



**Universidade do Estado do Rio de Janeiro**  
Centro de Tecnologia e Ciência  
Faculdade de Engenharia

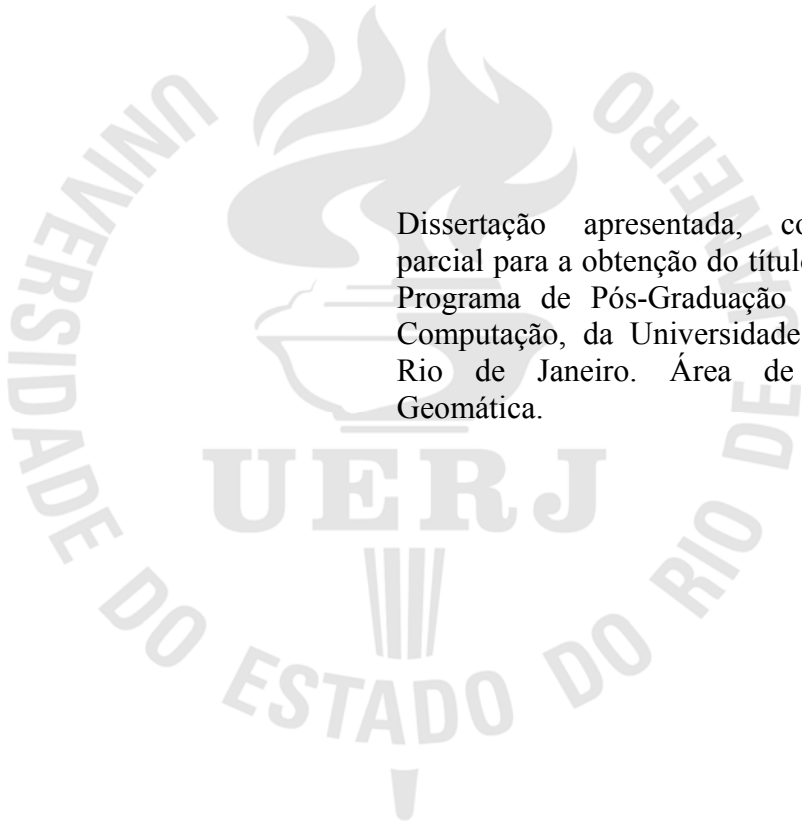
Carlos Henrique Oliveira da Rocha

**Verificação da aplicabilidade de tecnologia GNSS para o monitoramento de deslocamentos horizontais em barragens de concreto**

Rio de Janeiro  
2010

Carlos Henrique Oliveira da Rocha

**Verificação da aplicabilidade de tecnologia GNSS para o monitoramento de deslocamentos horizontais em barragens de concreto**



Dissertação apresentada, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação Engenharia de Computação, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de Concentração Geomática.

Orientador: Prof. Dr. José Carlos Penna de Vasconcellos

Rio de Janeiro

2010

CATALOGAÇÃO NA FONTE  
UERJ / REDE SIRIUS / CTC-B

R672 Rocha, Carlos Henrique Oliveira da.  
Verificação da aplicabilidade de tecnologia GNSS para o monitoramento de deslocamentos horizontais em barragens de concreto / Carlos Henrique Oliveira da Rocha. – 2010.  
84 f.: il.

Orientador: Jose Carlos Penna de Vasconcellos.  
Dissertação (Mestrado) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia.

1. Barragens de concreto. 2. Sistema de Posicionamento Global. 3. Geodésia. 4. Engenharia da computação. I. Vasconcellos, Jose Carlos Penna de. II. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. II. Título.

CDU 627.82

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação, desde que citada a fonte..

---

Assinatura

---

Data

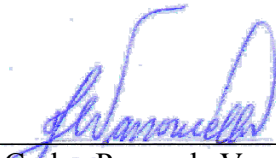
Carlos Henrique Oliveira da Rocha

**Verificação da Aplicabilidade de Tecnologia GNSS para o Monitoramento de  
Deslocamentos Horizontais em Barragens de Concreto**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação Engenharia de Computação, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de Concentração Geomática.

Aprovado em: 18 de junho de 2010

Banca Examinadora:



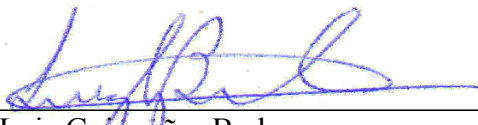
---

Prof. Dr. José Carlos Penna de Vasconcellos (Orientador)  
Faculdade de Engenharia - UERJ



---

Prof. Dr. Amauri Ribeiro Destri  
Faculdade de Engenharia - UERJ



---

Prof. Dr. Luiz Guimarães Barbosa  
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro.  
Faculdade de Engenharia de Agrimensura

## DEDICATÓRIA

Dedico esta dissertação, assim como a minha vida, a Jesus Cristo, o meu Deus Todo Poderoso, que me concedeu a graça de completar mais esta etapa da minha vida e peço que mantenha o seu Espírito Santo sobre mim.

Dedico à minha namorada, e futura esposa, Andrea Barreto dos Santos, pelo apoio incondicional e entender os momentos de ausência.

Dedico à minha família, em especial, aos meus pais Carlos Alves da Rocha e Eneide Oliveira da Rocha, aos meus irmãos Tatiane Oliveira da Rocha Padilha e Alexandre Oliveira da Rocha, aos meus cunhados Deo de Araújo Padilha e Viviane Tardem da Rocha e aos meus muito amados sobrinhos Gabriel, Patrícia, Thiago e Rafael Tardem da Rocha.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, nosso Senhor, pelo cumprimento de mais uma fase da minha vida, pedindo por sua misericórdia e por seu sustento em todos os momentos de angústia e aflição, e por ser meu orientador em todos os aspectos de minha vida, inclusive nesta dissertação.

Agradeço a minha namorada Andrea, pela dedicação ao meu cuidado e pelo carinho de nossa relação. A ela devoto o meu amor.

Agradeço a minha família, pelo carinho e compreensão nos momentos de ausência.

Agradeço ao meu orientador José Carlos Penna de Vasconcellos, por seu apoio à ideia proposta nesta dissertação e por abraçar este desafio, que ora encerra um ciclo.

Agradeço aos engenheiros Fernando César Ribeiro e Irineu da Silva pela gentileza de cederem os dados para este trabalho.

Agradeço ao professor Ivan de Araujo Medina, pelas conversas e pelos incentivos, por suas revisões ao texto final, e por seu carinho por mim.

Agradeço ao engenheiro Quintiliano Mascarenhas Guedes pelas trocas de informações e pelas sugestões amplamente acatadas nesta dissertação.

Agradeço ao meu chefe, o engenheiro Celso José Pires Filho, pelo incentivo e atenção dedicada ao presente trabalho, que somente foi possível com sua ajuda e força.

Agradeço ao técnico Luiz Felipe Mattos Lobo pelo apoio para a medição da campanha de ressecção e pela ajuda em diversos momentos desta tese.

Agradeço a todos os meus amigos e colegas que estão em minha vida e a todos que direta ou indiretamente me ajudaram nesta empreitada. Em especial a Ademar de Brito Filho, Francisco Magalhães Dias e Luiz Alberto Machado Vasconcelos.

Eu sou o pão da vida. (São João, 6:35)

Eu sou a luz do mundo. (São João, 9:5)

Eu sou a porta. (São João, 10:7-9)

Eu sou o bom pastor. (São João, 10:11-14)

Eu sou a ressurreição. (São João, 11:25)

Eu sou o caminho, a verdade e a vida. (São João, 14:6)

Eu sou a videira. (São João, 15:1)

Como Jesus soubesse tudo o que havia de lhe acontecer, adiantou-se e perguntou-lhes: A quem buscais? Responderam: A Jesus de Nazaré. Sou eu, disse-lhes. (Também Judas, o traidor, estava com eles.) Quando lhes disse Sou eu, recuaram e caíram por terra. (São João, 18:4-6)

Depois disse a Tomé: Introduz aqui o teu dedo, e vê as minhas mãos. Põe a tua mão no meu lado. Não sejas incrédulo, mas homem de fé. Respondeu-lhe Tomé: Meu Senhor e meu Deus! (São João, 20:27-28)

## RESUMO

ROCHA, Carlos Henrique Oliveira da. *Verificação da aplicabilidade de tecnologia GNSS para o monitoramento de deslocamentos horizontais em barragens de concreto*. 2010. 84 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Computação) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

A segurança dos empreendimentos civis tem se tornado fator preponderante na viabilidade econômica das obras, uma vez que impacta o preço dos seguros cobrados. Dentro deste contexto, um dos aspectos importantes a serem considerados na elaboração de um projeto, notadamente no de grandes estruturas, é a instrumentação. Assim, ao se tratar com grandes barragens, a concatenação da instrumentação civil com a geodésica se faz necessária. Um dos métodos geodésicos utilizados para a verificação da estabilidade de uma estrutura é a ressecção, que consiste na medição das distâncias entre as estações de referência, com coordenadas conhecidas e estáveis, e os alvos. Esta medição pressupõe, também, a intervisibilidade entre as estações de referência e entre conjuntos estações de referência-alvos. Assim, as estações devem ser instaladas nas proximidades da barragem e sobre rocha sã, fora do polígono de deformação previsto para o substrato rochoso, o que nem sempre é possível. Dessa forma, a metodologia GNSS, por não necessitar de intervisibilidade entre quaisquer estações, é aplicável mesmo que a ocorrência de rocha aflorada e sã seja afastada da barragem, não importando se a montante ou a jusante. A pesquisa pretende provar a compatibilidade entre as medições realizadas por ressecção e GNSS; provando, assim, a viabilidade da utilização do GNSS para o monitoramento de barragens, independentemente da solução estrutural adotada.

Palavras-chave: Estruturas geodésicas. Ajustamento de observações. Comparações estatísticas.



## ABSTRACT

The security of the civil undertakings has become predominant factor in the economical viability of the enterprises, because it impacts the price of the collected insurances. Inside this context, one of the important aspects that are being considered in the preparation of a project, especially in that of great structures, is the instrumentation. So, while negotiating with great dams, the concatenation of the civil instrumentation with the geodetic one is made necessary. One of the geodetic methods used for the checking of the stability of a structure is the resection, which consists of the measurement of the distances between the stations of reference, with known and stable coordinates, and the targets. This measurement presupposes, also, the intervisibility between the stations of reference and between sets stations of white-reference. So, the stations must be installed in the proximities of the dam and on healthy rock, out of the polygon of deformation predicted for the rocky substrate, which not always is possible. In this form, because of not needing intervisibility between any stations, the methodology GNSS is applicable same that the incident of emerged and healthy rock is removed of the dam, not mattering if to amount or downstream. The inquiry intends to prove the compatibility between the measurements carried out by resection and GNSS; proving, so, the viability of the use of the GNSS for the monitorament of dams, independently of the structural adopted solution.

Keywords: Geodetic structure. Adjustment. Statistical comparisons.

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Resumo da estrutura dos sinais GPS.....	34
Figura 2 - Medida da pseudodistância.....	35
Figura 3 - Componentes da Refração Troposférica como função do ângulo de elevação.....	40
Figura 4 - Ciclos solares, no eixo y está o número de manchas solares, no eixo x estão os anos, os números indicam o ciclo. Atualizado em 1º de abril de 2009.....	41
Figura 5 - Detalhe da quantidade de manchas solares verificadas no ciclo 23 e nos quatro ciclos anteriores.....	42
Figura 6 - Sinais com múltiplas reflexões e que chegam à antena.....	44
Figura 7 - Simples diferença entre os sinais provenientes do satélite $S_{pe}$ que chegam aos receptores $k$ e $m$ .....	46
Figura 8 - Dupla diferença entre os sinais provenientes dos satélites $S_p$ e $S_q$ , observados simultaneamente por dois receptores $k$ e $m$ .....	48
Figura 9 - Estrutura de Monitoramento de Deslocamentos. Absoluta (a) e Relativa (b).....	51
Figura 10 Exemplo de Estrutura Geodésica Radial. Todos os vetores têm a estação central como extremidade.....	53
Figura 11 Exemplo de Estrutura Geodésica por Figuras Geométricas.....	53
Figura 12 Exemplo de vetor, $R1R2$ , ligando as estações R1 e R2.....	54
Figura 13 Módulo do vetor-deslocamento e incerteza ao nível de significância de 5%.....	60
Figura 14 Estrutura geodésica de controle e ponto monitorado na UHE Funil.....	61
Figura 15 Pilar (AUX2) implantado para compor a estrutura geodésica de controle da barragem de Funil e pilar para rastreamento junto à barragem (FB01).....	62
Figura 16 Gráfico da Distribuição Normal para o GPS, em verde, e para a Ressecção, em azul, a área de superposição está indicada em amarelo.....	67

Figura 17	Esquema dos sinais GPS após a modernização.....	74
Figura 18	Aproximação linear de uma função de uma variável.....	77

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 - Efeitos do atraso da ionosfera sobre ondas eletromagnéticas.....	43
Tabela 2 - Resumo das principais combinações lineares da observável fase das ondas portadoras.....	45
Tabela 3 - Módulo do vetor-deslocamento espacial e do valor do desvio padrão referente a uma probabilidade de 95%. Diferença entre a terceira e a quarta campanha.....	59
Tabela 4 - Módulo do vetor-deslocamento e valor da incerteza para um intervalo de confiança de 95% ( $1,96 \times \sigma$ ). Ponto FB01. Diferença entre a segunda e a primeira campanha.....	63
Tabela 5 - Módulo do vetor-deslocamento e valor da incerteza com nível de significância de 5%. Diferença entre a segunda e a primeira campanha. Coordenadas Cartesianas, em WGS 84. Ponto FB01.....	64
Tabela 6 - Módulo do vetor-deslocamento e valor da incerteza para um intervalo de confiança de 95%. Ponto FB01. Diferença entre a segunda e a primeira campanha. Ressecção.....	65
Tabela 7 - Módulo do vetor-deslocamento e valor da incerteza para um intervalo de confiança de 95%. Ponto FB01. Diferença entre a segunda e a primeira campanha. GPS.....	65
Tabela 8 - Portadoras do sistema GPS, frequência e comprimento de onda. Fonte: MONICO (2008, p.43).....	73
Tabela 9 - Coordenadas cartesianas, em WGS-84, dos alvos. Terceira campanha de medição.....	79
Tabela 10 - Matrizes e Covariância para cada alvo.....	79
Tabela 11 - Coordenadas cartesianas, em WGS-84, dos pilares. Quarta campanha de medição.....	80
Tabela 12 - Matrizes de Covariância para cada alvo.....	80
Tabela 13 - Coordenadas no Sistema Geodésico Local, WGS84. Primeira campanha de medição, 29/11/2005.....	81

Tabela 14 - Matriz de Covariância no Sistema Geodésico Global, em WGS84, para o alvo FB01. Primeira campanha de medição, 29/11/2005.....	81
Tabela 15 - Coordenadas no Sistema Geodésico Global, WGS84. Segunda campanha de medição, 20/04/2006.....	81
Tabela 16 - Matriz de Covariância no Sistema Geodésico Global, em WGS84, para o alvo FB01. Segunda campanha de medição, 20/04/2006.....	81
Tabela 17 - Coordenadas no Sistema Geodésico Local, WGS84. Primeira campanha de medição, 29/11/2005.....	82
Tabela 18 - Matriz de Covariância no Sistema Geodésico Local, em WGS84, para o alvo FB01. Primeira campanha de medição, 29/11/2005.....	82
Tabela 19 - Coordenadas no Sistema Geodésico Local, WGS84. Segunda campanha de medição, 20/04/2006.....	82
Tabela 20 - Matriz de Covariância no Sistema Geodésico Global, em WGS84, para o alvo FB01. Segunda campanha de medição, 20/04/2006.....	82
Tabela 21 - Coordenadas no Sistema Local. Primeira campanha de medição, 29/11/2005..	83
Tabela 22 - Matriz de Covariância no Sistema Local, FB01. Primeira campanha de medição, 29/11/2005.....	83
Tabela 23 - Coordenadas no Sistema Local. Segunda campanha de medição, 20/04/2006..	83
Tabela 24 - Matriz de Covariância no Sistema Geodésico Global, em WGS84, para o alvo FB01. Segunda Campanha de medição, 20/04/2006.....	83

## SUMÁRIO

	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	15
1	<b>AJUSTAMENTO DE OBSERVAÇÕES</b> .....	19
1.1	<b>Modelo Paramétrico</b> .....	22
1.2	<b>Propagação de Covariâncias</b> .....	24
1.3	<b>Elipsoide de Erros</b> .....	26
2	<b>MONITORAMENTO DE DESLOCAMENTOS</b> .....	30
2.1	<b>Ressecção</b> .....	31
2.2	<b>GNNS – Global Navigation Satellite System</b> .....	32
2.2.1	<u>Observáveis GPS</u> .....	34
2.2.1.1	Pseudodistância.....	35
2.2.1.2	Fase de batimento da onda portadora.....	36
2.2.2	<u>Erros Sistemáticos no GPS</u> .....	37
2.2.2.1	Erros nos relógios.....	38
2.2.2.2	Propagação do sinal.....	38
2.2.2.3	Refração troposférica.....	39
2.2.2.4	Refração ionosférica.....	40
2.2.2.5	Multicaminho.....	43
2.2.3	<u>Combinações Lineares das Observáveis em uma única estação</u> .....	44
2.2.4	<u>Combinações Lineares das Observáveis em diferentes estações</u> .....	46
2.2.4.1	Simple diferença.....	46
2.2.4.2	Dupla diferença.....	47
2.2.4.3	Tripla diferença.....	49
2.2.4.4	Posicionamento relativo estático.....	49
3	<b>ESTRUTURAS GEODÉSICAS</b> .....	51
3.1	<b>Estrutura de monitoramento</b> .....	51
3.2	<b>Estruturas geodésicas GNSS</b> .....	52
3.2.1	<u>Ajustamento em rede</u> .....	54
3.2.1.1	Modelo Matemático.....	55
4	<b>MATERIAS E MÉTODOS</b> .....	59
4.1	<b>Verificação do uso do elipsoide de confiança</b> .....	59

4.2	<b>Verificação de deslocamento na UHE Funil.....</b>	60
4.2.1	<u>Campanha de ressecção.....</u>	63
4.2.2	<u>Campanha GPS.....</u>	63
4.2.3	<u>Comparação GPS e ressecção.....</u>	65
	<b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....</b>	68
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	71
	<b>APÊNDICE A – Estruturas dos sinais GPS.....</b>	73
	<b>APÊNDICE B – Linearização por série de Taylor.....</b>	77
	<b>ANEXO A – Dados das campanhas de medição da UHE Itaipu.....</b>	79
	<b>ANEXO B – Dados das campanhas de medição da UHE Funil.....</b>	81

## INTRODUÇÃO

A preocupação com a segurança de empreendimentos civis de qualquer natureza vem crescendo no Brasil, principalmente depois de alguns acidentes recentes que causaram perdas humanas, financeiras e ambientais.

