



**Universidade do Estado do Rio de Janeiro**

Centro de Tecnologia e Ciências

Faculdade de Engenharia

Vitor Rodrigues Gomes

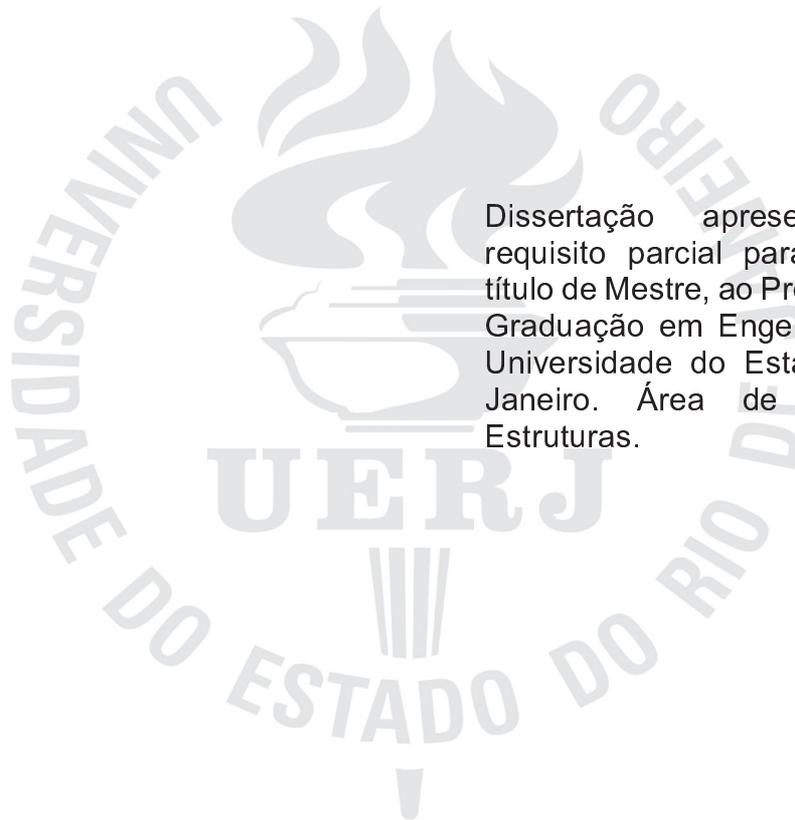
**Análise da influência de ligações semirrígidas na robustez de  
pórticos metálicos**

Rio de Janeiro

2017

Vitor Rodrigues Gomes

**Análise da influência de ligações semirrígidas na robustez de pórticos metálicos**



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Estruturas.

Orientadores: Prof. André Tenchini da Silva  
Prof. Luciano Rodrigues Ornelas de Lima

Rio de Janeiro

2017

CATALOGAÇÃO NA FONTE  
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC/B

G633 Gomes, Vitor Rodrigues.  
Análise da influência de ligações semirrígidas na robustez de pórticos metálicos / Vitor Rodrigues Gomes. – 2017.  
151f.

Orientadores: André Tenchini da Silva e Luciano Rodrigues Ornelas de Lima.

Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia.

1. Engenharia Civil - Teses. 2. Estruturas metálicas - Teses. 3. Pórticos - Teses. 4. Resistência de materiais - Teses. I. Silva, André Tenchini da. II. Lima, Luciano Rodrigues Ornelas de. III. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. IV. Título.

CDU 624.014

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta tese, desde que citada a fonte.

Vitor Rodrigues Gomes  
Assinatura

30 de outubro de 2017  
Data

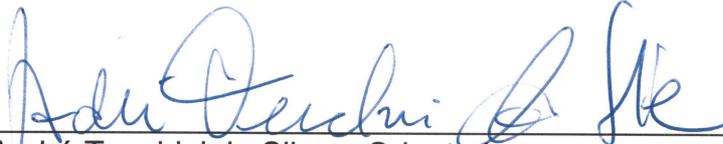
Vitor Rodrigues Gomes

## Análise da influência de ligações semirrígidas na robustez de pórticos metálicos

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Estruturas.

Aprovado em 30 de outubro de 2017

Banca Examinadora:



---

Prof. André Tenchini da Silva - Orientador  
Faculdade de Engenharia – UERJ



---

Prof. Luciano Rodrigues Ornelas de Lima - Orientador  
Faculdade de Engenharia – UERJ



---

Prof. Pedro Colmar Gonçalves da Silva Vellasco  
Faculdade de Engenharia – UERJ



---

Prof. Alexandre Abrahão Cury  
Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF

Rio de Janeiro

2017

## DEDICATÓRIA

Aos meus amados pais, Márcio e Ana, que tudo fizeram para que chegasse até aqui.  
À minha amada esposa, Luana, por toda a compreensão e incentivo.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço à Deus por sua graça, misericórdia e amor, por me dar muito mais do que preciso ou mereço, e fazer com que tudo ocorra no tempo que Ele planejou.

Agradeço aos meus pais, Márcio e Ana, por todo o amor, incentivo e dedicação, nas inúmeras horas trabalhadas para pagar meus estudos e dedicadas a me ensinar.

Ao meu irmão Arthur, por sua amizade e carinho, por me ajudar a ser melhor e pela oportunidade e responsabilidade de ser seu irmão mais velho.

A minha esposa Luana, pelo amor, compreensão e companheirismo. Suas palavras de carinho e dedicação em me ajudar tornaram esse momento possível, e nada disso teria sentido se não fosse você.

Ao amigo e orientador Prof. André Tenchini pela orientação na condução desta dissertação, pelo tempo dedicado, por todos os conselhos pessoais, e principalmente, pela paciência e compreensão, até mesmo quando eu lhe enchia de mensagens e dúvidas durante as madrugadas.

Ao orientador Prof. Luciano pelas orientações, pelo fornecimento de dados relativos ao seu trabalho e por toda a ajuda prestada.

Aos meus amigos Prof. Cléber Maestri e Prof. Delfim Soares que me aconselharam e incentivaram a seguir o caminho acadêmico.

Aos amigos companheiros de mestrado, em especial ao Nathann Vasconcelos, Victor Dornelles, Pablo Martins, Douglas Rodrigues pela amizade, cooperação nos estudos e ensinamentos. Vocês ajudaram a tornar essa etapa mais prazerosa e leve.

A Universidade do Estado do Rio de Janeiro, em especial ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil por me acolher como aluno do curso de mestrado.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro ao longo do curso.

E a todos que, direta ou indiretamente, fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

Por vezes sentimos que aquilo que fazemos não é senão  
uma gota de água no mar. Mas o mar seria menor se lhe  
faltasse uma gota.

*Madre Teresa de Calcutá*

## RESUMO

GOMES, Vitor R. *Análise da influência de ligações semirrígidas na robustez de pórticos metálicos*. 2017. 151f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

Nos últimos anos, o interesse em se conhecer e avaliar o caminho pós-crítico das estruturas cresceu consideravelmente, principalmente pelo aumento do número de atentados terroristas. Em estruturas de aço, as ligações possuem grande importância no comportamento estrutural, e a garantia de uma resistência adequada é essencial para a prevenção ao colapso progressivo. Com o objetivo de fornecer dados sobre o desenvolvimento dos esforços internos nesse tipo de análise, esta dissertação apresenta um conjunto de análises paramétricas de modelos numéricos em elementos finitos de estruturas metálicas com ligação semirrígida aparafusada com placa de extremidade ajustada, simuladas no evento da perda de uma coluna central. Avaliou-se a robustez da estrutura, bem como o desenvolvimento dos esforços internos e da resposta estrutural da ligação. Posteriormente, os resultados encontrados foram avaliados segundo os principais documentos de dimensionamento à robustez. Constatou-se que a garantia da existência de elementos capazes de resistir a grandes esforços de tração é condicionante para se elevar a robustez de uma estrutura e auxiliar na prevenção ao colapso progressivo. Além disso, percebeu-se que a maioria das ligações avaliadas foi capaz de atender aos critérios das normas de prevenção ao colapso progressivo.

Palavras-chave: Robustez estrutural; Ligação semirrígida; Colapso progressivo; Análise Não Linear.

## ABSTRACT

GOMES, Vitor R. *Robustness analysis of steel portal frames with semi-rigid joints*. 2017. 151f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

In recent years, the interest in knowing and evaluating the post-critical path of structures has grown considerably, mainly due to the increase in the number of terrorist attacks. In steel structures, joints are of great importance in its structural behavior, and ensuring adequate resistance is essential for preventing progressive collapse. In order to provide data about the development of internal stresses of such analysis, this dissertation presents a set of parametric analyses of steel structures with bolted flush endplate semi-rigid joints by means of numerical models based on finite element method, simulating an event of loss of an internal column. The robustness of the structure was evaluated, as well as the development of internal stresses and structural response of the joints. Then, the results were evaluated according to the main design codes of robustness. It was verified that the existence of elements able to withstand great efforts of tension is conditional to increase the robustness of the structure and to aid the prevention of progressive collapse. In addition, it was noticed that most of the evaluated joints were able to meet the criteria of the codes of prevention of progressive collapse.

Keywords: Structural Robustness; Semi-rigid connection; Progressive collapse; Nonlinear Analysis.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Colapso progressivo do edifício Ronan Point/Londres em 1968 devido a uma explosão de gás [1] .....	20
Figura 2 – Sequência do colapso do World Trade Center em 2001 [2].....	21
Figura 3 – Colapso do Edifício Federal Alfred P. Murrah em 1995 [3] .....	21
Figura 4 – Efeito de catenária devido à perda de uma coluna [5] .....	22
Figura 5 – Detalhe da região onde houve a explosão de gás do edifício Ronan Point/Londres em 1968 que ocasionou o colapso progressivo [10] .....	26
Figura 6 - Colapso desproporcional do Hartford Civic Center/Harford em 1978 devido ao erro de execução [11].....	27
Figura 7- Área sob risco de colapso no evento de um acidente [15].....	32
Figura 8 - Premissas para providência das forças de amarração [19] .....	37
Figura 9 – Gráfico momento versus rotação típico para casos de perda de coluna [29] .....	43
Figura 10 - Classificação das ligações de acordo com sua rigidez [30] .....	45
Figura 11 - Distribuição elástica de momentos fletores num pórtico simples [30] .....	46
Figura 12 - Ligação de um pórtico de galpões com vigas inclinadas [30] .....	47
Figura 13 - Propriedades para dimensionamento de uma ligação [31] .....	49
Figura 14 – Classificação das ligações de acordo com a rigidez inicial [31] .....	50
Figura 15 – Diagrama de interação de uma ligação com placa de extremidade estendida [30].....	52
Figura 16 – Dimensões dos perfis laminados IPE240 e HEB240 [30].....	55
Figura 17 – Detalhe do parafuso M20 classe 10.9 [30] .....	55
Figura 18 – Ligação ensaiada com placa de extremidade ajustada [30].....	56
Figura 19 – Detalhe das ligações utilizadas nos ensaios com placa de extremidade ajustada (série FE) [30] .....	56
Figura 20 – Ciclos de carregamento utilizados nos ensaios [30].....	56
Figura 21 – Pórtico de aplicação da carga [30] .....	57
Figura 22 – Esquema da curva quad-linear de tensão versus deformação dos materiais.....	62
Figura 23 – Curvas tensão-deformação dos materiais.....	63
Figura 24 – Modelo numérico e condições de contorno.....	64

Figura 25 – Detalhes das malhas e geometrias adotadas .....	66
Figura 26 – Seção utilizada para criação de corpo rígido e retirada de dados dos esforços internos .....	67
Figura 27 – Zona plastificada e nós utilizados para cálculo da rotação .....	67
Figura 28 – Gráfico momento versus rotação – numérico e experimental – FE01 ....	68
Figura 29 – Rigidez inicial – numérico e experimental – FE01 .....	69
Figura 30 – Momento resistente – numérico – FE01.....	70
Figura 31 – Comparação dos resultados obtidos – FE01 .....	70
Figura 32 – Comparação de deformação – experimental e numérico.....	71
Figura 33 – Comparação da curva momento rotação sob uma força equivalente à 20% da tensão plástica da viga.....	71
Figura 34 – Representação esquemática da comportamento elastoplástico do material com dano progressivo [43] .....	74
Figura 35 – Dependência entre deformação equivalente de fratura e tensão triaxial [45] .....	75
Figura 36 – Lei de evolução do dano para os parafusos e demais peças da ligação	76
Figura 37 – Modelos dos corpos de prova para validação dos critérios de ruptura...	77
Figura 38 – Gráficos tensão versus deformação das peças da ligação com critério de ruptura implementado .....	78
Figura 39 – Ruptura dos corpos de prova .....	79
Figura 40 – Comparação entre análise estática e explícita com dano da ligação sujeita apenas a momento fletor .....	79
Figura 41 – Deformada e tensão de von Mises da ligação após ruptura .....	80
Figura 42 – Deformação e tensão de von Mises dos parafusos na ligação calibrada .....	80
Figura 43 – Etapa de aplicação de carregamento para análise não linear dinâmica [9] .....	83
Figura 44 – Passos de carregamento para análise não linear dinâmica [9].....	83
Figura 45 – Vista isométrica da estrutura proposta .....	86
Figura 46 – Vista superior da estrutura proposta com identificação dos pórticos em ligação semirrígida analisados .....	87
Figura 47 – Gráfico Momento Rotação das ligações dimensionadas segundo o Eurocode [4].....	89
Figura 48 – Gráfico momento versus rotação dos modelos numéricos.....	90

