



**Universidade do Estado do Rio de Janeiro**  
Centro de Tecnologia e Ciências  
Faculdade de Engenharia

Douglas Martins Cavalcanti Rodrigues


**Modelagem do comportamento e avaliação da resposta dinâmica  
em regime de serviço de sistemas estruturais para fundações de  
máquinas**

Rio de Janeiro  
2016

Douglas Martins Cavalcanti Rodrigues

**Modelagem do comportamento e avaliação da resposta dinâmica em regime de serviço de sistemas estruturais para fundações de máquinas**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Estruturas.



Orientadores: Prof. Dr. José Guilherme Santos da Silva  
Prof. Dr. Rodrigo Bird Burgos

Rio de Janeiro

2016

CATALOGAÇÃO NA FONTE  
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC/B

R696 Rodrigues, Douglas Martins Cavalcanti.  
Modelagem do comportamento e avaliação da resposta  
dinâmica em regime de serviço de sistemas estruturais para  
fundações de máquinas / Douglas Martins Cavalcanti Rodrigues.  
- 2016.  
103f.

Orientadores: José Guilherme Santos da Silva e Rodrigo Bird  
Burgos.

Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado do Rio de  
Janeiro, Faculdade de Engenharia.

1. Engenharia Civil. 2. Máquinas - Fundações - Dissertações.  
3. Dinâmica estrutural - Dissertações. 4. Concreto armado –  
Dissertações. I. Silva, José Guilherme Santos da. II. Burgos,  
Rodrigo Bird. III. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. IV.  
Título.

CDU 624.13

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial  
desta tese, desde que citada a fonte.

---

Assinatura

---

Data

Douglas Martins Cavalcanti Rodrigues

**Modelagem do comportamento e avaliação da resposta dinâmica em regime de  
serviço de sistemas estruturais para fundações de máquinas**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Estruturas.

Aprovado em: 22 de dezembro de 2016.

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. José Guilherme Santos da Silva (Orientador)

Faculdade de Engenharia - UERJ

---

Prof. Dr. Rodrigo Bird Burgos (Orientador)

Faculdade de Engenharia - UERJ

---

Prof. Dr. Francisco José da Cunha Pires Soeiro

Faculdade de Engenharia - UERJ

---

Prof. Dr. Raul Rosas e Silva

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC-Rio

Rio de Janeiro

2016

## DEDICATÓRIA

À minha família.

## AGRADECIMENTOS

A minha esposa Patricia, pelo companheirismo em todos os momentos.

Aos meus pais, por todo apoio e incentivo, sempre.

A minha irmã, pelo exemplo acadêmico.

Ao engenheiro e amigo João Câmara, pelo constante incentivo ao longo de meu desenvolvimento, sempre me apoiando e me encorajando a seguir em frente.

Ao engenheiro e amigo Danilo Villa Verde, pelo constante exemplo de humanidade e sabedoria – *Que Omem Sábio* (sic).

Ao engenheiro Rodolfo Filgueiras, pelo constante apoio profissional, possibilitando que me dedicasse a esta empreitada.

Ao meu orientador Rodrigo Bird Burgos, pela constante prontidão em ajudar, pelos conhecimentos transmitidos, pelo apoio constante nesse período de trabalho e convívio.

Ao meu orientador José Guilherme Santos da Silva, pelos conhecimentos passados, pela constante motivação e apoio dispensados nesse período de trabalho e convívio.

Aos professores e funcionários do PGECIV - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ, por sua dedicação ímpar.

Aos amigos e companheiros do programa de pós-graduação por todo o convívio e solidariedade, em especial aos mitos Vitor Gomes, Victor Dornelles e Nathann Gomes.

A todos os profissionais, com quem pude conviver de alguma forma nesses anos de estudo, pela compreensão e apoio dispensados.

A todos que, de alguma maneira, contribuíram na execução deste trabalho.

Não se preocupe em ser um gênio e não se preocupe se não for inteligente.

Confie mais no trabalho duro, na perseverança e na determinação.

O melhor lema para uma longa marcha é 'Não resmungue. Aguarde'.

*Sir Frederick Treves*

## RESUMO

RODRIGUES, Douglas Martins Cavalcanti. *Modelagem do comportamento e avaliação da resposta dinâmica em regime de serviço de sistemas estruturais para fundações de máquinas*. 2016. 103f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

Este trabalho tem por objetivo principal a análise comparativa entre dois modelos numéricos de um mesmo sistema estrutural de fundações em concreto armado, diferindo entre si apenas na discretização de seus pontos de apoio (estacas). O sistema estrutural em estudo tem como base uma fundação com dimensões aproximadas, em planta, de 15m x 12m, necessária para suportar um conjunto compressor-motor de cerca de 190 toneladas, posicionado a 4m de um piso de referência. Para a modelagem numérica do sistema estrutural são empregadas técnicas usuais de discretização, via método dos elementos finitos (MEF), por meio do software CSi SAP2000 V.14.0.0. Com base na metodologia de análise desenvolvida, a resposta estrutural dinâmica do sistema de fundações em concreto armado é devidamente avaliada, em termos dos valores das frequências naturais, deslocamentos e velocidades. Os valores máximos da resposta dinâmica do sistema são comparados com os valores limites recomendados por normas e recomendações de projeto, objetivando uma avaliação criteriosa, no que tange ao desempenho da estrutura em termos de vibrações excessivas e no que tange aos aspectos econômicos envolvidos na concepção do sistema de fundações. Finalmente, são comparados os resultados obtidos entre os dois modelos, de modo a avaliar se há ou não benefícios de se refinar a modelagem dos pontos de apoio.

Palavras-chave: Fundações de máquinas; Dinâmica estrutural; Modelagem numérica.



## ABSTRACT

RODRIGUES, Douglas Martins Cavalcanti. *Numerical analysis and study of dynamic response of structural systems for machinery foundations*. 2016. 103f.-Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

This paper presents the comparative analysis between two numerical models of a same structural system of foundation in reinforced concrete, differing from each other only in the discretization of its support points (piles). The structural system under study consists in a foundation with dimensions, in plan, equals to 15m x 12m, required to support a motor-compressor assembly with weight around 190 tonf, positioned 4m above a reference level. For numerical modeling of this structural system are used usual discretization techniques, by finite element methods (FEM), with software CSi SAP2000 v.14.0.0. Based on the developed methodology of analysis, the dynamic response is evaluated, in terms of natural frequencies, displacements and velocities. The maximum obtained values are compared with the recommended limit values of standards and project, objectifying a detailed evaluation, with respect to the structure performance related to excessive vibrations and concerned to economic issues involved on the conception of foundation system. Finally, the obtained results of the two models are compared, in order to evaluate if there are benefits in refining the support points modeling.

Keywords: Machinery foundation; Structural dynamics; Numerical analysis.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Escala de Reiher e Meister (1946) modificada, Lenzen (1996).....	22
Figura 2 – Modelo mecânico do corpo humano, Ataíde (2007).....	34
Figura 3 – Direções do sistema de coordenadas para vibrações mecânicas em seres humanos, ISO 2631-2 .....	37
Figura 4 – Curva base de aceleração no eixo z .....	38
Figura 5 – Curva base de aceleração nos eixos x e y .....	38
Figura 6 – Curva base de acelerações em direções combinadas (eixos x, y e z).....	39
Figura 7 – Rotor apresentando massa desbalanceada.....	47
Figura 8 – Massa desbalanceada (López, 2002) .....	50
Figura 9 – Gráfico das componentes da força desbalanceada .....	53
Figura 10 – Modelo estrutural: vista Isométrica do conjunto fundação-equipamento	54
Figura 11 – Cargas dinâmicas harmônicas senoidais: motor e compressor .....	55
Figura 12 – Modelo estrutural: vista Isométrica do conjunto fundação-equipamento (Maquete 3D).....	57
Figura 13 – Modelo estrutural: planta global da fundação.....	58
Figura 14 – Modelo estrutural: elevação da fundação (Corte A-A).....	58
Figura 15 – Modelo estrutural: elevação da fundação (Corte B-B).....	59
Figura 16 – Modelo estrutural: elevação da fundação (Corte C-C).....	59
Figura 17 – Localização do empreendimento.....	60
Figura 18 – Vista aproximada das fundações executadas .....	60
Figura 19 – Modelo estrutural: Fundação executada (vista superior).....	61
Figura 20 – Perfil do solo no local de implantação da fundação .....	62
Figura 21 – Modelos de fundações .....	63
Figura 22 – Modelos I e II - Modelagem em elementos finitos: vista isométrica I (Superestrutura) .....	69
Figura 23 – Modelos I e II - Nós referentes aos chumbadores dos equipamentos....	70
Figura 24 – Modelos I e II - Simulação dos equipamentos assentados sobre as bases.....	70
Figura 25 – Modelos I e II - Pontos analisados quanto ao conforto humano.....	71
Figura 26 – Modelo I - Vista isométrica com as molas representativas das estacas.	72
Figura 27 – Modelo I - Vista isométrica da infraestrutura e da superestrutura .....	72

Figura 28 – Modelo II - Vista isométrica .....	73
Figura 29 – Primeiro modo de vibração – Translação ao longo do eixo Y .....	76
Figura 30 – Segundo modo de vibração – Translação ao longo do eixo X .....	77
Figura 31 – Terceiro modo de vibração – Rotação em torno do eixo Z.....	78
Figura 32 – 9° e 49° modos de vibração – Flexão em torno do eixo Y.....	79
Figura 33 – Décimo e quinquagésimo modos de vibração – Flexão em torno do eixo X.....	80
Figura 34 – 11° e 91° modos de vibração – Flexão oblíqua no plano XY.....	81
Figura 35. Deslocamento translacional vertical $U_z$ do Nó A ao longo do tempo .....	85
Figura 36. Deslocamento translacional vertical $U_z$ do Nó F ao longo do tempo.....	85
Figura 37. Deslocamento translacional vertical $U_z$ do Nó K ao longo do tempo .....	86
Figura 38. Deslocamento translacional vertical $U_z$ do Nó P ao longo do tempo.....	86
Figura 39. Velocidade translacional vertical $V_z$ do Nó A ao longo do tempo.....	87
Figura 40. Velocidade translacional vertical $V_z$ do Nó F ao longo do tempo .....	87
Figura 41. Velocidade translacional vertical $V_z$ do Nó K ao longo do tempo.....	88
Figura 42. Velocidade translacional vertical $V_z$ do Nó P ao longo do tempo.....	88
Figura 43. Aceleração translacional vertical $A_z$ do Nó A ao longo do tempo.....	89
Figura 44. Aceleração translacional vertical $A_z$ do Nó F ao longo do tempo.....	89
Figura 45. Aceleração translacional vertical $A_z$ do Nó K ao longo do tempo.....	90
Figura 46. Aceleração translacional vertical $A_z$ do Nó P ao longo do tempo.....	90
Figura 47. Deslocamento translacional vertical $U_z$ do Nó F no domínio da frequência	91

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Severidade de vibrações em máquinas rotativas (Richart, 1970) .....	20
Tabela 2 – Escopo das normas N-1848, ACI-351 e DIN 4024-1/2. (Dalbone, 2012)	27
Tabela 3 – Sintomas relacionados com a frequência de vibração (Ataíde, 2007).....	34
Tabela 4 – Coeficientes de majoração .....	39
Tabela 5 – Valores de $K_b$ em função do tipo de edificação (DIN 4150-2, 1999).....	40
Tabela 6 – Limites de exposição e níveis de ação, Diretiva Europeia (2002) .....	41
Tabela 7 – Critérios de severidade das vibrações de máquinas (ISO 2372).....	43
Tabela 8 – Amplitudes admissíveis de vibração de acordo com a velocidade do equipamento (Srinivasulu, 1976).....	44
Tabela 9 – Valores de qualidade de balanceamento (ISO 1940-1, 1986).....	52
Tabela 10 – Características dos equipamentos: motor e compressor.....	54
Tabela 11 – Valores típicos de $k_{s1}$ .....	64
Tabela 12 – Valores típicos de $n_h$ .....	65
Tabela 13 – Parâmetros de rigidez das estacas .....	65
Tabela 14 – Frequências naturais do sistema para cada modelo numérico .....	75
Tabela 15 – Resposta estrutural dinâmica do sistema: Deslocamentos translacionais verticais máximos ( $\mu\text{m}$ ).....	83
Tabela 16 – Resposta estrutural dinâmica do sistema: Velocidades translacionais verticais máximos (mm/s).....	84
Tabela 17 – Resposta estrutural dinâmica do sistema: Acelerações translacionais verticais ( $\text{m/s}^2$ ).....	92

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
NBR	Norma Brasileira
AISC	American Institute of Steel Construction
ISO	International Organization for Standardization
DIN	Deutsches Institut für Normung

## LISTA DE SÍMBOLOS

C	-	Matriz de amortecimento
c	-	Coesão do solo
cm	-	Centímetro
cos	-	Cosseno
d	-	Amplitude de deslocamento / largura da coluna (estaca)
e	-	Excentricidade da massa do rotor / deslocamento residual permissível específico
f	-	Frequência / frequência de excitação
$f_n$	-	Frequência natural
$F_s$	-	Força livre do rotor
$F_{cent}$	-	Força centrífuga
$F(t)$	-	Representação matemática do carregamento no tempo em (N)
G	-	Matriz giroscópica
g	-	Aceleração da gravidade / gramas
Hz	-	Hertz
K	-	Matriz de rigidez
k	-	Rigidez das molas representativas do solo
$k_0$	-	Parâmetro de rigidez da fundação
$k_{s1}$	-	Módulo de reação para placa horizontal de 0,3048m de largura
$k_h$	-	Coefficiente de reação horizontal
$K_b$	-	Fator de intensidade de percepção
kN	-	Kilonewton
$kN/m^2$	-	Kilonewton por metro quadrado
$m_R$	-	Massa do rotor
m	-	Metro / massa
$m^3$	-	Metro cúbico
$m^2$	-	Metro quadrado
M	-	Matriz de massa
MEF	-	Método dos Elementos Finitos

min	-	Minutos
mm	-	Milímetros
mm/s	-	Milímetros por segundo
MPa	-	Megapascal
$n_h$	-	Parâmetro de rigidez para solos não coesivos
N	-	Newton
$N/m^2$	-	Newton por metro quadrado
$p$	-	Pressão
$P_0$	-	Amplitude da carga dinâmica
R	-	Excentricidade da massa do rotor
$R \Omega$	-	Grau de qualidade do balanceamento do rotor
s	-	Segundos
sen	-	Seno
$T_s$	-	Frequência circular do rotor
$T_s e$	-	Média do balanceamento do rotor
U	-	Deslocamento residual permissível
y	-	Deslocamento do solo
z	-	Profundidade
$\alpha$	-	Parâmetro de amortecimento proporcional à matriz de massa
$\beta$	-	Parâmetro de amortecimento proporcional à matriz de rigidez
$\Delta\omega$	-	Intervalo de frequência
$\gamma_{sub}$	-	Peso específico do solo submerso
$\xi$	-	Taxa de amortecimento modal
$\xi_i$	-	Taxa de amortecimento do modo i
$\mu m$	-	Micrômetros
$\Phi$	-	Ângulo de fase / ângulo de atrito do solo
$\omega_{0i}$	-	Frequência natural circular do modo i
$\Omega$	-	Frequência circular do rotor
u	-	Vetor deslocamento
$\dot{u}$	-	Vetor velocidade
$\ddot{u}$	-	Vetor aceleração

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>16</b>
<b>1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>20</b>
<b>2 RECOMENDAÇÕES DE PROJETO</b> .....	<b>26</b>
2.1 Generalidades .....	26
2.2 Critérios relativos à verificação de estruturas.....	26
2.2.1 Norma Petrobras N-1848 .....	28
2.2.2 Norma Americana ACI-351 .....	31
2.2.3 Norma Alemã DIN 4024-1/2 .....	32
2.3 Critérios relativos à verificação do conforto humano.....	33
2.3.1 ISO 2631-1 .....	35
2.3.2 ISO 2631-2.....	36
2.3.3 Norma Alemã DIN 4150-2 .....	40
2.3.4 Norma Regulamentadora NR-15.....	41
2.3.5 Diretiva Europeia (2002).....	41
2.4 Critérios relativos à verificação de equipamentos mecânicos rotativos.....	42
2.4.1 ISO 2372 .....	42
<b>3 MODELO DE CARREGAMENTO DINÂMICO</b> .....	<b>45</b>
3.1 Aspectos gerais.....	45
3.1.1 NBR 8008.....	46
3.1.2 Eurocode 1 .....	46
3.2 Fundamentos da dinâmica de rotores .....	47
3.3 Equação de movimento do rotor .....	49
3.4 Forças de excitação: Massa desbalanceada.....	49
3.5 Quantificação do desbalanceamento .....	50
3.6 Determinação das forças desbalanceadas.....	52
3.7 Modelagem do carregamento dinâmico .....	54
3.7.1 Características dos equipamentos .....	54
3.7.2 Esquema de aplicação das cargas.....	55
<b>4 MODELO ESTRUTURAL ESTUDADO</b> .....	<b>56</b>
4.1 Introdução .....	56
4.2 Modelo estrutural.....	56



4.3 Perfil geotécnico do subsolo.....	61
4.4 Simulação da interação solo-estrutura .....	63
4.5 Modelagem do amortecimento .....	65
<b>5 MODELAGEM EM ELEMENTOS FINITOS .....</b>	<b>68</b>
5.1 Modelos numéricos desenvolvidos.....	68
5.1.1 Modelo com apoios elásticos (Modelo I) .....	71
5.1.2 Modelo com estacas e efeito da interação solo-estrutura (Modelo II) .....	73
<b>6 ANÁLISE DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAÇÃO.....</b>	<b>74</b>
6.1 Introdução .....	74
6.2 Análise das frequências naturais (Autovalores) .....	74
6.3 Análise dos modos de vibração.....	75
<b>7 ANÁLISE DINÂMICA DO SISTEMA .....</b>	<b>82</b>
7.1 Aspectos gerais.....	82
7.2 Descrição do caso de carregamento dinâmico.....	82
7.3 Análise dinâmica da estrutura .....	83
<b>8 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>93</b>
8.1 Introdução .....	93
8.2 Conclusões alcançadas.....	93
8.3 Sugestões para trabalhos futuros.....	95
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>96</b>

## INTRODUÇÃO

O dimensionamento de sistemas de fundações para suporte de máquinas rotativas consiste em uma tarefa bastante complexa para os engenheiros civis, pelo fato de que as diversas solicitações envolvidas no problema em questão apresentam naturezas distintas, tais sejam cargas do tipo estáticas ou mesmo ações de caráter predominantemente dinâmico. Esse dimensionamento, caso seja realizado de forma inadequada poderá vir a resultar em fundações superdimensionadas (antieconômicas) ou mesmo, na situação contrária, em fundações subdimensionadas, ocasionando danos aos equipamentos locados sobre a estrutura de suporte, à própria fundação ou até mesmo para as estruturas vizinhas, gerando perdas na produção e, também, riscos à segurança e saúde das pessoas (Dalbone & Sánchez Filho, 2011); (Machado, 2010); (Rodrigues, 2016); (Souza Costa, 2013).

Cabe ressaltar que o projeto de fundações de máquinas engloba, de maneira geral, a análise do equipamento rotativo e as forças dinâmicas geradas durante a operação do mesmo, a avaliação das características do solo e das fundações, a elaboração do projeto para o modelo estrutural e, evidentemente, o estudo da resposta estrutural dinâmica do sistema, a verificação dos deslocamentos, velocidades e acelerações máximas e suas tolerâncias, o projeto dos isoladores (apenas em situações necessárias), o dimensionamento estrutural e, ainda, verificação das tensões máximas no solo (Machado, 2010).

### **Motivação**

O presente trabalho de pesquisa tem por motivação apresentar a relevância de estudos relacionados à avaliação dos efeitos dinâmicos determinísticos, intrínsecos aos carregamentos provenientes de equipamentos mecânicos, incidindo sobre seus sistemas de fundação. Pretende-se fornecer recomendações aos projetistas desse tipo de estrutura, no sentido de alertar os mesmos sobre possíveis ocorrências de vibrações excessivas (deslocamentos excessivos), devido ao efeito da ressonância; e, ainda, em casos extremos, a ocorrência de colapsos estruturais.

## Objetivos

Este trabalho de pesquisa tem o objetivo de contribuir, no que tange ao desenvolvimento de uma metodologia para a análise do comportamento estrutural dinâmico determinístico de sistemas de fundações submetidas a carregamentos de equipamentos dinâmicos. Assim sendo, pretende-se estudar o comportamento estático e dinâmico determinístico de um sistema de fundação real, a partir do desenvolvimento de estratégias de modelagens numéricas distintas, via emprego do método dos elementos finitos, com base no emprego do programa computacional CSi SAP2000, quando submetido a excitações dinâmicas oriundas da ação dinâmica de um sistema de equipamentos compressor-motor. Deste modo, a resposta estrutural estática e dinâmica do sistema de fundação investigado é avaliado mediante comparações com os valores limites recomendados por normas e recomendações de projeto.

Finalmente, considerando-se a relevância do tema de pesquisa e a complexidade do assunto, este trabalho de pesquisa tem por objetivo principal a análise comparativa entre dois modelos numéricos de um mesmo sistema estrutural de fundações em concreto armado, diferindo entre si apenas na discretização de seus pontos de apoio. No Modelo I, as estacas são substituídas por elementos de mola com rigidez à compressão equivalente a cada elemento, enquanto no Modelo II, as estacas são discretizadas em todo seu comprimento. É apresentada, a seguir, a análise dinâmica determinística, no domínio do tempo, destes modelos, quando submetidos à ação de um compressor de grande porte instalado em uma indústria para produção de gases do ar. O sistema estrutural em estudo tem como base uma fundação direta com dimensões aproximadas, em planta, de 15m x 12m, necessária para suportar um conjunto compressor-motor de cerca de 190 toneladas (Rodrigues, 2016).

Para a modelagem numérica do sistema estrutural são empregadas técnicas usuais de discretização, via método dos elementos finitos (MEF), por meio do software CSi SAP2000 V.14.0.0 (SAP2000, 2009). Com base na metodologia de análise desenvolvida, a resposta estrutural dinâmica do sistema de fundações em concreto armado é devidamente avaliada, em termos dos valores das frequências naturais, deslocamentos, velocidades e acelerações de pico. Os valores máximos da resposta dinâmica do sistema são comparados com os valores limites

recomendados por normas e recomendações de projeto, objetivando uma avaliação criteriosa, no que tange ao desempenho da estrutura em termos de vibrações excessivas e no que tange aos aspectos econômicos envolvidos na concepção do sistema de fundações. Finalmente, são comparados os resultados obtidos entre os dois modelos, de modo a avaliar se há ou não benefícios de se refinar a modelagem dos pontos de apoio.

### **Estrutura da dissertação**

Com o intuito de atender aos objetivos propostos e à metodologia de estudo descrita anteriormente, este trabalho de pesquisa está subdividido em oito capítulos, descritos a seguir:

No capítulo um, são apresentados os trabalhos desenvolvidos por diversos autores, referentes sistemas de fundação, quando submetidos aos carregamentos estáticos e dinâmicos provenientes de equipamentos predominantemente dinâmicos.

No capítulo dois são apresentados os critérios normativos relacionados à avaliação e definição dos carregamentos dinâmicos incidindo sobre sistemas de fundação.

No terceiro capítulo são apresentados os modelos matemáticos adotados no presente trabalho para a realização das análises dinâmicas, apresentando suas características físicas e geométricas. Este capítulo faz uma breve apresentação da metodologia utilizada para a simulação da interação solo-estrutura bem como a modelagem do amortecimento estrutural.

No quarto capítulo os dados de cada modelo matemático são utilizados de forma a simular o sistema solo-estrutura.

No capítulo cinco descrevem-se as estratégias de modelagem em elementos finitos desenvolvidas no âmbito desta investigação, de forma a representar as estacas (fundações profundas) e analisar a interação solo-estrutura do sistema em estudo.

O sexto capítulo é utilizado para apresentar os resultados das análises de vibração livre, realizadas para determinar os autovalores (frequências naturais) e autovetores (modos de vibração). Tais dados são utilizados para se prever a resposta dinâmica da estrutura quando submetida a carregamentos dinâmicos.

O sétimo capítulo é dedicado às análises harmônicas dos modelos estruturais desenvolvidos para a realização deste estudo. Ao final das análises, os resultados obtidos são comparados com as recomendações encontradas na literatura técnica, no que diz respeito ao conforto humano e aos critérios para um bom funcionamento dos equipamentos. São apresentados ainda os dados relativos à intervenção na estrutura para que a mesma possa atender aos critérios relativos ao conforto humano.

No oitavo capítulo são apresentadas as conclusões alcançadas com este estudo, contendo as considerações e sugestões para continuação do trabalho aqui desenvolvido.

## 1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Com a intenção de facilitar o acesso ao leitor interessado, esta seção aborda a descrição, de forma resumida e cronológica, de diversos trabalhos de pesquisa relacionados ao estudo de estruturas submetidas a ações dinâmicas provenientes de equipamentos mecânicos.

De modo a determinar os níveis aceitáveis de vibrações em pisos, Reiher e Meister (1946) desenvolveram uma escala de medição. Esta escala foi obtida a partir de ensaios experimentais, onde uma amostra de pessoas era submetida a vibrações permanentes, com frequência de excitação variando de 1 Hz a 100 Hz. De posse desta escala, classifica-se as vibrações em função de sua frequência e amplitude.

Dentre os diversos trabalhos desenvolvidos, destacam-se os de Barkan (1961), Richart (1970) e Arya et al. (1984), que se debruçam sobre o cálculo de fundações de máquinas, sendo utilizados como referências em diversos trabalhos sobre o assunto. Richart (1970) apresenta uma relação de informações necessárias bem como os elementos a serem verificados durante o dimensionamento de fundações de máquinas, definindo os valores limites para amplitudes de deslocamento e velocidade, tanto para os equipamentos, as estruturas e as pessoas que estarão envolvidas no sistema.

Objetivando apresentar as condições de vibrações para máquinas rotativas, Baxter e Bernhard apud Richart (1970) determinam, em função do pico de velocidade horizontal, a condição de operação da máquina, como pode ser visto na Tabela 1.

**Tabela 1 – Severidade de vibrações em máquinas rotativas (Richart, 1970)**

<b>Amplitude de velocidade horizontal (mm/s)</b>	<b>Condição de operação da máquina</b>
< 0,13	Extremamente suave
0,13 – 0,25	Muito suave
0,25 – 0,50	Suave
0,50 – 1,0	Muito boa
1,0 – 2,0	Boa
2,0 – 4,0	Razoável
4,0 – 8,0	Levemente severa
8,0 – 16,0	Severa
> 16,0	Muito severa

Srinivasulu et al. (1976) apresenta os fundamentos necessários para realizar a análise dinâmica, desenvolver o projeto e executar a construção de sistemas de fundação para diferentes tipos de máquinas. Em seu trabalho, são mostradas diversas considerações que devem ser feitas durante o projeto de fundações, de modo a se alcançar a melhor solução, garantindo a preservação dos equipamentos e minimizando os efeitos de vibrações sobre a estrutura propriamente dita.

Bachmann e Ammann (1987) apresentam os princípios envolvidos na análise de sistemas de fundações destinadas a sustentar equipamentos e maquinários cujos esforços predominantes são do tipo dinâmico. No seu trabalho, são analisadas as formulações dos carregamentos, os efeitos devido a vibrações causadas por máquinas nas estruturas de suporte, bem como quais medidas são recomendadas para minimizar o risco do surgimento de problemas. São apresentados ainda os critérios de aceitação, sob a perspectiva estrutural e, também, em termos de conforto humano, relacionando com valores limite normatizados.

Uma vez que a interação solo-estrutura tem uma maior influência sobre as frequências naturais mais baixas, Almeida Neto (1989) conclui que é possível analisar as estruturas aporricadas como tendo suas bases perfeitamente engastadas nos casos onde a amplitude estudada estiver relacionada a elevadas frequências de operação.

Griffin et al. (1990) justifica a necessidade de se medir a exposição humana à vibração, salientando entre outros:

- Desenvolvimento de documentação padronizada sobre os efeitos das vibrações no corpo humano;
- Determinação dos níveis de vibração de modo a limitar sua ocorrência a faixas definidas de frequência que não venham a prejudicar o corpo humano;
- Fornecimento de dados que possibilite a comparação entre ambientes ocupacionais distintos.

Lenzen (1996) aprimorou a escala desenvolvida por Reiher e Meister (1946), de modo a passar a levar em conta a influência do amortecimento. Sua escala aprimorada (Figura 1) alcançou resultados satisfatórios em pisos com coeficiente de amortecimento menor ou igual a 5%.

