algum compromisso indispensável que inviabilizava nossa participação em sua sala de aula, ou então, substituindo as aulas de matemática por outra disciplina. Nessa categoria, não temos dados disponíveis.

iv. ATIVIDADES DE P4

A docente possui a concepção de que o conteúdo de frações facilitava o entendimento para a multiplicação e divisão, portanto, ela iniciava suas aulas com frações. Numa conversa, ela disse que deu *“uma leve introdução em multiplicação e divisão”.* Desde então, os exercícios introdutórios que ela passou na lousa foram:

- Exercícios diretos de que trabalhavam o dobro, o triplo, quádruplo, etc.

Figura 45 - exercícios propostos por P4

O dobro de 5 é _____

O tripo de 3 é_____

O quádruplo de 4 é _____

Fonte: A autora, 2017.

- Expressões simples com multiplicação direta:

Figura 46 - atividade proposta por P4

4 x 5 x 2 =

O dobro de 35 =

Três dúzias são _____

4 centenas são _____

Fonte: A autora, 2017.

-

Exercícios diretos com base 10.

Figura 47 - atividade proposta por P4

5 x 10 =
13 x 10 =
23 x 100 =
345 x 1000 =

32 : 10 =
453 : 100 =
289 : 10 =
3782 : 1000 =
4 :10 =
123: 1000=

Fonte: A autora, 2017.

- Exercícios que pediam a prova real.

Figura 48 - atividade proposta por P4

Fonte: A autora, 2017.

A partir daí, ela começou a trabalhar frações com seus alunos. Faremos alguns destaques.

Figura 49 - atividade com frações equivalentes

Frações equivalentes

$\frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{6}{12} = \frac{8}{16}$

$\frac{7}{5} = \frac{21}{15} = \frac{28}{20} = \frac{42}{30} = \frac{140}{100} = \frac{343}{245}$

Fonte: A autora, 2017

Nesse tipo de exercício, ela chamava alunos na lousa para participar. Discutia com eles a questão da equivalência. No tocante às igualdades, assim distribuídas,

ela dizia que se tratava apenas de uma organização desses valores e que, além disso, sempre aprendeu dessa forma o que veio tornar um tipo de concepção influenciada por crenças adquiridas em época escolar.

Trabalhou, também, a soma e a subtração de frações com denominadores diferentes. Caso esse em que ela usava a equivalência de frações para conseguir igualar os denominadores.

Em outra aula, ela trabalhou os decimais com valores fracionados, relembrando os exercícios anteriores com contagem do zero.

Figura 50 - atividades com decimais

$$\frac{12}{100} = 0{,}12$$

$$\frac{3}{1000} = 0{,}003$$

Fonte: A autora, 2017.

Numa tentativa de explicar os números decimais, ela utiliza a representação pictográfica da “barra de chocolate”.

Figura 51 - atividades com frações

“Vamos pensar então o que são os décimos, centésimos e milésimos.

Vamos dividir uma barra de chocolate em 10 partes e vou usar um pedacinho só.”

$$\frac{1}{10} = 0{,}1$$

Fonte: A autora, 2017.

Assim, ela prosseguiu com exemplos bem semelhantes. Para maior esclarecimento para seus alunos, P4 recorre ao quadro valor-lugar orientando-os a

localizar os décimos, os centésimos e os milésimos através dos seguintes registros na lousa: “*Para começar a transformação com decimais, vamos utilizar da leitura de frações também.* ”

Figura 52 - frações

Siga o modelo:

$\frac{3}{10}$ **= três décimos = 0,3**

Como lemos as frações abaixo?

$\frac{1}{10}$ **Um décimo**

$\frac{3}{100}$ **Três centésimos**

$\frac{8}{1000}$ **Oito milésimos**

Essas frações podem ser transformadas em:

$\frac{1}{10}$ = **0,1**

$\frac{3}{100}$ = **0,03**
D C

$\frac{8}{1000}$ = **0,008**
D C M

uso do quadro de valor-lugar
D - décimos; C - centésimos; M - milésimos

Fonte: A autora, 2017.

P4 quis enfatizar que a leitura de décimo, centésimo e milésimo vai para além de 10, 100 e 1000. Ela quis mostrar que existe um valor posicional desses números que deve ser considerado. Posterior a esses conteúdos, a docente iniciou o uso das situações problemas em dezembro. Dentre eles, aqueles oferecidos a essa pesquisa e já discutidos. Frações fazem parte do campo multiplicativo e a concepção que P4 tem, saindo da linearidade, realmente é diferenciada e trouxe resultados na aprendizagem dos seus alunos.

Categoria 9: O uso de recursos tecnológicos

No artigo 32 da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (1996), em seu inciso II, a compreensão da tecnologia é uma das condições para a formação básica do cidadão no Ensino Fundamental obrigatório. Contudo, é um fator não explorado nas salas de aulas pesquisadas. Não encontramos muitos dados a respeito e, então, utilizamos aqueles que emergiram e trouxeram sua relevância para este trabalho.

O uso da internet para elaboração das aulas foi um ponto convergente nos sujeitos P1, P2 e P4. P1 disse que usa a internet com o intuito de *"tentar ajudar os alunos para ter um melhor aproveitamento".* P4 declarou que tira muitas atividades da internet. No entanto, ambas visam essa tecnologia como instrumento auxiliar para o ensino, que lhes fornece exercícios e atividades propícias para determinadas aulas.

P2 usufrui da tabuada cantada, um CD com músicas que trazem as tabuadas de maneira divertida, o que torna prazerosa a aula, mas não assegura como recurso didático diferencial pois acaba recaindo na decoreba. Gosta de utilizar o DVD nas aulas com vídeos construtivos e reflexivos, posicionando-se em suas falas a favor do uso da calculadora e dos recursos tecnológicos. Usa a internet com a mesma finalidade que P1 e P4, buscando como instrumento auxiliar para o ensino.

P3 posicionou-se contra o uso de tecnologias em sala de aula. Ela enunciou:

> *"Acho que eles precisam pegar firme a tabuada, não no celular, não na calculadora, aprendendo a ser racional, a ter raciocínio lógico de saber realmente o que quer. "*

Com isso, a docente demonstrou claramente em suas palavras a aversão ao uso do celular e da calculadora, valorizando a tabuada enquanto decoreba e designando-a como o ideal de raciocínio.

Esses aspectos também são influenciados pelo ambiente escolar. No caso dessa escola, referimos à Chacón (2003) sobre "oportunidades e restrição de ensino". Essa instituição molda a atuação dos sujeitos. Vimos que se trata de um espaço pequeno onde não comporta ambientes que venham propiciar o uso dessas tecnologias e acaba desestimulando seus professores. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) consta:

> É indiscutível a necessidade crescente do uso de computadores pelos alunos como instrumento de aprendizagem escolar, para que possam estar atualizados em relação às novas tecnologias da informação e se instrumentalizarem para as demandas sociais presentes e futuras. (BRASIL, 1997, p.67)

Ter computadores numa escola incentiva ainda mais a aprendizagem, mas se tratando de um espaço carente, que dificulta a possibilidade de ter salas e ambientes tecnológicos, tudo fica mais difícil e atinge diretamente as crenças e as concepções dos professores que ali trabalham.

