

### 3. MODELOS MATEMÁTICOS

#### 3.1. Introdução

Neste capítulo são apresentados os dados referentes ao projeto da ponte rodoviária, metálica mista, desenvolvida nessa investigação. Como no Brasil não existe norma específica de pontes metálicas, a estrutura da ponte apresentada foi originalmente dimensionada a partir da norma americana AASHTO (2005) em conjunto com normas de projeto brasileiras, como norma de concreto armado e protendido NBR 6118 (2003), como a norma de pontes NBR 7187 (2003), a de estruturas metálicas NBR 8800 (2008), a de ventos NBR 6123 (1988), a de carregamentos móveis NBR 7188 (2004) e a de carregamentos estáticos NBR 6120 (1980). A ponte rodoviária mista apresentada nesse estudo baseia-se em um exemplo de projeto atual, Pinho e Belley (2007).

#### 3.2. Modelo estrutural da ponte

O modelo estrutural utilizado no presente estudo corresponde a uma ponte rodoviária mista (aço-concreto) de eixo reto, bi-apoiada e com vão de 40,00m. O modelo é composto por quatro vigas longitudinais soldadas de alma cheia em seção mista com espaçamento entre eixos de 3,50m, além de balanços laterais de 1,25m, formando um tabuleiro de 13,00m de largura por aproximadamente 3,10m de altura. A ponte em questão é composta de uma laje de concreto armado com espessura de 0,225m (22,5cm), guarda-rodas de concreto tipo “New Jersey” de 0,88m de altura e oito estruturas de diafragmas compostas por cantoneiras de abas iguais tipo “L” ao longo de toda a estrutura.

Para as vigas soldadas, assim como para as cantoneiras metálicas foi adotado o aço ASTM-A588, com tensão de escoamento igual 350 MPa ( $f_y = 350$  MPa) e tensão última igual a 485 MPa ( $f_u = 485$  MPa). O concreto da laje do tabuleiro possui resistência característica a compressão de 25 MPa ( $f_{ck} = 25$  MPa).

Tabela 3.1 - Propriedades geométricas da ponte

Propriedades geométricas da ponte (m)	
Comprimento	40
Largura	13
Altura sem guarda-rodas	2,225
Espessura da laje	0,225
Largura do balanço lateral	1,25
Espaçamento entre eixos de viga	3,5
Espaçamento entre diafragmas	5,629

As propriedades do aço ASTM-A588 e do concreto C25 utilizados no dimensionamento de projeto da ponte estão demonstrados nas tabelas 3.2 e 3.3, respectivamente.

Tabela 3.2 - Propriedades do aço ASTM A588

Limite de escoamento	$f_y = 350 \text{ MPa}$
Tensão última	$f_u = 485 \text{ MPa}$
Módulo de elasticidade	$E = 205 \text{ Gpa}$
Coefficiente de Poisson	$\nu = 0,3$
Massa específica	$\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$

Tabela 3.3 - Propriedades do concreto C25

Espessura	$h = 0,225 \text{ m}$
Resistência característica	$f_{ck} = 25 \text{ Mpa}$
Módulo de elasticidade	$E = 30 \text{ Gpa}$
Coefficiente de Poisson	$\nu = 0,2$
Massa específica	$\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$

As figuras 3.1 e 3.2, a seguir, ilustram, respectivamente, a seção transversal típica e a vista superior, com suas respectivas propriedades geométricas.

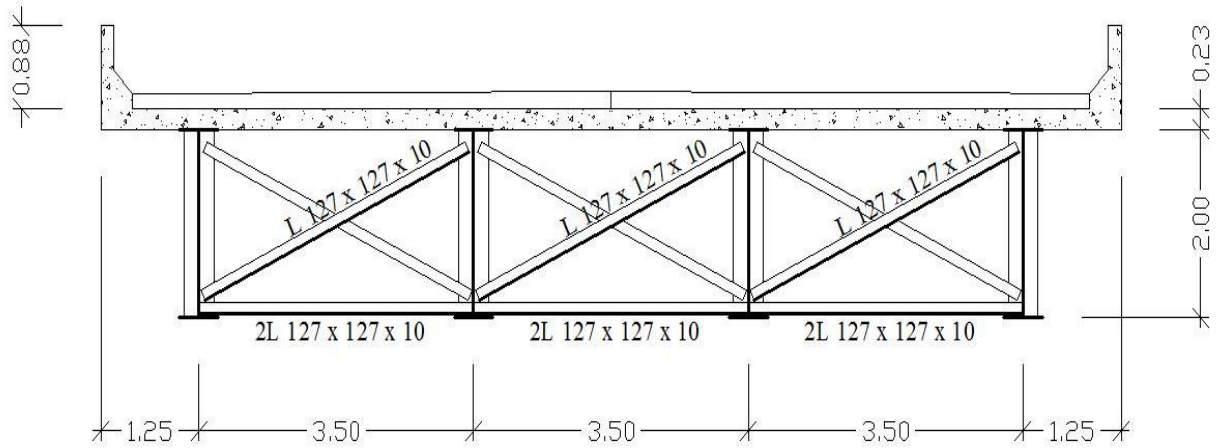


Figura 3.1 - Seção transversal típica da ponte

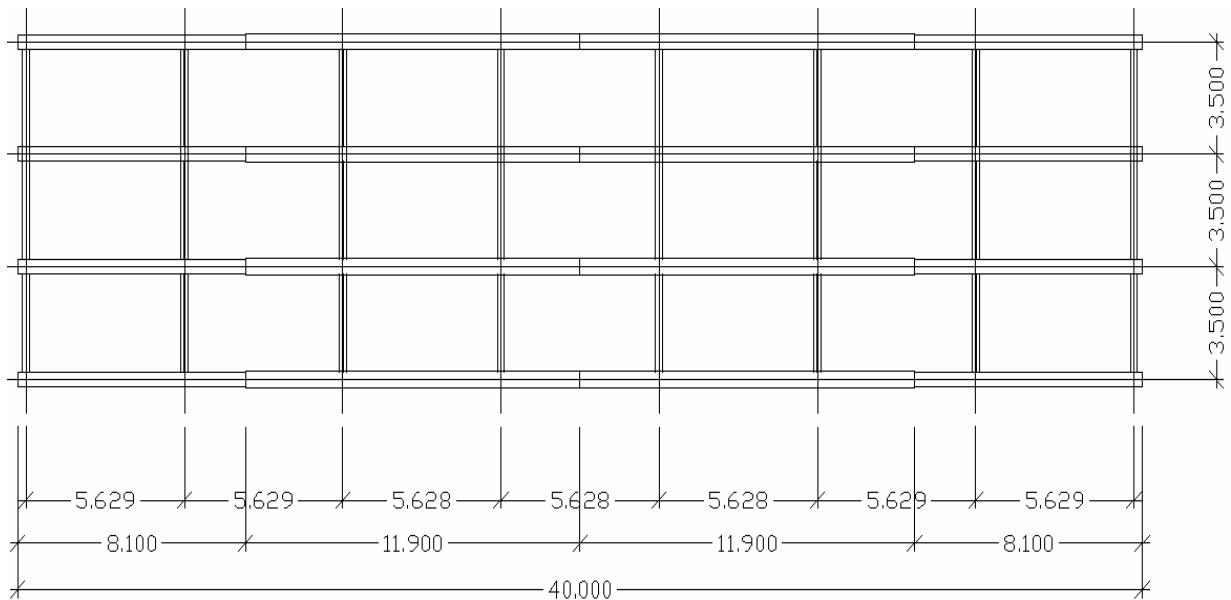


Figura 3.2 - Vista superior da ponte

As figuras 3.3 e 3.4, apresentam as vistas tridimensionais da estrutura, sendo uma em modelo de barras unifilares e outra em modelo ilustrativo, respectivamente.