Atualmente, todos os empreendimentos civis para serem construídos, e para posterior operação, devem estar cobertos por seguros. Os custos destes seguros são inversamente proporcionais aos cuidados com a instrumentação, tanto na sua instalação quanto no monitoramento, uma vez que a instrumentação adequada diminui os riscos de um acontecimento inesperado e que gere pagamento do seguro.

Dentro deste contexto, muitas empresas do setor de construção civil têm como preocupação os aspectos de segurança do empreendimento. Especificamente, Furnas Centrais Elétricas SA (Furnas) possui notabilidade por seu histórico de nunca ter havido acidentes de grande monta e por possuir um acervo apreciável de dados acerca da segurança de barragens.

Em todos os seus empreendimentos, Furnas possui redes de monitoramento, quer seja por Geodésia, normalmente, em vista dos métodos convencionais até agora utilizados, com redes separadas para detecção de movimentos horizontais e verticais, quer por instrumentação civil convencional (medidores de junta, piezômetros, rosetas de tensômetros ou de extensômetros, pêndulos diretos, pêndulos invertidos, prumos ópticos etc.).

No caso da Usina Hidrelétrica de Funil, localizada em Itatiaia, no estado do Rio de Janeiro, que será o foco do estudo a que se propõe esta dissertação, trata-se de uma barragem de concreto em arco, com dupla curvatura; muito embora as metodologias e as conclusões aqui descritas sejam aplicáveis a qualquer barragem, independentemente da solução estrutural adotada.

Nesta usina, primeiramente, em 1969, época do enchimento do reservatório, foi utilizada a técnica de triangulação, até meados de 1993, quando passou a ser utilizada a técnica da ressecção. Essas técnicas demandam intervisibilidade entre as estações de referência e os alvos a serem monitorados, uma vez que são medidas as distâncias e os ângulos entre os mesmos. As estações de referência, normalmente pilares de concreto armado, devem ser construídas em locais de alta estabilidade, em rocha sã ou estruturas comprovadamente estáveis, contudo isto acarreta dificuldades operacionais em barragens que



não possuam estas características para a instalação dos pilares, neste caso fica inviável utilizar a ressecção como método de monitoramento.

Assim, a pesquisa pretende realizar comparações entre duas técnicas geodésicas utilizadas para quantificar os deslocamentos horizontais de uma estrutura civil: ressecção e GNSS. Dessa forma, será verificado se a tecnologia GNSS alcança precisão compatível com a ressecção, já que as estações de referência para a medição GNSS não precisam estar nas proximidades da barragem.

## **Objetivo**

### Objetivo Geral

Realizar comparações entre as técnicas: Ressecção e GNSS.

Desta forma será verificado se o emprego da tecnologia GNSS alcança precisão compatível com os métodos clássicos citados anteriormente.

### Objetivos Específicos

Testar a utilização da elipse de confiança como ferramenta para verificar a significância estatística entre as diferenças das coordenadas entre as duas campanhas e entre as duas técnicas.

## **Justificativa**

Com o advento da tecnologia GNSS, mais especificamente do sistema GPS, foi aventada a possibilidade de realizar monitoramento de deslocamentos horizontais de uma barragem pertencente a Furnas, a Usina de Funil, utilizando esta técnica.

Pretensão que somente foi conseguida quando da realização de duas campanhas de monitoramento, em 29/11/2005 e em 20/04/2006, tendo o autor participado de ambas. O autor vem desenvolvendo levantamentos por tecnologia GPS desde 2004 e o orientador teve como tema de mestrado e doutorado a utilização de GPS, participando, como consultor, de estudos de monitoramento de deslocamentos da rede geodésica na usina de Itaipu.

A técnica geodésica utilizada atualmente para o monitoramento dos deslocamentos horizontais é a ressecção. Esta demanda intervisibilidade entre as estações de referência e os alvos a serem monitorados, acarretando dificuldades operacionais em barragens que não possuam afloramento rochoso ou rocha sã a pouca profundidade – o que é necessário para a implantação de pilares para as estações de referência. Esta dificuldade pode ser superada pela utilização da técnica GNSS, uma vez que a rede de referência não precisa ser implantada nas proximidades do sítio do empreendimento.

Para a elaboração da pesquisa serão utilizados os dados das campanhas realizadas em Funil. Serão utilizados programas de pós-processamento pertencentes a Furnas e planilha Excel para o ajustamento em rede, além de computadores do tipo PC e programas de escritório pertencentes a Furnas, UERJ ou ao autor.

## **Hipótese**

Os levantamentos geodésicos utilizando tecnologia GNSS atingem grau de precisão compatível para a detecção dos deslocamentos horizontais em barragens de concreto, medidos com a técnica de ressecção.

## **Descrição dos Capítulos**

O presente trabalho está dividido em Introdução, Fundamentação Teórica, Materiais e Métodos, Conclusões, Referências, Apêndices e Anexos.

No capítulo referente à Introdução, são mostrados os objetivos gerais e específicos, a hipótese que norteia esta dissertação, bem como cita as técnicas a serem utilizadas no decorrer do trabalho.

Os capítulos Ajustamento de Observações, Monitoramento de Deslocamentos e Estruturas Geodésicas referem-se à Fundamentação Teórica, neles serão descritos os conceitos fundamentais para o entendimento do trabalho. Com esses capítulos não se pretende esgotar os assuntos tratados, e sim descrever sucintamente cada assunto e apontar para as Referências Bibliográficas, para que o leitor possa buscar informações mais detalhadas nos autores originais. Como os diversos tópicos a serem apresentados demandam conhecimento de alguns conceitos sobre Ajustamento de Observações, optou-se por descrever este tópico em primeiro lugar; a seguir são tecidas algumas considerações sobre o Monitoramento de Deslocamentos e as técnicas empregadas neste trabalho, ressecção e GNSS. Por último aborda-se o conceito de Estruturas Geodésicas, que fornecerão os modelos utilizados para ajustamento das coordenadas oriundas do GNSS e da ressecção.

No capítulo Materiais e Métodos serão relatados os materiais e métodos utilizados na pesquisa para comprovar e testar a hipótese proposta.

Finalmente, as Referências Bibliográficas contêm os textos referidos no corpo da presente Dissertação.

## 1. AJUSTAMENTO DE OBSERVAÇÕES

Para começar este item nada melhor que as palavras de (GEMAEL, 1994, p. 11):

Quem dá os primeiros passos na análise de observações começa por fazer uma concessão: abdicar da pretensão de obter o valor verdadeiro de uma grandeza medida. [...] As observações conduzidas pelo homem se caracterizam pela inevitável presença de “erros de medida”. Erros que decorrem não apenas das falhas humanas [sic] mas também da imperfeição do equipamento e da influência das condições ambientais nas quais se processa a mensuração.

Para minimizar a influência destes erros inevitáveis, é mister que sejam apropriadamente modelados e que as observações passem por um processo de ajustamento, ou seja, um processo que garanta estimadores de mais alta probabilidade. Para tanto é imprescindível que a quantidade de observações supere o número de incógnitas, tendo assim superabundância de dados.

As observações provenientes da ressecção e do GNSS, necessitam, por serem indiretas, estar conformadas por modelos matemáticos convenientes que, uma vez ajustados, fornecerão as melhores estimativas, assim como as precisões internas alcançadas.

O valor mais provável de um conjunto de observações de uma mesma grandeza, realizadas sob as mesmas condições, é dado pela sua média aritmética. A Equação 1 quantifica a média aritmética de um conjunto homogêneo de observações,

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n l_i}{n}, \quad (1)$$

onde  $\bar{X}$  é a média aritmética;  $l_i$  é o  $i$ -ésimo valor observado de cada elemento do conjunto de dados;  $n$  é o número de elementos do conjunto.

Os resíduos, ou desvios, são definidos como a diferença entre o valor adotado como mais provável, neste caso a média aritmética, e o valor de cada observação:

$$v_i = \bar{X} - l_i \quad (2)$$

Dentro dos objetivos do Ajustamento de Observações, além da obtenção dos valores mais prováveis para os parâmetros a determinar, está incluída a estimativa da precisão interna e a verificação da precisão externa das medidas. Primeiramente, é mister definir o termo precisão e suas classificações.

Precisão indica um intervalo em que os erros podem ocorrer com uma determinada probabilidade. A probabilidade usualmente empregada em engenharia é de 95% (noventa e cinco por cento), o que corresponde a um afastamento em relação ao valor mais provável, na distribuição gaussiana, de 1,96 vezes o desvio-padrão (também denominado erro médio quadrático).

Quando se determina, em um conjunto de observações, a dispersão em torno do valor mais provável, no caso a média dessas observações, se está determinando a precisão interna (interna ao conjunto das observações).

Quando o valor mais provável de uma observável, ou dos parâmetros que foram determinados pelo ajustamento, é externo ao conjunto das observações, isto é, quando se dispõe de valores-padrão para a(s) grandeza observada(s), ou para os parâmetros determinados, que independem do conjunto das observações, se está determinando a precisão externa.

Os catálogos dos fabricantes dos equipamentos de engenharia indicam a dispersão em torno do valor mais provável (média aritmética) – precisão interna, portanto - em termos de distância referida ao erro médio quadrático ou desvio-padrão instrumental (1 x a distância corresponde a uma probabilidade de ocorrência de 68%, 1,645 x a distância corresponde a 90% de probabilidade, 1,96 x a distância implica na probabilidade de 95% e 3 x a distância indica 99,7% de probabilidade – ou, em engenharia, erro máximo admissível).

Nos sítios, ou nos laboratórios de calibração procede-se à aferição por comparação com valores-padrão e, conseqüentemente, determina-se a precisão externa.

No caso deste trabalho, será adotada a matriz de covariâncias, e seus derivados, como representação da precisão interna. No caso da verificação da estabilidade dos pilares da rede geodésica, serão adotados como padrão externo as observações da ressecção, uma vez que consiste em uma técnica de notória confiabilidade.

A Equação 3 quantifica a variância de um mesmo conjunto de observações,

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{X} - l_i)^2}{n - 1}, \quad (3)$$

onde  $s^2$  representa a variância amostral de um conjunto de dados; e os outros valores seguem a nomenclatura anterior.

Em resumo, o Ajustamento de Observações tem por objetivo:

- Determinar a estimação de mais alta probabilidade para cada uma das grandezas envolvidas no problema, isto é, obter as estimativas que ostentem variância mínima;
- Calcular a precisão interna das grandezas e as correlações entre os parâmetros;
- Verificar, quando possível, a precisão externa.

Neste trabalho, a estimação foi obtida através do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ). Este se baseia no critério de minimização do somatório dos quadrados dos resíduos. Ao cumprir tal condição, o MMQ fornece o estimador de mais alta probabilidade para as grandezas a determinar, isto é, o que apresenta a menor variância. O estimador fornecido pelo MMQ é, no caso de ausência de *outliers*, também um estimador de máxima verossimilhança.

Ao ser realizado um ajustamento, além dos valores mais prováveis das grandezas observadas, também é estimada a Matriz de Covariâncias (MC – usualmente chamada Matriz Variância-Covariância (MVC)). Esta matriz é simétrica e definida positiva, sendo, portanto, de posto completo<sup>1</sup>.

Segundo Gemael (1994), o ajustamento pelo MMQ pode ser realizado a partir de três concepções distintas, a saber:

- **Modelo Paramétrico** ou **Modelo das Equações de Observação**: as observações podem ser expressas como função dos parâmetros a serem determinados;
- **Modelo dos Correlatos** ou **Modelo Condicionado**: as observações devem satisfazer determinadas condições;
- **Modelo Combinado**: é utilizado nas situações em que ambos os critérios acima ocorrem.

---

<sup>1</sup> **Posto** – Quantidade de linhas (ou colunas) linearmente independentes de uma matriz. Alternativamente, quantidade de linhas não-nulas quando a matriz está sob a forma escalonada. Indica-se o posto da matriz A, por posto (A). O posto será completo quando  $\text{posto}(A) = \text{mínimo}(m, n)$ , onde m é o número de linhas e n o número de colunas.

## 1.1 Modelo Paramétrico

Dentre os modelos apresentados, foi escolhido o Modelo Paramétrico. Uma vez que se pretende calcular as coordenadas dos pilares e do alvo a ser monitorado, estas coordenadas podem ser expressas como função das observações. Na seqüência, será feita uma descrição dos passos a serem seguidos em um ajustamento pelo Modelo Paramétrico, quando o modelo matemático adotado é não-linear, com base em (GEMAEL, 1994).

Sejam:

m: número de equações de observação;

n: número de incógnitas do problema;

m – n: grau de liberdade do ajustamento;

$L_b$ : vetor (m x 1) dos valores observados;

$L_a$ : vetor (m x 1) dos valores ajustados;

V: vetor (m x 1) dos resíduos;

K: é o passo da iteração;

J: matriz (m x n), denominada matriz Jacobiana (Design Matrix), que contém as derivadas direcionais em relação aos parâmetros;

$X_K$ : vetor (n x 1) dos parâmetros, no passo K da iteração;

$\Delta X_K$ : vetor (n x 1), no passo K da iteração, contendo as correções à matriz  $X_{K-1}$ ;

$X_a$ : vetor (n x 1), contendo os parâmetros ajustados.

Assim,

$$L_b + V = L_a, \quad (4)$$

$$X_K = X_{K-1} + \Delta X_K. \quad (5)$$

Para que se possa processar o ajustamento pelo Modelo Paramétrico, faz-se necessário que as observações ajustadas sejam função dos parâmetros ajustados, ou seja,

$$L_a = F(X_a). \quad (6)$$

Fazendo  $X_a = X_K$  e substituindo-o na Equação 6, pelo segundo membro da Equação 5, tem-se que

$$La_K = F(X_{K-1} + \Delta X_K). \quad (7)$$

Substituindo  $La_K$  na Equação 7, pela sua expressão oriunda da Equação 4 e linearizando o segundo membro da Equação 7 por sua respectiva série de Taylor, vem:

$$L_b + V_K = F(X_{K-1} + \Delta X_K) \approx F(X_{K-1}) + \left. \frac{\partial F}{\partial X_K} \right|_{X_K=X_{K-1}} \Delta X_K, \quad (8)$$

onde

$$J_K = \left. \frac{\partial F}{\partial X_K} \right|_{X_K=X_{K-1}}$$

A linearização se dá através do truncamento das séries de Taylor, a partir do termo de primeira ordem, exclusive.

Assim, a Equação 9 estima os resíduos,

$$V_K = J_K \Delta X_K + F(X_{K-1}) - L_{b_K} = J_K \Delta X_K + L_K. \quad (9)$$

A Equação 9 representa, desta maneira, o modelo matemático linearizado do Modelo Paramétrico (GEMAEL, 1994, p.118).

Deve-se minimizar, tal como preconizado pelo MMQ, a forma quadrática fundamental, que expressa o somatório dos quadrados dos resíduos:

$$V^T P V = (J \Delta X + L)^T P (J \Delta X + L), \quad (10)$$

onde  $P$  é a Matriz dos Coeficientes de Peso, e é igual a

$$P = \hat{\sigma}_0^2 \Sigma_{Lb}^{-1}, \quad (11)$$

onde  $\sigma_0^2$  é a variância de unidade do peso *a priori* e  $\Sigma_{Lb}$  é a Matriz de Covariâncias das observações brutas.



Do Cálculo Diferencial, sabe-se que uma função alcança um ponto estacionário quando sua derivada primeira é nula. Assim, derivando a Equação 10 em relação às correções aos parâmetros, igualando cada uma das derivadas direcionais a zero, a solução para as correções aos parâmetros é dada por:

$$\Delta X_K = -(J_K^T P J_K)^{-1} J_K^T P L_K. \quad (12)$$

A Equação 12 representa correções aos valores iniciais. Para a demonstração completa, recomenda-se (GEMAEL, 1994, p.119).

No passo K da iteração, são calculados: a matriz Jacobiana ( $J_K$ ); o vetor  $F(X_{K-1})$ ; o vetor  $L_K$ ; o vetor  $\Delta X_K$ , a partir da Equação 12. Pela Equação 9, os resíduos  $V_K$ . O passo K+1 da iteração será efetuado se os valores corretivos não satisfizerem a um determinado critério de parada.

A obtenção da convergência dependerá da qualidade das estimativas iniciais para os parâmetros e do próprio modelo funcional.

Dentro dos objetivos do ajustamento, conforme descrito anteriormente, está estimar a precisão interna dos parâmetros, o que se consegue através da MC

$$\sum_x = \hat{\sigma}_0^2 (J^T P J)^{-1}, \quad (13)$$

onde  $\sum_x$  é a Matriz Covariância dos parâmetros;  $\hat{\sigma}_0^2$  é o fator de variância *a posteriori*, sendo valorado pela Equação 14,

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{m - n}, \quad (14)$$

na qual os elementos foram definidos anteriormente.

## 1.2 Propagação de Covariâncias

Variável aleatória é toda variável associada a uma função mensurável (função de probabilidade) que, por sua vez, mapeia um espaço de probabilidade a um espaço mensurável (qualquer intervalo na reta dos reais, ou no plano dos complexos).

