

## INTRODUÇÃO

De maneira geral as lajes constituem elemento fundamental em um projeto estrutural. Elas servem não somente como elemento de cobertura e piso, mas também, como elemento de contraventamento entre os componentes da estrutura.

Para alguns tipos de edificações, há uma maior necessidade da criação de projetos estruturais onde os pilares se encontrem mais distantes, objetivando a criação de espaços mais versáteis. Com isso tem havido um aumento do vão livre, o que faz com que os calculistas façam a opção por tipos de lajes que permitam ao mesmo tempo vencer estes vãos e possuir o menor peso próprio possível.

Neste sentido, as lajes nervuradas constituem uma opção à utilização de pavimentos compostos por lajes maciças, pois neste tipo de laje a maior seção de concreto encontra-se justamente na área comprimida. Ou seja, só há concreto onde este é estritamente necessário.

De acordo com Araújo (2012), embora este modelo de laje exija uma espessura  $h$  cerca de 50% superior à que seria necessária para uma laje maciça, a mesma possui um peso próprio (e o consumo de concreto) inferior ao da laje maciça, tornando-se uma solução mais econômica.

Segundo NBR-6118 (2007), lajes nervuradas são definidas como lajes onde a zona de tração é constituída por nervuras entre as quais podem ser colocados materiais inertes (blocos cerâmicos, blocos de concreto celular, isopor, etc) com a finalidade de tornar plana a superfície.

De acordo com Souza e Cunha (1998), as lajes nervuradas possuem as seguintes vantagens:

- Obtenção de estruturas mais leves para lajes que vencem grandes vãos;
- O material de enchimento, quando existe, normalmente é melhor isolante térmico que o concreto; em alguns casos, é também incombustível;
- O isolamento acústico oferecido pelo material de enchimento, quando existe é superior ao do concreto;
- A estrutura para grandes vãos, é normalmente mais econômica que as lajes maciças e que as lajes cogumelo.

Como desvantagens, Souza e Cunha (1998), citam as seguintes:

- Quando são utilizados tijolos, se os mesmos não forem suficientemente molhados antes da concretagem, há absorção da água do concreto, tornando mais difícil o adensamento;
- A colocação de eletrodutos, ou quaisquer outros dutos embutidos deve ser feita na região das nervuras, pois se efetuada por cima dos tijolos, reduzirá a já pequena espessura da mesa comprimida, com conseqüente diminuição da resistência da laje;
- A distribuição de cargas concentradas não é feita de forma tão eficiente quanto nas lajes maciças;
- Em virtude da laje nervurada ser uma estrutura menos monolítica que a laje maciça, certas reservas de segurança existentes nesta última (embora não computadas no cálculo) ocorrem com menor intensidade na laje nervurada.

## **Revisão bibliográfica**

São apresentados nos itens a seguir um resumo das principais prescrições normativas sobre lajes nervuradas. Serão abordados, também, estudos numéricos e experimentais realizados em laboratórios.

As diversas metodologias de cálculo para lajes nervuradas serão vistas e seus principais aspectos serão detalhados. O método das espessuras equivalentes será revisto e posteriormente utilizado nos cálculos a partir de resultados experimentais.

O conceito de largura colaborante será trabalhado de duas maneiras: a largura colaborante determinada a partir das flechas experimentais; a largura colaborante determinada através da curva de tensões ao longo da mesa.

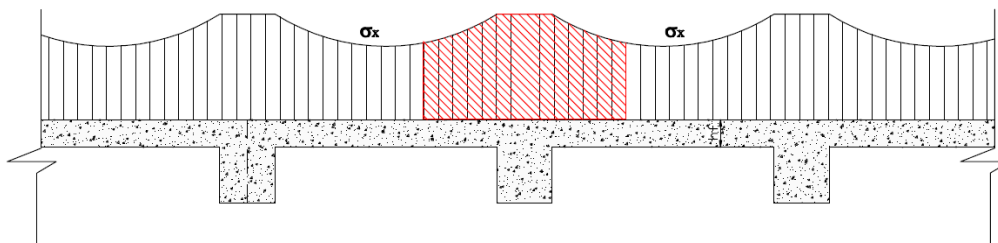
## Motivação

As lajes nervuradas vêm tendo a sua utilização bastante difundida nos últimos anos, devido ao fato de as mesmas proporcionarem um maior vão livre, acarretando uma maior flexibilidade no uso de um pavimento. Este tipo de laje, normalmente, é calculado com base nas indicações e prescrições das normas vigentes.

As indicações contidas nestas normas são fruto de pesquisas e de aplicações de metodologias práticas já consagradas. No entanto, elas consideram a largura colaborante da mesa de uma laje nervurada de forma simplificada e bastante conservadora. De acordo com Rüsç (1981), na maioria das vezes, renuncia-se a um conhecimento exato da distribuição de tensões de compressão na laje, recorrendo-se a um conceito simplificado da largura colaborante da laje.

De acordo com Leonhardt (1978), a determinação exata da distribuição de tensões em uma seção T está condicionada à solução de uma equação diferencial, que através da função de tensão de Airy, conduz à chamada equação de chapa.

Para ilustrar o que se pretende calcular será apresentada, de forma esquemática, a distribuição de tensões em uma seção de laje nervurada, conforme apresentado por Rüsç (1981), onde a área hachurada corresponde à largura de laje que efetivamente contribui para resistência á flexão (Figura1). Para determinação do valor numérico desta largura colaborante é necessário integrar-se a área sob a curva de tensões  $\sigma_x$ , conforme será visto de forma mais detalhada nos itens subsequentes.



**Figura1 – Largura colaborante de uma laje, (Rüsç, 1981)**

Em busca de um comparativo entre simplificações contidas nas normas já consagradas e os resultados experimentais, foi elaborado este estudo baseado no cálculo da largura colaborante de mesas de lajes nervuradas compostas por cubas semi cilíndricas.

## **Objetivos**

O presente trabalho têm como objetivo, através de ensaios de peças concretadas e instrumentadas, a determinação da largura de mesa colaborante para lajes nervuradas com formas cilíndricas invertidas, complementando os estudos numéricos desenvolvidos por De Paula (2007) e Silva (2008) para este modelo de laje.

Para obtenção dos resultados experimentais foram usadas faixas de nervuras (vigas), e também, modelos de painéis de laje reduzidos em escala 1:2. Tanto as nervuras, quanto os modelos reduzidos foram instrumentados com extensômetros de resistência elétrica (ERE ou, também denominados strain gages), para possibilitar uma verificação das deformações e conseqüentemente das tensões.

## **Estrutura da dissertação**

O presente capítulo mostra algumas vantagens e desvantagens das lajes nervuradas, além da motivação para o desenvolvimento deste trabalho. Apresentam-se, ainda, algumas considerações sobre o que as mais utilizadas normas ( NBR-6118, EUROCODE, ACI) preconizam sobre lajes nervuradas .

O capítulo dois traz a revisão bibliográfica com um resumo dos métodos comumente empregados no cálculo das lajes nervuradas, com algumas das particularidades destes métodos. Além disso, são trabalhadas as expressões e os conceitos sobre a espessura equivalente, com a qual se calcula uma laje nervurada como se a mesma fosse uma laje maciça de rigidez equivalente.

Neste capítulo faz-se, também, um resumo sobre o conceito de largura colaborante, sendo utilizado tanto para estruturas de concreto, quanto para

estruturas metálicas ou mistas. Além disso, mostra as peculiaridades do tipo de laje que será o foco deste estudo.

No capítulo três mostra-se o pré-dimensionamento dos elementos a serem estudados. As seções equivalentes empregadas para o lançamento em um software para cálculo de concreto armado são detalhadas. Ainda neste capítulo, são mostradas as dimensões e armaduras dos elementos que serviram de base para os ensaios em laboratório e a confecção dos elementos ensaiados.

O capítulo três trata, também, dos ensaios realizados no concreto e no aço. Estes ensaios serviram para a determinação das tensões de ruptura dos materiais empregados na confecção dos modelos experimentais. São apresentados detalhes da instrumentação dos modelos a serem ensaiados.

O capítulo quatro trata dos ensaios dos modelos, do tipo de carga aplicada, e das condições de apoio das peças ensaiadas. Neste capítulo, também, são mostrados os elementos (perfis e chapas) que foram empregados na transmissão das cargas para a superfície das vigas e lajes.

No capítulo cinco são analisados os resultados experimentais, sendo calculadas as tensões experimentais com base nas deformações. Estas tensões foram verificadas nas armaduras e no concreto em pontos pré-determinados (nervuras principais e secundárias). Neste capítulo são detalhados os elementos usados na discretização das vigas e painéis.

O capítulo cinco faz, também, a abordagem do principal tema deste texto que é a determinação da largura colaborante de mesas de lajes nervuradas. Essa largura colaborante é obtida utilizando-se dois procedimentos: através da curva de tensões; pelas flechas experimentais.

No capítulo seis são feitas as conclusões a respeito dos resultados obtidos experimentalmente, sendo destacados os aspectos mais relevantes de cada ensaio. São, ainda, sugeridas questões para trabalhos futuros.

## 1 PRESCRIÇÕES NORMATIVAS SOBRE LAJES NERVURADAS

### 1.1 Prescrições da NBR-6118 – 2007

Segundo a NBR-6118 (2007), nas lajes nervuradas que podem ter nervuras moldadas no local ou pré-moldadas, onde a zona de tração é constituída por nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte, de modo a tornar plana a superfície externa.

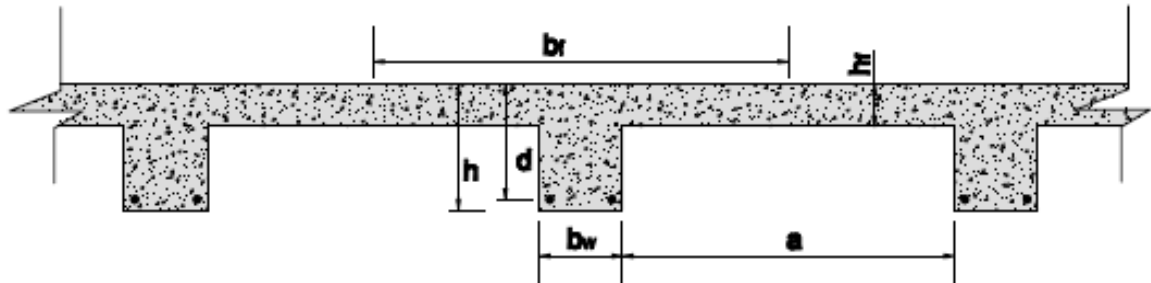
A referida norma no item 13.2.4.2 faz, ainda, as seguintes considerações a respeito das lajes nervuradas:

- A espessura da mesa, quando não houver tubulações horizontais embutidas, deve ser maior ou igual a  $1/15$  da distancia entre as nervuras e não menor que 3cm;
- O valor mínimo absoluto deve ser de 4cm quando existirem tubulações embutidas de diâmetro máximo 12,5mm;
- A espessura das nervuras não deve ser inferior a 5cm;
- Nervuras com espessuras menores que 8cm não devem conter armadura de compressão.

Para o projeto de lajes nervuradas devem ser obedecidas as seguintes condições:

- Para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras menor ou igual a 60cm, pode ser dispensada a verificação de flexão da mesa e para a verificação do cisalhamento da região das nervuras, permite-se a consideração dos critérios de laje;
- Para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras de 60 a 110cm, exige-se a verificação da flexão da mesa e as nervuras devem ser verificadas ao cisalhamento como vigas; permite-se essa verificação como laje se o espaçamento entre eixos de nervuras for menor que 90cm e a espessura média das nervuras for maior que 12cm;
- Para lajes nervuradas com espaçamento entre eixos de nervuras maior que 110cm, a mesa deve ser projetada como laje maciça, apoiada em grelha de vigas, respeitando-se os seus limites mínimos de espessura.

Na figura (2), uma ilustração das dimensões mínimas de uma seção típica de laje nervurada especificada pela NBR-6118 (2007):



**Figura 2 – Dimensões a observar na seção transversal de uma laje nervurada (Carvalho e Pinheiro, 2009)**

$$b_w \geq \begin{cases} 5\text{cm} \\ 8\text{cm (armadura de compressão)} \end{cases} \quad h_f \geq \begin{cases} a/15 \\ 3\text{cm} \\ 4\text{cm (tubulações com } \varnothing < 12.5\text{mm)} \end{cases}$$

Os estribos, quando necessários, não devem ter espaçamento superior à 20cm.

Os critérios de projeto dependem do espaçamento entre os eixos das nervuras. De acordo com a NBR-6118 (2007), em lajes com espaçamento entre eixos de nervuras menor ou igual a 65 cm, pode ser dispensada a verificação da flexão da mesa e, para a verificação do cisalhamento da região das nervuras.

Se o espaçamento entre eixos de nervuras for de 65 a 110 cm a NBR-6118 (2007) exige a verificação da flexão da mesa, e as nervuras devem ser verificadas ao cisalhamento como vigas. Deve-se, neste caso, ser colocada uma armadura perpendicular à nervura, na mesa, por toda sua largura útil, com área mínima de 1,5 cm<sup>2</sup>/m.

A norma NBR-6118 (2007) apresenta também, outras recomendações que serão transcritas a seguir:

- A verificação da flexão da mesa também deve ser feita se existirem cargas concentradas entre nervuras;
- Permite-se a verificação ao cisalhamento das nervuras como lajes se o espaçamento entre eixos de nervuras for até 90 cm e a largura média das nervuras for maior que 12 cm;

- Para lajes nervuradas com espaçamento entre eixos de nervuras maiores que 110 cm, a mesa deve ser projetada como laje maciça, apoiada na grelha de vigas, respeitando-se os seus limites mínimos de espessura;
- Para a determinação dos esforços resistentes das seções de lajes, no estado limite último, submetidas a esforços normais e momentos fletores, devem ser usados os mesmos princípios estabelecidos para seções de vigas, pilares e tirantes em 17.2.1 a 17.2.3.

## 1.2 Recomendações do EUROCODE (2004)

A norma EUROCODE (2004) utilizada em vários países da Europa, para simplificar o cálculo, propõe que as lajes nervuradas não precisem ser dimensionadas a partir da discretização dos seus elementos (mesa e nervura), desde que o conjunto possua rigidez torsional.

Assim, o EUROCODE (2004) permite que as lajes nervuradas sejam dimensionadas com uma analogia ao modelo de lajes maciças de inércia equivalente, desde que sejam atendidas as seguintes condições:

- O espaçamento entre nervuras  $a$  (figura 2) não deve exceder a 1500mm;
- A altura  $h$  (figura 2) não deve exceder a 4 vezes  $b_w$ ;
- A espessura da mesa  $h_f$  deve ser igual a pelo menos 1/10 da distância entre as nervuras ou 50mm ( neste caso, o que for maior), podendo este valor ser reduzido para 40mm quando forem utilizados blocos de enchimento que não forem retirados da estrutura;
- No caso de lajes nervuradas unidirecionais, devem ser previstas nervuras transversais, espaçadas de no máximo, 10 vezes a altura da laje.



### 1.3 **Recomendações do ACI-318-08**

A norma americana ACI-318 (2008) não traz nenhuma recomendação específica para o sistema nervurado. Na realidade, o ACI prevê que os princípios fundamentais de projeto contidos em seus itens são aplicáveis a todos os sistemas estruturais planos, submetidos à cargas transversais. Esses sistemas incluem lajes planas, lajes armadas em duas direções e lajes nervuradas.