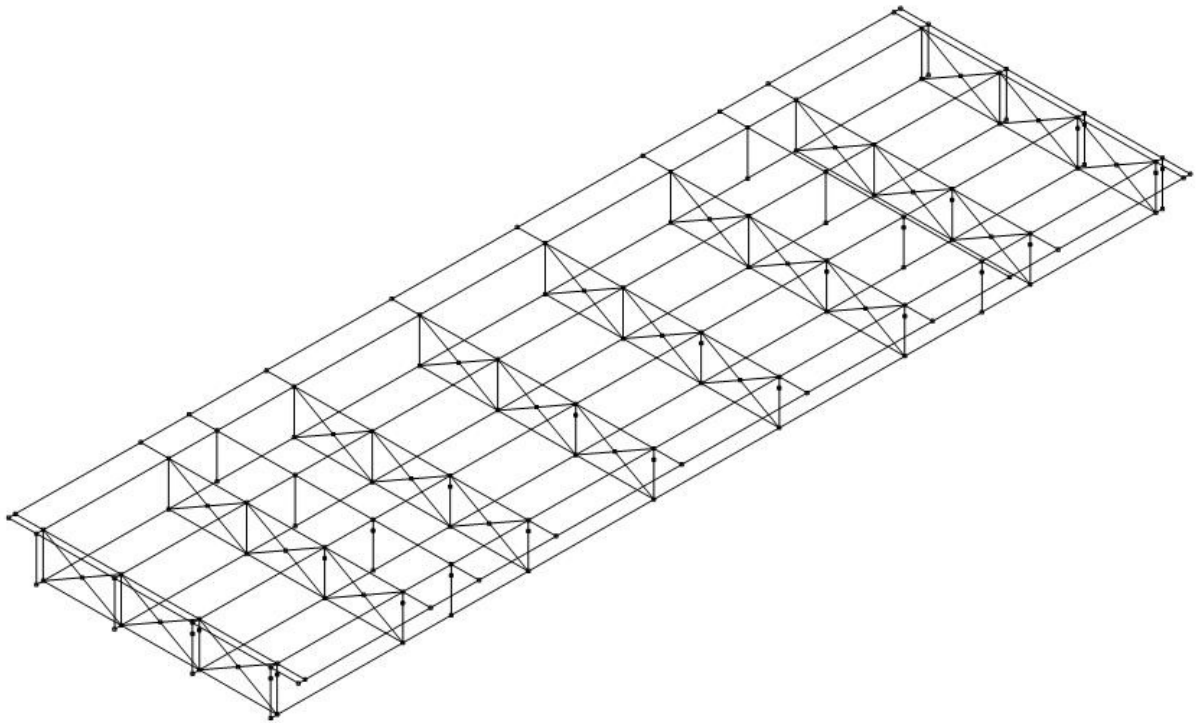


Figura 3.3 - Vista tridimensional ponte - modelo em barras unifilares

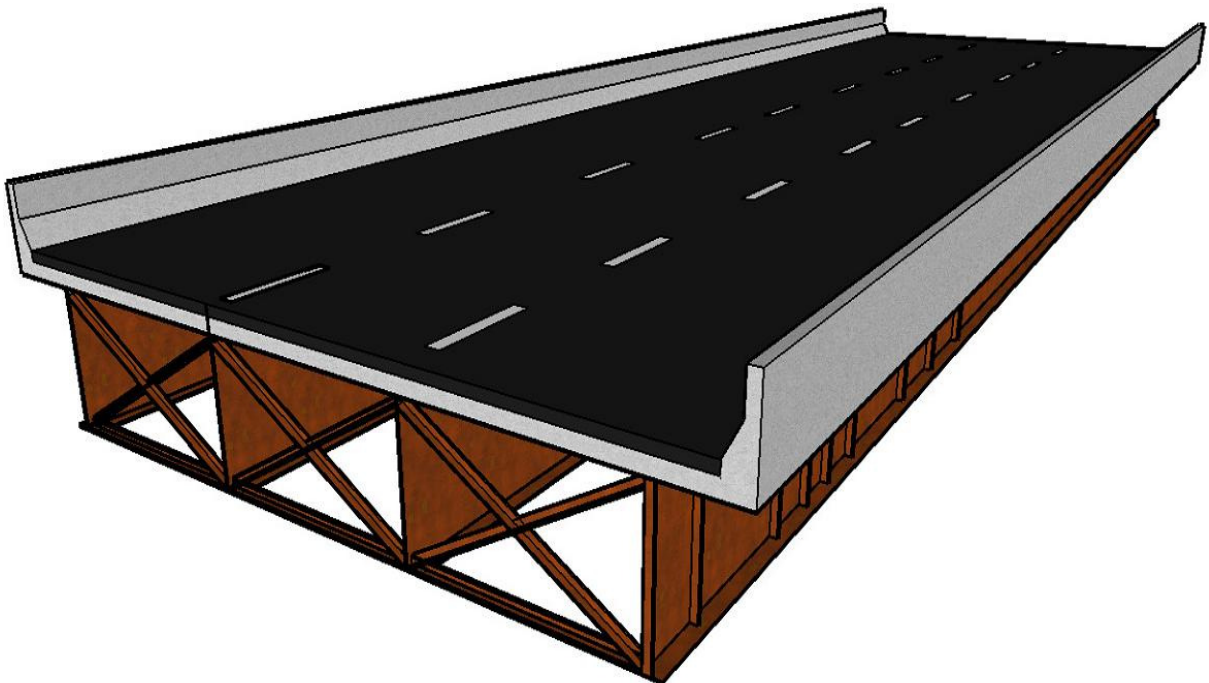


Figura 3.4 - Vista tridimensional da ponte - modelo ilustrativo

Dois tipos distintos de perfil são adotados para as vigas longitudinais, ao longo do comprimento da obra de arte, sendo um referente ao trecho central e outro associado aos extremos. A figura 3.5 ilustra os perfis metálicos adotados na viga.

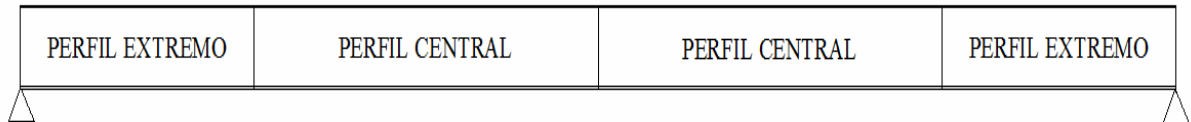


Figura 3.5 - Tipos de perfis soldados

As tabelas 3.4 e 3.5 apresentam as propriedades geométricas dos perfis metálicos soldados e das cantoneiras metálicas que compõe a estrutura da ponte rodoviária do estudo.

Tabela 3.4 - Propriedades geométricas dos perfis metálicos soldados

Perfil	Viga - Trecho do perfil extremo Propriedades geométricas (mm)	
	Altura (d)	2000
	Largura da mesa superior (bs)	450
	Espessura da mesa superior (ts)	2,5
	Largura da mesa inferior (bi)	450
	Espessura da mesa inferior (ti)	5
	Espessura da alma (tw)	9,5
	Viga - Trecho do perfil central Propriedades geométricas (mm)	
	Altura (d)	2000
	Largura da mesa superior (bs)	500
	Espessura da mesa superior (ts)	2,5
Largura da mesa inferior (bi)	670	
Espessura da mesa inferior (ti)	5	
Espessura da alma (tw)	9,5	

Tabela 3.5 - Propriedades geométricas das cantoneiras metálicas

Diafragma - Diagonal Propriedades geométricas (mm)	
L 127 x 127 x 10	
Aba (a)	127
Espessura (t)	10

Diafragma - Inferior Propriedades geométricas (mm)	
2L 127 x 127 x 10	
Aba (a)	127
Espessura (t)	10

Além das peças estruturais apresentadas acima, a ponte metálica estudada possui diversos enrijecedores transversais, longitudinais e de apoio. Os enrijecedores de apoio são compostos de duas chapas de 22mm de espessura por 200mm de largura, os enrijecedores transversais são compostos de uma chapa de 12,5mm de espessura por 170mm de largura e os enrijecedores longitudinais são compostos de uma chapa de 12,5mm de espessura por 170mm de largura.

Tabela 3.6 - Propriedades geométricas dos enrijecedores

Tipo do enrijecedor	Largura (mm)	Espessura (mm)	Comprimento (mm)
Enrijecedor de apoio	200	22	1925
Enrijecedor transversal	170	12,5	1845
Enrijecedor longitudinal	170	12,5	Ao longo do perfil

### 3.3. Modelagem do amortecimento

A determinação do amortecimento estrutural em pontes rodoviárias é uma tarefa complexa que não pode ser determinada analiticamente. Conforme sua definição, o amortecimento é o processo pelo qual a energia proveniente do movimento vibratório é dissipada. Muitas das interações entre as peças estruturais, aonde ocorre grande parte da dissipação de energia, não é modelada. O

amortecimento não depende apenas das propriedades intrínsecas dos materiais que compõem a estrutura, mas também de outros fatores de grande impacto, como as propriedades dos materiais e elementos que estejam acoplados à estrutura, tais como alvenaria, acabamentos, divisórias e mobiliários.

A avaliação física do amortecimento de uma estrutura só é considerada corretamente medida se seus valores são obtidos através de ensaios experimentais. Entretanto, a realização destes ensaios muitas das vezes demanda tempo e custo que na maioria dos casos é muito elevado. Por esta razão, o amortecimento é geralmente obtido em termos de taxas de contribuição, ou taxas de amortecimento modal.

Com esse propósito, é usual utilizar-se a matriz de amortecimento de Rayleigh, que considera duas principais parcelas, sendo uma a taxa contribuição da matriz de rigidez ( $\beta$ ) e a outra a taxa de contribuição da matriz de massa ( $\alpha$ ), que pode ser visto através da Equação 3.1. Sendo que M é a matriz de massa e K é a matriz de rigidez do sistema, Clough e Penzien (1975).

$$C = \alpha M + \beta K \quad (3.1)$$

Onde:

M: Matriz de massa

K: Matriz de rigidez

A equação 3.1 pode ser escrita, em termos de taxa de amortecimento modal e frequência natural circular (rad/s), como:

$$\xi_i = \frac{\alpha}{2 \omega_{0i}} + \frac{\beta \omega_{0i}}{2} \quad (3.2)$$

Onde:

$\xi_i$ : Taxa de amortecimento do modo i

$\omega_{0i}$ : Frequência natural circular do modo i

Isolando  $\alpha$  e  $\beta$  da equação 3.2 para duas frequências naturais mais importantes, obtêm-se as equações 3.3 e 3.4.

$$\alpha = 2 \xi_1 \omega_{01} - \beta \omega_{01} \omega_{01} \quad (3.3)$$

$$\beta = \frac{2(\xi_2 \omega_{02} - \xi_1 \omega_{01})}{\omega_{02} \omega_{02} - \omega_{01} \omega_{01}} \quad (3.4)$$

A partir de duas frequências naturais mais importantes é possível descobrir os valores de  $\alpha$  e  $\beta$ . Em geral, a frequência natural  $\omega_{01}$  é tomada como a menor frequência natural, ou frequência fundamental da estrutura, e  $\omega_{02}$  como a segunda frequência mais importante no carregamento. As normas de projeto para estruturas de pontes, AASTHO (2005), EUROCODE 3 (2003), BS 5400 (1980), normas específicas de vibração em pisos AISC, assim como parte da bibliografia consultada, Ferreira (1999), Pravia (2003), Silva (1996), orienta quanto aos valores para a taxa de amortecimento modal de acordo com as condições da estrutura. A partir de tais orientações, foi considerado um coeficiente de amortecimento de 3% ( $\xi = 3\%$ ) em todos os modos. Essa taxa leva em conta a existência de poucos elementos que contribuem com o amortecimento da estrutura. A tabela 3.7 apresenta os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  utilizados nas análises de vibração forçada, para a modelagem do amortecimento da estrutura da ponte metálica desenvolvida nesse estudo.

Tabela 3.7 - Parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  usados na análise de vibração forçada

$f_{01}$ (Hz)	$f_{02}$ (Hz)	$\omega_{01}$ (rad/s)	$\omega_{02}$ (rad/s)	$\alpha$	$\beta$
2,9022	3,6404	18,2351	22,8733	0,60877554	0,00145956



### 3.4. Modelagem da carga móvel

A modelagem de um veículo tridimensional é uma tarefa extremamente complexa que requer um grande domínio computacional. Alguns modelos de veículos com muitos graus de liberdade foram desenvolvidos por Santos (2007). Para o presente estudo torna-se inviável a modelagem de um veículo com uma grande quantidade de graus de liberdade tridimensionais e ainda prover a interação do mesmo com a estrutura da ponte e com as irregularidades de pavimento. A figura 3.6 ilustra um modelo tridimensional de 6 graus de liberdade implementado por Santos (2007).

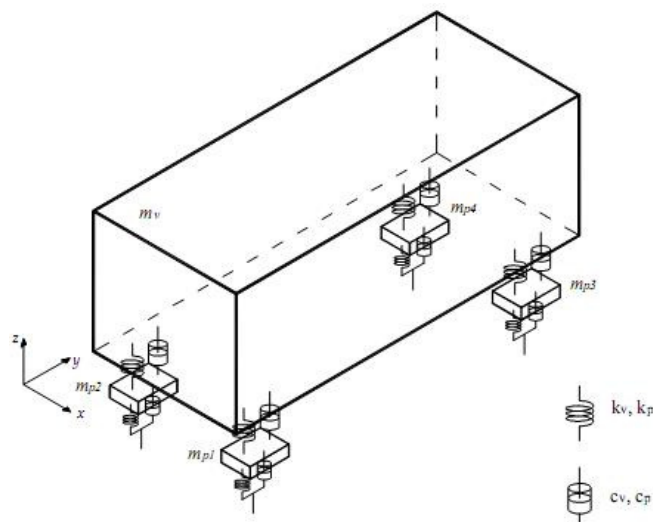


Figura 3.6 - Modelo de veículo tridimensional implementado por Santos (2007)

O modelo matemático desenvolvido neste trabalho baseia-se no veículo desenvolvido por Almeida (2006) e procura representar veículos que trafegam sobre as pontes rodoviárias e viadutos existentes. O modelo bidimensional de Almeida (2006) é considerado discreto, constituído por conjuntos de massas, molas e amortecedores possuindo três massas e um total de quatro graus de liberdade.