A função de probabilidade é, portanto, aquela que atribui a cada valor da variável aleatória sua probabilidade de ocorrência, devendo satisfazer as condições impostas pela Equação 15:

$$0 \leq P(X = x_i) \leq 1 \quad \text{e} \quad \sum_1^n P(X = x_i) = 1 \quad (15)$$

Se o resultado de um experimento pode ser expresso por apenas um valor numérico, a variável aleatória se diz unidimensional, como exemplo pode-se citar o lançamento de um dado.

Caso o experimento seja o lançamento de dois dados, o lançamento do primeiro dado pode ser considerado como uma variável aleatória e o lançamento do segundo, como outra variável aleatória. A composição das duas variáveis forma uma variável aleatória bidimensional.

Considerando duas variáveis aleatórias n-dimensionais Y e X, em que Y é função linear de X, conforme a Equação 16:

$${}_m Y_1 = {}_m G_{n n} X_1 + {}_m C_1 \quad (16)$$

Aplicando-se o operador  $E\{ \}$ , esperança matemática, a ambos os membros da Equação 16 anterior, tem-se a Equação 17:

$$U_Y = E\{Y\} = E\{GX + C\} = GE\{X\} + C \quad (17)$$

Sabe-se que a matriz covariância de uma variável aleatória X é (Equação 18):

$$\Sigma_X = E\{(X - U_X)(X - U_X)^T\} \quad (18)$$

Assim, para a Y, tem-se (Equação 19):

$$\Sigma_Y = E\{(Y - U_Y)(Y - U_Y)^T\} \quad (19)$$

Substituindo Y e  $U_Y$  por seus valores dados nas Equações 16 e 17:

$$\begin{aligned}
\Sigma_Y &= E\left\{GX + C - GE(X) - C\left[(GX + C - GE(X) - C)\right]^T\right\} \\
\Sigma_Y &= E\left\{GX - GE(X)\left[GX - GE(X)\right]^T\right\} \\
\Sigma_Y &= E\left\{G[X - E(X)]\left[G(X - E(X))\right]^T\right\} \\
\Sigma_Y &= E\left\{G[X - E(X)]\left[X - E(X)\right]^T G^T\right\} \\
\Sigma_Y &= GE\left\{[X - E(X)]\left[X - E(X)\right]^T\right\} G^T \\
\Sigma_Y &= G\Sigma_X G^T
\end{aligned} \tag{20}$$

Tendo a variável aleatória  $Y$  dependência não-linear com a variável aleatória  $X$ , conforme a Equação 21:

$$Y = F(X) \tag{21}$$

Linearizando por série de Taylor (Equação 22):

$$Y = F(X) \cong F(X_0) + \left. \frac{\partial F}{\partial X} \right|_{X=X_0} (X - X_0) \tag{22}$$

A lei de propagação fica, para o caso não-linear (Equação 23):

$$\Sigma_Y = D\Sigma_X D^T \tag{23}$$

Com a matriz  $D$  sendo dada pela Equação 24:

$$D = \left. \frac{\partial F}{\partial X} \right|_{X_0} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \frac{\partial y_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial y_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial y_2}{\partial x_1} & \frac{\partial y_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial y_2}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial y_m}{\partial x_1} & \frac{\partial y_m}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial y_m}{\partial x_n} \end{bmatrix}_{X_0} \tag{24}$$

### 1.3 Elipsoide de Erros

Existem diversas formas de se verificar a probabilidade da imutabilidade de pontos pertencentes a uma rede geodésica ou de alvos que serão monitorados em uma estrutura civil.

Ribeiro (2008, p. 75); Chaves (1994, p.20) utilizam o teste de congruência global que se baseia na razão entre variâncias, fazendo uso da distribuição  $F$ .

Nesta dissertação será testada a utilização do elipsoide de erros para a constatação de movimentos dos pilares geodésicos e dos alvos instalados na barragem, valendo-se, também, do conceito de elipsoide de confiança.

Segundo Leick (2004, p. 141), os elipsoides de confiança podem ser considerados como ferramentas para se atestar o grau de precisão interna e externa de um ajustamento. Neste trabalho, em específico, serão utilizados para se testar a estabilidade em cada uma das técnicas e testar a compatibilidade entre os métodos.

Supondo que em uma primeira campanha, normalmente denominada de campanha 0, foram proporcionados, para um ponto, o vetor  $X_0$  das coordenadas da campanha 0 e a respectiva matriz de covariância,  $\Sigma_{X_0}$ . Uma segunda campanha proporcionou para o mesmo ponto P, o vetor de coordenadas  $X_1$  e a matriz de covariância,  $\Sigma_{X_1}$ . Adaptado de (GEMAEL, 1994, p. 231-232).

A Equação 25 representa os vetores das coordenadas de cada uma das campanhas.

$$X_0 = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}, X_1 = \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

A Equação 26 representa as matrizes de covariância da campanha 0 e da campanha 1, bem como a matriz de covariância resultante das duas campanhas.

$$\Sigma_0 = \begin{bmatrix} \sigma_{X_0}^2 & \sigma_{X_0Y_0} & \sigma_{X_0Z_0} \\ \sigma_{X_0Y_0} & \sigma_{Y_0}^2 & \sigma_{Y_0Z_0} \\ \sigma_{X_0Z_0} & \sigma_{Y_0Z_0} & \sigma_{Z_0}^2 \end{bmatrix}, \Sigma_1 = \begin{bmatrix} \sigma_{X_1}^2 & \sigma_{X_1Y_1} & \sigma_{X_1Z_1} \\ \sigma_{X_1Y_1} & \sigma_{Y_1}^2 & \sigma_{Y_1Z_1} \\ \sigma_{X_1Z_1} & \sigma_{Y_1Z_1} & \sigma_{Z_1}^2 \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$\Sigma_{0,1} = \begin{bmatrix} \Sigma_0 & 0 \\ 0 & \Sigma_1 \end{bmatrix}$$

Para este trabalho as campanhas serão consideradas independentes.

As diferenças entre as coordenadas de ambas as campanhas formam o vetor-deslocamento, conforme a Equação 27.

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 - X_0 \\ Y_1 - Y_0 \\ Z_1 - Z_0 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Por propagação tem-se que a matriz de covariâncias do vetor-deslocamento é

$$\Sigma_{\Delta} = G\Sigma_{1,2}G^T, \quad (28)$$

onde a matriz G é dada pela Equação 29,

$$G = [-I_3 \quad I_3] \quad (29)$$

O módulo do vetor-deslocamento é dado pela Equação 30,

$$d = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}. \quad (30)$$

A variância do deslocamento é dada pela Equação 31,

$$\Sigma_d = \sigma_d^2 = D\Sigma_{\Delta}D^T, \quad (31)$$

onde a matriz D é dada pela Equação 32,

$$D = \frac{1}{d}[\Delta X \quad \Delta Y \quad \Delta Z]. \quad (32)$$

Tendo-se o módulo do vetor-deslocamento (Equação 30) e sua respectiva variância (Equação 31) pode ser verificada a estabilidade, sob o ponto de vista estatístico, dos alvos e dos pilares de uma rede geodésica, formulando-se duas hipóteses, a Hipótese Nula ou Hipótese Básica ( $H_0$ ) e a Hipótese Alternativa ( $H_1$ ).

Para o caso em tela, a Hipótese Nula será dada pela Equação 33,

$$H_0 : d = 0, \quad (33)$$

ou seja, que o deslocamento é considerado nulo.

A Hipótese Alternativa será dada pela Equação 34,

$$H_1 : d \neq 0, \quad (34)$$

indicando um teste bilateral.

Para o teste será utilizada a Distribuição Normal, uma vez que os processos de medição em levantamentos geodésicos seguem esta distribuição. (LEICK, 2005, p. 94).

Deste modo, utilizando-se um nível de significância de 5%, Chaves (1994, p.22); Ribeiro (2008, p.145), calcula-se como sendo de 1,96 o valor multiplicativo do desvio padrão. Deste modo, o deslocamento será estatisticamente significativo se

$$d > 1,96 \cdot \left| \sqrt{\sigma_d^2} \right|, \quad (35)$$

caso contrário a incerteza é maior que a grandeza medida, o que impossibilita a refutação da hipótese nula e conseqüentemente não se pode afirmar que houve deslocamento.

## 2. MONITORAMENTO DE DESLOCAMENTOS

O estudo de comportamento das obras de engenharia, em especial as estruturas de barragens, tem aumentado nos últimos anos. Pode-se afirmar que qualquer corpo sofre mudanças no espaço e no tempo. O comportamento dos objetos deformáveis pode ser conhecido pelas medidas de seus deslocamentos, pois os parâmetros das deformações são matematicamente representados pelas derivadas parciais da função deslocamento. (SANTOS, 1999, p.37).

As mudanças geométricas de uma estrutura ocorrem na geometria externa, caracterizando um deslocamento, ou na geometria interna, caracterizando as deformações da estrutura, Chaves (1994, p.4). Contudo, como a deformação é função dos deslocamentos, pode-se concluir que toda deformação é precedida do deslocamento, entretanto nem todo deslocamento vai originar deformações.

Segundo Chaves (1994, p. 5), as mudanças na geometria externa têm como resultado mensurável a variação da posição e da orientação da estrutura, como um todo, em relação a um determinado referencial; contudo o tamanho e a forma da estrutura permanecem inalterados, assim, não há deslocamento relativo entre os pontos internos da estrutura.

As deformações, por seu curso, podem ser consideradas como alterações na geometria interna de uma estrutura, causando mudanças de forma e ou de tamanho. As deformações ocorrem no espaço e no tempo, sendo conveniente referir as mudanças geométricas a uma época inicial, que é denominada de época zero. Normalmente, dá-se o nome de campanha zero àquela realizada para levantar as coordenadas dos alvos na época zero. Em seguida, são realizadas campanhas periódicas para a determinação de novas coordenadas que serão comparadas estatisticamente com as da campanha zero para que se quantifique o deslocamento, caso tenha ocorrido.

Neste trabalho será dada ênfase à quantificação do deslocamento, uma vez que os parâmetros de deformação são obtidos a partir da definição de uma função deslocamento. A quantificação será dada pela subtração das coordenadas de uma campanha em relação à campanha anterior.

Existem diversas técnicas para o monitoramento de deslocamentos horizontais, contudo elas devem fornecer precisões compatíveis com a grandeza a que pretendem medir.

Chen (1988) apud Chaves (1994, p.49) coloca que para uma barragem de concreto deve se ter precisão de 1 e 1,5 mm para a componente horizontal e para a componente vertical.

Este trabalho será desenvolvido sob a égide da Geodésia, sendo focada a utilização, dentre os sistemas GNSS e sem perda da generalidade, do GPS para a determinação das coordenadas das diversas campanhas. A seguir serão citadas as duas técnicas geodésicas que serão estudadas neste trabalho.

## 2.1 Ressecção

Segundo Oliveira (1987, p.489), ressecção é definida como “a determinação gráfica ou analítica de uma posição, como a intersecção, no mínimo de três linhas de direção conhecida para os pontos correspondentes da posição conhecida.” De posse destas medidas são calculadas as coordenadas de todos os pontos da rede geodésica.

Quando se observa, em um referencial 3D, distâncias entre estações conhecidas e um alvo, as observações estabelecem um conjunto de três, ou mais, esferas, dependendo do número de estações fixas utilizadas – trisferação ou poliesferação. Os valores mais prováveis para as coordenadas do alvo são determinados por ajustamento das observações e correspondem à posição espacial mais provável para o alvo.

Este tipo de observação foi estabelecido como analogia à antiga intersecção à ré; razão pela qual pode ser corretamente denominada por ressecção – plana em determinações 2D e espacial nas determinações 3D.

Para a utilização da ressecção, é preciso primeiramente estabelecer uma rede de pilares que possam ser considerados como possuidores de altas estabilidades dimensional e posicional, o que se garante pela construção dos pilares de concreto armado engastados em rocha, ou especialmente projetados para terem estabilidade garantida. São estabelecidos alvos ao longo das estruturas a serem monitoradas.

As distâncias entre os diversos pilares e entre os pilares e os alvos são medidas com o distanciômetro eletrônico acoplado a um teodolito ou com estação total; havendo, portanto, necessidade de intervisibilidade entre os pilares e entre os pilares e os alvos. Deste modo, algumas barragens em que nas proximidades não existam locais apropriados à implantação de



redes de pilares de concreto, o monitoramento por ressecção se torna impraticável, implicando no estudo de outras técnicas.

A ressecção espacial se baseia no modelo matemático da distância entre o alvo e as estações de coordenadas conhecidas – equação do raio da esfera:

$$d = \sqrt{(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2 + (z_a - z_b)^2} \quad (36)$$

No trabalho em questão, a rede de pilares é observada e, em seguida, as distâncias a cada alvo da barragem são medidas a partir dos pilares, considerados fixos e que materializam o sistema de coordenadas, dos quais se tem visibilidade, sendo em seguida processado o ajustamento das observações para se chegar às coordenadas mais prováveis dos alvos.

## 2.2 GNSS – Global Navigation Satellite System

Como a técnica de monitoramento utilizando GPS é a ênfase deste trabalho, e como os princípios são os mesmos para os demais GNSS em operação (Glonass e Galileo), optou-se por descrevê-la com maior detalhamento, entretanto os resultados que serão apresentados neste trabalho são aplicáveis aos demais sistemas que compõem o GNSS.

Desde os primórdios o ser humano vem lidando com o problema posicional. Posicionar um objeto é aqui entendido como o ato de atribuir coordenadas a este objeto em relação a um sistema de coordenadas específico. O homem sempre se interessou por saber onde se encontrava no espaço geográfico. Inicialmente, o posicionamento era restrito à vizinhança, o grande salto ocorreu com a navegação marítima, quando o interesse passou a se ampliar cada vez mais. (MONICO, 2008, p.29).

Assim, as navegações marítimas do século XV, trouxeram um grande impulso para a ciência e a tecnologia do posicionamento. Conquistar novas fronteiras, de forma que a navegação fosse segura exigia o domínio da navegação. Assim, novas ferramentas foram inventadas ou importadas de outras regiões, de modo a fazer com que a navegação das embarcações fosse mais segura do que o era até então, trazendo benefícios no fluxo de mercadorias no emergente comércio europeu. (MONICO, 2008, p.29).

No século XX, com o aperfeiçoamento da eletrônica, houve grandes avanços para o posicionamento, e desta maneira foram criados sistemas de navegação baseados em ondas de rádio com estações em Terra. Além disso, a guerra fria trouxe à tona a corrida espacial e o lançamento do satélite russo Sputnik, em 4 de outubro de 1957, decretou novos rumos às técnicas de posicionamento. Logo que foram recebidos os primeiros sinais deste satélite artificial, os cientistas aventaram a possibilidade de utilizá-los para o cálculo da sua órbita valendo-se do efeito Doppler, e, em seguida, a notável capacidade especulativa do ser humano levou-o ao caminho inverso: conhecidas as posições dos satélites, o efeito Doppler permitiria a determinação de posições sobre a superfície do planeta.

Como consequência, os cientistas e engenheiros se empenharam em operacionalizar um sistema de posicionamento, o que foi conseguido em 1967, com o Navy Navigation Satellite System (NNSS, Sistema de Navegação por Satélite da Marinha), conhecido como TRANSIT. Leick (2004, p.72). Este sistema, no entanto era muito limitado, pois possuía poucos satélites, as órbitas eram baixas e o tempo de permanência do satélite acima do horizonte do observador era curto. (MONICO, 2008, p. 30).

Segundo Monico (2008 p. 30), a solução definitiva para este problema veio com o surgimento, no final da década de 1970, do Global Positioning System (GPS, Sistema de Posicionamento Global).

Este sistema foi desenvolvido pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos para ser o sistema de navegação das forças armadas; contudo, devido ao nível de precisão alcançado, surgiram usuários civis em diversos campos, tais como, navegação civil, posicionamento geodésico, agricultura, controle de frotas, entre outros, (MONICO, 2008, p. 31).

O Sistema GPS é composto, minimamente, por 24 satélites artificiais com órbitas quase circulares e emitindo sinais de rádio, o que garante pelo menos quatro satélites acima do horizonte, em qualquer hora do dia e sob quaisquer condições climáticas, proporcionando o posicionamento 3D e ainda a correção de erros inerentes aos relógios dos satélites. Os sinais são modulados, em fase, por ondas portadoras da banda L de rádio frequência.

Uma das vantagens do posicionamento por GPS é não necessitar de intervisibilidade entre duas estações terrestres, deve existir somente entre o receptor e os satélites em órbita.

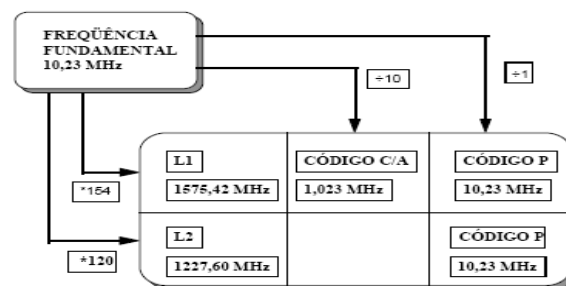
### 2.2.1 Observáveis GPS

As observáveis básicas envolvidas em levantamentos geodésicos por tecnologia GPS são a pseudodistância, a partir do código binário pseudorrandômico, e a fase da frequência de batimento entre o sinal recebido do satélite e o sinal gerado pelo oscilador da rastreadora.

Como as campanhas foram realizadas entre 2005 e 2006, as características dos sinais serão descritas conforme aquela época. No Apêndice A, estas características serão pormenorizadas, incluindo a nova onda portadora e o terceiro código.

Cada satélite GPS transmite dois sinais para os propósitos de posicionamento: o sinal L1, com frequência de 1575,42 MHz ( $154 \times 10,23$  MHz) e L2, com 1227,60 MHz ( $120 \times 10,23$  MHz). A frequência de 10,23 MHz é denominada frequência fundamental.