A inserção da tecnologia no ambiente escolar traz “novos saberes que se produzem e demandam um novo tipo de profissional, preparado para poder lidar com novas tecnologias e linguagens, capaz de responder a novos ritmos e processos.” (BRASIL, 1997, p.28). O documento oficial refere-se ao aluno, no entanto, esses “novos saberes” que se produzem são refletidos pelos “novos saberes” dos seus docentes e, então, por suas novas concepções.

Fazer com que esses sujeitos adquiram ou modifiquem as crenças e as concepções no que tange às tecnologias não é uma questão tão simples. Eles demonstraram concepções contestáveis que deveriam passar por um processo de reflexão, discuSsão e sensibilização, reforçando o que Ponte (1992) traz no sentido de desenvolver uma prática colaborativa para influenciar positivamente essas docentes.

4.5 **Síntese do capítulo.**

Iniciamos este capítulo com a análise quantitativa dos resultados do teste diagnóstico aplicado pelos professores e suas estratégias para a realização dessa ação. Posteriormente, examinamos as situações-problemas oferecidas pelas professoras acerca do campo conceitual multiplicativo. Em sequência, identificamos algumas das crenças e concepções desses sujeito que incidiam na maneira de ensinar a multiplicação e a divisão para crianças dos anos iniciais.

Reconhecemos que as crenças e as concepções influenciam diretamente a prática dessas professoras. Nessa análise, observamos que as conexões entre as ações, as falas e a prática em sala de aula revelam crenças e concepções que atingem todo o processo de ensino dos sujeitos e, consequentemente, a

aprendizagem dos seus alunos. Com dados suficientes, responderemos nossas questões de pesquisa expondo a conclusão desse estudo nas Considerações Finais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente seção trata das considerações finais, onde faremos uma sinopse da trajetória da pesquisa e dos seus resultados emergentes. Por meio destes, as questões de pesquisa que fomentaram o trabalho serão respondidas. Também faremos algumas reflexões que se engendraram durante o avanço desse trabalho. Em sequência, daremos sugestões para pesquisas futuras que podem revelar-se a partir desse estudo.

Na análise dos dados, refletimos sobre cada categoria que expomos obtendo conclusões parciais. No entanto, triangularemos essas categorias para obter maior compreensão da proposta, visando colaborar com o ensino através do nosso trabalho. De maneira sintetizada, apresentamos essas questões.

A trajetória da pesquisa

Nosso principal objetivo foi identificar possíveis relações entre as concepções e as crenças do professor sobre a multiplicação e a divisão com a sua prática de ensino exercida nos anos iniciais. Os sujeitos são professores de uma escola municipal de Duque de Caxias e passaram por momentos de observações e diálogos a fim de desvelar o que se propõe no tema.

Para atingir o objetivo deste trabalho, desenvolvemos um planejamento que abrangeu algumas fases. Primeiramente, justificamos o interesse e a validade dessa pesquisa. Expusemos a problemática que envolve o tema e, posteriormente, explicitamos as questões de pesquisa. Com a revisão de literatura, pudemos perceber que outras pesquisas foram elaboradas possibilitando uma amplitude de buscas de referenciais teóricos e orientando melhor as questões da pesquisa.

A investigação teve como base a Teoria dos Campos Conceituais de Gerárd Vergnaud, que é uma teoria cognitivista que oferece um panorama para o “estudo de aprendizagem de competências complexas” (VERGNAUD, 1990, p.135). Partimos desse ponto para entender a formação do Conceito e o que se define como Campo Conceitual. Desde então, o campo específico para o estudo foi o Campo Multiplicativo, onde tivemos a necessidade de nos apoiar nos estudos de Magina,

Santos e Meilini (2015), devido ao aprofundamento e estudos vivenciados pelos pesquisadores, além de oferecer uma linguagem de simples compreensão.

Adiante, trouxemos como aportes teóricos para destrinchar o entendimento das crenças e concepções, os estudos de Gómez-Chácon, Vila & Callejo e Ponte, o que possibilitou diferenciar e identificar as crenças e concepções oriundas das práticas dos sujeitos quando ensinavam o campo multiplicativo.

Através da leitura desses teóricos, percebemos que precisaríamos de não só um, mas de vários instrumentos de investigação para esta pesquisa, além das particularidades de cada sujeito. Assim, nosso método foi definido como Estudo de Caso, realizado nas seguintes etapas: teste diagnóstico para os alunos e questões do campo multiplicativo elaboradas pelos professores; diário de campo e entrevista semiestruturada.

Em sequência, seguimos com a análise de dados delineada em três seções: Sobre o teste diagnóstico, onde tratamos de trazer alguns dados quantitativos e destaques relevantes que ocorreram na execução desse momento; Problemas do Campo Conceitual Multiplicativo propostos pelas professoras no qual foi possível observar se esses problemas se enquadravam ou não no Campo Multiplicativo; As crenças e as concepções das professoras que influenciam o ensino da matemática no Campo Conceitual Multiplicativo, seus pensamentos, atitudes e relação com esse campo.

Síntese dos principais resultados

Nessa passagem, discutiremos resumidamente os principais resultados que apareceram no capítulo da análise de dados.

Sobre o teste diagnóstico.

O teste diagnóstico foi aplicado pelas docentes em suas respectivas turmas deixando livre a execução, inclusive a correção. Nos preocupamos em observar os quesitos articulados pelo o professor durante todo o processo e entender sobre a sua prática do Campo Multiplicativo com seus alunos, com o propósito de revelar algumas crenças e concepções.

O desempenho dos alunos dos terceiros anos foi insatisfatório. Verificamos, pela tabela de acertos, que pouquíssimos acertaram as questões, o que não ocorreu nas turmas dos quartos e quintos anos.

Fizemos destaques para dados que não poderiam passar despercebidos. Sua relevância teve grande valia no que se refere às concepções do professor. Observamos que P4 aprecia o ensino de algoritmos, privilegiando resultados; porém, mostrou-se um processo de modificação no seu sistema de crenças ao ensinar de outra maneira para a turma de quinto ano não abrindo mão da sua concepção, que é a resolução por algoritmos.

Também pudemos observar que o algoritmo é uma concepção forte para o ensino do campo multiplicativo, como constatou a tabela das estratégias utilizadas pelos sujeitos. Nela, não apresentamos dados para as docentes dos terceiros anos pois elas têm a concepção da linearidade de ensino e, como seus alunos ainda não haviam passado pelo campo multiplicativo, não se motivaram a explorar a atividade.

Problemas do Campo Conceitual Multiplicativo propostos pelas professoras.