O modelo do veículo é formado por um conjunto de massas, molas e amortecedores e baseia-se no veículo “Tipo 12” preconizado pela norma brasileira NBR 7188 (1984), como mostrado na figura 3.7. Porém, é importante ressaltar que este embasamento diz respeito apenas às dimensões e ao número de eixos do

veículo, pois a referida norma considera que o carregamento imposto pelo mesmo é constituído por um par de forças concentradas que apresentam módulos constantes e iguais entre si ao longo do tempo.

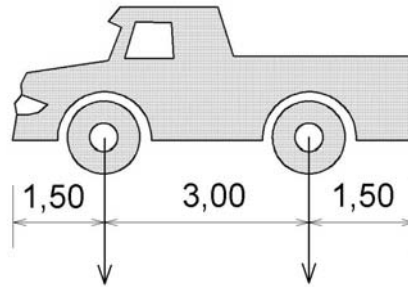


Figura 3.7 - Veículo tipo "TB-12" da NBR 7188 (1984)

A figura 3.8, apresenta as propriedades dinâmicas do modelo de veículo de Almeida (2006), possuindo dois eixos, uma massa suspensa e duas massas não-suspensas. Na figura visualiza-se a massa suspensa,  $m_s$ , as massas não-suspensas,  $m_{ns1}$  e  $m_{ns2}$ , os conjuntos mola-amortecedor superiores,  $k_{vs1}$ ,  $c_{vs1}$  e  $k_{vs2}$ ,  $c_{vs2}$ , e os conjuntos mola-amortecedor inferiores,  $k_{vp1}$ ,  $c_{vp1}$  e  $k_{vp2}$ ,  $c_{vp2}$ . Este modelo apresenta quatro graus de liberdade, sendo estes os movimentos vertical e de rotação no próprio plano da massa suspensa, descritos, respectivamente, pelas coordenadas  $u_v$  e  $\theta_s$ , e os movimentos verticais das duas massas não-suspensas, dados pelas coordenadas  $u_1$  e  $u_2$ .

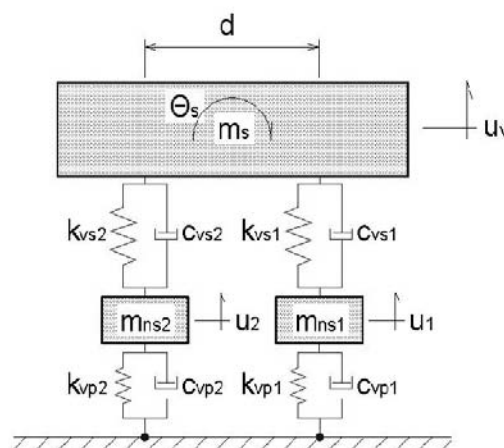


Figura 3.8 - Modelo de veículo com 4 graus de liberdade, Almeida (2006).

A tabela 3.8 relaciona as características dinâmicas do modelo de veículo desenvolvido por Almeida (2006).

Tabela 3.8 - Características dinâmicas do veículo, Almeida e Silva (2006)

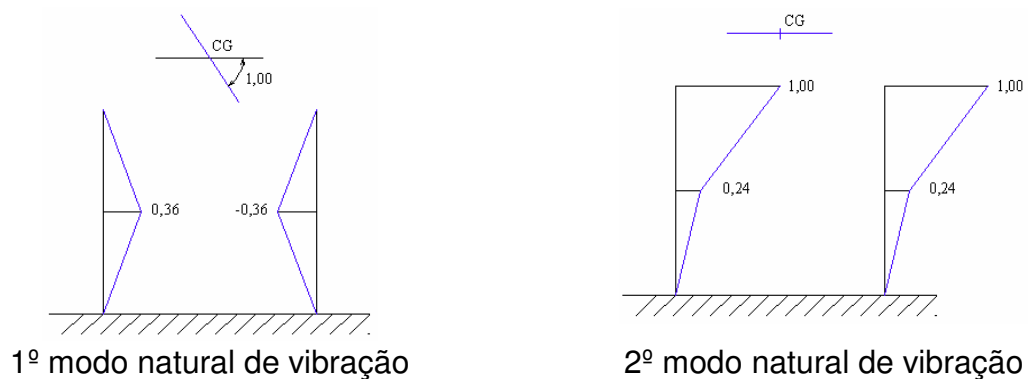
Características Dinâmicas	Valor	Unidade
massa suspensa ( $m_s$ )	1.070,0	kg
massa não suspensa ( $m_{nsi}$ ) <sup>(1)</sup>	65,0	kg
momento de inércia da massa suspensa ( $I_{ms}$ )	40,125	kN.m <sup>2</sup>
rigidez da suspensão ( $k_{vsi}$ ) <sup>(2)</sup>	2.485,80	kN/m
rigidez dos pneus ( $k_{vpi}$ ) <sup>(3)</sup>	8.078,75	kN/m
fração de amortecimento da suspensão ( $\xi_i$ )	0,10	-
freq. natural associada à rotação da $m_s$ ( $f_{01}$ )	2,32	Hz
freq. natural associada à translação da $m_s$ ( $f_{02}$ )	2,99	Hz
frequência natural associada a $m_{ns1}$ ( $f_{03}$ )	20,05	Hz
frequência natural associada a $m_{ns2}$ ( $f_{04}$ )	20,08	Hz
1º modo natural de vibração ( $\phi_1$ )	$[0,00 \quad -0,36 \quad 0,36 \quad 1,00]^T$	
2º modo natural de vibração ( $\phi_2$ )	$[1,00 \quad 0,24 \quad 0,24 \quad 0,00]^T$	
3º modo natural de vibração ( $\phi_3$ )	$[0,00 \quad 1,00 \quad -1,00 \quad 0,00]^T$	
4º modo natural de vibração ( $\phi_4$ )	$[0,00 \quad 1,00 \quad 1,00 \quad 0,00]^T$	

<sup>(1)</sup> Os valores das duas massas não suspensas são iguais entre si.

<sup>(2)</sup> Os valores de rigidez das duas suspensões são iguais entre si.

<sup>(3)</sup> Os valores de rigidez dos pneus dos dois eixos são iguais entre si.

Os quatro modos de vibração obtidos por Almeida e Silva (2006) e adotados nesse estudo para este veículo,  $\phi_1$ ,  $\phi_2$ ,  $\phi_3$  e  $\phi_4$ , são apresentados, graficamente, na figura 3.9.



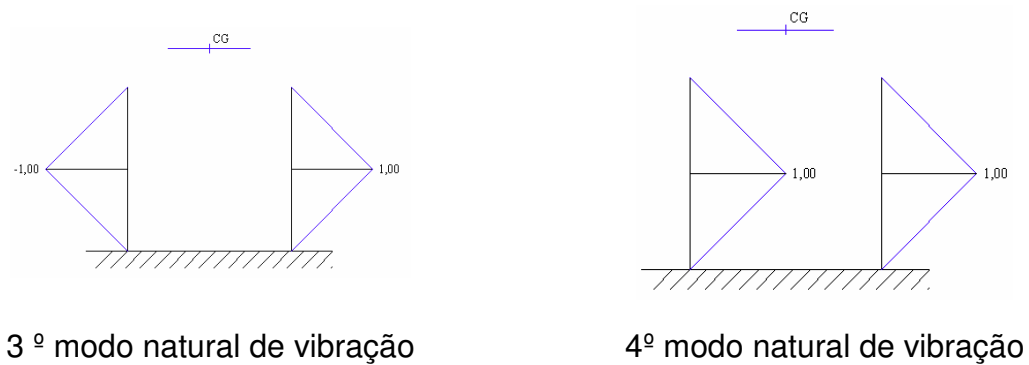


Figura 3.9 - Modos de vibração do veículo

Um ponto bastante importante neste estudo diz respeito aos valores das frequências naturais dos veículos isolados, considerados para efeito de análise sobre uma base rígida. As frequências naturais, correspondentes à translação da massa suspensa e da massa não-suspensa, são feitas iguais a 3,0Hz e 20,0Hz, respectivamente, Silva (1996). Contudo, o veículo possui uma frequência de valor mais baixo, associada à rotação da massa não suspensa dos modelos, a qual é igual a 2,3Hz.

O coeficiente relativo de amortecimento,  $\xi$ , adotado para o modo de vibração natural com predominância de deslocamentos da massa suspensa dos veículos é igual a 0.1 (10%), Silva (1996). A massa total de todos os modelos de veículo empregados neste trabalho é de 12t ( $m_s = 10.667,0\text{kg}$ ;  $m_{ns1} = 666,5\text{kg}$  e  $m_{ns2} = 666,5\text{kg}$ ), o que corresponde a um peso total de 120kN. A relação entre a massa suspensa e as massas não-suspensas foi feita igual a 8,0 em todos os casos, Silva (1996).

No presente estudo, a partir do modelo matemático proposto por Almeida (2006), de forma a representar um veículo com quatro rodas, de acordo com o modelo tridimensional da ponte, as cargas dos eixos do veículo, figura 3.8, foram divididas entre as quatro rodas representativas do modelo de veículo simplificado tridimensional, conforme ilustrado na figura 3.10.

Dessa maneira, foram aproveitadas todas as propriedades dinâmicas do veículo padrão descrito anteriormente, figura 3.8. As forças geradas pelos eixos, fruto da interação entre o peso e a irregularidade de pavimento, foram divididas proporcionalmente para as quatro rodas do modelo tridimensional, figura 3.10. Ou seja, considera-se que os pares de rodas trabalham em conjunto, associados a

quatro cargas pontuais, variáveis ao longo do tempo, as quais são aplicadas sobre o tabuleiro da ponte, de acordo com o movimento destes veículos. A figura 3.10, a seguir, exemplifica a simplificação desenvolvida com base no modelo anteriormente estudado Almeida (2006).