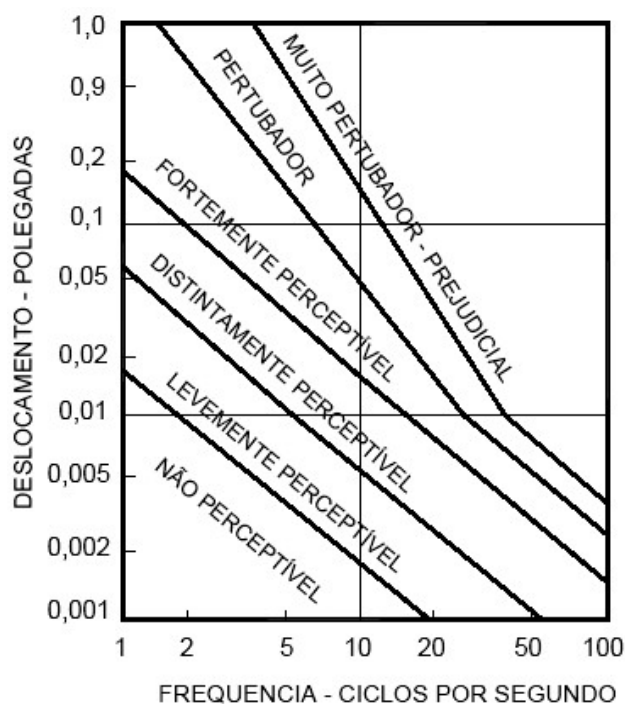


Figura 1 – Escala de Reiher e Meister (1946) modificada, Lenzen (1996)

De acordo com Griffin (1996), são diversos os fatores afetam a sensação de conforto humano, como ,por exemplo, as características da vibração (frequência, direção, magnitude etc), sua duração, as características físicas das pessoas (peso, altura etc), a posição em que a vibração entra em contato com o corpo, a idade, além de fatores psicológicos.

Vasconcelos (1998) mostra que estabelecer a noção de desconforto humano a vibrações tende a ser muito difícil, pois existem vários fatores subjetivos que interagem com a sensação de desconforto, como a condição sociocultural das pessoas, o estado psicológico da pessoa no momento do evento, o tipo da atividade desenvolvida, fatores ambientais, ruídos, etc. Devido à grande dificuldade de simular estas condições em laboratório, os limites de conforto de pessoas submetidas a vibrações podem ser considerados como sendo uma medida bastante subjetiva, gerando algumas controvérsias quanto aos valores aceitáveis de acelerações impostas.

Segundo Zhou e Shi (2001) minimizar os efeitos da vibração de máquinas rotativas causados nas estruturas é um problema importante a se solucionar. Em seu trabalho, apresentam um estudo que trata do balanceamento ativo em tempo real de rotores e do controle ativo da vibração de máquinas rotativas, bem como da modelagem dinâmica e as respectivas técnicas de análise de sistemas rotativos. Os



autores afirmam que a maior dificuldade encontrada para realizar o controle ativo de vibração é o número limitado de atuadores para controlar um número de modos de vibração ilimitado.

Pereira (2005) desenvolveu um estudo acerca dos níveis de vibração associados ao conforto humano, dando ênfase à adequabilidade das edificações para diferentes níveis de vibrações, sendo capaz de gerar curvas associadas à percepção e conforto no que tange à vibração por intermédio de experimentos de laboratório e realizando a comparação dos resultados obtidos com os limites definidos com a norma ISO 2631-2.

Milet (2006) apresenta trabalho no qual discorre sobre conceitos básicos de análise dinâmica aplicados a fundações de máquinas, abordando tanto métodos analíticos quanto numéricos disponíveis de projeto e introduz recomendações de projeto e prescrições normativas.

Souza et al. (2007) apresenta um protótipo que torna possível observar, utilizando um sistema simples tendo por base um rotor desbalanceado, eventuais danos estruturais decorrentes do fenômeno de ressonância, possibilitando inclusive que sejam realizadas comparações com sistemas estruturais mais complexos. Ademais, o experimento mostrado, devido sua simplicidade e praticidade, pode servir como um instrumento de análises a ser utilizado em salas de aula, fornecendo, desta forma, um melhor entendimento dos fenômenos relacionados com a vibração de sistemas estruturais.

Gama (2007) afirma que não se deve confundir percepção com desconforto, visto que o segundo geralmente apresenta valores de grandeza mais elevados que o primeiro. Entretanto, ele relata que a repetição de eventos meramente perceptíveis pode, também, ocasionar desconforto. Desta forma, confirma-se a importância de se levar em conta a condição de conforto quando da análise de sistemas estruturais, uma vez que influencia diretamente o bem-estar, a eficiência das atividades desenvolvidas, e inclusive a saúde dos usuários.

Assunção (2009) apresentou em seu trabalho os aspectos e condições de maior importância a se considerar quando de uma análise dinâmica em sistemas estruturais reticulados elevados, onde são suportados equipamentos para realização de processos industriais. O autor realizou um estudo envolvendo as causas mais recorrentes de ações dinâmicas advindas da operação de equipamentos industriais, utilizando como exemplo a análise de uma estrutura apertada servindo de suporte

para uma peneira vibratória, que tem como fonte de excitação principal um sistema rotativo com massa intencionalmente desbalanceada a fim de simular os movimentos característicos do equipamento. Por meio estudo apresentado, o autor concluiu que o modelo computacional desenvolvido, no qual representam-se as molas helicoidais de suporte do equipamento, com a massa do mesmo e seu respectivo carregamento dinâmico agindo no topo da mola, é o mais apropriado para simular a transmissão dos esforços bem como a contribuição da massa vibrante para a resposta dinâmica de sua estrutura de suporte.

Conforme Dalbone (2012), máquinas rotativas geram solicitações dinâmicas que, por sua vez, são transferidas aos sistemas de fundações através de movimentos vibratórios, ou o oposto, nos casos de máquinas de elevada sensibilidade, que recebem as vibrações por intermédio das fundações. As máquinas podem ser classificadas como: a) as que produzem forças de impacto como martelos de forjas e prensas; b) as que produzem forças periódicas como motores de pistão como compressores e motores à explosão; c) máquinas de alta velocidade, tais como turbinas e compressores rotativos; d) outras máquinas. Estes equipamentos também podem ser classificados com base os valores de suas frequências de operação sendo: a) baixa a média frequência, aquelas com frequências até 500 RPM; b) as de média a altas frequências, com frequências entre 500 a 1000 RPM; c) alta frequência, com frequências superiores a 1000 RPM (Dalbone & Sánchez Filho, 2011).

Considerando-se o estudo da resposta estrutural dinâmica de um sistema de fundações, o principal objetivo do projetista é o de analisar os valores máximos dos deslocamentos, velocidades e acelerações, objetivando garantir que o conjunto equipamentos-fundação trabalhe de forma segura, de preferência, com frequências naturais afastadas tanto quanto seja possível das frequências ressonantes, procurando assegurar o funcionamento adequado dos equipamentos e, bem como, garantindo o conforto humano (Souza Costa, 2013). Deste modo, faz-se necessário analisar e estudar esses movimentos vibratórios durante a fase de projeto da fundação de modo a evitar danos aos equipamentos e às pessoas.

Convém chamar a atenção do leitor para o fato de que várias das simplificações usuais adotadas para a análise dinâmica de sistemas de fundações decorrem de procedimentos referentes à consideração dos equipamentos mecânicos e as fundações como sendo sistemas dinâmicos independentes. Tal procedimento

pode levar a resultados pouco confiáveis quando se trata do estudo da resposta estrutural dinâmica do sistema global (Machado, 2010); (Rodrigues, 2016); (Souza Costa, 2013). As máquinas, por induzirem vibrações às suas fundações, devem ser desligadas das estruturas e outras fundações. Esse cenário ideal de projeto nem sempre é possível, portanto quando esse requisito for inviável, deve-se tomar cuidados especiais para evitar que uma transmissão de vibrações ocorra (Machado, 2010).

## **2 RECOMENDAÇÕES DE PROJETO**

### **2.1 Generalidades**

Há algum tempo, acreditava-se que o efeito dos carregamentos dinâmicos sobre os sistemas estruturais poderia ser simulado através da majoração das cargas estáticas. Atualmente, entretanto, é consenso que esta premissa não representa de maneira correta o efeito das cargas dinâmicas sobre a estrutura, uma vez que a análise dos efeitos ocasionados por um carregamento dinâmico difere consideravelmente da análise dos efeitos ocasionados por um carregamento predominantemente estático.

Desta forma, devem ser consideradas também as características relacionadas a cada tipo de atividade que possa vir a gerar excitação dinâmica. Estas atividades apresentam amplitude, frequência e forma de carregamento próprias, ocasionando diferentes tipos de perturbações.

No caso das instalações industriais, as vibrações excessivas podem ocasionar danos aos equipamentos mecânicos, às estruturas nas quais estes equipamentos encontram-se alocados, ao meio ambiente e às pessoas que fazem uso de tais instalações.

No presente capítulo são apresentadas algumas normas que se referem à análise de estruturas submetidas a ações dinâmicas e critérios relativos à análise de conforto humano e equipamentos mecânicos.

### **2.2 Critérios relativos à verificação de estruturas**

Os efeitos decorrentes das vibrações atuando em estruturas são influenciados por vários fatores inerentes às excitações dinâmicas (tipo de atividade que está ocasionando vibração, amplitude da vibração, frequência de excitação, duração da vibração) e por características próprias da estrutura (amortecimento, frequências naturais e seus respectivos modos de vibração etc.).

Cabe ressaltar que, mesmo que a estrutura atenda a todos os limites de resistência e conforto humano, existe um fator importante devendo ser avaliado, que é a fadiga estrutural, uma vez que em muitos casos, determinados tipos de

materiais, ao serem submetidos a ações de caráter repetitivos, podem vir a sofrer ruptura mesmo ao serem submetidos a níveis de carregamento inferiores aos de seu limite de escoamento.

De modo a facilitar o entendimento e visando a objetividade da apresentação deste estudo, a Tabela 2 apresenta de forma resumida o escopo das normas analisadas durante este trabalho.

**Tabela 2 – Escopo das normas N-1848, ACI-351 e DIN 4024-1/2. (Dalbone, 2012)**

Norma	Escopo
N-1848	<ul style="list-style-type: none"> <li>– fixa os procedimentos a serem observados no projeto de fundações de máquinas estacionárias;</li> <li>– aplica-se para projetos de fundações de máquinas rotativas e alternativas, sujeitas a cargas vibratórias.</li> </ul>
ACI-351	<p>Limitado a engenharia, construção, reparo e modernização de fundações de equipamentos dinâmicos. Para o propósito da norma equipamentos dinâmicos incluem os seguintes:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. máquinas rotativas;</li> <li>2. máquinas alternativas;</li> <li>3. máquinas de impacto ou impulsivas.</li> </ol>
DIN 4024 Parte 1	<p>Especifica requisitos para estruturas de concreto armado ou aço que suportem sistemas mecânicos (fundações de máquinas). Tais sistemas mecânicos são entendidos principalmente como maquinários com elementos rotativos, as fundações dos quais são capazes de gerar vibrações de flexão no mínimo em um plano. Para o propósito desta norma, distinção é feita entre os seguintes tipos de fundações de máquinas:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>a) fundações tipo mesa;</li> <li>b) fundações mola;</li> <li>c) fundações radier;</li> <li>d) fundações plataforma.</li> </ol> <p>Os requisitos especificados têm como objetivo prevenir que as cargas dinâmicas e estáticas transmitam vibrações inadmissíveis para o meio ambiente ou que causem danos ao maquinário e sua fundação. A norma estabelece critérios para determinar o comportamento da vibração, lidar com os efeitos das ações de projeto e cobrir os princípios da construção baseados na experiência atual com fundações de máquinas.</p>

(Tabela 2 – Continuação)

Norma	Escopo
DIN 4024 Parte 2	<p>Especifica blocos e caixas de fundações de máquinas rígidos feitos de concreto armado ou aço que têm por objetivo servir de apoio e proporcionar ancoragem para o maquinário sujeito a vibrações periódicas. Devido à rigidez à flexão e torção tais fundações são assumidas como rígidas. Tal maquinário inclui:</p> <p>a) aqueles com massas rotativas (geradores, compressores, ventiladores, transformadores, bombas, impressoras rotativas, máquinas ferramentas e seus acionadores, motores elétricos e turbinas a gás e vapor);</p> <p>b) aqueles com massas oscilantes (como compressores de pistão e motores diesel);</p> <p>c) trituradores e moinhos.</p> <p>Nota: nos casos de trituradores e moinhos as vibrações transitórias podem predominar sobre as vibrações periódicas, que requerem consideração especial.</p> <p>Essa norma também se aplica a máquinas que são sensíveis a vibrações de fontes externas (fresadoras, tornos e outras máquinas ferramentas).</p> <p>Esta norma não se aplica a estruturas flexíveis cobertas na DIN 4024 parte1, fundações para martelos de impacto ou máquinas sujeitas a cargas aplicadas repentinamente ou quadros estruturais para grupos geradores diesel ou maquinário similar.</p> <p>Os requisitos especificados têm como objetivo prevenir que as cargas dinâmicas e estáticas transmitam vibrações inadmissíveis para o meio ambiente ou que causem danos ao maquinário e sua fundação.</p> <p>A norma estabelece critérios para determinar o comportamento de vibração, lidar com os efeitos das ações de projeto e cobrir os princípios da construção baseados na experiência atual com fundações de máquinas.</p>

### 2.2.1 Norma Petrobras N-1848

A N-1848 apresenta as seguintes recomendações gerais para:

a) Fundações superficiais:

- A base deve ser ajustada para que o centroide da área de contato com o solo e o centro de gravidade do conjunto fundação + máquina estejam na mesma vertical. A distância em planta entre os 2 pontos, projetada segundo uma das dimensões (em planta) da base, deve ser, no máximo, igual a 5 % desta dimensão.

- A tensão no solo devida às cargas estáticas deve ser no máximo, igual a 50% da tensão admissível do terreno. A soma das tensões devidas aos efeitos estático e dinâmico não deve exceder 75% da tensão admissível do terreno.

- A base deve ter uma espessura mínima de 0,6 m, não deve ser menor que 1/5 da menor dimensão e 1/10 da maior dimensão da base.

- Deve-se adotar uma razão 'massa da fundação / massa da maquinaria' maior que 3 para máquinas rotativas, e de 5 a 10 para máquinas alternativas.

- Deve-se manter um espaço ao redor da máquina de no mínimo 0,30 m para manutenção e outras atividades.

- Deve-se evitar dispor a base em terreno com lençol freático elevado, pois em solos saturados ocorre a amplificação das vibrações. Deve-se atentar principalmente para o efeito de vibrações em solos saturados arenosos. Caso não seja possível manter o bloco de fundação acima do lençol freático, deve-se adotar fundação estaqueada.

- A fundação não deve ser assentada em solo de aterro.

- A dimensão da base na direção de rotação deve ser pelo menos 1,5 vezes maior que a distância vertical entre a linha de centro da máquina e a base.

- Para fundações vizinhas de mesma característica, a cota de assentamento da fundação vibrante deve estar afastada e abaixo da não vibrante obedecendo, no mínimo, à relação de 1:3 (Vertical: Horizontal).

#### b) Fundações profundas:

- Recomenda-se a seguinte razão  $s/d > 5$ , sendo  $s$  é o espaçamento entre estacas (eixo a eixo) e  $d$  o diâmetro da estaca.

- A carga estática em cada estaca deve estar limitada a 50 % de sua carga admissível.

- Para máquina rotativa, o bloco de coroamento deve ter uma massa de cerca de 1,5 vezes a 2,5 vezes a massa da máquina. Para máquinas alternativas, esta relação deve ser de 2,5 vezes a 4 vezes.

- Deve-se garantir uma boa ancoragem entre as estacas e o bloco de coroamento. Como requisito mínimo, deve-se adotar 60 cm de penetração para a armadura da estaca no bloco e 30 cm de embutimento para estacas metálicas.

- A base deve ser ajustada para que o centroide da área de contato com o solo e o centro de gravidade do conjunto fundação + máquina estejam na mesma vertical. A distância em planta entre os dois pontos, projetada segundo uma das dimensões (em planta) da base, deve ser, no máximo, igual a 5 % desta dimensão.

c) Fundações para máquinas elevadas (pórticos):

- A espessura da laje de fundação não deve ser menor que  $0,11 \times L^{4/3}$ , onde L (em metros) é a média de dois vãos adjacentes entre colunas.

- A carga estática nas colunas deve ser, no máximo, igual a 1/6 da sua máxima carga admissível e a tensão média de compressão deve ser aproximadamente a mesma para todas as colunas.

- O espaçamento máximo entre as colunas deve ser de 3,5 m.

- A altura das vigas deve ser maior que 1/5 do vão livre. A flecha devida ao carregamento estático não deve exceder 0,5 mm.

- A rigidez à flexão das vigas deve ser no mínimo, duas vezes superior à das colunas.

- Para máquinas rotativas, a massa total da estrutura deve ser, no mínimo, igual a 3 vezes a massa suportada pela máquina. Esta relação deve ser de 5 para máquinas alternativas.

- A massa da laje do topo não deve ser menor que a da máquina.

- O centroide das colunas deve coincidir com o centro de gravidade (em planta) do equipamento mais a metade superior da estrutura. A distância em planta entre os 2 pontos, projetada segundo uma das dimensões (em planta) da laje da fundação deve ser, no máximo, igual a 5 % desta dimensão.

- A flecha horizontal das colunas, devida aos carregamentos dinâmicos, não deve ultrapassar 0,5 mm em qualquer caso.

- Deve ser feita a verificação das colunas e vigas do pórtico para evitar a possibilidade de ressonância isolada dos membros constitutivos da estrutura.



### 2.2.2 Norma Americana ACI-351

A norma ACI-351 não estabelece valores para a razão entre a frequência de operação e a frequência natural da fundação, mas cita que muitas companhias requerem que esses valores estejam distantes entre si de 20% a 33%. Se estas frequências estão bem separadas não são necessárias mais avaliações dinâmicas.

A ACI-351 apresenta as seguintes recomendações gerais para:

#### a) Fundações superficiais:

- A base deve ser ajustada para que o centroide da área de contato com o solo e o centro de gravidade do conjunto fundação + máquina estejam na mesma vertical. A distância em planta entre os 2 pontos, projetada segundo uma das dimensões (em planta) da base, deve ser, no máximo, igual a 5 % desta dimensão.

- Em qualquer caso, a fundação é dimensionada para que a pressão de suporte da fundação não exceda a capacidade de suporte do solo.

- A base deve ter uma espessura mínima de 0,6 m, não deve ser menor que 1/5 da menor dimensão e 1/10 da maior dimensão da base.

- Deve-se adotar uma razão 'massa da fundação / massa da maquinaria' maior que 3 para máquinas rotativas, e maior que 5 para máquinas alternativas.

- Deve-se manter espaço tal ao redor da máquina que proporcione área suficiente para manutenção.

- A dimensão da base na direção de rotação deve ser pelo menos 1,5 vezes maior que a distância vertical entre a linha de centro da máquina e a base.

- Para fundações vizinhas de mesma característica, a cota de assentamento da fundação vibrante deve estar afastada e abaixo da não vibrante obedecendo, no mínimo, à relação de 1:3 (Vertical: Horizontal). O projetista pode necessitar prover isolamento ou separação da fundação da máquina das fundações ou radier de edifícios. Separações na direção vertical também podem ser apropriadas. Normalmente fundações carregadas dinamicamente não são colocadas sobre fundações de edifícios ou em locais que os efeitos dinâmicos possam transferir para as fundações de edifícios.

#### b) Fundações profundas:

- Deve-se garantir uma boa ancoragem entre as estacas e o bloco de coroamento. Como requisito mínimo, deve-se adotar 60 cm de penetração para a armadura da estaca no bloco e 30 cm de embutimento para estacas metálicas.

- A base deve ser ajustada para que o centroide da área de contato com o solo e o centro de gravidade do conjunto fundação + máquina estejam na mesma vertical. A distância em planta entre os dois pontos, projetada segundo uma das dimensões (em planta) da base, deve ser, no máximo, igual a 5 % desta dimensão.

O ACI cita que, quando o espaçamento entre estacas é superior a vinte vezes o diâmetro da estaca, a interação entre estacas (efeito de grupo) pode ser desprezada. Quando este espaçamento é menor do que vinte vezes o diâmetro da estaca, pode-se adotar um fator de redução para as constantes de rigidez e amortecimento do grupo de estacas. POULOS e DAVIS (1980) apresentam gráficos para os fatores de interação para carregamento axial e lateral.

#### c) Fundações para máquinas elevadas (pórticos):

- O centroide das colunas deve coincidir com o centro de gravidade (em planta) do equipamento mais a metade superior da estrutura. A distância em planta entre os 2 pontos, projetada segundo uma das dimensões (em planta) da laje da fundação deve ser, no máximo, igual a 5 % desta dimensão.

- Deve ser feita a verificação das colunas e vigas do pórtico para evitar a possibilidade de ressonância isolada dos membros constitutivos da estrutura.

### 2.2.3 Norma Alemã DIN 4024-1/2

A DIN 4024 estabelece as seguintes recomendações gerais:

- O número de frequências naturais e modos a serem estabelecidos devem ser selecionados de modo que a frequência natural mais alta calculada seja, no mínimo, 10% maior que a frequência de serviço. Este requisito pode ser dispensado para fundações de equipamentos de elevada frequência ( $f > 75$  Hz); entretanto, dependendo do modelo analisado, o número de frequências naturais  $n$  a ser calculado, deve atender o seguinte:

- a)  $n = 10$  para modelos bidimensionais onde são considerados apenas os deslocamentos verticais e que vibrações simétricas e antissimétricas não são desacopladas;
- b)  $n = 6$  para modelos bidimensionais simétricos onde são considerados apenas os deslocamentos verticais e que vibrações simétricas e antissimétricas são desacopladas;

- A primeira frequência natural da fundação deve ser inferior a 0,80 ou maior que 1,25 vezes a frequência de operação da máquina.

- As frequências naturais mais elevadas da fundação devem defasar 10% a frequência de operação da máquina, isto é:

a)  $f_n < 0,9 f_m$

b)  $f_{n+1} > 1,1 f_m$

- Deve ser utilizado concreto com classe de resistência mínima B25 conforme especificado na norma DIN 1045, equivalente à classe C25 da ABNT NBR 8953:2015.

- A análise dinâmica pode ser dispensada caso a massa dos elementos rotativos seja menor que um centésimo da massa do sistema máquina + fundação.

- A base deve ser separada de outras edificações através de junta, cuja espessura deve ser de cerca de um décimo de seu comprimento.

- A fim de minimizar a interação da fundação com outros sistemas envolvidos, quaisquer tubulações ou outras conexões devem ser do tipo flexível.

- Durante a concretagem, devem ser evitadas juntas verticais.

### **2.3 Critérios relativos à verificação do conforto humano**

O corpo humano é, sem dúvidas, um sistema complexo, seja da perspectiva física ou da biológica. E, como qualquer corpo que apresenta massa e elasticidade, pode ser representado através de um modelo mecânico, formado por massas,

rigidezes e amortecimentos, possuindo cada parte do corpo a sua respectiva frequência natural.

A Figura 2 apresenta um modelo mecânico representativo do corpo humano com os valores das frequências naturais de cada parte indicados.

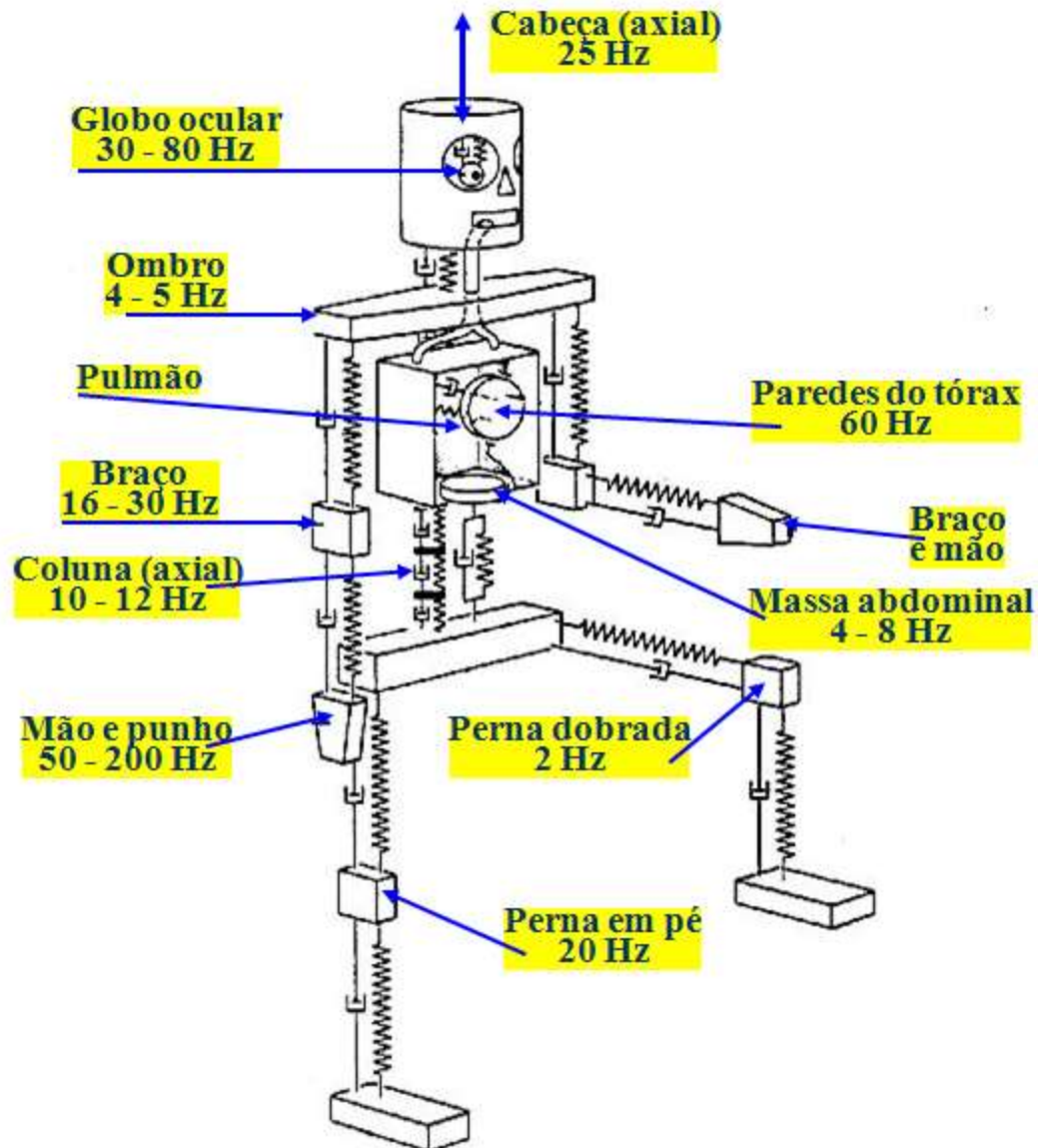


Figura 2 – Modelo mecânico do corpo humano, Ataíde (2007)

Cada uma das partes do corpo pode vir a entrar em ressonância caso sejam submetidas a vibrações excitantes de mesma frequência, resultando na amplificação das vibrações. Quando submetido a valores característicos, o corpo apresenta diferentes sintomas de desconforto, conforme apresentado na Tabela 3.

Tabela 3 – Sintomas relacionados com a frequência de vibração (Ataíde, 2007)

<b>Sintoma</b>	<b>Frequência</b>
Sensação geral de desconforto	4 – 9 Hz
Sintomas na cabeça	13 – 20 Hz
Dor no maxilar	6 – 8 Hz
Influência na fala	13 – 20 Hz
Dor na garganta	12 – 19 Hz
Dor no peito	5 – 7 Hz
Dor abdominal	4 – 10 Hz
Desejo de urinar	10 – 18 Hz
Aumento do tônus muscular	13 – 20 Hz
Influência nos movimentos respiratórios	4 – 8 Hz
Contrações musculares	4 – 9 Hz

Seja em literatura técnica ou em normas que abordam este assunto, as vibrações que podem vir a ser transmitidas ao corpo são geralmente classificadas em dois tipos, com relação à forma de transmissão. Estes mecanismos são:

- Vibrações de corpo inteiro: ocorre quando o usuário exposto está suportado pela superfície vibratória, seja em pé, sentado ou deitado, como abordado pela ISO 2631-1;
- Vibrações de extremidade: está presente naquelas situações onde a pessoa está manipulando algum tipo de equipamento vibratório, como abordado pela ISO 5349-1.

### 2.3.1 ISO 2631-1

Esta parte da norma define métodos de medir a vibração de corpo inteiro e apresenta os principais fatores que atuam para determinar o grau de aceitação no que tange à exposição da vibração. Apresenta informações e orienta sobre os possíveis efeitos da vibração no que diz respeito à saúde, conforto, limite de percepção na faixa de 0,5 a 80Hz e enjos para frequências entre 0,1 e 0,5 Hz.

Em seu anexo C, apresenta uma abordagem sobre as opiniões a respeito da relação entre o conforto humano e a severidade da vibração. Fornece, ainda, um método uniforme e conveniente para determinação da severidade subjetiva das vibrações em edificações e veículos sem, porém, estabelecer limites específicos de

aceitação.

De acordo com esta norma, as vibrações influenciam as pessoas de diversas formas, ocasionando desconforto ou enjoo, problemas de saúde, redução da capacidade de concentração e até mesmo da eficiência no trabalho, no caso das vibrações de baixíssima frequência. As vibrações atuantes nas edificações podem vir a alterar o conforto de seus ocupantes devido a suas frequências, da direção em que atingem o indivíduo ou de seu comportamento ao longo do tempo (contínuo, intermitente ou transitório). Ademais, percepção e tolerância à vibração são diretamente afetadas pelo local, tipo de atividade, horário e expectativa de conforto.

### 2.3.2 ISO 2631-2

Esta parte da norma traz um guia para utilização da ISO 2631-1 com respeito à resposta humana quando submetida à vibração de estruturas, incluindo curvas ponderadas, relacionadas à frequência, de mesmo nível de perturbação para seres humanos, em conjunto com métodos de medição a serem utilizados.