Ao solicitar os problemas aos sujeitos da pesquisa, verificamos que o Eixo 1, proporção simples, referente ao campo multiplicativo, foi o preferencial. Não tivemos dados para os eixos da proporção dupla e múltipla. Tivemos dois problemas de configuração retangular e de comparação multiplicativa elaboradas por P2 e P4, respectivamente.

Dentre as questões do eixo da proporção simples, tivemos 16 referentes à multiplicação, 11 à divisão partitiva e 5 para a divisão quotitiva. As questões de divisão apareceram através das professoras dos quartos e quinto ano de escolaridade isso devido à crença de que a divisão só se aprende ao final do primeiro segmento do ensino fundamental.

Em relação às particularidades de ensino de cada sujeito, P1 trabalha apenas com a proporção simples; P2, além da proporção simples, passa pela combinatória e configuração retangular (inclusive, fazendo destaque nos problemas que ofereceu); P3 trabalha com a proporção se P4 utiliza a proporção simples e a

comparação multiplicativa. Chamamos a atenção para a concepção de dois desses sujeitos, que entendem o campo multiplicativo no limite das proporções simples.

Nessa seção também apareceu um dado apontando uma questão oferecida por P2 pertencente ao campo aditivo devido ao fato da sua concepção sobre a multiplicação estar atrelada à soma de parcelas iguais. Nessa mesma direção, problema com enunciado direto da questão (P3) e ausência de dados (P4) também foram fatores relevantes para demonstração.

As crenças e as concepções das professoras que influenciam o ensino da matemática no Campo Conceitual Multiplicativo

Desenvolvemos uma entrevista semiestruturada para desencadear os dados dessa seção e triangulamos com informação do diário de campo para convergir a prática com as palavras. Obtivemos nove categorias.

Na primeira, sobre o ensino da matemática, a matemática aparece estabelecida às concepções da contagem, das operações e dos algoritmos. P1 revelou uma crença básica ao falar do seu professor, relacionando-o à matemática. P3 falou da sua crença delineando a matemática como uma arte, limitando dessa forma, a sua maneira de ensinar.

Na segunda categoria, sobre o ensino da multiplicação, a multiplicação veio moldada nas concepções da tabuada, das somas de parcelas iguais. A tabuada aparece como pré-requisito de aprendizagem, como algo essencial.

Na terceira categoria, sobre o ensino da divisão, percebemos que os terceiros anos não passaram por ele, tiveram apenas uma ideia. P2 trabalhou divisão diferentemente da multiplicação. Ela introduziu o assunto com a construção e discussão sobre o conceito. Chamamos atenção para essa alteração em seu sistema de crenças e inferimos que sua flexibilidade é plausível. Salientamos a concepção não-linear de P4 ao introduzir a fração antes da divisão. Ela ensina a organizar a divisão através das frações e não usa o algoritmo para tal quebrando a linearidade. Além disso, essa questão também faz parte de uma crença ao proceder uma maneira de ensinar que foi estabelecida no decorrer da sua prática.

Na quarta categoria, sobre a aprendizagem da multiplicação e da divisão, mais uma vez, a concepção da linearidade é significativa, ou seja, para aprender a dividir e multiplicar é necessário saber a adição e a subtração. Da mesma maneira, persistem as concepções da tabuada e das somas de parcelas iguais. P3 traz um argumento diferenciado ao expor a concepção que para a resolução de problemas é necessário o domínio da leitura.

Na quinta categoria, sobre a prática de ensino do campo multiplicativo, existe uma forma cartesiana de ensinar, nessa ordem: lousa, explicação, exercícios e correção na lousa, excetuando-se P2, que coloca seus alunos a trabalharem em dupla em todas as aulas, leva jogos, filmes, músicas, discute as questões com eles levando-os à reflexão. Seu sistema de crenças foi modificado através da experiência que obteve numa outra escola.

Na sexta categoria, das crenças oriundas da vida escolar, percebemos que as vivências de dois sujeitos, em sua época de aluno, hoje são suas crenças enquanto docente.

A repercussão do teste diagnóstico aparece na categoria 7, trazendo à tona o sentimento de empatia de P1 e P2, suas concepções sobre linearidade e defasagem na leitura. P3 e P4 fazem uma reflexão pessoal sobre suas concepções. Os sujeitos expuseram concepções do que ajudaria nas resoluções de problemas, como: uso do material concreto, exercícios para casa e o domínio das quatro operações.

Na oitava categoria, sobre os tipos de atividades oferecidas pelos sujeitos P1, P2 e P4 para as suas respectivas turmas, emergiram as concepções das tabuadas. Enumeremos especificamente: a concepção do modelo cartesiano de ensino de P1; as concepções de linearidade, intermitente uso de algoritmo para introduzir a multiplicação além de tratá-la como soma de parcelas iguais de P2 e a concepção de P4, que é de ensinar frações anteriormente à divisão com o objetivo de facilitar o processo de aprendizagem.

Na última categoria, sobre o uso de recursos tecnológicos, P1, P2 e P4 usam internet para fins de ensino, retirando as atividades que serão utilizadas em determinada aula. P2 utiliza CDs e DVDs em suas aulas para torná-las mais interessantes e dinâmicas. P3 posiciona-se contrariamente ao uso de quaisquer recursos tecnológicos como apoio nas aulas de matemática.

Resposta às questões específicas

Para responder a questão geral da pesquisa, buscamos questionar os procedimentos. Elaboramos cinco questões específicas de pesquisa, retomaremos uma a uma acompanhada de respostas nessa subseção.

Qual a formação e a experiência do professor?

Entendendo que as experiências, informações e percepções constroem crenças que influenciam a prática, conforme Vila & Callejo (2006), afirmamos que esses itens tiveram aparição nas descrições dos sujeitos. Chamou-nos atenção o fato de todos eles serem formados na área das humanas e pouco terem relação com a matemática.

Os sujeitos de nossa pesquisa foram P1, com formação em magistério do Curso Normal, P2 em Pedagogia, P3 e P4 em História. Não se tratavam de professoras “novatas” no magistério, tendo todas mais de vinte anos de experiência profissional.

Vale descrever que as docentes demonstraram angústias e desafetos com relação à matemática. P1 e P3 deixaram claro em suas falas, na seção 4.3 – categoria 1, que tem muita dificuldade com matemática, P4 declarou nessa seção, categoria 6, que tinha baixa autoestima em matemática, tirava notas ruins e necessitou do incentivo da professora. Já P2 transpareceu desconforto ao falar sobre o tema na entrevista, salientando que precisa constantemente de formação continuada nessa área.

O que ficou na memória dos professores sobre a sua vida escolar e a aprendizagem do campo multiplicativo quando eram alunos?

A ideia de que a vivência escolar de cada professor pode influenciar a sua prática foi um ponto de partida para entender como essa memória pode ser utilizada de forma a influenciar o ensino do campo multiplicativo nas salas de aula.