Figura 49 – Tensão de von Mises e deformação na carga máxima resistente .....	91
Figura 50 – Deformação plástica na carga máxima resistente .....	92
Figura 51 – Deformadas após ruptura dos modelos numéricos .....	93
Figura 52 – Redução da estrutura modelada .....	95
Figura 53 – Exemplificação do passo de carga suave utilizado .....	96
Figura 54 – Detalhes da estrutura do pórtico modelada.....	97
Figura 55 – Gráficos momento e esforço normal versus rotação na estrutura com 3 colunas e ligação padrão .....	98
Figura 56 – Gráficos momento e esforço normal versus rotação nas estruturas com 3 colunas com parafuso mais resistente .....	99
Figura 57 – Gráficos momento e esforço normal versus rotação nas estruturas com 3 colunas com placa mais resistente.....	100
Figura 58 – Gráfico momento versus rotação dos modelos com 3 colunas .....	101
Figura 59 – Esforço axial versus rotação nos modelos com três colunas .....	103
Figura 60 – Gráfico força resultante versus deslocamento aplicado na coluna central .....	104
Figura 61 – Gráfico momento versus rotação dos modelos com vão variável .....	106
Figura 62 – Gráfico esforço normal versus rotação dos modelos com vão variável	106
Figura 63 – Gráfico força resultante versus rotação proveniente do deslocamento aplicado na coluna central com variação dos vãos .....	106
Figura 64 – Momento fletor versus rotação de todos os modelos numéricos com três colunas analisados.....	107
Figura 65 – Esforço normal versus rotação de todos os modelos numéricos com três colunas analisados.....	107
Figura 66 – Força resultante na coluna central de todos os modelos numéricos com 3 colunas analisados.....	108
Figura 67 – Interação entre o momento fletor e esforço normal nos modelos paramétricos.....	109
Figura 68 – Comparativo da interação entre o momento fletor e esforço normal nos modelos paramétricos .....	110
Figura 69 – Deformação plástica e modo de ruptura da ligação padrão .....	111
Figura 70 – Deformação plástica e modo de ruptura das ligações paramétricas ....	112
Figura 71 – Deformação plástica e modo de ruptura dos modelos com vão variável .....	113

Figura 72 – Vista superior da estrutura verificada à robustez .....	115
Figura 73 – Distribuição do carregamento na coluna central .....	116
Figura 74 – Critérios baseados na tração dos elementos .....	122
Figura 75 – Critérios baseados no carregamento do pavimento .....	123

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Principais classes de consequência para edifícios [15].....	31
Tabela 2 – Classes de consequência para principais tipos de edifícios [19].....	36
Tabela 3 – Exigências de dimensionamento [19].....	37
Tabela 4 – Coeficiente de modificação de rigidez $\eta$ [31].....	49
Tabela 5 – Propriedades mecânicas dos materiais [30].....	58
Tabela 6 – Dimensionamento das componentes – Ensaio FE1 [30] .....	59
Tabela 7 – Tabela resumo das tensões utilizadas antes da correção da lei constitutiva do material [30].....	61
Tabela 8 – Deformações características dos materiais calibrados.....	62
Tabela 9 – Tamanho dos elementos utilizados na malha .....	76
Tabela 10 – Fator de sobre resistência para materiais metálicos .....	82
Tabela 11 – Modelos do estudo paramétrico .....	88
Tabela 12 – Momento resistente inicial e relativo nos modelos numéricos.....	94
Tabela 13 – Momento máximo absorvido pelas ligações da estrutura de 3 colunas .....	102

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ASCE	American Society of Civil Engineers
BSI	British Standards Institution
CFR	Coeficiente de Força Residual
DEC	Departamento de Engenharia Civil
EUROCODE	European Committee for Standardisation
FEN	Faculdade de Engenharia
FEP	Flush end-plate
MEF	Método dos elementos finitos
SBEDS	Single-Degree-of-Freedom Blast Effects Design Spreadsheets
UFC	Unified Facilities Criteria

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$	área total da seção transversal do perfil da coluna
$A_0$	área do parafuso
$A_{vc}$	área de corte da alma da coluna
$b_{\text{eff},t,wb}$	largura efetiva da alma da coluna à tração
$b_{\text{ff}}$	largura da mesa da coluna
$b_{\text{eff},c,wc}$	largura efetiva da alma da coluna à compressão
$B_{t,Rd}$	resistência de um parafuso à tração
$D$	variável de dano geral
$E$	módulo de elasticidade
$F_{c,fb,Rd}$	resistência da mesa da viga à compressão
$F_{c,wc,Rd}$	resistência da alma da coluna à compressão
$F_i$	força de tração nas vigas internas
$F_{i,Rd}$	resistência de cada linha de parafusos em tração
$F_p$	força de tração nas vigas de periferia
$F_t$	força de tração na ligação
$F_{T,1,Rd}$	resistência do t-stub à flexão – modo 1
$F_{T,2,Rd}$	resistência do t-stub à flexão – modo 2
$F_{T,3,Rd}$	resistência do t-stub à flexão – modo 3
$F_{t,Rd}$	resistência de um parafuso à tração
$F_{t,wb,Rd}$	resistência da alma da viga à tração
$F_{t,wc,Rd}$	resistência da alma da coluna à tração
$F_u$	tensão de ruptura do material
$f_{ub}$	tensão última do parafuso
$f_y$	tensão de escoamento do material
$f_{y,fc}$	tensão de escoamento da mesa da coluna
$f_{y,wc}$	tensão de escoamento da alma da coluna
$G_k$ ou $D$	carregamento permanente característico

$h_i$	distância da linha de parafusos ao centro de compressão
$h_r$	distância entre a linha de parafusos $i$ ao centro de compressão
$I_b$	é o momento de inércia da viga
$I_c$	é o momento de inércia da coluna
$k_{eq}$	rigidez equivalente das molas associadas em paralelo
$k_{wc}$	fator de correção
$k_1$	coeficiente de rigidez da alma da coluna ao corte – componente 1
$k_{10}$	coeficiente de rigidez de um parafuso à tração
$k_2$	coeficiente de rigidez da alma da coluna à compressão – componente 2
$k_3$	coeficiente de rigidez da alma da coluna à tração – componente 3
$k_4$	coeficiente de rigidez da alma da coluna à flexão – componente 4
$k_5$	coeficiente de rigidez da placa de extremidade à flexão – componente 5
$k_7$	coeficiente de rigidez da mesa da viga à compressão – componente 7
$k_8$	coeficiente de rigidez da alma da viga à tração – componente 8
$k_b$	é o valor mínimo de $I_b/I_b$ para todas as vigas do último pavimento da edificação
$k_c$	é o valor mínimo de $I_c/I_c$ para todas as colunas no pavimento analisado
$k_{eff,r}$	rigidez efetiva das molas associadas em série
$k_{i,r}$	valor de rigidez de cada uma das componentes
$l_{eff,2}$	largura efetiva do t-stub – modo 2
$l_{eff,nc}$	formas não-circulares
$L_1$	maior distância entre centros de colunas
$L_a$	maior distância entre colunas no sentido perpendicular
$L_b$	é o vão da viga (centro a centro das colunas)
$L_c$	é o comprimento da coluna no pavimento
$l_{eff,1}$	largura efetiva do t-stub – modo 1

$l_{eff,cp}$	formas circulares
$L_p$	fator de correção entre unidades métricas e imperiais
$M$	momento atuante
$M_0$	coeficiente de resistência
$M_1$	coeficiente de segurança
$M_2$	coeficiente de resistência
$M_{c,Rd}$	momento resistente da seção transversal
$M_{j,Rd}$	momento resistente
$M_n$	momento negativo
$M_p$	momento positivo
$M_{pl,1,Rd}$	momento resistente do t-stub à flexão – modo 1
$M_{pl,2,Rd}$	momento resistente do t-stub à flexão – modo 2
$N$	esforço normal atuante
$n$	tensão média triaxial
$n_b$	número de linhas de parafusos em tração
$n_c$	número de componentes ativas em cada linha de parafusos
$PE$	deformação plástica
$Q_k$ ou $L$	carregamento acidental característico
$r$	raio de concordância
$S_{j,ini}$	rigidez inicial rotacional
$S_k$	carregamento de neve característico
$s_p$	comprimento obtido pela dispersão à 45° através da placa de extremidade
$S_t$	tamanho do vão na direção do eixo analisado
$T$	temperatura
$t_f$	espessura da mesa do t-stub
$t_p$	espessura da placa de extremidade
$t_{fb}$	espessura da mesa da viga
$t_{fc}$	espessura da mesa da coluna
$t_w$	espessura da alma da viga

$t_{wc}$	espessura da alma da coluna
$V$	cortante na ligação
$V_{wp,Rd}$	resistência da alma da coluna ao corte
$W_c$	carregamento linear dos fechamentos ponderado
$W_f$	carregamento do pavimento devido às cargas gravitacionais
$W_k$	carregamento de vento característico
$W_{pl}$	módulo plástico da seção transversal
$Z_{eq}$	braço de alavanca
$\alpha$	coeficiente de imperfeição global
$\beta$	parâmetro de transformação
$\gamma_{M1}$	coeficiente de modificação de rigidez
$\gamma_{M2}$	fator de redução devido à flambagem da placa
$\varepsilon$	deformação real
$\bar{\varepsilon}_f$	deformação de fratura
$\varepsilon_n$	deformação nominal
$\theta$	rotação
$\lambda_1$ e $\lambda_2$	coeficientes
$\lambda_p$	esbeltez da placa de extremidade
$\nu$	coeficiente de poisson
$\sigma$	tensão real de Von Mises
$\bar{\sigma}$	tensão teórica do material na ausência de dano
$\sigma_{com,Ed}$	máxima tensão longitudinal de compressão
$\sigma_n$	tensão nominal de Von Mises
$\sigma_H$	tensão hidrostática
$\varphi_{Cd}$	capacidade de rotação
$\mu$	coeficiente de atrito
$\psi$	fator minorador das ações
$\omega$	fator de redução
$\Omega_L$	fator majorador

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>20</b>
<b>1 ROBUSTEZ ESTRUTURAL</b> .....	<b>25</b>
1.1 Definição .....	25
1.2 Propriedades de uma estrutura robusta .....	27
1.3 Dificuldades na implementação de uma análise da robustez .....	28
1.4 Diretrizes normativas e filosofias de dimensionamento quanto à robustez	29
1.4.1 Eurocode EN 1990 [10] .....	29
1.4.2 Diretrizes do Reino Unido [15] e Eurocode EN 1991 [8] .....	30
1.4.3 Diretrizes nos Estados Unidos .....	33
1.4.3.1 ASCE-7 [16] .....	33
1.4.3.2 Código de construção da cidade de Nova York [17] .....	34
1.4.3.3 Critérios de Instalações Unificadas (Unified Facilities Criteria) UFC 4-023-03 [19] .....	35
1.4.4 Estudos numéricos e experimentais .....	40
<b>2 LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS</b> .....	<b>45</b>
2.1 Definição .....	45
2.2 Combinação entre esforço axial e momento fletor .....	51
2.2.1 Modelo analítico considerando-se esforços normais .....	51
2.2.1.1 Diagrama de interação .....	52
<b>3 DESENVOLVIMENTO DO MODELO NUMÉRICO</b> .....	<b>54</b>
3.1 Introdução .....	54
3.2 Ensaios experimentais realizados por Lima [30] .....	54
3.2.1 Propriedades mecânicas e geométricas .....	57
3.2.2 Cálculo da ligação .....	59
3.3 Calibração do modelo numérico proposto .....	60
3.3.1 Calibração do modelo da ligação isolada .....	60
3.3.2 Calibração dos critérios de ruptura e análise explícita .....	72
3.3.3 Considerações sobre análises dinâmicas .....	82
<b>4 ROBUSTEZ ESTRUTURAL DE LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS</b> .....	<b>85</b>
4.1 Introdução .....	85
4.2 Estudo paramétrico dos modelos numéricos .....	88

4.2.1 Dimensionamento segundo o Eurocode 3 [4].....	89
4.2.2 Modelo numérico das ligações isoladas com ruptura.....	90
4.2.3 Modelo numérico de uma estrutura com três colunas.....	95
4.2.3.1 Esforços nas ligações.....	98
4.2.3.2 Dependência do tamanho dos vãos.....	104
4.2.3.3 Interação entre momento fletor e esforço normal.....	108
4.2.3.4 Tensões e modos de ruptura.....	111
<b>5 APLICAÇÃO DOS RESULTADOS ÀS PRESCRIÇÕES DE ROBUSTEZ .....</b>	<b>115</b>
<b>5.1 Bases das análises às prescrições técnicas .....</b>	<b>115</b>
<b>5.2 Comparação com os documentos sobre robustez .....</b>	<b>117</b>
5.2.1 Eurocódigos e prescrições do The Building Regulations: Approved Document A [15].....	117
5.2.2 ASCE-7 [16].....	118
5.2.3 Código de Construção da Cidade de Nova York [17].....	118
5.2.4 Critério de Instalações Unificadas UFC 4-023-03 [19].....	119
5.2.5 Comparação com estudos da revisão bibliográfica.....	121
<b>5.3 Comparação dos resultados .....</b>	<b>122</b>
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>124</b>
6.1 Introdução.....	124
6.2 Conclusões.....	124
6.3 Sugestões para trabalhos futuros .....	128
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>129</b>
<b>Anexo A Dimensionamento das Ligações FE01 .....</b>	<b>135</b>
<b>Anexo B Resultados das componentes dos modelos paramétricos segundo o Eurocode 3.....</b>	<b>147</b>
<b>Anexo C Dimensionamento pelo método de Cerfontaine para a ligação PL15M20 [30] .....</b>	<b>148</b>

## Introdução

### Generalidades

O colapso progressivo vem sistematicamente atraindo interesse desde o colapso parcial do edifício Ronan Point ocorrido em Londres em 1968, devido a uma explosão proveniente de um vazamento de gás. Este episódio fez surgir o interesse em entender o comportamento pós-crítico das estruturas fornecendo às mesmas, mecanismos de prevenção de um colapso progressivo. A Figura 1 ilustra esse evento desastroso.



Figura 1 - Colapso progressivo do edifício Ronan Point/Londres em 1968 devido a uma explosão de gás [1]

Nos últimos anos, ataques terroristas renovaram o interesse no estudo do colapso progressivo e robustez estrutural. Como exemplo, destaca-se o fatídico atentado do World Trade Center, em 2001, apresentado na Figura 2, em que um avião

chocou-se contra a torre de um edifício e que após duas horas sofreu um colapso global e o atentado do Edifício Federal Alfred P. Murrah em 1995, na cidade de Oklahoma, em que um caminhão bomba colidiu com o edifício. Este colapso é apresentado na Figura 3.



Figura 2 – Sequência do colapso do World Trade Center em 2001 [2]



Figura 3 – Colapso do Edifício Federal Alfred P. Murrah em 1995 [3]

Motivados por causas como as relatadas, algumas entidades desenvolveram ações de forma a fornecer orientações de dimensionamento à robustez, que, para alguns casos, indica que os edifícios sejam modelados e verificados, por exemplo, em situação da perda de algum elemento crítico.

Em estruturas de aço, a capacidade de resistir aos esforços excepcionais causados pela perda de um elemento é provida e garantida, na maioria dos casos, pela ligação, visto que é comum que as ligações não sejam dimensionadas como

sendo completamente resistentes, ou seja, usualmente, elas apresentam uma capacidade de resistir aos esforços de cisalhamento, tração e flexão inferiores àqueles apresentados pelas vigas e colunas que a compõem.