Pode-se entender que a norma americana, de forma implícita, prevê que o cálculo do sistema nervurado seja feito baseando-se em uma analogia às lajes maciças de inércia equivalente. Constatou-se, assim, que as normas internacionais anteriormente citadas, utilizam-se do modelo simplificado de cálculo por analogia à laje maciça. Este modelo será melhor detalhado no item a seguir.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

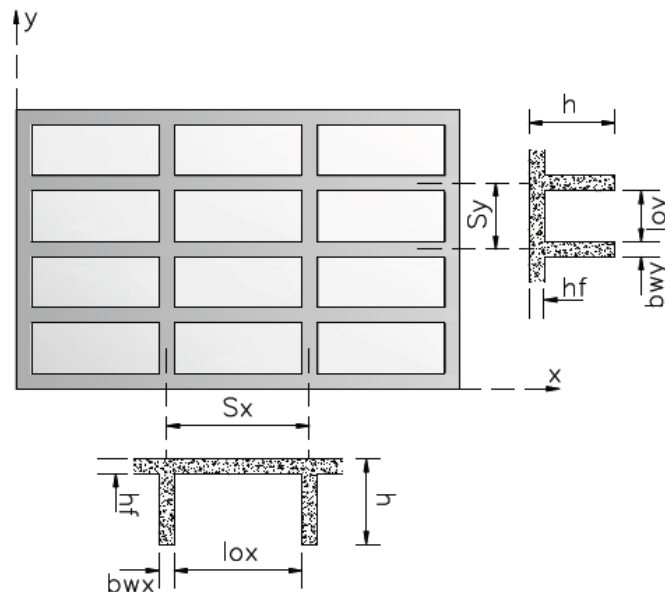
### 2.1 Modelos de cálculo de lajes

#### 2.1.1 Método da espessura equivalente

Conforme visto no item anterior, nas principais normas para projeto de concreto armado está prevista a utilização da analogia ao modelo de lajes maciças para a análise das lajes nervuradas. De acordo com Araújo (2010), uma vez obedecidas as prescrições da norma NBR-6118 (2007), o cálculo dos esforços na laje nervurada pode ser feito como se a mesma fosse uma laje maciça de espessura equivalente.

Este conceito baseia-se no princípio de que nos casos mais comuns de pisos de edifícios sujeitos a cargas distribuídas de valor moderado, as espessuras mínimas exigidas pela maioria das normas são suficientes para conferir à mesa da laje uma rigidez capaz de assegurar o seu funcionamento em conjunto com as nervuras.

Sendo assim, ficam restabelecidas as hipóteses da teoria de placas de Kirchhoff, que permite substituir a laje nervurada por uma laje maciça de mesma rigidez à flexão.



**Figura 3 – Laje nervurada ortotrópica (Araújo,2010)**

Ainda, de acordo com Araújo (2010) a rigidez da laje na região das nervuras,  $D_1$ , e a rigidez na região da mesa  $D_2$ , são dadas pelas seguintes expressões:

$$D_1 = \frac{E_{cs}h^3}{12(1-\nu^2)} \quad (1)$$

$$D_2 = \frac{E_{cs}h_f^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2)$$

Onde:

$h$  é a espessura total da laje,

$h_f$  é a espessura da mesa,

$\nu = 0,2$  é o coeficiente de Poisson do concreto.

$E_{cs}$  é o módulo de elasticidade secante do concreto

A rigidez equivalente  $D_e$  da laje, de acordo com Araújo (2010) é dada pela expressão:

$$D_e = (1-\xi)D_1 + \xi D_2 \quad (3)$$

$$\xi = \frac{l_{ox}l_{oy}}{S_x S_y} \quad (4)$$

Onde:  $l_{ox}$ ,  $l_{oy}$ ,  $S_x$  e  $S_y$  são respectivamente as distâncias apresentadas na figura anterior.

Das equações (1),(2),(3) e (4), resulta a expressão usual da rigidez equivalente:

$$D_e = \frac{E_{cs}h^3_e}{12(1-\nu^2)} \quad (5)$$

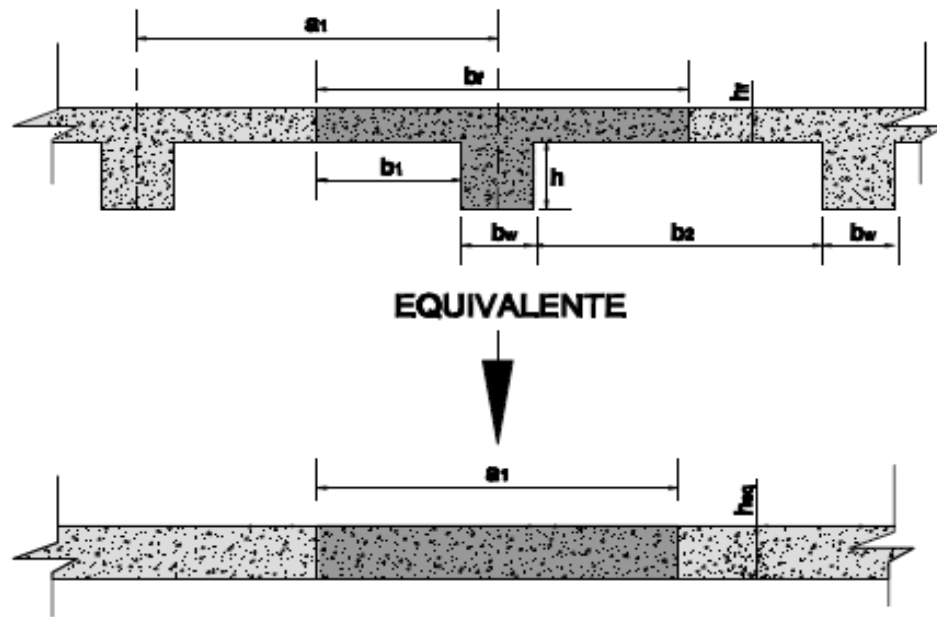
Onde:

$$h_e = \left[ (1-\xi)h^3 + \xi h_f^3 \right]^{1/3} \quad (6)$$

Segundo Barbirato (1997), quando é utilizada a teoria da elasticidade para o cálculo das flechas, torna-se necessário transformar a laje nervurada numa laje maciça de espessura equivalente (figura 4 ). Esta pode ser calculada através de uma equivalência em momento de inércia à flexão:

$$h_{eq} = \sqrt[3]{\frac{12I}{b_f}} \quad (7)$$

onde:  $I$  é o momento de inércia em relação ao centróide da seção transversal T;  $a_1$  é a distância entre nervuras.



**Figura 4 – Transformação da laje nervurada em laje maciça equivalente (BARBIRATO, 1997)**

Conforme o exposto por Stramandinoli (2003), Barbirato (1997) utilizou o conceito de espessura equivalente para o cálculo da laje nervurada e modelou essa laje equivalente através de elementos finitos de placa. Este autor desprezou a rigidez à torção através da redução a 1% do módulo de deformação transversal do concreto ( $G$ ). Segundo Stramandinoli (2003), uma das vantagens desse modelo é de não necessitar do conhecimento prévio da posição exata das nervuras. Além disso, os resultados obtidos com este modelo foram satisfatórios quando comparados com o modelo de grelha.

Segundo Araújo (2003), a espessura equivalente das lajes nervuradas pode ser determinada, também, com base em resultados experimentais. Este autor utilizou os resultados dos diversos estudos e ensaios experimentais realizados por Abdul-Wahab (2000) em painéis de lajes, através das expressões apresentadas a seguir:

Sendo  $W_{exp}$  a flecha da laje nervurada obtida no ensaio, pode-se escrever:

$$W_{exp} = \frac{\alpha}{D_e} \quad (8)$$

$$D_e = \frac{E_{cs} \cdot h_c^3}{12(1-\nu^2)} \quad (9)$$

De acordo com a NBR- 6118:  $E_{cs} = 0,85.5600.\sqrt{fck}(MPa)$  (10)

onde:

$\alpha$  é um coeficiente que depende do carregamento e dos vãos das lajes ( tabelas apresentadas em Araújo (2010);

$D_e$  é a rigidez equivalente (igual à rigidez de uma laje maciça de espessura  $h_e$  que apresenta a mesma flecha de uma laje nervurada).

$\nu = 0,2$  é o coeficiente de Poisson do concreto;

$E_{cs}$  é o módulo de elasticidade secante do concreto;

$f_{cm}$  é a resistência média à compressão do concreto aos 28 dias de idade.

Portanto:

$$W_{\text{exp}} = \frac{\beta}{h_c^3} \quad (11)$$

onde:

$$\beta = \frac{12(1-\nu^2).\alpha}{E_{cs}} \quad (12)$$

sendo:

$\alpha$  é um coeficiente que depende do carregamento e dos vãos das lajes, sendo calculado pela expressão a seguir:

$$\alpha = 0,001..W_c.Plx^4 \quad (13)$$

onde:

$W_c$  coeficiente que pode ser encontrado nas tabelas de BARES (1972) *apud* PINHEIRO (2007), e em ARAÚJO (2010)

$P$  carga distribuída na laje;

$L_x$  vão de cálculo;

Diversos métodos para análise e dimensionamento de lajes de concreto armado de pavimentos de edifícios têm sido propostos e usados ao longo dos anos. Esses métodos são usados para analisar os deslocamentos, os esforços internos, os elementos de apoio e a capacidade de carga das lajes.

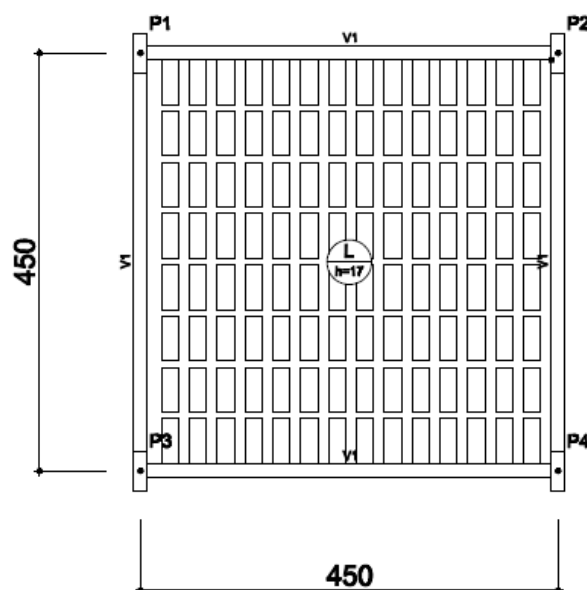
A seguir, serão apresentados mais alguns destes métodos.

### 2.1.2 Analogia de grelha

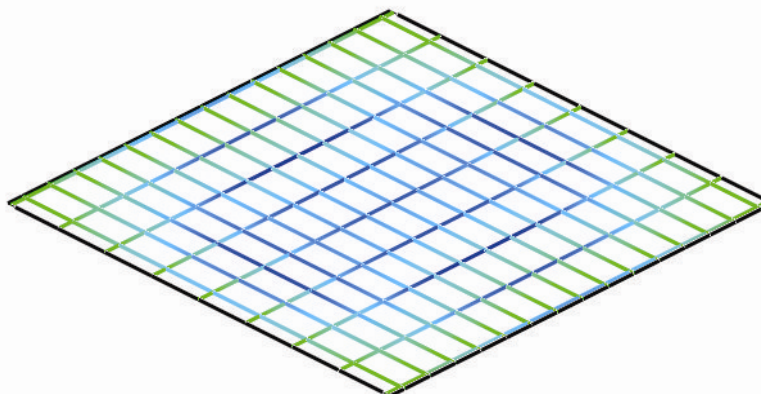
Segundo Stramandinoli e Loriggio (2003) e também o artigo Alto Qi (2012), a substituição de uma laje por uma série ortogonal de vigas se cruzando, formando uma grelha, é uma das mais antigas propostas de solução. Dividindo o painel de laje em um número adequado de faixas, onde os elementos de barra (barra da grelha equivalente) passam a representar os elementos estruturais do pavimento (lajes e vigas). Sendo possível reproduzir o comportamento estrutural de pavimentos em concreto armado com praticamente qualquer geometria em diferentes situações de esquema estrutural.

De acordo com Stramandinoli (2003), trata-se de um método bastante eficiente e mais simples que o Método dos Elementos finitos para o dimensionamento de lajes nervuradas. Ainda segundo Stramandinoli (2003), o método de grelhas apresenta, inclusive, uma maior facilidade na interpretação dos resultados.

Alguns programas utilizam-se deste método para o dimensionamento de lajes (incluindo as nervuradas). A seguir (figura 5) são apresentados, respectivamente, uma laje nervurada proposta por De Paula (2007) e seu modelo de grelha, construído utilizando o programa EBERICK V7 (2011) de dimensionamento de concreto armado (figura 6).



**Figura 5 –Laje nervurada composta por cubas semicilíndricas (De Paula, 2007)**



**Figura 6 –Grelha de laje nervurada composta por cubas semicilíndricas**

De acordo com Stramandinoli e Loriggio (2003), o problema em se considerar a laje como uma grelha está relacionado ao caráter bidimensional do comportamento das lajes. Trata-se de uma estrutura laminar em que não é possível dissociar o comportamento numa dada direção com o que se passa na outra. Já as grelhas são peças lineares com comportamento unidimensional. Desta forma, nunca se conseguirá representar de forma exata o comportamento bidimensional com uma modelagem de elementos unidimensionais, mesmo que se considerem espaçamentos muito pequenos entre os elementos de grelha.

Porém, conforme o exposto por Stramandinoli e Loriggio (2003), com a utilização de computadores é possível considerar a rigidez à torção das faixas e obter resultados que se aproximam muito da solução elástica.

#### 2.1.2.1 Localização dos elementos de grelha

Segundo o artigo Alto Qi (2012) a primeira tarefa a realizar quando se pretende efetuar a modelagem de uma laje consiste em determinar a localização dos elementos de grelha.

Uma das maneiras é considerar a laje subdividida num conjunto de faixas com 1m de largura, dispostas segundo os eixos x e y; cada uma destas faixas de laje é substituída por um elemento de grelha disposta no meio da faixa .

Segundo França e Fusco (1997) e também para Carvalho e Figueiredo (2009), não existe uma largura ideal das faixas para se obter a melhor solução. Esta

deve estar relacionada, de certa forma, com a dimensão da laje que se quer analisar. Para as lajes correntes de edifícios, pode-se considerar que o espaçamento máximo de 1m, seja aceitável.

De acordo com Carvalho e Figueiredo (2009) deve-se considerar as barras dispostas sobre bordos livres da laje para se determinar o momento fletor e o de torção ao longo desse lado. Quando se trata de um bordo engastado, não é necessário considerar a existência das barras ao longo desse lado.

Quanto à existência de pilares, é necessário que se garanta que neste ponto passe um nó da grelha para que seja possível a correta definição das condições de apoio correspondentes.

#### 2.1.2.2 Características geométricas dos elementos de grelha

De acordo com França e Fusco (1997) e para Carvalho e Figueiredo (2009), quando se definem os elementos de grelha com os quais se pretende simular o comportamento de laje, é necessário atribuir-lhes uma rigidez à flexão  $EI$ , e uma dada rigidez à torção  $GJ$ .

De acordo com França e Fusco (1997) é freqüente que nas grelhas se despreze o valor da rigidez à torção, assumindo então que  $GJ = 0$ , embora o cálculo possa ser feito considerando-a. Esta consideração ( $GJ = 0$ ) está do lado da segurança, uma vez que o carregamento será equilibrado apenas com a distribuição de momentos fletores.

A rigidez total à torção não é linear, diminuindo significativamente para malhas pouco espaçadas. O momento de inércia total da placa tende a zero quando a espessura das faixas também tender a zero, ao contrário, o somatório da rigidez à flexão permanece constante.

Uma laje nervurada possui rigidez à torção menor do que uma laje maciça com a mesma altura. A redução desta rigidez faz com que os momentos de torção sejam menores do que os calculados para uma laje maciça pela teoria da elasticidade, acarretando em acréscimos significativos nos valores dos momentos fletores e nos deslocamentos.

Os autores França e Fusco (1997) e também Carvalho e Figueiredo (2009), destacam que a modelagem de nervuras utilizando o processo de analogia de



grelhas (através do cruzamento de faixas com seção T) é muito mais realista do que o modelo tradicional. Todavia, também introduz algum erro, contra a economia, quando se considera a mesa de concreto na laje como parte de uma viga T, ou seja, desconectadas entre si. Isto permite um deslocamento relativo que não corresponde bem à realidade, levando à resultados superiores ao da laje real, porém à favor da segurança.