De antemão aos dados, lembremos ao que Chacón (2003) declarou em seus estudos, que as crenças dos professores “sobre si mesmos e sua relação com a

matemática possui um forte componente afetivo” (MCLEOD, 1991 apud CHACON, 2003, p. 21), tratando esse “componente afetivo” como o conjunto das crenças que envolvem a confiança, o conhecimento sobre si mesmo, e os motivos pelos quais levaram ao sucesso e ao fracasso escolar.

Com os estudos de Chacón (2003) depreendemos a busca pela resposta a essa pergunta específica da pesquisa e encontramos respostas em diversos momentos dos quais acompanhamos os sujeitos. Destacamos na categoria 6 que versa sobre “crenças oriundas da vivência escolar” e encontramos dois sujeitos, P1 e P4 que foram influenciados pelas crenças de seus professores de matemática. O primeiro demonstrou “afetos em relação à matemática como um indicador” (CHACÓN, 2003) e o segundo, “Afetos em relação à matemática como sistema regulador” (CHACÓN, 2003). Salientamos que P3 e P2 não tinham lembranças de seus professores de matemática, apenas se referiam negativamente a essas figuras sem pormenores.

Sobre a aprendizagem do campo multiplicativo, os sujeitos declararam na entrevista que só aprenderam com tabuadas. Observamos que, da mesma forma, esses sujeitos deram muita importância a esse item em diversas passagens da terceira seção da análise de dados. Possuem forte concepção de que a tabuada é substrato para aprender campo multiplicativo. Inferimos que sua vivência escolar também é um dos fatores relevantes na formação dessa concepção dessas docentes.

Que influência os fatores, apontados nas duas questões anteriores, exerceram na prática docente?

Assim como os estudos de Callejo & Canón (1996, apud VILA & CALLEJO, 2006) fizeram referência ao currículo normativo, lecionado, oculto e realizado. Esses sujeitos possuem seus currículos ocultos, para além das suas experiências profissionais, com concepções adquiridas pelo currículo realizado na época de estudantes. Isso se deu pela a relevância manifestada pelo ensino com base na tabuada, sendo essa imprescindível para a aprendizagem do campo multiplicativo.

Nas aulas observadas e registradas no diário de campo, notamos que os sujeitos trocavam o horário da matéria com outra, deixando a matemática para outro

momento ou no último horário. Essa questão pode estar relacionada com a formação desses sujeitos, assim como com os seus sistemas de crenças.

Também é válido recordar obtivemos um delineamento das aulas fincadas num perfil tradicional. O campo multiplicativo foi abordado nos limites do algoritmo, assim observado na seção dos testes diagnósticos; os problemas oferecidos pelas professoras possuíam uma linguagem simples e não tivemos frequência nos eixos das proporções duplas e múltiplas. A referência ao campo aditivo nas resoluções de multiplicação também apareceu na segunda e terceira seção da análise e a ausência do uso de recursos na terceira seção.

Além disso, as aulas tinham o caráter pragmático da lousa, explicação e exercícios, nesta ordem. Deduzimos que esse modelo tradicional de ensino tem raízes fincadas nas lembranças escolares desses sujeitos e que hoje, fazem parte das suas crenças.

Como o professor prepara as suas aulas para o ensino do Campo Multiplicativo? O que ele privilegia para o ensino?

As aulas preparadas pelas professoras, de maneira generalizada, eram projetadas na lousa, seguida de explicações sobre o tema e, em sequência, com exercícios de fixação que, algumas vezes, eram retirados da internet e/ou livros. Não identificamos atividades que envolviam desafios matemáticos.

Nas turmas de P1 a tabuada era protagonista no processo de ensino do campo multiplicativo, não tão distante de P2 que ensinava através de músicas mas acabava convergindo para a decoreba, conforme relatamos nas categoria 4 e 9 da terceira seção da análise. P3 dava ênfase à leitura como um recurso de base para o entendimento de situações problema de acordo com a terceira seção – categoria 4. P4, por sua vez, trazia os algoritmos e tabuadas como primordiais segundo a seção dos testes e a terceira seção nas categorias 4 e 9.

Os sujeitos privilegiavam para o ensino exercícios numa concepção linear. Neles, poucas vezes encontramos situações-problemas de uma maneira tão insignificante que nem evidenciaram nesse estudo como atividades em sala de aula. O que vimos foi o uso dos algoritmos, da tabuada e exercícios sistemáticos para fixar assim apontados constantemente na terceira seção da nossa análise.

Percebemos também, uma ênfase no resultado e não no processo através dos testes diagnósticos (seção 1).

Utiliza recursos? Quais?

Dentre os recursos, o mais utilizado, de maneira unânime, foi a lousa. O uso de tecnologias como DVDs e CDs só encontramos com P2. Apesar da escola oferecer materiais concretos, Datashow, TV, DVD, som, esses materiais não eram explorados com frequência pelos demais sujeitos.

Que conceito ele seleciona para essas aulas?

Em nosso estudo, o campo multiplicativo transpareceu no limite das concepções das quatro operações, da linearidade, da tabuada, do algoritmo e das somas de parcelas iguais. Também pudemos observar que P4 parte da multiplicação para a fração e, em seguida, para a divisão. Ela demonstrou um rompimento no conceito de linearidade acreditando que a aprendizagem da divisão acontece de maneira mais simples e fácil após estabelecido o conhecimento sobre frações.

A prática de P4 se sustenta com a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, ao tratar as frações como parte do Campo Multiplicativo, trabalhando dessa forma com filiações e rompimentos do conhecimento, que formam um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e processos de aquisição.

As professoras demonstraram entendimento do que é o campo multiplicativo?

Conforme citamos na questão anterior, P4 demonstrou esse entendimento, mas com algumas limitações pois, constantemente, empregava o algoritmo no ensino da multiplicação e divisão conforme constatado nos testes e nas aulas regidas por ela. Em suas situações problema, não identificamos os eixos das

proporções duplas e múltiplas; no entanto, foi a única que ofereceu situações envolvendo a comparação multiplicativa.

Seguindo com P3, ao observarmos seus problemas na segunda seção da análise, percebemos que ela apenas abarca situações que envolvem o eixo das proporções simples e trabalha com pictografias dando maior amplitude ao entendimento dos seus alunos, conforme visto na primeira seção dos testes.

Consta na segunda seção do capítulo anterior, que os problemas oferecidos por P2, tinham destaques escritos na parte inferior que se referiam aos eixos ao qual aquele problema pertencia. Foi a uma das professoras que propôs mais de um problema do eixo de combinatória e configuração retangular.

P1 usufruiu apenas de questões de proporções simples, assim como P3.

Entendemos que, de todos os sujeitos, P2 e P4 tiveram mais proximidade do entendimento do campo multiplicativo conforme os estudos de Vergnaud. No entanto, as docentes, no geral, não trataram o ensino como um campo ao delimitar a aprendizagem de seus alunos à linearidade em razão de acreditarem que adição e subtração são pré-requisitos para o campo multiplicativo. Ademais, encontramos dados que fazem referência do uso do campo aditivo dentro da multiplicação em todas as seções de análise, imputando a multiplicação como “soma de parcelas iguais”.