Diversas normas, como o Eurocode 3 [4], consideram que as ligações podem possuir um comportamento semirrígido não linear, o que torna ainda mais difícil o entendimento dos mecanismos internos na ocasião de um evento crítico.

As ligações com chapa da extremidade ajustada são um exemplo comum de ligações semirrígidas e têm sido extensivamente utilizadas devido a sua simplicidade e baixo custo de fabricação, porém, os estudos de robustez desse tipo de ligação são bastante escassos.

### Motivação

Quando há a perda de uma coluna, é esperado o surgimento de esforços de tração nas ligações, pois sem a sustentação desta coluna, as vigas tenderão à apresentar um deslocamento vertical elevado, o que leva a um alongamento dos elementos, que por sua vez, irão ser tracionados. A este comportamento, dá-se o nome de efeito de catenária. O efeito de catenária é capaz de alterar a resposta global da estrutura e pode reduzir a resistência desta. A Figura 4 representa o surgimento desses esforços após a perda de uma coluna.

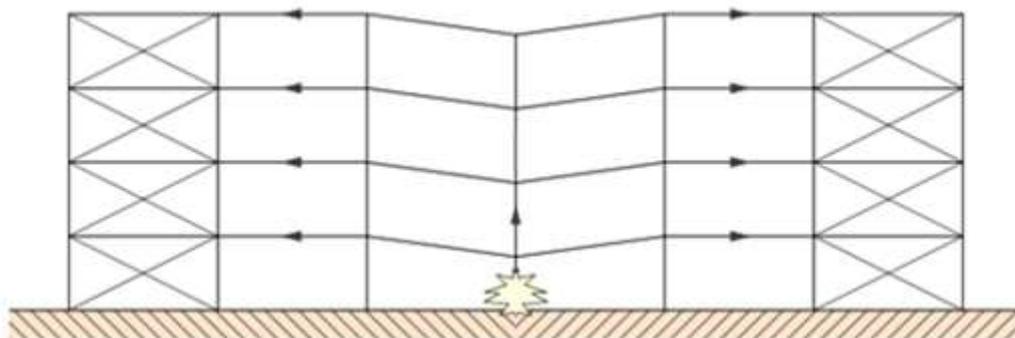


Figura 4 – Efeito de catenária devido à perda de uma coluna [5]

A resposta estrutural de ligações com chapa da extremidade ajustada já foi bastante estudada numericamente e experimentalmente no que se refere à sua capacidade de flexão. Entretanto, a resposta estrutural em situações da perda de uma coluna ainda necessita de maiores investigações.

## Objetivos

As ligações com placa de extremidade ajustada são capazes de resistir bem ao momento fletor e ainda assim exibir uma capacidade rotacional considerável. Neste sentido, os objetivos deste trabalho estão centrados na necessidade de aquisição de informações sobre o comportamento estrutural em situações críticas e na prevenção de um colapso progressivo. Logo, esta dissertação tem o objetivo de analisar o comportamento deste tipo de ligação, avaliar a sua capacidade estrutural comparando-se os resultados obtidos com algumas prescrições normativas e outros estudos.

As seguintes metas foram definidas a fim de que, somadas, conduzissem ao alcance do objetivo desta dissertação:

- Verificação e revisão bibliográfica dos principais critérios de dimensionamento de ligações semirrígidas;
- Verificação e revisão das normas e estudos sobre robustez e colapso progressivo;
- Avaliação da resposta das ligações de um pórtico sob a ocasião da perda de uma coluna central de um edifício através de modelos numéricos em elementos finitos utilizando critérios de progressão do dano em análise explícita, utilizando o software ABAQUS [6] na sua versão 6.14;
- Dimensionamento das cinco ligações estudadas segundo o Eurocode 3 [4];
- Utilização do método de Cerfontaine [7] para avaliação e verificação da interação entre momento fletor e esforço normal na ligação;
- Avaliação da consistência das prescrições propostas nas principais normas técnicas que abrangem critérios de mitigação ao colapso progressivo e comparação dos resultados encontrados com aqueles de outros autores.

## **Estrutura da dissertação**

Neste capítulo introdutório da dissertação, foi apresentada uma breve parte acerca das considerações iniciais, a motivação para o desenvolvimento do trabalho, assim como os objetivos com uma descrição da estrutura da mesma.

O capítulo um apresenta a definição do termo robustez e aborda as propriedades de estruturas robustas, as dificuldades de sua implementação, além da revisão bibliográfica das diretrizes normativas e principais estudos realizados.

O capítulo dois apresenta a definição de ligações semirrígidas e descreve o método das componentes utilizado pelo Eurocode 3 [4]. Também apresenta o estudo de Cerfontaine [7] que analisa a combinação entre esforço axial e momento fletor atuantes na ligação.

O capítulo três apresenta a ligação base estudada, bem como os ensaios experimentais que serviram de referência para este trabalho. Também aborda todo o processo e os parâmetros utilizados para a realização da calibração do modelo numérico, tanto para uma análise estática não linear quanto para uma análise dinâmica do tipo explícita com implementação de critérios de dano progressivo.

O capítulo quatro apresenta o estudo paramétrico realizado, o resultado de cada ligação avaliada segundo o Eurocode 3 [4] e os resultados encontrados através dos modelos numéricos quando sujeitos apenas a momento fletor e também sob a presença de esforços axiais provenientes da simulação da perda da coluna de um edifício.

No capítulo cinco, é realizada uma comparação dos resultados encontrados àqueles sugeridos nas prescrições técnicas sobre robustez e segurança contra o colapso progressivo.

O capítulo seis apresenta as considerações finais desta dissertação, composta pelas principais conclusões e algumas sugestões para trabalhos futuros.

Ao final, também são apresentados alguns anexos que demonstram melhor o dimensionamento das ligações segundo o método das componentes, os resultados deste dimensionamento para as ligações analisadas e também dimensionadas segundo o método de Cerfontaine [7].

## 1 ROBUSTEZ ESTRUTURAL

### 1.1 Definição

O termo robustez é geralmente utilizado para se referir a propriedades como dureza, resistência, durabilidade ou solidez. Entretanto, no âmbito estrutural, este termo tem assumido um caráter único no que tange à integridade estrutural de um edifício submetido à uma configuração crítica.

O Eurocode BS EN 1991-1-7 [8], na sua seção de ações nas estruturas; ações gerais; ações acidentais, define o termo da seguinte maneira:

“Robustez é a habilidade que uma estrutura tem de resistir a eventos como fogo, explosões, impactos ou consequentes de erro humano, sem sofrer um dano desproporcional além daquele gerado pela sua causa de origem”.

Desta definição, conclui-se que uma estrutura não deve sofrer um colapso desproporcional, o que em termos práticos, significa que, por exemplo, uma explosão concentrada ou a perda de um elemento estrutural, ocasionados por uma fonte acidental, não pode levar uma estrutura à uma ruína completa ou um colapso acima um determinado nível de dano que se considere aceitável, nível este diretamente relacionado à magnitude da sua causa original.

Portanto, é necessário dimensionar uma estrutura com elementos que lhe permitam absorver esses esforços extras ocasionados por uma determinada situação crítica. Nos edifícios de aço, em geral, essa capacidade é proporcionada e limitada pelo dimensionamento e concepção das ligações, uma vez que é usual que as ligações não sejam dimensionadas como sendo completamente resistentes, ou seja, elas não apresentam uma capacidade igual ou superior àquelas apresentadas pelas vigas e colunas que a compõem, de forma que o critério crítico para que se evite um colapso progressivo é baseado e controlado pela capacidade da ligação, pois ela é o ponto onde usualmente as rupturas ocorrem [9].

Embora muitas vezes sejam utilizados como sinônimos, os conceitos de colapso desproporcional e colapso progressivo devem ser esclarecidos para um melhor entendimento quanto ao dimensionamento à robustez: o primeiro está relacionado a um colapso global da estrutura ou um colapso que ultrapassa uma região de influência. Já um colapso progressivo está relacionado a um colapso de uma região influenciada por um dano local e a progressão de seus efeitos.

A imagem da Figura 5 ajuda a ilustrar um caso de ocorrência de um colapso progressivo que não gerou um dano desproporcional. Nesta situação, uma explosão de gás na cozinha de um apartamento do 18º andar levou ao colapso de toda a região do edifício abaixo deste cômodo, estendendo-se também até os andares superiores.



Figura 5 – Detalhe da região onde houve a explosão de gás do edifício Ronan Point/Londres em 1968 que ocasionou o colapso progressivo [10]

Já a Figura 6 mostra um exemplo de colapso desproporcional causada por uma falha localizada que se estendeu por toda a estrutura. Na ocasião, o peso da neve acumulada sobre a cobertura levou ao colapso de uma ligação, e a estrutura não suportou essa redistribuição de esforços e cedeu por completo, representando um colapso desproporcional. Posteriormente ao colapso ter ocorrido, constatou-se que a execução das ligações não estava em conformidade com o projeto estrutural definido na época.

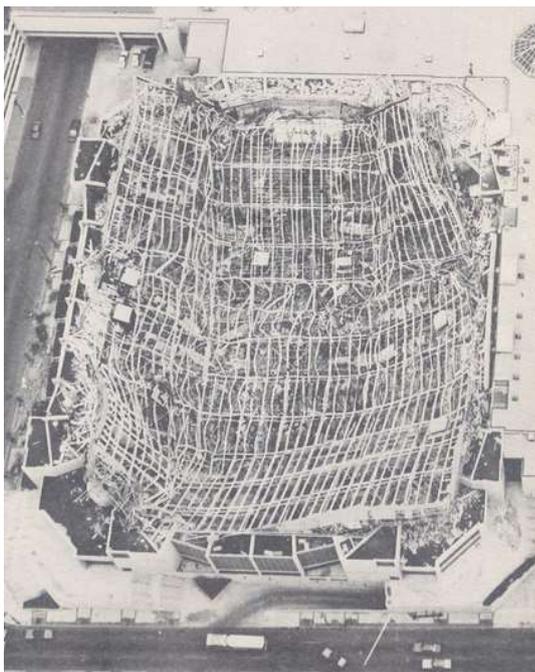


Figura 6 - Colapso desproporcional do Hartford Civic Center/Harford em 1978 devido ao erro de execução [11]

## 1.2 Propriedades de uma estrutura robusta

Atualmente, a maioria das normas e publicações referentes à robustez estrutural limitam-se a prescrições de boas práticas para que se alcance um desempenho superior caso uma situação excepcional ocorra. Dentro dessas prescrições, Alexander [12] destaca algumas referentes às propriedades inerentes a uma estrutura robusta, tais como:

- Resistência: do pórtico como um todo e também de suas partes e ligações;
- Ductilidade: definida como a capacidade do pórtico de se deformar sem perda significativa de resistência;
- Absorção de energia: como resultante da combinação de resistência e ductilidade e a capacidade de resistir a um colapso;
- Redundância: fornecendo à estrutura caminhos alternativos para o carregamento, diminuindo os riscos de colapso;
- Distribuição de capacidade: particularmente naquilo que se refere à resistência lateral do sistema;
- Resistência ao fogo e à corrosão.

### 1.3 Dificuldades na implementação de uma análise da robustez

A análise da robustez ganha uma importância ainda maior nas estruturas atuais, pois, apesar do desenvolvimento e utilização de técnicas de análises estruturais mais avançadas, o emprego de materiais de maior resistência, e um maior conhecimento dos mecanismos estruturais, as estruturas modernas têm alcançado soluções muito mais especializadas para um determinado uso, além da diminuição das incertezas de projeto, o que vem produzindo estruturas cada vez mais leves, e por consequência, menos robustas. Além disso, segundo Fülöp [13], pode-se citar que:

- Os elementos não-estruturais tendem a ser mais leves e possuem menor capacidade de carga nas estruturas modernas. Apesar dessa compensação, ao apresentarem uma menor carga, estes elementos não são capazes de transmitir carregamentos em casos excepcionais. Cita-se, por exemplo, a crescente utilização de *drywall* em detrimento de paredes de alvenaria, que em um caso excepcional, poderiam auxiliar na absorção de esforços;
- Com o objetivo de aumentar a velocidade da construção e reduzir os custos, a continuidade de elementos sem uma função bem definida tem sido limitada. Destaca-se o aumento na utilização de estruturas pré-moldadas de concreto armado, ou utilização de ligações rotuladas em aço, fazendo com que os elementos tenham um comportamento isostático. Isso faz com que ocorra uma redução na redundância da estrutura e conseqüentemente, elimina algumas possíveis trajetórias de carga alternativas. Caso o caminho primário do carregamento não esteja disponível, como no caso da perda de uma coluna, por exemplo, uma estrutura não redundante não tem a capacidade de redistribuir esses esforços e resistir ao dano;
- Os fatores de segurança das normas nas estruturas cotidianas hoje em dia são menores se comparados aos utilizados em normas mais antigas;
- O uso de materiais de alta resistência e o grande controle de qualidade em sua produção têm gerado um controle preciso sobre as qualidades do material, porém, por outro lado, elimina-se a reserva de resistência que antes era típica de edifícios antigos;

- As estruturas tem se tornado mais esbeltas e flexíveis, e portanto, mais suscetíveis à variações de carregamento;

#### **1.4 Diretrizes normativas e filosofias de dimensionamento quanto à robustez**

O desenvolvimento de diretrizes de dimensionamento no que tange à robustez é fruto de diversos debates e estudos realizados pela necessidade de se entender o funcionamento de uma estrutura e garantir a segurança de uma determinada edificação. Portanto, é de se esperar que as prescrições normativas sejam desenvolvidas rapidamente como uma resposta a eventos desastrosos na indústria da construção, sendo um dos mais fatídicos exemplos para o desenvolvimento do estudo da robustez, o caso do edifício Ronan Point, conforme mencionado anteriormente.

É importante salientar que todo código especifica uma probabilidade de falha para um determinado sistema estrutural, ainda que essa probabilidade seja bastante pequena, de tal forma que a probabilidade de um colapso progressivo ocorrer é finita, ou seja, é impossível dimensionar uma estrutura que resista a qualquer tipo de colapso proveniente de uma fonte aleatória qualquer. Isso cria um impasse no meio jurídico no que se refere à responsabilidade do engenheiro, visto que a justiça tende a atribuir falhas a um dimensionamento negligente [14]. Surge então a necessidade de se estabelecer regras e diretrizes mais claras para o dimensionamento de estruturas sujeitas a eventos catastróficos, que orientem o engenheiro e que garantam um certo nível de segurança à sociedade. Essas regras começam a se delinear em diversos estudos práticos e teóricos e conforme seu desenvolvimento, são incorporados às normas.