Modulados na portadora L1 estão a mensagem de navegação e os códigos pseudo-aleatórios (PRN) C/A e Y (código P criptografado), com duração de 1 ms (1,023 MHz) e uma semana (10,23 MHz), respectivamente. Na portadora L2 estão modulados as mensagens de navegação e o código Y. As mensagens de navegação contêm informações sobre as efemérides dos satélites, tempo GPS, estado do relógio e do sistema. As características básicas dos sinais estão resumidas na Figura 1.

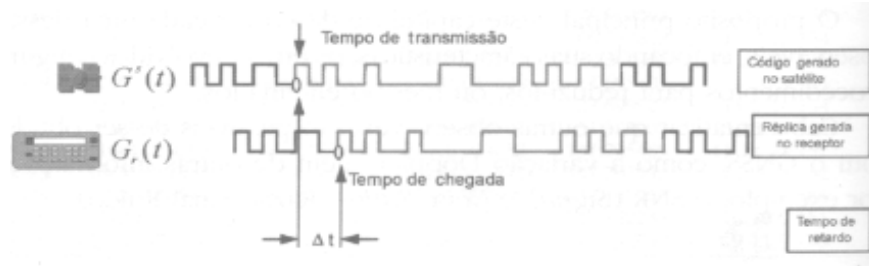


**Figura 1** – Resumo da estrutura dos sinais GPS.

Fonte: (MATSUOKA, 2003, p. 26).

A seguir serão descritas as duas observáveis mencionadas.

### 2.2.1.1 Pseudodistância



**Figura 2** – Medida da pseudodistância. Adaptado de (MONICO 2008, p. 184).

As medidas de distância entre o satélite e a antena do receptor baseiam-se nos códigos binários e pseudo-aleatórios gerados nos satélites ( $G^s(t)$ ) e na suas réplicas geradas no receptor ( $G_r(t)$ ), conforme Figura 2, onde o sobrescrito (s) refere-se ao satélite e o subscrito (r) refere-se ao receptor. O código recebido pelo receptor está desalinhado, devido ao tempo de propagação. Para que haja correlação (alinhamento) entre o código recebido e a réplica, o receptor altera a réplica até o momento em que se obtenha a máxima correlação entre o código gerado e o recebido, fornecendo assim o tempo de propagação do sinal. O tempo de propagação multiplicado pela velocidade da luz ( $c$ ) fornece a distância, considerando-se o meio de propagação como sendo o vácuo, entre a antena do receptor e o satélite. Contudo, devido a uma série de efeitos sistemáticos, incluso a falta de sincronismo entre os relógios dos satélites e do receptor, esta distância deve ser corrigida e, por este motivo, a literatura chama esta observável de pseudodistância.

Segundo Leick (2005, p.172), a pseudodistância é descrita pela Equação 37,

$$P_k^p = (t_k - t^p)c = \rho_k^p(\hat{t}^p) - cd_{\underline{t}_k} + cd\bar{t}^p + I_k^p + T_k^p(t_k) + d_{k,p}^p + \varepsilon_p, \quad (37)$$

onde:  $P_k^p(t_k)$  é a pseudodistância;  $\rho_k^p(\hat{t}^p)$  é a distância geométrica percorrida pela onda, desde o instante da transmissão, no satélite  $p$ , até o instante da recepção, no receptor  $k$ , no vácuo;  $\hat{t}_k$  é o instante da recepção da onda portadora no receptor  $k$ , no vácuo. A leitura do relógio do receptor é dada por  $t_k$  e a diferença entre os dois instantes é  $d_{\underline{t}_k}$ ; sendo  $\hat{t}^p$  o instante de transmissão da onda portadora no satélite  $p$ , no vácuo. A leitura do relógio do satélite é  $t^p$  e a diferença entre eles é  $d\bar{t}^p$ ;  $I_{k,\varphi}^p(t_k)$  é o atraso provocado pela ionosfera;  $T_k^p(t_k)$  é o atraso

devido à refração troposférica, dependendo das condições da troposfera ao longo do caminho percorrido pelo sinal desde o satélite até o receptor;  $d_{k,P}^p$  erro devido ao multicaminhamento;  $\varepsilon_p$  erro na medição da pseudodistância.

Deve-se notar que a Equação 37 está levando em conta os erros dos relógios. Outros termos devem ser acrescentados caso se queira modelar os demais erros envolvidos no procedimento.

Segundo Gemael; Andrade (2004, p.262), a resolução destas medições é de  $0,01\lambda$ , ou seja, de 3 m para o código C/A e 0,30 m para o código P(Y).

Estas resoluções dizem respeito, somente, aos erros de sincronismo dos relógios. Em termos reais, os erros nas observações do código C/A com receptores portáteis, que utilizam mensagem NMEA, situam-se, em planimetria, entre 16 e 22 metros – notadamente pela ausência das correções das refrações ionosférica e troposférica.

#### 2.2.1.2 Fase de batimento da onda Portadora

A frequência de batimento, entre a onda nominal de banda L gerada no receptor e a onda alterada pelo desvio Doppler recebida pela antena desse mesmo receptor, produz um sinal híbrido que tem valor inicial ambíguo e inteiro. Este sinal híbrido foi denominado pelos projetistas do GPS de ADR – Accumulated Delta Range e é comumente referido na bibliografia por “fase da onda portadora” ou por “fase da portadora”, o que, na verdade, não reflete a natureza físico-matemática do problema.

Segundo Leick (2005, p. 173), a observável fase da onda portadora é a soma da parte fracional da onda portadora, que chega ao receptor no instante  $t_k$ , e a quantidade de ondas inteiras entre o receptor e o satélite. A medida da parte fracional da fase da onda portadora tem precisão da ordem de 3,0 e 3,9 mm, respectivamente para L1 e L2, Monico (2008, p. 261). A Equação 38 relaciona estas grandezas e os erros associados, em unidades de ciclo. (adaptada de LEICK, 2005, p.173),

$$\varphi_k^p(t_k) = \frac{f}{c} \rho_k^p(\hat{t}^p) + N_k^p - f(dt_k - d\bar{t}^p) - I_{k,\varphi}^p(t_k) + \frac{f}{c} T_k^p(t_k) + d_{k,\varphi}^p(t_k) + \varepsilon_\varphi, \quad (38)$$

onde:  $\hat{t}_k$  é o instante da recepção da onda portadora no receptor  $k$ , no vácuo. A leitura do relógio do receptor é dada por  $t_k$  e a diferença entre os dois instantes é  $dt_k$ ; sendo  $\hat{t}^p$  o instante de transmissão da onda portadora no satélite  $p$ , no vácuo. A leitura do relógio do satélite é  $t^p$  e a diferença entre eles é  $d\hat{t}^p$ ;  $N_k^p$  indica a ambiguidade inteira; a qual se refere à primeira época de recepção e se mantém constante durante o tempo em que o receptor estiver sincronizado com o satélite;  $I_{k,\varphi}^p(t_k)$  é o avanço da fase da portadora devido a refração ionosférica, este valor é função da frequência do sinal e das condições da ionosfera ao longo do caminho da propagação;  $T_k^p(t_k)$  é o atraso devido à refração troposférica, dependendo das condições da troposfera ao longo do caminho percorrido pelo sinal desde o satélite até o receptor;  $d_{k,\varphi}^p$  erro devido ao multicaminhamento.

### 2.2.2 Erros Sistemáticos no GPS

Os erros nas observações podem ser divididos em: erros grosseiros; sistemáticos e; aleatórios.

Os **erros grosseiros** são resultados de falhas humanas ou dos equipamentos em que as medidas ficam eivadas de tais erros. Os **erros sistemáticos** são provenientes de causas conhecidas, podendo em muitos casos serem modelados matematicamente ou corrigidos pela adoção de critérios de levantamentos; normalmente se identificam os erros sistemáticos pela predileção de sinal (positivo ou negativo). Os **erros aleatórios** são os erros remanescentes, sempre presentes, quando não se tem erros grosseiros e quando não mais restam erros sistemáticos, além do que, observam, na maioria das vezes, uma distribuição gaussiana.

Segundo Andrade; Gemael (2004, p. 287), os erros sistemáticos podem estar nos satélites, no receptor e no meio de propagação das ondas, cabe salientar que esta divisão é apenas didática, uma vez que eles se inter-relacionam e afetam de maneira conjunta as observáveis.

### 2.2.2.1 Erros nos relógios

Os erros sistemáticos que afetam os relógios e, conseqüentemente, o posicionamento com GPS podem estar nos receptores e nos satélites.

#### **Dos satélites:**

Por mais precisos que sejam os relógios a bordo dos satélites, os mesmos estão sujeitos a atrasos, ou seja, estão em defasagem com o tempo a eles associados, a diferença, no caso do GPS, é de no máximo de 1 milissegundo. O valor que eles diferem do tempo GPS faz parte da mensagem de navegação, na mensagem estão os polinômios que corrigem este efeito (MONICO, 2008, p.193).

Uma forma de se eliminar os erros no relógio do satélite é utilizando-se o conceito de posicionamento relativo, que será abordado nos capítulos seguintes.

#### **Dos receptores:**

Os receptores são equipados com osciladores de quartzo, tendo boa estabilidade interna e custo relativamente baixo. Deste modo cada receptor possui sua própria escala de tempo, diferente da do sistema. Contudo, com o posicionamento relativo, os erros nos relógios são praticamente eliminados. (MONICO, 2008, p.229).

### 2.2.2.2 Propagação do sinal

Os sinais provenientes dos satélites propagam-se pela atmosfera dinâmica, atravessando camadas diversas e de estados variáveis, sofrendo, portanto, diferentes tipos de

influências que provocam variações na direção da propagação, na velocidade de propagação, na polarização e na potência do sinal. Para efeitos de posicionamento por GPS, pode-se dividir o meio de propagação dos sinais em troposfera e ionosfera.

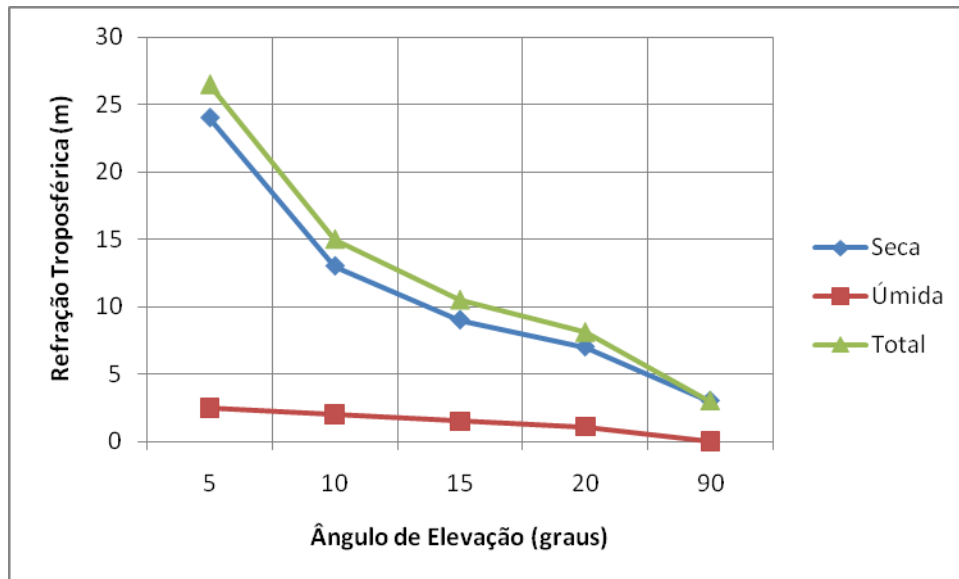
A troposfera estende-se desde a superfície terrestre até entre 40 e 50 km acima, e para frequências abaixo de 30 GHz comporta-se como um meio não dispersivo, ou seja, a refração é independente da frequência do sinal transmitido, dependendo das propriedades termodinâmicas do ar.

A ionosfera é um meio dispersivo, isto significa que a fase de batimento da onda portadora e a modulação sobre ela serão afetadas de forma diferentes, aquela sofrendo um avanço e esta, um atraso. A ionosfera abrange, aproximadamente, a região que vai de 40-50 a 1000-1500 km acima da superfície terrestre. (LEICK, 2005, p.189-190; MONICO, 2008, p.196).

### 2.2.2.3 Refração troposférica

O sinal ao se propagar na camada denominada de Troposfera sofre um atraso, que é causado basicamente por duas componentes: a componente seca (componente hidrostática) e a componente úmida. Segundo Monico (2008, p.196), o efeito da troposfera pode variar de poucos metros até aproximadamente 30 m, sendo função da densidade da atmosfera e do ângulo de elevação do satélite. A Figura 3 ilustra o comportamento das componentes da refração troposférica em função do ângulo de elevação do satélite em relação ao horizonte do receptor.





**Figura 3** – Componentes da Refração Troposférica como função do ângulo de elevação. Adaptado de (MONICO, 2008, p.197).

Como se pode observar pela Figura 3, a componente seca corresponde a aproximadamente 90% do efeito troposférico, além disso, sendo função da temperatura e da pressão atmosférica local, sendo razoavelmente bem predita, pois sua variação é da ordem de 1% ao longo de várias horas. (MONICO, 2008. p. 198).

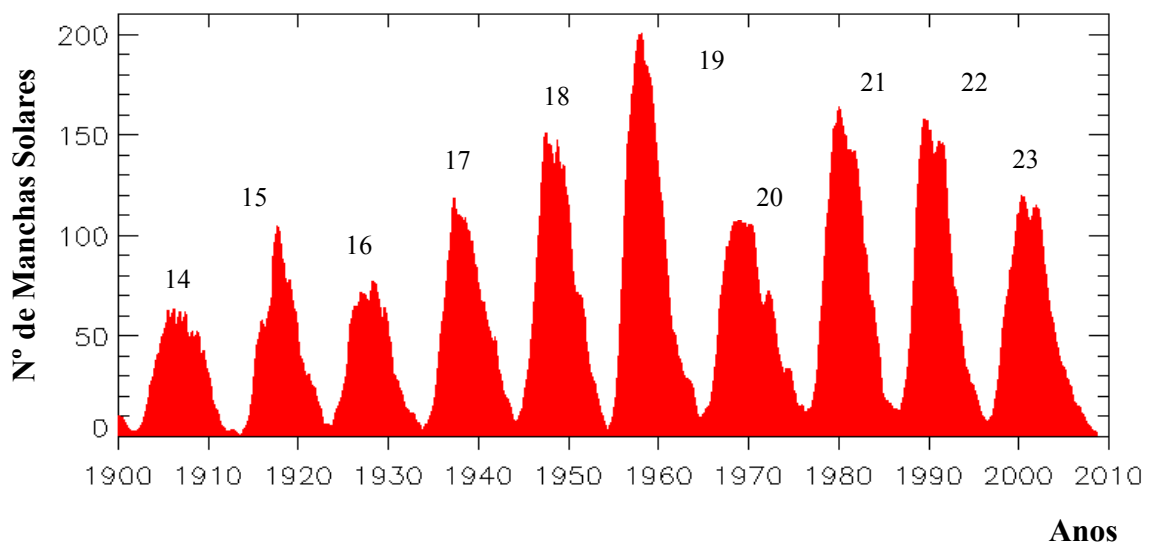
A componente úmida, por seu turno, é responsável por somente 10% do efeito total, sendo função do vapor d'água presente na atmosfera. Apesar de seu efeito ser menor, é de baixa previsibilidade, uma vez que varia em torno de 20% em poucas horas.

#### 2.2.2.4 Refração ionosférica

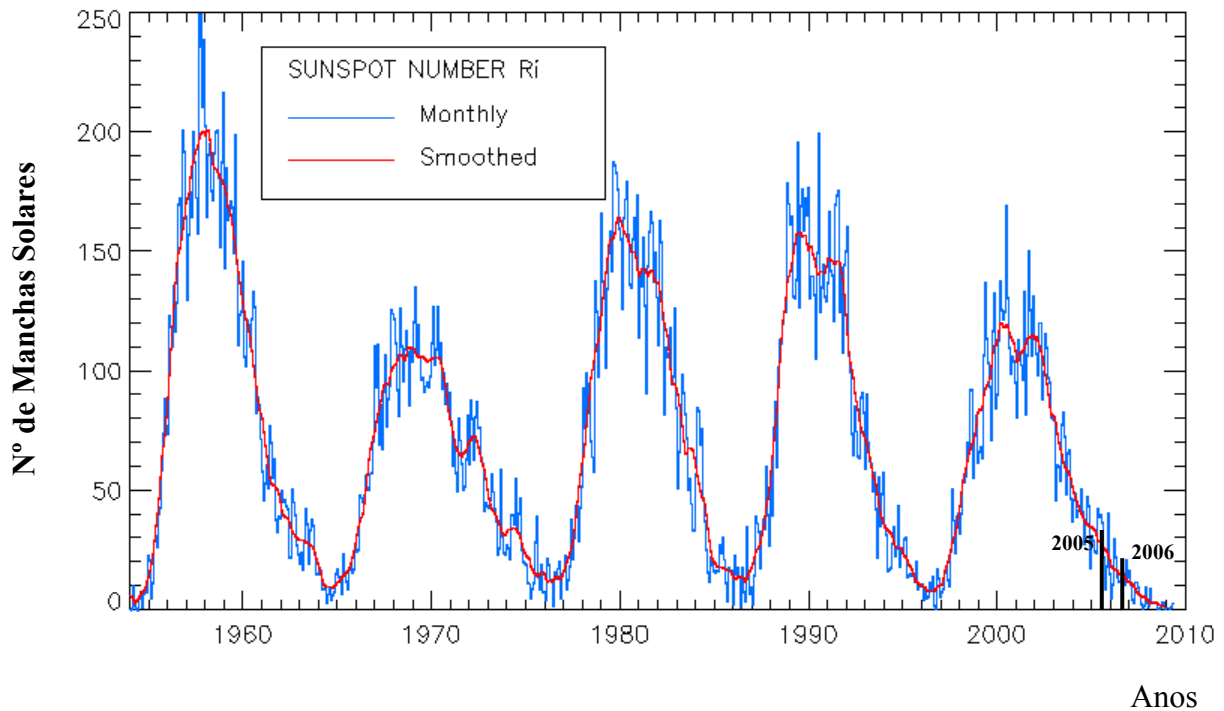
O índice de refração na camada da ionosfera depende da frequência do sinal, sendo proporcional ao *Total Electron Contents* (TEC, Conteúdo Total de Elétrons), que é a quantidade de elétrons presentes ao longo da trajetória de propagação do sinal entre o satélite e o receptor. O TEC varia no tempo e no espaço, em função das variações da radiação solar, da localização e do campo geomagnético, além de existirem anomalias e irregularidades que o afetam. (MONICO, 2008, p.208).