Resposta à questão de pesquisa geral

No início dessa pesquisa, discutimos a importância da formação do professor nos documentos oficiais. Todavia, a conjuntura adversa oferecida pela realidade, vivida por esses profissionais, entra em conflito com as políticas públicas e com as pretensões expostas nesses documentos. Expusemos que os cursos de formação nem sempre satisfazem às expectativas dos professores e não produzem resultados significativos para o ensino. Nesse contexto, resolvemos nos aprofundar nas subjetividades desses sujeitos, trazendo os estudos das crenças e concepções, especificamente na matemática, com o ensino da multiplicação e divisão pertencente ao campo multiplicativo, para dar relevância a um tema que passa despercebido nessas formações.

Com base nesse estudo, sugerimos que a formação do professor tenha como ponto de partida o próprio sujeito. Conhecê-lo com maior profundidade pode trazer

resultados muito positivos. Chacón (2003) revelou em seu estudo os “afetos em relação à matemática como forças de inércia” que são aqueles relacionados às emoções, atitudes e crenças que resistem às mudanças, claramente encontrados em muitos docentes. Esse tipo de afeto faz com que muitos deles se recusem a participar de formação continuada e/ou colocar em prática o que aprendeu nela.

Apesar disso, Ponte (1992) ressaltou a prática colaborativa como a melhor forma de influenciar, de maneira positiva, as concepções dos professores. A troca de ideias através da reflexão e discursão em grupo ainda é a melhor maneira de chegar numa unidade satisfatória para o ensino, claro, sem desprezar as crenças e as concepções trazidas por cada indivíduo o que possibilitará o confronto e a resolução das questões mais complexas das suas experiências.

O que temos hoje são cursos de formação que, na maioria, se encontram prontos e estruturados, trazendo metodologia própria e palpites de práticas educativas que podem ser aplicadas em sala de aula. Os sujeitos em questão apenas são receptores daquele conhecimento que foi construído por um outro grupo.

Como vimos no nosso estudo, crenças e concepções são subjetivas e devem ser consideradas para construir conhecimentos coletivos no que referimos aos cursos que atingem esses públicos. Seria realmente interessante a prática colaborativa como formação desses sujeitos, conforme sugerida por Ponte (1992), pois percebemos nessa pesquisa que o distanciamento dos docentes com a matemática, relativamente ao campo multiplicativo, é um fator preocupante. Apoiados nessa hipótese, lançamos mão da nossa questão geral:

Como as concepções e as crenças dos professores atingem o processo de ensino do campo multiplicativo no que tange à multiplicação e a divisão?

Lembremos que nosso estudo foi desenvolvido com uma pequena quantidade de sujeitos, totalizando quatro. Embora apresentemos dados quantitativos e qualitativos nessa investigação, eles não são suficientes para generalizar toda a problemática vivida nos sistemas de ensino atuais. Acreditamos que nossos resultados venham contribuir com a comunidade científica e com professores formadores.

Ponte (1999) dissera que crenças e concepções são conceitos difíceis de definir, mas também defende que podem ser reveladas coletivamente e confrontadas para chegar num ponto comum favorável ao processo de ensino. Consoante, defendemos que a formação do professor deve ser construída a partir dos seus interesses, das suas propostas, das suas crenças e concepções até então formadas, uma vez que estas são dinâmicas, podendo sofrer alteração se confrontadas com outras crenças, conforme vimos nesse estudo. Portanto, uma formação colaborativa é propícia para esse fim.

Fizemos referência a uma compreensão complexa sobre o ensino do Campo Multiplicativo no que diz respeito à multiplicação e divisão e vimos a influência sofrida pelas crenças e concepções dos sujeitos estudados. Verificamos pela Teoria dos Campos Conceituais que a formação do conceito de multiplicação e divisão não segue com a proposta da terna SIR de Vergnaud. Nem sempre o conjunto de situações davam significado ao objeto conforme os dados expostos, os invariantes eram limitados assim como as representações onde encontramos algumas pictografias.

Além dessas questões, a multiplicação e a divisão não possuem o caráter de campo dado por Vergnaud. São tratados como itens hierárquicos, com uma ordem dinâmica para o processo de ensino e aprendizagem com alguns pré-requisitos indispensáveis como a tabuada. A multiplicação é desenvolvida a partir do princípio aditivo e, por isso, sua maior frequência nos dados relativos ao eixo do campo multiplicativo, proporções simples. Em sua subclassificação, multiplicação, as somas de parcelas iguais justificavam o raciocínio.

Diante do exposto, o que percebemos foi que a multiplicação e a divisão recaem num caráter uniforme de ensino delimitado pela linearidade, pela tabuada, pelo algoritmo, pela “soma de parcelas iguais”. A divisão não emergiu com tanta força nesses dados, outro caráter a se destacar. Daí, pudemos reconhecer as crenças e as concepções que esses sujeitos trouxeram e vimos como a maneira que os professores ensinam está intimamente relacionada às crenças e concepções que eles possuem.

Chamou-nos atenção o fato dessas concepções cruzarem-se constantemente entre os sujeitos. Poucas foram as divergências apontadas em determinadas passagens dessa pesquisa. Essas divergências se tratavam de crenças e

concepções diferenciadas que emergiram nesse estudo, justamente aquelas que fariam parte de uma discussão e confronto dentro do coletivo e que provocariam a gênese de novas ideias e práticas de ensino. Contudo, não podemos esperar que esses fatores sofram modificações repentinas: essa colaboração deve acontecer habitualmente.

Notamos que as professoras trouxeram ideias como material concreto, uso de tecnologia, oralização, mudanças nas concepções (P4), escape da linearidade (P4), percepção dos eixos do campo multiplicativo dado por P2 e P4 (teste diagnóstico) e valorização da leitura (P3) nas práticas de ensino. Todas são relevantes para serem questionadas e compartilhadas em grupo.

Sugestões para pesquisas futuras

Confiamos nossos estudos para uma discussão científica sobre o ensino do campo multiplicativo, assim como crenças e concepções de professores que ensinam matemática. Apresentamos, então, sugestões para pesquisas futuras a partir da nossa análise.

A primeira sugestão de pesquisa é uma intervenção com os professores. Justamente, elaborar uma formação colaborativa com esses sujeitos de maneira a conhecer suas crenças e concepções e discutir um ponto comum para o ensino da matemática em suas turmas.

De acordo com os resultados que obtivemos, temos a hipótese que esses professores trazem crenças e concepções diferenciadas e consideráveis para debates e construção de práticas favoráveis para o ensino de matemática. Teria a formação colaborativa sua influência na prática desses docentes?

Outra sugestão é trabalhar com os professores a formação dos conceitos, no patamar da Teoria dos Campos Conceituais, pertencentes ao campo multiplicativo a partir das suas concepções. Como pudemos ver, uma das professoras tem a concepção de antecipar as frações da divisão, o que não é comum ocorrer no ambiente escolar. Será que seria possível enriquecer o conhecimento que esses docentes teriam sobre Campo Multiplicativo?