##### 1.4.1 Eurocode EN 1990 [10]

Considerado como o núcleo dos códigos europeus, a norma EN 1990 [10] estabelece os princípios e requisitos para a segurança, atendimento em serviço e durabilidade das estruturas, também descrevendo as bases para o dimensionamento e verificações estruturais.

No que se refere à robustez, o EN 1990 [10], 2.1 (4)P determina que: “A estrutura deve ser dimensionada e executada de tal maneira que não seja danificada

por eventos tais como: explosões, impactos ou consequentes de erro humano, de uma maneira desproporcional a sua causa original (Nota 1: Os eventos a serem considerados devem ser aqueles acordados para um projeto individual com o cliente e com as autoridades relevantes)”.

Esta definição é bastante semelhante a do EN 1991 [8]. Além disso, o EN 1990 [10], 2.1 (5)P fornece algumas diretrizes relevantes para a robustez estrutural, afirmando que:

Danos potenciais devem ser evitados ou limitados pela escolha apropriada de ao menos uma dentre as seguintes sugestões:

- Evitar, eliminar ou reduzir as ameaças a que uma estrutura pode estar sujeita;
- Utilização de um formato estrutural que tenha baixa sensibilidade às ameaças consideradas;
- Utilização de um formato estrutural e dimensionamento que possa resistir adequadamente à ocorrência de um dano localizado aceitável, ou à uma remoção acidental de um membro ou de uma parte limitada da estrutura;
- Evitar, o máximo possível, sistemas estruturais que entrem em colapso sem aviso;
- Amarrar os elementos estruturais.

#### 1.4.2 Diretrizes do Reino Unido [15] e Eurocode EN 1991 [8]

O Reino Unido desenvolveu um documento de referência que contém orientações para a prevenção de colapsos desproporcionais intitulado “*The Building Regulations: Approved Document A*” [15]. Este é um documento que estabelece algumas diretrizes práticas, sendo que o primeiro passo é classificar o edifício que será dimensionado segundo alguns parâmetros, como observa-se na Tabela 1.

Tabela 1 – Principais classes de consequência para edifícios [15]

Classe de consequência	Tipo de edifício e ocupação
1	Casas que não excedam a 4 pavimentos Edificações de agricultura
2A Grupo de baixo risco	Casas unifamiliares com 5 pavimentos Hotéis, flats, escritórios e edifícios de apartamentos com até 4 pavimentos Edifícios industriais com até 3 pavimentos
2B Grupo de risco elevado	Hotéis, flats, escritórios e edifícios de apartamentos acima de 4 e até 15 pavimentos Hospitais com até 3 pavimentos Estacionamentos com até 6 pavimentos
3	Todos os tipos edifícios mencionados nas classes 2A e 2B acima dos limites mencionados Locais capazes de acomodar mais de 5000 espectadores

Após a classificação do edifício, o documento estabelece alguns critérios que auxiliam na redução da sensibilidade de uma edificação à um colapso desproporcional no caso de um acidente, segundo a classe do edifício. Maiores informações são dadas a seguir:

- Edifícios Classe 1 - Deve-se garantir que o edifício seja dimensionado de acordo com as normas dos Eurocódigos. Nenhuma outra medida adicional é necessária;
- Edifícios Classe 2A - Além das medidas anteriores, deve-se garantir a existência de amarrações horizontais completamente resistentes. Informações sobre o grau de efetividade dessas amarrações são dados em detalhes em outros documentos.

- Edifícios Classe 2B - Além das medidas anteriores, deve-se garantir a existência de vínculos horizontais efetivos junto à vínculos verticais efetivos em todas as colunas e paredes que suportem carregamento.
- Edifícios Classe 3 - Deve-se realizar uma avaliação sistemática dos riscos aos quais uma edificação possa estar sujeita levando-se em consideração todos os perigos comuns que razoavelmente possam ser previstos, junto a qualquer perigo anormal. As situações críticas para o dimensionamento devem ser selecionados de tal forma que reflitam as condições que, de maneira razoável, possam ser previstas durante a vida útil da estrutura

Posteriormente, para os edifícios de Classe 2, o documento permite que se verifique que sob a remoção fictícia de cada coluna de suporte, ou cada viga que suporta uma ou mais colunas, ou a remoção de qualquer comprimento de uma parede resistente, um por vez em cada andar do edifício, a estabilidade da estrutura esteja garantida e que a área sob risco de colapso de um pavimento em qualquer andar não exceda 15% da área do andar ou 100 m<sup>2</sup>, o que for menor, e que o dano não se estenda além do pavimento imediatamente adjacente.

Quando a remoção fictícia de tais colunas, vigas ou paredes resultar em um dano além dos limites acima mencionados, estes elementos devem ser dimensionados como “elementos chaves”, conforme definição dada pela Figura 7.

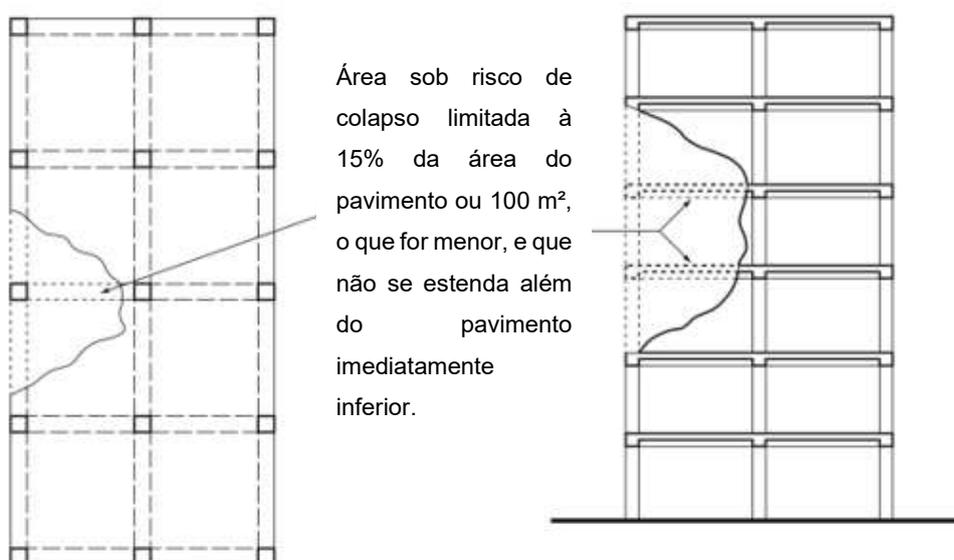


Figura 7- Área sob risco de colapso no evento de um acidente [15]

Os “elementos chaves” descritos anteriormente devem ser dimensionados de forma a serem capazes de sustentar um carregamento acidental de  $34\text{kN/m}^2$  aplicado nas direções horizontal e na vertical (uma direção por vez) do membro e de qualquer componente a ele anexado, tendo em conta a capacidade última de tais componentes e ligações. Tal carregamento deve ser assumido como atuando simultaneamente a todos os outros carregamentos (ex.: vento e sobrecarga) em uma combinação de carregamento excepcional. Também estabelece alguns carregamentos mínimos que deverão ser verificados.

Posteriormente, as indicações contidas no “*The Building Regulations: Approved Document A*” [15] passaram a ser incorporadas ao Eurocode 1 [8].

#### 1.4.3 Diretrizes nos Estados Unidos

Referência nos estudos de engenharia estrutural e, mais recentemente, devido ao crescimento do risco de atentados terroristas, os Estados Unidos têm desenvolvidos documentos e estudos importantes no que se refere à robustez, que são tratados a seguir:

##### 1.4.3.1 ASCE-7 [16]

A Associação Americana de Engenheiros Civis (ASCE), através da norma ASCE-7 [16], na sua parte acerca da tolerabilidade ao risco de colapso, requer apenas que:

“Edifícios e outras estruturas devem ser dimensionadas a fim de suportarem um dano local, mantendo o sistema estrutural como um todo estável, e sem a geração de um dano desproporcional além daquele proporcionado pela causa original. Isso deve ser alcançado através de uma disposição dos elementos estruturais que garanta a estabilidade de todo sistema estrutural através da transferência de cargas de qualquer região localmente danificada para as regiões adjacentes capazes de resistir àqueles carregamentos sem colapsar. Isso deve ser desempenhado pela providência de uma suficiente continuidade, redundância ou capacidade de dissipar energia (ductilidade), ou a combinação destes, nos membros da estrutura”.

A norma também orienta na sua seção C2.5 que:

“Para verificar uma estrutura a fim de se determinar a sua capacidade resistente residual após a ocorrência de um evento danoso extraordinário, os elementos que suportam os carregamentos devem ser removidos ficticiamente e a capacidade da estrutura remanescente deve ser avaliada utilizando a seguinte combinação:

$$(0,9 \text{ ou } 1,2)G_k + (0,5Q_k \text{ ou } 0,2S_k) + 0,2W_k \quad (1)$$

onde  $G_k$  é o carregamento permanente,  $Q_k$  é o carregamento acidental,  $S_k$  é o carregamento de neve e  $W_k$  é o carregamento de vento.”

Sugere-se também que, geralmente, para eventos extraordinários, ou seja, aqueles com probabilidade de ocorrência igual ou menor que  $10^{-4}$  por ano, medidas devem ser tomadas para assegurar que a performance de sistemas estruturais chaves e seus componentes seja suficiente para suportar tais eventos, apesar dessa medida não ser obrigatória.

#### 1.4.3.2 Código de construção da cidade de Nova York [17]

Considerado o mais conservador e oneroso código dos Estados Unidos [18], esta norma é bastante semelhante às prescrições britânicas, com diferenças em alguns pontos. Por exemplo, um colapso passa a ser considerado desproporcional quando o dano se estende além de três andares verticalmente, e horizontalmente quando atinge uma área maior que  $100 \text{ m}^2$  ou 20% da área do edifício, o que for menor [17].

Além disso, o código exige que, a não ser que todos os membros estejam conectados por ligações capazes de transferir 100% da sua capacidade em tração, cisalhamento ou compressão sem depender da existência de fricção devido à carregamentos gravitacionais, o membro deve ser dimensionado para proteção contra um colapso progressivo sob um carregamento anormal. Para isso são sugeridos dois métodos:

O Método do Caminho Alternativo exige que sob uma análise ou simulação física, a estrutura do edifício resista à perda de um “elemento crítico” sob as seguintes combinações:

$$2,0G_k + 0,25Q_k \quad (2)$$

$$1,0G_k + 0,25Q_k + 0,2W_k \quad (3)$$

O “elemento crítico” é definido como uma parede resistente, duas paredes resistentes perpendiculares, uma viga e sua área de contribuição, uma coluna ou qualquer outro elemento que se julgue vital para a estabilidade da estrutura [17].

Já no Método da Resistência Local Específica só é permitido quando o método anterior não é aplicável e requer que qualquer elemento, juntamente com suas ligações, não falhe após estar sujeito a um carregamento estático de 36 kN/m<sup>2</sup> na sua direção mais desfavorável. O carregamento deve ser aplicado na face do elemento e na face de todos os espaços divisores que são suportados por este elemento naquele andar em particular.

#### 1.4.3.3 Critérios de Instalações Unificadas (*Unified Facilities Criteria*) UFC 4-023-03 [19]

Seguindo a mesma filosofia dos documentos anteriores, a norma UFC-4-023-03 [19] na sua versão de 2009 e com correções de 2013 traz algumas orientações bastante interessantes. A primeira delas é a classificação do edifício em cinco classes, não conforme o número de andares como é feito no Reino Unido, mas conforme o uso e ocupação da edificação. Essa classificação é apresentada na Tabela 2:

Dependendo da classe do edifício, essa norma estabelece quais são os métodos de análise válidos, segundo a Tabela 3. Neste sentido, estabelece 3 tipos de procedimentos de dimensionamento:

Tabela 2 – Classes de consequência para principais tipos de edifícios [19]

<b>Classe de consequência</b>	<b>Tipo de edifício e ocupação</b>
I	Determinadas edificações temporárias; Edificações de agricultura.
II	Edifícios e outras estruturas diferentes das listas nas categorias I, II, III, IV e V
III	Edificações e estruturas que possam abrigar mais de 300 pessoas na mesma área; Escolas ou creches que possam abrigar mais que 250 pessoas; Centro de tratamento de saúde com ocupação de 50 ou mais pacientes que não possuam instalações para emergência ou cirurgia; Estruturas para abrigo de equipamentos de usinas geradoras de energia, tratamento de água
IV	Hospitais com instalações de emergência ou cirurgia; Edificações que abriguem corpo de bombeiros, polícia ou de veículos de emergência; Abrigos dimensionados para terremotos, furacões ou outros casos de emergência.
V	Principalmente estruturas de edificações relacionadas a defesa e fins militares.

○ Método da força de amarração (Tie Force Method)

Este método é baseado na capacidade que um sistema estrutural apresenta em transferir carregamentos devido à amarração dos elementos. Esse sistema passa então a transferir os carregamentos verticais da região danificada via efeito de catenária ou ação de membrana até os elementos intactos, conforme a Figura 8.