Ainda, esta parte da norma determina e fornece os valores-limite de exposição a vibrações transmitidas ao corpo humano para vibrações periódicas e não periódicas, no intervalo de frequências compreendido entre 1 e 80 Hz. Sugere também que as vibrações devem ser medidas nas regiões onde haja contato do indivíduo com a estrutura, seja em um ou em vários pontos, onde as vibrações ocorram com maior intensidade.

A ISO 2631-2 sugere que a posição em que o indivíduo está é um dos fatores mais importantes que afetam sua percepção das vibrações sentidas. A ISO 2631-2 leva em conta que a direção de propagação das vibrações no corpo humano relaciona-se diretamente com o grau de percepção das vibrações. Para isso, estabelece três direções principais: a direção dos pés à cabeça corresponde ao eixo Z, a direção das costas ao peito corresponde ao eixo X e a direção do lado direito ao lado esquerdo corresponde ao eixo Y. A Figura 3 ilustra as três direções de propagação.

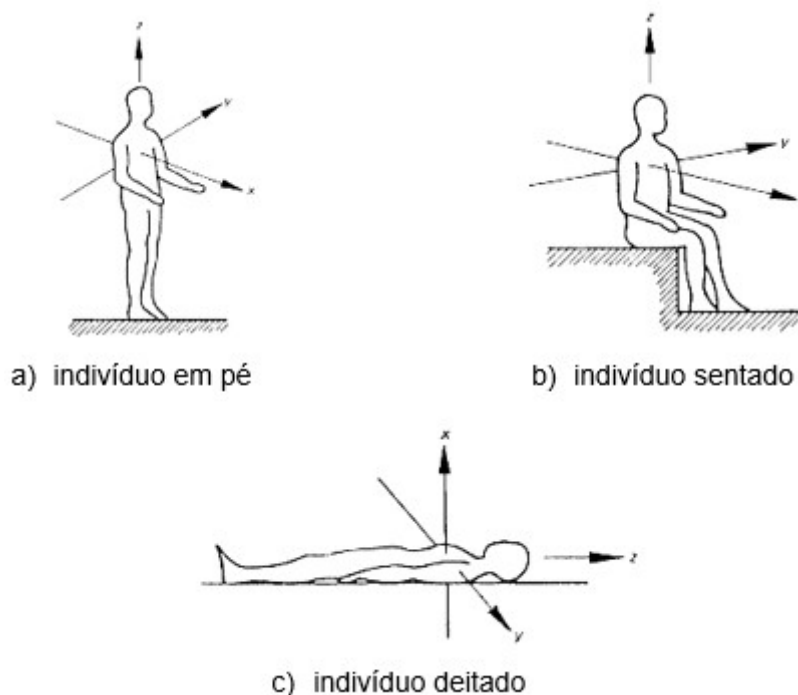


Figura 3 – Direções do sistema de coordenadas para vibrações mecânicas em seres humanos, ISO 2631-2

A norma considera também que a vibração deve ser definida pela aceleração máxima que atua no corpo, medida em  $m/s^2$  e pela frequência, medida em Hz.

O texto da ISO 2631-2 sugere que em alguns ambientes específicos pode-se avaliar o efeito das vibrações no que tange ao conforto das pessoas utilizando o valor quadrático médio da aceleração ou velocidade ponderada, sendo esta medida em um período representativo no que diz respeito ao comportamento da fonte de excitação. Essa ponderação é obtida em função da frequência, conforme curvas estabelecidas de acordo com o eixo no qual a vibração atingirá o corpo (x-frontal, y-lateral ou z-longitudinal) e nas posições em pé, sentadas ou recostadas.

Abaixo, as Figuras 4, 5 e 6 apresentam as curvas das acelerações em RMS, expressas em  $m/s^2$ .

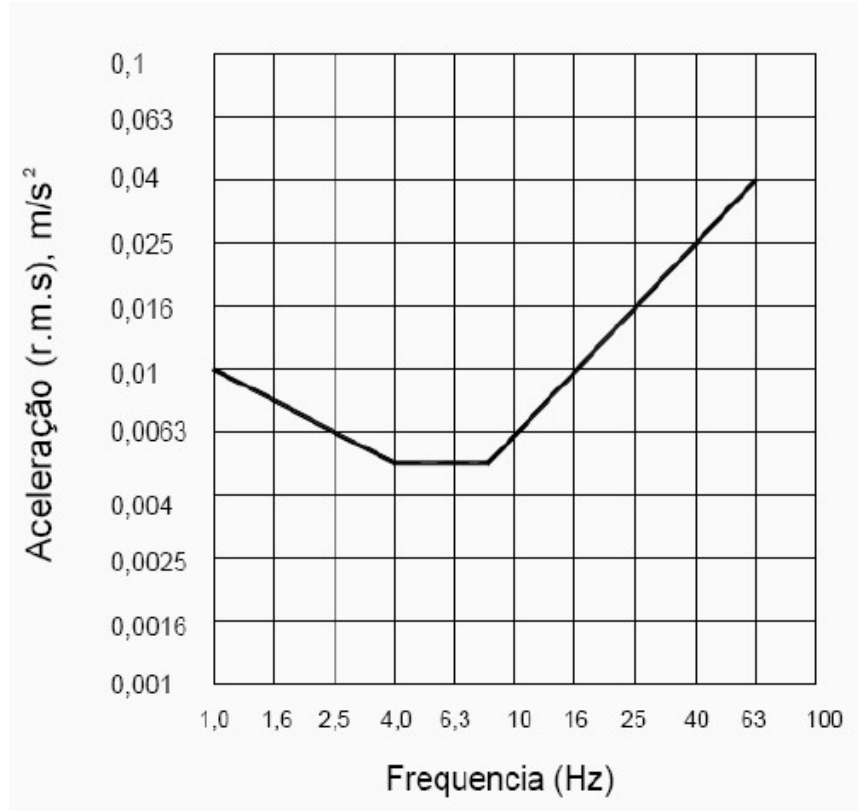


Figura 4 – Curva base de aceleração no eixo z

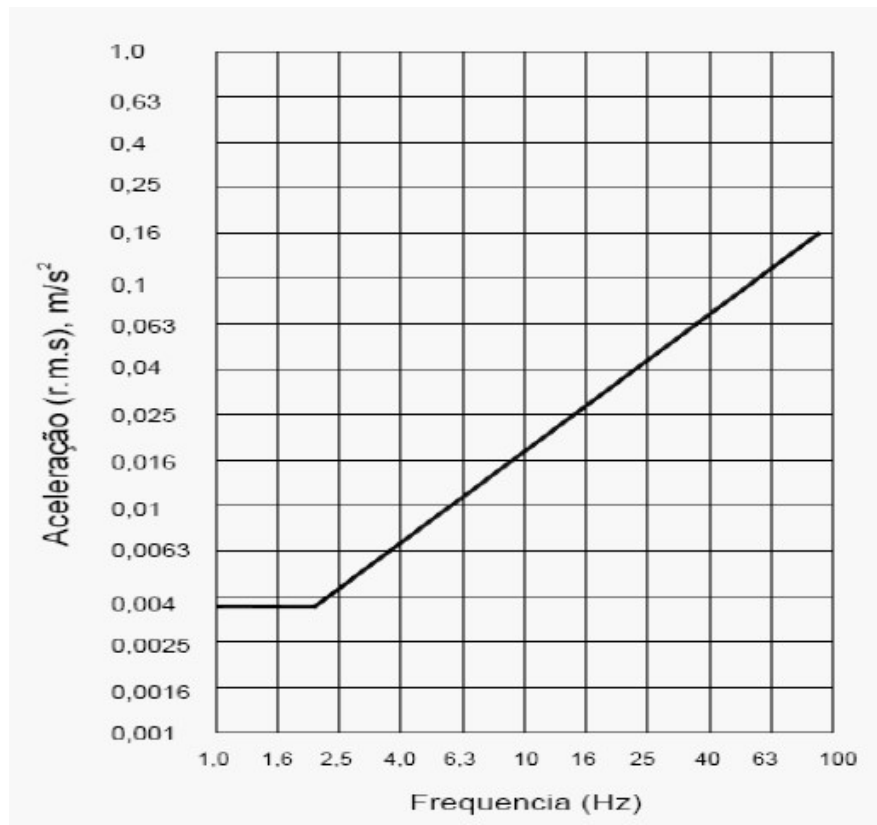


Figura 5 – Curva base de aceleração nos eixos x e y



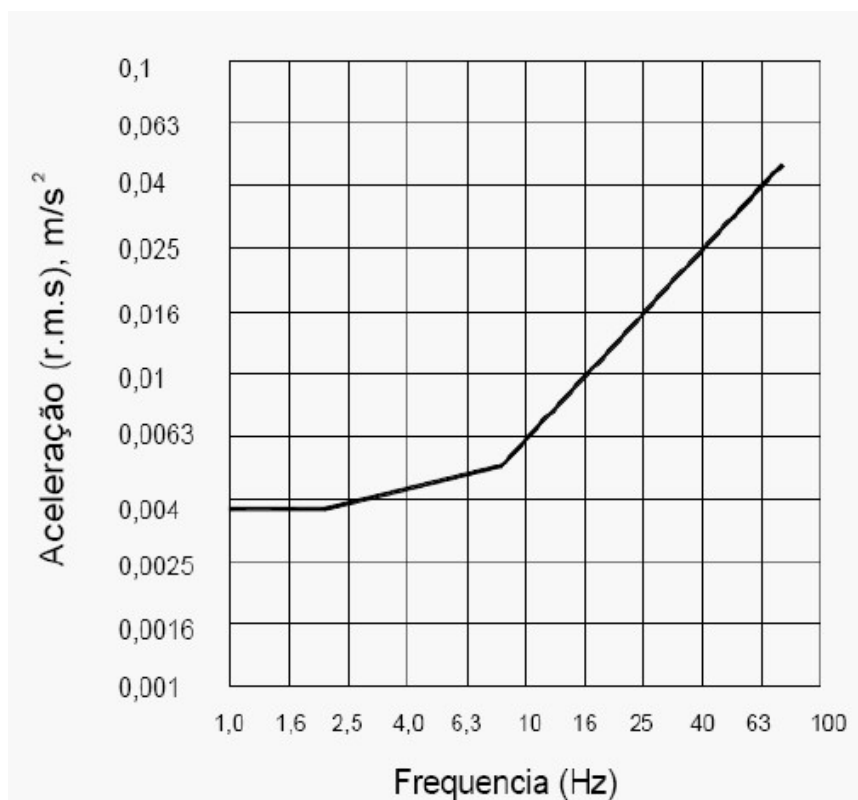


Figura 6 – Curva base de acelerações em direções combinadas (eixos x, y e z)

A norma também propõe níveis aceitáveis de vibrações relacionados com o tipo de vibração, o período do dia (diurno ou noturno) e o tipo de ocupação. Estes limites são determinados em termos de tempo de exposição, grandeza da aceleração, frequência de vibração e direção da vibração atuante em relação à direção do tronco humano. A Tabela 4 apresenta coeficientes de majoração das curvas apresentadas nas figuras, conforme os fatores supracitados.

**Tabela 4 – Coeficientes de majoração**

<b>Tipo de ocupação</b>	<b>Período do dia</b>	<b>Vibrações contínuas ou intermitentes</b>	<b>Vibrações transientes</b>
Áreas de trabalho críticas	Dia e noite	1	1
Residências	Dia	2 a 4	30 a 90
	Noite	1,4	1,4 a 20
Escritórios	Dia e noite	4	60 a 128
Salas de conferência	Dia e noite	8	90 a 128

Os valores-limite de vibração para o homem são constantemente debatidos

visto dependerem de diversas variáveis e pelo fato de a sensibilidade às vibrações ser um tanto quanto subjetiva, alterando de pessoa para pessoa e de acordo com o ambiente onde ocorre a vibração.

### 2.3.3 Norma Alemã DIN 4150-2

Esta norma alemã determina alguns critérios sobre reações a vibrações observadas nos seres humanos em edifícios residenciais. A banda de frequências varia entre 1 e 80 Hz. Valores de deslocamentos medidos ocasionados por vibrações, com suas respectivas frequências, são consideradas para determinar o fator de intensidade de percepção ( $K_b$ ), que é obtido a partir da Equação (2.1):

$$K_b = d \frac{0,8f^2}{\sqrt{1 + 0,032f^2}} \quad (2.1)$$

Onde:

d = deslocamento, em milímetros, referente ao primeiro harmônico;

f = frequência excitante, em Hertz, referente ao primeiro harmônico.

A seguir, são apresentados (Tabela 5) os valores aceitáveis de  $K_b$ , relacionados ao tipo da edificação, do período do dia no qual ocorre a exposição à vibração e, por fim, do tipo da vibração.

**Tabela 5 – Valores de  $K_b$  em função do tipo de edificação (DIN 4150-2, 1999)**

Tipo da edificação	Período	Valor aceitável de $K_b$ (mm/s)	
		Vibrações frequentes	Vibrações não-frequentes
Residência rural	Diurno	0,20	4,00
	Noturno	0,15	0,15
Residência em cidade pequena	Diurno	0,30	8,00
	Noturno	0,20	0,20
Pequenos negócios	Diurno	0,40	12,00
	Noturno	0,30	0,30
Industrial	Diurno	0,60	12,00
	Noturno	0,40	0,40

### 2.3.4 Norma Regulamentadora NR-15

Aqui no Brasil, no que diz respeito à exposição de seres humanos a vibrações causadas por equipamentos mecânicos em ambientes de trabalho, a Norma Regulamentadora NR-15, no seu anexo de nº 8, apresenta determinações a serem seguidas acerca de atividades insalubres, definindo as vibrações como sendo um risco físico ocupacional potencial à saúde dos trabalhadores tendo como base as recomendações já definidas pelas normas ISO 2631-1 e ISO 5394-1.

### 2.3.5 Diretiva Europeia (2002)

Vários órgãos internacionais vêm adotando como referência a Diretiva Europeia (2002), que determina os níveis de ação bem como os limites de exposição a vibrações em mãos e braços além de vibrações de corpo inteiro.

Esta diretiva estabelece o valor de exposição diária, servindo de balizador de modo que o empregador tome medidas preventivas além de implantar programas a fim reduzir os níveis de vibração. Estes limites de exposição não devem, sob nenhuma hipótese, ser excedidos.

A Tabela 6 apresenta os valores estipulados pela Diretiva Europeia (2002) para os limites de exposição e os níveis de ação.

**Tabela 6 – Limites de exposição e níveis de ação, Diretiva Europeia (2002)**

<b>Parâmetro</b>	<b>Nível de ação</b>	<b>Limite de exposição</b>
Vibração em mãos e braços	2,5 m/s <sup>2</sup> A(8)	5,0 m/s <sup>2</sup> A(8)
Vibração de corpo inteiro	0,5 m/s <sup>2</sup> A(8) ou 9,1 VDV	1,15 m/s <sup>2</sup> A(8) ou 21 VDV

Onde:

A(8) – aceleração para exposição de oito horas, expressa em r.m.s.

VDV – valor dose de vibração

## 2.4 Critérios relativos à verificação de equipamentos mecânicos rotativos

Vibrações ocasionadas por equipamentos mecânicos devem ser adequadamente controladas e as recomendações de normas existentes podem vir a servir como indicador das condições de operação de um equipamento, inclusive no que diz respeito a manutenções preditivas.

De acordo com Soeiro (2008), manutenção preditiva é um tipo de manutenção onde o equipamento costuma encontrar-se em operação enquanto ocorre monitoramento programado e/ou contínuo com o intuito de detectar falhas como, por exemplo, desalinhamento, má fixação, folgas generalizadas, desbalanceamento, campo elétrico desequilibrado, etc. Tais falhas tendem a causar vibrações excessivas em determinadas partes da máquina e podem ocasionar quebras inesperadas de componentes, desgaste prematuro de peças, fadiga estrutural da máquina, desacoplamento de elementos e até mesmo a parada não programada do equipamento. Este tipo de manutenção possibilita o funcionamento da máquina, de forma a obter eficiência máxima durante toda sua vida útil, reduzindo custos com manutenção.

O controle das vibrações pode ser alcançado através de três procedimentos distintos:

- Eliminação das fontes de excitação: alinhamento, balanceamento, aperto de bases soltas, substituição de peças defeituosas, etc;
- Isolamento das partes vibrantes: utilização de dispositivos elásticos amortecedores a fim de garantir que a transmissão da vibração permaneça em níveis toleráveis;
- Atenuação da resposta dinâmica: modificação do sistema estrutural (inclusão de reforços, massas auxiliares, alteração da frequência natural, etc).

### 2.4.1 ISO 2372

Buscando o funcionamento adequando dos equipamentos mecânicos, a norma ISO 2372 determina limites de vibração associados à potência da máquina e ao tipo de fundação. São medidas as vibrações em pontos distintos das superfícies dos equipamentos que funcionam com frequência de excitação na faixa de 10 a 1000 Hz. A Tabela 7 apresenta as faixas de classificação:

Tabela 7 – Critérios de severidade das vibrações de máquinas (ISO 2372)

Faixas de severidade de vibração		Classe das máquinas			
Velocidades em mm/s	Classe I	Classe II	Classe III	Classe IV	
0,28	Bom	Bom	Bom	Bom	
0,45					
0,71					
1,12	Permissível	Permissível	Permissível	Permissível	
1,8					
2,8	Tolerável	Tolerável	Tolerável	Tolerável	
4,5					
7,1	Inaceitável	Inaceitável	Inaceitável	Inaceitável	
11,2					
18					
28					
45					

Onde:

Classe I → equipamentos mecânicos de pequeno porte, de até 15 kW;

Classe II → equipamentos mecânicos de médio porte, de 15 kW a 75 kW, quando rigidamente montadas, ou acima de 300 kW com fundações especiais;

Classe III → equipamentos mecânicos de grande porte, apoiados sobre fundação rígida e pesada, cuja frequência natural seja inferior à de excitação;

Classe IV → equipamentos mecânicos de grande porte, que operam com velocidade elevada, como as turbo-máquinas.

Srinivasulu (1976) apresenta uma tabela simplificada com valores máximos de amplitudes de vibrações para vários tipos de equipamentos mecânicos (Tabela 8).

**Tabela 8 – Amplitudes admissíveis de vibração de acordo com a velocidade do equipamento (Srinivasulu, 1976)**

<b>Tipo de máquina</b>	<b>Amplitude permissível (cm)</b>
Máquina de baixa velocidade (até 500 RPM)	0,02 a 0,025
Fundações de martelos	0,1 a 0,12
Máquinas de alta velocidade:	
a) 3000 RPM	
i. Vibrações verticais	0,002 a 0,003
ii. Vibrações horizontais	0,004 a 0,005
b) 1500 RPM	
i. Vibrações verticais	0,004 a 0,006
ii. Vibrações horizontais	0,007 a 0,009

Foram apresentadas, no presente capítulo, algumas normas de projeto relacionadas à verificação de sistemas estruturais submetidos a vibrações causadas por máquinas rotativas, bem como verificação do efeito de vibrações sobre seres humanos além da verificação dos equipamentos mecânicos.

No capítulo três, serão apresentados os critérios e a teoria utilizados para desenvolver a modelagem do carregamento dinâmico causado por equipamentos rotativos.

### 3 MODELO DE CARREGAMENTO DINÂMICO

#### 3.1 Aspectos gerais

O entendimento acerca do comportamento dinâmico de rotores de equipamentos rotativos, desde a fase de projeto, tem se apresentado como um fator cada dia mais imprescindível, considerando que sempre deseja-se evitar a tomada de ações corretivas após o início do funcionamento dos equipamentos. Os custos referentes a material e mão-de-obra especializada para realização dos serviços são elevados, se comparados com as margens de lucros cada vez menores causadas pelas regras impostas pelo mercado, além do fato de que tais ações corretivas geralmente implicam em inoperância do equipamento por um período de tempo, o que se converte em prejuízo, já que o mesmo não produzirá nenhum lucro enquanto inoperante.

Dias Junior (2009) afirma que, dentre os diversos fatores que influenciam na transmissão da energia rotacional para os movimentos vibratórios do equipamento, o mais observado é o desbalanceamento do rotor. Denomina-se rotor o(s) elemento(s) giratório(s) de um motor ou equipamento ao qual podem estar acoplados ou não elementos como engrenagens, geradores, discos etc.

Os rotores, em geral, ficam apoiados sobre mancais, que são os elementos responsáveis pela conexão entre as partes móveis e fixas de um equipamento rotativo. Além de absorver e transmitir energia, outra função dos mancais é a de limitar ou restringir todos os movimentos quando da rotação do eixo (SILVA, 2004).

Conforme Dias Junior (2009), devido ao desbalanceamento, a força atuante no centro gravitacional do rotor desloca o eixo para além da linha que une os dois mancais, fazendo com que o eixo passe a girar fletido. A este movimento dá-se o nome de movimento de precessão.

A qualidade do balanceamento executado em um rotor é um dos fatores que mais contribuem para a redução das vibrações causadas por motores elétricos. Outro fator que apresenta elevada influência na vida útil do sistema é o nível de vibração dos motores, podendo ocasionar fadiga ou falha prematura, ou ainda comprometer total ou parcialmente o sistema estrutural onde o equipamento está instalado. A execução do balanceamento tem por objetivo aprimorar a distribuição de

massa em um corpo, de modo que este, quando girar em torno dos seus mancais, não venha a gerar forças de desbalanceamento, garantindo que as vibrações e as solicitações dinâmicas permaneçam dentro de limites apropriados para o bom funcionamento do equipamento.

O balanceamento pode alcançar certo limite, uma vez que, após este processo, o rotor ainda possuirá certa imperfeição na distribuição de massa, a qual se dá o nome de desbalanceamento residual.

Convém ressaltar que não há uma relação direta entre o supracitado desbalanceamento residual e o nível de vibração da máquina, que está associado a diversos fatores como, por exemplo, a massa da fundação, da carcaça, a rigidez dos mancais, da fundação etc. De qualquer modo, há níveis admissíveis de desbalanceamento residual, que atendem de forma satisfatória à boa prática de projetos de equipamentos mecânicos. As normas apresentadas na sequência abordam a qualidade do balanceamento de rotores rígidos.

### 3.1.1 NBR 8008

A norma brasileira ABNT NBR 8008, determina o valor máximo admissível do desbalanceamento residual para motores em função do porte da máquina (a massa do rotor é diretamente proporcional ao desbalanceamento admissível) e de sua rotação nominal (a velocidade de operação é inversamente proporcional ao desbalanceamento residual).

### 3.1.2 Eurocode 1

No que tange às ações ocasionadas por equipamentos mecânicos, a norma Eurocode 1 - Part 3 (2002), caracteriza as informações necessárias a fim de realizar a determinação destas ações e formula, para alguns casos menos complexos, a força dinâmica ocasionada por máquinas com partes rotativas.

A Equação (3.1) representa a formulação apresentada no Eurocode 1 - Part 3 (2002) para realizar a determinação destas forças dinâmicas.

$$F_s = m_R T_s^2 e = m_R T_s (T_s e) \quad (3.1)$$



Onde:

$F_s$  = força do rotor;

$m_R$  = massa do rotor;

$T_s$  = frequência circular do rotor;

$E$  = excentricidade da massa do rotor;

$T_s \cdot e$  = média do balanceamento do rotor.

A Figura 7 apresenta a representação gráfica da Equação (3.1).

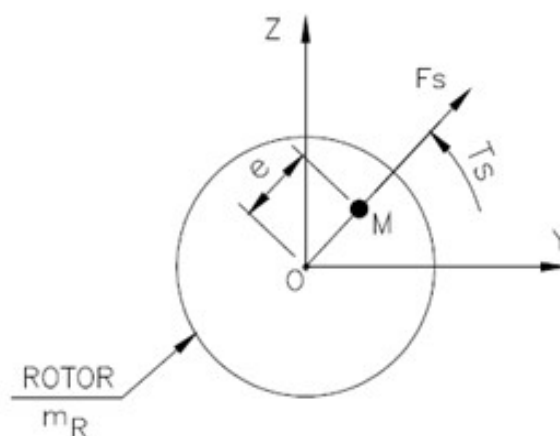


Figura 7 – Rotor apresentando massa desbalanceada

### 3.2 Fundamentos da dinâmica de rotores

Ao realizar a modelagem numérica da dinâmica de rotores, faz-se necessário o conhecimento prévio de parâmetros de projeto, como, por exemplo, as dimensões do equipamento, as características dos materiais envolvidos no problema, a geometria de seus suportes, entre outros, a fim de formular um modelo matemático que simule de forma adequada o sistema real. Segundo Pereira (2003), ao se projetar uma máquina rotativa fazem-se necessários alguns cuidados, tais como:

- Prever e, dentro do possível, evitar que o equipamento atinja velocidades críticas, isto é, nas quais a vibração causada pelo desbalanceamento é máxima;
- Reduzir o máximo possível a resposta dinâmica nos picos de

ressonância, no caso de haver a necessidade de se atingir momentaneamente uma velocidade crítica;

- Alterar o projeto do rotor a fim de modificar as velocidades críticas, alterando, quando necessário, a velocidade de funcionamento do mesmo;
- Determinar as amplitudes de vibrações máximas ocasionadas pelo desbalanceamento;
- Determinar as frequências de vibrações máximas nas instabilidades dinâmicas. Esta medida é, geralmente, de complexa realização, uma vez que não são conhecidas todas as forças desestabilizadoras;
- Alterar o projeto do rotor de modo a extinguir quaisquer instabilidades dinâmicas;
- Reduzir as vibrações e os carregamentos transmitidos à estrutura do equipamento durante todo o período de funcionamento do mesmo.

As velocidades críticas que um equipamento mecânico pode atingir até alcançar sua rotação de operação se apresentam como um dos grandes inconvenientes no estudo da dinâmica de rotores. Durante estas velocidades, podem ocorrer elevados valores de amplitudes de vibração do eixo do equipamento, que por sua vez podem vir a causar danos irreparáveis nos outros componentes do rotor.

Conforme Pereira (2013), no caso de rotores que tenham seu eixo feito a partir de materiais usuais, podem ser tomadas as seguintes medidas visando minimizar a amplitude das vibrações geradas ao se atingir as velocidades críticas:

- Balanceamento do rotor, consistindo em dimensionar massas de correção bem como suas posições partindo de dados de vibração. É praticamente impossível executar o balanceamento de um rotor com perfeição;
- Modificação da velocidade de rotação do equipamento de modo a defasá-la das velocidades críticas ou então modificar as velocidades críticas por intermédio da alteração da rigidez dos mancais;

Havendo absoluta necessidade de o equipamento operar em velocidades de rotação similares a uma velocidade crítica, a solução usual é acrescentar amortecimento externo ao rotor.

### 3.3 Equação de movimento do rotor

Conforme Silva (2004), existem diversos trabalhos que tratam auxiliam na obtenção das equações de movimento de rotores, dentre os quais pode-se destacar o método das Matrizes de Transferência, de Rayleigh-Ritz e Elementos Finitos.

No caso de rotores mais complexos, realiza-se a análise do comportamento dinâmico, geralmente, por intermédio da utilização do Método dos Elementos Finitos, método este que apresenta resultados cada vez mais satisfatórios no que tange ao estudo dos problemas estruturais, vindo a ser extensamente utilizado para o desenvolvimento de programas comerciais com foco na análise estática e/ou dinâmica de problemas mecânicos.

O sistema de equações que representa matematicamente o movimento de um rotor pode ser apresentado na forma da Equação (3.2):

$$M \cdot \ddot{d} + (C+G) \cdot \dot{d} + K \cdot d = F_{(t)} \quad (3.2)$$

Onde:

$F_{(t)}$  = vetor das forças de excitação;

$M$  = matriz de massa global;

$C$  = matriz de amortecimento global;

$G$  = matriz giroscópica global antissimétrica do rotor;

$K$  = matriz de rigidez global simétrica;

$\ddot{d}$ ,  $\dot{d}$  e  $d$  = vetores de aceleração, velocidade e deslocamento nodais, respectivamente.

### 3.4 Forças de excitação: Massa desbalanceada

Dá-se o nome de massa desbalanceada a qualquer massa que esteja localizada a uma distância “d” do centro geométrico do eixo, como pode ser observado na Figura 8.

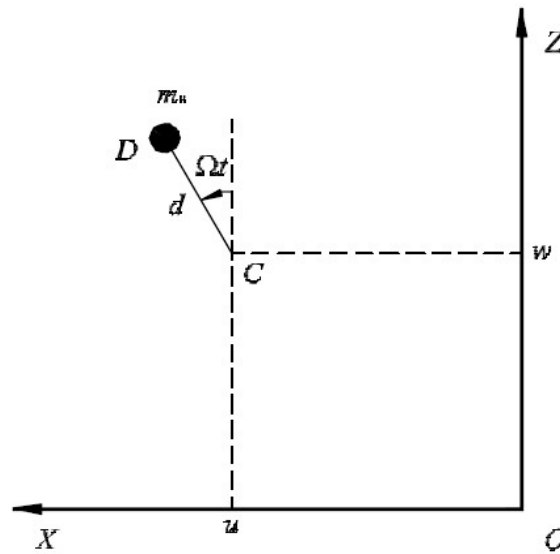


Figura 8 – Massa desbalanceada (López, 2002)

A partir da Figura 8, é possível deduzir que a força causada pela massa desbalanceada pode ser expressa na forma das Equações (3.3) e (3.4):

$$F_u = m_u \Omega^2 d \cdot \text{sen}(\Omega t) \quad (3.3)$$

$$F_w = m_u \Omega^2 d \cdot \text{cos}(\Omega t) \quad (3.4)$$

Tendo como base as Equações (3.3) e (3.4), observa-se que as forças ocasionadas por uma massa desbalanceada apresentam frequência idêntica à frequência original de rotação do eixo.