Nossa última sugestão é contrastar crenças e concepções de professores que ensinam matemática com professores matemáticos. No nosso estudo, as

concepções que emergiram dos sujeitos também são encontradas em sujeitos do segundo segmento do ensino fundamental. Será que encontraríamos resultados semelhantes ou consideravelmente diferenciados?

Cabe às futuras pesquisas responder essas questões.

REFERÊNCIAS

ALVES, A.J.; A “Revisão da Bibliografia” em Teses e Dissertações: meus tipos inesquecíveis. Cadernos de Pesquisa, São Paulo, Brasil. n.81, p. 53-60, Maio, 1992.

BARBOSA, G. O teorema fundamental da aritmética: jogos e problemas com alunos do sexto ano do ensino fundamental. 2008. 308f. 304 fls. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

BARRETO, M.F.T; RIBEIRO, P.R.O. A oralidade e a escrita nas operações de multiplicação. . In: CONGRESSO DE PESQUISA, ENSINO E EXTENSÃO DA UFG - CONPEEX, 3., 2006, Goiânia. Anais eletrônicos do III Seminário PROLICEN , Goiânia: UFG, 2006.1CD-ROM

BICUDO, Maria Aparecida V.; Pesquisa qualitative e pesquisa qualitative Segundo abordagem fenomenológica. In: BORBA, M..; ARAÚJO, J. (Org.). Pesquisa qualitative em Educação Matemática. 5a. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. p. 111-124

BORBA, M.; ARAÚJO J.; Construindo pesquisas coletivamente em educação matemática. In: BORBA, M..; ARAÚJO, J. (Org.). Pesquisa qualitative em Educação Matemática. 5a. ed – Belo Horizonte: Autêntica, 2013. p. 31-51.

BRASIL. Ministério Da Educação. Secretaria De Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 20 jul. 2015.

BRASIL. Ministério Da Educação. Secretaria De Educação Fundamental. Lei de Diretrizes e Bases. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 20 jul. 2015.

BRITO, A. J.; ALVES, F. T. O. Profissionalização e saberes docentes: análise de uma experiência em formação inicial de professores de matemática. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (Orgs.). A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. p. 27-42

CALLEJO, M.L.; VILA, A. Matemática para aprender a pensar. O papel das crenças na resolução de problemas. Porto Alegre, RS: Artmed, 2006.

COSTA, N.M.L. Formação continuada de professores: uma experiência de trabalho colaborativo com matemática e tecnologia. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M.A. A formação do professor que ensina Matemática. 3 ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2013.p. 167-196

COSTA, S.C. O professor que ensina Matemática nos anos iniciais: um estudo sobre a influência de crenças. In: CURI, E. Professores que ensinam matemática: Conhecimentos, crenças e práticas. São Paulo: Terracota, 2010. p. 73-82

CURI, E. A matemática e os professores dos anos iniciais. São Paulo: Musa Editora, 2005

_____. Formação de Professores Polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. 2004. 278 fls. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

_____. Professores que ensinam Matemática. Conhecimento, crenças e práticas. São Paulo: Terracota, 2010.

DUQUE DE CAXIAS (RJ). Secretaria Municipal De Educação. Plano Municipal de Educação. Duque de Caxias: SME, 2014. Disponível em: http://sepecaxias.org.br/wp-content/uploads/2015/02/PME_Duque_de_Caxias.pdf. Acesso em: 14 mar. 2016.

EWBANK, M.S.A. O ensino da multiplicação para crianças e adultos: Conceitos, Princípios e Metodologias. 2002. 256 fls.Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

FERREIRA, A.C. O trabalho colaborativo como ferramenta e contexto para o desenvolvimento profissional: compartilhando experiências. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M.A. A formação do professor que ensina Matemática. 3. ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2013. p.149-166

FIGUEROA, S.F.; OTERO, M.R. Nociones fundamentales de la Teoría de los Campos Coneceptuales. Revista Electrónica de Investigación en Educación em Ciências, Buenos Aires, REIEC, ano 6, n..2, p.124-138, 2011.

FIORENTINI, D.; NACARATO, A.M. Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática. São Paulo: Musa editora, 2005.

GALIAZZI, M.C.; MORAES, R. Análise Textual Discursiva. Ijuí: Ed.Inijuí, 2011.

GARNICA, A.V.; História Oral e Educação Matemática. In: BORBA, M..; ARAÚJO, J. (Org.). Pesquisa qualitativa em Educação Matemática. 5a. ed Belo Horizonte: Autêntica, 2013, p. 87-108.

GOLDENBERG, M. A arte de pesquisar. Como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 3a. ed. Rio de Janeiro: Record, 1999.

GÓMEZ CHACON, I.M. Matemática Emocional: os afetos na aprendizagem matemática. Trad. Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre, RS: Artmed, 2003.

INEP. Instituto Nacional De Estudos E Pesquisas Educacionais Anisio Teixeira. Ideb – resultados e metas. Disponível em: <http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultado.seam?cid=5315174>. Acesso em: 28 jul. 2015 e 16 out. 2016.

KAMII, C. A criança e o número. 39 ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

_____ Multiplicação do 3º ao 5º ano: Uma abordagem construtivista. In: MANTOVANI DE ASSIS, O.Z. et al. Aprender Matemática e conquistar autonomia. Campinas, SP: Book Editora, 2014. p. 65-80

MAGINA, S.; NUNES, T; BRYANT P.; CAMPOS, T.M.N. Educação Matemática. Números e Operações numéricas. 2 ed. São Paulo: Cortez, 2009.

MAGINA, S. Comparação multiplicativa: a força que a expressão exerce na escolha das estratégias de resolução dos estudantes. Recife: CIAEM, 2011.

MAGINA, S.; SANTOS,A. & MEILINI,V. O campo conceitual das estruturas multiplicativas: análise comparativa entre o prognóstico dos professores e o desempenho dos estudantes. In: VII CIBEM, 2013, Montevideu, Uruguai.

_____ Quando e como devemos introduzir a 1divisão não séries iniciais do ensino fundamental? Contribuição para o debate. Portal EDUMATEC – Revistas eletrônicas, Recife, V.1, n.1, p. 1-23, 2010.

_____ O Raciocínio dos estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. Ciência Educação, Bauru, v. 20, n. 2, p. 517-533, 2014.

MANTOVANI DE ASSIS, O.Z. et al. Aprender Matemática e conquistar autonomia Campinas, SP: Book Editora, 2014.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M.E. Pesquisa em Educação: Abordagens qualitativas. 2. ed. Rio de Janeiro: E.P.U, 2014.

MIZUKAMI, M.G. Aprendizagem da docência algumas contribuições de L.S. Shulman. Revista do Centro de Educação, Santa Maria, v.29 n. 2, p. 1 -13, set. 2004.

NACARATO, A. M.; PAIVA, M.A. A formação do professor que ensina Matemática. 3 ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2013.