As variações temporais são classificadas em: (MONICO, 2008, p.208-209).

- Diurnas: são provocadas por mudanças que ocorrem em certas regiões da ionosfera e desaparecem à noite, ocorrendo principalmente por conta da radiação solar. Ao longo do dia, a densidade de elétrons depende da hora local. No Brasil, o período de maior concentração de elétrons livres situa-se entre 15:00 e 05:00, com pico às 17:00 TU (Tempo Universal);
- Sazonais: as estações do ano influenciam na variação do TEC. Nos equinócios, os efeitos da ionosfera aumentam, enquanto nos solstícios eles diminuem;
- Ciclos de longos períodos: são variações com períodos de, aproximadamente, 11 anos, estão associados à ocorrência de manchas solares, sendo o aumento da ionização proporcional ao número de manchas. As Figuras 4 e 5 mostram os ciclos de manchas solares e suas variações anuais e mensais.



**Figura 4** – Ciclos solares, no eixo y está o número de manchas solares, no eixo x estão os anos, os números indicam o ciclo. Atualizado em 1º de abril de 2009. Adaptado de: [http://sidc.oma.be/sunspot-index-graphics/sidc\\_graphics.php](http://sidc.oma.be/sunspot-index-graphics/sidc_graphics.php). Acessado em 21 de junho de 2009.



**Figura 5** – Detalhe da quantidade de manchas solares verificadas no ciclo atual (23) e nos quatro ciclos anteriores. Atualizado em 1º de junho de 2009. Adaptado de: [http://sidc.oma.be/sunspot-index-graphics/sidc\\_graphics.php](http://sidc.oma.be/sunspot-index-graphics/sidc_graphics.php). Acessado em 21 de junho de 2009.

A localização também tem grande influência na variação do TEC, sendo função da latitude magnética e do ângulo zenital do Sol. As regiões equatoriais magnéticas são caracterizadas por um alto nível de densidade de elétrons, as regiões de latitudes médias são consideradas isentas de anomalias ionosféricas, enquanto as regiões polares são imprevisíveis. (MONICO, 2009, p.210).

Na Tabela 1 tem-se a influência com que a ionosfera afeta a propagação de sinais em função da frequência:

**Tabela 1** – Efeitos dos atrasos da ionosfera sobre ondas eletromagnéticas.

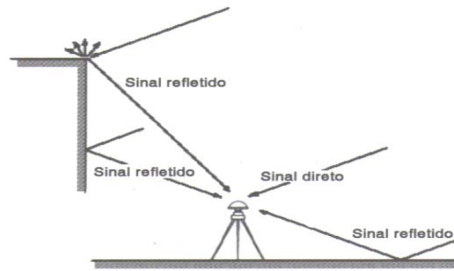
<b>Frequência (MHz)</b>	<b>400</b>	<b>1600</b>	<b>2000</b>	<b>8000</b>
<b>Efeito Médio (m)</b>	50	3	2	0,12
<b>90% maior que (m)</b>	250	15	10	0,6
<b>Efeito Máximo (m)</b>	500	30	20	1,2
<b>Duas frequências (MHz)</b>	150/400	400/2000	1227/1572	2000/80000
<b>Efeito Médio</b>	0,6 m	0,9 cm	0,3 cm	0,04 cm
<b>90% maior que (m)</b>	10 m	6,6 cm	1,7 cm	0,21 cm
<b>Efeito Máximo</b>	36 m	22 cm	4,5 cm	0,43 cm

Fonte: MONICO (2008, p.217).

Pela Tabela 1, pode-se concluir que a utilização de receptores de dupla frequência, diminui sensivelmente o valor do efeito da refração ionosférica. Nos capítulos referentes a combinações lineares das observáveis e em diferentes estações, este assunto será abordado novamente para se saber como a influência do efeito pode ser minimizada e, em alguns casos, possa ser considerada nula.

#### 2.2.2.5 Multicaminho

Segundo Vasconcellos (2001, p.34), o multicaminho é aquele erro que afeta o sinal após este ter sido refletido nos objetos ao redor da estação que estiver sendo levantada, ocorrendo principalmente quando se está próximo a grandes superfícies refletoras, tais como: espelhos d'água; superfícies metálicas; paredes; telhados; etc. A Figura 6 ilustra o multicaminho.



**Figura 6** – Sinais com múltiplas reflexões e que chegam à antena.

Fonte: (MONICO, 2008, p.223).

A frequência dos sinais refletidos é proporcional à distância perpendicular entre a superfície refletora e a antena, inversamente proporcional ao comprimento de onda e função do ângulo de elevação do satélite, onde os sinais provenientes de satélites que estejam em pequenos ângulos acima do horizonte são mais suscetíveis aos efeitos do multicaminho. Cabe salientar que enquanto o receptor está parado em uma estação (levantamento estático), o satélite altera a posição em sua órbita, fazendo com o que o multicaminho seja também função do tempo. (MONICO, 2009, p.222).

Modelar os efeitos do multicaminho é muito difícil. A melhor maneira de minorar seus efeitos é escolher estações que estejam afastadas das superfícies refletoras o suficiente para que a antena não receba sinais refletidos. Para este trabalho foram escolhidas estações com estas características, o que será mostrado com fotografias dos locais rastreados.

### 2.2.3 Combinações Lineares das Observáveis em uma Única Estação

Muitos dos erros mostrados no item anterior podem ser minorados ou mutuamente cancelados ao se fazer combinações entre as observáveis, isto é, entre satélites e estações. Neste item serão tratadas ambas, com ênfase no levantamento relativo.

Uma combinação linear da observável fase da onda portadora,  $\phi_1$  para L1 e  $\phi_2$  para L2, pode ser escrita da seguinte forma: (MONICO, 2008, p.261)

$$CL = m_1\phi_1 + m_2\phi_2 \quad (39)$$

Na Tabela 2 estão as principais combinações lineares utilizadas:

**Tabela 2** – Resumo das principais combinações lineares da observável fase das ondas portadoras.

Observável	$m_1$	$m_2$	$\cong \lambda_{CL} (cm)$	$\cong \sigma_{CL} (mm)$
$L_0$	$\frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \cong 2,546$	$-\frac{f_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2} \cong -1,984$	19,0	9,0
$L'_0$	1	$-\frac{f_2}{f_1} \cong 0,779$	48,0	10,0
$L_{LG}$	$\frac{c}{f_1}$	$\frac{c}{f_2}$		
$L_1$	1	0	19,0	3,0
$L_2$	0	1	24,0	3,9
$L_\Delta$	1	-1	86,2	19,4
$L_\Sigma$	1	1	10,7	2,1
$L_{43}$	4	-3	11,4	9,1
$L_{34}$	5	-4	10,1	10,3

Fonte: (MONICO, 2008, p.262)

Cada uma das combinações acima tem aplicações distintas, sendo que para este trabalho interessam, basicamente, as combinações  $L_0$ ,  $L_1$  e  $L_2$ , explicadas abaixo:

A combinação  $L_0$  é a denominada livre da ionosfera (*ion-free*), na verdade somente os efeitos de primeira ordem da refração ionosférica são eliminados, permanecendo os efeitos de ordens superiores. A utilização desta combinação linear é particularmente importante para o posicionamento a partir de bases longas, maiores que 20 km, Monico (2008, p. 262). O posicionamento relativo, que será visto na Seção 2.2.4, elimina grande parcela do efeito remanescente devido à refração ionosférica.

Em se tratando de linhas de bases curtas, segundo Monico (2008, p. 263), é recomendável que se utilize as observáveis originais, ou seja,  $L_1$  ou  $L_2$  ou ambas individualmente. Estas considerações são corroboradas com as conclusões de Ribeiro (2008, p.154), que menciona serem os resultados, utilizando apenas a observável advinda da portadora  $L_1$ , os que melhor se coadunaram com os parâmetros de controle de qualidade.

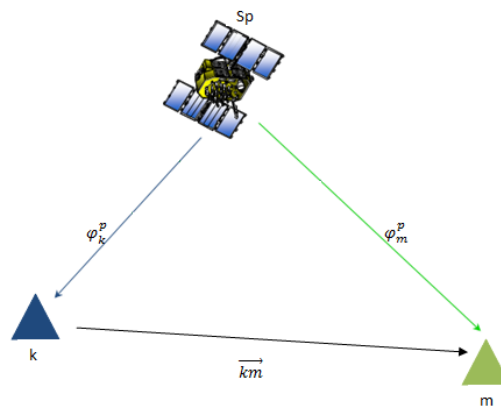
### 2.2.4 Combinações Lineares das Observáveis em Diferentes Estações

Além de se realizar a combinação linear entre as observáveis em uma única estação (Seção 2.2.3), podem ser feitas combinações entre as observáveis em diferentes estações, desde que estejam rastreando os sinais de um mesmo satélite simultaneamente, o que se denomina posicionamento relativo. Nesta hipótese se está pressupondo que uma das estações possui coordenadas conhecidas. A proximidade das estações faz com que alguns erros possam ser considerados os mesmos, acarretando cancelamento quando se tomam as diferenças.

Normalmente, são utilizados três tipos de combinações entre a observável fase da onda portadora, a simples, a dupla e a tripla diferença. Estas combinações serão discutidas a seguir.

#### 2.2.4.1 Simples Diferença

Supondo que um receptor  $k$  e um receptor  $m$  estejam rastreando simultaneamente um satélite  $p$ , podem ser escritas, duas equações para a fase da onda portadora. Ver Figura 7.



**Figura 7** – Simples diferença entre os sinais provenientes do satélite  $Sp$  e que chegam aos receptores  $k$  e  $m$ .

Como os relógios dos satélites são considerados altamente estáveis, assume-se que os erros do relógio do satélite são os mesmos para ambas as estações. Deste modo, a equação da simples diferença fica:

$$\varphi_{km}^p(t) = \frac{f}{c} \rho_{km}^p(\hat{t}^p) + N_{km}^p - f(dt_{-k} - d\bar{t}^p) - I_{km}^p + \frac{f}{c} T_{km}^p(t) + d_{km}(t) + d_{km}^p(t) + \varepsilon_{km}^p \quad (40)$$

Na Equação 40 tem-se os seguintes termos

$$\rho_{km}^p(\hat{t}^p) = \rho_k^p(\hat{t}^p) - \rho_m^p(\hat{t}^p), \quad (41)$$

$$N_{km}^p = N_k^p - N_m^p, \quad (42)$$

$$I_{km}^p = I_k^p - I_m^p, \quad (43)$$

$$T_{km}^p(t) = T_k^p(t) - T_m^p(t), \quad (44)$$

$$d_{km}(t) = d_k(t) - d_m(t), \quad (45)$$

$$d_{km}^p(t) = d_k^p(t) - d_m^p(t), \quad (46)$$

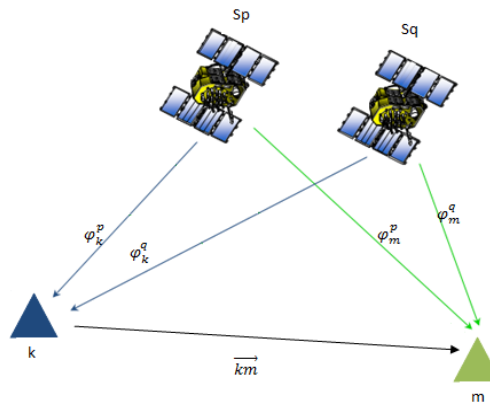
$$\varepsilon_{km}^p(t) = \varepsilon_k^p(t) - \varepsilon_m^p(t). \quad (47)$$

Nota-se que o erro de atraso devido ao hardware dos satélites e o erro do relógio do satélite foram cancelados ao serem tomadas diferenças.

#### 2.2.4.2 Dupla Diferença

A dupla diferença pode ser obtida a partir da observação simultânea dos sinais provenientes de dois satélites, por dois receptores, conforme a Figura 8.





**Figura 8** – Dupla diferença entre os sinais provenientes dos satélites  $Sp$  e  $Sq$ , observados simultaneamente por dois receptores  $k$  e  $m$ .

Caso sejam observados simultaneamente os sinais oriundos de dois satélites,  $p$  e  $q$ , em duas estações diferentes,  $k$  e  $m$ , forma-se a equação da dupla diferença de fase,

$$\varphi_{km}^{pq}(t) = \frac{f}{c} \rho_{km}^{pq}(\hat{t}^p) + N_{km}^{pq} - I_{km}^{pq} + \frac{f}{c} T_{km}^{pq}(t) + d_{km}^{pq}(t) + \varepsilon_{km}^{pq}. \quad (48)$$

Na equação 48:

$$\rho_{km}^{pq}(\hat{t}^p) = \rho_{km}^p(\hat{t}^p) - \rho_{km}^q(\hat{t}^p), \quad (49)$$

$$N_{km}^{pq} = N_{km}^p - N_{km}^q, \quad (50)$$

$$I_{km}^{pq} = I_{km}^p - I_{km}^q, \quad (51)$$

$$T_{km}^{pq}(t) = T_{km}^p(t) - T_{km}^q(t), \quad (52)$$

$$d_{km}^{pq}(t) = d_{km}^p(t) - d_{km}^q(t), \quad (53)$$

$$\varepsilon_{km}^{pq}(t) = \varepsilon_{km}^p(t) - \varepsilon_{km}^q(t). \quad (54)$$

Além dos erros anteriormente mencionados, neste caso também são cancelados as parcelas maiores dos erros dos relógios dos receptores.

Conforme pode ser notado pela Equação 48, a determinação da ambiguidade  $N_{km}^{pq}$  faz-se primordial para o posicionamento. A solução para a ambiguidade pode ser float (flutuante) quando é representada por um número real ou fixa quando se utiliza modelagem matemática específica para tornar a ambiguidade um número inteiro – o que melhor condiz com a realidade, e que é confirmado pela melhora da precisão interna do ajustamento das

observáveis, ao diminuir os valores da diagonal principal da Matriz de Covariâncias dos parâmetros ajustados.

### 2.2.4.3 Tripla Diferença

A Tripla Diferença é obtida a partir da subtração de duas Duplas Diferenças tomadas em épocas distintas, conforme a Equação 55:

$$\Delta\varphi_{km}^{pq}(t_2, t_1) = \varphi_{km}^{pq}(t_2) - \varphi_{km}^{pq}(t_1) \quad (55)$$

A equação para a Tripla Diferença é mostrada a seguir:

$$\Delta\varphi_{km}^{pq}(t_2, t_1) = \frac{f}{c} [\Delta\rho_{km}^{pq}(\hat{t}^p, \hat{t}^q)] + \Delta I_{km}^{pq}(t_2, t_1) + \frac{f}{c} \Delta T_{km}^{pq}(t_2, t_1) + \Delta d_{km}^{pq}(t_2, t_1) + \Delta\varepsilon_{km}^{pq}, \quad (56)$$

na qual:

$$\Delta\rho_{km}^{pq}(\hat{t}^p, \hat{t}^q) = \rho_{km}^{pq}(\hat{t}_2^p, \hat{t}_2^q) - \rho_{km}^{pq}(\hat{t}_1^p, \hat{t}_1^q). \quad (57)$$

A grande vantagem desta combinação é o fato de a ambiguidade se cancelar. As diferenças são tomadas em épocas diferentes, para os mesmos satélites e os mesmos receptores. Dessa forma, essa combinação gera observáveis com alto grau de correlação, trazendo, portanto, dificuldades para a solução numérica do ajustamento.

Normalmente, essa combinação é utilizada como um passo intermediário para fornecer os valores iniciais para a solução da ambiguidade.

### 2.2.4.4 Posicionamento Relativo Estático

Conforme visto, para realizar o levantamento relativo o usuário precisa de pelo menos dois receptores. Modernamente com os Sistemas de Controle Ativo (SCA) o usuário pode ter apenas um receptor e, posteriormente, utilizar os dados da estação pertencente a um SCA

mais próximo da região do rastreo. Os receptores, próprios ou não, devem rastrear simultaneamente os sinais transmitidos pelos satélites.

Resta ainda o problema de saber por quanto tempo deve ser realizado o rastreo. Para este trabalho optou-se por realizar o chamado Levantamento Relativo Estático. Nesta modalidade de rastreo o usuário deve ocupar a estação por pelo menos 20 min, Monico (2008, p.333). Para este trabalho, os rastreios tiveram duração de pelo menos 3 h.

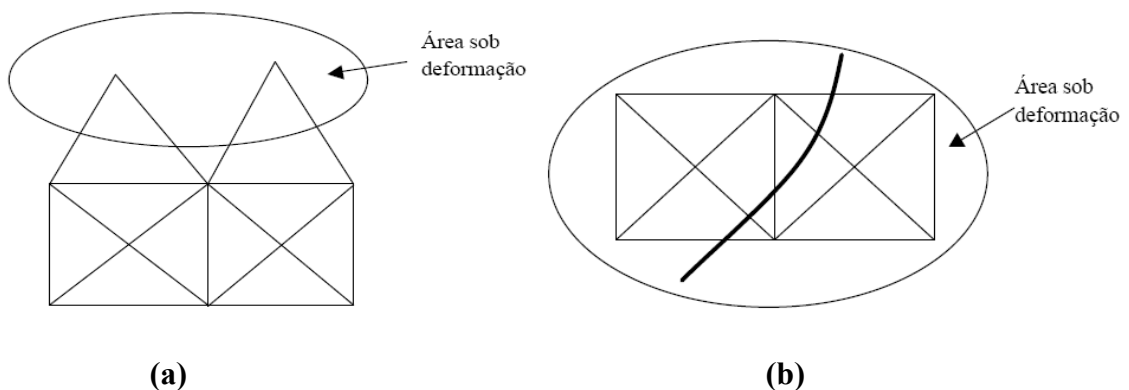
### 3. ESTRUTURAS GEODÉSICAS

Uma estrutura geodésica constitui-se de uma malha de vértices conectados entre si através de observações. Quando uma estrutura geodésica tem o propósito de controle de deslocamentos, o movimento dos vértices podem ser diretamente correlacionados aos deslocamentos do corpo sob investigação. (SANTOS, 1999, p.5).