### 3.5 Quantificação do desbalanceamento

Segundo apresentado anteriormente, o fenômeno do desbalanceamento tem por característica apresentar uma massa localizada a uma determinada distância do eixo de rotação do rotor, como representado na Figura 8. Desta forma, o desbalanceamento é quantificado sempre por meio de uma relação massa x distância, apresentado na unidade g.mm.

Todo rotor deve sofrer um procedimento de balanceamento, de modo a se atingir um valor mínimo admissível. As normas denominam este valor como

Desbalanceamento Residual Permissível, representado pelo símbolo U tendo como unidade g.mm.

$$U = \text{massa} \times \text{distância} \quad (3.5)$$

Com base na Equação (3.5), pode-se notar que quanto maior a massa do rotor, tanto maior será o desbalanceamento residual permissível. Desta forma, entende-se ser adequado relacionar o desbalanceamento residual permissível (U) à massa (m) do rotor, explicitando o que é denominado Desbalanceamento Residual Permissível Específico (e), conforme indicado na Equação (3.6).

$$e = \frac{U}{m} \quad (3.6)$$

A partir da Equação (3.7), pode-se afirmar que quanto mais elevada for a velocidade de rotação do equipamento, tanto menor deve ser o valor do desbalanceamento residual, visto que a força centrífuga aumenta de forma quadrática com relação à velocidade de rotação do mesmo.

$$F_{\text{cent}} = m.e.\Omega^2 \quad (3.7)$$

Tendo como base anos de experiência, diversos especialistas observaram que o produto do desbalanceamento residual permissível específico pela velocidade angular de rotação (rad/s) deve ser constante, isto é, caso seja necessário aumentar a velocidade de rotação deve-se reduzir o valor do desbalanceamento residual específico. Este produto é chamado de Qualidade de Balanceamento e usualmente representado pela letra G. Visando atender à diversidade de rotores existentes mostrou-se imperativo atribuir um valor para esta constante, associada ao tipo do rotor e sua aplicação. Abaixo, a Tabela 9 apresenta os valores especificados na norma ISO 1940-1 (1986), que aborda a qualidade do balanceamento de corpos rígidos rotativos.

Tabela 9 – Valores de qualidade de balanceamento (ISO 1940-1, 1986)

Grau de qualidade do balanceamento	Produto da relação ( $e \times \Omega$ ) [mm/s]	Tipo de máquina
G 4000	4000	Dieseis marítimos pesados com número ímpar de cilindros
G 1600	1600	Motores de dois cilindros pesados
G 630	630	Motores de quatro cilindros pesados
G 250	250	Dieseis rápidos com 4 cilindros
G 100	100	Dieseis com três ou mais cilindros (carros, caminhões e locomotivas)
G 40	40	Rodas de carros e motores rápidos de seis ou mais cilindros
G 16	16	Máquinas de moer, máquinas agrícolas
G 6,3	6,3	Partes de máquinas industriais, turbinas marítimas, cilindros de máquinas de papel, ventiladores, rotores de bombas, rotores elétricos médios e grandes
G 2,5	2,5	Turbinas a gás e vapor, discos de computadores, turbo-compressores, motores elétricos
G 1	1	Gravadores de fita e toca discos, motores pequenos
G 0,4	0,4	Giroscópios

### 3.6 Determinação das forças desbalanceadas

Tendo em vista o que foi apresentado anteriormente, o desbalanceamento do rotor ocasiona um carregamento dinâmico diretamente influenciado pela massa, pela distância entre o centro de gravidade da máquina e o eixo de rotação e pela velocidade angular em operação.

A Equação (3.8) possibilita determinar a amplitude deste carregamento dinâmico causado pelo desbalanceamento de um rotor e possui a seguinte forma:

$$P_0 = mR\Omega^2 = m(R.\Omega)\Omega \quad (3.8)$$

Onde:

$P_0$  = amplitude do carregamento dinâmico;

$m$  = massa total em regime de rotação;

$\Omega$  = frequência de excitação do equipamento;

$R.\Omega = G$ : grau de qualidade do balanceamento da máquina determinado pela ISO 1940/1 (1986).

O procedimento para determinação de um carregamento desbalanceado atuando em torno de um eixo consiste em aplicar esta força em duas direções ortogonais entre si. Aplica-se uma componente na direção horizontal, adotando ângulo de fase  $\Phi$  nulo, enquanto a outra componente é aplicada na direção vertical, adotando ângulo de fase  $\Phi$  igual a 1/4 do período de vibração do carregamento desbalanceado.

A Figura 9 apresenta o comportamento da função que representa as componentes do carregamento desbalanceado.

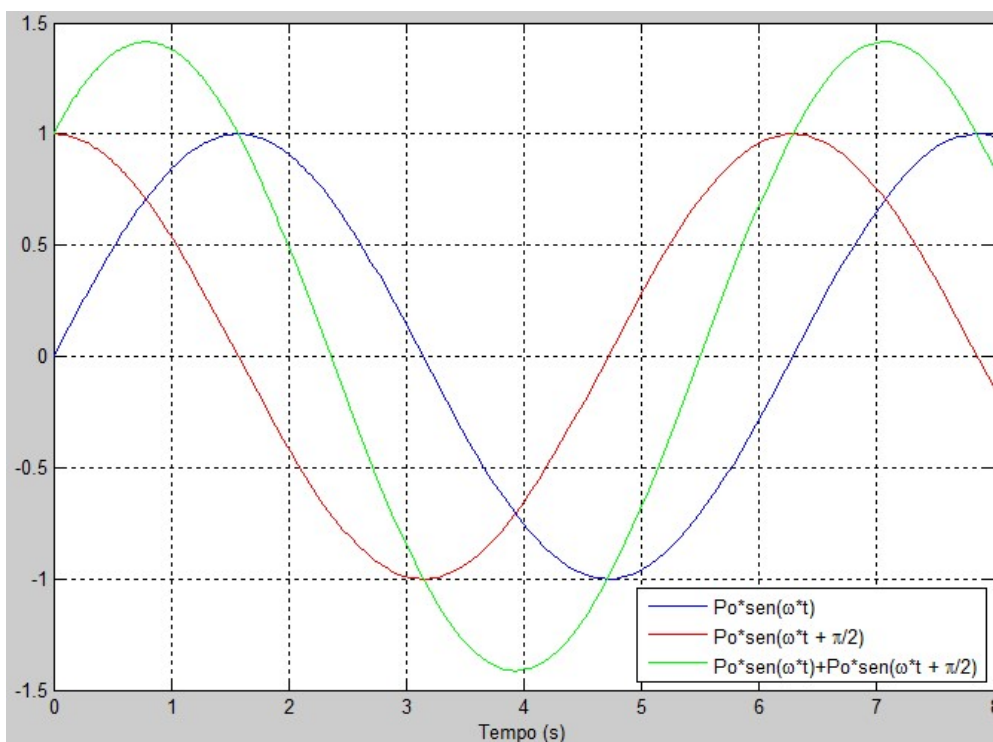


Figura 9 – Gráfico das componentes da força desbalanceada

Assim, com o decorrer do tempo, percebe-se uma variação das duas forças fazendo com que a composição destas resulte no carregamento desbalanceado, levando em conta que uma parcela será multiplicada por  $\text{sen}(\Omega t)$  enquanto outra por  $\text{sen}(\Omega t + \pi/2)$ .

Obtém-se, então, a força dinâmica por meio da soma das componentes, conforme Equação (3.9):

$$P = P_0 \times \text{sen}(\Omega t) + P_0 \times \text{sen}\left(\Omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (3.9)$$

### 3.7 Modelagem do carregamento dinâmico

#### 3.7.1 Características dos equipamentos

Para a realização das análises efetuadas no decorrer deste estudo, foram utilizados os dados dos equipamentos de acordo com a Tabela 10. A Figura 10 mostra o projeto do equipamento.

**Tabela 10 – Características dos equipamentos: motor e compressor**

<b>Equipamento</b>	<b>Peso (kN)</b>	<b>Frequência (Hz)</b>	<b>F<sub>0</sub> (kN)</b>
Motor	390	30 Hz	8,5
Compressor	630	30 Hz	6,3

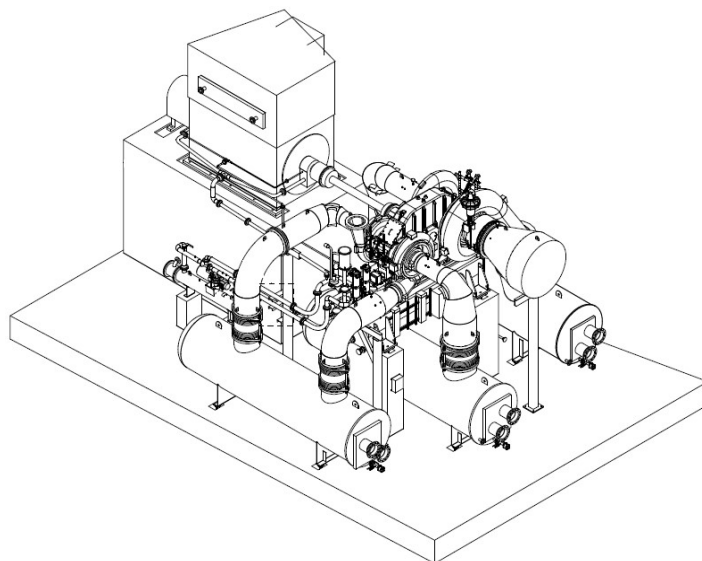


Figura 10 – Modelo estrutural: vista Isométrica do conjunto fundação-equipamento



### 3.7.2 Esquema de aplicação das cargas

A modelagem das forças dinâmicas foi considerada de maneira a representar a ação dos equipamentos como sendo cargas harmônicas senoidais [ $F(t) = F_0 \text{ sen } \omega t$ ]. A Tabela 10 apresenta as características básicas dos equipamentos atuantes sobre a base de concreto armado.

A Figura 11 ilustra o comportamento das forças dinâmicas harmônicas senoidais, no domínio do tempo, utilizadas para simular a ação dos equipamentos (motor e compressor) sobre a base de concreto armado.

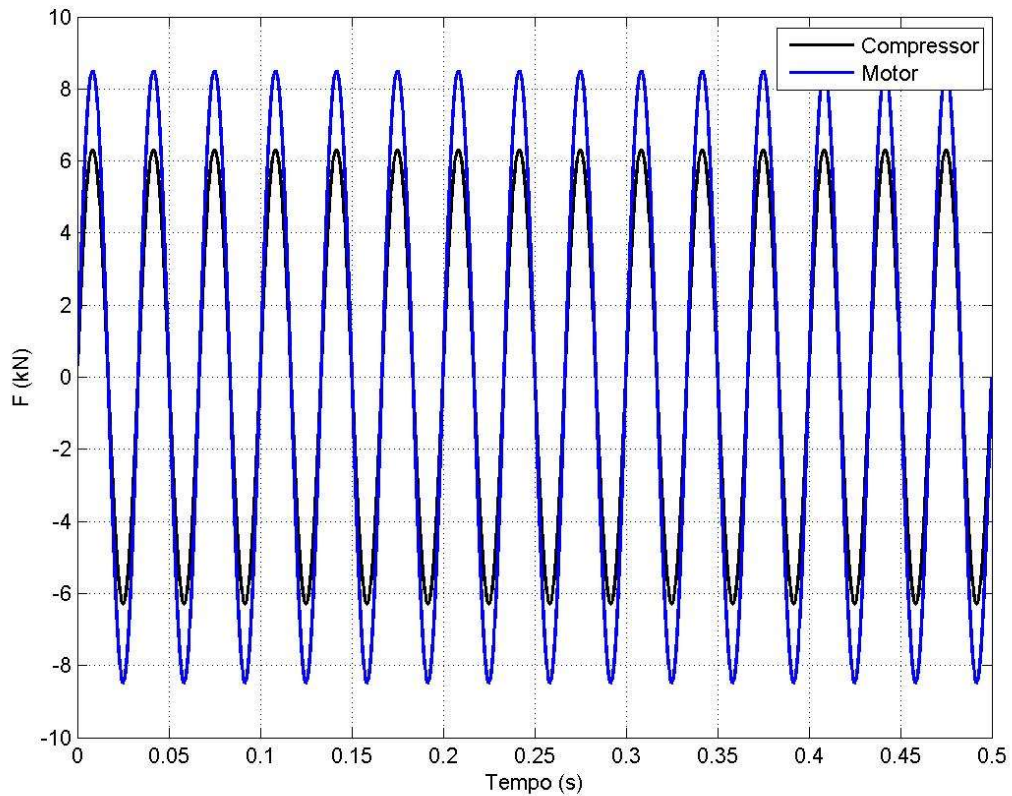


Figura 11 – Cargas dinâmicas harmônicas senoidais: motor e compressor

## **4 MODELO ESTRUTURAL ESTUDADO**

### **4.1 Introdução**

Este capítulo apresenta os dados relativos ao projeto da estrutura cujo comportamento dinâmico foi analisado no presente trabalho. Serão apresentados os dados referentes à geometria da estrutura, características geométricas dos perfis e características físicas dos materiais utilizados na construção da mesma. O sistema estrutural investigado refere-se a uma fundação de concreto armado concebida para suportar um sistema motor-compressor, localizada em uma usina siderúrgica em Ouro Branco/MG, Brasil, suscetível a vibrações provenientes de equipamentos rotativos conforme descrito no capítulo 3.

### **4.2 Modelo estrutural**

O modelo estrutural é constituído por um bloco de concreto armado apoiado sobre 20 estacas do tipo hélice com diâmetro de 0,50 m e comprimento aproximado da ordem de 8,50 m. O concreto utilizado no bloco é da classe C30 e o módulo de elasticidade do material é da ordem de  $2,60 \times 10^4$  MPa, enquanto que o concreto utilizado nas estacas é da classe C20 e o módulo de elasticidade é da ordem de  $2,13 \times 10^4$  MPa. As dimensões em planta do modelo estrutural investigado são de 15,00 m x 11,75 m. O motor fica sobre um pedestal com dimensões, em planta, de 5,55 m x 3,15 m e altura de 3,84 m, enquanto que o compressor fica apoiado sobre dois pedestais, sendo um com dimensões, em planta, de 2,40 m x 1,50 m e outro com 2,40 m x 0,60 m, ambos com altura de 2,66 m. A seguir, ilustra-se detalhadamente o sistema estrutural de concreto armado e o maquinário atuante (Figura 12 a Figura 19).

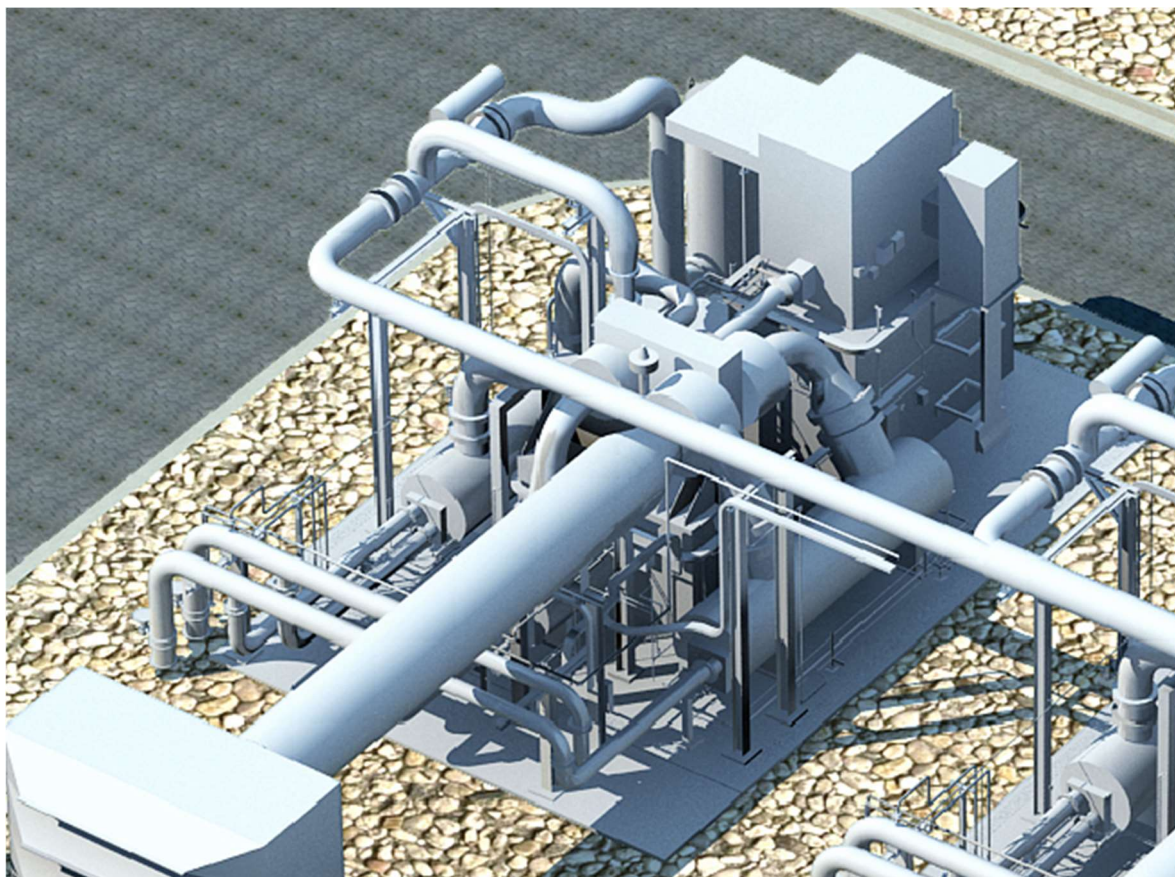


Figura 12 – Modelo estrutural: vista Isométrica do conjunto fundação-equipamento (Maquete 3D).

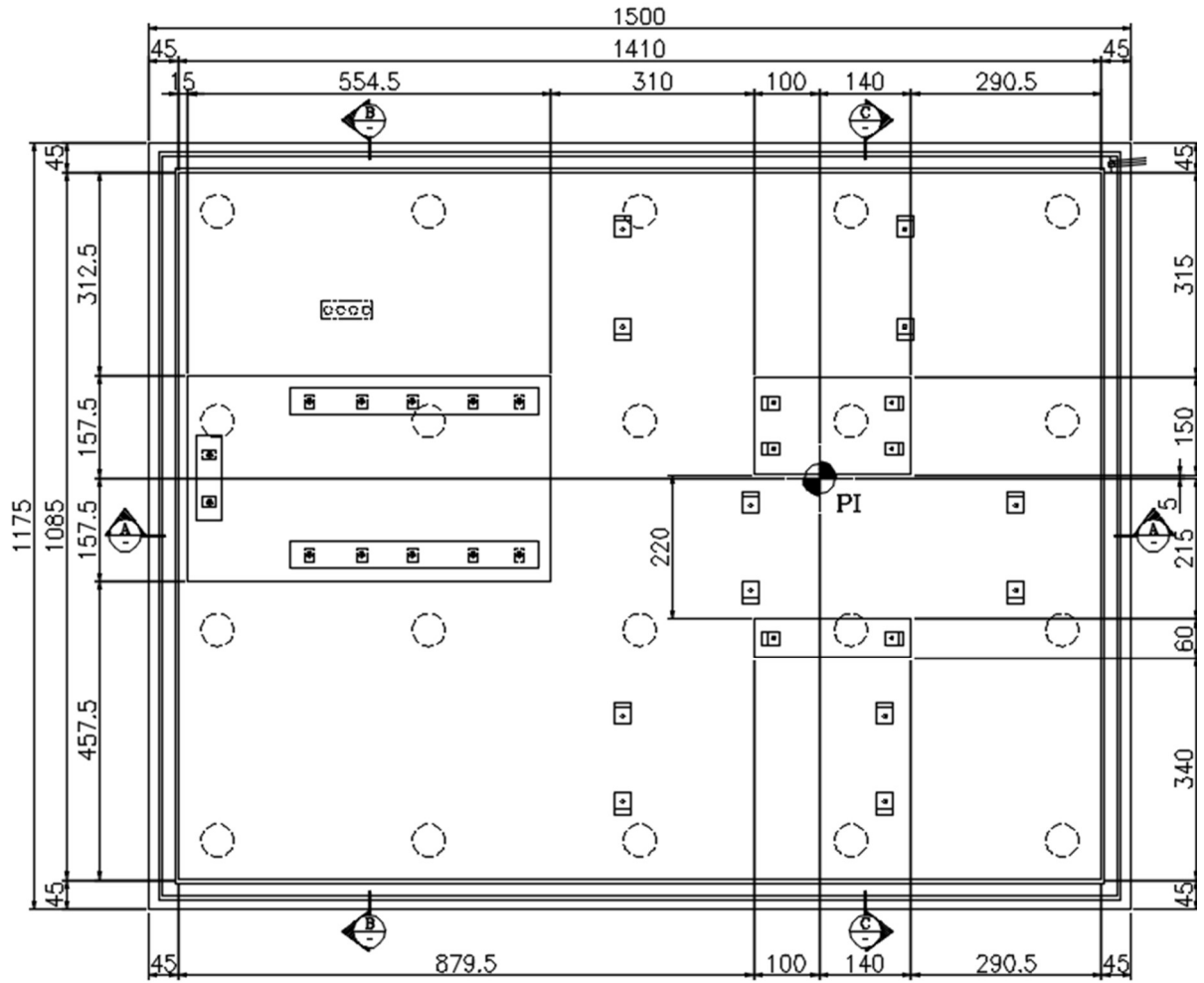


Figura 13 – Modelo estrutural: planta global da fundação

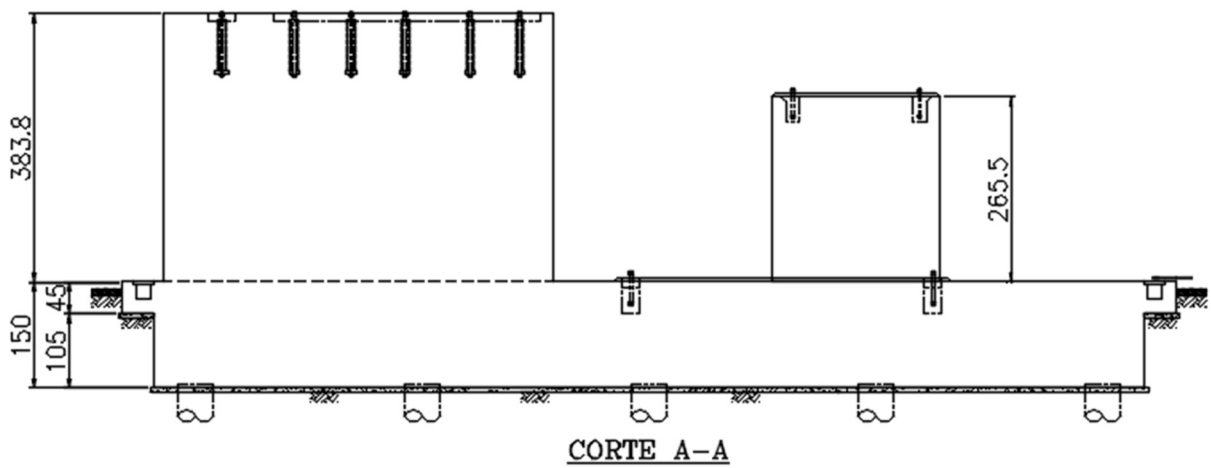


Figura 14 – Modelo estrutural: elevação da fundação (Corte A-A)

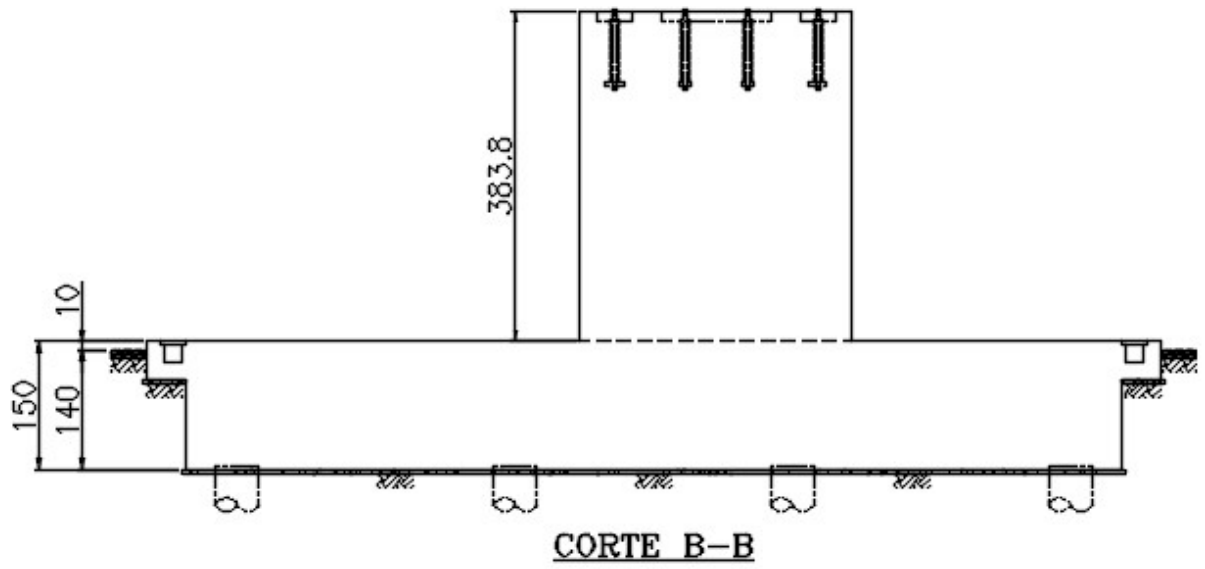


Figura 15 – Modelo estrutural: elevação da fundação (Corte B-B).

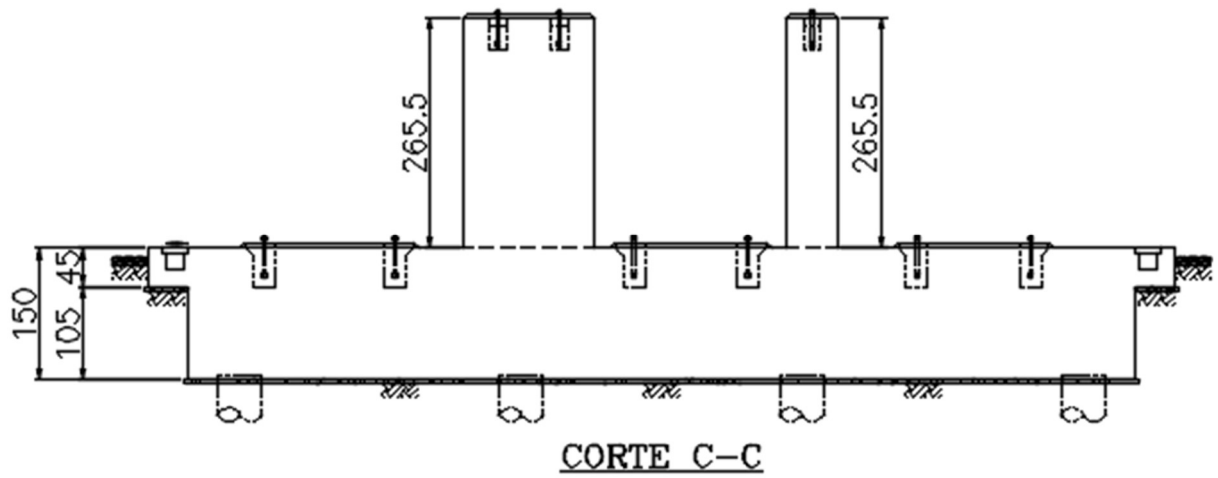


Figura 16 – Modelo estrutural: elevação da fundação (Corte C-C).





Figura 17 – Localização do empreendimento



Figura 18 – Vista aproximada das fundações executadas



Figura 19 – Modelo estrutural: Fundação executada (vista superior)

### 4.3 Perfil geotécnico do subsolo

Os dados relativos ao solo no local de implantação da fundação foram obtidos através de 12 furos de sondagem, com profundidade variando entre 5,05 e 14,28m. As sondagens permitiram a definição do perfil geotécnico apresentado na Figura 20, adotado na modelagem numérica.







#### 4.4 Simulação da interação solo-estrutura

A análise do comportamento de colunas semienterradas em fundações elásticas é um tema de grande importância na engenharia civil, considerando sua aplicabilidade prática em diversos tipos de situações, como por exemplo: pilares esbeltos em edifícios industriais, pontes e estruturas *offshore*, estacas de fundações, etc.

No que tange ao estudo de colunas semienterradas, a metodologia usual para a formulação do problema da interação solo-estrutura recorre ao conceito do coeficiente de reação originalmente proposto por Winkler (1867). No caso de estacas solicitadas lateralmente o procedimento de análise com base no modelo de Winkler (1867) é análogo ao das fundações superficiais.

A Figura 21 mostra o modelo de fundações superficiais sobre apoio elástico e o modelo de estacas solicitadas lateralmente.