### 2.1.2.3 Simulação das condições de apoio

Com relação a simulação das condições de apoio na analogia de grelhas França e Fusco (1997) fazem as seguintes considerações:

- Bordos engastados: todos os nós que estiverem sobre um bordo engastado, serão considerados com nós engastados, onde todos os deslocamentos se encontram impedidos;
- Bordos simplesmente apoiados: para os nós existentes sobre esses bordos devem restringir-se o deslocamento transversal e as rotações em torno da normal exterior ao bordo em questão.
- Bordos de continuidade: quando se considera a existência de um apoio de rigidez infinita (por exemplo, uma parede sob a laje), considera-se todos os nós existentes sobre este eixo sujeitos a um apoio cilíndrico;
- Apoios elásticos: em condições reais, os elementos estruturais apoiam-se em elementos deformáveis (vigas, pilares, paredes de rigidez finita), o que faz com que as condições de fronteira sejam alteradas para se considerar este efeito.

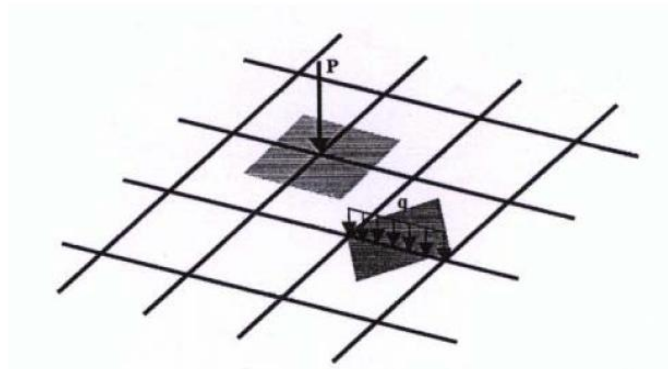
No caso de um painel de lajes contínuas de um edifício de concreto armado, as lajes são apoiadas em paredes rígidas ou em vigas que não são totalmente rígidas. A flexibilidade destas vigas pode influenciar bastante o resultado dos deslocamentos e dos esforços.

Conforme expõe França e Fusco (1997) e artigo Alto Qi (2012), a variação da flexibilidade dos apoios de lajes intermediários, por exemplo, mostra que para apoios muito rígidos as lajes se comportarão como lajes isoladas, com os lados externos simplesmente apoiados e os lados contíguos às lajes contínuas, engastados.

Diminuindo-se a rigidez da viga intermediária, pode-se chegar ao caso extremo no qual as lajes se comportam como se fossem uma única laje simplesmente apoiada no contorno.

#### 2.1.2.4 Consideração do carregamento

Conforme o exposto por Stramandinoli (2003), as cargas atuantes na laje provenientes do peso-próprio, revestimentos, paredes divisórias, carga acidentais e outras quaisquer que possam estar agindo na estrutura, atuam perpendicularmente ao plano XY. Elas podem ser representadas de duas maneiras: como cargas distribuídas ao longo das barras e como cargas concentradas nos nós. Sendo que, em ambos os casos, o cálculo deve ser feito através da área de influência do elemento (barra ou nó).



**Figura 7 – Carregamentos nos nós e nas barras de uma grelha  
(STRAMANDINOLI, 2003)**

Segundo França e Fusco (1997) poder-se-ia, também, pensar em aplicar em cada elemento de grelha um carregamento trapezoidal, correspondente à forma como as lajes “descarregam” em cada uma das vigas fictícias. Esta forma de definição do carregamento em tem como desvantagem o volume de cálculos envolvido na determinação dos correspondentes valores para cada uma das barra.

### 2.1.3 Método dos elementos finitos

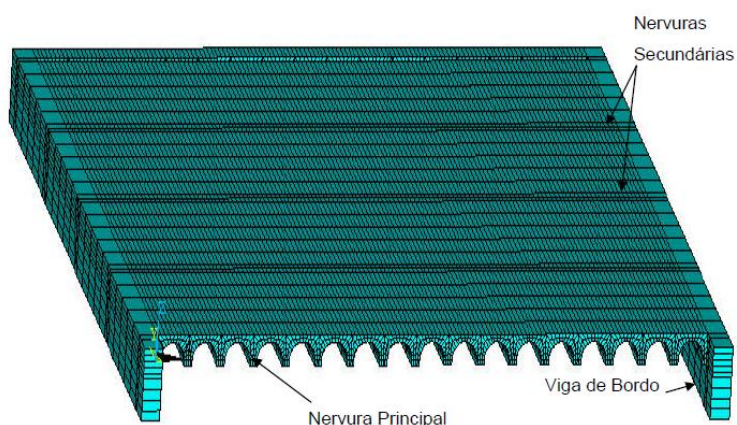
Conforme as notas de aula de Ribeiro (2004), o método dos elementos finitos (MEF) teve suas origens na análise estrutural. Com o surgimento dos primeiros computadores digitais na década de 50, os métodos matriciais para análise estrutural tiveram um grande desenvolvimento. As primeiras aplicações envolviam apenas estruturas reticuladas, mas a crescente demanda por estruturas mais leves, tais como as encontradas na indústria aeronáutica, conduziu ao desenvolvimento de métodos numéricos que pudessem ser utilizados nas análises de problemas mais complexos.

Ainda de acordo com Ribeiro (2004), este método consiste não apenas em transformar o sólido contínuo em uma associação de elementos discretos e escrever as equações de compatibilidade e equilíbrio entre eles, mas admitir funções contínuas que representam, por exemplo, o campo de deslocamentos no domínio de um elemento e, a partir daí, obter o estado de deformações correspondente que, associado às relações constitutivas do material, permite definir o estado de tensões em todo o elemento. Este estado de tensões é transformado em esforços internos que tem de estar em equilíbrio com as ações externas.

O autor Soriano (2003) explica que no método dos elementos finitos o domínio de definição do modelo matemático é dividido em um número discreto de subdomínios de dimensões finitas denominados elementos finitos, interligados por um número reduzido de pontos denominados nodais.

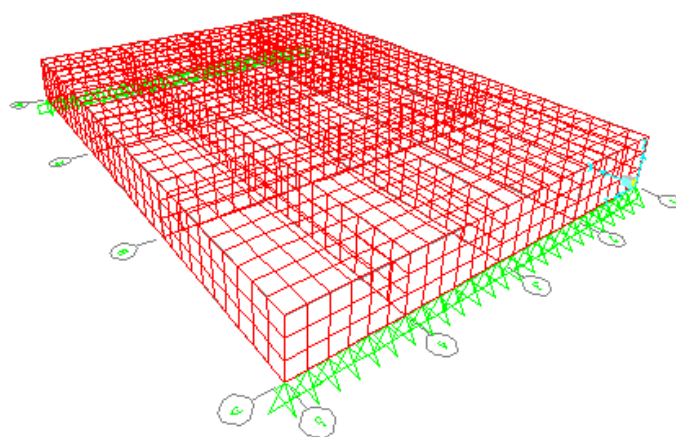
Ainda de acordo com Soriano (2003), no método dos elementos finitos (MEF) o comportamento de cada elemento é arbitrado de forma aproximada, com a condição do conjunto ou malha de elementos se comportarem de forma semelhante ao contínuo original.

A figura a seguir exemplifica uma malha de elementos finitos elaborada para discretizar uma laje nervurada do modelo composto por cubas semicilíndricas, utilizada por Silva (2008) em seu estudo (figura 8).



**Figura 8 – Malha de elementos finitos de laje nervurada de formato semicilíndrico (Silva, 2008).**

Para análise dos modelos empregados neste trabalho foi utilizado o programa de elementos finitos SAP 2000, com a utilização de elementos tipo “Shell”. Os resultados das análises destes modelos serão apresentados em itens subsequentes deste texto, sendo apenas reproduzida para ilustração, o aspecto de uma das lajes modeladas (figura 9).



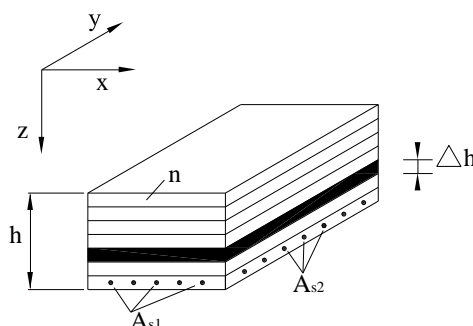
**Figura 9 – Malha de elementos finitos de laje nervurada.**

#### 2.1.4 Método laminar

De acordo com Araújo (2003), para se analisar uma laje maciça ou nervurada, pode-se dividi-la em diversas lâminas ou camadas de pequena espessura (figura

10). Esse procedimento já é tradicional, tanto para análise de lajes, quanto para análise de vigas e cascas de concreto.

Para utilizar este método em lajes nervuradas, deve-se trabalhar com propriedades equivalentes do concreto, afim de que o modelo seja capaz de representar os vazios deixados na estrutura pela eliminação do concreto da zona tracionada. Quando os vazios entre as nervuras forem permanentemente preenchidos com blocos de um material secundário, esse efeito favorável poderá ser considerado, adotando-se propriedades equivalentes para esse material.



**Figura 10 – Modelo laminar**

Segundo Araújo (2003) as seguintes propriedades do concreto são empregadas na criação de um modelo constitutivo laminar:

- $f_c$  – resistência à compressão simples;
- $f_{ct}$  – resistência à tração simples;
- $E_c$  – módulo de deformação longitudinal;
- $\nu$  – coeficiente de Poisson.

Como descrito por Araújo (2003), neste método a laje nervurada é dividida em  $n$  camadas ao longo da espessura  $h$ ; as camadas poderão ter espessura constante  $\Delta h = h/n$ , ou poder-se-á adotar espessuras diferentes para a região da mesa e da nervura. As camadas de concreto situadas na região da mesa terão suas propriedades mecânicas originais ( $f_c$ ,  $f_{ct}$ ,  $E_c$  e  $\nu$ ) e aquelas da região das nervuras terão propriedades equivalentes ( $f_{ce}$ ,  $f_{cte}$ , e  $E_{ce}$ ), modificadas por coeficientes redutores. O coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) permanecerá com seu valor original em toda a espessura da laje. Caso haja material de enchimento com resistência mecânica satisfatória que justifique a sua consideração, serão utilizadas as suas propriedades mecânicas equivalentes.

A parte inferior da laje (região das nervuras) pode ser considerada isotrópica, mesmo no caso em que as nervuras possuam larguras e espaçamentos diferentes

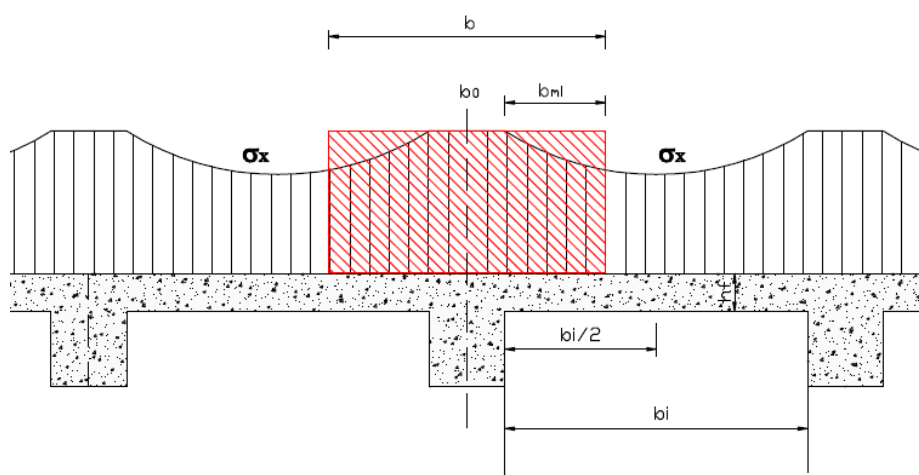
segundo as duas direções. Essa aproximação é justificável porque, no caso das lajes nervuradas de concreto armado, os efeitos da ortotropia, decorrentes do uso de nervuras diferentes nas duas direções, são pequenos, principalmente após a fissuração do concreto.

Portanto, a laje equivalente pode ser calculada como isotrópica, possuindo rigidez à torção igual à flexão da laje nervurada, sendo que os eventuais desvios da solução elástica equivalente em relação à resposta não-linear (e experimental) são decorrentes da fissuração do concreto e não de uma possível redução da rigidez à torção da laje nervurada.

## 2.2 O conceito de largura colaborante

A indicação da largura da laje que realmente contribui para resistência à flexão é comumente dada pelas normas de forma indicativa. Estes valores indicativos são baseados em estudos experimentais que são normalmente a favor da segurança. Mas para calcular-se de forma mais precisa o valor da largura colaborante é necessário recorrer-se a outras técnicas, como apresentada por Rüsç (1981), Loo e Sutandi (1986).

De acordo com Rüsç (1981), Loo e Sutandi (1986) o valor da largura colaborante efetiva pode ser obtido integrando-se a área sob a curva de tensões  $\sigma_x$ , e dividindo-se este valor pela tensão máxima  $\sigma_{max}$ , conforme o ilustrado na figura a seguir (figura 11).



**Figura 11 – Largura colaborante**

Neste caso, a largura colaborante é dada por:

$$b_f = \frac{\int_0^{b_i/2} \sigma x dy}{\sigma_{max}} \quad (14)$$

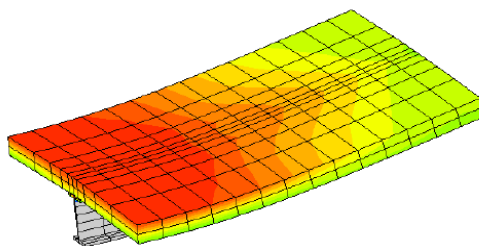
Onde:

$b_f$  é a largura colaborante de mesa;

$\sigma x \cdot dy$  é a integral da área sob a curva de tensões  $\sigma_x$ ;

$\sigma_{max}$  é a tensão máxima na mesa.

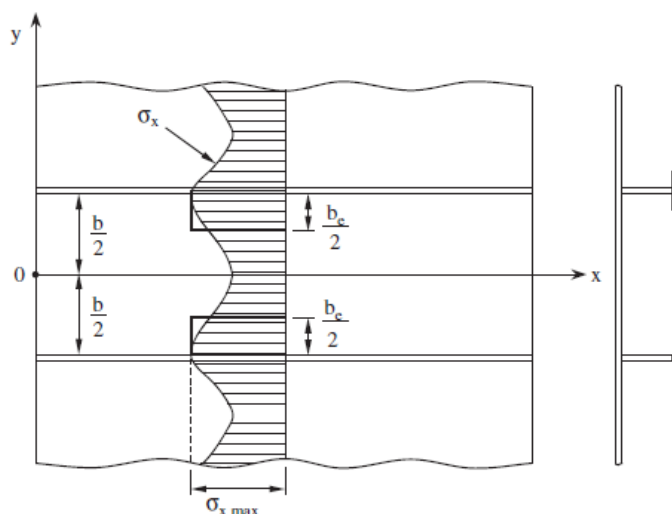
O mesmo conceito de largura colaborante apresentado foi utilizado por Salamana e Nassif (2010) em seu estudo, que utilizando vigas metálicas e lajes de concreto, empregou equação idêntica à apresentada acima para comparativo entre os resultados obtidos experimentalmente e valores numéricos calculados com a utilização de programa de elementos finitos (figura 12).



**Figura 12 – Viga metálica e laje para determinação da largura colaborante (Salamana e Nassif, 2010)**

Os parâmetros considerados no estudo de Salamana e Nassif (2010) foram: a largura colaborante da laje de concreto, a porcentagem de pinos conectores utilizados e a variação da seção da viga de aço. Ao todo foram ensaiadas oito vigas, sendo cada viga instrumentada em três pontos paralelos na mesa de concreto.

A mesma metodologia de cálculo através da integração da curva de tensões pode ser utilizada também para chapas finas, conforme o apresentado no estudo desenvolvido por Jeom (2008), combinando vigas metálicas unidas por chapa de aço, conforme figura reproduzida a seguir (figura 13).