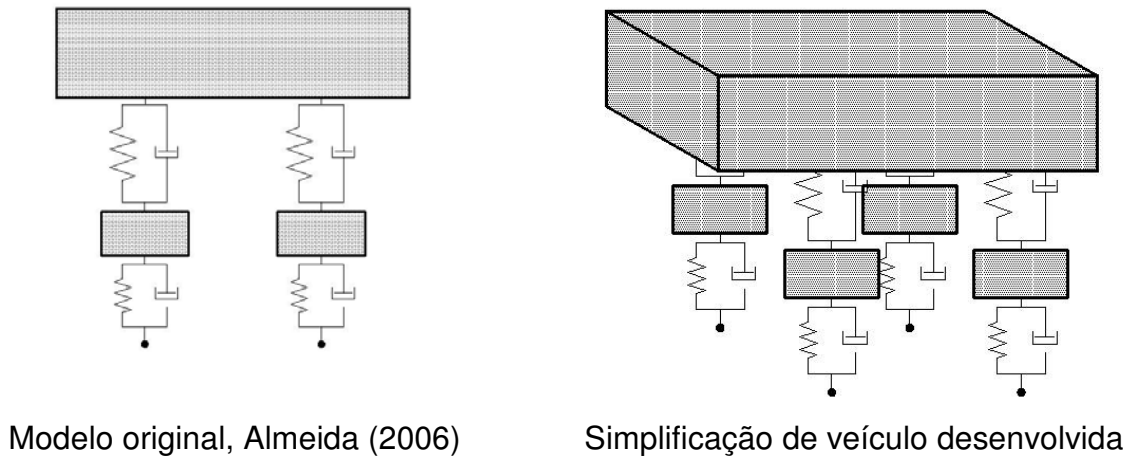
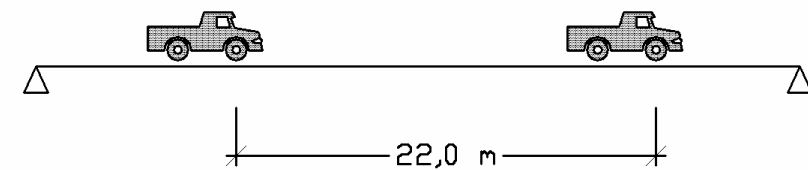


Figura 3.10 - Descrição dos modelos de veículos

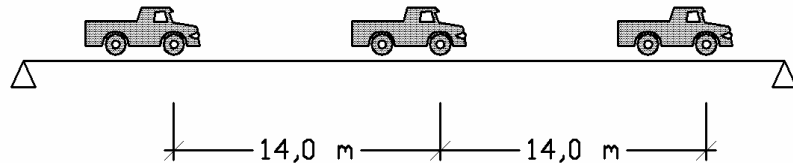
### 3.5. Comboios de veículos

Com o objetivo de se simular o tráfego real de veículos nesse tipo de estrutura, foram desenvolvidas duas situações distintas de carregamento sobre a ponte em estudo, considerando a velocidade de 80km/h para os comboios de veículos ilustrados na figura 3.11.

A figura 3.11 (a) apresenta o comboio I que é caracterizado pela passagem de dois veículos com uma distância de 22,0m entre eixos, enquanto a figura 3.11 (b) apresenta o comboio II que é caracterizado pela passagem de três veículos com uma distância de 14,0m entre eixos.



(a) Dois veículos atravessando a ponte (Comboio I).



(b) Três veículos atravessando a ponte (Comboio II).

Figura 3.11 - Comboios de veículos adotados

### 3.6. Modelagem da irregularidade do pavimento

O modelo de irregularidade longitudinal de um pavimento pode ser considerado como um conjunto dos desvios da superfície que afetam a qualidade de rolamento e a ação dinâmica das cargas sobre a rodovia. Dessa forma, a irregularidade é uma grandeza física mensurável direta ou indiretamente, que por sua vez permite uma melhor avaliação de custo operacional dos veículos, conforto, segurança, velocidade de percurso e economia das viagens. Ela pode ter origem nas imperfeições ocorridas durante o processo construtivo, assim como pode resultar de problemas ocorridos após a construção, como resultado da atuação do tráfego, pois, a contínua solicitação imposta pelo tráfego ao pavimento altera as condições de sua superfície com o passar do tempo. A distribuição do perfil irregular do pavimento, irregularidades da pista, é considerada segundo modelo randômico com base na densidade espectral do pavimento. O tipo de pista escolhido para a análise é o de qualidade excelente, observando-se que essa categoria é definida segundo a classificação das irregularidades do pavimento, Almeida (2006), Almeida e Silva (2006), Almeida e Silva (2007), Amorim (2007), Leitão (2006), Silva (1996), Chantre (2008).

O aparecimento das irregularidades pode ser fruto de fatores ambientais, como por exemplo, a combinação da água das chuvas e as elevadas variações de

temperatura que em conjunto com as solicitações impostas pelo tráfego podem provocar deformações plásticas no revestimento asfáltico, e conseqüentemente diminuir a capacidade de suporte do pavimento. No decorrer dos anos, excelentes trabalhos sobre características de irregularidade de pavimento foram apresentados pela comunidade científica, Chantre (2008), Almeida e Silva (2007), Amorim (2007), Leitão (2006), Almeida (2006), Almeida e Silva (2006), Silva (1996). No que tange à modelagem das irregularidades não-determinísticas, o ponto de partida desta abordagem é a representação da função das irregularidades,  $v_b(x)$ , com base em seu espectro complexo de Fourier. A figura 3.12 ilustra um modelo aleatório de irregularidade definido pela função  $V_b(x)$ .

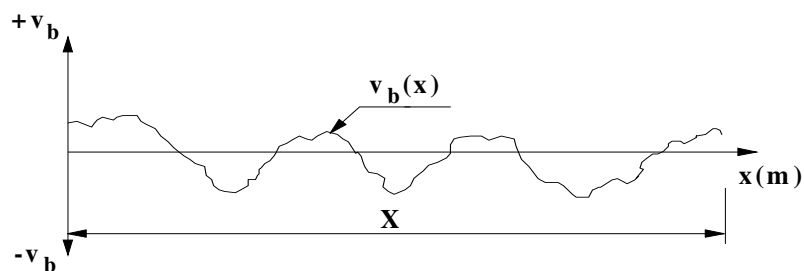


Figura 3.12 - Função de irregularidade não-determinística

Deve-se então discretizar a função  $V_b(x)$  para gerar um conjunto de amostras de irregularidades aproximando a distribuição das mesmas por uma série finita de harmônicos, conforme a equação 3.5.

$$v_b(x) = \sum_{i=1}^N v_{bi} \cos[\omega_i x - \varphi_i] \quad (3.5)$$

Onde:

$v_{bi}$ : Amplitude real da parte harmônica

$\omega_i$ : Frequência do harmônico  $i$

$\varphi_i$ : Ângulo de fase do harmônico  $i$  determinada

$N$ : Número de harmônicos

A amplitude da parte harmônica das irregularidades,  $v_{bi}$ , é determinada através da densidade espectral das irregularidades  $\Phi_{v_b v_b}(\omega)$ , conforme demonstrado pela equação 3.6, a seguir.

$$v_{bi} = \sqrt{2\Delta\omega\Phi_{v_b v_b}(\omega_i)} \quad (3.6)$$

Onde:

$\Phi_{v_b v_b}(\omega_i)$ : Densidade espectral das irregularidades

$\Delta\omega$ : Denota o intervalo de discretização

Um aspecto interessante referente à modelagem das irregularidade de pavimento é que para se determinar a densidade espectral das mesmas,  $\Phi_{v_b v_b}(\omega)$ , se faz necessária a determinação de um coeficiente de amplitude,  $\Phi\omega_0$ . Este coeficiente de amplitude representa o volume das irregularidades em relação a uma superfície perfeitamente plana, sendo seus valores expressos em  $\text{cm}^3/\text{m}$  para uma frequência básica das irregularidades equivalente a uma por metro e ondulabilidade da pista igual a dois. O coeficiente  $\Phi\omega_0$  é determinado em função da qualidade do pavimento, conforme ilustra a tabela 3.9.

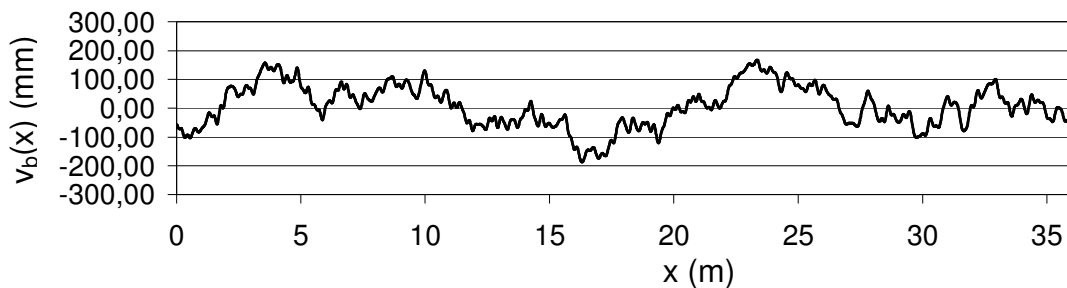
Tabela 3.9 - Classificação das irregularidades do pavimento, coeficiente de amplitude,  $\Phi\omega_0$ , Almeida e Silva (2006)

Qualidade do pavimento	Limite inferior	Valor médio	Limite superior
Excelente	0,5	1	< 2
Bom	2	4	< 8
Médio	8	16	< 32
Ruim	32	64	< 128
Muito Ruim	128	256	< 512

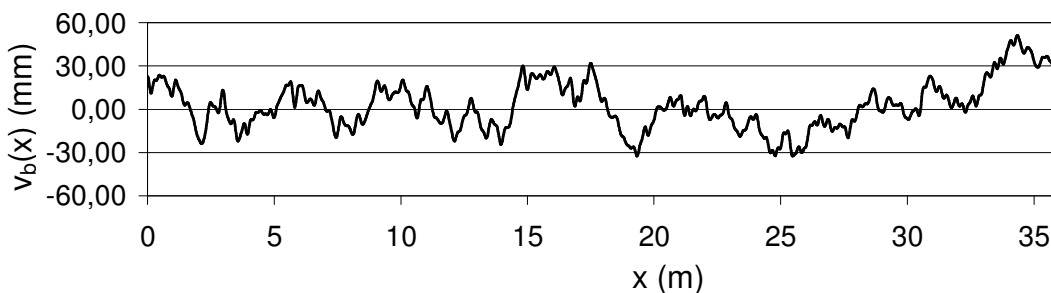


As irregularidades da pista são definidas segundo modelo não-determinístico com base na densidade espectral do pavimento. Adota-se para as irregularidades aleatórias uma distribuição normal e um processo randômico fracamente estacionário de segunda ordem, Almeida e Silva (2006). A fim de ilustrar a forma e amplitude das irregularidades, a figura 3.13 apresenta um perfil de irregularidade gerado com base no modelo matemático para pistas de qualidade excelente.