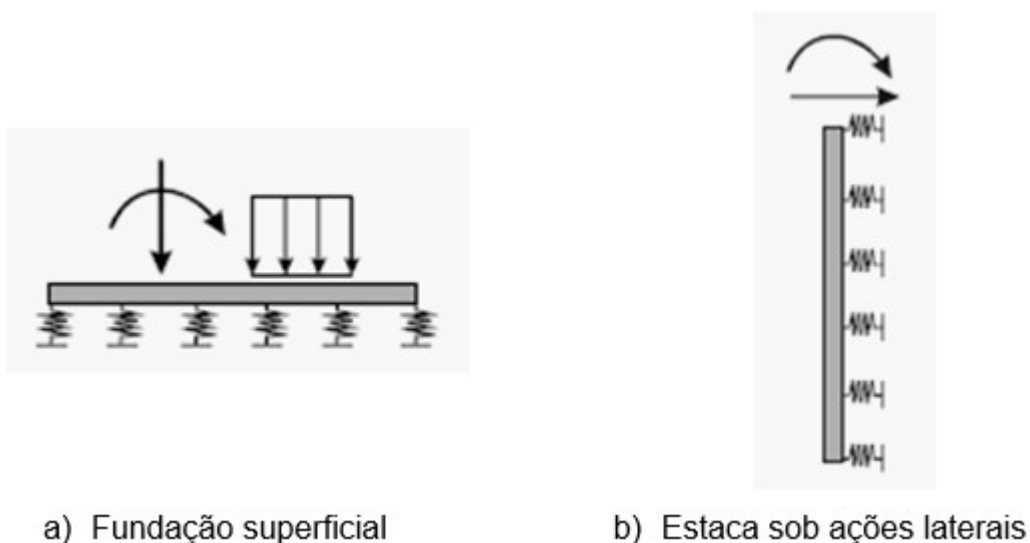


Figura 21 – Modelos de fundações

O comportamento do solo é simulado por um conjunto de molas lineares que são geralmente espaçadas e independentes umas das outras. A fundação aplica apenas uma única reação na direção normal à coluna e que é proporcional à deflexão da coluna. A rigidez das molas, designada por coeficiente de reação ( $k_n$ ), é definida como sendo a pressão necessária para provocar um deslocamento unitário, e é determinada através da expressão apresentada na Equação (4.1):

$$k_h = \frac{p}{y} \quad (4.1)$$

Onde:  $p$  é a pressão aplicada ( $\text{N/m}^2$ ) e  $y$  é o deslocamento do solo (deflexão, medida em m). O valor de  $k_h$  é função da deformabilidade do terreno e das dimensões da área carregada.

Terzaghi (1955) considera que, o valor de  $k_h$ , para estacas em solos coesivos (argilas), independe da profundidade da estaca e pode ser determinado pela Equação (4.2):

$$k_h = \left( \frac{0,3048}{1,5d} \right) \times (k_{s1}) \quad (4.2)$$

Onde:  $k_{s1}$  é um módulo para uma placa horizontal de 0,3048 m (1ft) de lado e  $d$  a largura da coluna (m).

A Tabela 11 apresenta valores típicos de  $k_{s1}$  para argilas pré-adensadas. Estes valores foram obtidos por Terzaghi (1955) para uma placa quadrada em solo argiloso pré-adensado.

**Tabela 11 – Valores típicos de  $k_{s1}$**

<b>Consistência da argila</b>	<b><math>k_{s1}</math> (t/ft<sup>3</sup>)</b>	<b><math>k_{s1}</math> (MN/m<sup>3</sup>)</b>
Rija	75	26,0
Muito rija	150	52,0
Dura	300	104,0

Para estacas em solos não coesivos (areia), admite-se que o coeficiente de reação horizontal ( $k_h$ ) varia linearmente com a profundidade de acordo com a Equação (4.3):

$$k_h = n_h \times \frac{z}{d} \quad (4.3)$$

Onde:  $n_h$  é um parâmetro de rigidez para solos não coesivos,  $z$  é a profundidade e  $d$  a largura da estaca.

A Tabela 12 apresenta valores típicos de  $n_h$  obtidos por Terzaghi (1955), em função da densidade relativa do solo arenoso, sob condição submersa e seca.

Tabela 12 – Valores típicos de  $n_h$ 

Densidade relativa	$n_h$ (seca) (t/ft <sup>3</sup> )	$n_h$ (seca) (MN/m <sup>3</sup> )	$n_h$ (submersa) (t/ft <sup>3</sup> )	$n_h$ (submersa) (MN/m <sup>3</sup> )
Fofa	7	2,4	4	1,4
Média	21	7,3	14	4,9
Densa	56	19,4	34	11,8

A partir dos valores do módulo de reação da base elástica ( $k_h$ ) e da largura da coluna ( $d$ ), determina-se o parâmetro de rigidez da fundação, que é definido por Poulos e Davis (1980), conforme apresentado na Equação (4.4):

$$k_0 = k_h \times d \quad (4.4)$$

Com base no perfil geotécnico do subsolo apresentado na Figura 20 e utilizando o procedimento de análise com base no modelo de Winkler (1867) foram determinados os coeficientes de reação horizontal nas estacas,  $k_h$ , em função do tipo de solo. Aplicando-se os coeficientes de reação horizontal,  $k_h$ , na Equação (4.4), obtém-se os parâmetros de rigidez da fundação  $k_0$ .

Os parâmetros de rigidez da fundação determinados para o desenvolvimento desta pesquisa são indicados na Tabela 13.

Tabela 13 – Parâmetros de rigidez das estacas

Profundidade	Descrição das Camadas	Diâmetro (m)	$k_h$ (t/ft <sup>3</sup> )	$k_0$ (t/ft <sup>2</sup> )	$k_0$ (kN/m <sup>2</sup> )
1	argila média	0,5	20,32	10,16	972,9216
2		0,5	20,32	10,16	972,9216
3		0,5	30,48	15,24	1459,3824
4	argila rija	0,5	30,48	15,24	1459,3824
5		0,5	30,48	15,24	1459,3824
6		0,5	30,48	15,24	1459,3824
7		0,5	30,48	15,24	1459,3824
8	argila muito rija	0,5	60,96	30,48	2918,7648
9		0,5	60,96	30,48	2918,7648
10		0,5	60,96	30,48	2918,7648
11	argila dura	0,5	121,92	60,96	5837,5296
12		0,5	121,92	60,96	5837,5296

#### 4.5 Modelagem do amortecimento

Denomina-se amortecimento o processo pelo qual a energia do movimento

vibratório é dissipada. Todavia, a avaliação do amortecimento estrutural é uma tarefa complexa que não pode ser determinada através da geometria da estrutura, das dimensões dos elementos estruturais e do amortecimento dos materiais (CLOUGH e PENZIEN, 1995).

Segundo Chopra (2007), é impossível determinar a matriz de amortecimento de um sistema estrutural através das propriedades de amortecimento de cada elemento que compõe a estrutura da maneira como é determinada a matriz de rigidez, por exemplo. Isto ocorre porque ao contrário do módulo de elasticidade, que é utilizado na computação da rigidez, as propriedades de amortecimento dos materiais não são bem estabelecidas.

Ainda que estas propriedades fossem conhecidas, de acordo com Chopra (2007), a matriz de amortecimento resultante não levaria em conta uma parte significativa da energia dissipada através do atrito nas ligações em estruturas metálicas, abertura e fechamento de micro fissuras no concreto, atrito entre a estrutura e outros elementos que estejam acoplados à mesma, tais como alvenaria, divisórias, equipamentos mecânicos, proteção contra incêndio, etc. Algumas destas fontes de dissipação de energia são extremamente difíceis de serem identificadas.

A avaliação física do amortecimento de uma estrutura só é considerada corretamente medida se seus valores são obtidos através de ensaios experimentais. Entretanto, a realização destes ensaios muitas das vezes demanda tempo e custo que na maioria dos casos é muito elevado. Por esta razão, o amortecimento é geralmente obtido em termos de taxas de contribuição, ou taxas de amortecimento modal (CLOUGH e PENZIEN, 1995).

Com este intuito, é habitual utilizar-se a matriz de amortecimento de Rayleigh, que considera duas principais parcelas, uma relativa à taxa de contribuição da matriz de massa ( $\alpha$ ) e outra à taxa de contribuição da matriz de rigidez ( $\beta$ ), conforme pode ser observado através da equação (4.5). Define-se  $\mathbf{M}$  a matriz de massa e  $\mathbf{K}$  a matriz de rigidez do sistema, (CRAIG JR., 1981; CLOUGH e PENZIEN, 1995; CHOPRA, 2007).

$$\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K} \quad (4.5)$$

A equação (4.5) pode ser reescrita, em termos de taxa de amortecimento modal e frequência natural circular (rad/s), como:

$$\xi_i = \frac{\alpha}{2 \omega_{0i}} + \frac{\beta \omega_{0i}}{2} \quad (4.6)$$

Onde:

$\xi_i$  = Taxa de amortecimento do i-ésimo modo;

$\omega_{0i}$  = Frequência natural circular referente ao i-ésimo modo.

Isolando  $\alpha$  e  $\beta$  da equação (4.6), para duas frequências naturais mais importantes, obtêm-se as equações (4.7) e (4.8).

$$\alpha = 2 \xi_1 \omega_{01} - \beta \omega_{01} \omega_{01} \quad (4.7)$$

$$\beta = \frac{2(\xi_2 \omega_{02} - \xi_1 \omega_{01})}{\omega_{02} \omega_{02} - \omega_{01} \omega_{01}} \quad (4.8)$$

A partir de duas frequências naturais mais importantes é possível descobrir os valores de  $\alpha$  e  $\beta$ . Em geral, a frequência natural  $\omega_{01}$  é tomada como a menor frequência natural, ou frequência fundamental da estrutura, e  $\omega_{02}$  como a segunda frequência mais importante no carregamento.

Na literatura, encontram-se diversos valores e dados sobre o amortecimento estrutural. Muitas vezes, entretanto, estes valores aparecem com grande variabilidade, o que dificulta sua utilização em projetos estruturais nos quais se deseja atingir certo grau de sistematização. Além disso, face à grande variedade de formas de se considerar o amortecimento estrutural nos programas de análise numérica, as quais, caso sejam utilizadas de forma incorreta, fornecem resultados que não correspondem a uma situação real.

Segundo Arya (1984), os sistemas estruturais em concreto armado apresentam coeficientes de amortecimento internos variando entre 2% e 5%, enquanto nas estruturas em aço este valor está compreendido entre 1% e 7%. Cabe ressaltar que na presente análise, foi adotado um coeficiente de amortecimento estrutural de 1% ( $\xi = 0,01$ ) para o sistema.

## 5 MODELAGEM EM ELEMENTOS FINITOS

### 5.1 Modelos numéricos desenvolvidos

Os modelos numérico-computacionais desenvolvidos neste trabalho de pesquisa para a análise dinâmica do sistema estrutural investigado, adotam técnicas de refinamento de malha usuais presentes em simulações realizadas com base no Método dos Elementos Finitos (MEF) e implementadas por meio do uso do programa SAP2000 em sua versão V.14.0.0 (SAP2000, 2009).

Em ambos os modelos em elementos finitos desenvolvidos, o bloco de concreto armado foi discretizado com base no emprego de elementos finitos sólidos tridimensionais hexaédricos com 3 graus de liberdade por nó, referentes aos deslocamentos translacionais nas direções X, Y e Z (Figura 23).

As massas dos equipamentos e os carregamentos foram inseridos nos centros de gravidade dos equipamentos e distribuídos para os pontos de ancoragem com a fundação por intermédio do recurso denominado de Constraint, que restringe e distribui entre os nós associados os efeitos das cargas e deslocamentos impostos ao sistema (Figura 23 e Figura 24). Há que se destacar que, para os dois modelos, foi desconsiderado o embutimento lateral do bloco de ancoragem das estacas.

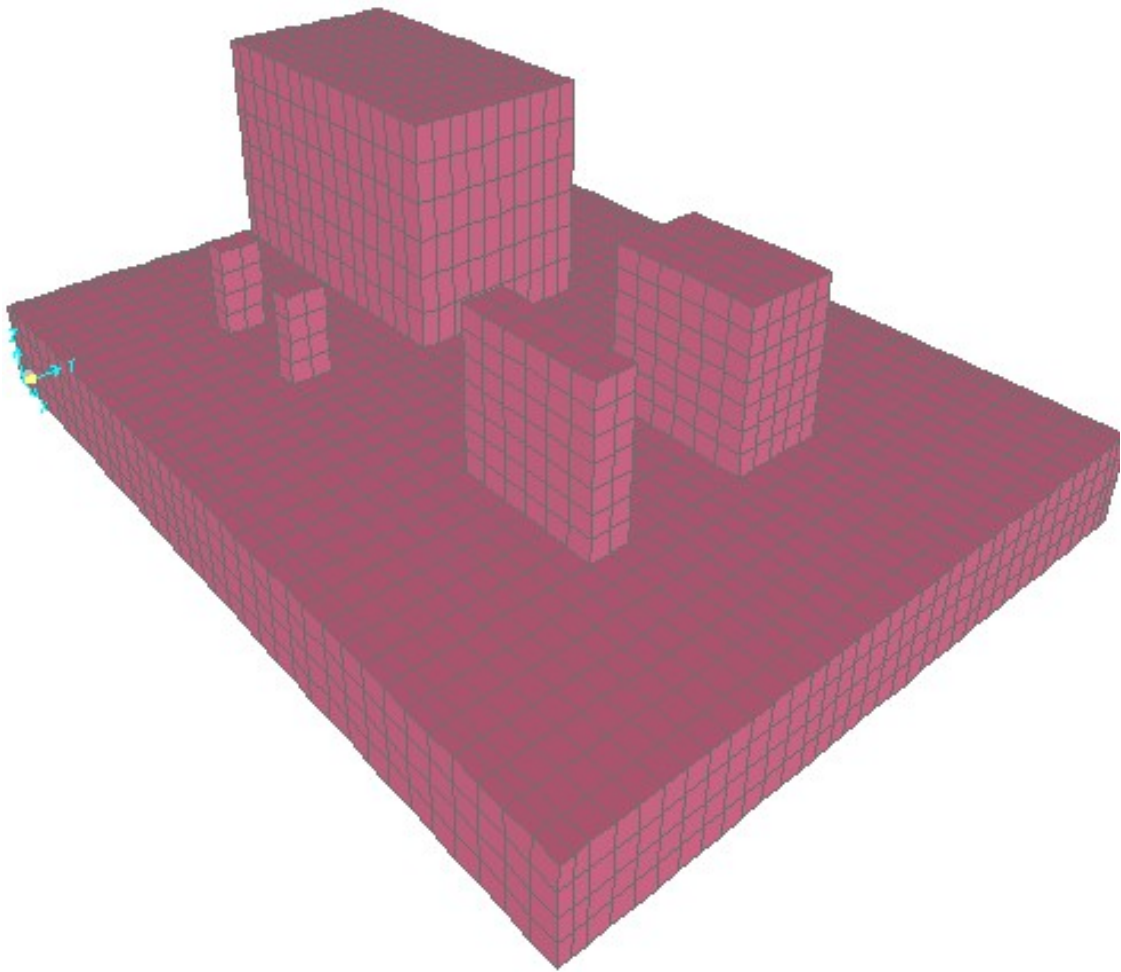


Figura 22 – Modelos I e II - Modelagem em elementos finitos: vista isométrica I  
(Superestrutura)

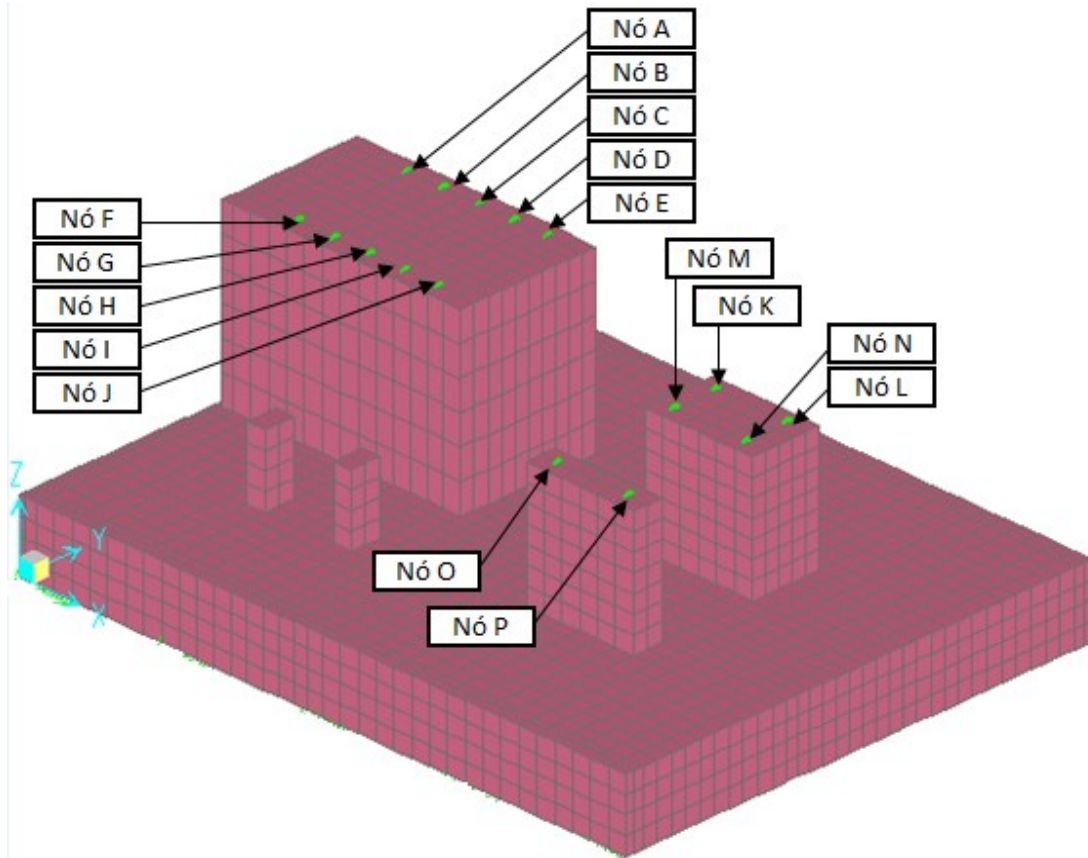


Figura 23 – Modelos I e II - Nós referentes aos chumbadores dos equipamentos

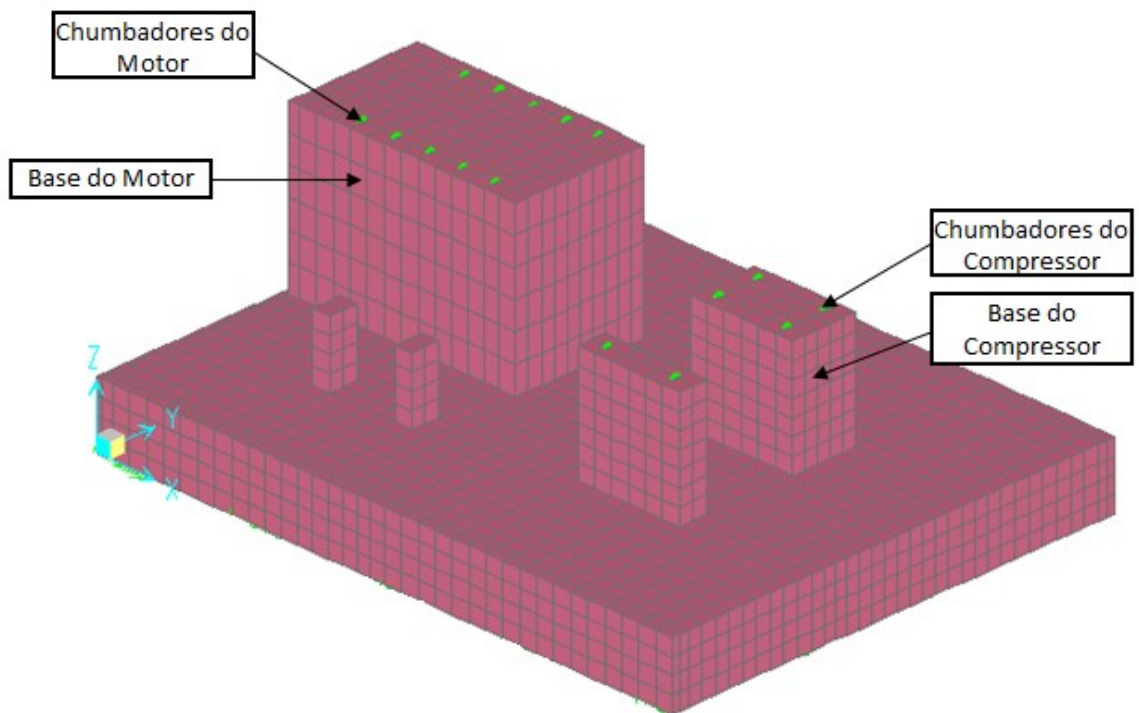


Figura 24 – Modelos I e II - Simulação dos equipamentos assentados sobre as bases.



Figura 25

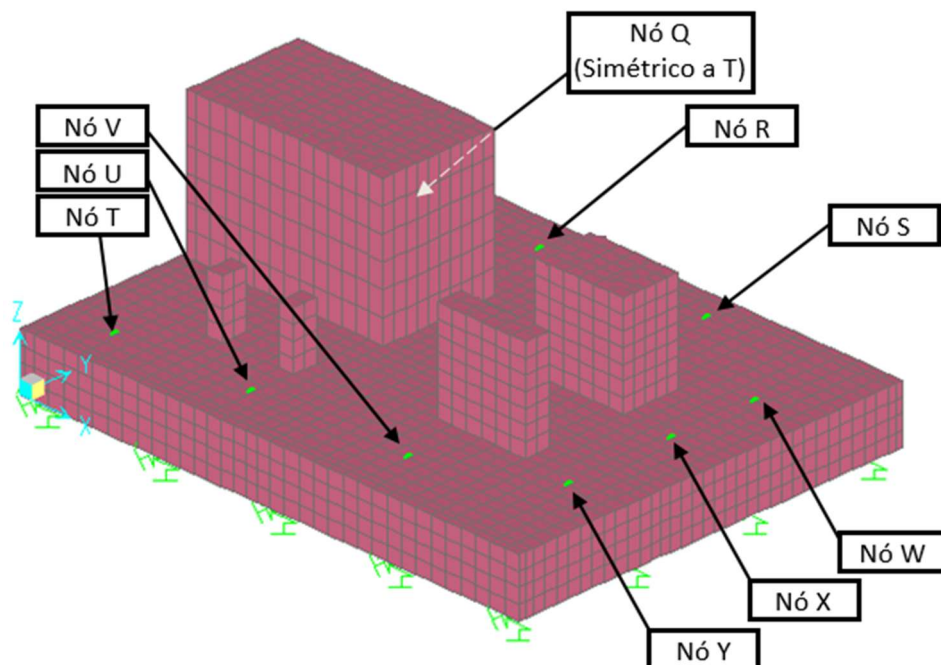


Figura 25 – Modelos I e II - Pontos analisados quanto ao conforto humano

Os modelos se diferenciam na discretização de seus apoios (estacas), conforme apresentado a seguir.

#### 5.1.1 Modelo com apoios elásticos (Modelo I)

No Modelo I, as estacas foram representadas através de molas com valores numéricos representativos dos coeficientes de rigidez translacionais do solo correspondentes às 3 direções (X, Y e Z), conforme apresentado nas Figuras 27 e 28. Os valores das molas foram obtidos considerando as estacas engastadas na base e desprezando a contribuição lateral do solo. Cabe ressaltar que, embora questionável, este método é adotado recorrentemente na realidade de projeto e, tanto por isto, este trabalho utiliza-o visando compará-lo com um modelo mais discretizado.

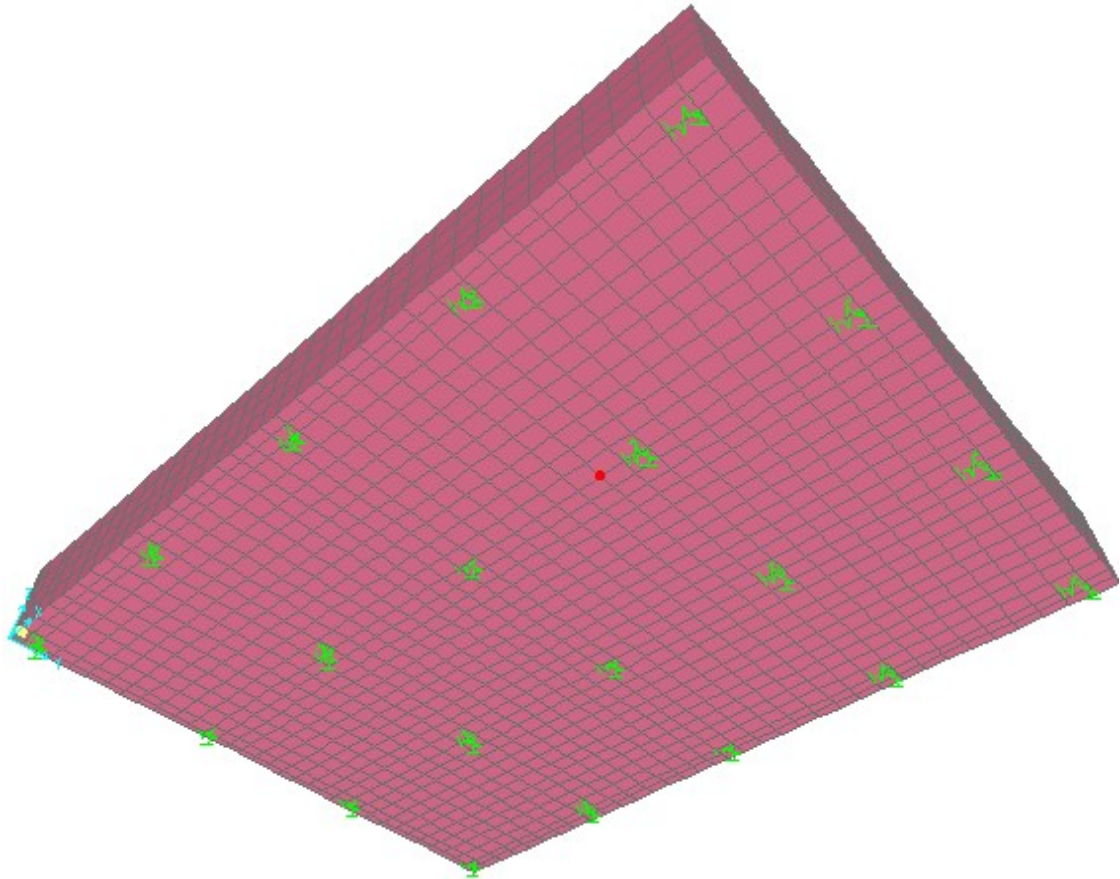


Figura 26 – Modelo I - Vista isométrica com as molas representativas das estacas

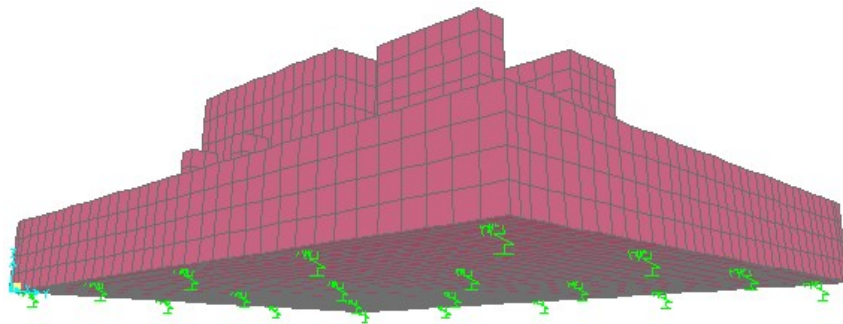


Figura 27 – Modelo I - Vista isométrica da infraestrutura e da superestrutura

### 5.1.2 Modelo com estacas e efeito da interação solo-estrutura (Modelo II)

No Modelo II (Figura 28), as estacas foram discretizadas e restringidas por meio de molas com valores obtidos conforme método de Terzaghi, apresentado por Rimola (2010).