**Figura 13 – Largura colaborante ao longo de estrutura composta por vigas e chapa fina**

O autor Jeom (2008) denomina a largura colaborante por “largura efetiva”  $b_e$ , onde tem-se:

$$b_e = \frac{\int_{-b/2}^{b/2} \sigma x dy}{\sigma_{max}} \quad (15)$$

Onde:

$b_e$  é a largura efetiva (colaborante) da mesa;

$\sigma x \cdot dy$  é a integral da área sob a curva de tensões  $\sigma_x$ ;

$\sigma_{max}$  é a tensão máxima na mesa.

Os autores Chen *et al* (2007) propõe um conjunto de expressões diferentes, levando-se em consideração se a região que está sendo avaliada é de momentos positivos ou negativos. Para as regiões de momentos positivos, a expressão proposta é abaixo reproduzida.

$$b_{ef} = \frac{C_{slab}}{F} = \frac{C_{slab}}{0,5t_{slab} (\sigma_{max} + \sigma_{min})} \quad (16)$$

Onde:



$C_{slab}$  é a resultante de compressão no concreto;

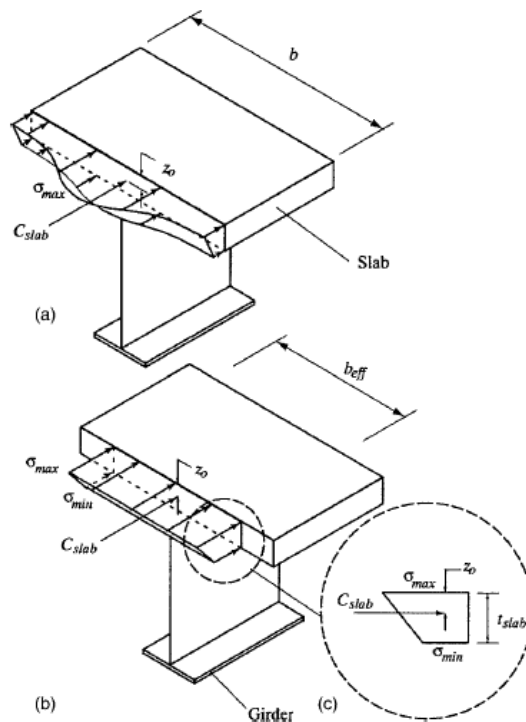
$F$  é a força por unidade de largura da laje;

$t$  é a espessura da mesa comprimida de concreto;

$\sigma_{max}$  é tensão máxima de compressão( na parte superior da mesa);

$\sigma_{min}$  é tensão mínima de compressão( na parte inferior da mesa).

Foi transcrita a seguir a figura apresentada pelos autores (figura 14)



**Figura 14 – Largura colaborante para regiões de momento positivo, (Chiewanichakorn, 2011).**

Para as regiões de momentos fletores negativos, de acordo com o proposto por Chen et al (2008) pode ser utilizada a seguinte expressão para a determinação da largura colaborante efetiva.

$$b_{ef} = \frac{T_{total}}{F} = \frac{T_{total}}{0,5t_{slab} (\sigma_{max} + \sigma_{min}) + T_{rebar\_top} + T_{rebar\_bot}} \quad (17)$$

Onde:

$T_{total}$  é a resultante das forças atuantes no concreto;

$F$  é a força por unidade de largura da laje;

$t$  é a espessura da mesa comprimida de concreto;

$\sigma_{max}$  é tensão máxima de compressão( na parte superior da mesa);

$\sigma_{min}$  é tensão mínima de compressão( na parte inferior da mesa);

$T_{rebar\_top}$  é força por unidade de largura nas armaduras do bordo superior da mesa;

$T_{rebar\_bot}$  é força por unidade de largura nas armaduras do bordo inferior da mesa.

Onde:

$T_{total}$  é a resultante das forças atuantes no concreto;

$F$  é a força por unidade de largura da laje;

$t$  é a espessura da mesa comprimida de concreto;

$\sigma_{max}$  é tensão máxima de compressão( na parte superior da mesa);

$\sigma_{min}$  é tensão mínima de compressão( na parte inferior da mesa);

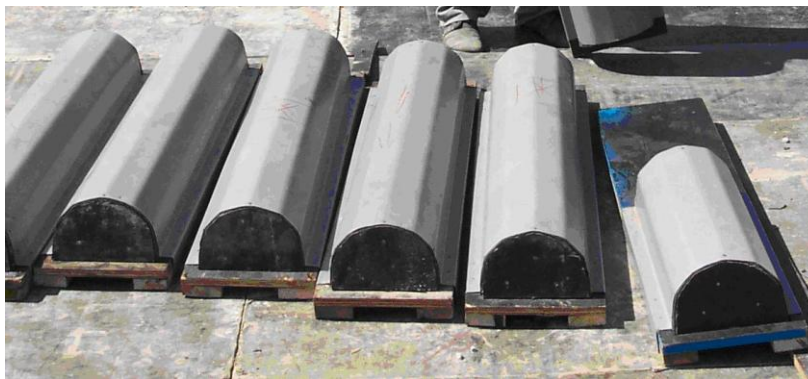
$T_{rebar\_top}$  é força por unidade de largura nas armaduras do bordo superior da mesa;

$T_{rebar\_bot}$  é força por unidade de largura nas armaduras do bordo inferior da mesa.

Os autores Chen et al (2008) fazem um estudo paramétrico para determinação da largura colaborante em estruturas de pontes mistas (concreto e aço), utilizando o software ABAQUS (HKS 2000). Neste estudo foram feitas ao todo 240 análises, incluindo a comparação com resultados experimentais.

### 2.3 Lajes nervuradas compostas por cubas semicilíndricas invertidas

A principal peculiaridade deste sistema é justamente, o tipo de fôrma utilizado para moldar as nervuras. Neste sistema, em vez de cubas em formato de prisma, como no sistema ATEX, utilizam-se moldes em formato de semicilindro invertido que recebem o nome de barrotes redutores de concreto (BRC). Existe também, o meio-barrote, a ser usado quando a modulação do vão assim o exigir (Figura15).



**Figura 15 – Aspecto de fôrmas semicilíndricas invertidas, sendo barrotes e meio-barrote, (SILVA, 2008)**

O aspecto da vista superior das formas de uma laje nervurada (Modelo de cubas semicilíndricas), antes da concretagem, aparece exposto na foto a seguir (figura 16).



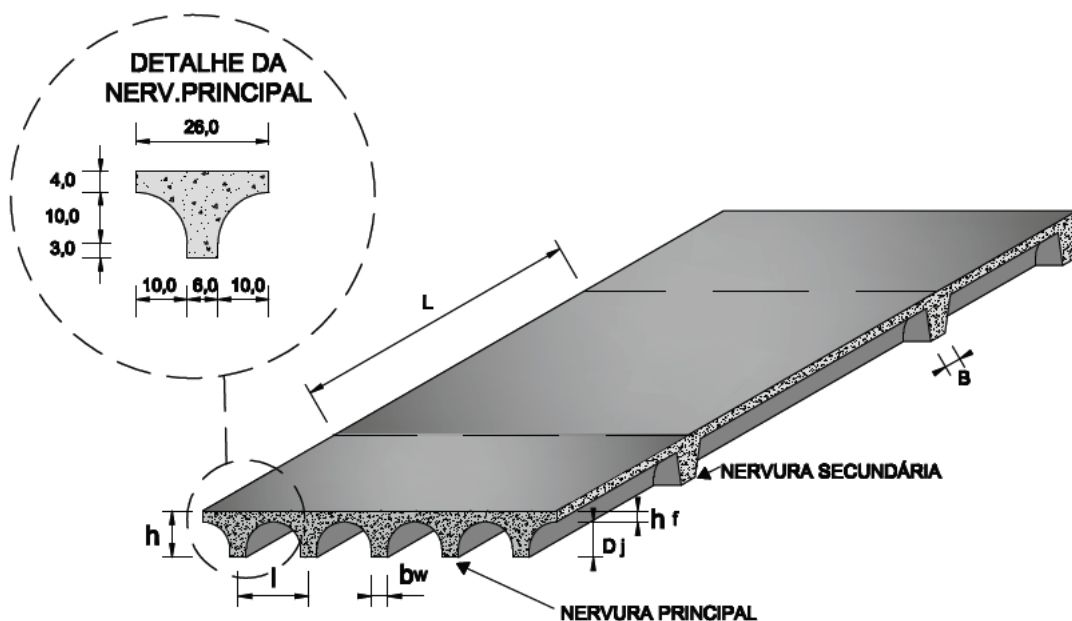
**Figura 16 – Aspecto, antes da concretagem, de fôrmas de uma laje, (REDUZCON, 2012)**

Conforme o exposto por De Paula (2007), o princípio de montagem de uma fôrma de laje de cubas semicilíndricas consiste em justapor as peças sobre linhas de escoramentos, a cada metro aproximadamente. Como os barrotes são todos colocados lado a lado, não há vãos entre eles. O esquema de montagem dos barrotes é apresentado na foto a seguir (figura 17).



**Figura 17 – Aspecto do escoramento e montagem de fôrmas**

As lajes de cubas semicilíndricas possuem nervuras principais e nervuras secundárias. As primeiras, de uma maneira geral, situam-se paralelas ao menor vão; já as nervuras secundárias, normalmente situam-se perpendiculares ao menor vão. O aspecto desse arranjo aparece representado na figura a seguir (figura 18).



**Figura 18 – Esquema dos elementos de uma laje de cubas semicilíndricas**

Onde:

$l$ : distância inter-eixos da nervura principal;

$L$ : distância inter-eixos da nervura secundária;

$h$ : altura total da laje nervurada

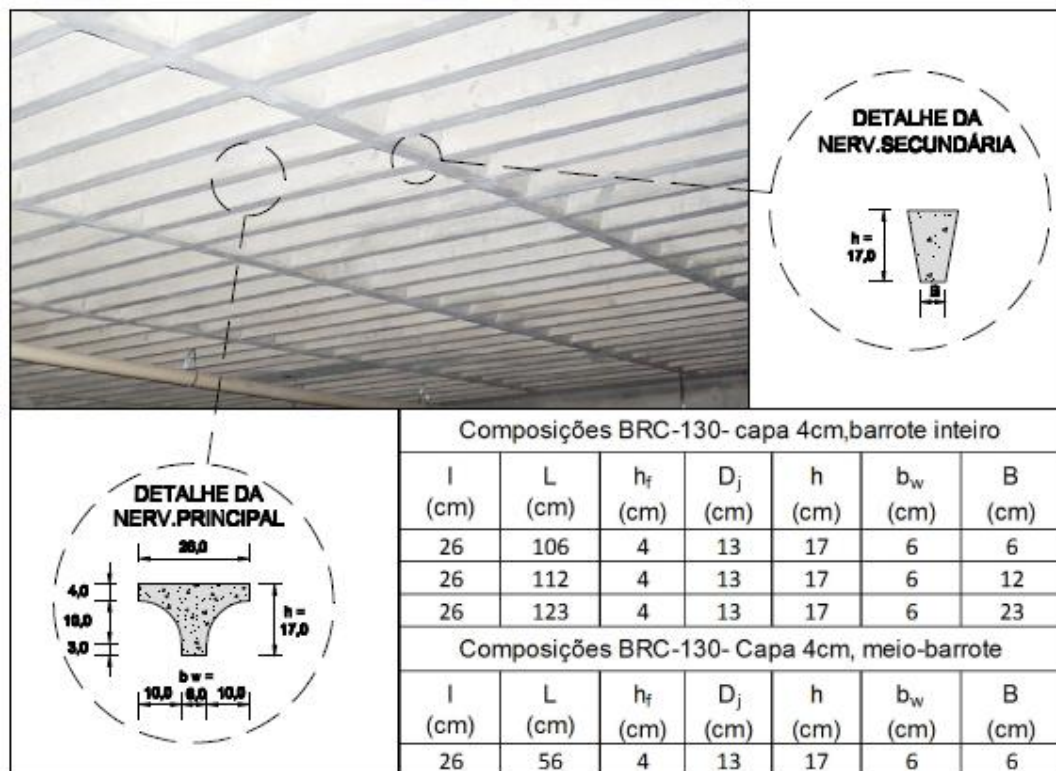
$h_f$ : espessura mínima da capa;

$D_j$ : altura máxima do molde;

$b_w$ : largura mínima da nervura principal;

$B$ : largura mínima da nervura secundária.

De acordo com REDUZCON (2011), atualmente são disponibilizados os modelos de barroteis redutores de concreto nas especificações: BRC-130 e BRC 210. Apenas os detalhes da composição das seções transversais do modelo BRC-130 que foi utilizado para criação dos modelos experimentais será detalhado na figura a seguir (figura 19).



**Figura 19 – Detalhes da composição da seção composta por BRC – 130, (Reduzcon, 2011)**

## 2.4 Modelos reduzidos

### 2.4.1 Utilização de modelos reduzidos na análise de estruturas

De acordo com Schwetz (2005), o uso de modelos experimentais na engenharia estrutural tem aumentado significativamente, assim como sua utilização

como complemento dos métodos analíticos, porque traz grandes vantagens para o perfeito entendimento dos fenômenos que ocorrem nas estruturas, servindo para verificar experimentalmente procedimentos numéricos adotados na resolução de projetos estruturais.

Ainda, segundo Schwetz (2005), a construção de modelos experimentais com dimensões idênticas as da estrutura real fornece excelentes resultados, mas acarretaria a necessidade de amplos espaços nos laboratórios, além, de um custo mais elevado. A solução é, justamente, o emprego de modelos estruturais reduzidos.

Mas, de acordo com Souza (1997), a criação de modelos reduzidos não é uma simples confecção de maquete. Sua construção deve respeitar certas condições estabelecidas pela Teoria da Semelhança dos Modelos Físicos, sendo o teorema de  $\pi$ , de Vaschy-Buckingham, a base para o estabelecimento de tais condições.

Conforme o exposto por Schwetz (2005), o teorema de  $\pi$  diz que *“qualquer equação dimensionalmente homogênea envolvendo um número  $n$  de grandezas físicas pode ser reduzida a uma equação equivalente envolvendo um número  $m$  de produtos adimensionais ( $\pi$ s)”*. Sendo  $r$  o posto da matriz dimensional do problema, geralmente igual ao número de grandezas fundamentais envolvidas, tem-se:

$$m = n - r \quad (18)$$

Diz-se, segundo Souza (1997), que se dois processos físicos são semelhantes é possível, prever o comportamento de um deles quando é conhecido o comportamento do outro. Para que haja semelhança física, é condição necessária e suficiente que todos os números  $\pi$  e os fatores de forma, que são números adimensionais, tenham os mesmos valores tanto no modelo como no protótipo. Deve haver coincidência, também, das funções de forma.

Caso não seja possível satisfazer a todas as condições de semelhança física, diz-se que existe semelhança física “incompleta” ou “relaxada”. A semelhança incompleta tem como consequência erros de previsão do protótipo a partir dos resultados experimentais obtidos com o modelo. A fim de corrigir estes erros devem-se introduzir fatores de correção no modelo.

De acordo com Schwetz (2005), a análise dimensional parte da premissa de que a solução de um fenômeno físico deve ser a mesma para o modelo e para a

estrutura real, podendo ser expressa por equações dimensionalmente homogêneas em termos de variáveis especificadas. Torna-se necessário que, além de uma completa semelhança geométrica o material do modelo apresente propriedades similares as da estrutura real, como por exemplo: módulo de elasticidade longitudinal, resistências características à tração e a compressão, retração e trabalhabilidade.