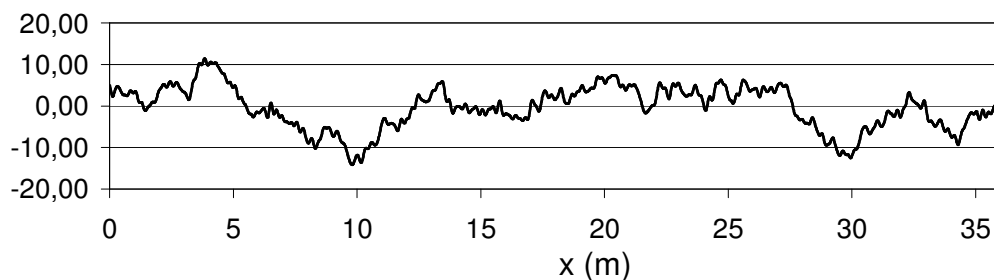
No eixo das abscissas estão representadas, em metros, as coordenadas horizontais ao longo do comprimento da ponte e no das ordenadas, em milímetros, as amplitudes das irregularidades. Foi utilizada uma escala deformada para permitir a visualização da natureza randômica das irregularidades empregadas, Chantre (2008).



(a) Qualidade da pista: ruim,  $\Phi(\omega_0) = 64\text{cm}^3$



(b) Qualidade da pista: média,  $\Phi(\omega_0) = 16\text{cm}^3$



(c) Qualidade da pista: excelente,  $\Phi(\omega_0) = 1\text{cm}^3$

Figura 3.13 - Amostras de irregularidades, Chantre (2008)

As simplificações desenvolvidas de adaptação para o modelo tridimensional de veículo, alvo desse estudo, são também consideradas para as forças de irregularidades geradas com base nos perfis de irregularidade não-determinísticos utilizados. Dessa forma a tabela 3.10 apresenta os valores da média, média quadrática, variância e desvio padrão correspondentes à irregularidade desenvolvida no presente estudo.

Tabela 3.10 - Propriedades estatísticas da irregularidade da figura 3.13

Qualidade da Pista	Média	Média Quadrática	Variância	Desvio Padrão	Amplitude Máxima
$\Phi(\omega_0) = 1 \text{ cm}^3$	$m_{vb} \text{ (cm)}$	$E[v_b^2] \text{ (cm}^2\text{)}$	$S^2v_b \text{ (cm}^2\text{)}$	$\sqrt{\sigma_{vb}^2} \text{ (cm)}$	$V_{bMÁX} \text{ (cm)}$
Excelente	0,30	0,12	0,03	0,17	0,80

No próximo capítulo o será apresentado o modelo numérico-computacional adotado no presente estudo e suas respectivas características. O modelo numérico-computacional objetiva a total integração entre os modelos matemáticos apresentados, visando formar um perfeito sistema veículo-ponte-irregularidade.

## **4. MODELO NUMÉRICO-COMPUTACIONAL**

### **4.1. Introdução**

No capítulo anterior foram apresentadas todas as propriedades referentes à estrutura da ponte mista (aço-concreto), assim como as propriedades dos veículos e irregularidades de pavimento desenvolvidas no estudo. Nesse capítulo, as propriedades apresentadas anteriormente são utilizadas para possibilitar o desenvolvimento de um modelo numérico-computacional tridimensional mais próximo da realidade.

O modelo numérico-computacional tridimensional foi implementado com base no emprego da ferramenta computacional Ansys (2005). Neste modelo, considera-se a travessia dos comboios de veículos sobre a estrutura da ponte e, bem como, a interação destes com o tabuleiro e as irregularidades da pista.

### **4.2. Modelo computacional**

O modelo computacional tridimensional foi gerado utilizando-se técnicas usuais de discretização, via método dos elementos finitos (MEF), por meio do emprego do programa Ansys (2005). A estrutura da ponte metálica foi elaborada através da utilização de elementos de casca e viga em um modelo com um total de 4992 nós e 29952 graus de liberdade. O comprimento dos elementos finitos que compõem a malha da estrutura é de aproximadamente 0,50m, num total de 6588 elementos.

As figuras 4.1 e 4.2 ilustram a complexidade do modelo computacional tridimensional, através da sua perspectiva completa e aproximada, respectivamente.

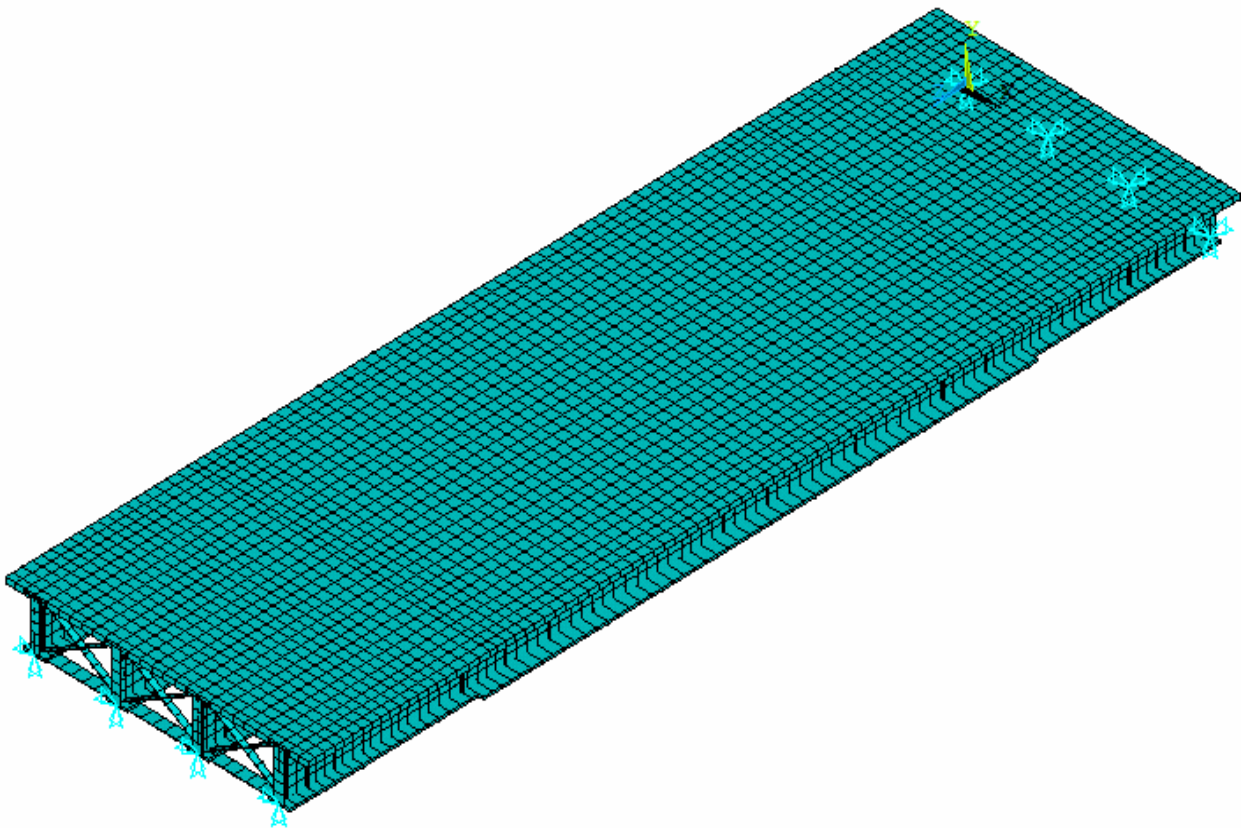


Figura 4.1 - Modelo em elementos finitos, perspectiva completa

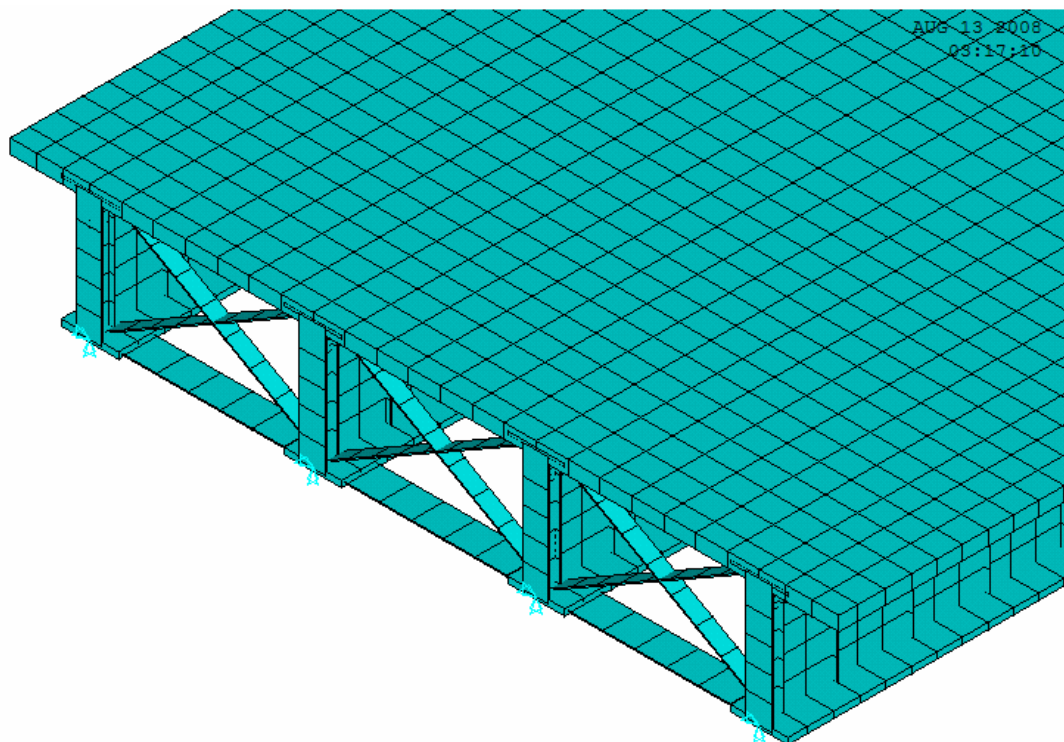


Figura 4.2 - Modelo em elementos finitos, perspectiva aproximada

As figuras 4.3, 4.4 e 4.5 apresentam o modelo de elementos finitos da ponte mista na sua vista superior, longitudinal e frontal respectivamente.