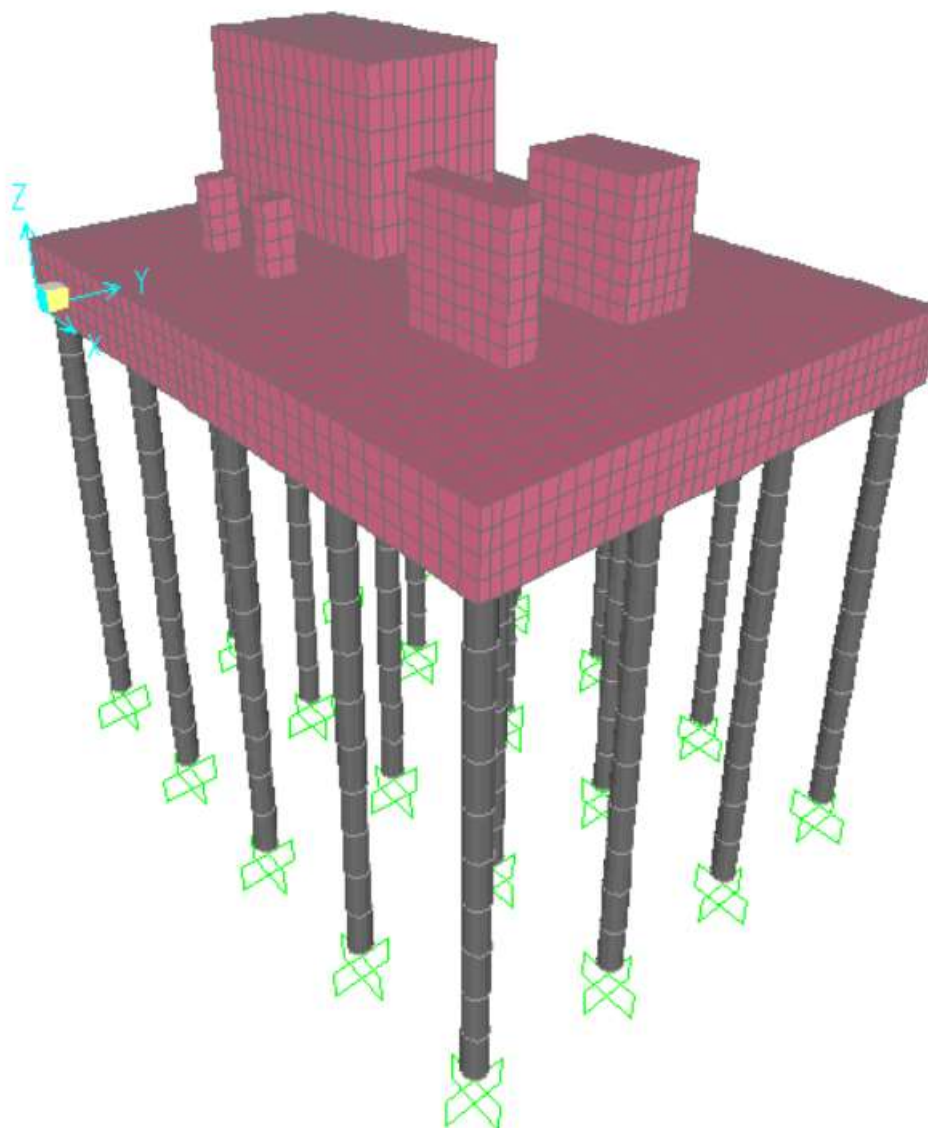


Figura 28 – Modelo II - Vista isométrica

Cabe ressaltar que o Modelo I apresenta 8146 nós, 6190 elementos finitos sólidos e 24495 graus de liberdade, enquanto o Modelo II apresenta 8346 nós, 6190 elementos finitos sólidos, 200 elementos finitos do tipo barra e 25695 graus de liberdade.

## **6 ANÁLISE DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAÇÃO**

### **6.1 Introdução**

Neste capítulo são obtidos os autovalores (frequências naturais) e os autovetores (modos de vibração), referentes aos modelos estruturais investigados no presente trabalho. Os modelos, descritos no capítulo anterior, diferem apenas nas condições de contorno relativas à simulação da interação solo-estrutura. Inicialmente foi realizada uma análise modal sobre os modelos, objetivando o cálculo das frequências naturais (autovalores) e respectivos modos de vibração (autovetores), de modo a verificar o comportamento dinâmico da estrutura em vibração livre. Os valores das frequências naturais e os modos de vibração da fundação foram obtidos, via análise modal, com base no emprego do Método dos Elementos Finitos (MEF), utilizando-se o programa computacional SAP2000 V.14.0.0 (SAP2000, 2009). O objetivo consiste em identificar as frequências naturais do modelo computacional e seus respectivos modos de vibração.

### **6.2 Análise das frequências naturais (Autovalores)**

Através das análises de vibração livre dos Modelos I (modelo com estaca equivalente) e II (modelo com interação solo-estrutura), realizadas pelo programa computacional SAP2000 (2009), foram obtidos os valores das frequências naturais (autovalores) e os respectivos modos de vibração (autovetores). Em seguida, a Tabela 14 apresenta os valores das principais frequências naturais.

Tabela 14 – Frequências naturais do sistema para cada modelo numérico

<i>Modelo I</i>		<i>Modelo II</i>	
Modo de Vibração	Frequências Naturais (Hz)	Modo de Vibração	Frequências Naturais (Hz)
f <sub>01</sub>	3,21	f <sub>01</sub>	1,99
f <sub>02</sub>	3,24	f <sub>02</sub>	2,01
f <sub>03</sub>	4,19	f <sub>03</sub>	2,58
f <sub>04</sub>	13,73	f <sub>04</sub>	13,58
f <sub>05</sub>	15,14	f <sub>05</sub>	14,86
f <sub>06</sub>	15,51	f <sub>06</sub>	15,26
f <sub>07</sub>	15,86	f <sub>07</sub>	15,67
f <sub>08</sub>	20,06	f <sub>08</sub>	19,92
f <sub>09</sub>	29,66	f <sub>49</sub>	29,39
f <sub>10</sub>	34,93	f <sub>50</sub>	34,13
f <sub>11</sub>	40,77	f <sub>91</sub>	39,46
f <sub>12</sub>	46,34	f <sub>92</sub>	44,99

### 6.3 Análise dos modos de vibração

A seguir, apresenta-se (Figura 29 a Figura 34) os modos de vibração mais significativos para avaliação do efeito das ações dinâmicas (vibração forçada).

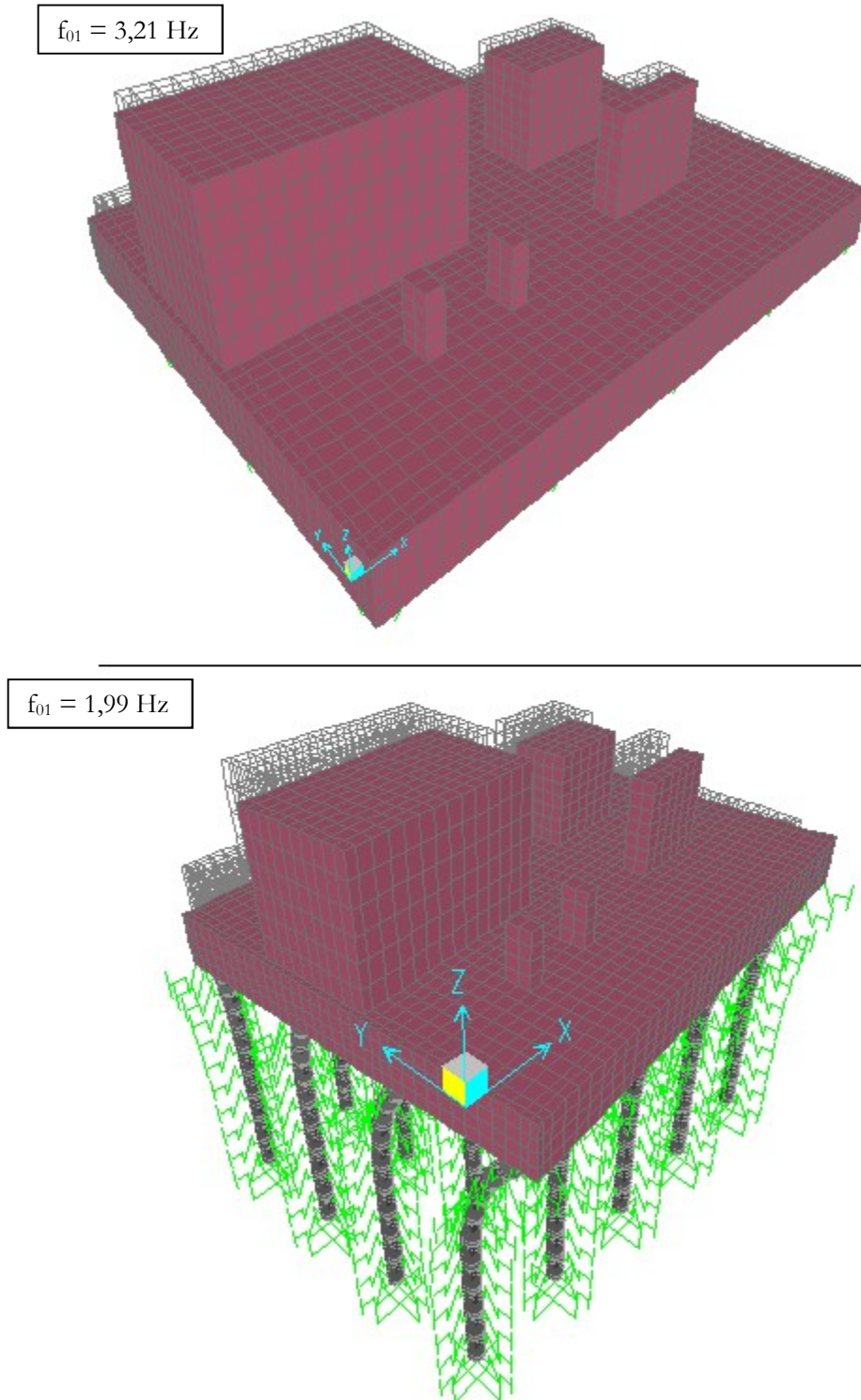


Figura 29 – Primeiro modo de vibração – Translação ao longo do eixo Y



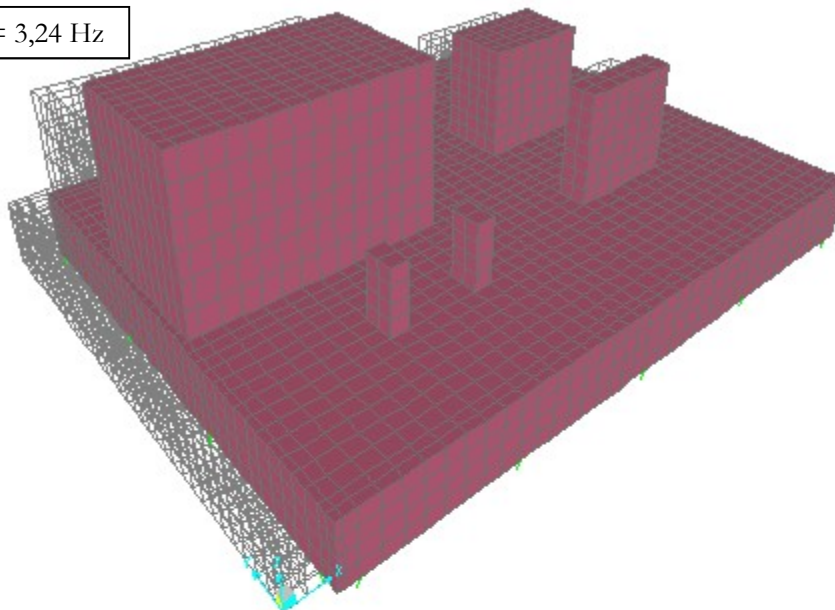
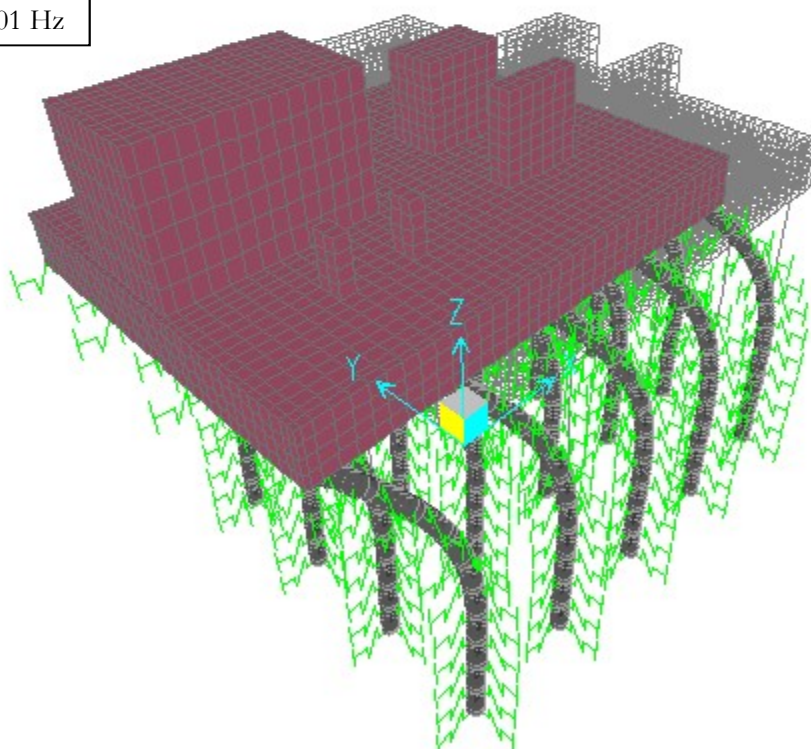
$f_{02} = 3,24 \text{ Hz}$  $f_{02} = 2,01 \text{ Hz}$ 

Figura 30 – Segundo modo de vibração – Translação ao longo do eixo X

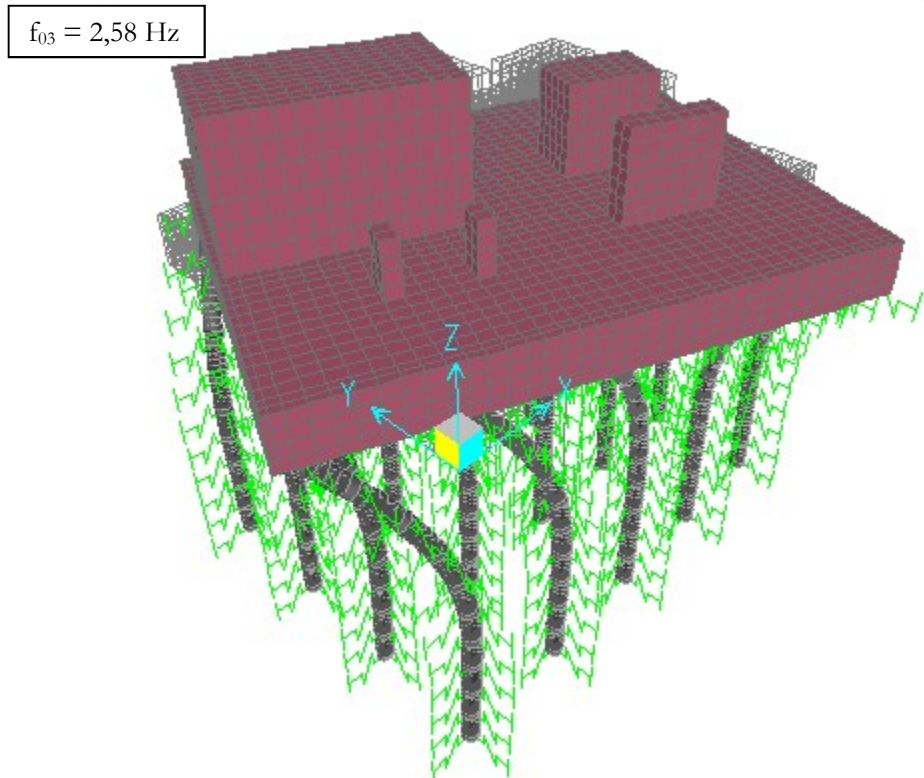
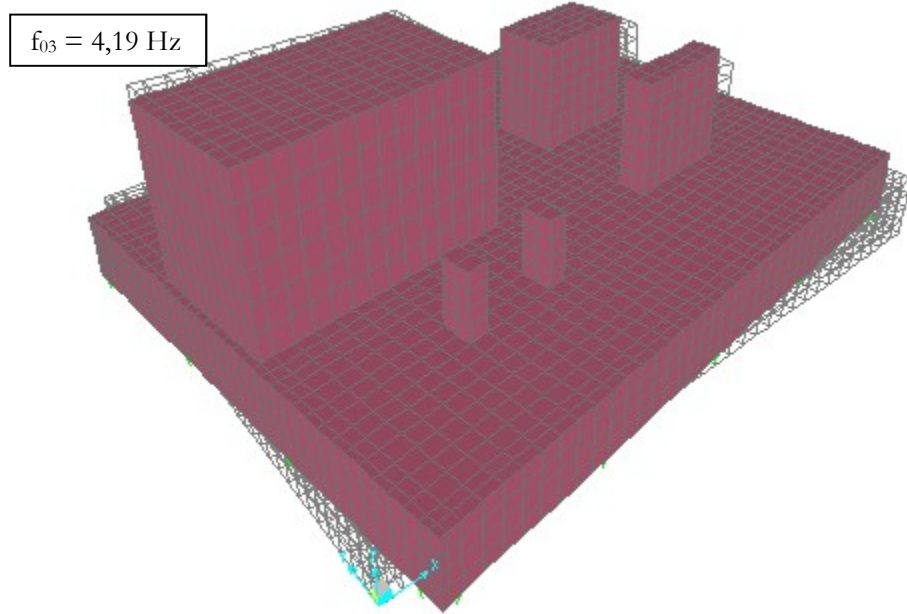
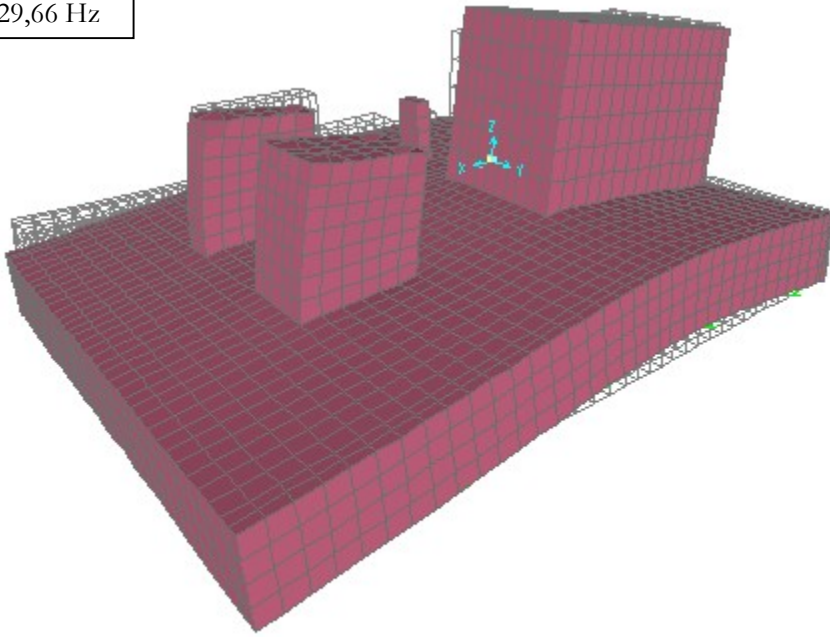


Figura 31 – Terceiro modo de vibração – Rotação em torno do eixo Z



$$f_{09} = 29,66 \text{ Hz}$$



$$f_{49} = 29,39 \text{ Hz}$$

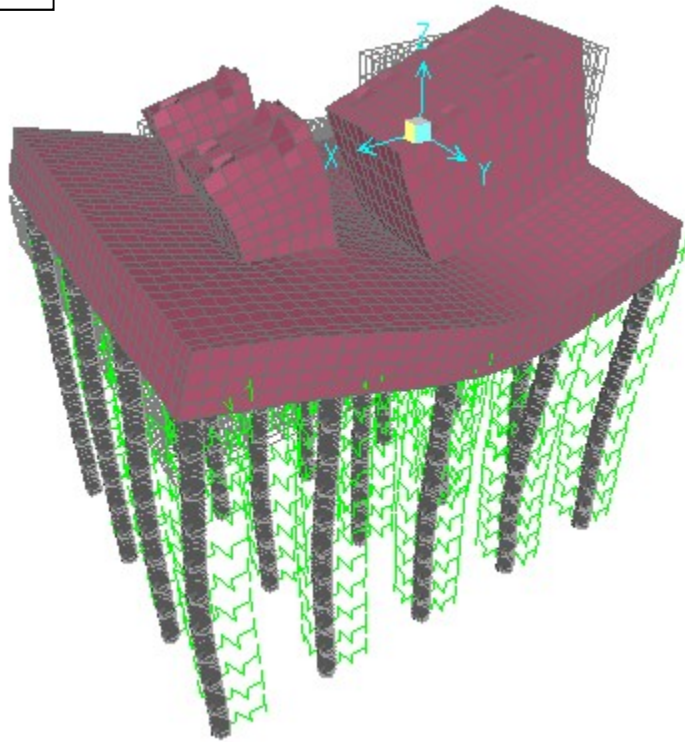
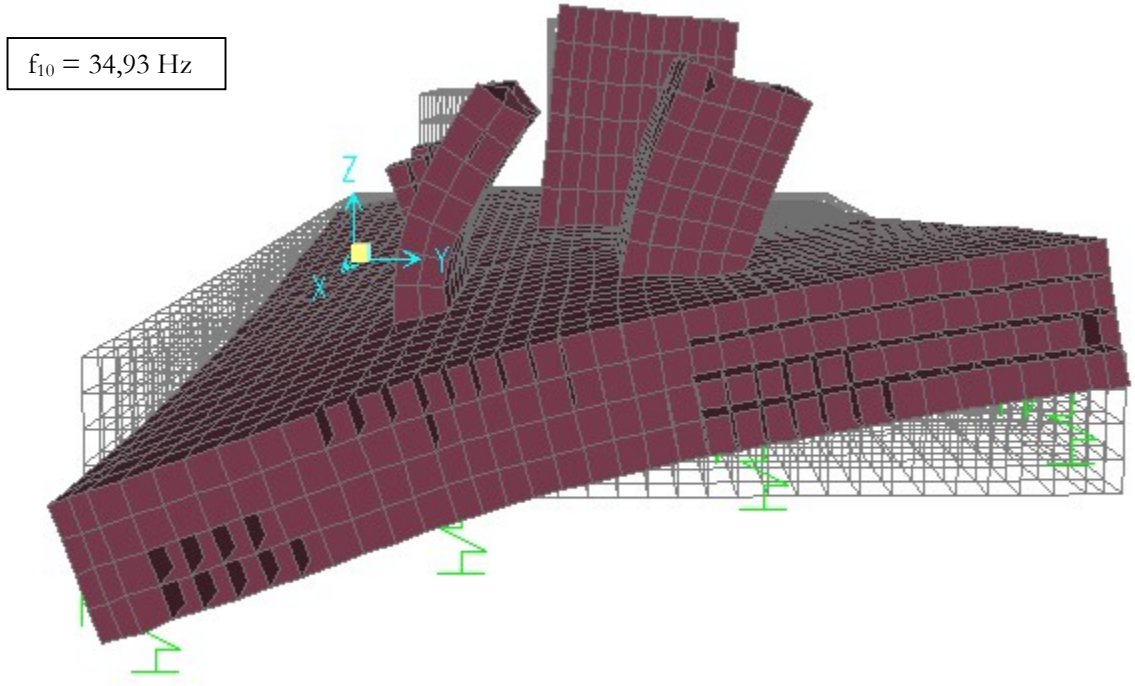


Figura 32 – 9º e 49º modos de vibração – Flexão em torno do eixo Y



$f_{50} = 34,13 \text{ Hz}$

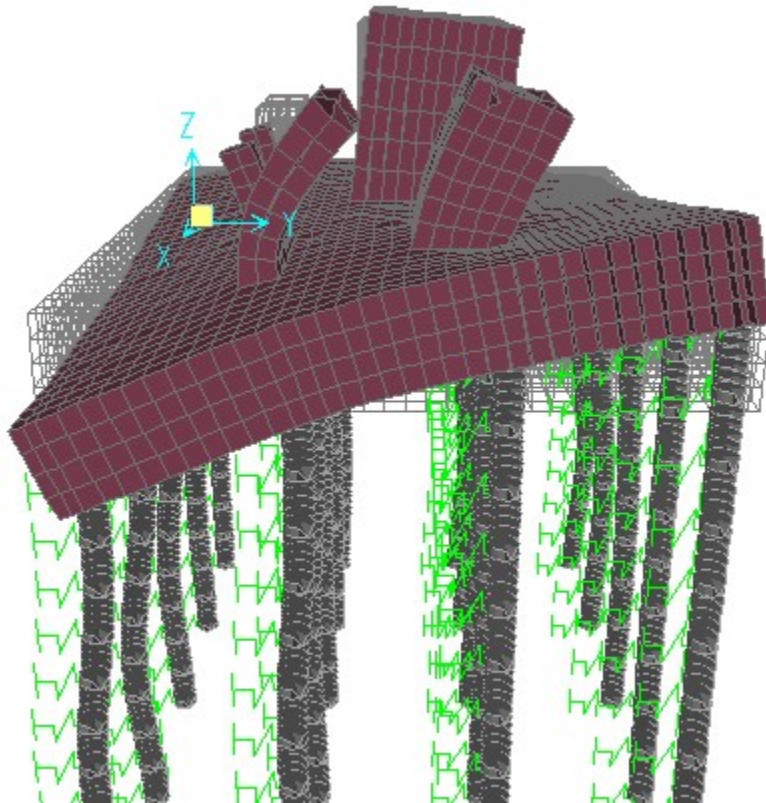


Figura 33 – Décimo e quinquagésimo modos de vibração – Flexão em torno do eixo X

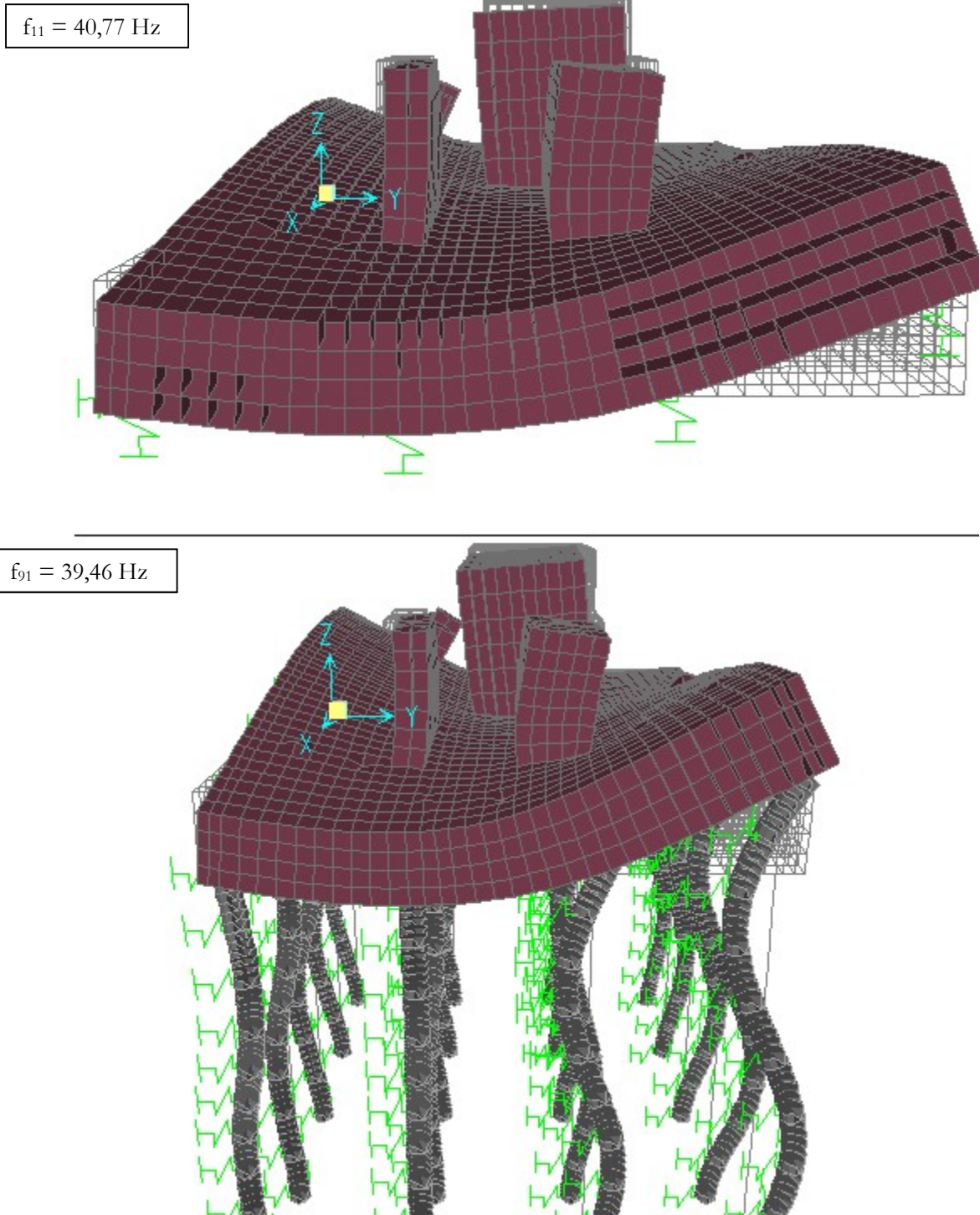


Figura 34 – 11º e 91º modos de vibração – Flexão oblíqua no plano XY

## **7 ANÁLISE DINÂMICA DO SISTEMA**

### **7.1 Aspectos gerais**

Este capítulo apresenta os resultados obtidos a partir das análises dinâmicas dos Modelos I e II. As análises procuraram avaliar o comportamento dinâmico do sistema de fundação, no que tange aos deslocamentos e velocidades máximas, bem como o desconforto humano, causados pelas ações dinâmicas provenientes do sistema equipamento motor-compressor, comparando-os com os limites recomendados pelas normas citadas ao longo desta dissertação.

Para tanto, são realizadas análises de vibração forçada através da utilização do programa computacional SAP2000 (2009). Os resultados das análises de vibração forçada são obtidos em termos de deslocamentos, velocidades e acelerações máximas, provenientes da aplicação dos casos de carregamento dinâmico apresentados nos itens subsequentes.