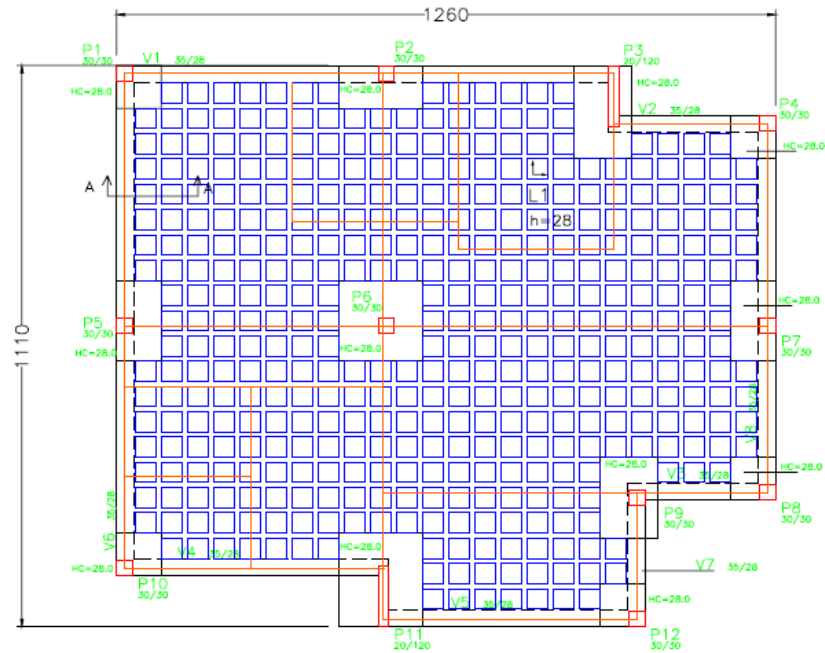
Conforme o apresentado por Schwetz (2005), o problema da resistência das estruturas pode ser abordado pela análise dimensional, de modo mais geral, e não apenas limitado a corpos elásticos. Dadas as equações constitutivas que relacionam deformações específicas e tensões, e os critérios de resistência, é possível exprimi-los em forma adimensional referindo todos os seus parâmetros à resistência representativa.

No caso dos materiais pétreos o parâmetro de resistência representativa pode ser a tensão de ruptura à tração ou a compressão simples. Já no caso dos materiais dúcteis, a tensão de escoamento seria o parâmetro de resistência representativa.

#### 2.4.2 Utilização de modelos reduzidos na análise de lajes nervuradas

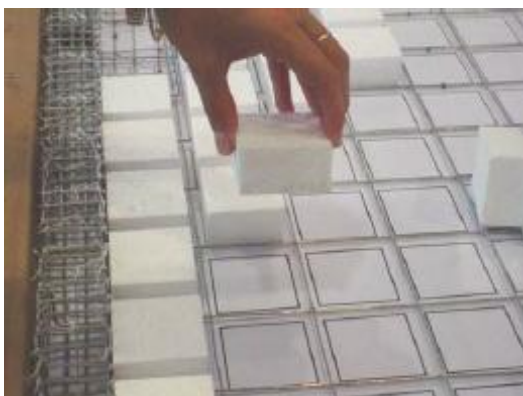
Diversas estruturas complexas, inclusive lajes nervuradas, têm sido analisadas experimentalmente, com bons resultados, por meio de modelos reduzidos. De acordo com Schwetz (2005), enquanto a laje apresentar um comportamento elástico linear, a utilização de modelos não impõe nenhuma restrição quanto à forma da estrutura ou as condições de bordo.

A autora Schwetz (2005) fez uma análise teórico-experimental de um pavimento composto por laje nervurada em modelo reduzido em escala 1:7,5. Antes da confecção do modelo reduzido propriamente dito Schwetz (2005) modelou o pavimento com o auxílio do software TQS (figura 20), comparando os resultados numéricos aos experimentais.



**Figura 20 – Pavimento modelado no software TQS  
(SCHWETZ, 2005)**

A confecção dos moldes para execução do pavimento analisado por Schwetz (2005) foi feita em pequenos prismas de EPS (isopor). Esses moldes de EPS foram colados sobre fôrma contendo um gabarito com o posicionamento de cada elemento. A concretagem foi feita com micro-cimento, devido as dimensões reduzidas de cada peça (figuras 21 e 22).



**Figura 21 e 22 – Colagem dos moldes em EPS, sobre gabarito,  
(SCHWETZ,2005)**

Após a concretagem os moldes de EPS foram retirados com o auxílio de espátula (figura 23 e 24), obtendo-se o aspecto final do modelo reduzido de uma laje nervurada.





**Figura 23 e 24 –Retirada dos moldes de EPS, com o auxílio de espátula, (SCHWETZ, 2005)**

Com o objetivo de obter as deformações em 35 pontos de seu modelo reduzido, Schwetz (2005) instrumentou as nervuras com ERE (extensômetros de resistência elétrica). Cada extensômetro da marca Kyowa Eletronic Instruments foi colado, na posição pré-detrminada, com adesivo da marca Loctite nº495 (Figura 25)



**Figura 25– Detalhe da colagem dos extensômetros (SCHWETZ, 2005)**

A autora Souza (2007), em seu trabalho ensaiou modelos de laje nervurada do tipo “ATEX”, utilizando painéis reduzidos em escala 1:2. Nesses ensaios Souza (2007) avaliou 8 modelos reduzidos de lajes nervuradas, aplicando carregamentos no centro das lajes, objetivando uma análise experimental de concreto armado ao cisalhamento. O parâmetro que variou nos modelos foi a armadura de cisalhamento.

Os painéis de laje reduzida ensaiados por Souza (2007) tiveram sua armadura instrumentada com extensômetros de resistência elétrica. Os extensômetros, da marca Kyowa, foram posicionados nos pontos onde desejava obter-se as deformações nas armaduras, sendo instrumentadas as armaduras de flexão e de cisalhamento (figura 26).



**Figura 26 – Aspecto da instrumentação da armadura de cisalhamento, (SOUZA, 2007)**

Após preparo e limpeza das armaduras, segundo Souza (2007), foram colados os extensômetros com a utilização de adesivo a base de cianocrilato (Superbond). Sendo estes, posteriormente, protegidos com resina (Figura 27).



**Figura 27 – Detalhe do extensômetro colado na armadura, (SOUZA, 2007)**

### **3 PROGRAMA EXPERIMENTAL**

#### **3.1 Pré-dimensionamento dos modelos a serem estudados**

##### **3.1.1 Aspectos Gerais**

Os modelos analíticos apresentados a seguir serão utilizados no pré-dimensionamento dos elementos que foram executados para os ensaios de laboratório. Como não seria possível o ensaio na prensa do laboratório de um painel ou faixa de laje com largura superior a 59cm, optou-se pelos seguintes procedimentos:

- Para os elementos dos modelos I e II – separação de uma faixa localizada no centro das lajes, que por suas características serão denominadas como vigas;
- Para os elementos dos modelos III e IV – construção de painéis de laje em escala 1:2 variando-se a quantidade de nervuras secundárias, ou seja, um painel possuiria uma nervura secundária e outro duas nervuras secundárias.

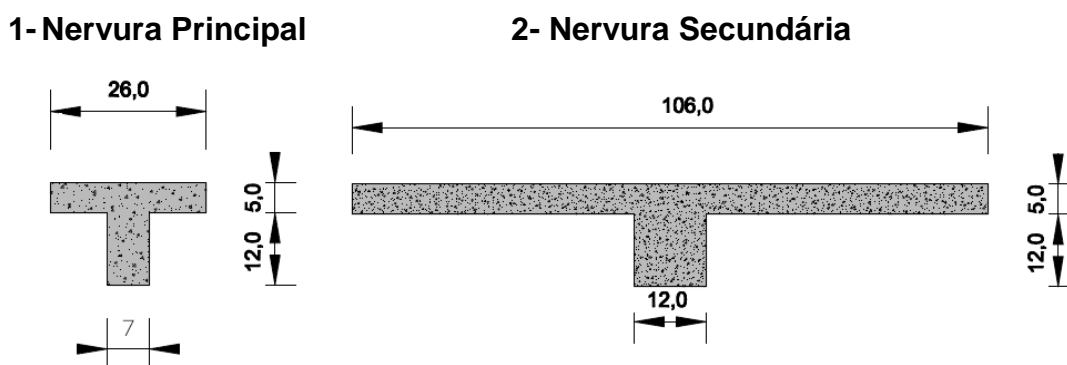
### 3.1.2 Pré-dimensionamento do modelo I – painel quadrado

O modelo I foi idealizado como sendo um painel de laje isolado nas dimensões de 4,5 x 4,5m, composto por cubas semicilíndricas. Este painel é apoiado em todas as extremidades por vigas de bordo com seção de 15cm x 70cm, sendo estas vigas sustentadas por pilares de seção 15cm x 45cm, tendo um pé-direito de 4,50m.

Cabe ressaltar que embora tenha sido lançada toda a estrutura no software EBERICK V7 (2011), apenas para efeito de composição e dimensionamento dos elementos, o principal foco deste texto é o estudo da laje nervurada propriamente dita. Sendo neste caso, empregado o modelo de cubas semicilíndricas do tipo BRC – 130. Ou seja, trata-se de uma laje nervurada de altura total de 17cm, da qual foi escolhida apenas uma faixa central para confecção dos modelos de laboratório.

Para construção dos modelos foi empregado o software comercial para dimensionamento de concreto armado EBERICK V7 (2011), sendo utilizados os seguintes parâmetros de entrada:

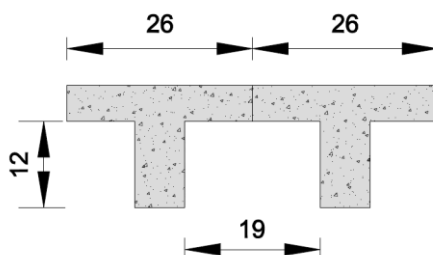
- $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ ;
- Classe de agressividade do ambiente: I- fraca;
- Modelo de laje semicilíndricas BRC – 130, sendo inserido com a utilização de seção equivalente semelhante a utilizada por De Paula (2007), como apresentado na figura a seguir (figura 28):



**Figura 28 – Seções equivalentes**

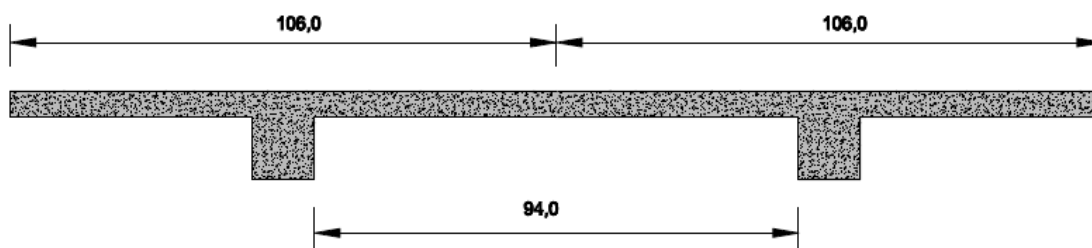
Para possibilitar a modelagem do sistema de cubas semicilíndricas no programa EBERICK V7 (2011) foram, ainda, utilizados os espaçamentos entre nervuras, empregando as seções equivalentes, conforme especificado nos itens a seguir:

- Entre nervuras principais- 19,0cm (figura 29).



**Figura 29 – Espaçamentos entre nervuras principais**

- Entre nervuras secundárias - 94cm ( figura 30)

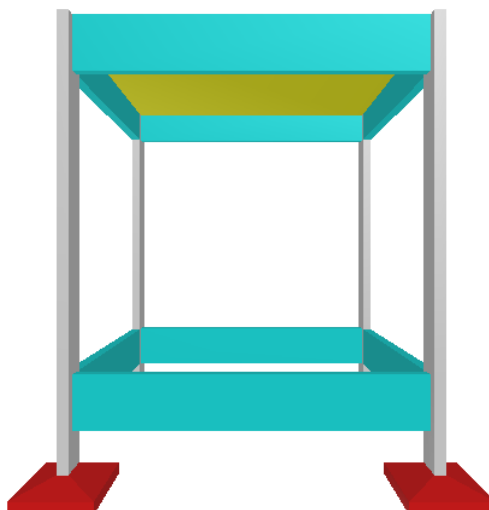


**Figura 30 – Espaçamentos entre nervuras secundárias**

Os vãos do modelo I ( $L_x$ ,  $L_y$ ) foram baseados nos vãos utilizados por De Paula (2007), ou seja, um painel de laje nas dimensões de 4,5m x 4,5m. O carregamento, também, foi o mesmo proposto por De Paula (2007) em seu estudo. A composição deste carregamento é relacionada a seguir:

- Alvenaria – 1,5KN/m<sup>2</sup>;
- Revestimento – 1,0KN/m<sup>2</sup>;
- Sobrecarga de utilização – 1,5KN/m<sup>2</sup>;
- Peso próprio – 2,29KN/m<sup>2</sup>;
- Total das ações atuantes – 6,29KN/m<sup>2</sup>.

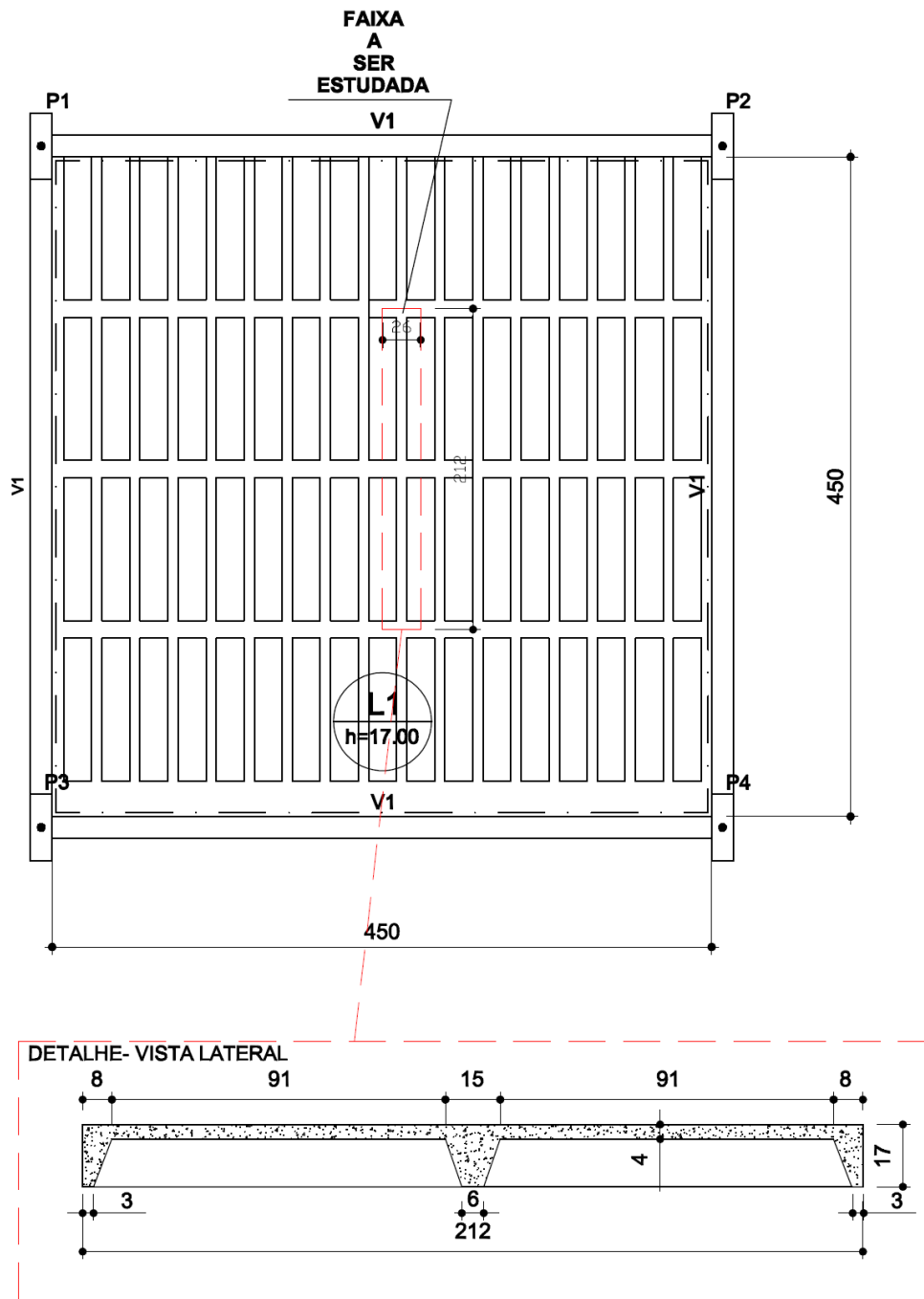
A estrutura proposta para o modelo I, inserida no software EBERICK V7 (2011), resultou no modelo estrutural representado pelo pórtico 3D, exposto na figura abaixo (figura 31):