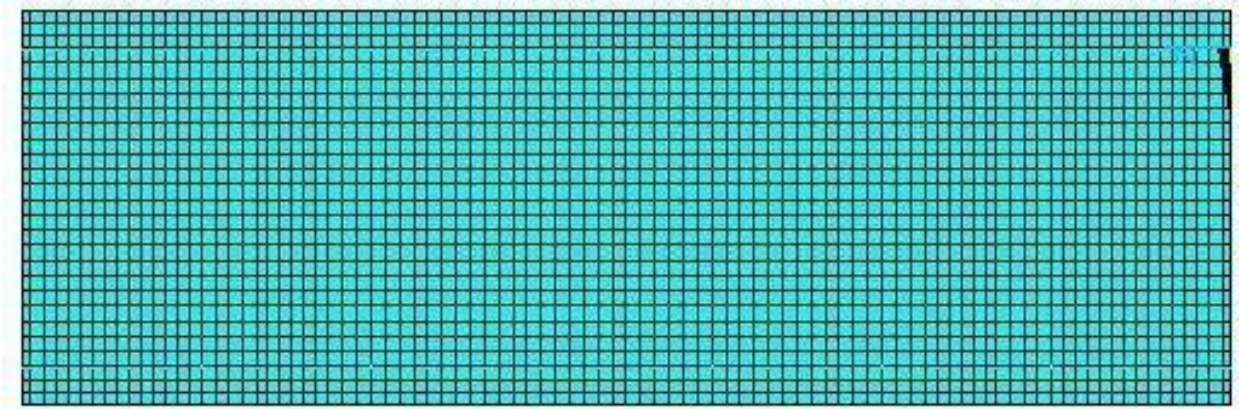


Figura 4.3 - Modelo em elementos finitos, vista superior



Figura 4.4 - Modelo em elementos finitos, vista longitudinal

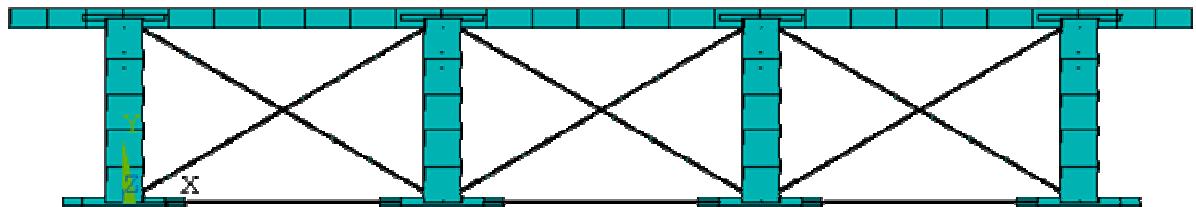


Figura 4.5 - Modelo em elementos finitos, vista frontal

Para modelagem da laje de concreto do tabuleiro foram utilizados elementos finitos de casca do tipo SHELL63, que possuem quatro nós e seis graus de liberdade por nó. Os mesmos elementos, SHELL63, foram utilizados para modelar as almas dos perfis metálicos que compõem as vigas longitudinais da ponte rodoviária. A figura 4.6 ilustra o elemento finito de casca tipo SHELL63 utilizado para modelar a laje e as almas das vigas.

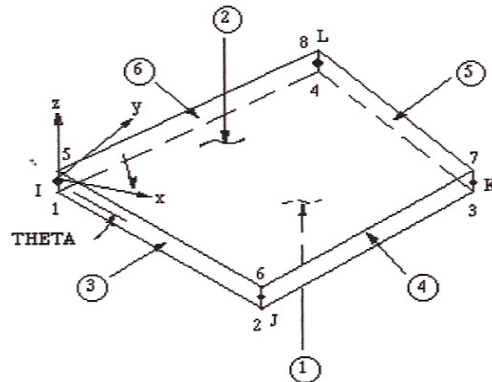


Figura 4.6 - Elemento de casca, tipo SHELL63, Ansys (2005)

Elementos finitos de viga, onde são considerados os efeitos de flexão e de torção, foram utilizados para modelar as demais peças estruturais da ponte metálica. A mesa superior e inferior das vigas longitudinais e, bem como, os enrijecedores longitudinais e transversais foram modelados a partir de elementos de viga tridimensionais do tipo BEAM4. As cantoneiras de diafragmas foram modeladas a partir de elementos de viga tridimensionais do tipo BEAM44. As figuras 4.7 e 4.8 ilustram os elementos BEAM44 e BEAM4 respectivamente.

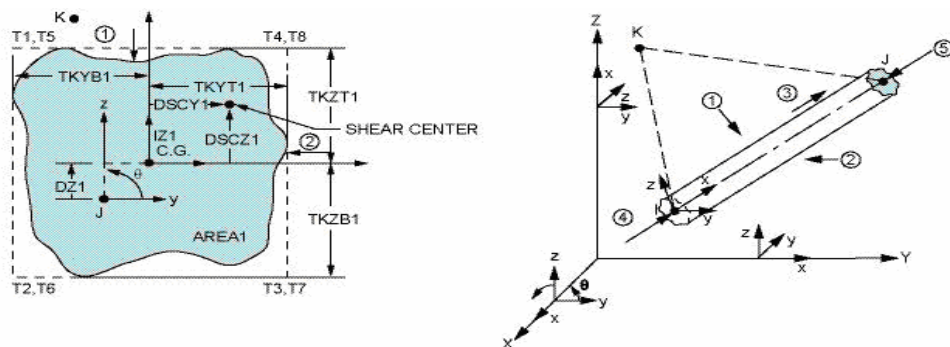


Figura 4.7 - Elemento de viga, tipo BEAM44, Ansys (2005)

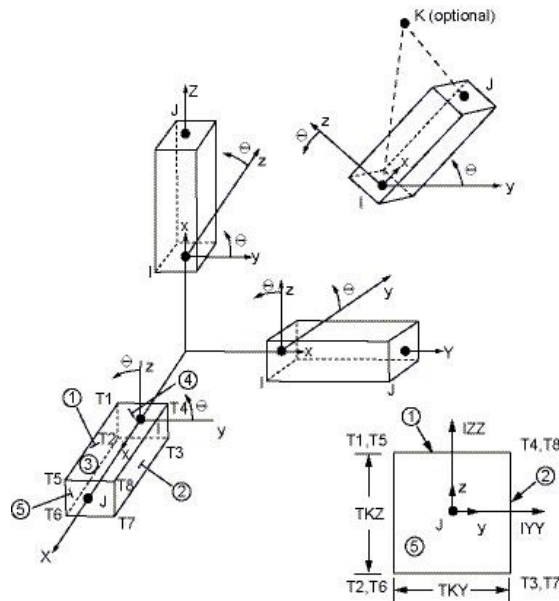


Figura 4.8 - Elemento de viga, tipo BEAM4, Ansys (2005)

Conexões rígidas do tipo “off-set” foram utilizadas, de forma a garantir a compatibilidade de deformações dos nós dos elementos de placa (laje de concreto) e dos elementos de viga tridimensionais (vigas de aço), simulando o comportamento de um sistema estrutural misto com interação total. Considera-se, ainda, que os materiais empregados na estrutura em estudo (aço e concreto), trabalham no regime linear-elástico. Em ambos os elementos finitos (viga e casca) considera-se que as seções permanecem planas no estado deformado.

A tabela 4.1 apresenta as características computacionais do modelo de elementos finitos gerado para essa obra de arte, por elemento geométrico. A tabela 4.2 descreve as características computacionais do modelo de elementos finitos por tipo de elemento finito utilizado na tabela.

Tabela 4.1 - Dados do modelo de elementos finitos (MEF), por elementos geométricos

Elemento geométrico	Quantidade
Áreas	493
Linhas	988
Keypoints	420

Tabela 4.2 - Dados do modelo de elementos finitos (MEF), por elementos finitos

Elemento finito	Quantidade
Elementos de casca - SHELL63 - laje de concreto	2484
Elementos de casca - SHELL63 - alma das vigas	1840
Elementos de viga - BEAM4 - mesas superiores	368
Elementos de viga - BEAM4 - mesas inferiores	368
Elementos de viga - BEAM44 - diafragma diagonal	432
Elementos de viga - BEAM44 - diafragma inferior	168
Elementos de viga - BEAM4 – Enrijecedores de apoio	40
Elementos de viga - BEAM4 – Enrijecedores transversais	520
Elementos de viga - BEAM4 – Enrijecedores longitudinais	368
Total de elementos	6588

A tabela 4.3 descreve as características gerais da malha de elementos finitos elaborada no presente estudo.

Tabela 4.3 - Dados do gerais sobre a malha de elementos finitos

Dados	Valor
Número de elementos	6588
Número de nós	4992
Número de graus de liberdade	29952
Tamanho aproximado do malha (m)	0,50

### 4.3. Desenvolvimento da estratégia de carregamento sobre a ponte

Na presente análise as cargas dinâmicas atuantes sobre o tabuleiro da ponte são oriundas da interação dinâmica existente entre os veículos do comboio e o tabuleiro irregular da obra de arte. Assim sendo, a introdução do efeito das irregularidades da pista na equação de movimento do sistema composto pelos veículos e ponte (sistema veículo-ponte) foi feita considerando que, para os veículos, tais irregularidades assemelham-se a deslocamentos de base.

Deste modo, durante o intervalo de tempo em que um determinado veículo está atravessando uma irregularidade do pavimento, este transmite ao tabuleiro da obra de arte uma força variável de acordo com suas propriedades dinâmicas,



associadas à rigidez e ao amortecimento. A partir dessas considerações, pode-se determinar um vetor de cargas,  $F(t)$ , variável ao longo do tempo, referente à interação dos pneus dos veículos com a superfície irregular do tabuleiro, representando forças dinâmicas aplicadas sobre a estrutura, como apresentado na equação 4.1.

$$F(t) = C_v e \dot{v}_b + K_v e v_b \quad (4.1)$$

Onde:

$\dot{V}_b$  : primeira derivada de  $v_b$

$V_b$ : Grandeza associada ao perfil irregular do pavimento

$C_v$ : Matriz de amortecimento para cada modelo distinto de veículo

$e$ : Vetor unitário usado para aplicação das ações nas coordenadas dos carros

$K_v$ : Matriz de rigidez para cada modelo distinto de veículo

As ações dinâmicas advindas da interação existente entre os veículos do comboio e o tabuleiro irregular da obra de arte são aplicadas sobre o modelo numérico-computacional como sendo forças dinâmicas variáveis ao longo do tempo. A aplicação dessas forças dinâmicas correspondentes aos eixos dos diversos veículos é feita, ao longo do tempo, de acordo com a velocidade dos veículos e espaçamento entre os mesmos. Essas cargas dinâmicas, provenientes dos pneus das viaturas, são aplicadas sobre os nós dos elementos finitos de casca representativos da laje de concreto.