#### 3.1 Estrutura de Monitoramento

Podem ser distinguidos, para fins de monitoramento de deslocamentos, dois tipos de estruturas:

1. Absoluta (Referência), em que os pontos fixos se situam fora da zona de deformação rochosa. Ver Figura 9 (a);
2. Relativa (Objeto), em que os pontos fixos estão localizados na zona de deformação rochosa. Ver Figura 9 (b).



**Figura 9** – Estrutura de Monitoramento de Deslocamentos. Absoluta (a) e Relativa (b).  
Fonte: Adaptado de (SANTOS, 1999, p. 57-58).

A análise do deslocamento em uma estrutura relativa é mais complexa, pois todos os pontos estão inseridos na área deformável. Neste caso devem ser analisadas as grandezas relativas, tais como, distância entre os alvos, diferenças de nível e não os valores absolutos.

Mesmo em se tratando de estrutura absoluta, devem ser considerados procedimentos de verificação da estabilidade da estrutura de referência.

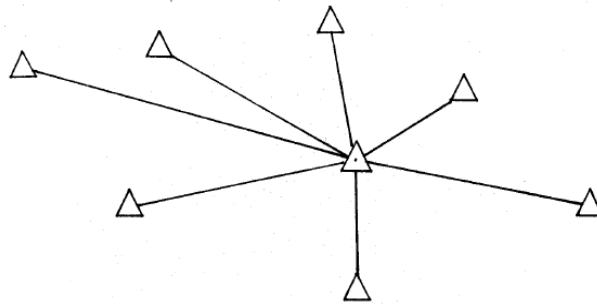
### 3.2 Estruturas Geodésicas GNSS

Segundo Santos (1999, p. 62), a qualidade de uma estrutura GPS depende de três fatores:

1. Geometria dos satélites dos quais os sinais são observados e das estações que compõem a estrutura no terreno;
2. Precisão das observações das pseudo-distâncias e/ou das fases de batimento da portadora;
3. Total de linhas de base observadas.

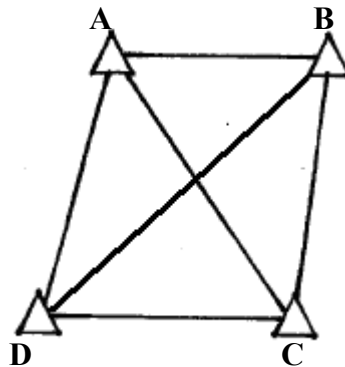
No que tange ao aspecto geométrico, a escolha da configuração dos satélites depende da constelação GPS, o que se pode fazer é realizar um planejamento do rastreamento para se saber a hora do dia e por quanto tempo uma determinada configuração irá ocorrer. Vasconcellos (2003, p.76) aponta que existem dois tipos de geometria associada às estruturas geodésicas GNSS, a radial e a por figuras geométricas.

Na radial, uma estação é fixada, sendo sempre um dos extremos do vetor linha de base, e todos os pontos são levantados a partir desta estação, conforme a Figura 10:



**Figura 10** – Exemplo de Estrutura Geodésica Radial. Todos os vetores têm a estação central como extremidade. Fonte: (VASCONCELLOS, 2003, p.77).

A outra modalidade de estrutura geodésica GNSS é a aquela formada por figuras geométricas. Os levantamentos são planejados de modo a serem formadas figuras com propriedades geométricas conhecidas e os receptores vão se alternando nas diversas estações a serem levantadas. Na Figura 11, tem-se um exemplo de levantamento por figuras geométricas.

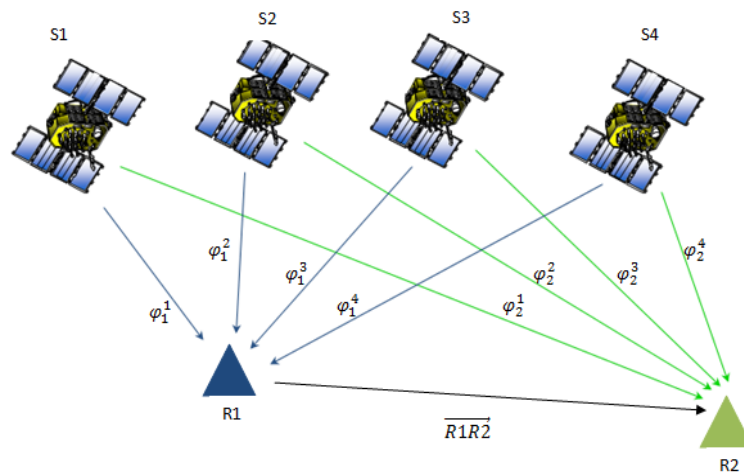


**Figura 11** – Exemplo de Estrutura Geodésica por Figuras Geométricas.

Para este trabalho somente serão utilizadas as estruturas formando figuras geométricas, pois as mesmas possuem propriedades que as tornam capazes de detectar possíveis erros nos levantamentos, aumentando assim a confiabilidade dos resultados. (VASCONCELLOS, 2003, p. 77).

### 3.2.1 Ajustamento em Rede

O processamento das observáveis duplas diferenças, no posicionamento relativo, fornece as componentes, segundo as direções X, Y e Z em um Sistema Geodésico qualquer, de um vetor denominado linha de base, que une um par de estações (vetor  $\overline{R1R2}$ , da Figura 12). Assim, é definido um sistema local de coordenadas, com a origem sendo coincidente com a origem do vetor.



**Figura 12** – Exemplo de vetor,  $\overline{R1R2}$ , ligando as estações R1 e R2.

Normalmente, o ajustamento em rede é dividido em duas etapas. Primeiramente, realiza-se o processamento sem a inserção de nenhum ponto de controle, o que se denomina ajustamento livre; em seguida serão inseridos os pontos de controle. No caso específico deste trabalho, somente será utilizado o ajustamento injuncionado, ou seja, com todos os pontos de controle devido à quantidade pequena de pontos.

A seguir serão apresentados os modelos matemáticos envolvidos no ajustamento em rede.

### 3.2.1.1 Modelo Matemático

Segundo Vasconcellos (2008), o modelo matemático para ajustamento em rede de uma estrutura geodésica, cujos vértices foram rastreados pela técnica GNSS é aquele que toma as componentes da linha de base, como as componentes de um vetor, é linear e tem a forma mostrada nas Equações 58, 59 e 60,

$$\Delta X = X_F - X_I \quad (58)$$

$$\Delta Y = Y_F - Y_I \quad (59)$$

$$\Delta Z = Z_F - Z_I \quad (60)$$

onde X, Y e Z são as coordenadas cartesianas dos pontos origem e extremidade do vetor; os índices F e I significam, respectivamente, final (extremidade) e inicial (origem).

Passa-se, agora, a ilustrar como se dá o ajustamento de uma estrutura geodésica, seguindo as Equações 58, 59 e 60 e utilizando o Modelo Paramétrico, do MMQ. A estrutura geodésica a ser dada como exemplo, tem 4 pontos (ver Figura 11) e foram utilizados 4 receptores, assim, todos os pontos foram ocupados ao mesmo tempo. As coordenadas do ponto D são conhecidas e serão fixadas para o ajustamento.

Os pontos e suas respectivas coordenadas cartesianas são: **A** (XA, YA, ZA), **B** (XB, YB, ZB), **C** (XC, YC, ZC) e **D** (XD, YD, ZD). Desta forma, o vetor X, das coordenadas dos pontos, fica:

$$X = \begin{bmatrix} XA \\ YA \\ ZA \\ XB \\ YB \\ ZB \\ XC \\ YC \\ ZC \\ XD \\ YD \\ ZD \end{bmatrix} \quad (61)$$



Com os pontos A, B, C e D são formadas 6 linhas de base:  $\overline{AB}$ ,  $\overline{CA}$ ,  $\overline{AD}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{DB}$  e  $\overline{CD}$ .

Com as componentes das linhas de base e com as coordenadas do ponto D forma-se o vetor  $\Delta X$ , da Equação 62.

$$\Delta X = \begin{bmatrix} \Delta X_{AB} \\ \Delta Y_{AB} \\ \Delta Z_{AB} \\ \Delta X_{BC} \\ \Delta Y_{BC} \\ \Delta Z_{BC} \\ \Delta X_{CD} \\ \Delta Y_{CD} \\ \Delta Z_{CD} \\ \Delta X_{CA} \\ \Delta Y_{CA} \\ \Delta Z_{CA} \\ \Delta X_{AD} \\ \Delta Y_{AD} \\ \Delta Z_{AD} \\ \Delta X_{DB} \\ \Delta Y_{DB} \\ \Delta Z_{DB} \\ XD \\ YD \\ ZD \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} XB - XA \\ YB - YA \\ ZB - ZA \\ XC - XB \\ YC - YB \\ ZC - ZB \\ XD - XC \\ YD - YC \\ ZD - ZC \\ XA - XC \\ YA - YC \\ ZA - ZC \\ XD - XA \\ YD - YA \\ ZD - ZA \\ XB - XD \\ YB - YD \\ ZB - ZD \\ XD \\ YD \\ ZD \end{bmatrix} \quad (62)$$

A matriz A, dos coeficientes, é dada pela Equação 63,

	XA	YA	ZA	XB	YB	ZB	XC	YC	ZC	XD	YD	ZD
	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	1
	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0
A =	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0
	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	0
	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	0
	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

( 63 )

A matriz A é uma matriz de 21 linhas (número de equações) e 12 colunas (número de incógnitas).

A Equação 63 pode ser apresentada sob a forma de uma hiper-matriz, conforme a Equação 64,

$$A = \begin{bmatrix} -{}_3I_3 & {}_3I_3 & {}_3O_3 & {}_3O_3 \\ {}_3O_3 & -{}_3I_3 & {}_3I_3 & {}_3O_3 \\ {}_3O_3 & {}_3O_3 & -{}_3I_3 & {}_3I_3 \\ {}_3I_3 & -{}_3I_3 & {}_3O_3 & {}_3O_3 \\ -{}_3I_3 & {}_3O_3 & {}_3O_3 & {}_3I_3 \\ {}_3O_3 & {}_3I_3 & {}_3O_3 & -{}_3I_3 \\ {}_3O_3 & {}_3O_3 & {}_3O_3 & {}_3I_3 \end{bmatrix}. \quad (64)$$

A Equação 65 representa, matricialmente, o modelo matemático para o ajustamento,

$$\Delta X = AX, \quad (65)$$

onde  $X$  são as incógnitas procuradas.

Deste modo, fazendo  $L_b = \Delta X$ , na Equação 12, a solução para o ajustamento é dada pela Equação 66,

$$X = (A^T A)^{-1} A^T \Delta X. \quad (66)$$

## 4. MATERIAIS E MÉTODOS

### 4.1 Verificação do uso do Elipsoide de Confiança

Para verificar a utilização do Elipsoide de Confiança como ferramenta matemática para saber se os alvos ou os pilares de uma estrutura geodésica estão sofrendo deslocamentos serão utilizados os dados de Ribeiro (2008). Estes dados consistem em listas de coordenadas oriundas da campanha 3 e da campanha 4 de medição do deslocamento dos pilares componentes da estrutura geodésica da Usina Hidrelétrica (UHE) Itaipu. Estas duas campanhas foram utilizadas, pois segundo Ribeiro (2008) houve uma mudança de metodologia dos levantamentos e que devem ser seguidas para as próximas campanhas. A lista de coordenadas e a matriz de covariâncias, referentes a estas campanhas, estão no Anexo A.

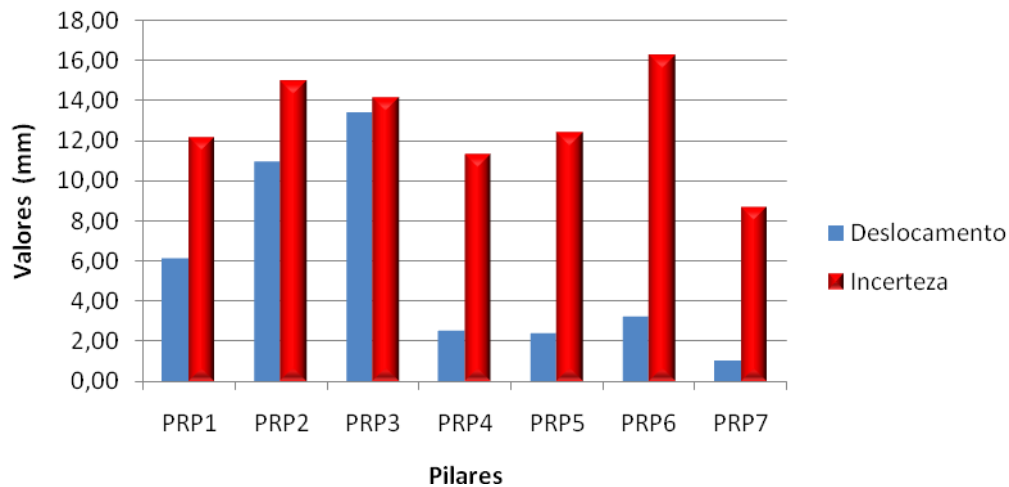
Os cálculos se processam conforme o item 1.3 e os resultados estão mostrados na Tabela 3.

**Tabela 3** – Módulo do vetor-deslocamento espacial e valor do desvio padrão referente a uma probabilidade de 95%. Diferença entre a terceira e a quarta campanha.

Ponto	Deslocamento (mm)	$1,96 \times s$ (mm)
PRP1	6,10	12,10
PRP2	10,9	15,00
PRP3	13,4	14,10
PRP4	2,50	11,30
PRP5	2,40	12,40
PRP6	3,20	16,30
PRP7	1,10	8,70

Para melhor entendimento dos resultados da Tabela 3, mostra-se a seguir gráfico contendo os pontos levantados, os módulos dos deslocamentos e a incerteza com nível de significância de 5%.

### Vetor Deslocamento e Incerteza ao Nível de Significância de 5 %.



**Figura 13** – Módulo do vetor-deslocamento e incerteza ao nível de significância de 5%.

Assim, pela Tabela 3 e pela Figura 13, verifica-se que estes resultados são os mesmos apontados por Ribeiro (2008, p. 145-147), onde se percebe que as grandezas das incertezas são maiores que as dos deslocamentos correspondentes; o que não autoriza supor que houve deslocamento. Vê-se, também, que o controle da assertiva quanto ao deslocamento pelas elipses ou elipsoides de erro é tão eficaz quanto os outros métodos existentes, porém mais eficiente por demandar o menor esforço computacional dentre todos os demais, bem como ostentar maior estabilidade numérica por não tratar com inversões de matrizes que podem tender ao mal-condicionamento, tal como ocorre com o Teste de Congruência Global.

#### 4.2 Verificação de Deslocamento na UHE Funil

Para o presente trabalho serão utilizados os dados de duas campanhas de levantamento, realizando comparações entre dois métodos de coleta: GPS e ressecção. Estas campanhas foram realizadas na UHE Funil, localizada no Estado do Rio de Janeiro e pertencente ao sistema de geração de Furnas Centrais Elétricas SA. (Figura 14)



**Figura 14** – Estrutura geodésica de controle e ponto monitorado na UHE Funil.

Para o levantamento por GPS no modo estático pós-processado, foram utilizados 4 receptores de dupla frequência GX1220, com precisão planimétrica de  $3 \text{ mm} + 0,5 \text{ ppm}$  (parte por milhão) e precisão altimétrica de  $6 \text{ mm} + 0,5 \text{ ppm}$ , da Leica, com taxa de gravação de 5 s, máscara de elevação<sup>2</sup> de  $15^\circ$ . Na primeira campanha foi realizado rastreamento de 3 horas, na segunda, rastreamento de 8 horas. Três receptores ocuparam a rede geodésica da barragem e um receptor ocupou o pilar construído no guarda-corpo na crista da barragem. Utilizou-se o pilar do IBGE SAT 91818, denominado B1, para calcular as coordenadas dos pontos AUX1 e AUX2 (Figura 15). As coordenadas destes três pontos (B1, AUX1 e AUX2) foram fixadas no ajustamento em rede e serviram de referência para o cálculo das coordenadas do ponto FB01 (Figura 15). As linhas de base foram pós-processadas, separadamente, no programa Topcon Tools v. 7.1, pertencente à Furnas, utilizando como observável a fase de batimento das ondas portadoras (L1 e L2) e para o ajustamento foi criada planilha no software Excel. Por diversas razões de natureza operacional, foram utilizados apenas 2 pilares situados fora da zona de deformação rochosa, ficando o terceiro ponto de controle nas imediações da ombreira direita e o quarto ponto no guarda-corpo da crista da barragem, no mesmo bloco em que se situa o

<sup>2</sup> Máscara de elevação é o ângulo de elevação do satélite, contado a partir do horizonte do usuário, para o qual o receptor grava os dados dos sinais enviados pelos satélites. No caso, qualquer satélite que esteja acima de  $15^\circ$  tem seus dados gravados e utilizados no processamento.

prumo ótico. Esta configuração apresenta suscetibilidade a ruídos, contudo os resultados alcançados atestam, inequivocamente, a viabilidade da substituição dos métodos convencionais de auscultação geodésica por métodos que se utilizem dos GNSS.



**Figura 15** – Pilar (AUX2) implantado para compor a estrutura geodésica de controle da barragem de Funil e pilar para rastreio junto à barragem (FB01).

Fonte: (GUEDES et. AL, 2006).