**Figura 31 – Pórtico 3D, do modelo I**

Para efeito de estudo foi proposta a inserção de conduíte de PVC com diâmetro  $\frac{3}{4}$ , ao longo da mesa, no sentido paralelo às nervuras principais da laje

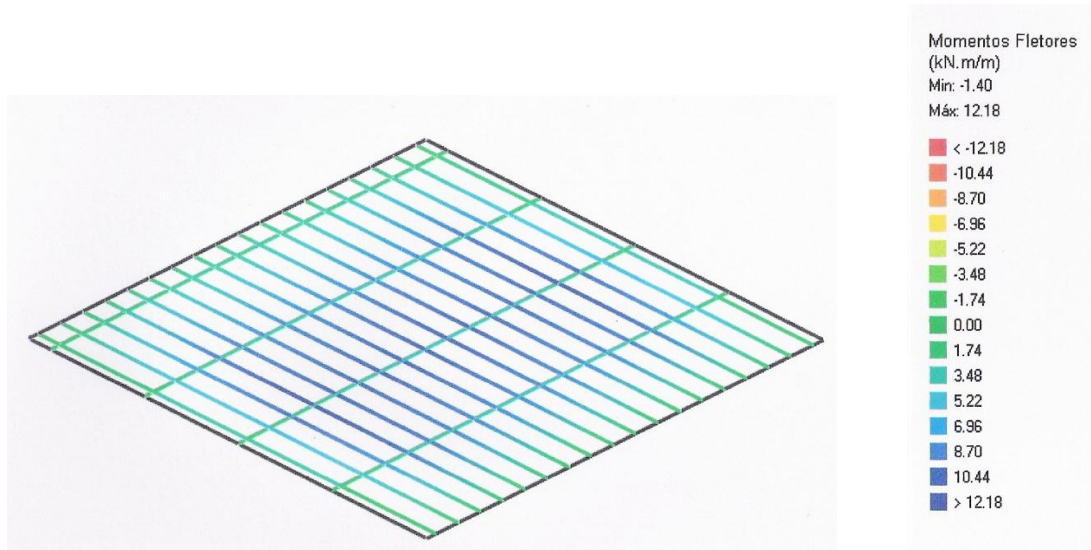
O painel de laje nervurada do modelo I, bem como a faixa central escolhida para este estudo são apresentadas na figura a seguir (figura 32)



**Figura 32 – Laje do modelo I em planta, e vista lateral da faixa central a ser estudada**

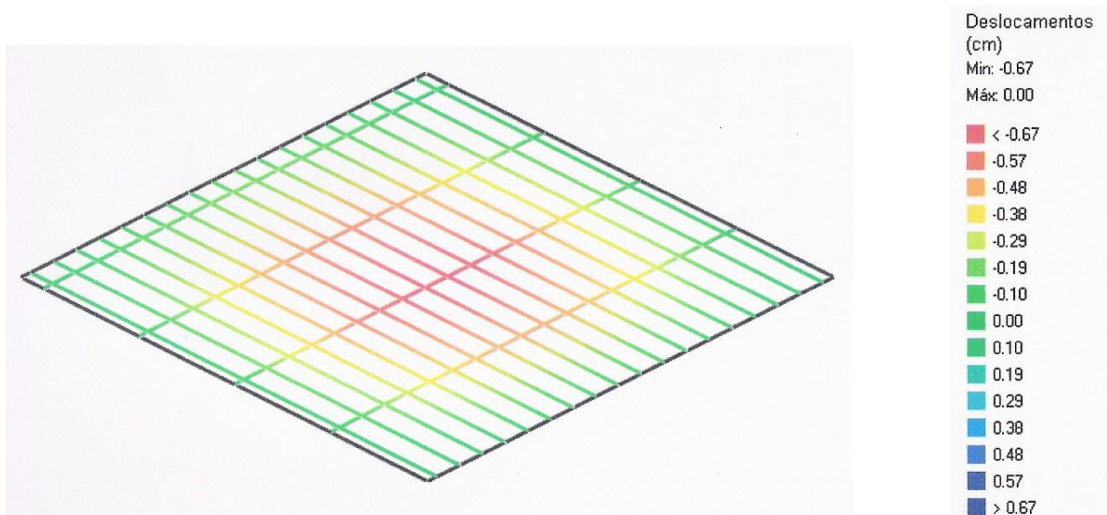
Como afirmado anteriormente, apenas as lajes dimensionadas com o auxílio do EBERICK V7 (2011) serão objeto de estudo neste trabalho. Nestes casos, o dimensionamento das lajes (composta por elementos de fôrma do tipo BRC-130) foi feito utilizando analogia de grelhas, sendo cada barra da grelha localizada sobre os eixos das nervuras principais e secundárias.

A figura a seguir reproduz a grelha e a variação de momentos fletores obtida considerando o modelo fissurado (figura 33).



**Figura 33 – Grelha de momentos fletores**

Os deslocamentos deste modelo foram obtidos, também, considerando o modelo fissurado e com vigas de bordo nas dimensões de 15cm x 70cm. Estes deslocamentos são apresentados na figura que se segue ( figura 34)



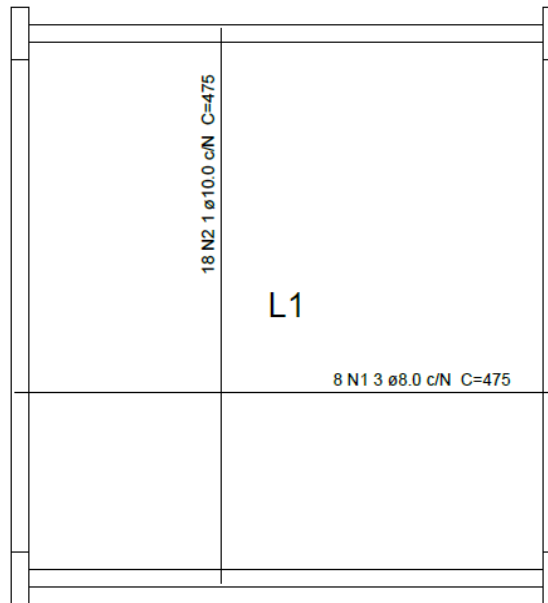
**Figura 34 – Grelha de deslocamentos**

No modelo I o dimensionamento das armaduras foi feito considerando a laje no ELS (estado limite de serviço), e para tal, todos os coeficientes de segurança utilizados no programa de cálculo estrutural foram lançados como unitários. Após o processamento do modelo de estrutura proposto, além dos resultados já apresentados, foram obtidas as armaduras ( $A_s$ ) para toda a estrutura, sendo apenas



aqui apresentada a armadura da laje nervurada, por se tratar do real interesse deste trabalho.

A armadura calculada com o auxílio do EBERICK V7 (2011), é apresentada na planta a seguir (figura 35):



**Figura 35 – Detalhamento das armaduras**

O resumo dos dados, pertencentes ao modelo I encontra-se apresentado na tabela a seguir ( tabela 1):

**Tabela 1 – Resumo dos dados do modelo I**

Resumo do dimensionamento de L1 ( apenas na faixa a ser estudada)	
Momento fletor máximo	12,18 KN.m/m
Deslocamento máximo	0,67 cm
$A_s$ na nervura principal	1 $\phi$ 10 mm
$A_s$ na nervura secundária	3 $\phi$ 8 mm

### 3.1.3 Pré-dimensionamento do modelo II – painel retangular

O modelo II foi idealizado como sendo um painel de laje modelo de cubas semicilíndricas isolado. Como no modelo anterior, este painel é apoiado em todas as

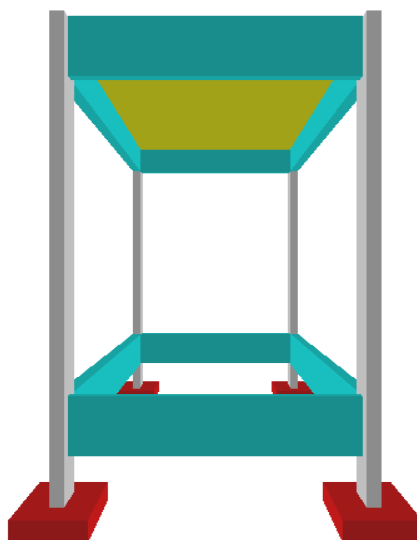
extremidades por vigas de bordo com seção de 15cm x 70cm, sendo estas vigas sustentadas por pilares de seção 15cm x 45cm, tendo um pé-direito de 4,50m.

Para construção deste modelo foi empregado um software comercial para dimensionamento de concreto EBERICK V7 (2011), sendo os seguintes parâmetros de entrada:

- $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ ;
- Classe de agressividade do ambiente: I- fraca;
- Modelo de laje BRC – 130, com a mesma seção equivalente anterior.

Para o lançamento dos elementos da estrutura a serem dimensionados, com o auxílio do programa, foram utilizadas as mesmas seções equivalentes do modelo anterior. Também foram as mesmas, as distâncias entre as nervuras utilizadas para modelagem deste tipo de laje.

Os vãos do modelo II ( $L_x$ ,  $L_y$ ) foram baseados em uma distancia usual entre pilares, ou seja, resultou num painel de laje nas dimensões de 3,0m x 6,0m. O carregamento foi idêntico ao do modelo I. A estrutura proposta para o modelo II, inserida no software EBERICK V7 (2011), resultou no modelo estrutural representado pelo pórtico 3D, exposto na figura a seguir (figura 36):

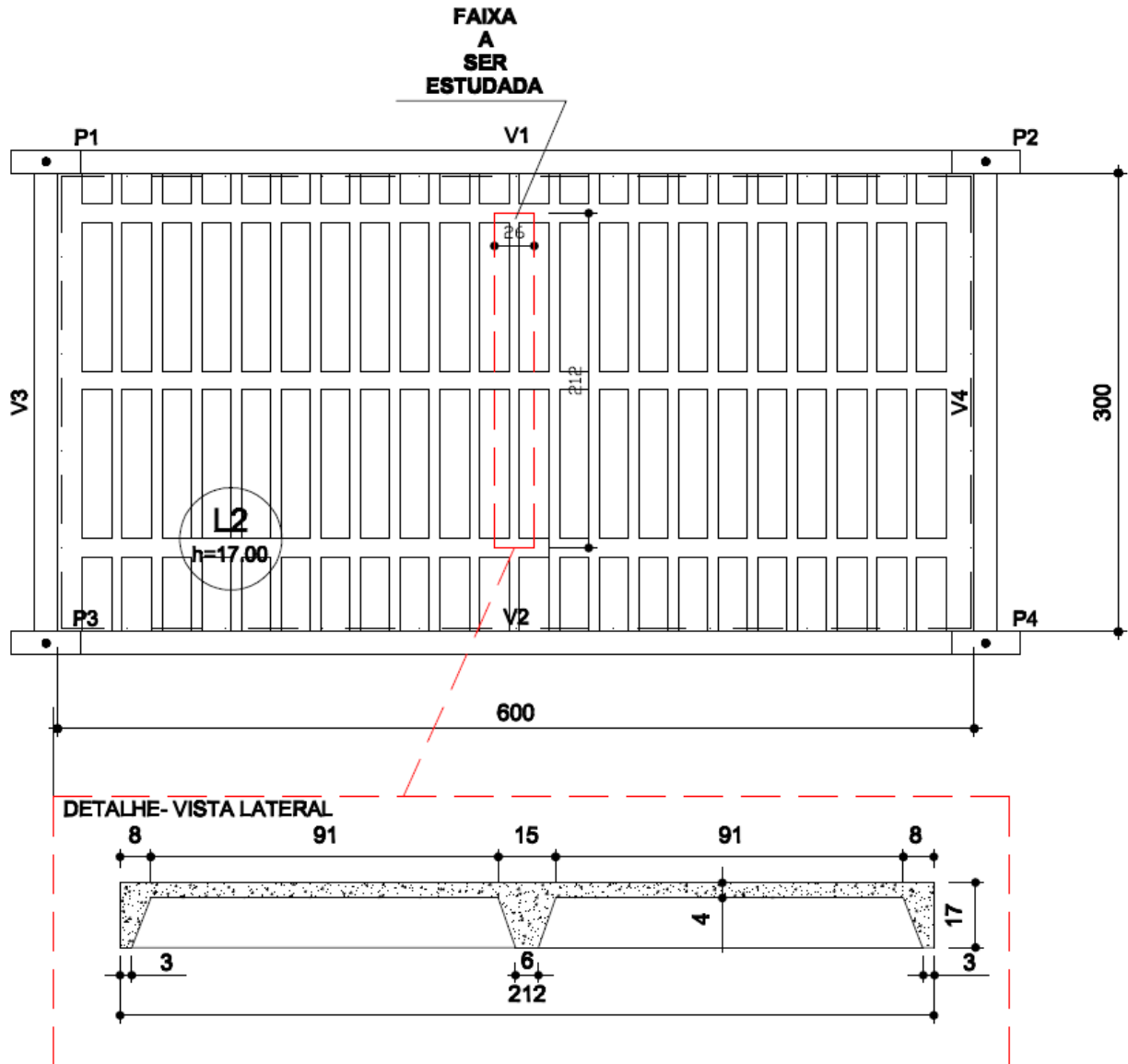


**Figura 36 – Pórtico 3D, do modelo II**

O modelo II é composto de uma laje nervurada de altura total de 17cm, da qual foi escolhida apenas uma faixa central para confecção dos modelos de laboratório.

Foi considerado, neste modelo, a inserção de tubulação (conduíte) na mesa em direção paralela às nervuras principais. Conforme proposto no modelo anterior.

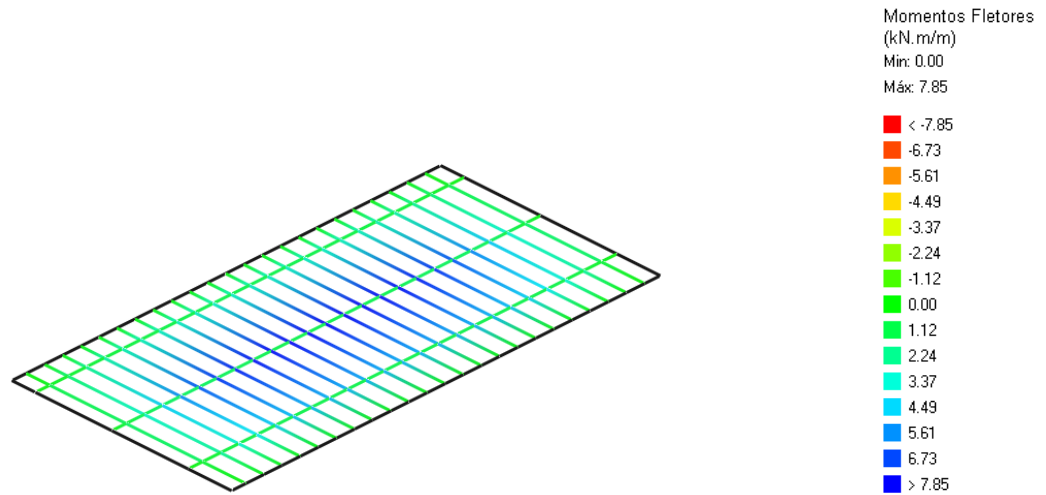
As dimensões em planta do modelo II, e também a faixa central de laje escolhida para o estudo são apresentadas na figura a seguir (figura 37).