A estratégia de carregamento visa representar a interação dinâmica entre os veículos, as irregularidades do pavimento e a ponte. Essa interação é variável ao longo do tempo, ou seja, a cada intervalo de integração, é aplicada sob o pavimento da estrutura uma nova força, resultante da interação entre o perfil de irregularidade e as forças dinâmicas oriundas dos pneus dos veículos. Vale ressaltar que essas forças dinâmicas estão associadas ao peso dos veículos, ao efeito das irregularidades da pista ou mesmo a superposição de ambas as ações.

A figura 4.9 ilustra esta interação referente a travessia dos comboios de veículos sobre a ponte metálica. Na figura 4.9  $U_e$  é o deslocamento da base deformada em relação à indeformada,  $u_p$  é a distância entre a base e a irregularidade da pista e  $u_v$  é o deslocamento do veículo em relação a base indeformada.

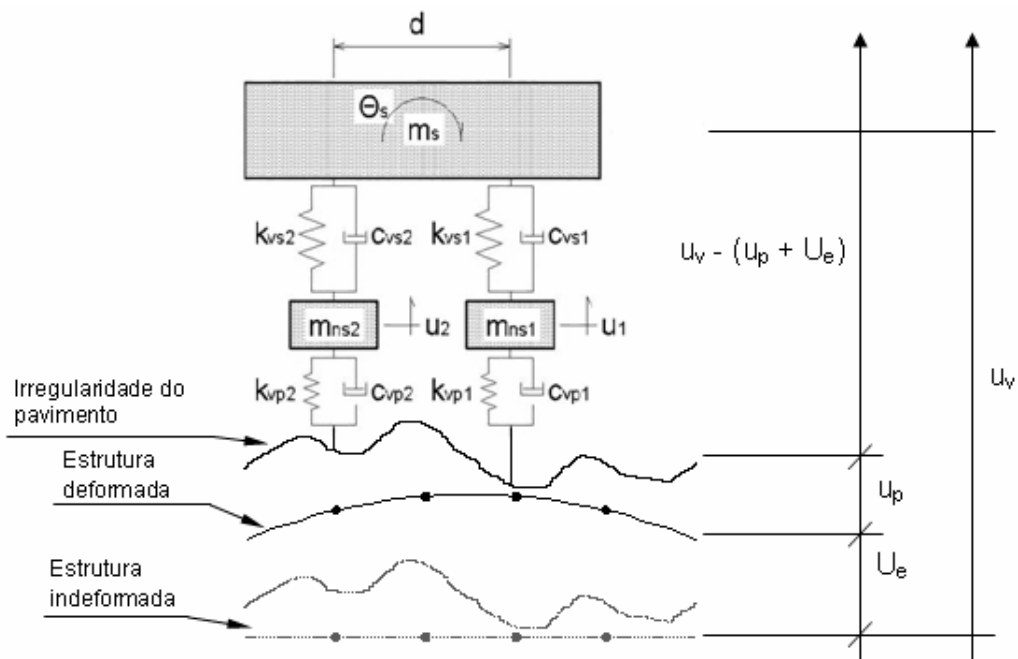


Figura 4.9 - Exemplo de interação entre o veículo, a irregularidade de pavimento e a estrutura da ponte

O programa computacional Ansys (2005), permite que sejam feitas análises transientes e conseqüentemente possibilita a obtenção dos valores de deslocamentos, esforços e tensões ao longo do tempo. Porém, existem alguns aspectos relevantes quanto à simulação numérica da passagem dos comboios de veículos sob a estrutura da ponte no Ansys (2005), conforme ilustrado na figura 4.10.

Com o intuito de simular a travessia dos comboios de veículos, considerando-se a interação veículo, irregularidades e ponte, foi desenvolvida uma estratégia de modelagem que se inicia com a identificação dos nós onde serão aplicadas às cargas associadas aos pneus dos veículos, ou seja, as faixas onde irão ocorrer o tráfego, como ilustrado na figura 4.10.

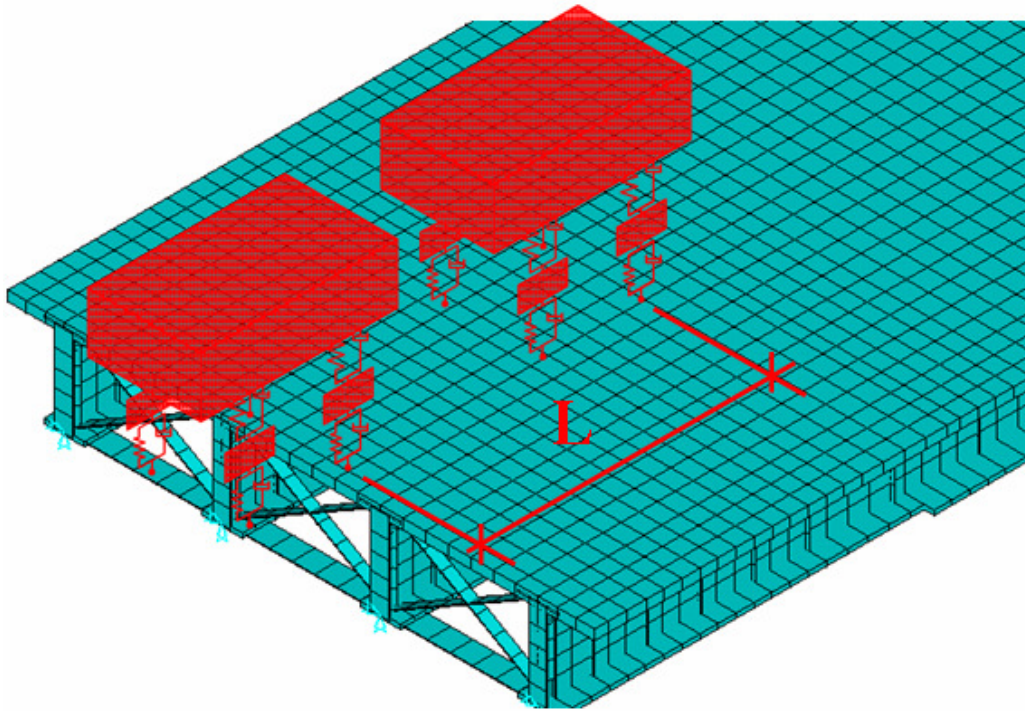


Figura 4.10 - Generalização da passagem dos comboios sobre a estrutura

Devido à complexidade do modelo estrutural investigado, a identificação desses nós não é uma tarefa simples. Primeiramente para se obter uma boa acoplagem dos nós do modelo numérico-computacional e proporcionar a correta interação entre todos os elementos foi necessária a divisão da malha em pequenas áreas. Essa divisão impossibilita a utilização de nós aleatoriamente, ou seja, foi feita a identificação das coordenadas de cada nó para assim determinar se eles se encontram no local desejado ou na coordenada mais próxima possível dentro da mesma faixa de passagem prevista para uma roda de um dado veículo. Como os elementos da malha têm seu tamanho em torno de 0,50m, os nós utilizados para a simulação da passagem dos comboios distam-se entre si de 0,50m, em um total de 81 nós por faixa de passagem. A figura 4.11 ilustra a metodologia de passagem dos comboios na ponte para um exemplo no meio do vão transversal.

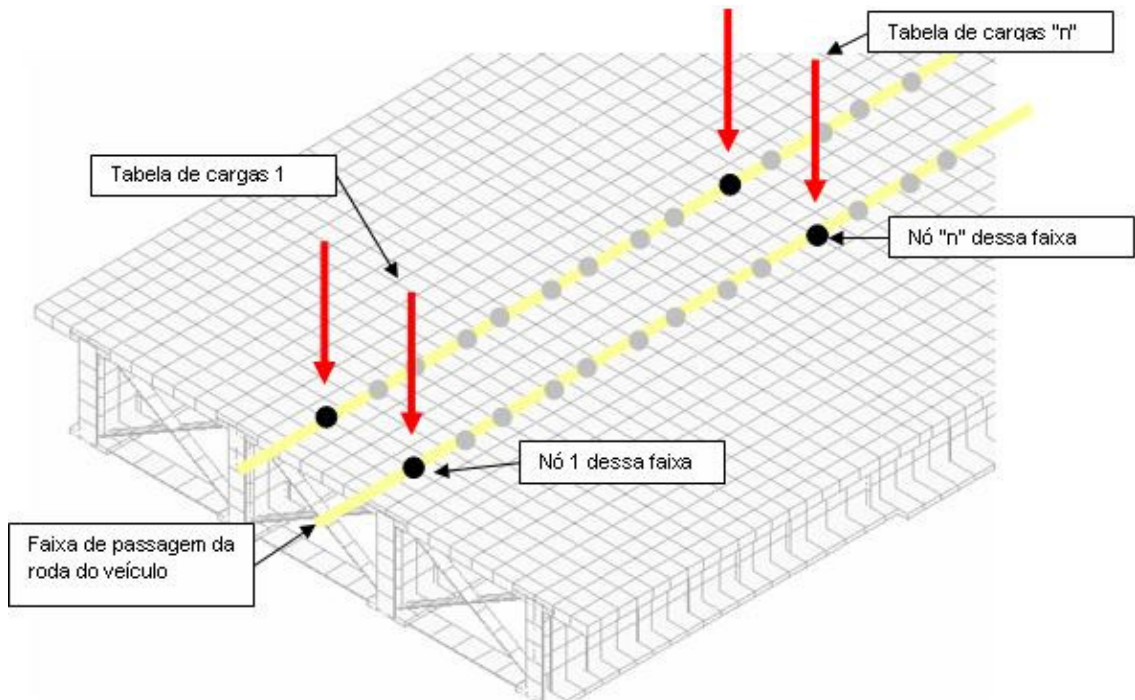


Figura 4.11 - Modelo da passagem de cargas nos nós da ponte

Cada nó identificado no modelo numérico, conforme a figura 4.11, recebe a carga referente a uma respectiva tabela. Essas tabelas funcionam como vetores de cargas ao longo do tempo, simulando assim a passagem dos veículos sobre a ponte, de acordo com a metodologia de análise desenvolvida.

O procedimento desenvolvido nesta dissertação foi elaborado através da criação de uma matriz de carregamento contendo o valor das cargas nos nós ao longo do tempo. A figura 4.12 ilustra uma tabela explicativa sobre a metodologia desenvolvida. Pode-se observar que as cargas dos eixos variam diagonalmente e que no eixo vertical (colunas) temos as cargas em cada nó ao longo do tempo. O tempo está explícito no eixo horizontal (linhas). A figura em questão mostra claramente que em alguns instantes os nós tem cargas referentes aos eixos dos veículos que estão passando naquele determinado intervalo de tempo e que em outros instantes não tem carga alguma, pois a carga no intervalo de tempo seguinte já está em outro nó.