### **7.2 Descrição do caso de carregamento dinâmico**

Neste estudo, os dois modelos são analisados para avaliação do desempenho da fundação em termos dos efeitos de vibração forçada, com respeito à sua utilização, considerando-se os carregamentos dinâmicos devido aos equipamentos que atuam sobre a base de concreto (motor e compressor). Considera-se a operação simultânea das duas máquinas (motor e compressor). Cabe ressaltar que na presente análise, foi adotado um coeficiente de amortecimento estrutural de 1% ( $\xi = 0,01$ ) para o sistema. A modelagem das forças dinâmicas foi considerada de maneira a representar a ação dos equipamentos como sendo cargas harmônicas senoidais  $[F(t) = F_0 \text{ sen } \omega t]$ . As características básicas dos equipamentos atuantes sobre a base de concreto armado podem ser encontradas na Tabela 10.

A Figura 11 ilustra o comportamento das forças dinâmicas harmônicas senoidais, no domínio do tempo, utilizadas para simular a ação dos equipamentos (motor e compressor) sobre a base de concreto armado.

### 7.3 Análise dinâmica da estrutura

Na sequência da análise, apresenta-se (Tabela 15 e Tabela 16) os valores dos deslocamentos e velocidades verticais máximos, com relação a pontos específicos da fundação, nos locais de ancoragem do motor, calculados utilizando os carregamentos descritos anteriormente.

**Tabela 15 – Resposta estrutural dinâmica do sistema: Deslocamentos translacionais verticais máximos ( $\mu\text{m}$ ).**

Ponto	<i>Tipo de Modelagem</i>	
	<i>Modelo I</i>	<i>Modelo II</i>
A	3,294	3,229
B	3,386	3,518
C	3,477	3,923
D	3,567	4,443
E	3,654	5,145
F	4,544	4,786
G	4,578	4,818
H	4,612	4,850
I	4,646	4,881
J	<b>4,678</b>	5,194
K	2,579	4,989
L	2,387	2,803
M	1,956	4,191
N	1,742	1,860
O	4,354	<b>6,208</b>
P	3,710	5,957
Amplitude Limite: <b>60 <math>\mu\text{m}</math></b> (Srinivasulu, 1976)		



**Tabela 16 – Resposta estrutural dinâmica do sistema: Velocidades translacionais verticais máximos (mm/s).**

Ponto	Tipo de Modelagem	
	Modelo I	Modelo I
A	0,46	0,39
B	0,48	0,44
C	0,50	0,57
D	0,52	0,71
E	0,54	<b>0,85</b>
F	<b>0,66</b>	0,72
G	0,66	0,72
H	0,65	0,72
I	0,65	0,73
J	0,64	0,83
K	0,45	0,88
L	0,40	0,42
M	0,38	0,77
N	0,32	0,28
O	0,54	0,84
P	0,45	0,72
Amplitude Limite: <b>2,8 mm/s</b> (ISO 2372)		

Os valores máximos da resposta estrutural dinâmica do sistema equipamentos-fundação (deslocamentos e velocidades) foram obtidos numericamente com base no emprego do modelo numérico-computacional desenvolvido, via utilização do programa computacional SAP2000 V.14.0.0 (SAP2000, 2009). Estes valores máximos foram comparados os valores limites propostos por normas e recomendações de projeto (ISO 1940-1, 2003). Desta maneira, em sequência, ilustra-se a resposta estrutural dinâmica do sistema equipamentos-fundação, no domínio do tempo, no que tange aos dois modelos numéricos investigados (Figuras 35 a 46).