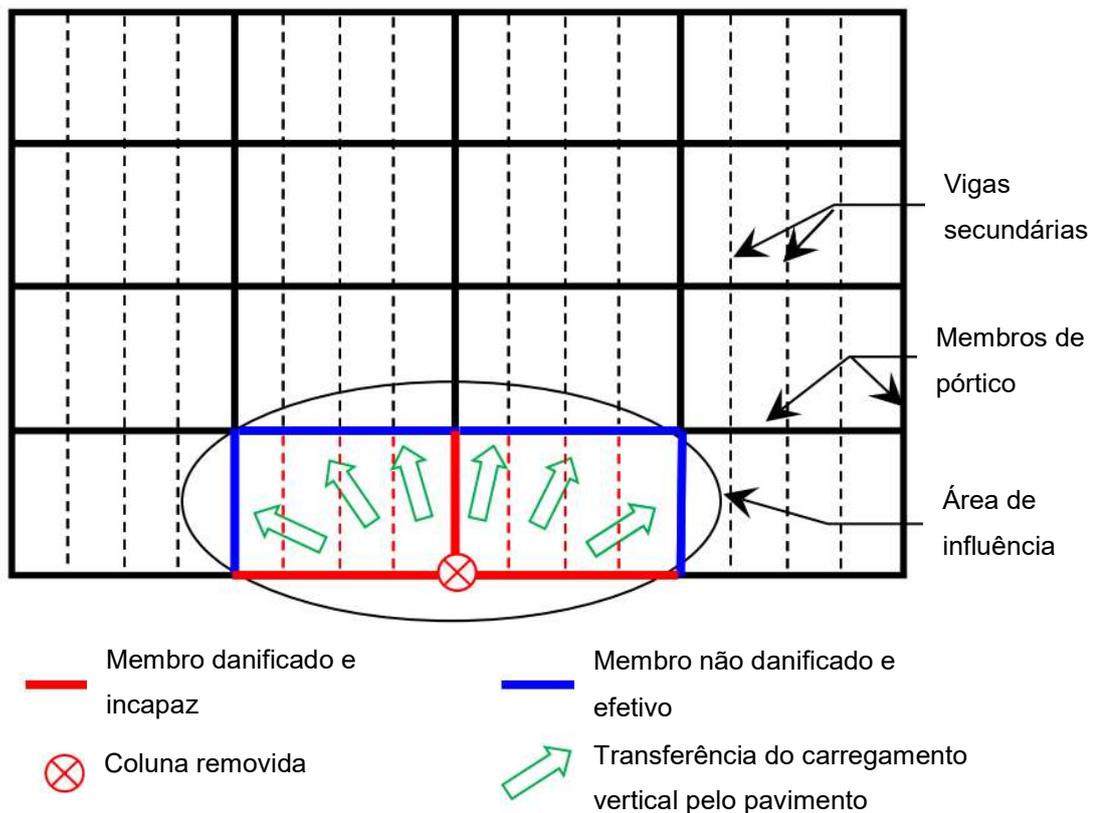


Figura 8 - Premissas para providência das forças de amarração [19]

Tabela 3 – Exigências de dimensionamento [19]

Classe de consequência	Tipo de edifício e ocupação
I	Não é necessário adotar nenhuma medida específica.
II	<b>Opção 1:</b> Método das Forças de Amarração para toda a estrutura e método da Resistência Local Aumentada. ou <b>Opção 2:</b> Método do Caminho Alternativo aplicado a todas as colunas, paredes portantes ou vigas que suportem colunas.
III	Método do Caminho Alternativo para colunas específicas; Método da Resistência Local Aumentada para todas as colunas de periferia do primeiro pavimento.
IV	Método das Forças de Amarração; Método do Caminho Alternativo para colunas específicas; Método da Resistência Local Aumentada para todas as colunas de periferia do primeiro e segundo pavimento.
V	Dimensionamento ou recuperação baseado num estudo sistemático dos possíveis riscos aos quais a estrutura possa ser submetida.

Para o dimensionamento, esta norma determina que o sistema de lajes e vigas, sob uma rotação de 0,20 rad (11,3°), devem suportar uma determinada força de tração, que para um sistema de pórticos é dada pelo conjunto de equações a seguir:

$$W_F = 1,2D + 0,5L \quad (4)$$

onde  $W_F$  é o carregamento do pavimento,  $D$  é o carregamento permanente e  $L$  é o carregamento acidental.

A força de amarração requerida para os elementos de periferia do pórtico é dado pela equação:

$$F_P = 6W_F \cdot L_1 \cdot L_P + 3W_C \quad (5)$$

Já a força de amarração requerida para os elementos internos do pórtico é fornecida pela seguinte equação:

$$F_i = 3W_F \cdot L_1 \quad (6)$$

onde,  $W_C$  é igual a 1,2 vezes o carregamento permanente do fechamento (ex. alvenaria, drywall) do pavimento sobre o comprimento de  $L_1$ , que por sua vez é a maior distância entre os centros de colunas na direção considerada, e  $L_P$  é igual a 1,0 caso se utilize unidades métricas.

- Método do Caminho Alternativo

Este método se baseia na análise da estrutura como um todo, diferente do método anterior que analisa um elemento sujeito à uma carga extra. Para tanto, é necessário empregar, obrigatoriamente, um modelo 3D da estrutura. O modelo deve ser analisado sob dois casos de carregamento: um baseado no controle das deformações e outro baseado no controle das forças [19].

O Método do Caminho Alternativo também possibilita 3 tipos de análises. Um procedimento de análise estático/linear, uma análise estática/não-linear e uma análise não linear dinâmica.

Deve-se analisar a estrutura sob a aplicação de um carregamento sob uma determinada combinação, no qual o fator  $\Omega_{LD}$  é igual a 1,0 na região afastada da

coluna removida, e deve ser calculado e empregado na região próxima à área afetada segundo o tipo de controle e método de análise empregado. A combinação é:

$$G_L = \Omega_L [1,2D + (0,5L \text{ ou } 0,2S)] \quad (7)$$

onde  $G_L$  é o carregamento gravitacional acrescido e  $\Omega_L$  é um fator majorador para cada tipo de análise e controle de carregamento propostos e S é o carregamento de neve, quando aplicável..

- Método da Resistência Local Aumentada

Como um último estudo a ser realizado, dependendo da classe da estrutura, o UFC [19] estabelece esta avaliação baseada na verificação da resistência do elemento a um esforço aumentado de cisalhamento e de flexão, que seria proveniente dos efeitos dinâmicos ocasionados pela fonte excepcional. Por exemplo, uma explosão ou a colisão de um veículo numa coluna, irão gerar um carregamento instantâneo em determinados elementos. Esse novo carregamento apresenta características distintas, como a possibilidade de inversão das forças, como por exemplo, a rotação invertida de uma viga.

Essa análise é realizada em algumas colunas especificamente localizadas e os esforços extras gerados devem ser consultados na tabela 4.4 da norma PDC TR-06-01 [20]. Esse novo carregamento depende das vinculações da viga (ex.: engastado; rotulado; etc.) e do carregamento padrão à ela aplicado (ex.: carregamento concentrado; distribuído; etc.).

No caso de uma viga biengastada e com carregamento distribuído, a coluna e a ligação deverão resistir à seguinte força de reação:

$$V = \frac{r_u L}{2} \quad (8)$$

onde

$$r_u = \frac{8(M_n + M_p)}{L^2} \quad (9)$$

onde,  $M_n$  e  $M_p$  são os momentos negativos e positivos máximos atuantes na viga analisada sob a combinação de carregamentos da equação (7).

#### 1.4.4 Estudos numéricos e experimentais

Nos últimos anos, diversos estudos têm sido realizados com o objetivo de entender o comportamento de estruturas após a ocorrência de um determinado dano, seja um incêndio, uma colisão ou a perda de elemento. Apesar de ainda serem poucos e recentes, e de ainda não terem seus resultados aplicados às normas em geral, esses estudos são muito úteis para entender as influências e o funcionamento dos mecanismos estruturais e servem como um guia para novos estudos.

Uma das principais análises que têm sido realizadas é investigar a robustez de edifícios dimensionados para eventos sísmicos, cujas regras de dimensionamento implementadas nas normas atuais, como por exemplo o EN 1998-1 [21], focam na concepção de estruturas com capacidade local e global adequada para garantir a formação de mecanismos de dissipação de energia. Isso implica que as zonas dissipativas devam ser capazes de formar rótulas plásticas até que todo o mecanismo de colapso esteja completo, sem que haja redução da resistência à flexão, garantindo assim a redistribuição dos momentos adequada.

Nesse mecanismo, a deformação plástica de vigas dúcteis é caracterizada pelo encruamento do aço, que é responsável pelo desenvolvimento de momentos fletores maiores do que os momentos resistentes [22]. Portanto, elementos não dissipativos (ligações e colunas) devem ser dimensionados para resistir ao momento máximo desenvolvido nas vigas. Consequentemente, essa filosofia leva a pórticos com a formação de colunas fortes/vigas fracas. Do lado oposto, os pórticos dimensionados para carregamentos laterais provenientes exclusivamente do vento são usualmente caracterizados por possuírem uma configuração de coluna fraca/viga forte.

Um estudo numérico baseado em análises do tipo *pushdown*, análises dinâmicas não lineares em pórticos formados por elementos de barra e análises numéricas em 3D via Método dos Elementos Finitos (MEF) realizado por Cassiano et al. [9] indicaram que estruturas dimensionadas para eventos sísmicos apresentavam um único modo de falha e Coeficiente de Força Residual (CFR) com pouca dispersão, porém o CFR era menor do que aqueles dimensionados para edifícios sujeitos apenas a forças gravitacionais e vento, os quais, por outro lado, apresentaram três modos de falha distintos. O Coeficiente de Força Residual é dado pela razão entre a força resistente

da estrutura danificada e esta mesma força sob um evento dinâmico, e indica o quão sensível é a estrutura em eventos dinâmicos. Entretanto, ainda que o dimensionamento sísmico permita prever e controlar os modos de falha sob a perda de uma coluna, os pórticos de aço resistentes a abalos sísmicos nem sempre garantem níveis de robustez compatíveis com um colapso progressivo. Verificou-se ainda que a utilização de ligações capazes de resistir ao efeito catenária é crucial para melhorar o grau de robustez das estruturas e que as ligações completamente rígidas atendem bem à esse quesito, o que confirma a constatação de Formisano e Mazzolani [23], cujos estudos mostraram que ligações rígidas e completamente resistentes permitem a obtenção de níveis de robustez satisfatórios. Percebeu-se também que um melhor desempenho era alcançado quando utilizada uma formação de viga forte – coluna fraca, típica de edifícios não dimensionados para eventos sísmicos, e que edificações com um maior número de andares experimentavam maiores valores de robustez, indicando que o número de elementos mobilizados pelo efeito de Vierendeel é um elemento chave para evitar um colapso progressivo [9].

Por outro lado, um estudo experimental em escala real realizado por Sadek et al. [24] mostrou que as ligações são capazes de desenvolver resistência vertical significativa através da combinação das ações de flexão e catenária. Desenvolveu também um modelo reduzido dessas ligações que foi validado pelos ensaios experimentais. Um outro estudo [25] baseado nesse modelo reduzido demonstrou que pórticos dimensionados para eventos sísmicos e com ligações resistentes a momento, são aptos para resistir a perda de múltiplas colunas sem colapsar. Um ponto interessante é que essas ligações não atenderam aos requisitos da UFC-4-023-03 [19] no que diz respeito à rotação mínima de  $11,3^\circ$ , pois não foi possível atingir tal rotação, e ainda assim, os modelos dos edifícios com 10 pavimentos não colapsaram.

Um outro estudo proposto por Alashker et al. [24] analisou estruturas com ligações flexíveis ligadas a lajes mistas de concreto e *steel-deck*, onde se percebeu que, sob a perda de uma coluna, a laje mista foi capaz de aumentar significativamente a capacidade do sistema. Entretanto, essa resistência ainda mostrou ser inadequada para resistir a perda da coluna central de um pórtico com formação de vãos de 2x2. O autor analisou vários fatores, como a espessura do *steel-deck*, área de armadura e o número de parafusos nas ligações, e concluiu que o mais importante fator que produzia uma efetividade significativa era a espessura da chapa do *steel-deck*,

mostrando que ao dobrar a espessura da chapa, a capacidade do sistema aumentava em 37% no caso da perda de uma coluna.

Em um estudo posterior de Main e Sadek [26], constatou-se que a norma UFC-4-023-03 [19] é apropriada para indicar as falhas das ligações e prover a resistência necessária para evitar um colapso progressivo nas estruturas com ligações flexíveis. Percebeu-se também a importância da continuidade das lajes em estruturas mistas, sendo capazes de aumentar em mais de 70% a capacidade resistente da estrutura com 4 vãos, se comparadas àquelas com apenas dois vãos, e que a capacidade de rotação das ligações é em torno da metade se comparada a obtida através do dimensionamento para sismos, resultado da interação do esforço normal da ligação que reduz a capacidade rotacional da mesma.

Com referência às ligações semirrígidas, o trabalho de Guo et al. [27] pode ser mencionado onde se considera uma estrutura mista com laje em concreto que apresenta resultados interessantes para ligações semirrígidas do tipo placa de extremidade ajustada (PEA), escopo deste trabalho. O autor realizou um ensaio experimental em escala 1:3 de uma estrutura mista com 4 vãos e 1 pavimento. Posteriormente, validou um modelo numérico que permitiu expandir as análises e chegou as conclusões de que esse tipo de pórtico misto com ligações semirrígidas apresentou uma boa resistência ao colapso progressivo. Além disso, foi constatado que o dimensionamento para robustez requer um dimensionamento muito maior para os parafusos devido a fratura a que estão sujeitos, e que aumentar o diâmetro dos parafusos ou a tensão de ruptura dos mesmos pode auxiliar na resistência ao dano progressivo da estrutura. Também sugere alguns tipos de reforço de mísula e de cantoneira que podem ajudar no comportamento da estrutura durante o desenvolvimento da fase de catenária, apesar deles influenciarem na rigidez da ligação e alterarem a distribuição das forças.

Um outro trabalho que aborda ligações do tipo placa de extremidade ajustada sob um cenário de perda de coluna foi desenvolvido por Cassiano et al. [28]. Realizou-se um estudo paramétrico variando o número de linhas de parafusos, diâmetros dos parafusos, espessura das placas de extremidade, seção da viga e orientação dos eixos da coluna. A análise utilizada foi do tipo dinâmica não linear com implementação dos critérios de dano progressivo e simulação quase estática. Percebeu-se que o carregamento vertical nas colunas que não foram removidas não influencia no comportamento das ligações. Além disso, constatou-se que a resposta não linear das

ligações FEP pode exibir dois tipos de mecanismos de resistência diferentes, conforme a Figura 9, o que está de acordo com Izzuddin et al. [29].