NUNES, T.; BRYANT,P. Crianças fazendo Matemática. Tradução Sandra Costa. Porto Alegre, RS: Artes Médicas, 1997.

OTERO, M.R. et al. La teoria de los campos conceptuales y la conceptualización. Em el aula de Matemática y Física. Buenos Aires: Editoral Dunken, 2014.

PAIVA, M.A.V.; O professor de Matemática e sua formação: a busca da identidade profissional. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M.A. A formação do professor que ensina Matemática. 3 ed. elo Horizonte, MG: Autêntica, 2013. p.89-111

PESSOA, C; FILHO, M. Estruturas multiplicativas: como os alunos compreendem os diferentes tipos de problemas. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2006, Recife. Pesquisa em educação matemática: um olhar ampliado sobre a sala de aula. Recife. UFPE. 2006. p.1-11

PIMENTA, S.G.. Didática e Formação de professores. 6 ed. São Paulo: Cortez, 2011.

PLAZA, E.M. Avaliação diagnóstica: Saberes e dificuldades em Matemática revelados por alunos do 4º ano do ciclo I do Ensino Fundamental. In: CURI, E. Professores que ensinam matemática. Conhecimentos, crenças e práticas. São Paulo: Terracota, 2010. p.13-29

PONTE, J.P. Concepções dos professores de Matemática e Processo de Formação. Educação Matemática: temas de investigação. Lisboa: IIE, 1992. p. 185 – 239. Disponível em: < http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/index.htm >. Acesso em 02/04/2016.

_____ Las creencias y concepciones de maestros como un tema fundamental en formación de maestros. In KRAINER, K. : GOFFREE, F.(Eds.) On research in teacher education: From a study of teaching practices to issues in teacher education p. 43-50, 1999. Disponível em : <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_sp.htm>. Acesso em: 02 abr. 2016.

RASI, G.C. Estrutura multiplicativa: Concepções de alunos do ensino fundamental. 2009. 122 fls. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

SANTOS, A. Formação de professores e as estruturas multiplicativas. Curitiba: Appris, 2015.

SERRAZINA, L. Conhecimento matemático para ensinar: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. Revista Electrónica de Educação. São Carlos, SP: v.6, no 1, p. 266 – 283, 2012.

TARDIF, M. Saberes docentes e formação profissional. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

VERGNAUD, G. A criança, a matemática e a realidade. 3.ed. Curitiba: UFPR, 2009.

_____.Multiplicative structures.IEm R. Lesh 8 M. Landau (Eds.). Acquisitions of mathematics concepts and procedures. New York: Academic Press, 1983. p.127-174

_____. Multiplicative structures. In. HIEBERT, H. and BEHR, M. (Ed.). Research Agenda in Mathematics Education. Number Concepts and Operations in the Middle Grades. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum, 1988. p. 141-161

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. Recherches en Didactique des Mathématiques, Grenoble, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.

_____. El niño, las matemáticas y la realidad : problemas de las matemáticas em la escuela primária.México: Trilha. 1991

_____. A Comprehensive Theory of Representation for Mathematics Education. Journal of Mathematical behavior, v.17 , n.2, p. 167-181, 1998.

_____. The Theory of Conceptual Fields. Human Development. Saint-Denis, France. 2009.

_____. O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática. Educar em Revista, Curitiba, N Especial, 1/2011, p. 15-27, 2011.

_____. Formulário de processo e do conhecimento predicativo FORM (Formas operativas e predicativas de conhecimento). Investigações em ensino de Ciências. Paris, França, v.17, n.2, p. 287-304, 2012.

ZAT, Ancilla Dall'Onder. A formação docente e as crenças de professores em relação à matemática: uma ruptura possível? 2012. 204 fls. Tese (doutorado). Universidade do Vale do Rio dos Sinos, São Leopoldo, 2012.

APÊNDICE - Roteiro da entrevista.

1) Você lembra dos seus professores do primeiro segmento do ensino fundamental?
2) E dos seus professores do Segundo segmento? Lembra das matérias que ensinavam e dos seus nomes?
3) Como você aprendeu a multiplicar e a dividir?
4) Como você aprendeu a ensinar multiplicação e divisão?
5) Quando e como resolveu seguir a carreira do magistério?
6) Pra você, o que é ensinar matemática?
7) O que você faz quando um aluno fracassa em situações-problemas de divisão e multiplicação?
8) Que recurso você usou para preparar suas aulas?
9) Como distribui os tempos para cada matéria da qual você é responsável?
10) Como é feito o preparo das suas aulas? Você tem uma rotina?
11) Para que serve a multiplicação e a divisão?
12) Que recursos didáticos você utilizou para ensinar esse tema?
13) O que o aluno precisa saber até (a série pertencente a professor) para aprender a multiplicação e a divisão própria do ano em que ele está cursando?
14) Você acha que esse problema deles com a matemática tem causa relevante?
15) Lembra do teste que apliquei? Você os ajudou na aplicação? Qual foi o sentimento que você teve quando foi proposto esse desafio?

ANEXO A - AS SITUAÇÕES PROBLEMA DO TESTE DIAGNÓSTICO

*Escola:*_____

*Nome:*_____

Idade: _____

*Ano escolar:*_____

Período em que estuda:

( ) Manhã ( ) Tarde

1) Joana sabe que em um pacote há 6 biscoitos. Ela tem 5 pacotes. Quantos biscoitos Joana têm?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: _____

2) A distância entre a casa de Luís e a escola é de 5 quilômetros e a casa de José é 4 vezes mais distante. Qual a distância entre a casa de José e a escola?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: _____

3) Para fazer 3 fantasias são necessários 5m de tecido. Ana tem 35m de tecido. Quantas fantasias ela pode fazer?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: _____

4) A Escola Recanto fará uma festa para 36 convidados. Em cada mesa ficarão 4 convidados. Quantas mesas a escola precisará alugar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: _____

5) Rute quer mudar o piso do quarto dela. Este quarto tem 3m de largura e 6m de comprimento. Quantos metros quadrados, de piso, Rute precisa comprar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: _____

6) Caio comprou 9 caixas de suco e pagou 15 reais. Se ele comprasse3 caixas de suco quanto precisaria pagar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: _____

7) A área do jardim da casa de Vera é retangular e tem $24m^2$. A largura é 4m. Qual é comprimento em metros desse jardim?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: _____

8) Um supermercado fez uma promoção: "Leve 4 litros de suco por apenas 12 reais". Quanto vai custar cada litro de suco?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: _____

9) A Lanchonete do Emani vende 15 tipos de sanduíches. Para cada sanduíche é usado apenas um tipo de pão e um tipo de recheio. Tem 3 tipos de pão (leite, integral e francês). Quantos tipos de recheio são necessários para fazer todos os tipos de sanduíches?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: _____

10) Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: _____

11) Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

12) Em uma gincana na Escola Saber, a cada 3 voltas correndo na quadra o aluno ganha 4 pontos. Alex deu 15 voltas correndo na quadra. Quantos pontos ele ganhou?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: _____