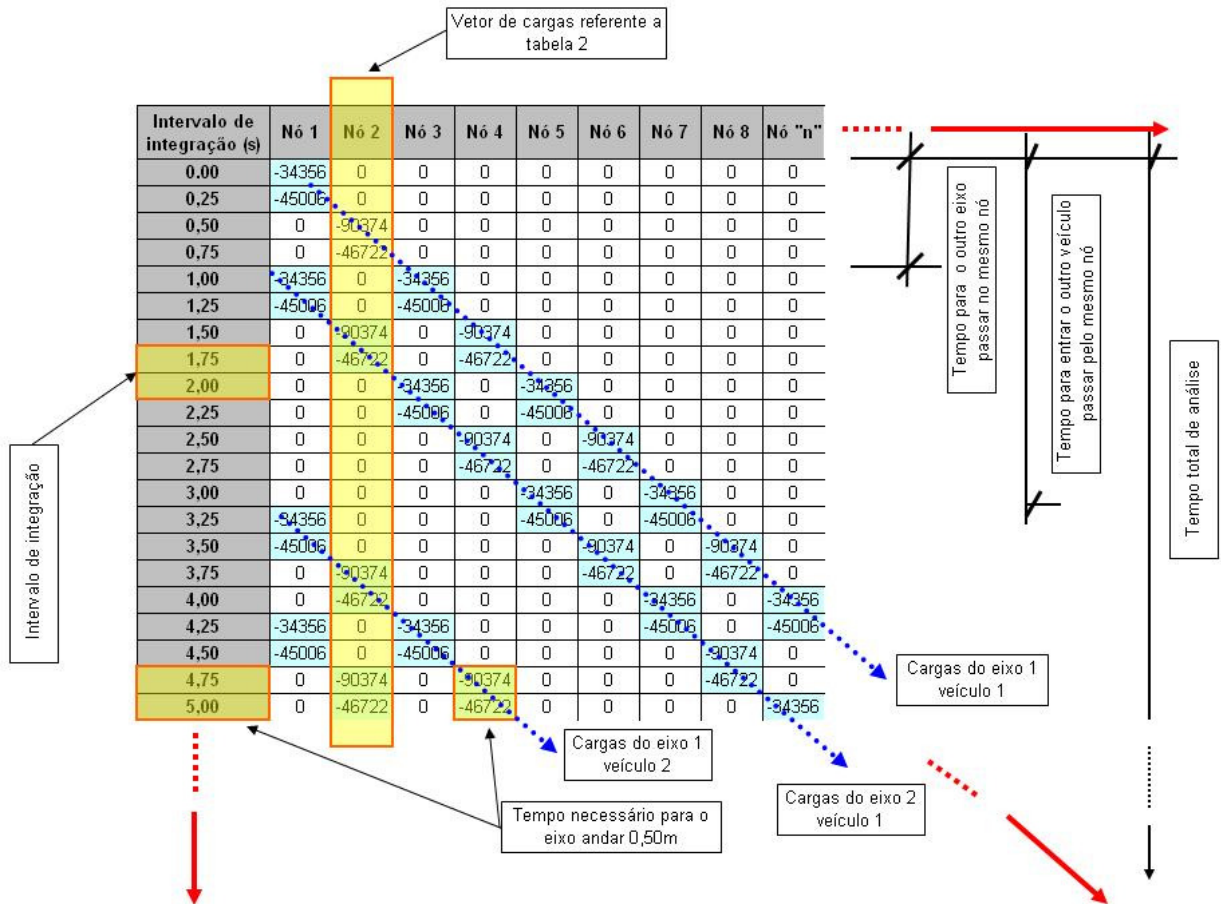


Figura 4.12 - Metodologia para geração de tabelas de carga simulando a passagem do comboio de veículos

Deve-se ressaltar, ainda, que quando da passagem de um comboio de veículos sobre a ponte, no instante em que os pneus de cada veículo estão sobre um determinado grupo de nós genéricos do modelo numérico-computacional, o mesmo encontra-se sobre efeito dessas cargas dinâmicas. Todavia, nos instantes em que os pneus de um mesmo veículo estão em outro trecho da ponte, obviamente não há carga alguma sobre o referido nó.

É importante mencionar, também, que os valores de carga existentes nas tabelas podem ser provenientes do efeito da mobilidade da carga (efeito do peso), da interação existente com as irregularidades da pista, ou mesmo a partir da superposição de ambos.

Os valores das cargas referentes à interação dos pneus dos veículos com as irregularidades do pavimento, foram obtidas através da implementação computacional GDYNABT, Silva (1996). Dessa forma, o sistema veículo-ponte, totalmente integrado, considerando a interação total do veículo com a irregularidade e a estrutura pode ser simulado.

Os resultados provenientes das diversas situações de carregamentos dinâmicos sobre o tabuleiro da ponte foram avaliados e comparados com aqueles fornecidos por outros modelos desenvolvidos em estudos anteriores, Chantre (2008), Almeida e Silva (2007), Amorim (2007), Leitão (2006), Almeida (2006), Almeida e Silva (2006), Silva (1996), objetivando a calibração do presente modelo numérico-computacional. As figuras 4.13 e 4.14 ilustram perfeitamente a validação do modelo numérico-computacional tridimensional desenvolvido, no que diz respeito ao efeito da mobilidade da carga, em termos dos deslocamentos translacionais verticais, Leitão (2008).

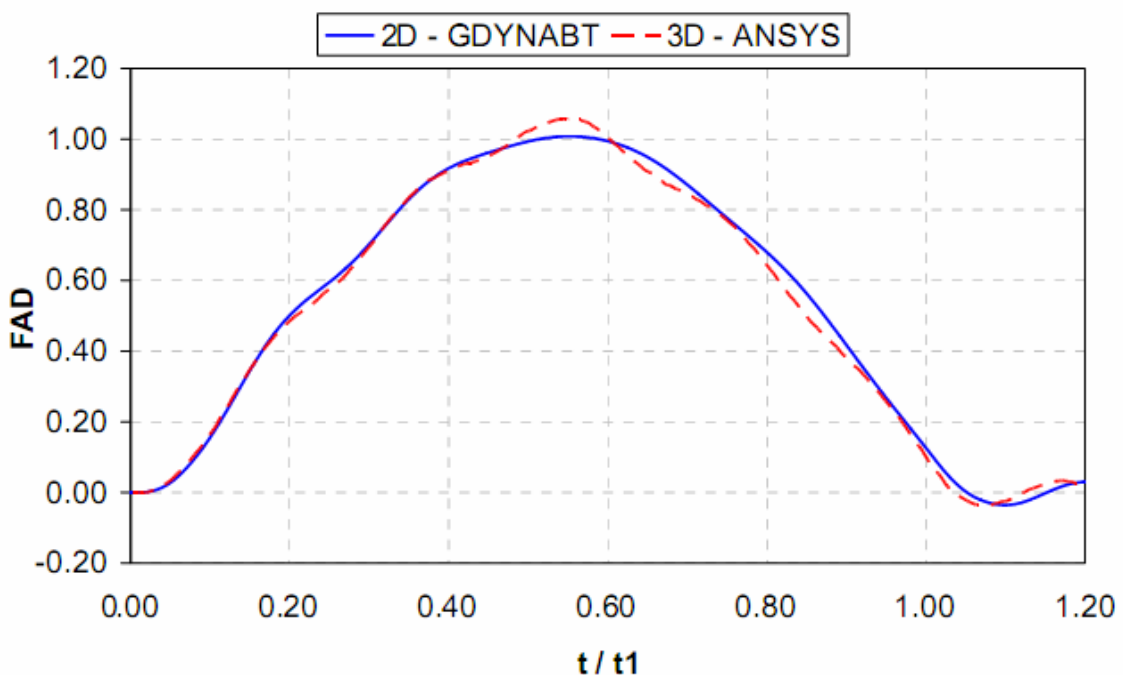


Figura 4.13 - Validação da estratégia para um veículo passando com velocidade constante de 80km/h sobre a ponte, efeito da mobilidade da carga, Leitão (2008)

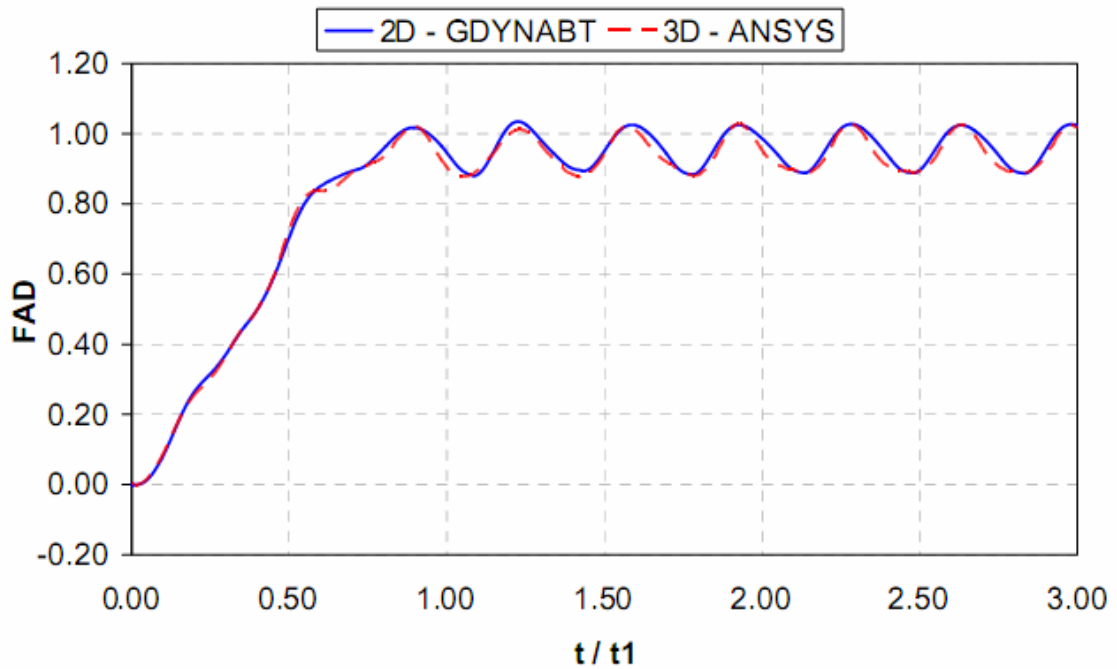


Figura 4.14 - Validação da estratégia para um comboio de dois veículos passando com velocidade constante de 80km/h sobre a ponte, efeito da mobilidade da carga, Leitão (2008)

No próximo capítulo serão apresentados todos os resultados alcançados nesse trabalho no que diz respeito à modelagem numérico-computacional. Os resultados obtidos serão analisados, validados e expostos de modo que possam ser utilizados para a verificação quanto à fadiga.