**Figura 37– Laje do modelo II em planta, e vista lateral da faixa central a ser estudada**

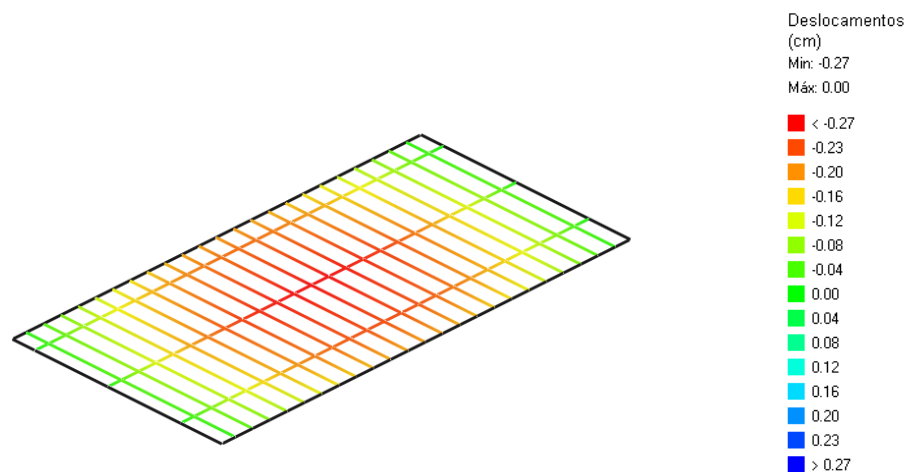
Também para o modelo II, apenas as lajes dimensionadas com o auxílio do programa já mencionado serão objeto de estudo, não sendo analisados os demais elementos estruturais. Nestes casos, o dimensionamento da laje composta por elementos de forma do tipo BRC-130 foi feito utilizando analogia em grelhas, sendo cada barra da grelha localizada sobre os eixos das nervuras principais e secundárias.

A figura abaixo reproduz a grelha gerada para o modelo II (com a variação de momentos fletores) obtida considerando o modelo fissurado para a laje de vãos 3,0m x 6,0m (figura 38).



**Figura 38 – Grelha de momentos fletores**

Os deslocamentos do modelo II analisado por grelha foram obtidos, também, considerando o modelo fissurado e com vigas de bordo nas dimensões de 15cm x 70cm. Estes deslocamentos são apresentados na figura que se segue (figura 39)

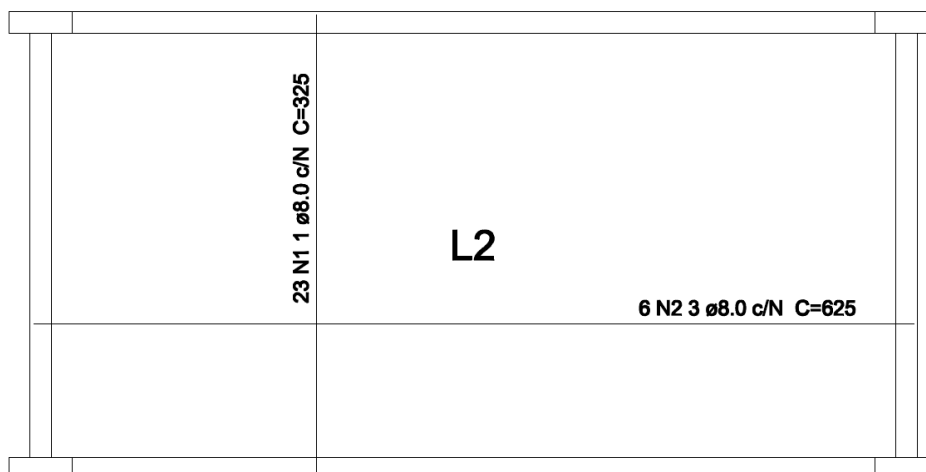


**Figura 39 – Grelha de deslocamentos**

Para o modelo II, o dimensionamento das armaduras foi feito considerando a laje no ELS (estado limite de serviço), e para tal, todos os coeficientes de segurança utilizados no programa de cálculo estrutural foram lançados como unitários. Após o processamento do modelo de estrutura proposto, além dos resultados já apresentados, foram obtidas as armaduras ( $A_s$ ) para toda a estrutura, sendo apenas

aqui apresentada a armadura da laje nervurada do modelo II, por se tratar do real interesse deste trabalho.

A armadura deste modelo, calculada com o auxílio do EBERICK V7 (2011), é apresentada na planta de armaduras a seguir (figura 40):



**Figura 40 – Detalhamento das armaduras**

O resumo dos dados, após o dimensionamento, pertencentes ao modelo II encontra-se apresentado na tabela a seguir ( tabela 2):

**Tabela 2 – Resumo dos dados do modelo II**

Resumo do dimensionamento de L2 ( apenas na faixa a ser estudada)	
Momento fletor máximo	7,85 KN.m/m
Deslocamento máximo	0,27 cm
$A_s$ na nervura principal	1 $\phi$ 8 mm
$A_s$ na nervura secundária	3 $\phi$ 8 mm

#### 3.1.4 Pré-dimensionamento do modelo III - painel de laje PL-01

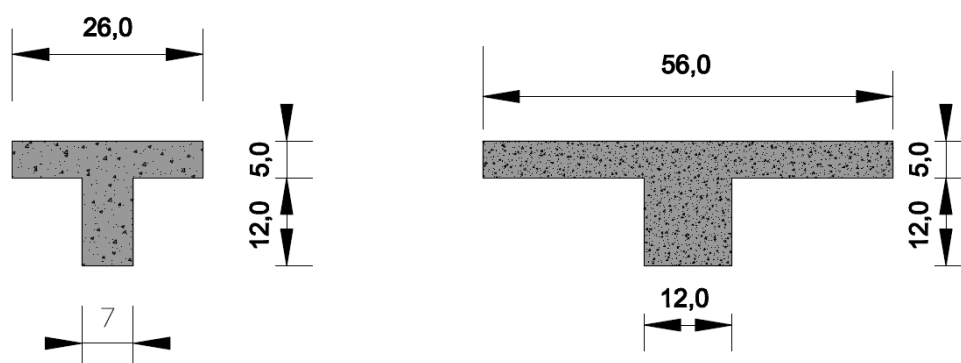
O modelo III, a partir de agora denominado como PL-01, foi idealizado como sendo um painel de laje modelo de cubas semicilíndricas, isolado, composto por meio-barrote. Este painel é apoiado em todas as extremidades por vigas de bordo

com seção de 15cm x 30cm, sendo estas vigas sustentadas por pilares de seção 25cm x 25cm, tendo um pé-direito de 3,00m.

O objetivo do elemento PL-01 foi a criação de um protótipo que servisse para a elaboração de um modelo reduzido em escala 1:2. Este modelo reduzido foi calculado, e posteriormente executado, com dimensões tais que permitissem a sua adaptação às dimensões dos equipamentos do laboratório.

Para o lançamento e cálculo da estrutura, em escala natural, utilizou-se o mesmo programa dos modelos anteriores, sendo considerados os seguintes parâmetros de entrada:

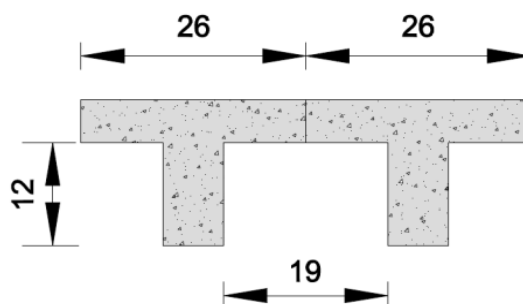
- $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ ;
- Classe de agressividade do ambiente: I- fraca;
- Modelo de laje de cubas semicilíndricas tipo BRC – 130, composta por meio-barrote, e sendo inserida com a utilização de seção equivalente, como apresentada nas figuras a seguir (figura 41):



**Figura 41 – Seções equivalentes**

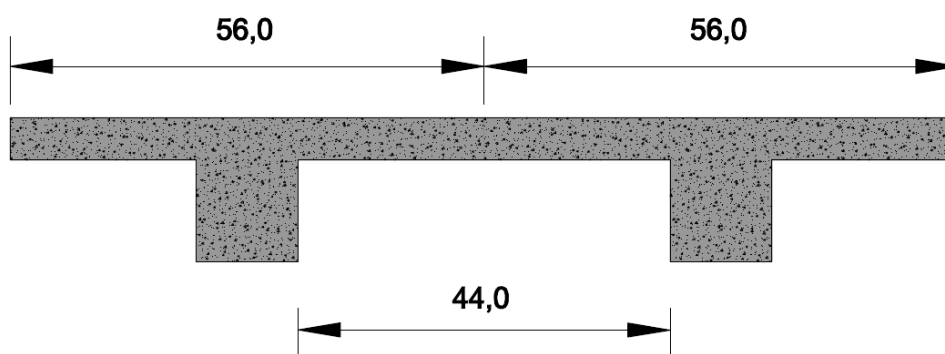
Para possibilitar a modelagem do protótipo de sistema de cubas semicilíndricas (composto por meio-barrote) no programa de dimensionamento foram, ainda, utilizados os espaçamentos entre nervuras, empregando as seções equivalentes, conforme especificado nos itens a seguir:

- Entre nervuras principais- 19,0cm (figura. 42).



**Figura 42 – Distancia entre seções equivalentes- nervura principal**

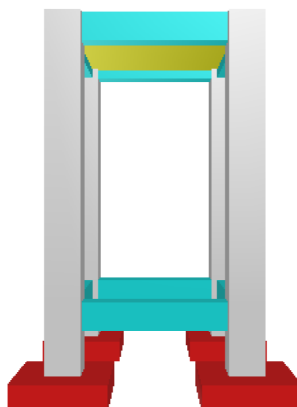
- Entre nervuras secundárias - 44,0cm ( figura 43)



**Figura 43 – Distancia entre seções equivalentes- nervura secundária**

Os vãos do modelo PL-01 ( $L_x$ ,  $L_y$ ), como afirmado anteriormente foram baseados em medidas que permitissem a redução do modelo a dimensões compatíveis com os equipamentos do laboratório, ou seja, após a redução do protótipo em escala 1:2, a largura máxima obtida no modelo deveria ser de 55cm.

Somente para ilustração do arranjo estrutural proposto no lançamento da estrutura no EBERICK V7 (2011), será apresentado a seguir o pórtico 3D gerado (figura 44).



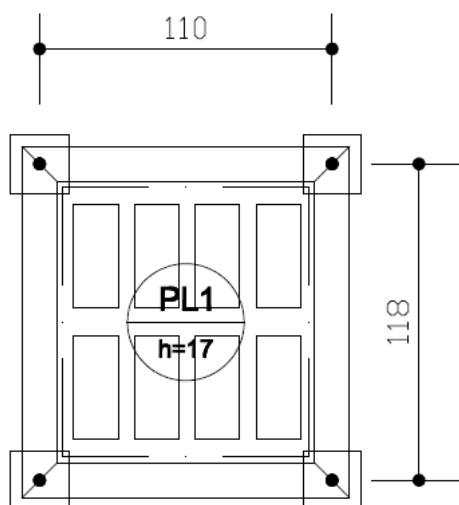
**Figura 44 – Pórtico 3D, do modelo PL-01**

As dimensões da laje nervurada de PL-01 consistiram num painel retangular de medindo 1,10m x 1,18m. O carregamento proposto para o cálculo desta laje teve a seguinte composição:

- Alvenaria – 1,5KN/m<sup>2</sup>;
- Revestimento – 1,0KN/m<sup>2</sup>;
- Sobrecarga de utilização – 2,5KN/m<sup>2</sup>;
- Peso próprio – 2,52KN/m<sup>2</sup>;
- Total das ações atuantes – 7,52KN/m<sup>2</sup>.

Não foi considerada neste modelo a inserção de tubulação na mesa, em direção paralela às nervuras principais, conforme proposto nos modelos anteriores.

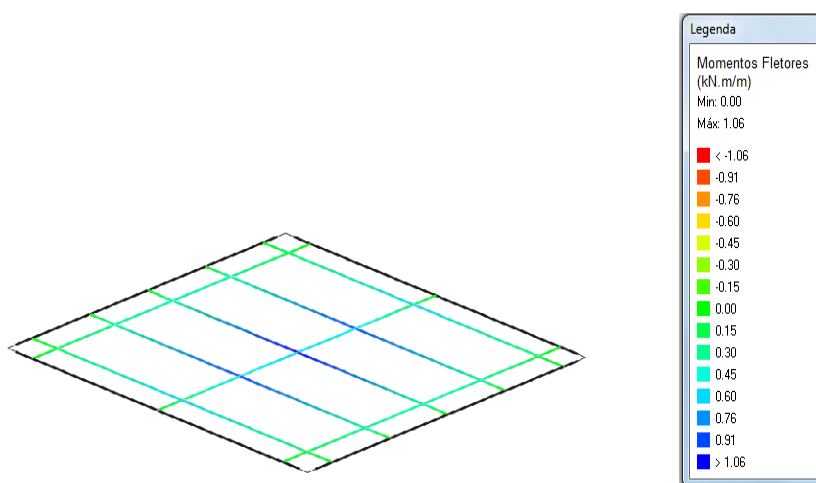
As dimensões em planta do protótipo de PL-01 que serviram de base para a criação do modelo reduzido em escala 1:2 são apresentadas na figura abaixo (figura 45).



**Figura 45– Planta do modelo PL-01**

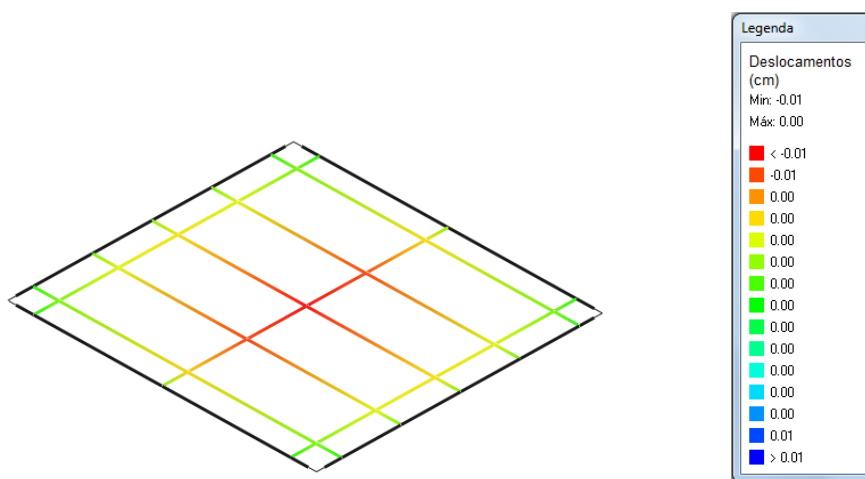


A partir da configuração apresentada na planta acima, foram obtidos os valores dos momentos fletores, considerando o modelo fissurado (figura 46).



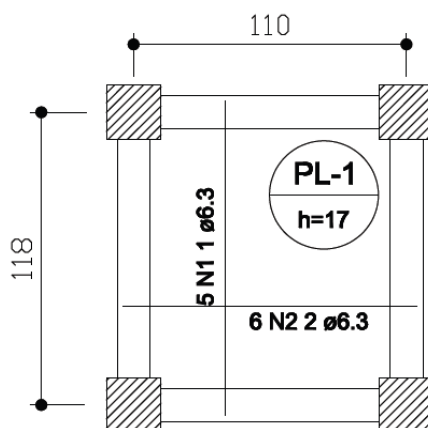
**Figura 46 – Aspecto da grelha de momentos fletores de PL-01**

Levando-se em conta as dimensões diminutas dos vãos, os valores obtidos de deslocamento máximo, considerando o modelo fissurado foram bastante reduzidos. Estes valores de deslocamentos são apresentados na figura a seguir (figura 47).



**Figura 47– Aspecto da grelha de deslocamentos de PL-01**

Para o protótipo PL-01, o dimensionamento das armaduras foi feito considerando a laje no ELS (estado limite de serviço), e para tal, todos os coeficientes de segurança utilizados no programa de cálculo estrutural foram lançados como unitários. Após o processamento da estrutura proposta foram obtidas as armaduras ( $A_s$ ) para toda a estrutura, sendo apenas aqui apresentada a planta de armadura da laje nervurada de PL-01 (figura 48).



**Figura 48 – Detalhamento de armaduras para PL-01**

O resumo dos dados, após o dimensionamento, pertencentes ao protótipo de PL-1 encontra-se apresentado na tabela a seguir ( Tabela 3).