13) Ontem Tonho ganhou 18 figurinhas. E hoje ele ganhou 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele ganhou hoje?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta

14) Uma pessoa consome, em média, 5 litros de água em 2 dias. Quantos litros de água consumirá uma família composta por 4 pessoas em 6 dias?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: _____

ANEXO B – Situações problema por eixo

Eixos	**As situações problema**	
Eixo 1 - Proporção Simples	*MULTIPLICAÇÃO* - Na casa da bruxa, João e Maria encontraram três prateleiras com 12 livros de magia em cada uma. Quantos livros Joao e Maria encontraram ao todo? - Ana Carolina ganhou 5 estojos com 3 lápis. Quantos lápis Ana Carolina ganhou? - Cauan e o Daniel encontraram na sala de leitura 3 caixas com 12 livros de história de João e Maria. Eles encontraram _____livros. - Emily lê 2 histórias por dia. Em 2 semanas quantas histórias a Emily lê? - Samuel recebeu a tarefa de distribuir 46 folhas de atividades para os colegas. Quantas folhas deverá entregar para os 23 colegas?	**P 1**
	DIVISÃO PARTITIVA - A professora tem 6 lápis e quer dividir em partes iguais entre 2 alunos. Quantos lápis cada aluno irá receber? - João e Maria acharam perto da lareira 36 brigadeiros e querem coloca-los em 6 caixas. Quantos brigadeiros irão colocar em cada caixa? - Maria quer repartir igualmente 18 cocadas para ela e seu irmão. Ajude Maria e descubra quantos doces cada um receberá.	
	DIVISÃO QUOTITIVA	

	- Para decorar o pátio da escola para o dia da peça, Letícia levou 16 folhas de cartolina. Os colegas irão colar 2 folhas em cada painel. Quantos painéis serão decorados?	
	MULTIPLICAÇÃO - Heloísa gasta 5 litros de gasolina por dia. Em 12 dias, quanto gastará? - João comprou 3 pipas por 2 reais. Quanto ele pagou? - Uma família bebe 8 caixas de leite por semana. Quantas caixas ela beberá em 4 semanas?	**P 2**
	MULTIPLICAÇÃO - Um prédio de 22 andares tem 4 apartamentos por andar. Quantos apartamentos há no prédio? - Em uma biblioteca há 36 prateleiras com 269 livros em cada uma. Quantos livros há na biblioteca? - Para uma festa de aniversário foram feitas 3 caixas com 240 coxinhas, 5 caixas com 180 empadas, 4 caixas com 320 quibes e 5 centenas de pastel assado. Quantos salgadinhos foram feitos ao todo?	**P 3**
	DIVISÃO PARTITIVA - A bibliotecária de uma escola vai distribuir igualmente 490 livros entre 14 prateleiras. Quantos livros serão colocados em cada prateleira?	
	DIVISÃO QUOTITIVA	

- Em uma fábrica há 2448 garrafas de suco para ser armazenadas

	em caixas contendo 9 garrafas. Quantas caixas serão necessárias para armazenar todas as garrafas? - Uma indústria produziu 2136 geladeiras. O caminhão dessa indústria transporta 12 geladeiras por vez. Quantas viagens serão necessárias para transportar todas as geladeiras até as lojas? - No último sábado, um restaurante obteve $1245,00 apenas com a venda de feijoada. Sabendo que cada feijoada custa $ 15,00, quantas feijoadas foram vendidas?	
	MULTIPLICAÇÃO - Se eu comprasse 8 caixas de chocolate com 42 chocolates em cada uma, quantos chocolates compraria ao todo? - André e Frederico fizeram 27 pacotes contendo 1800 bandeirinhas cada pacote. Quantas bandeirinhas os meninos fizeram? - Uma caixa contém 142 maçãs. Quantas maçãs há em 8 caixas? - Se em uma caixa há uma dúzia de ovos, quantos ovos há em 7 caixas? - Um ônibus tem capacidade para 52 pessoas sentadas em duplas. Quantas duplas serão formadas?	**P 4**
	DIVISÃO PARTITIVA - Numa quadra foram distribuídas 768 cadeiras em 8 fileiras. Quantas cadeiras há em cada fileira? - Numa escola, a diretora guardou 126 tubos de cola em 7 caixas. Quantos tubos guardou em cada caixa, se em cada uma colocou a mesma quantidade? - Uma fábrica de tecidos produziu 7680 metros de brim em 5 dias.	

	Qual foi a produção diária? -Uma doceira distribuiu igualmente 168 doces para 8 vendedores. Quantos doces recebeu cada vendedor? - A professora do 4º ano de escolaridade organizou 35 alunos em 5 fileiras de carteira. Quantos alunos ocuparão cada fileiras? - Para uma festa na escola, a cozinheira fez 276 sanduíches e distribuiu igualmente em 6 bandejas. Quantos sanduíches haverá em cada bandeja? - Em uma fazenda foram colhidas 351 maçãs. Esta colheita foi distribuída em 3 caixas. Quantas maçãs foram colocadas em cada caixa?	
Eixo 4 – Comparação Multiplicativa	*PEDE O REFERIDO* - Uma livraria vendeu R$ 300,00 em livros. No dia seguinte, vendeu o quádruplo. Quanto foi vendido no segundo dia? *PEDE O REFERENTE* - Numa multiplicação, o produto é 426 e um dos fatores é 2. Qual é o outro fator?	P 4

Eixo 5 – Combinatória e Configuração Retangular	*CONFIGURAÇÃO RETANGULAR* - Um estádio de futebol tem 364 fileiras de cadeiras cada uma com 35 poltronas. Qual a lotação desse estádio? _____ __ - Em um cinema da cidade, as cadeiras são arrumadas em fileiras. Se há 10 fileiras no cinema, cada uma com 8 cadeiras, quantas cadeiras há no cinema? COMBINATÓRIA - Glorinha adora comprar roupas. Hoje ela tem uma festa para ir, mas está em dúvida sobre a roupa que usará. Se elea tem 4 saias e 6 blusas, quantas combinações poderá montar com elas?	P 4 P 2

Questões destoantes	P1 - Luiz Felipe teve a ideia de convidar todos os amiguinhos da turma para comer um bolo no dia da peça João e Maria. Ele pretende levar o bolo cortado em fatias. Quantas fatias Luiz Felipe pode levar? - A coordenação irá distribuir em partes iguais, 15 convites que recebeu da prefeitura. Quantos convites cada turma receberá? P2 - Luísa tem 7 bonecas, sua irmã Rebeca também e sua irmã Olivia também. Quantas bonecas as três tem juntas? P3 - Pense em um número de 1 a 10. Multiplique-o por 6, acrescente uma dezena, retire o número que vc pensou. Agora multiplique por 9 e subtraia dele 21. Qual o resultado? P4 - Keila organizou 64 livros em cada uma das prateleiras da sua estante. Quantos livros Keila possui no total?	