Para a técnica de levantamento por ressecção, utilizou-se o distanciômetro eletrônico DI 2002, com precisão de  $1 \text{ mm} + 1 \text{ ppm}$ , da Leica, acoplado ao teodolito T2 e prismas GPH1AP, sendo o teodolito somente utilizado como suporte para as visadas, não havendo observações angulares. Foram medidas as distâncias entre os pilares da rede e os alvos inseridos na barragem. O ajustamento em rede das distâncias foi realizado com o programa Move3, da Leica, que utiliza o MMQ, modelo paramétrico.

A primeira campanha se realizou em 29 de novembro de 2005, com o reservatório na altitude de 454,49 m e a temperatura ambiente de 28,2 °C e a segunda, em 20 de abril de 2006, com o reservatório na altitude de 464,42 m e temperatura de 25,2 °C. Entre estas campanhas houve, portanto uma variação de +9,93 m, esta variação acarreta mudanças nas forças atuantes na estrutura e no sítio da barragem, fazendo com que haja deslocamento do alvo utilizado para a comparação.

As técnicas de levantamento fornecem dados em sistemas de referência diferentes, assim é preciso realizar a compatibilização.

O levantamento por GPS fornece coordenadas cartesianas no sistema geodésico WGS-84. Os pilares da rede formam um sistema geodésico local. Como ambos os sistemas são cartesianos, a conversão entre os mesmos pode ser realizada através de rotações e translações,

contudo devem ser tomados cuidados com a propagação das variâncias nesta transformação. Deste modo os vetores-deslocamento medidos com GPS e a respectiva MC foram projetados para um sistema geodésico local, com origem no ponto FB01.

Com a compatibilização dos dados das duas campanhas, conforme descrito anteriormente, foram realizadas comparações entre os deslocamentos medidos pelas técnicas de levantamento, com suas respectivas MCs. Esta comparação será realizada através de testes estatísticos, tomando por base de comparação o módulo dos vetores. Estes testes se basearão na assertiva de que os dados estejam consoantes à Distribuição Normal.

#### 4.2.1 Campanha da ressecção

Na campanha da ressecção, conforme dados do Anexo A, o vetor-deslocamento foi de 8,91 mm, o desvio padrão de 0,37 mm e a incerteza com intervalo de confiança de 95% é de 0,72 mm. Conforme pode ser visto pela Tabela 4.

**Tabela 4** – Módulo do vetor-deslocamento e valor da incerteza intervalo de confiança de 95% ( $1,96 \times \sigma$ ). Ponto FB01. Diferença entre a segunda e a primeira campanha.

<b>Deslocamento (mm)</b>	<b>1,96 x s (mm)</b>
8,91	0,72

Como a incerteza ao nível de 5% foi menor que o módulo do vetor-deslocamento, pode-se afirmar que houve deslocamento do alvo, da primeira para a segunda campanha, o que era de esperar, pois houve considerável aumento da carga hidráulica provocado pelo reservatório.

#### 4.2.2 Campanha GPS

A primeira campanha teve sessão de 3 horas de duração. Na segunda campanha, foi realizado rastreio de 8 horas de duração.



O primeiro processamento foi realizado para calcular as coordenadas dos pontos AUX1 e AUX2, tendo o ponto B1 por injunção, uma vez que este ponto é um SAT do IBGE. Calculadas estas coordenadas, estas foram consideradas fixas, em conjunto com as coordenadas do ponto B1, para os demais processamentos. Estas coordenadas estão mostradas no Anexo B.

Com os pontos da estrutura geodésica de controle, foram formadas 6 linhas de base:

B1 – FB01;  
 FB01 – AUX1;  
 AUX1 – AUX2.  
 FB01 – AUX2;  
 AUX2 – B1;  
 B1 – AUX1.

Deste modo, para cada linha de base tem-se três equações, totalizando-se 18 equações. Para fixar as coordenadas dos pontos B1, AUX1 e AUX2, tem-se mais 9 equações, portanto, 27 equações no total. As incógnitas são as coordenadas dos 4 pontos, ou seja, 12. O grau de liberdade fica sendo: 27 (número de equações) – 12 (número de incógnitas) = 15.

No caso do GPS, serão apresentados: as diferenças entre as coordenadas X, Y e Z e o vetor-deslocamento, no sistema WGS-84, para o ponto FB01. Conforme Tabela 5.

**Tabela 5** – Módulo do vetor-deslocamento e valor da incerteza com nível de significância de 5%. Diferença entre a segunda e a primeira campanha. Coordenadas Cartesianas, em WGS-84. Ponto FB01.

	<b>Valor (mm)</b>	<b>1,96 x s (mm)</b>
<b><math>\Delta X</math></b>	-12,00	0,98
<b><math>\Delta Y</math></b>	0,00	0,98
<b><math>\Delta Z</math></b>	2,00	0,98
<b>Vetor-Deslocamento</b>	12,17	0,98

Pode ser visto, pela Tabela 5, no campo vetor-deslocamento que, com 5% de nível de significância, houve deslocamento entre as duas campanhas.

No item 5.2.3, será realizada análise comparativa entre os dois métodos de medição do deslocamento.

#### 4.2.3 Comparação GPS e Ressecção

Para se estabelecer a comparação entre as duas técnicas é preciso antes compatibilizá-las.

Para tal efeito, foi realizada transformação do Sistema Geodésico Global, X, Y, Z, em que estão referidas as coordenadas calculadas pelo rastreamento GPS para o Sistema Geodésico Local, u, v, w, materializado pelos pilares da rede geodésica, construída no sítio da barragem. Para a origem do Sistema Geodésico Local foi estabelecido o ponto B1, sendo atribuídas as coordenadas 1000, 1000, 500.

A comparação dar-se-á no plano horizontal. Cabe ressaltar que o plano  $xy$  da ressecção não é o mesmo plano  $uv$  do Sistema Geodésico Local do GPS, contudo pela extensão da área em estudo são considerados paralelos, permitindo, desta maneira, que o vetor-deslocamento oriundo da ressecção possa ser comparado com aquele advindo do GPS.

Na Tabela 6, está o módulo do vetor-deslocamento para a Ressecção.

**Tabela 6** – Módulo do vetor-deslocamento e valor da incerteza com intervalo de confiança de 95%. Ponto FB01. Diferença entre a segunda e a primeira campanha. Ressecção.

<b>Deslocamento (mm)</b>	<b>1,96 x s (mm)</b>
8,91	0,72

Na Tabela 7, está o módulo do vetor-deslocamento para o GPS, no Sistema Geodésico Local.

**Tabela 7** – Módulo do vetor-deslocamento e valor da incerteza com intervalo de confiança de 95%. Ponto FB01. Diferença entre a segunda e a primeira campanha. GPS.

<b>Diferença (mm)</b>	<b>1,96 x s (mm)</b>
9,01	1,00

Pelas Tabelas 6 e 7, verifica-se que em ambos os casos, ao nível de significância de 5%, as duas técnicas detectaram movimentações, uma vez que o módulo do vetor-deslocamento é maior que a incerteza.

As tabelas mostram que os módulos são diferentes em ambas as técnicas. A próxima etapa é verificar se os valores são compatíveis.

Para esta verificação devem ser elaboradas duas hipóteses:

Hipótese Básica (H0)

$$d_{GPS} = d_{Ressecção}$$

Hipótese Alternativa

$$d_{GPS} \neq d_{Ressecção}$$

Numericamente, calcula-se a diferença entre os módulos das duas campanhas,

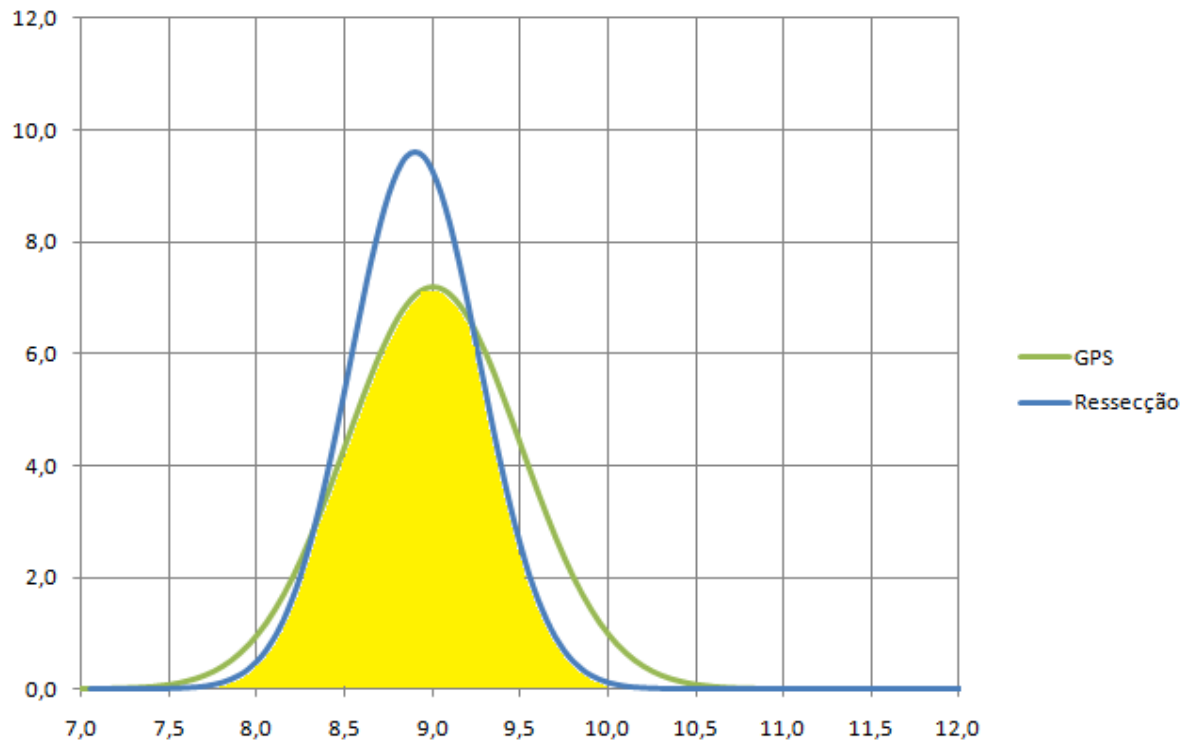
$$\Delta d = d_{GPS} - d_{Ressecção} = 0,10 \text{ mm.}$$

O desvio padrão da diferença entre os módulos dos vetores-deslocamentos para ambas as técnicas é dado por

$$\sigma_{diferença} = \sqrt{\sigma_{GPS}^2 + \sigma_{Ressecção}^2} = 0,63.$$

Com um nível de significância de 5%, tem-se que  $1,96\sigma_{diferença} = 1,26\text{mm}$ . Como este valor é superior ao da diferença, a Hipótese Nula não pode ser rejeitada.

Além da comparação numérica, compararam-se os resultados de ambas as técnicas graficamente. Foram construídos os gráficos da Distribuição Normal para ambas as técnicas, tendo por base o módulo do vetor-deslocamento e os respectivos desvios-padrão (Figura 16). Caso haja área de superposição, então, existe a probabilidade de as técnicas serem compatíveis. A Figura 16, gráfico da função Normal tendo por abcissa o deslocamento, corrobora com a conclusão apresentada pelos valores numéricos.



**Figura 16** – Gráfico da Distribuição Normal para o GPS, em verde, e para a Ressecção, em azul, a área de superposição está indicada em amarelo.

## CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

### CONCLUSÕES

O monitoramento dos deslocamentos de uma barragem deve contemplar diversas técnicas para que os resultados sejam comparados e verificados. Nas barragens do sistema de Furnas são aplicadas as técnicas geotécnicas e geodésicas, estas contemplando ressecção e nivelamento geométrico.

Contudo, em alguns casos, a técnica de ressecção não pode ser aplicada, uma vez que não existe rocha sã a baixa profundidade nas proximidades da barragem, o que é necessário para a construção dos pilares da estrutura de controle. Assim, alguns empreendimentos não possuem monitoramento geodésico do deslocamento horizontal.

Este problema pode ser sanado com a técnica GNSS, uma vez que os pilares da estrutura podem estar afastados do sítio do empreendimento. Este fato e o constante aprimoramento da técnica GNSS motivou a elaboração desta pesquisa.

Quanto ao material construtivo, podem ser distinguidos três tipos de barragens:

- De concreto;
- De enrocamento e;
- De terra.

Para o teste da técnica GNSS, foi escolhida uma barragem de concreto, uma vez que este tipo permite menores deslocamentos. Deste modo os resultados podem ser extrapolados para os demais tipos.

A barragem de Funil, então, foi escolhida por algumas de suas características:

- Localiza-se no estado do Rio de Janeiro, trazendo vantagens logísticas às equipes que participaram dos levantamentos;
- É uma barragem de concreto;
- Tem uma variação apreciável do nível do reservatório.

É importante frisar que para barragens de concreto se faz importante, além da variação da carga hidráulica, a variação de temperatura.

Neste trabalho foi testado o uso do elipsoide e da elipse de confiança para verificar estatisticamente os deslocamentos e para a realização de comparações entre as técnicas ressecção e GNSS. As ferramentas se mostraram plenamente aplicáveis e os resultados, conforme item 5.1, entre o Teste de Congruência Global, mostrado em Ribeiro (2008), e o elipsoide de confiança foram compatíveis.

Da análise do item 5.2 pode-se concluir que o emprego da tecnologia GNSS, tendo por experimento o trabalho realizado na barragem da UHE Funil, atende aos requisitos para detectar deslocamentos horizontais em barragens.

## RECOMENDAÇÕES

Os resultados mostrados servem como um indicativo de metodologia para os levantamentos geodésicos por GNSS destinados ao monitoramento de barragens. Novos estudos devem ser realizados para que uma metodologia completa possa ser definida.

Esta metodologia deverá contemplar:

- A realização de novas campanhas para aumentar a significância dos resultados;
- Foram utilizados três pontos fixos, entende-se que deveria ser realizada uma rede fiducial, composta de pelos menos 4 (quatro) pilares de concreto com alta estabilidade, dois a montante e dois a jusante da barragem, todos distantes da zona de deformação rochosa. Seria realizada uma campanha para que fossem calculadas as coordenadas dos pilares, servindo *a posteriori*, como rede de referência. Nas campanhas de monitoramento, estes pilares seriam observados em conjunto com os diversos alvos da barragem.
- O uso de Efemérides Precisas que melhorarão os resultados;
- A utilização de tempos de rastreamento mais curtos, visando tornar a técnica GNSS mais atrativa para os engenheiros responsáveis por Segurança de Barragens, verificando o tempo mínimo necessário para a execução precisa dos levantamentos por GNSS;
- A utilização de outros sistemas de navegação, o que trará ganhos de precisão e possível diminuição do tempo de rastreamento;

- Realização de comparação com outras técnicas de monitoramento, tais como, o prumo ótico e o pêndulo invertido;
- Utilização de outros programas para ajustamento das observações, uma vez que o programa Topcon Tools se mostrou limitado em alguns aspectos, tais como, a utilização das efemérides precisas; alteração dos tempos de rastreio.

## REFERÊNCIAS

- CHAVES, J.C. **Controle de Deformações em Barragem: Métodos de Monitoramento e Viabilidade da Utilização do GPS**. 1994. 198 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia área de concentração Engenharia de Transportes) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1994.
- CHEN, Y. **Analysis of Deformation Surveys – A Generalized Method**. 1983. 262 f. Tese (Ph.D) - Department of Surveying Engineering Technical Report, University of New Brunswick, Fredericton, New Brunswick, Canadá, 1983.
- GEMAEL, C. **Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas**. Curitiba: Editora UFPR, 1994. 319 p.
- GEMAEL, C.; ANDRADE, J.B. **Geodésia Celeste**. Curitiba: Editora UFPR, 2004. 389 p.
- GUEDES, Q.M.; SILVA, I.; ROCHA, C.H.O.; RIBEIRO, F.C.D. **Monitoramento do Deslocamento Horizontal do Fecho do Arco de Coroamento da Barragem Casca de Funil de Furnas S.A. por Auscultação Geodésica, Prumo Óptico e GPS**. In: SIMPÓSIO DE INSTRUMENTAÇÃO DE BARRAGENS, 3., 2006, São Paulo, SP. Anais.
- HECK, B. **Monitoring Dam Deformation by Means of Geodetic Control Network**. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON SAFETY OF DAMS, 1984, Coimbra, Portugal. Proceeding.
- LEICK, A. **GPS – Satellite Surveying**. 3. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2005. 435 p
- MATSUOKA, M.T. **Avaliação de Funções para Modelagem do Efeito da Refração Ionosférica nos Sinais GPS**. 2003. 164 f. Dissertação (Mestrado) – Programa Pós-Graduação em Ciências Cartográficas, Faculdade de Ciência e Tecnologia, Universidade do Estado de São Paulo, Presidente Prudente, 2003.
- MONICO, J.F.G. **Posicionamento pelo GNSS: Descrição, Fundamentos e Aplicações**. 2. ed. São Paulo: Editora UNESP, 2008. 476 p.
- OLIVEIRA, C. **Dicionário Cartográfico**. 3. ed. Rio de Janeiro: FIBGE, 1987. 645 p.
- RIBEIRO, F.C.D. **Proposta de Metodologia para Verificação da Estabilidade dos Pilares de Redes para Monitoramento Geodésico de Barragens – Estudo de Caso**. 2008. 185 f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.
- SANTOS, M.C. **Estabilidade de Estruturas Geodésicas**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 1999. 79 p. Apostila –.



VASCONCELLOS, J.C.P. **Estudo de Metodologia para Vinculação e Homogeneização de Redes Geodésicas GPS** – Implementação de um Programa de Ajustamento. 2003. 194 f. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Departamento de Engenharia de Transportes, Universidade do Estado de São Paulo, São Paulo, 2003.

VASCONCELLOS, J.C.P.; **Metodologia para Realização do Ajustamento de Redes Geodésicas GPS de Densificação ou Extensão**. *Revista Brasileira de Cartografia*, Rio de Janeiro, n. 60.1, abr. 2008.