**Tabela 3 – Resumo dos dados do protótipo de PL-01**

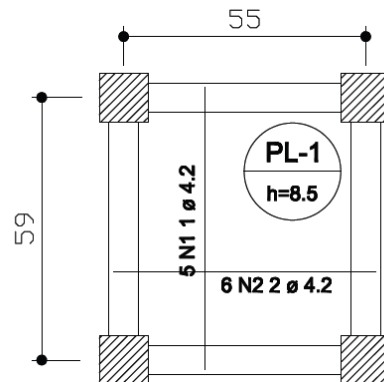
Resumo do dimensionamento de PL-01 ( dados referentes ao protótipo)	
Momento fletor máximo	1,06 KN.m/m
Deslocamento máximo	0,01 cm
$A_s$ na nervura principal	1 $\phi$ 6.3 mm
$A_s$ na nervura secundária	2 $\phi$ 6.3 mm

Para obtenção dos valores que seriam usados na confecção do painel de PL-01 foram levados em consideração, além do fator de escala, a viabilidade da instrumentação dos fios, bem como a existência de nervuras nos mesmos. Isso conduziu uma aproximação dos valores obtidos pela redução em escala a diâmetros próximos encontrados comercialmente.

Os resultados foram os valores de  $A_s$  resumidos na tabela a seguir (tabela 4), também apresentados na figura 49.

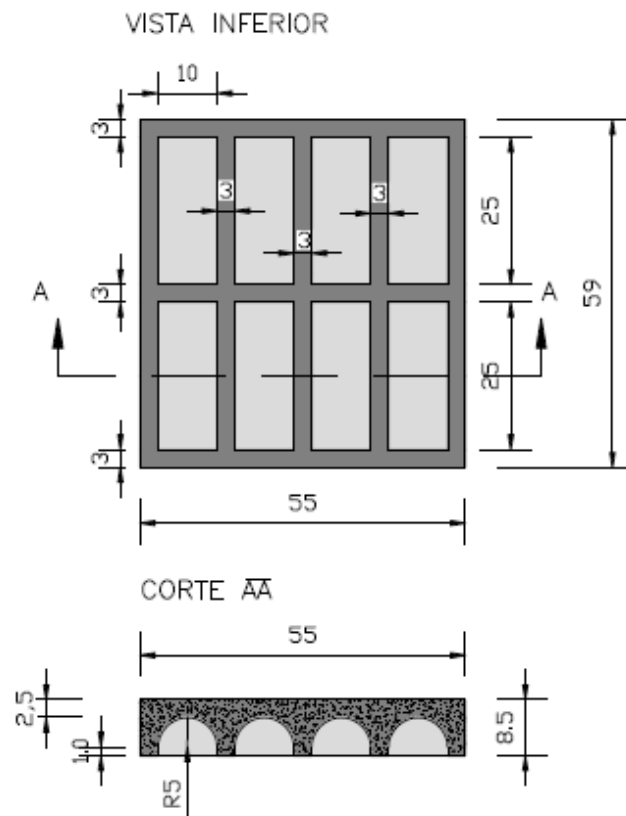
**Tabela 4 – Resumo dos dados do modelo reduzido de PL-01**

Resumo do dimensionamento de PL-01 ( dados referentes ao modelo reduzido)	
$A_s$ na nervura principal	1 $\phi$ 4.2 mm
$A_s$ na nervura secundária	2 $\phi$ 4.2 mm



**Figura 49 – Detalhamento de armaduras para o modelo reduzido de PL-01**

Os detalhes das dimensões (já reduzidas na escala 1:2) que foram usadas na confecção de PL-01, são apresentados em vista inferior e corte na figura a seguir (figura 50)



**Figura 50 – Vista inferior e corte do modelo reduzido de PL-01**

### 3.1.5 Pré-dimensionamento do modelo IV- painel de laje PL-02

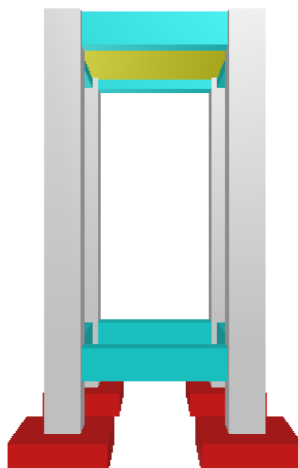
De forma análoga ao modelo anterior, o modelo IV será a partir de agora denominado como PL-02, e foi idealizado como sendo um painel de laje modelo de cubas semicilíndricas. Este painel é apoiado em todas as extremidades por vigas de bordo com seção de 15cm x 30cm, sendo estas vigas sustentadas por pilares de seção 25cm x 25cm, tendo um pé-direito de 3,00m.

O objetivo da idealização do elemento PL-02, foi o de possibilitar a criação de um protótipo que servisse para a elaboração de um modelo reduzido em escala 1:2. Sendo calculado e executando-se sua laje, com dimensões tais que permitissem, assim como no caso anterior, a sua adaptação a dimensões dos equipamentos do laboratório.

Para o lançamento e cálculo da estrutura, em escala natural, utilizou-se o mesmo software dos modelos anteriores, sendo considerados os seguintes parâmetros de entrada:

- $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ ;
- Classe de agressividade do ambiente: I- fraca;
- Modelo de laje de cubas BRC – 130, composta por meio-barrote, e sendo inserida no programa com a utilização de seção equivalente idêntica a utilizada no exemplo anterior.

Apenas para ilustração do arranjo estrutural utilizado no dimensionamento será apresentado a seguir o pórtico 3D (figura 51).

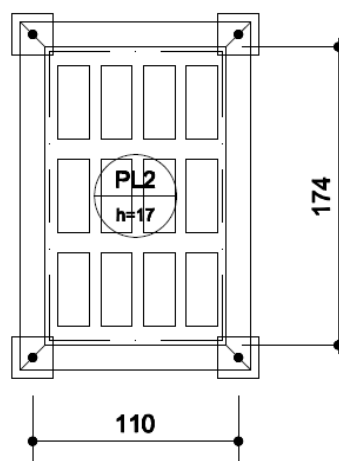


**Figura 51 – Pórtico 3D do modelo PL-02**

As dimensões da laje nervurada de PL-02 consistiram num painel retangular de medindo 1,10m x 1,74m. O carregamento proposto para o cálculo desta laje teve composição idêntica ao modelo anterior.

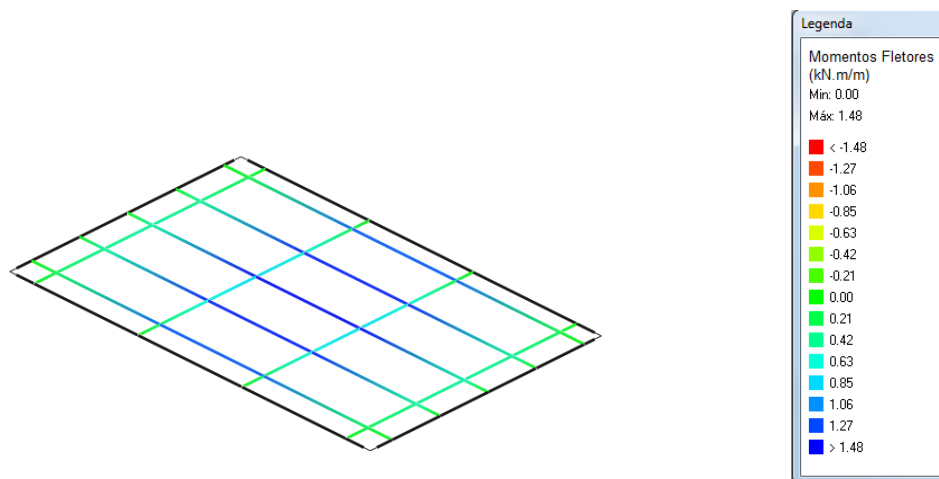
Uma das diferenças de configuração entre este modelo e o anterior é que com o aumento do vão  $L_x$ , foi necessária a utilização de uma nervura secundária a mais. Ou seja, o modelo anterior (PL-01) possuía apenas uma nervura secundária, enquanto PL-02 possui duas nervuras secundárias.

As dimensões em planta do protótipo de PL-02 que serviram de base para a criação do modelo reduzido em escala 1:2 são apresentadas na figura abaixo (figura.52).



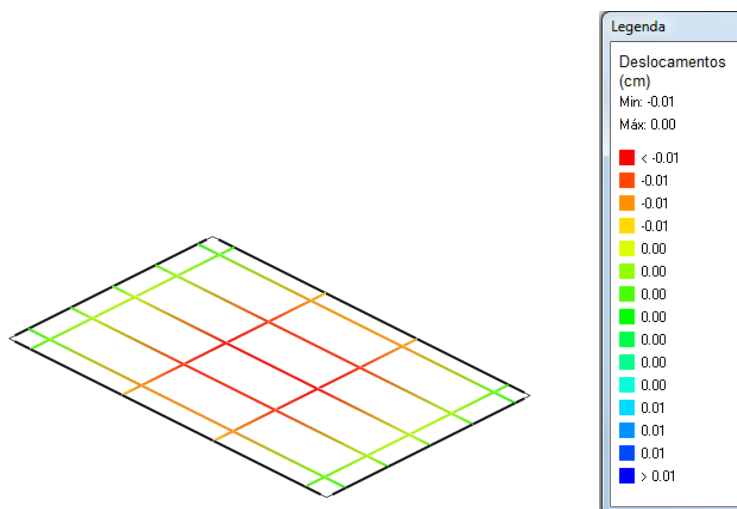
**Figura 52 – Planta do modelo PL-02**

A partir da configuração anteriormente apresentada na planta, foram obtidos os valores dos momentos fletores ao longo das barras da grelha, com o auxílio do programa EBERICK V7 (2011), considerando o modelo fissurado (figura 53).



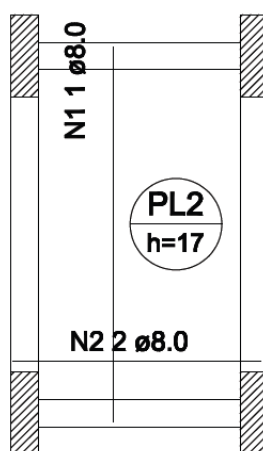
**Figura 53 – Aspecto da grelha de momentos fletores de PL-02**

Os valores dos deslocamentos foram calculados, ao longo das barras que compõe a grelha de PL-2, sendo utilizado o modelo fissurado para a obtenção destes valores que aparecem reproduzidos a seguir (figura 54).



**Figura 54 – Aspecto da grelha de deslocamentos de PL-02**

O dimensionamento das armaduras para o protótipo PL-02 foi feito considerando a laje no ELS (estado limite de serviço), e para tal, todos os coeficientes de segurança utilizados no programa de cálculo estrutural também foram lançados como unitários. Após o processamento da estrutura propostas foram obtidas as armaduras ( $A_s$ ) para toda a estrutura. Mas, será aqui apresentado somente o que efetivamente é objeto deste estudo, ou seja, a planta de armadura da laje nervurada de PL-02 (Figura 55), para posterior dimensionamento do modelo reduzido.



**Figura 55 – Detalhamento de armaduras para PL-2**

O resumo dos dados, após o dimensionamento, pertencentes ao protótipo de PL-2 encontra-se apresentado de forma resumida na tabela a seguir ( tabela 5):

**Tabela 5 – Resumo dos dados do protótipo de PL-02**

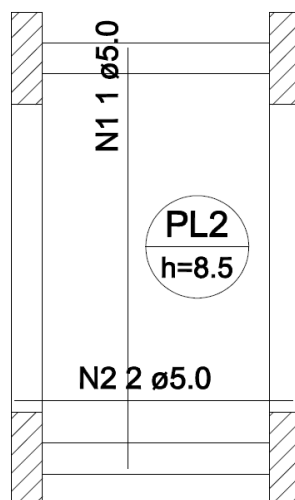
Resumo do dimensionamento de PL-02 ( dados referentes ao protótipo)	
Momento fletor máximo	1,48 KN.m/m
Deslocamento máximo	0,01 cm
$A_s$ na nervura principal	1 $\phi$ 8 mm
$A_s$ na nervura secundária	2 $\phi$ 8 mm

Para obtenção dos diâmetros que seriam usados na confecção do painel de PL-02 em escala 1:2 foram levados em consideração, além do fator de escala a ser aplicado, a possibilidade de encontrar-se comercialmente os fios em diâmetro próximo ao necessário.

Também, para possibilitar a instrumentação dos fios houve uma aproximação para o diâmetro imediatamente superior aos valores obtidos pela redução em escala. Isso resultou nos valores de  $A_s$  resumidos na tabela a seguir (tabela 6), e também serão apresentados na figura a seguir (figura 56).

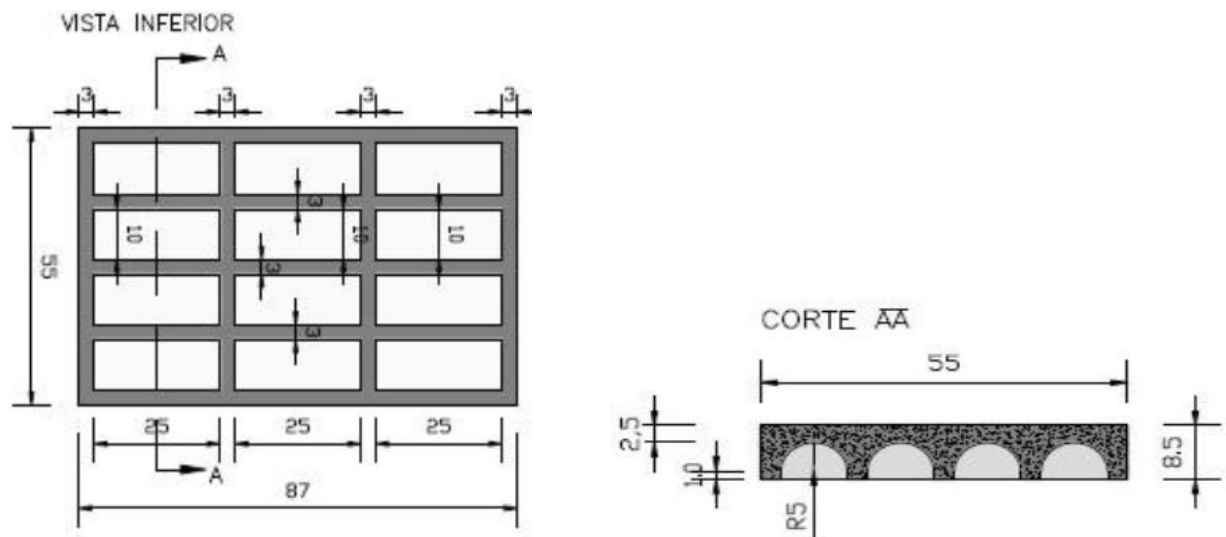
**Tabela 6 – Resumo dos dados do modelo reduzido de PL-02**

Resumo do dimensionamento de PL-02 ( dados referentes ao modelo reduzido)	
$A_s$ na nervura principal	1 $\phi$ 5 mm
$A_s$ na nervura secundária	2 $\phi$ 5 mm

**Figura 56 – Detalhamento de armaduras para o modelo reduzido de PL-02**

Após a aplicação da escala de redução 1:2, obteve-se um painel de laje com as dimensões da seção de concreto conforme o apresentado na figura a seguir (figura 57). Mas, um dos fatores que exigiria maior atenção na confecção dos moldes seria a recriação em escala reduzida das cubas semicilíndricas. Foram analisadas várias possibilidades tais como: fibra de vidro, isopor e madeira.

Considerando-se que o material utilizado na confecção das fôrmas deveria ter certa resistência para suportar às ações mecânicas de lançamento e vibração do concreto, optou-se por uma fôrma composta por compensado resinado e tubos de PVC no diâmetro 100mm. O detalhamento destas formas será visto de maneira mais pormenorizada em itens a seguir.



**Figura 57– Vista inferior e corte do modelo reduzido de PL-02**

## 3.2 Confecção dos elementos a serem ensaiados

### 3.2.1 Elementos de faixa dos modelos I e II

Os elementos a serem ensaiados que tiveram como base os modelos de calculo I e II são compostos por fôrmas (barrotes) do tipo BRC – 130. Para possibilitar a utilização destes barrotes, e com o objetivo de facilitar a montagem de uma fôrma semelhante a um cavalete, optou-se por concretar as faixas dos modelos I e II de forma simultânea.