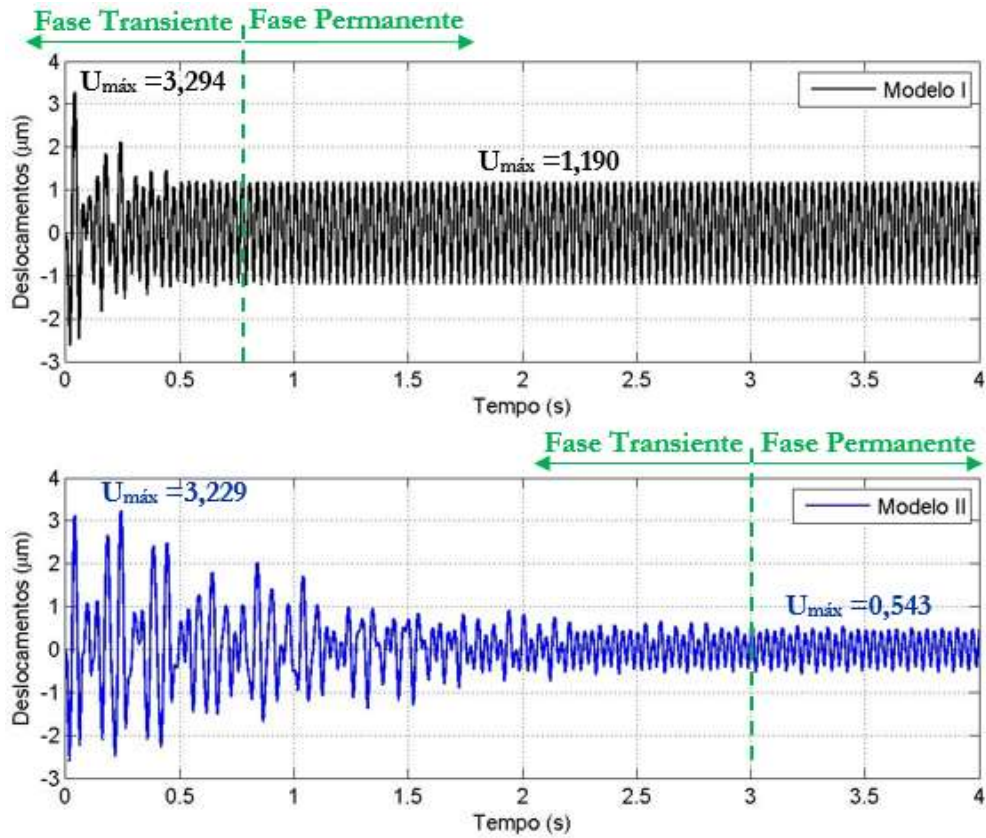


Figura 35. Deslocamento translacional vertical  $U_z$  do N3 A ao longo do tempo

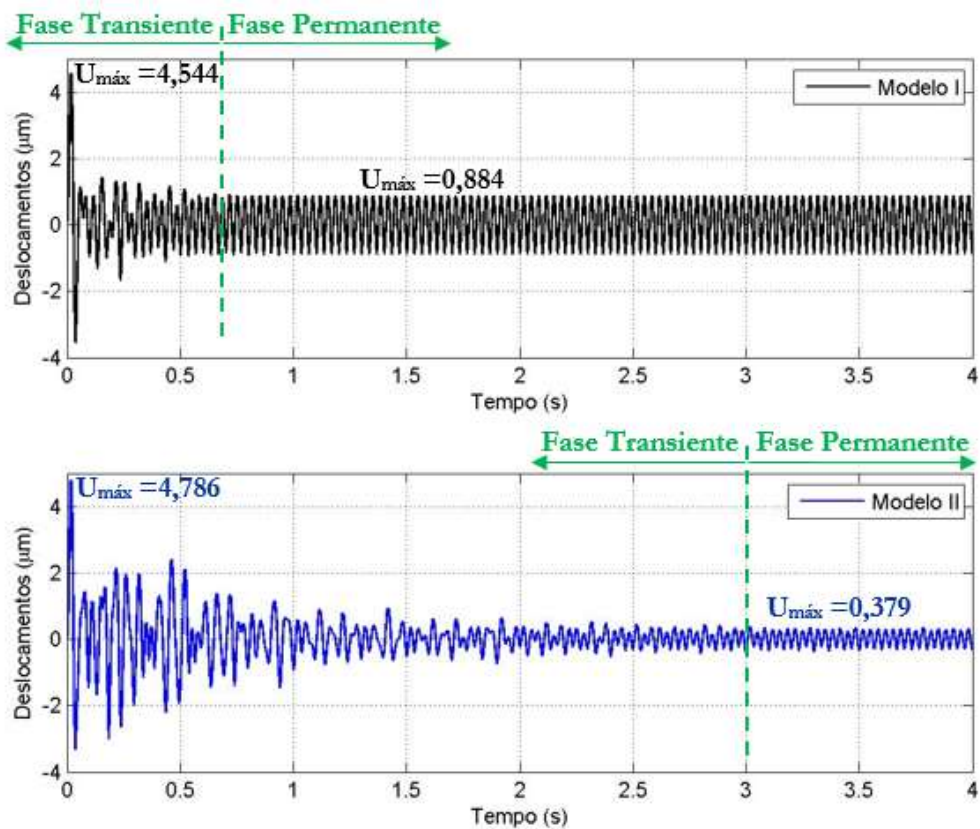


Figura 36. Deslocamento translacional vertical  $U_z$  do N3 F ao longo do tempo

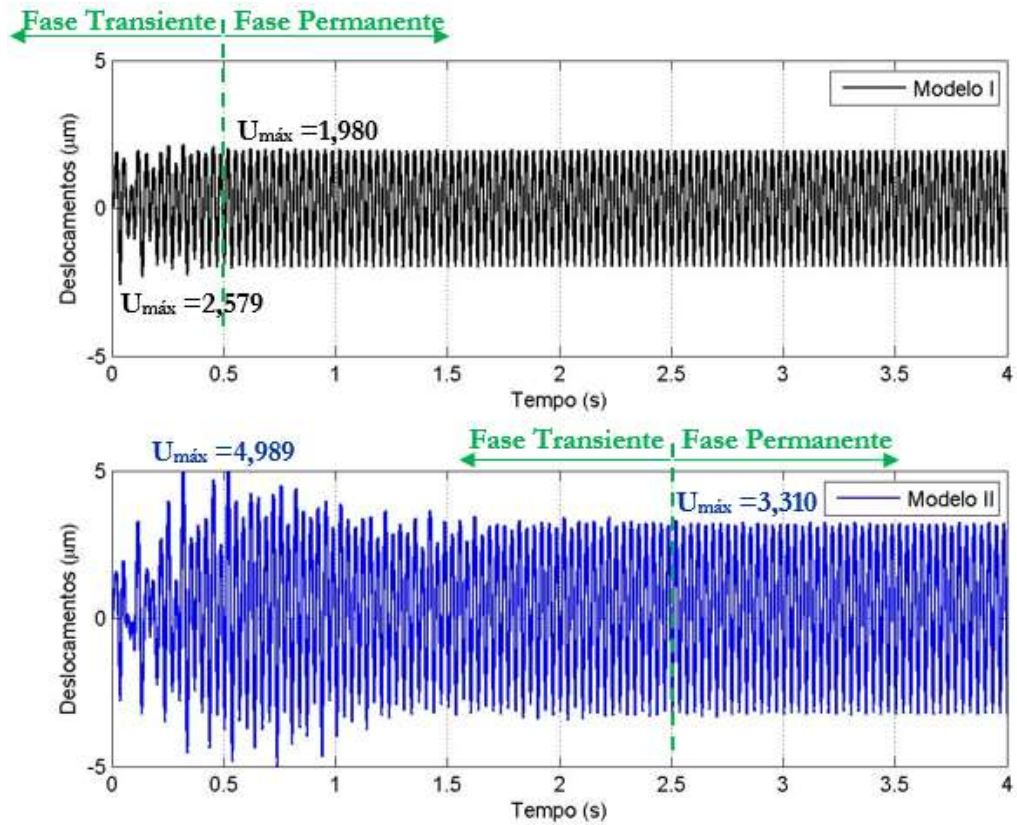


Figura 37. Deslocamento translacional vertical  $U_z$  do Nó K ao longo do tempo

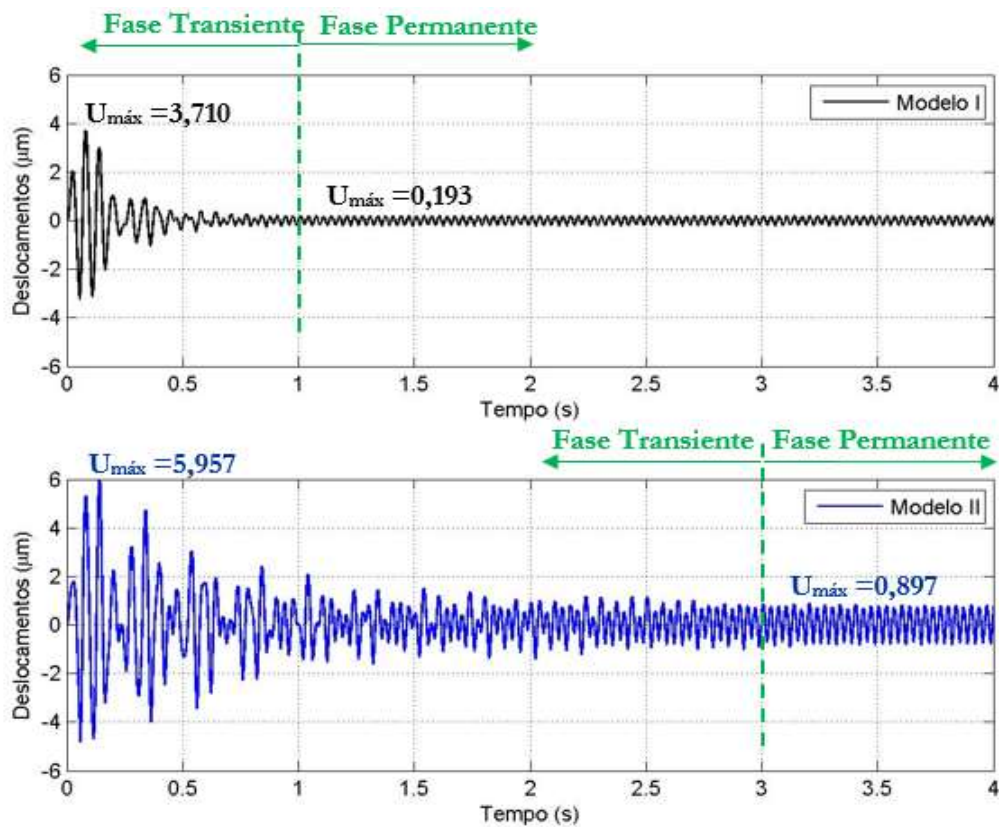


Figura 38. Deslocamento translacional vertical  $U_z$  do Nó P ao longo do tempo



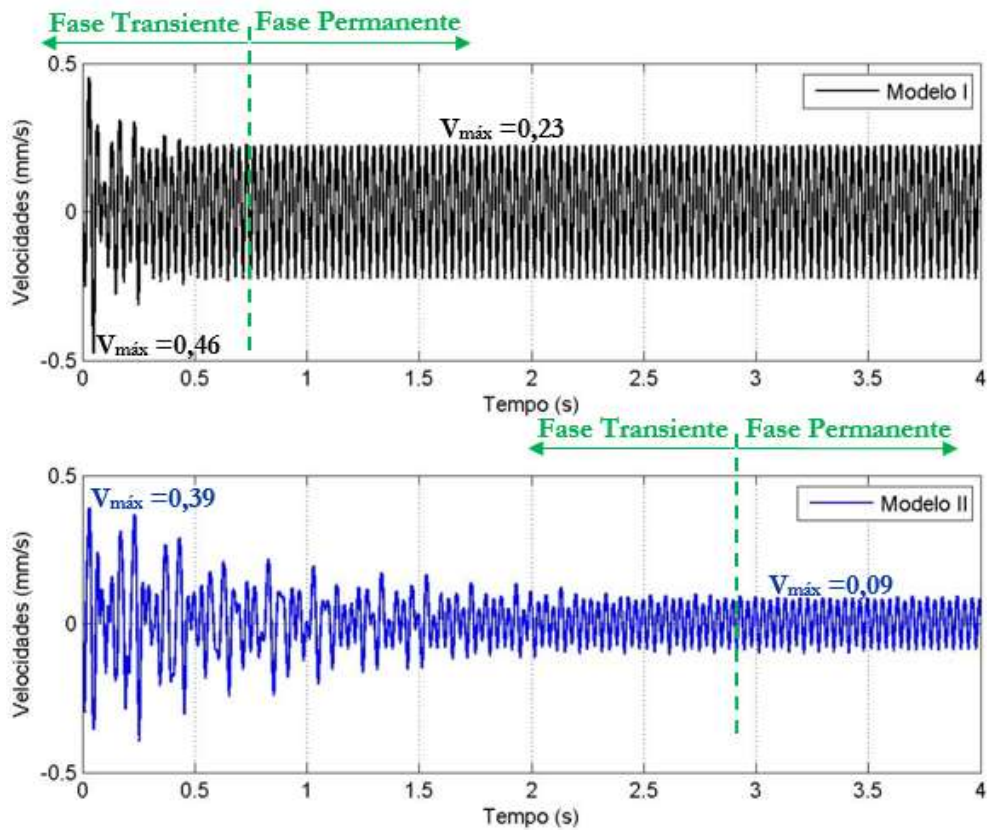


Figura 39. Velocidade translacional vertical  $V_z$  do Nó A ao longo do tempo

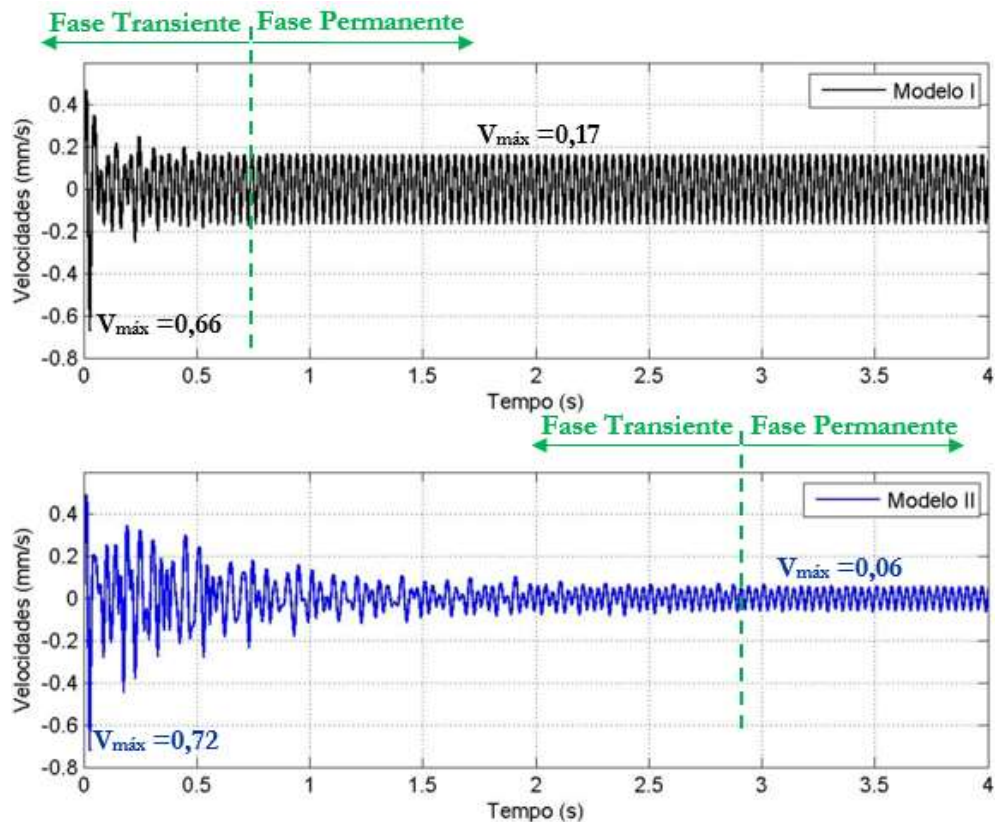


Figura 40. Velocidade translacional vertical  $V_z$  do Nó F ao longo do tempo

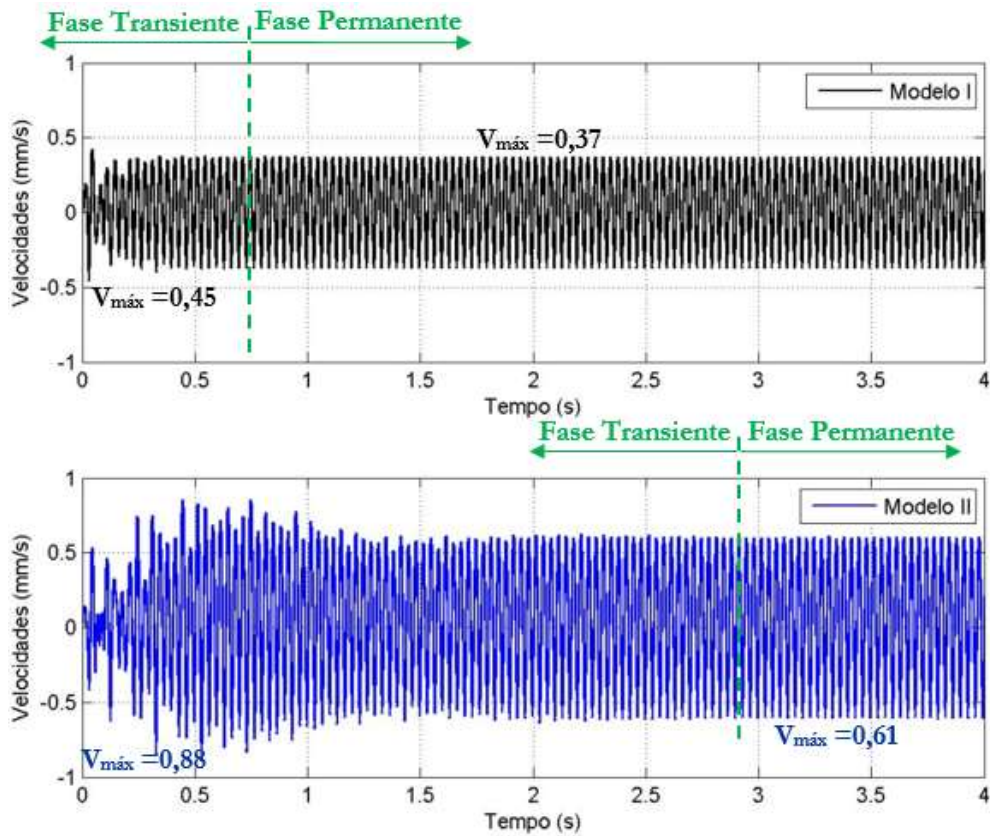


Figura 41. Velocidade translacional vertical  $V_z$  do Nó K ao longo do tempo

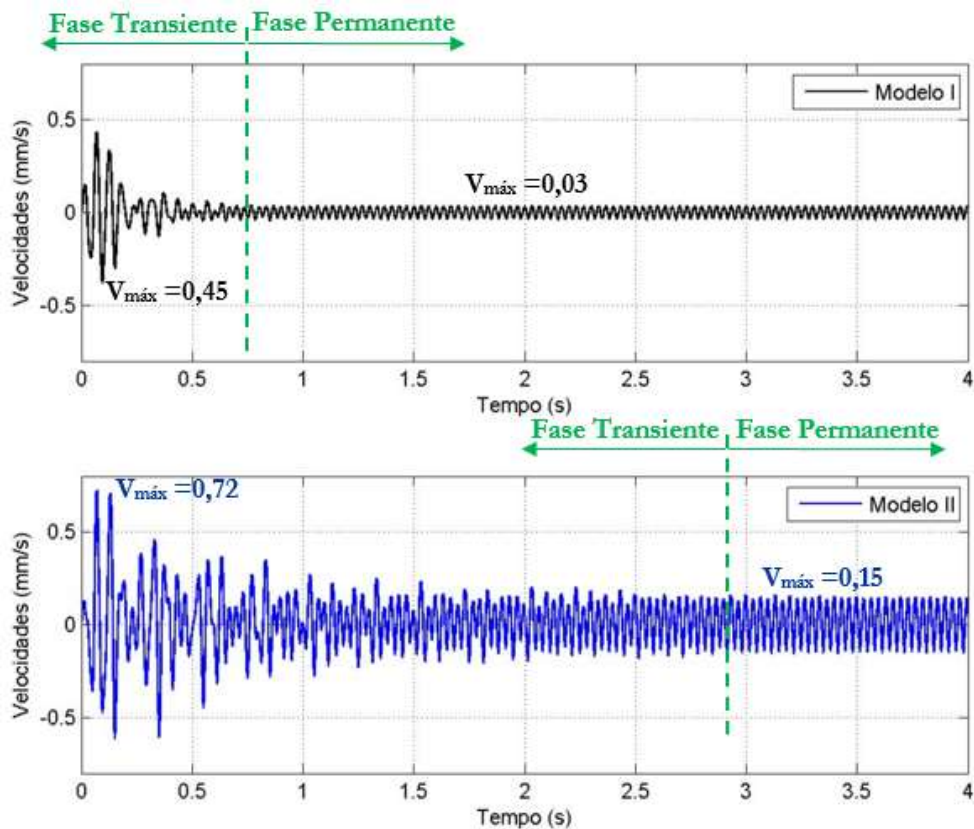


Figura 42. Velocidade translacional vertical  $V_z$  do Nó P ao longo do tempo

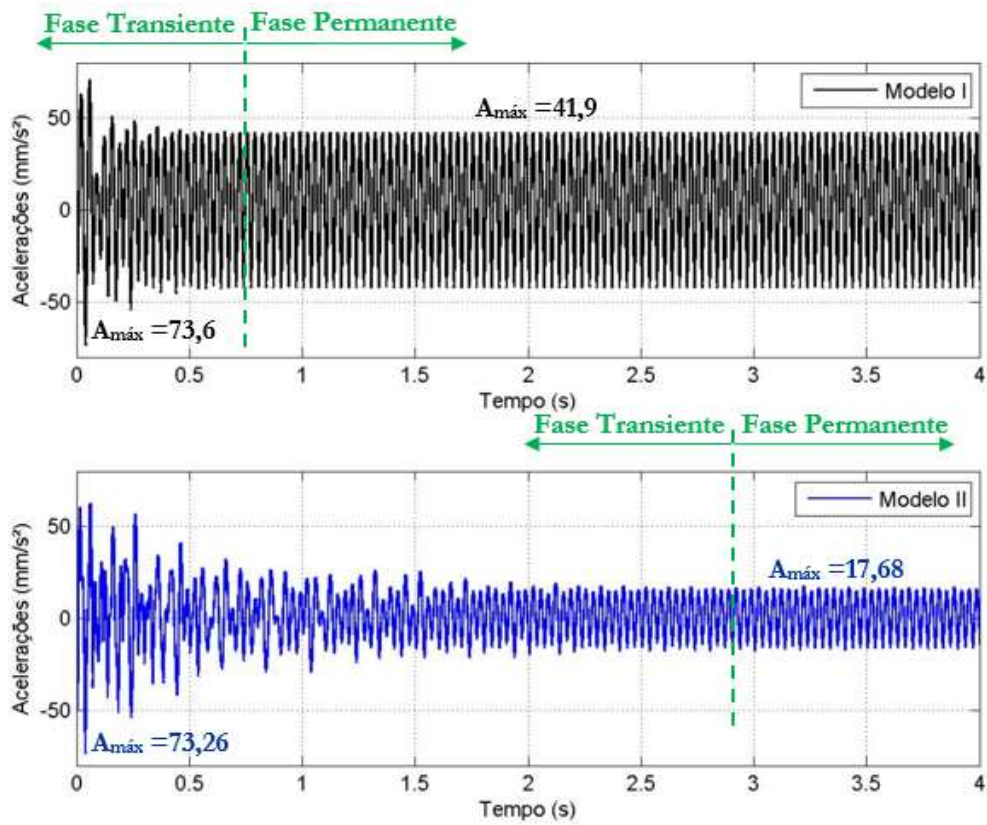


Figura 43. Aceleração translacional vertical  $A_z$  do Nó A ao longo do tempo

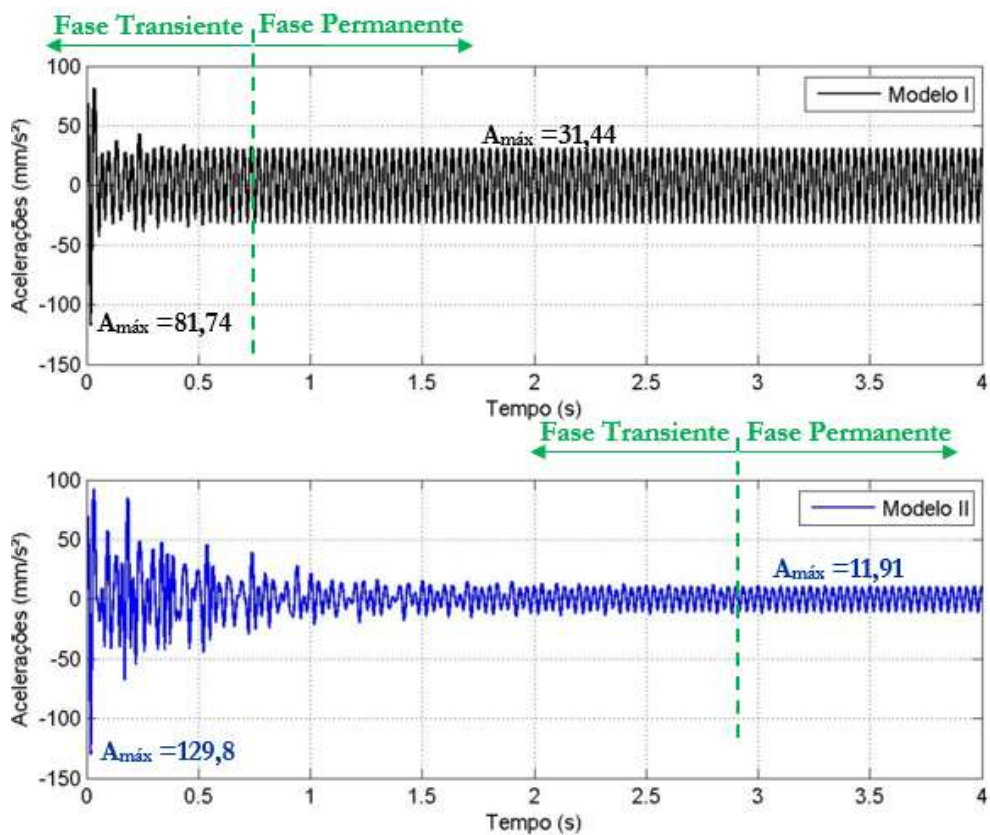


Figura 44. Aceleração translacional vertical  $A_z$  do Nó F ao longo do tempo



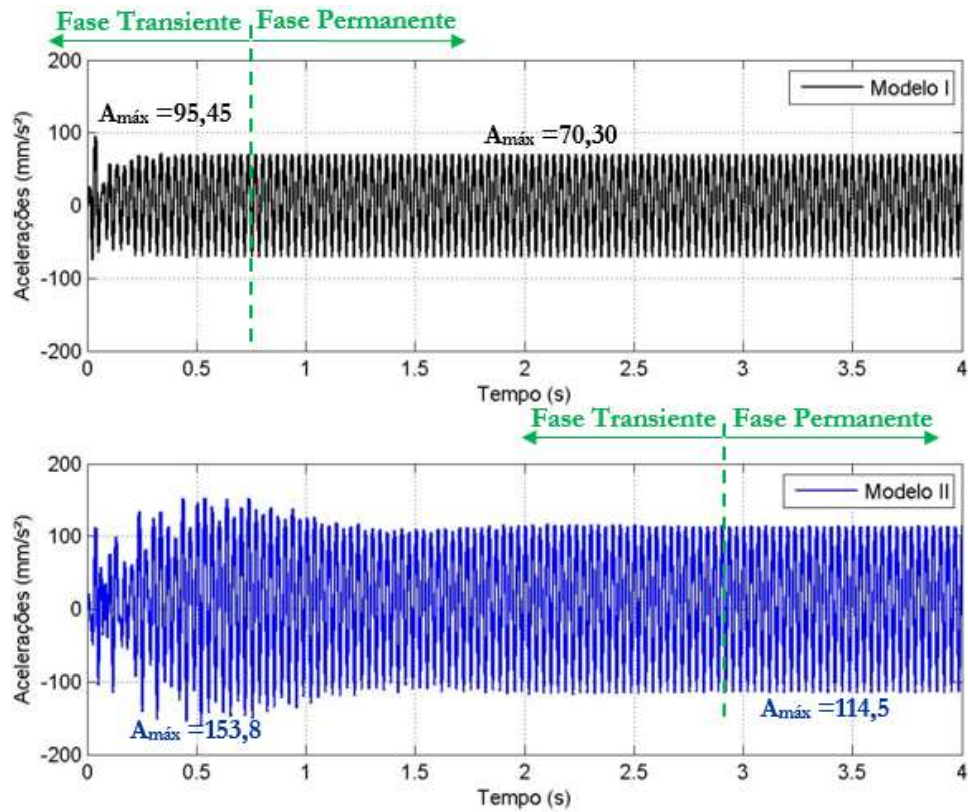


Figura 45. Aceleração translacional vertical  $A_z$  do Nó K ao longo do tempo

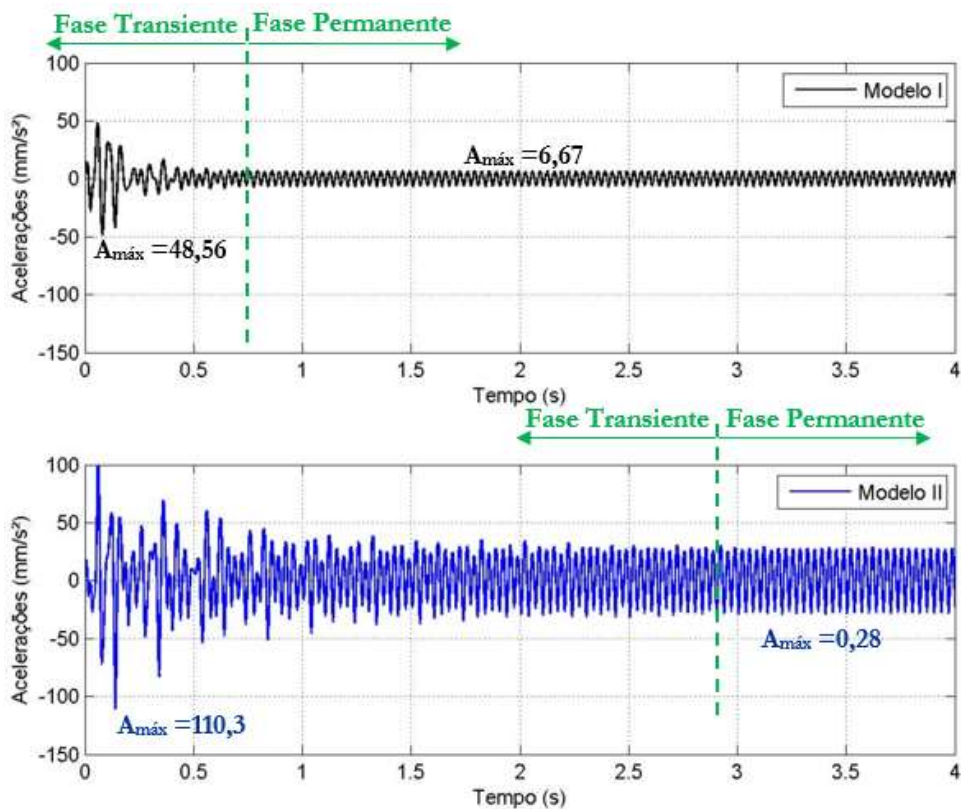


Figura 46. Aceleração translacional vertical  $A_z$  do Nó P ao longo do tempo

A Figura 47 apresenta a resposta estrutural dinâmica do sistema equipamentos-fundação, no domínio da frequência, no que tange aos dois modelos numéricos investigados.

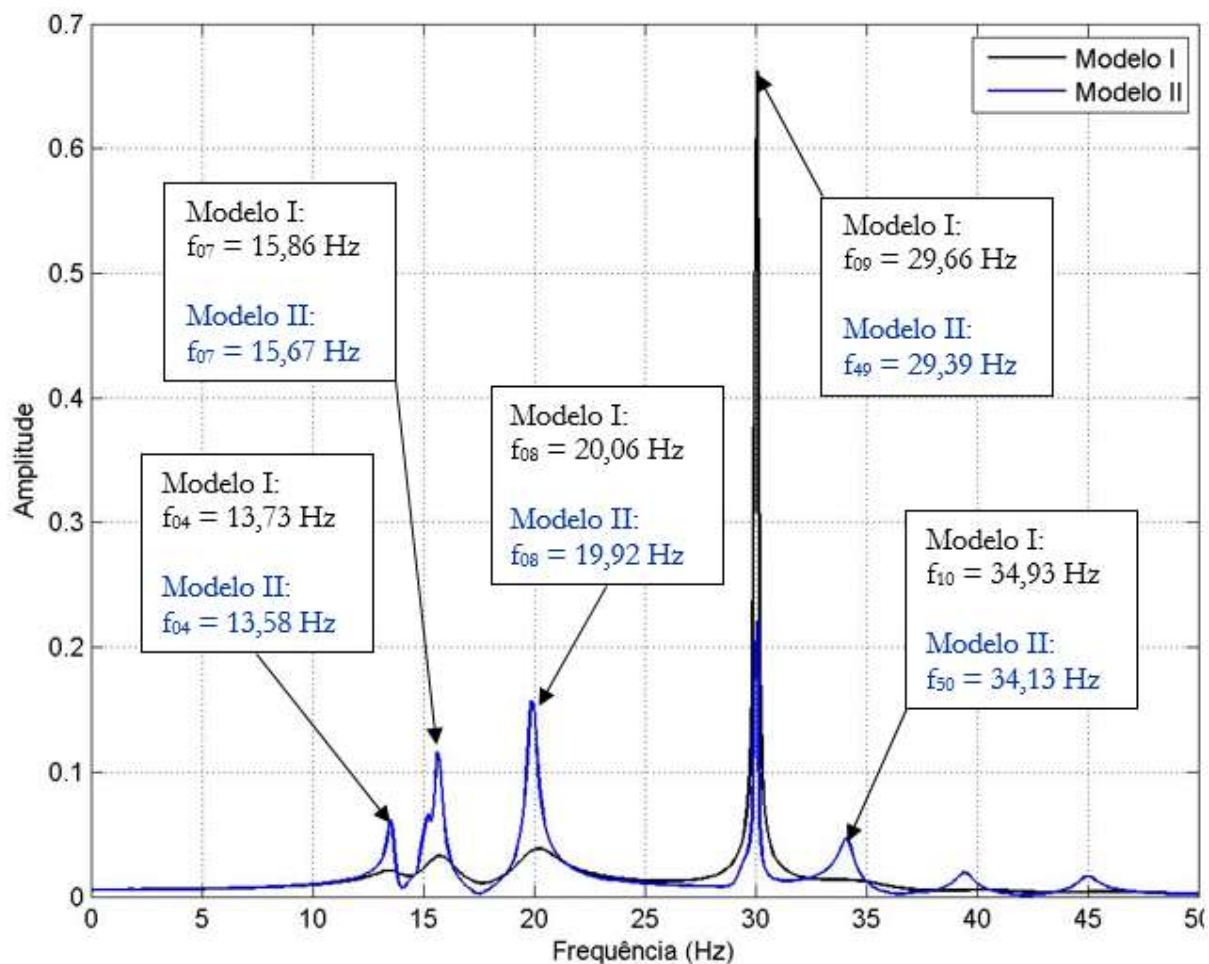


Figura 47. Deslocamento translacional vertical  $U_z$  do Nó F no domínio da frequência

Convém chamar a atenção do leitor para o fato de que os critérios a serem empregados para a avaliação do desempenho de uma fundação projetada para suporte de equipamentos são geralmente definidos em função dos valores limites de amplitude de deslocamentos, de velocidades e de acelerações, tendo como referência os efeitos provocados em pessoas, na estrutura e na própria máquina. Esses limites dependem da instalação industrial e da função da máquina no processo industrial, e envolvem considerações que vão desde o custo inicial até a manutenção e substituição da máquina (Neto, 1989).

Outro ponto de relevância diz respeito ao fato de que as amplitudes admissíveis são, geralmente, especificadas pelo fabricante do equipamento. Quando o fabricante não informar estes valores, este dado é recomendado pela norma (ISO

1940-1, 2003). Para a situação em estudo, este valor máximo admissível para as amplitudes é igual a  $60 \mu\text{m}$  e para as velocidades tal valor é da ordem de  $2,8 \text{ mm/s}$  (ISO 1940-1, 2003).

Considerando-se os resultados referentes à resposta estrutural dinâmica do sistema equipamentos-fundação, Tabelas 15 e 16 e Figuras 35 a 46, pode-se verificar, com clareza, que os valores dos deslocamentos translacionais verticais máximos, apresentam magnitudes da ordem de 10 vezes inferiores ao limite aceitável de projeto [ $U_z = 6,2 \mu\text{m} < U_{z,\text{lim}} = 60 \mu\text{m}$ ] (ISO 1940-1, 2003), mesmo considerando-se a situação mais desfavorável de projeto. Tal fato pode ser considerado um indicativo de que a estrutura dimensionada pode ser considerada antieconômica. Por outro lado, os valores das velocidades máximas obtida nesta investigação, da ordem de  $0,9 \text{ mm/s}$ , correspondem a cerca de 3 vezes menos do que o limite máximo admissível [ $V_z = 0,9 \text{ mm/s} < V_{z,\text{lim}} = 2,8 \text{ mm/s}$ ] (ISO 1940-1, 2003), ratificando certo superdimensionamento do projeto estrutural da fundação. Observando a Figura 47, percebe-se claramente a tendência de a estrutura atingir picos de deslocamentos na frequência de ressonância em ambos os modelos. Nota-se também que o Modelo II apresentou picos mais definidos, inclusive chamando a atenção para oscilações nos sub-harmônicos.

Com relação ao conforto humano, foram analisados os pontos apresentados na Figura 25. Verifica-se, conforme Tabela 17, que os valores obtidos estão cumprindo com os requisitos normativos. Cabe ressaltar que estes pontos são diferentes dos gráficos apresentados nas Figuras 35 a 46.

**Tabela 17 – Resposta estrutural dinâmica do sistema: Acelerações translacionais verticais ( $\text{m/s}^2$ ).**

Ponto	Tipo de Modelagem	
	Modelo I	Modelo II
Q	0,22	0,28
R	0,16	0,27
S	0,15	0,29
<b>T</b>	<b>0,44</b>	<b>0,55</b>
U	0,35	0,46
V	0,26	0,38
W	0,13	0,20
X	0,06	0,13
Y	0,13	0,25
Aceleração Limite: <b>1,15 <math>\text{m/s}^2</math></b> (Diretiva Européia, 2002)		

## **8 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

### **8.1 Introdução**

Esta investigação objetiva contribuir ao estudo do comportamento dinâmico de sistemas de fundações em concreto armado quando submetidos a carregamentos dinâmicos provenientes da ação de equipamentos mecânicos rotativos (rotores).

O presente trabalho de pesquisa apresenta os resultados das análises dos modelos numérico-computacionais desenvolvidos para a avaliação da resposta dinâmica da estrutura, para garantir um bom funcionamento das máquinas apoiadas sobre os decks metálicos, bem como para a avaliação do conforto humano dos modelos investigados.

O sistema estrutural utilizado no desenvolvimento do presente estudo foi analisado utilizando modelos numérico-computacionais concebidos com base na utilização de técnicas usuais de discretização, via método dos elementos finitos, por meio do emprego do programa computacional de análise estrutural SAP2000 (2009).

Em um primeiro momento, foram realizadas análises de vibração livre para a obtenção das frequências naturais (autovalores) e modos de vibração (autovetores) dos modelos numérico-computacionais elaborados. Em seguida foi feita uma avaliação da resposta dinâmica do sistema estrutural de forma a conhecer as condições de operação dos equipamentos mecânicos e avaliarem-se as condições de conforto humano para os indivíduos que trabalham na estrutura investigada.

### **8.2 Conclusões alcançadas**

São apresentadas a seguir as conclusões alcançadas ao longo do desenvolvimento deste trabalho de pesquisa, de acordo com a metodologia de análise desenvolvida e obtenção dos resultados alcançados.

Com base nos valores máximos de deslocamentos, velocidades e acelerações, obtidos via análise da resposta dinâmica do conjunto equipamentos-fundação, foi possível avaliar o comportamento do modelo estrutural a partir do

emprego de recomendações normativas. Os resultados obtidos durante esta investigação indicam que a fundação analisada neste trabalho de pesquisa atende aos critérios normativos com folga [ $U_z = 6,2 \mu\text{m} < U_{z,\text{lim}} = 60 \mu\text{m}$  e  $V_z = 0,9 \text{ mm/s} < V_{z,\text{lim}} = 2,8 \text{ mm/s}$ ] (ISO 1940-1, 2003), ratificando claramente superdimensionamento do projeto estrutural da fundação do sistema investigado.

No que tange ao conforto humano dos usuários, verifica-se que os valores das acelerações de pico obtidos ao longo desta investigação [ $a_p = 0,55 \text{ m/s}^2 < a_{z,\text{lim}} = 1,0 \text{ m/s}^2$ ], mesmo considerando-se uma condição de ressonância associada a uma situação de carregamento dinâmico extremo de projeto, encontram-se muito abaixo do valor limite recomendado, não apenas cumprindo os requisitos normativos, mas enfatizando novamente o superdimensionamento do projeto de fundações

Com relação aos diferentes tipos de estratégias de modelagem desenvolvidas ao longo deste estudo, pode-se verificar que no Modelo I (sem a consideração do efeito da interação solo-estrutura), a fase permanente da resposta do sistema se inicia em, aproximadamente, 1 segundo, enquanto que no Modelo II (com a consideração do efeito da interação solo-estrutura, via modelagem das estacas), esta tem início em, aproximadamente, 3 segundos. Ou seja, no Modelo I a fase transiente da resposta é mais rápida e no modelo mais flexível (Modelo II), em função da modelagem das estacas a fase transiente da resposta se prolonga um pouco mais.

Convém chamar a atenção do leitor para o fato de que na análise no domínio da frequência, foi constatado que os picos de transferência de energia diferem quantitativamente, em sua intensidade, e são mais elevados no Modelo II (com a consideração do efeito da interação solo-estrutura, via modelagem das estacas), especialmente para a frequência de interesse (30 Hz) que tange a frequência de ressonância no caso estudado (Motor + Compressor).

Considerando-se os resultados obtidos ao longo desta investigação, sugere-se aos projetistas de estruturas para que tenham em mente que se faz necessária uma modelagem numérica mais apropriada e mais refinada, próximo da realidade prática de projeto, acerca do efeito da interação solo-estrutura para avaliação da resposta estrutural dinâmica de sistemas estruturais utilizados para suporte de equipamentos mecânicos. Tal conclusão é fundamentada a partir da constatação de modificações importantes nos valores das frequências naturais, no comportamento



dos modos de vibração do modelo; e, bem como, nos valores da resposta estrutural dinâmica do sistema em estudo. Tal afirmativa pode ser verificada com clareza quando a análise dinâmica do sistema investigado foi realizada no domínio da frequência.

### 8.3 Sugestões para trabalhos futuros

A seguir, são apresentadas sugestões para a continuidade e desenvolvimento de trabalhos futuros relacionados com o tema de pesquisa aqui abordado:

- Realizar a otimização do sistema estrutural a partir de Algoritmos Genéticos ou outro método inteligente, de modo a obter uma estrutura econômica atendendo a todos os requisitos de segurança;
- Executar a verificação, através de instrumentos de medição, da resposta dinâmica real da estrutura (deslocamentos, velocidades e acelerações) e compará-los com os modelos numéricos-computacionais desenvolvidos;
- Refinar a modelagem numérica representativa do solo com base no emprego de elementos finitos do tipo sólido (*solid*), tendo em mente a utilização paralela de outros softwares computacionais, tais como o programa PLAXIS;
- Aprofundar o estudo da contribuição do amortecimento existente no sistema estrutural devido ao embutimento do bloco no solo.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA NETO, E. S. de. *Introdução à Análise Dinâmica de Fundações de Máquinas*. Dissertação de Mestrado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil, 1989.

ATAÍDE, C. A. V. *Vibração*. Notas de aula da Pós-Graduação em Engenharia de Segurança do Trabalho. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Rio Grande do Norte, RN, Brasil, 2007.

ARYA, S. C., O'NEILL, M. W., PINCUS, G. *Design of structures and foundation for vibration machines*, Gulf Publishing Company, Fourth printing, 1984.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8008: Balanceamento de Corpos Rígidos Rotativos – Balanceamento – Procedimentos. 1983.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800: Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios. 2008.

ASSUNÇÃO, T. M. R. C. *Considerações sobre efeitos dinâmicos e carregamentos induzidos por fontes de excitação em estruturas*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, MG, Brasil, 2009.

BACHMANN, H.; AMMANN, W. *Vibrations in Structures: Induced by Man and Machines*, Structural Engineering Document 3e, International Association for Bridges and Structural Engineering, 1987.

BARKAN, D. D. *Dynamics of Bases and Foundations*. McGraw Hill, New York, 1962.

BATHIA, K. G. Foundation for Industrial Machines, In: Handbook for Practising Engineers. New Delhi, India, 2008.

BAXTER, R. L.; BERNHARD, D. L. *Vibration Tolerances for Industry*. ASME Paper 67-PEM-14, (1967) apud RICHART, F. E., JR., HALL, J.R., JR. E WOODS, R. D. *Vibration of Soils and Foundations*. Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1970.

Bazant, Z. P.; Cedolin, L. *Stability of Structures. Elastic-Inelastic Fracture and Damage Theories*. Oxford University Press, New York, 1991.

BRITISH STANDARD. BS-7385: Evaluation and measurement for vibration in buildings. Parte 1 - Guide to measurement of vibrations and evaluation of their effects on buildings. 1990.

CARVALHO, F. W. L. de. *Procedimento experimental para avaliação do fator de amortecimento em estruturas*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, MG, Brasil, 2002.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETON. *Vibration Problems in Structures - Practical Guidelines*. Bullitin d'information n° 209, 1991.

CHOPRA, A. K. *Dynamics of Structures – Theory and Applications to Earthquake Engineering*. 3rd ed., Pearson Education, Inc., New Jersey, 2007.

CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. *Dynamics of Structures*, 3rd ed., Computers and Structures, Inc., Berkeley, 1995.

CRAIG JR. R. R. *Structural Dynamics – An Introduction to Computer Methods*. John Wiley& Sons, Inc., New York, 1981.

DALBONE, A.R.; SÁNCHEZ FILHO, E. de S., 2011. Análise Dinâmica de Fundações Diretas para Máquinas Rotativas. Engenharia Estudo e Pesquisa. vol. 11, n. 2, pp. 36-46.

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. DIN 4024-1 – Machine Foundations – Rigid Foundations for Machinery Subjected to Periodic Vibration, Berlin, German, 1988.

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. DIN 4024-2 – Machine Foundations – Rigid Foundations for Machinery Subjected to Periodic Vibration, Berlin, German, 1991.

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. DIN 4150-2: Vibrations in Buildings - Part 2: Effects on Persons in Buildings. 1999.

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. DIN 4150-3: Vibration in buildings - Part 3: Effects on structures. 1999.

DIRETIVA EUROPEIA - DIRECTIVE 2002/44/EC: On the Minimum Health and Safety Requirements Regarding the Exposure of Workers to the Risks Arising From Physical Agents (Vibration) - of the European Parliament and of the Council, 2002.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. EUROCODE 1: ACTIONS ON STRUCTURES - Part3: Actions induced by cranes and machinery. 2002.

FIGUEIREDO FERRAZ Consultoria e Engenharia de Projeto S.A. Análise em Serviço de PMLZ-1 em GTSTRUDL. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2004.

GAMA, C. D., PANEIRO, G., A.. *Incomodidade Humana Perante As Vibrações e sua Caracterização Absoluta e Relativa*, Centro de Geotecnia, IST, Lisboa, Portugal. Disponível em: <[cegeo.ist.utl.pt/html/publicações.shtml](http://cegeo.ist.utl.pt/html/publicações.shtml)>.

GRIFFIN, M. J. *Handbook of Human Vibration*. Ed. Academic Press, London, 1996.

GTSTRUDL - Structural Design & Analysis Software, Release 29.1, 2009.

INTERNATIONAL STANDARD ORGANIZATION. ISO 1940-1. Mechanical Vibration - Balance Quality Requirements of Rigid Rotors - Part 1: Determination of Permissible Residual Unbalance. 1986.

INTERNATIONAL STANDARD ORGANIZATION. ISO 2372: Mechanical Vibration of Machines with Operating Speeds from 10 to 200 rev/s. Basis for Specifying Evaluation Standards. 1974

INTERNATIONAL STANDARD ORGANIZATION. ISO 2631-1: Mechanical Vibration and Shock - Evaluation of Human Exposure to Whole-Body Vibration – Part 1: General Requirements. 1997.

INTERNATIONAL STANDARD ORGANIZATION. ISO 2631-2: Evaluation of Human Exposure to Whole-Body Vibration – Part 2: Human Exposure to Continuous and Shock-Induced Vibrations in Buildings (1 to 80Hz). 2001.

INTERNATIONAL STANDARD ORGANIZATION, ISO 5349-1: Mechanical Vibration – Measurement and Evaluation of Human Exposure to Hand-Transmitted Vibration – Part 1: General Requirements. 2001.

LENZEN, K. H., *Vibration of Steel Joist Concrete Slab Floors*. In: Engineering journal, v.3(3), p. 133-136, 1996.

LÓPEZ, E. J. *Dinámica de Rotores*. Trabalho de Graduação. Universidad Nacional del Comahue, 2002.

MACHADO, F.G., *Estudo do Comportamento de Fundações Submetidas a Vibrações de Máquinas*. Dissertação de Mestrado, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2010.

MARCONDES, M. M. R.; GALGOUL, N.S. *Simple Modelling Techniques for Piled Foundations*. In: International Symposium on Offshore Engineering, 1983, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. Ed. Pentech Press, 1984, Vol. 4, p. 103-111.

MATLAB. Versão R2012a. MathWorks, 2012.

MILET, R. R. *Análise Comparativa de Métodos de Cálculo para Fundações de Máquinas*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco, Pernambuco, PE, Brasil, 2006.

MISAEEL, M. R. *Conforto Humano aos Níveis de Vibração*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais. Minas Gerais, MG, Brasil, 2001.

MOREIRA, B. C. *Avaliação Comparativa de Pisos e Edificações em Estrutura Metálica Quanto ao Critério de Vibração*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Ouro Preto. Minas Gerais, MG, Brasil, 2004.

MURRAY, T. M.; ALLEN, D. E.; UNGAR, E. E. *Floor vibration due to human activity*, Steel Design Guide Series, AISC, Chicago, USA, 2003.

MUSZYNSKA, A. *Rotordynamics*. CRC Taylor & Francis Group, New York, 2005.

NETO, E.S.A, 1989. Introdução à Análise Dinâmica de Fundações de Máquinas. Dissertação de Mestrado, USP, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Brasil, 1989.

NORMA REGULAMENTADORA. NR 15. anexo nº 8: *Vibrações* - Alterado pela Portaria SSMT n.º 12, Ministério do Trabalho, Brasil. 1983.

PEREIRA, C. C. G. *Curvas de Percepção e Conforto Humano para Vibrações Verticais*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Ouro Preto. Minas Gerais, MG, Brasil, 2005.

PEREIRA, J. C. *Introdução à Dinâmica de Rotores*. Notas de aula. Universidade Federal de Santa Catarina. Santa Catarina, SC, Brasil, 2003.

PETROBRAS – PETRÓLEO BRASILEIRO S.A. – N-1848 – REV. C – Projeto de Fundações de Máquinas. Rio de Janeiro, Brasil, 2011.

PINO JUNIOR, A. del. Análise do Comportamento de Estacas do Tipo Broca Escavada com Trado Mecânico, Solicitadas por Esforços Transversais. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Paulista. São Paulo, SP, Brasil, 2003.

POULOS, H. G.; DAVIS, E. H. *Pile Foundation Analysis and Design*. John Wiley & Sons Inc., New York, 1980.

REIHER, H. E, MEISTER, F. J. The Effect of Vibration on people. Traduzido da Forsch Geb, p 381-386, Ohio, 1946.

RIMOLA, B.D., 2010. Análise dinâmica de plataformas de aço para produção de petróleo com base na consideração do efeito da interação solo-estrutura. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, PGECIV, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, UERJ, Rio de Janeiro/RJ, Brasil.

RICHART, F. E., JR., HALL, J.R., JR. E WOODS, R. D. *Vibration of Soils and Foundations*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1970. p. 406.

RIMOLA, B.D., 2010. Análise dinâmica de plataformas de aço para produção de petróleo com base na consideração do efeito da interação solo-estrutura. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, PGECIV, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, UERJ, Rio de Janeiro/RJ, Brasil.

RODRIGUES, D. M. C. ; SILVA, J. G. S. ; BURGOS, R. B. *Modelagem Numérica e Estudo da Resposta Dinâmica de Sistemas Estruturais para Fundações de Máquinas*. In: CILAMCE 2016 - XXXVII Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 2016, Brasília/DF. Proceedings of the CILAMCE 2016 - XXXVII Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering. Rio de Janeiro/RJ: Editora da ABMEC - Associação Brasileira de Métodos Computacionais em Engenharia, 2016. v. 1. p. 1-17.

SAP2000 Advanced 14.0.0, Computers & Structures, Inc. 1995 University Avenue - Berkeley, California 94704 USA.

SILVA, E. L. da. *Dinâmica de Rotores: Modelo Matemático de Mancais Hidrodinâmicos*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Paraná. Paraná, PR, Brasil, 2004.

SOEIRO, N. S. *Curso de Fundamentos de Vibrações e Balanceamento de Rotores*. Notas de aula. Universidade Federal do Pará. Pará, PA, Brasil, 2008.

SOUZA COSTA, G.A., 2013. Análise Vibratória de Fundações de Máquinas sobre Estacas. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, PGECIV, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, UERJ, Rio de Janeiro/RJ, Brasil.

SOUZA, M. G. de, CICOGNA, T. R., CHIQUITO, A. J. *Excitação dos modos normais de um sistema usando um motor desbalanceado*. Revista Brasileira de Ensaio de Física, v. 29, n. 1, p.5-10, 2007.

SRINIVASULU, P., VAIDYANATHAN, C. V. *Handbook of Machine Foundations*. McGraw-Hill, New Delhi, 1976.

TERZAGHI, K. *Evaluation of Coefficients of Subgrade Reaction*. Géotechnique, London, v. 4, nº 4, December, 1955, p. 297-326.

VASCONCELOS, R. P. *Atenuações de Vibrações em Lajes Nervuradas de Piso em Concreto Armado*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1998.

WINKLER, E. "Die Lehre von Elastizität und Festigkeit" (On Elasticity and Fixity), Dominicus, Prague, 1867.

WYATT, T. A. *Design Guide on The Vibration of Floors*. SCI Publication, Berkshire, England, 1989.



ZHOU, S.; SHI, J. *Active Balancing and Vibration Control of Rotating Machinery: A Survey*. The Shock and Vibration Digest – Sage Publications, Vol. 33, No. 4, July 2001, p. 361-371.