## APÊNDICE A – Estrutura dos Sinais GPS

Atualmente, cada satélite GPS transmite duas ondas portadoras: L1 e L2. Elas são geradas da frequência fundamental de 10,23 MHz, a qual é multiplicada por 154 e 120, respectivamente. Quando os satélites do Bloco IIF estiverem em operação, uma terceira portadora fará parte do sistema, a qual é designada L5, com frequência multiplicada por 155. Deste modo, as frequências e os comprimentos de onda ficam:

**Tabela 8** – Portadoras do sistema GPS, frequência e comprimento de onda.

Fonte: (MONICO, 2008, p.43).

<b>Nome</b>	<b>Frequência (Hz)</b>	<b>Onda (cm)</b>
L1	1575,42	19
L2	1227,60	24
L5	1176,45	25,5

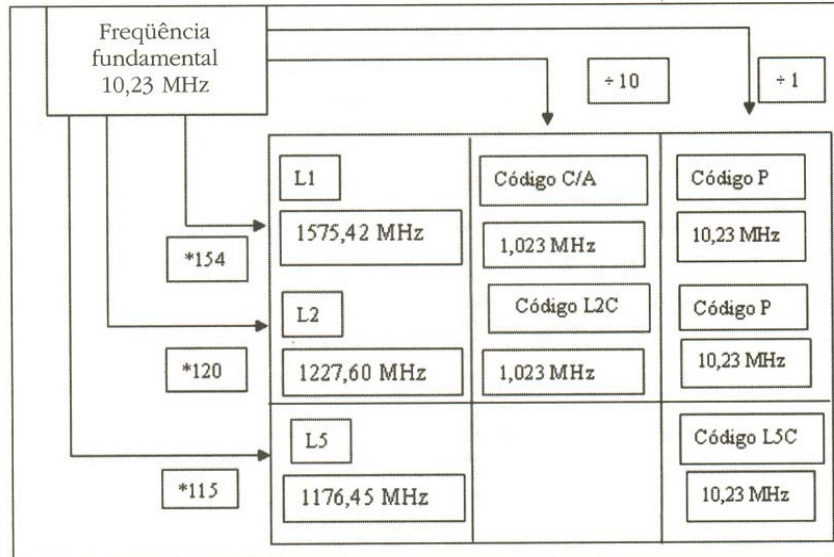
Os códigos que formam o PRN são modulados, em fase, sobre as portadoras L1 e L2. Essa técnica permite realizar medidas de distâncias, a partir da medida do tempo de propagação da modulação. Um PRN é uma sequência binária de +1 e -1, ou 0 e 1, que parece ter característica aleatória. Como é gerado por um algoritmo, pode ser univocamente identificado. Tratam-se basicamente dos códigos C/A (Coarse Acquisition, Aquisição Ordinária) e P (Precise ou Protected, Preciso ou Protegido).

O código C/A, com comprimento de onda por volta de 300 m, é transmitido em uma razão de 1,023 MHz. Ele é gerado com base no produto de duas sequências PR (pseudorandom – pseudo-aleatórias), denominadas G1 e G2, cada uma com período de 1023 bits. O código C/A resultante também consiste de 1023 bits, com período de 1 ms (milissegundo). Este código é modulado apenas sobre a onda portadora L1, sendo o código a partir do qual os usuários civis obtêm as medidas de distâncias para o cálculo das coordenadas.

O código P tem sido reservado para uso dos militares norte-americanos e usuários autorizados. Ele é transmitido com frequência  $f_0$  de 10,23 MHz, o que corresponde a uma sequência de 10,23 milhões de dígitos binários por segundo. Essa frequência, maior que a do código C/A, faz que medidas resultantes do código P sejam mais precisas. A cada satélite é atribuído um determinado PRN, que é modulado nas portadoras L1 e L2. Portanto, todos os satélites transmitem na mesma frequência, mas podem ser identificados pelo código exclusivo de cada satélite. Embora o código P seja mais preciso, ele é criptografado, quando o sistema está operando no modo AS, passando a ser denominado código Y. Esse código não está disponível para os usuários civis, tratando-se de uma versão segura do código P.

Com o anúncio da modernização do GPS em 1998 pelo DoD, entrou em cena o código civil L2C, a ser modulado na portadora L2, visando reduzir os problemas advindos do código Y. Este código está sendo incorporado aos satélites do Bloco IIR-M e deverá apresentar melhor sensibilidade que o código C/A, disponível na L1, será transmitido com frequência de 511,5 KHz. Foi anunciada a nova portadora, denominada L5, conforme Tabela 5.

Na Figura 17 estão, de maneira ilustrativa, as características dos sinais GPS.



**Figura 17** – Esquema dos sinais GPS após a modernização. Fonte: (MONICO, 2008).

As mensagens de navegação, que fornecem as informações básicas para o cálculo das posições dos satélites, são também moduladas sobre as portadoras, em uma taxa de 50 bps (bits por segundo). Elas contêm parâmetros orbitais, dados para a correção da propagação na

atmosfera, parâmetros para a correção do erro dos relógios dos satélites, saúde dos satélites etc.

O sinal L1, para um instante t, pode ser descrito pela Equação 67,

$$S_{L1}(t) = A_p P_i(t) W_i(t) D_i(t) \cos(f_1 t + \phi_{m,L1,i}) + A_c C_i(t) D_i(t) \sin(f_1 t + \phi_{n,L1,i}), \quad (67)$$

onde:

$A_p$  é a amplitude do código P;

$P_i(t)$  é a sequência do código P (+1, -1);

$W_i(t)$  representa a criptografia sobre o código P, que pode ser diferente para cada satélite  $\{Y_i(t) = P_i(t)W_i(t)\}$

$D_i(t)$  é o fluxo dos dados com estado +1 e -1;

$A_c$  é a amplitude do código C/A;

$C_i(t)$  é a sequência do código C/A (+1 e -1);

$f_1$  é a frequência da portadora L1; e

$\phi_{m,L1,i}$  é o ruído da fase acompanhado do estado do oscilador;

i é o índice que representa o satélite em questão;

O sinal L2 tem uma estrutura mais simples porque contém apenas o código P, ou seja,

$$S_{L2}(t) = B_p P_i(t) W_i(t) D_i(t) \cos(f_2 t + \phi_{n,L2,i}), \quad (68)$$

Na Equação 68,  $P_i(t)$  é novamente a sequência do código P para o satélite i, enquanto  $B_p$  representa sua amplitude e  $f_2$ , a frequência da portadora L2, os instantes de geração dos dois códigos, dados e portadoras são sincronizados.

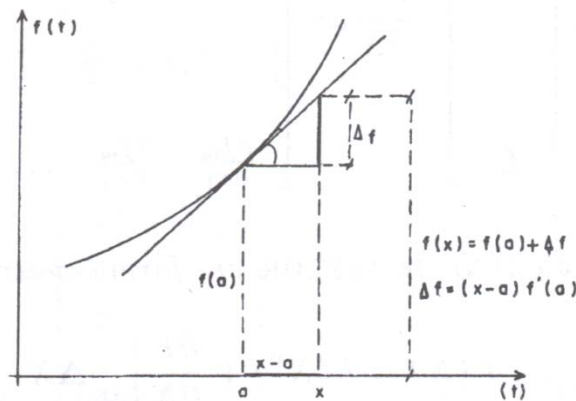
O sinal L2 modernizado tem a seguinte estrutura

$$S_{L2}(t) = B_p P_i(t) W_i(t) D_i(t) \cos(f_2 t + \phi_{n,L2,i}) + A_{RC} L2 C_i(t) D_i^{L2}(t) \sin(f_2 t + \phi_{n,L2,i}) + \text{código\_militar}, \quad (69)$$

A primeira parte da Equação 69 representa o sinal L2, tal qual apresentado na Equação 68, L2C é o novo código, resultante da multiplicação dos códigos CM (comprimento moderado) e CL (comprimento longo). O código CM é 10 vezes mais longo que o código C/A, enquanto o código CL é ainda mais longo.

## APÊNDICE B – Linearização por Série de Taylor

Conforme mencionado no item sobre Ajustamento de Observações, em muitos casos, os técnicos estão envolvidos com observações que se relacionam com as incógnitas por meio de funções não lineares, contudo o ajustamento deve se processar sobre funções lineares, e a não linearidade é levada em conta através de iterações, assim as funções devem ser linearizadas, uma das formas de se realizar este intento é através da Série de Taylor das funções. Figura 18.



**Figura 18** – Aproximação linear de uma função de uma variável.

Fonte: (GEMAEL, 1994, p.47)

A Série de Taylor para uma função:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0) \frac{x - x_0}{1!} + f''(x_0) \frac{(x - x_0)^2}{2!} + \dots \quad (70)$$

Para valores de  $x$  suficientemente próximos de  $x_0$ , a função pode ser aproximada por uma reta e assim os termos de ordem superiores podem ser negligenciados.

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) \quad (71)$$

Para o caso de uma função de duas variáveis, a aproximação linear é dada por:

$$f(x, y) = f(x_0, y_0) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0, y_0} (x - x_0) + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{x_0, y_0} (y - y_0) \quad (72)$$

Para o caso de uma função de  $n$  variáveis, tem-se:

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \vdots \\ f_n(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_m) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_m) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_m) \end{bmatrix} \quad (73)$$

A forma linearizada é:

$$F(x) = F(X_0) + \left. \frac{\partial F}{\partial X} \right|_{X=X_0} \Delta X \quad (74)$$

Onde:  $X_0$  são os valores aproximados das incógnitas;

$$\frac{\partial F}{\partial X} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_m} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_m} \end{bmatrix} \quad (75)$$

## ANEXO A – Dados das Campanhas de Medição da UHE Itaipu

**Tabela 9** – Coordenadas cartesianas, em WGS-84, dos alvos. Terceira campanha de medição.

Estação	X	Y	Z
PRP1	3339836,3416	-4698224,1392	-2721225,7155
PRP2	3340214,5433	-4698078,1409	-2721044,9912
PRP3	3340325,9232	-4698200,9681	-2720702,3420
PRP4	3340023,4494	-4698681,6173	-2720162,0496
PRP5	3340526,1932	-4698101,2298	-2720636,3097
PRP6	3340462,6933	-4698299,8038	-2720294,6328
PRP7	3340592,0402	-4698150,7946	-2720447,0399

Fonte: Ribeiro (2008, p.143).

**Tabela 10** – Matrizes de Covariância para cada alvo.

PRP1		
0,0000146695	-0,0000080843	-0,0000044673
-0,0000080843	0,0000202949	0,0000064995
-0,0000044673	0,0000064995	0,0000110905
PRP2		
0,0000193472	-0,0000117691	-0,0000060264
-0,0000117691	0,0000231664	0,0000076262
-0,0000060264	0,0000076262	0,0000110217
PRP3		
0,0000119668	-0,0000047981	-0,0000030941
-0,0000047981	0,0000173583	0,0000052094
-0,0000030941	0,0000052094	0,0000101037
PRP4		
0,0000354753	-0,0000350600	-0,0000218999
-0,0000350600	0,0000576280	0,0000301435
-0,0000218999	0,0000301435	0,0000261627
PRP5		
0,0000142649	-0,0000054149	-0,0000044017
-0,0000054149	0,0000173638	0,0000059497
-0,0000044017	0,0000059497	0,0000108519
PRP6		
0,0000202808	-0,0000136285	-0,0000073407
-0,0000136285	0,0000284608	0,0000114649
-0,0000073407	0,0000114649	0,0000145222
PRP7		
0,0000163509	-0,0000066015	-0,0000047227
-0,0000066015	0,0000180099	0,0000059124
-0,0000047227	0,0000059124	0,0000113298

Fonte: Ribeiro (2008, p.143).



**Tabela 11** – Coordenadas cartesianas, em WGS-84, dos pilares. Quarta campanha de medição.

Estação	X	Y	Z
PRP1	3339836,3420	-4698224,1344	-2721225,7117
PRP2	3340214,5492	-4698078,1499	-2721044,9930
PRP3	3340325,9295	-4698200,9768	-2720702,3500
PRP4	3340023,4505	-4698681,6151	-2720162,0501
PRP5	3340526,1937	-4698101,2278	-2720636,3085
PRP6	3340462,6944	-4698299,8068	-2720294,6324
PRP7	3340592,0402	-4698150,7955	-2720447,0393

Fonte: Ribeiro (2008, p.143).

**Tabela 12** – Matrizes de Covariância para cada alvo.

PRP1		
0,000012219	-0,000004577	-0,000003081
-0,000004577	0,000015282	0,000004492
-0,000003081	0,000004492	0,000009070
PRP2		
0,000012927	-0,000005771	-0,000003473
-0,000005771	0,000017232	0,000005377
-0,000003473	0,000005377	0,000009573
PRP3		
0,000014790	-0,000007600	-0,000005195
-0,000007600	0,000019871	0,000007989
-0,000005195	0,000007989	0,000012058
PRP4		
0,000021233	-0,000017101	-0,000010270
-0,000017101	0,000035232	0,000016466
-0,000010270	0,000016466	0,000017686
PRP5		
0,000014417	-0,000007644	-0,000005331
-0,000007644	0,000022128	0,000008427
-0,000005331	0,000008427	0,000012210
PRP6		
0,000021147	-0,000014524	-0,000007372
-0,000014524	0,000031915	0,000012174
-0,000007372	0,000012174	0,000013293
PRP7		
0,000014285	-0,000006394	-0,000004817
-0,000006394	0,000017554	0,000007068
-0,000004817	0,000007068	0,000011639

Fonte: RIBEIRO (2008, p.143).

**ANEXO B – Dados das Campanhas de Medição da UHE Funil**

**GPS**

**Tabela 13** – Coordenadas no Sistema Geodésico Global, WGS84. Primeira campanha de medição, 29/11/2005.

<b>Estação</b>	<b>X (m)</b>	<b>Y (m)</b>	<b>Z (m)</b>
FB01	4199508,379	-4136655,784	-2428793,374
AUX1	4199073,408	-4137010,000	-2429147,383
AUX2	4199128,016	-4136986,859	-2428785,190
BL1	4199517,255	-4136575,636	-2428998,726

**Tabela 14** – Matriz de Covariância no Sistema Geodésico Global, em WGS84, para o alvo FB01. Primeira campanha de medição, 29/11/2005.

$s_x^2$ (m <sup>2</sup> )	$s_y^2$ (m <sup>2</sup> )	$s_z^2$ (m <sup>2</sup> )
0,00000012	0	0
0	0,00000012	0
0	0	0,00000012

**Tabela 15** – Coordenadas no Sistema Geodésico Global, WGS84. Segunda campanha de medição, 20/04/2006.

<b>Estação</b>	<b>X (m)</b>	<b>Y (m)</b>	<b>Z (m)</b>
FB01	4199508,367	-4136655,784	-2428793,372
AUX1	4199073,408	-4137010,000	-2429147,383
AUX2	4199128,016	-4136986,859	-2428785,190
BL1	4199517,255	-4136575,636	-2428998,726

**Tabela 16** – Matriz de Covariância no Sistema Geodésico Global, em WGS84, para o alvo FB01. Segunda campanha de medição, 20/04/2006.

$s_x^2$ (m <sup>2</sup> )	$s_y^2$ (m <sup>2</sup> )	$s_z^2$ (m <sup>2</sup> )
0,00000013	0	0
0	0,00000013	0
0	0	0,00000013

**Tabela 17** – Coordenadas no Sistema Geodésico Local, em WGS84. Primeira campanha de medição, 29/11/2005.

<b>Estação</b>	<b>X (m)</b>	<b>Y (m)</b>	<b>Z (m)</b>
FB01	936,6721	1208,8068	467,4233
AUX1	379,0794	858,3235	546,4381
AUX2	433,8867	1201,5564	428,5880
B1	1000,0000	1000,0000	500,0000

**Tabela 18** – Matriz de Covariância no Sistema Geodésico Local, em WGS84, para o alvo FB01. Primeira campanha de medição, 29/11/2005.

$s_x^2$ (m <sup>2</sup> )	$s_y^2$ (m <sup>2</sup> )	$s_z^2$ (m <sup>2</sup> )
0,000000125	0	0
0	0,000000125	0
0	0	0,000000125

**Tabela 19** – Coordenadas no Sistema Geodésico Local, WGS84. Segunda campanha de medição, 20/04/2006.

<b>Estação</b>	<b>X (m)</b>	<b>Y (m)</b>	<b>Z (m)</b>
FB01	936,6632	1208,8054	467,4145
AUX1	379,0794	858,3235	546,4381
AUX2	433,8867	1201,5564	428,5880
B1	1000,0000	1000,0000	500,0000

**Tabela 20** – Matriz de Covariância no Sistema Geodésico Global, em WGS84, para o alvo FB01. Segunda campanha de medição, 20/04/2006.

$s_x^2$ (m <sup>2</sup> )	$s_y^2$ (m <sup>2</sup> )	$s_z^2$ (m <sup>2</sup> )
0,00000013	0	0
0	0,00000013	0
0	0	0,00000013

## Ressecção

**Tabela 21** – Coordenadas no Sistema Local. Primeira campanha de medição, 29/11/2005.

<b>Estação</b>	<b>x (m)</b>	<b>y (m)</b>
FB01	1163,4358	1208,1187
AUX1	-	-
AUX2	659,2351	1236,4809
B1	1208,1428	991,4208

**Tabela 22** – Matriz de Covariância no Sistema Local, FB01. Primeira campanha de medição, 29/11/2005.

$s_x^2$ (m <sup>2</sup> )	$s_y^2$ (m <sup>2</sup> )
0,000000040	0
0	0,000000040

**Tabela 23** – Coordenadas no Sistema Local. Segunda campanha de medição, 20/04/2006.

<b>Estação</b>	<b>X (m)</b>	<b>Y (m)</b>
FB01	1163,4269	1208,1173
AUX1	-	-
AUX2	659,2351	1236,4809
B1	1208,1428	991,4208

**Tabela 24** – Matriz de Covariância no Sistema Geodésico Global, em WGS84, para o alvo FB01. Segunda campanha de medição, 20/04/2006.

$s_x^2$ (m <sup>2</sup> )	$s_y^2$ (m <sup>2</sup> )
0,000000090	0
0	0,000000090