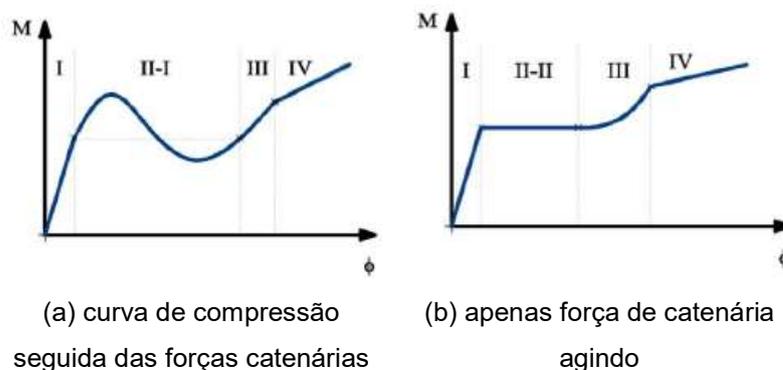


Figura 9 – Gráfico momento *versus* rotação típico para casos de perda de coluna [29]

Este estudo também relatou que os modelos com as ligações na direção do eixo de maior inércia da coluna tendem a produzir o comportamento (a) da Figura 9, enquanto as ligações aplicadas no eixo de menor inércia da coluna tendem a apresentar o comportamento (b). No que se refere à espessura da placa de extremidade, esta só é capaz de influenciar significativamente a resposta da ligação caso se adote parafusos de maior diâmetro. Entretanto, essa espessura não deve ser grande a ponto de reduzir a capacidade rotacional da estrutura. As soldas devem também ser mais resistentes e não devem controlar o dimensionamento, sugerindo que é melhor que se utilize soldas de penetração total ao invés de solda de filete. Indica também que o diâmetro dos parafusos e o número de linhas na ligação é capaz de influenciar significativamente a resistência da ligação FEP em caso da perda de uma coluna, e que, ao contrário do que indica o dimensionamento estático linear, as linhas de parafusos internas e próximas ao centroide da ligação são capazes de garantir uma elevada resistência e capacidade rotacional, podendo mobilizar o efeito de catenária e redistribuir as forças internas na ligação.

Percebe-se que, apesar da quantidade de estudos relacionados a robustez ter aumentado significativamente nos anos recentes, ainda há uma carência muito grande de prescrições práticas que garantam confiabilidade à análise. Especialmente no caso de ligações semirrígidas de estruturas de aço, que atualmente tem seu uso bastante difundido em nível mundial, a existência de estudos e entendimento dos mecanismos

que nelas ocorrem é limitado, principalmente devido à não linearidade dos esforços, característico desse tipo de ligação.

No caso específico de análise à robustez, em que as ligações cumprem um papel extremamente importante, e com o surgimento do efeito de catenária, é preciso entender a interação de resistência entre momento e esforço normal da ligação. Existem alguns métodos que auxiliam na determinação de gráficos de interação deste tipo, mas que não contemplam as elevadas rotações que ocorreriam devido à perda de uma coluna. Esses métodos também não contemplam o caráter pós-crítico da estrutura, onde não há preocupação com os limites de utilização, o dano apresentado chega a ser irreversível e a preocupação limita-se à não propagação do dano para garantir a segurança da vida humana. Conclui-se, portanto, que um estudo mais detalhado nesta área é crucial para o avanço dos métodos de dimensionamento à robustez.

## 2 LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS

### 2.1 Definição

As ligações estruturais desempenham um papel fundamental no comportamento global das estruturas de aço. Sabe-se que o comportamento real das ligações encontra-se entre duas situações extremas, rígidas ou flexíveis. Avaliando-se o momento fletor e a rotação associada da ligação apresentada na Figura 10, percebe-se que uma ligação é classificada como rígida quando os membros ligados por ela sofrem a mesma rotação, Figura 10(a). Desta forma, as ligações estão submetidas a uma rotação global de corpo rígido que é a rotação absoluta do nó comumente utilizada na análise estrutural. O outro extremo considera que a viga se comporta como simplesmente apoiada e a ligação é denominada flexível, Figura 10(b). Para casos intermediários, o momento transmitido será resultante da rotação relativa entre a viga e a coluna. A ligação é denominada, então, semirrígida, Figura 10(c).

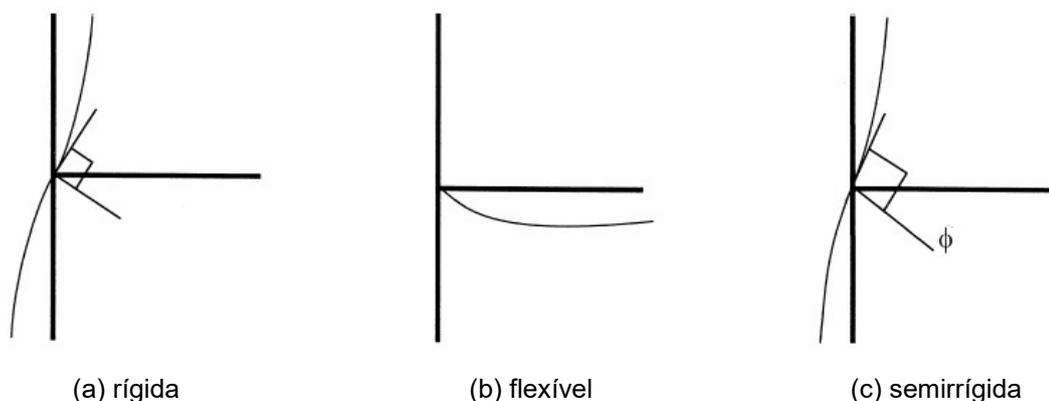


Figura 10 - Classificação das ligações de acordo com sua rigidez [30]

Na análise global de uma estrutura, quando se utilizam ligações semirrígidas, ao invés de ligações rígidas ou flexíveis, modificam-se não apenas os deslocamentos ocorridos nesta estrutura, mas também, a distribuição e a magnitude das forças internas por toda a estrutura.

A não consideração do comportamento semirrígido da ligação, quando este é significativo, leva a um desconhecimento do comportamento global da edificação, bem como uma incerteza acerca do grau de segurança da mesma. Por exemplo, a Figura

11 apresenta um suposto diagrama de momento fletor para três casos distintos, considerando ligações rotuladas, rígidas e semirrígidas. A ligação semirrígida gera um alívio de momento atuante na viga com extremidades flexíveis, entretanto gera esforços de flexão nas colunas. A consideração do engastamento perfeito, entretanto, faz com que o momento fletor na viga seja ainda mais reduzido, o que pode verdadeiramente não ocorrer, fazendo com que num caso extremo, a não consideração no dimensionamento leve ao colapso da estrutura.

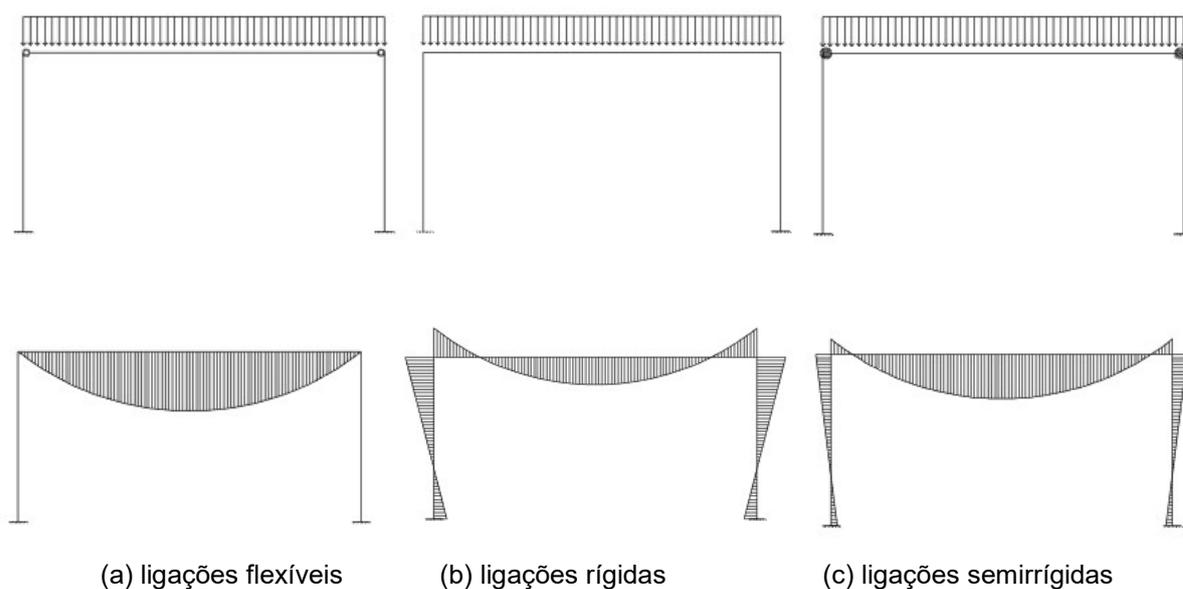


Figura 11 - Distribuição elástica de momentos fletores num pórtico simples [30]

Uma análise da estabilidade de pórticos com ligações semirrígidas exige uma modelagem adequada e precisa desta ligação. A curva momento *versus* rotação destas ligações apresenta um comportamento não linear que pode ser avaliado através do Método dos Estados Limites. Na avaliação destes pórticos, a flexibilidade da ligação e os efeitos de segunda ordem estão intrinsecamente relacionados.

As ligações representam uma parcela pouco significativa do peso total da estrutura, porém alguns tipos de ligação podem possuir preços de fabricação e montagem elevados que impactem negativamente o valor global da estrutura. Avaliando-se estes fatores, soluções que considerem a economia representada pelo uso de ligações semirrígidas, merecem uma análise mais refinada.

Uma das razões para esta economia provém do fato de que as ligações rígidas aparafusadas são caras e difíceis de serem montadas quando comparadas com a

solução semirrígida. Por outro lado, as ligações flexíveis não consideram uma parcela significativa de resistência que, ao ser considerada, pode minimizar o custo global da estrutura.

Algumas normas de projeto e dimensionamento de estruturas de aço atuais consideram que as ligações possuem um comportamento semirrígido, como por exemplo, o Eurocode 3 (Anexo J) [31] e sua última atualização, Eurocode 3, parte 1.8 [32]. Estas normas, porém, somente consideram ligações submetidas ao corte e/ou ao momento fletor. A primeira regulamentação citada [31] não considerava a presença de esforço axial (tração/compressão) nas ligações, impondo apenas uma limitação empírica de 10% da resistência plástica da viga como esforço axial máximo para o qual, os procedimentos disponíveis se mantêm aplicáveis. Vale ressaltar que não existia nenhum fundamento teórico que justificasse este limite de 10%. Todavia, na última versão de revisão da norma [4], este limite foi reduzido para 5% em função de diversos trabalhos publicados.

Existem diversos casos de ligações onde os esforços axiais tem influência considerável, como por exemplo:

- pórticos de estruturas submetidos a carregamentos horizontais (terremotos ou cargas de vento), especialmente em estruturas não contraventadas;
- Pórticos irregulares submetidos à cargas gravitacionais ou horizontais, especialmente em pavimentos incompletos;
- Ligações de pórticos de galpões onde a inclinação das vigas gera esforços axiais significantes nas ligações, ver Figura 12.



Figura 12 - Ligação de um pórtico de galpões com vigas inclinadas [30]

Além dos exemplos citados, a presença dos esforços normais se faz presente na análise da robustez das estruturas. Com a perda de uma coluna, por exemplo, há o surgimento das forças catenárias que geram o desenvolvimento de forças normais bastante significativas nas ligações, além, é claro, das grandes rotações e esforços. Portanto, a presença de esforço normal precisa ser avaliada não só no dimensionamento dos estados limites, mas também naquilo que se refere à sua capacidade frente a um possível colapso desproporcional.

A caracterização da resistência das ligações semirrígidas é representada, basicamente, pela curva momento *versus* rotação das mesmas, que é um dos dados mais importantes para o projeto e análise de pórticos com ligação semirrígida. Todavia, nesta análise, é necessário que as ligações sejam modeladas com bastante precisão sendo extremamente importante conhecer o seu real comportamento.

A melhor forma de se obter o real comportamento destas ligações é através de ensaios experimentais realizados em laboratório. Entretanto, o elevado custo destes ensaios e a dificuldade de medição dos resultados experimentais, faz com que esta não seja uma técnica adotada correntemente na prática, limitando-se muitas vezes a propósitos de investigação. Por outro lado, é através destes ensaios que se torna possível calibrar os diversos modelos existentes para avaliação do comportamento da ligação a partir das suas propriedades mecânicas e geométricas.

Na análise estrutural, uma ligação pode ser representada por uma mola rotacional que faz a ligação entre as linhas médias dos membros que chegam em um nó da estrutura conforme é apresentado na Figura 13(a) e (b). O projeto de uma ligação deve definir três propriedades básicas:

- momento resistente,  $M_{j,Rd}$ ;
- rigidez inicial rotacional,  $S_{j,ini}$ ;
- capacidade de rotação,  $\phi_{Cd}$ .

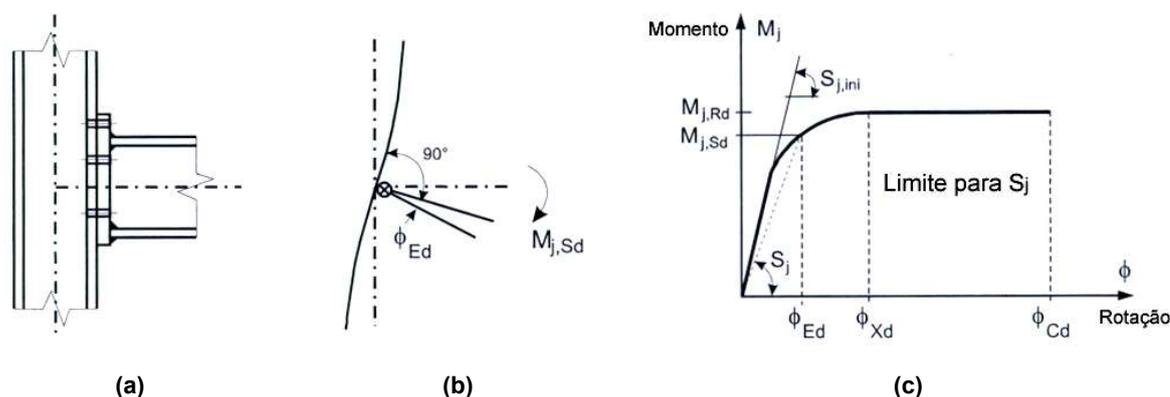


Figura 13 - Propriedades para dimensionamento de uma ligação [31]

O nível de sofisticação na modelagem do comportamento das ligações viga-coluna depende do tipo de análise estrutural global a ser executada. A curva momento *versus* rotação de uma ligação, usada na análise global de uma estrutura, pode ser simplificada adotando-se uma curva aproximada adequada, incluindo as aproximações lineares (por exemplo, bilinear ou trilinear), desde que esta esteja abaixo da curva real da ligação.

Dentre os tipos de análise a serem realizadas em uma estrutura, pode-se citar: análise global elástica, análise global rígido-plástica e análise global elastoplástica. Para uma análise global elástica, as ligações devem ser classificadas de acordo com sua rigidez inicial rotacional,  $S_{j,ini}$ . Neste tipo de análise, a rigidez rotacional pode ser simplificada por  $S_{j,ini} / \eta$ , onde  $\eta$  pode ser obtido na Tabela 4.

Tabela 4 – Coeficiente de modificação de rigidez  $\eta$  [31]

Tipo de ligação	Ligações Viga-Coluna	Outros tipos de ligações
Soldadas	2	3
Placa de Extremidade Aparafusada	2	3
Cantoneiras Aparafusadas	2	3,5
Placas de base	-	3

Sendo assim, para classificar as ligações de acordo com a rigidez inicial das mesmas, deve-se observar os limites apresentados na Figura 14.

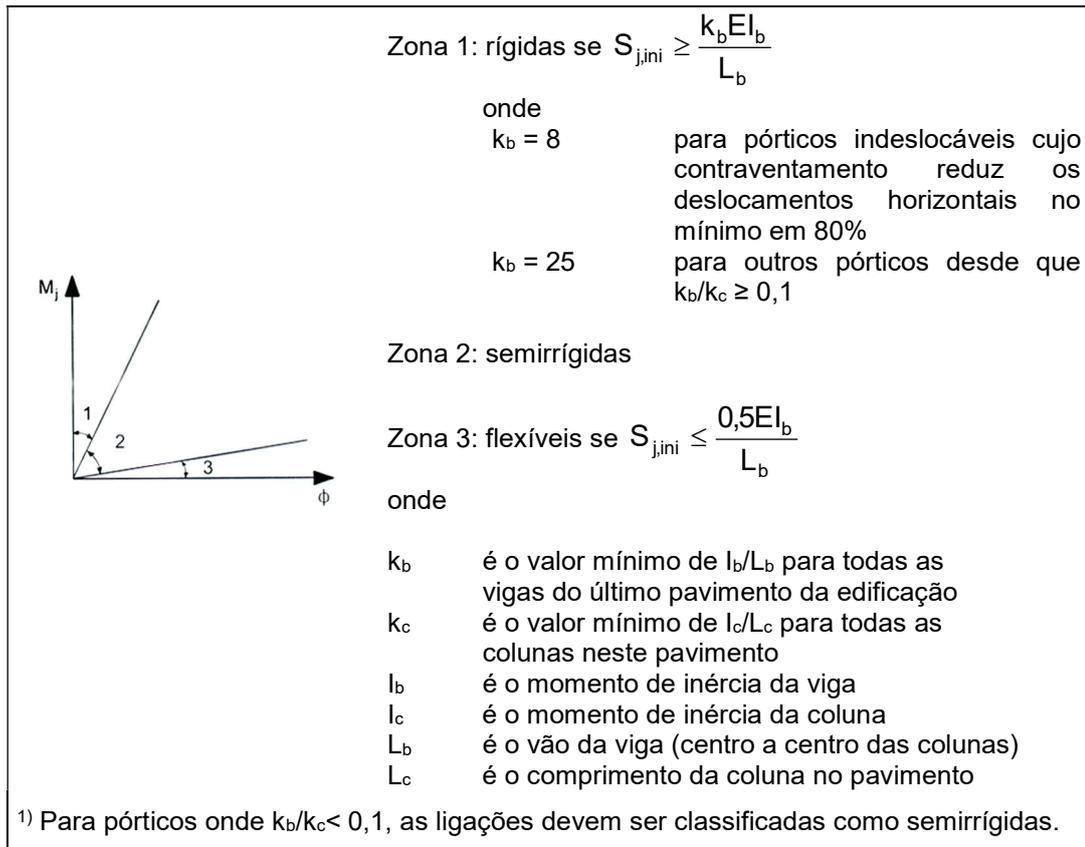


Figura 14 – Classificação das ligações de acordo com a rigidez inicial [31]

Para uma análise global rígido-plástica, as ligações devem ser classificadas de acordo com sua resistência ao momento fletor. Já para uma análise elasto-plástica, as ligações devem ser classificadas tanto pela rigidez rotacional quanto pela resistência ao momento fletor.

Os métodos para predição do comportamento de ligações viga-coluna podem ser divididos em cinco diferentes categorias: modelos empíricos, modelos analíticos, modelos mecânicos, modelos de elementos finitos e ensaios experimentais. Dentre os métodos citados acima, os modelos mecânicos são os mais utilizados atualmente.

Os modelos mecânicos, geralmente conhecidos como modelos de molas, são baseados na simulação da ligação através da utilização de um conjunto de componentes rígidos e flexíveis. A não linearidade destes elementos é obtida por meio de leis constitutivas inelásticas adotadas para cada um dos elementos de mola.

A primeira diferença entre os modelos analíticos e mecânicos é que, nos modelos analíticos, as componentes da ligação são caracterizadas através de sua rigidez e resistência derivadas de conceitos básicos da análise estrutural elástica e estados limites, respectivamente. Por outro lado, os modelos mecânicos também

utilizam valores de rigidez e resistência para a caracterização das ligações obtidas através de relações empíricas.

A segunda, e provavelmente, mais importante diferença é que, nos modelos analíticos, a atenção é focada na predição da rigidez e do momento resistente da ligação enquanto que nos modelos mecânicos, pretende-se obter também a curva momento *versus* rotação da ligação.

O primeiro passo para o desenvolvimento de um modelo mecânico de uma ligação viga-coluna é a identificação das componentes presentes na mesma. Estas representam as trajetórias de deformação existentes e os possíveis modos de ruptura da ligação. A componente referente às soldas é muito limitada no que diz respeito às deformações exibindo então, um modo de ruptura frágil. Por esta razão, as soldas não contribuem para a rigidez rotacional da ligação e sua ruptura deve ser absolutamente evitada, não sendo portanto, considerada como uma componente da ligação. Apenas sua resistência deve ser verificada. Maiores informações sobre o Método das Componentes podem ser encontrados em [30] e [33].

## **2.2 Combinação entre esforço axial e momento fletor**

De acordo com as formulações do método das componentes descritas no Eurocode 3 [31], verifica-se que nas ligações onde existe esforço axial de tração ou compressão atuando juntamente com o momento fletor, as componentes tendem a ter seu comportamento individual afetado, modificando assim, o comportamento global desta ligação. Isto ocorre porque o esforço axial pode provocar um alívio em determinadas componentes ou aumentar a carga de outras. A seguir, um dos principais trabalhos realizados nesta área, é apresentado.

### 2.2.1 Modelo analítico considerando-se esforços normais

Cerfontaine [7] desenvolveu um modelo analítico baseado no método das componentes onde isolou a componente do painel de alma da coluna submetido ao cisalhamento. Trata-se de um dos principais modelos existentes que caracteriza o comportamento global das ligações submetidas a momento fletor e esforço axial. Todavia, como segue a metodologia apresentada no Eurocode 3 [31], ainda necessita ser reavaliado. A seguir, o escopo básico do método é apresentado.

### 2.2.1.1 Diagrama de interação

Inicialmente, um diagrama de interação – momento fletor *versus* esforço axial – de uma ligação aparafusada é proposto. Este diagrama define uma curva dentro da qual deve estar o par momento fletor – esforço axial aplicado à ligação de forma que esta não atinja a ruína. Obviamente que, se este par estiver fora da região delimitada por esta curva, a ligação não pode resistir aos esforços aplicados. A Figura 15 apresenta um exemplo de um diagrama de interação para uma ligação aparafusada com placa de extremidade estendida com cinco linhas de parafusos onde os sentidos indicados para o momento fletor e o esforço axial na ligação são considerados positivos.

Esta curva de interação pode ser definida analiticamente para qualquer ligação aparafusada, sendo caracterizada por  $N$  linhas de parafusos e duas linhas em compressão (uma superior, na direção da mesa superior da viga e outra inferior) resultando em  $n = N + 2$  linhas no total. As linhas de parafusos só podem trabalhar em tração, ou seja, a resistência das mesmas deve ser sempre maior ou igual a zero. De forma análoga, o esforço nas linhas em compressão deve ser menor ou igual a zero.

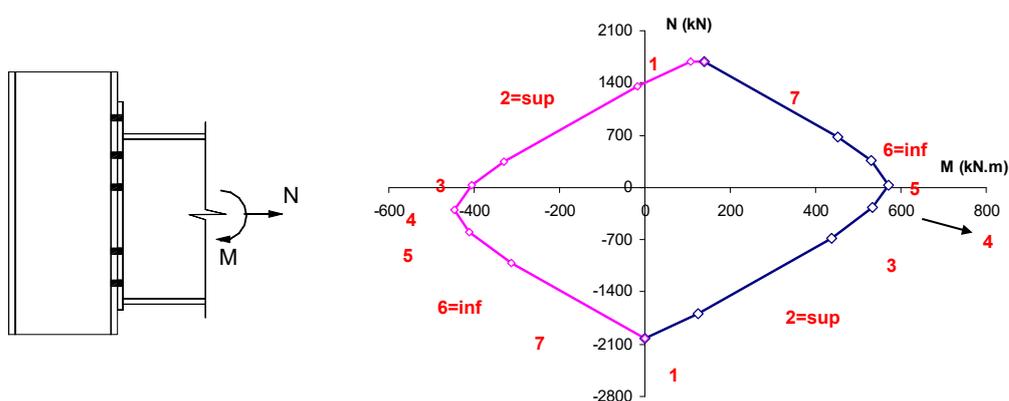


Figura 15 – Diagrama de interação de uma ligação com placa de extremidade estendida [30]

Neste modelo, assume-se que todas as linhas e, conseqüentemente, todas as componentes possuem ductilidade infinita. Como apenas o comportamento na ruína é colocado em evidência aqui e considerando-se a hipótese de comportamento dúctil, uma análise perfeitamente plástica da ligação, baseada na aplicação do teorema

estático [34] pode ser considerada, ou seja, deve-se encontrar uma distribuição de esforços internos que esteja em equilíbrio com os esforços externos, satisfazendo-se os critérios de ruína.

O Anexo C apresenta o cálculo de uma ligação com placa de extremidade ajustada segundo o método de Cerfontaine [7]. Maiores informações e detalhes sobre o método podem ser encontrados em [7,35,33].

## **3 DESENVOLVIMENTO DO MODELO NUMÉRICO**

### **3.1 Introdução**

A realização de ensaios experimentais permite obter, de forma confiável e precisa, o comportamento real das estruturas, e em especial, das ligações. Com base nos resultados obtidos nesses ensaios, é possível calibrar um modelo numérico, e no caso das ligações, determinar o momento resistente, a rigidez inicial, a capacidade de rotação e outros dados a partir das propriedades mecânicas e geométricas destas ligações. Após esta calibração, utilizando certos critérios, é possível extrapolar os dados para a análise de outras estruturas diversas mas que mantêm algum grau de similaridade com o experimento original.

Para o desenvolvimento dos modelos deste trabalho, os ensaios realizados por Lima [30] forneceram os principais dados que permitiram a calibração da ligação através da comparação com os resultados numéricos. Além destes ensaios, foi necessária a utilização de outros parâmetros fornecidos por outros autores, que serão mencionados no decorrer da descrição do processo de calibração. Assim, o objetivo do principal desta modelagem numérica é prever o comportamento em ruptura da ligação.

### **3.2 Ensaios experimentais realizados por Lima [30]**

A tese desenvolvida por Lima [30] analisou a influência da presença de esforço normal em ligações semirrígidas. O autor considerou que a viga ensaiada deveria ser tal que sua resistência plástica à esforços normais não fosse muito grande, tendo em vista à limitação dos equipamentos existentes no laboratório onde foram realizados os ensaios. A viga utilizada deveria ter altura suficiente para vencer um vão típico de edifícios em aço, ou seja, vãos da ordem de 6,0m [36]. Após alguns estudos, adotou-se um perfil do tipo IPE240 para as vigas, fabricado em aço S275, com tensões nominais de escoamento igual a 275 MPa e de ruptura igual a 430 MPa.

Para a coluna, foi escolhido um perfil que tivesse suficiente resistência ao momento fletor provocado pela força normal imposta. Uma outra condição era que as componentes que caracterizam a curva momento rotação referentes à coluna, não atingissem o escoamento antes das demais componentes. Com isso, o perfil adotado

foi do tipo HEB240 para a coluna, fabricado a partir do mesmo aço da viga. Ambos os perfis são laminados e detalhados na Figura 16.

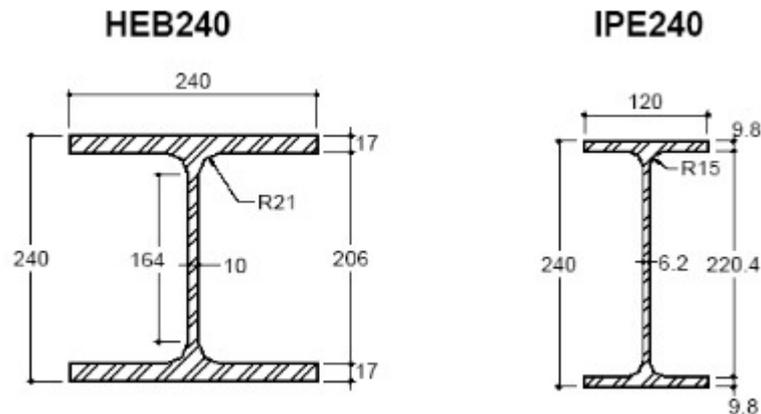


Figura 16 – Dimensões dos perfis laminados IPE240 e HEB240 [30]

Nos ensaios realizados por Lima [30], utilizou-se uma placa de extremidade com espessura de 15mm, também feita em aço S275. A ligação da viga com a placa de extremidade foi realizada através de solda de entalhe com espessura de 8mm. Os parafusos eram do tipo M20 ( $d=19,05\text{mm}$ ), classe 10.9 ( $f_u= 1.000\text{ MPa}$ ) com rosca completa, cujas dimensões nominais são apresentadas na Figura 17.

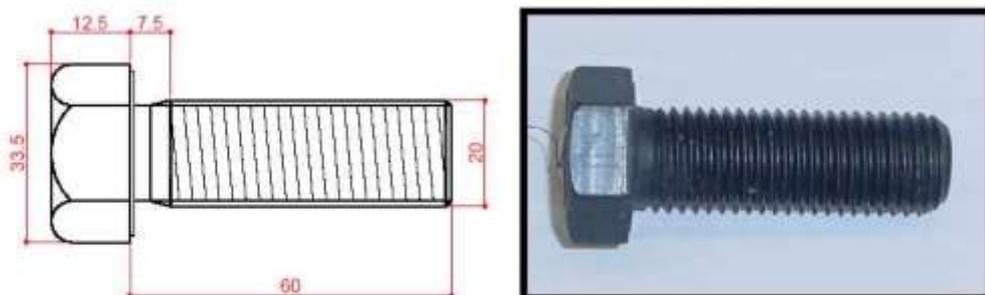


Figura 17 – Detalhe do parafuso M20 classe 10.9 [30]

Na Figura 18 é apresentado o arranjo do sistema dos ensaios realizados, e na Figura 19, é possível verificar os detalhes da ligação do tipo de placa de extremidade ajustada que será adotada como base neste trabalho e ensaiada por Lima [30].



Figura 18 – Ligação ensaiada com placa de extremidade ajustada [30]

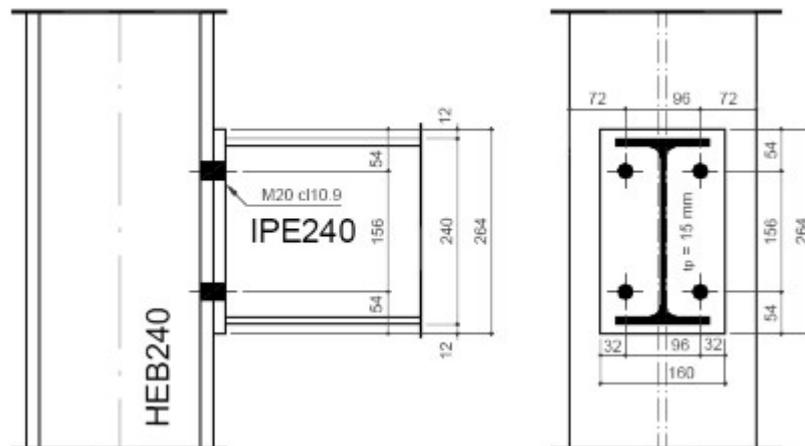


Figura 19 – Detalhe das ligações utilizadas nos ensaios com placa de extremidade ajustada (série FE) [30]

A Figura 20 apresenta os ciclos de carregamento utilizados para a série de ensaios com placa de extremidade ajustada.

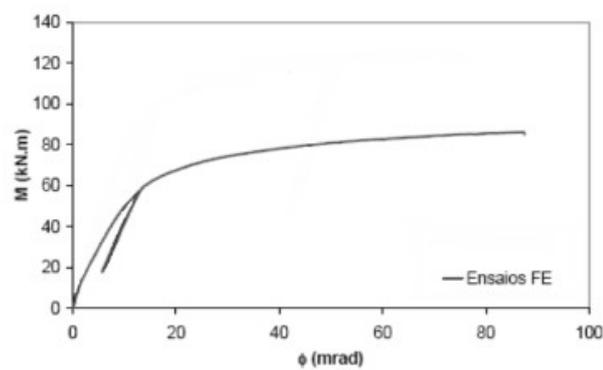


Figura 20 – Ciclos de carregamento utilizados nos ensaios [30]

Os ensaios realizados por Lima [30] foram executados no Laboratório de Mecânica Estrutural da Universidade de Coimbra, e tinham o objetivo de tentar simular o comportamento de ligações reais, conforme as características estudadas. Para estes ensaios, foi utilizada a premissa de que a coluna era bi-rotulada e a viga em balanço.

Para a realização destes, utilizou-se um pórtico de aplicação de cargas com um atuador hidráulico com capacidade de 600kN e curso de 100mm. A Figura 21 apresenta o desenho do pórtico adotado para a realização dos ensaios.

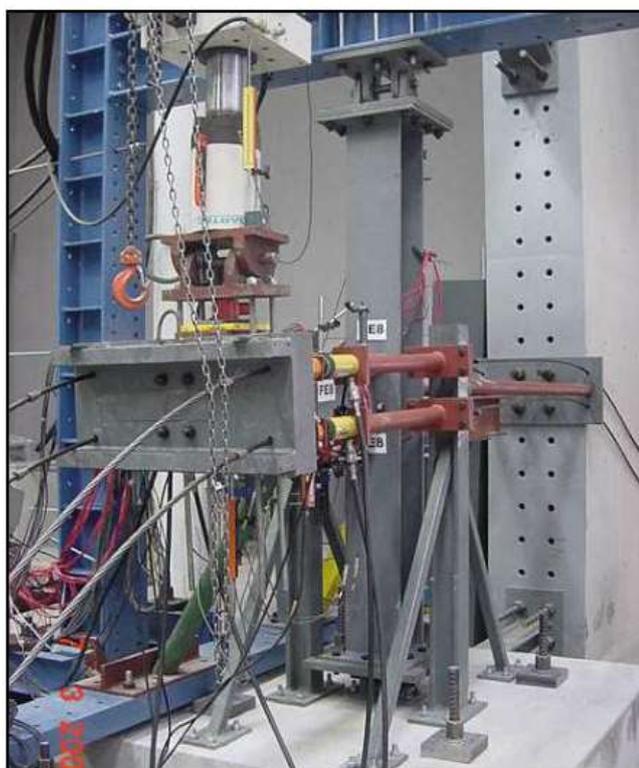


Figura 21 – Pórtico de aplicação da carga [30]

### 3.2.1 Propriedades mecânicas e geométricas

Com a finalidade de se obter as propriedades reais dos materiais utilizados, Lima [30] realizou testes de corpo de prova à tração dos componentes da ligação estudada. Para tal, ensaiou à tração os parafusos, mesas e almas das vigas e colunas, além da placa de extremidade. Estes ensaios foram executados de acordo com as especificações existentes nos códigos europeus para controle de materiais [30]. A Tabela 5 apresenta as propriedades mecânicas medidas.

Tabela 5 – Propriedades mecânicas dos materiais [30]

Corpo de Prova	fy (MPa)	fu (MPa)	E (MPa)
nominal	275	430	210000
<b>VIGA – IPE240</b>			
ALMA 1	366,45	460,36	201483
ALMA 2	358,93	454,70	202836
ALMA 3	371,86	449,32	211839
ALMA 4	380,25	455,99	201544
ALMA 5	375,79	459,49	211308
ALMA 6	379,12	461,98	210128
ALMA 7	342,72	453,40	190443
ALMA 8	332,32	438,76	200127
<b>MÉDIA</b>	<b>363.43</b>	<b>454.25</b>	<b>203714</b>
MESA 1	365,83	444,52	215739
MESA 2	331,62	448,30	213809
MESA 3	340,75	448,77	212497
MESA 4	346,42	450,50	216924
MESA 5	355,40	458,90	221813
MESA 6	349,22	455,88	213589
MESA 7	312,13	443,81	214147
MESA 8	319,73	435,20	213257
<b>MÉDIA</b>	<b>340.14</b>	<b>448.24</b>	<b>215222</b>
<b>COLUNA – IPE240</b>			
EE1_ALMA_1	392,63	491,82	205667
EE1_ALMA_2	399,38	495,29	204567
FE1_ALMA_1	340,16	454,39	218456
FE1_ALMA_2	355,92	467,69	199055
<b>MÉDIA</b>	<b>372.02</b>	<b>477.30</b>	<b>206936</b>
EE1_MESA_1	344,92	410,06	232937
EE1_MESA_2	350,09	472,93	210434
FE1_MESA_1	337,94	450,53	222665
FE1_MESA_2	338,84	461,63	217132
<b>MÉDIA</b>	<b>342.95</b>	<b>448.79</b>	<b>220792</b>
<b>PLACA DE EXTREMIDADE – t = 15 mm</b>			
placa 1 - FE1	365,39	504,45	198936
placa 2 - FE1	374,75	514,44	-
placa 1 - EE1	380,91	497,81	199648
placa 2 - EE1	356,71	497,08	202161
<b>MÉDIA</b>	<b>369,44</b>	<b>503,45</b>	<b>200248</b>
<b>PARAFUSOS – M20</b>			
nominal	900	1000	210000
parafuso 1	914,00	980,00	-
parafuso 2	931,00	1009,00	-
parafuso 3	974,00	1067,00	-
<b>MÉDIA</b>	<b>939,67</b>	<b>1018,67</b>	<b>-</b>

Dos resultados dos ensaios, pode-se verificar que os valores das tensões de escoamento, são em geral, bastante superiores ao valor nominal, enquanto que as tensões de ruptura apresentam-se dentro dos limites mais coerentes. Como justificativa para este evento, Lima [30] apresentou os seguintes relatos: primeiro, todos os corpos de prova foram extraídos de partes dos perfis já ensaiados, tendo em vista que a empresa que fabricou a estrutura não enviou sobras de material. Entretanto, a extração foi realizada em partes do perfil que não sofreram tantas solicitações; segundo, pode ser agregada a diferença entre as tensões de escoamento, a velocidade de aplicação do carregamento utilizada nos ensaios.

### 3.2.2 Cálculo da ligação

A ligação base utilizada no ensaio por Lima [30] foi dimensionada previamente para momento fletor, segundo o Eurocode 3 [31]. Realizou-se um dimensionamento utilizando os valores nominais para as propriedades mecânicas e geométricas das ligações, e coeficientes de resistências iguais a 1,0. Neste dimensionamento preliminar, verificou-se que a componente mais fraca da zona tracionada é a placa de extremidade à flexão (5) e na zona comprimida, a mesa da viga à compressão (7), conforme a Tabela 6, respectivamente. O Anexo A apresenta o dimensionamento da ligação com placa ajustada de maneira mais detalhada, considerando-se os valores ensaiados para os aços usados na fabricação dos perfis.

Na Tabela 6 encontram-se os valores individuais das componentes da ligação com placa de extremidade ajustada obtidos neste dimensionamento.

Tabela 6 – Dimensionamento das componentes – Ensaio FE1 [30]

	Componente		F <sub>Rd</sub> (kN)	k / E (mm)
componentes na região em compressão	(1)	alma da coluna ao corte	494,8	8,43
	(2)	alma da coluna à compressão	690,7	10,40
	<b>(7)</b>	<b>mesa da viga à compressão</b>	<b>444,3</b>	$\infty$
linha 1 (h = 193,1 mm)	(1)	alma da coluna ao corte	642,6	8,43
	(2)	alma da coluna à compressão	690,7	10,40
	(7)	mesa da viga à compressão	542,3	$\infty$
	(3)	alma da coluna à tração	533,3	7,03
	(4)	mesa da coluna à flexão	408,3	40,47
	<b>(5)</b>	<b>placa de extremidade à flexão</b>	<b>339,3</b>	<b>13,35</b>
	(8)	alma da viga à tração	483,0	$\infty$
	(10)	parafusos à tração	441,0	7,76
linha 2 (h = 37,1 mm)	(1)	alma da coluna ao corte	303,2	8,43
	(2)	alma da coluna à compressão	351,4	10,40
	<b>(7)</b>	<b>mesa da viga à compressão</b>	<b>203,0</b>	$\infty$
	(3)	alma da coluna à tração	533,3	7,03
	(4)	mesa da coluna à flexão	408,3	40,47
	(5)	placa de extremidade à flexão	339,3	13,35
	(8)	alma da viga à tração	483,0	$\infty$
	(10)	parafusos à tração	441,0	7,76
$M_{j,Rd} = 339,3 \times 0,193 + 203 \times 0,037 = 73,05 \text{ kN.m}$ $S_{j,ini} = 11152,2 \text{ kN.m/rad}$ e $S_{j,ini}/\eta = 5576,1 \text{ kN.m/rad}$				

### 3.3 Calibração do modelo numérico proposto

A calibração e análise numérica dos modelos foram realizadas através do programa de elementos finitos ABAQUS [6] em sua versão 6.14. Foram realizadas duas etapas de calibração, a primeira para calibração dos critérios de resistência, geometria e contatos em uma análise estática não linear e a segunda para calibração dos critérios de ruptura e progressão do dano. Essas etapas são tratadas nos tópicos a seguir.

#### 3.3.1 Calibração do modelo da ligação isolada

A primeira etapa do processo de calibração teve o objetivo de caracterizar a geometria da ligação, bem como as condições de contorno do modelo numérico, além das propriedades mecânicas dos materiais utilizados. Os resultados dessa etapa foram comparados aos ensaios experimentais realizados por Lima [30], conforme descrito no capítulo anterior, para o modelo com aplicação apenas de momento fletor na ligação.

As condições em que se verifica a deformação plástica foram definidas através do critério de escoamento de *von Mises*. Realizou-se uma análise não linear estática, utilizando-se o método Newton-Raphson para a resolução do sistema de equações não lineares. O algoritmo de integração utilizado é do tipo implícito (*implicit backward Euler*), que garante convergência quadrática do esquema de iteração associado ao método Newton-Raphson.

As descrições cinemáticas dos elementos sólidos são baseadas na formulação de Lagrange que considera grandes deslocamentos e rotações. Nesta formulação, as grandezas envolvidas (tensões, extensões, forças exteriores, entre outras) são definidas em relação à configuração deformada da estrutura. Esta formulação, intuitivamente pouco clara, é mais utilizada porque independe da deformação e funciona para um número elevado de incrementos de carga. Para este caso, a lei constitutiva do material é definida pela curva tensão *versus* deformação utilizando uma definição logarítmica da deformação ( $\sigma_n - \epsilon_n$ ), em vez da lei constitutiva convencional comumente utilizada ( $\sigma - \epsilon$ ). Isto se deve ao fato de que a curva real do material é obtida em um ensaio uniaxial considerando-se sempre a área inicial do corpo de prova, sem levar em conta a estricção sofrida pelo mesmo. Desta forma, deve-se efetuar esta

modificação da lei constitutiva do material a ser utilizada. A relação entre estas duas grandezas é apresentada na equação (10).

$$\sigma_n = \sigma(1 + \varepsilon) \text{ e } \varepsilon_n = \ln(1 + \varepsilon) \quad (10)$$

onde,  $\sigma_n$  se refere à tensão verdadeira (true stress) e  $\varepsilon_n$  à deformação verdadeira (true strain)

Para a calibração correta dos materiais utilizados, realizou-se inúmeras combinações entre os valores de resistência encontrados por Lima [30] em seus ensaios. Vale lembrar que não foi feita a caracterização da curva de tensão *versus* deformação do material, apenas os valores das tensões de escoamento e ruptura. Os valores encontrados que produziram os melhores resultados são mostrados na Tabela 7 e foram provenientes da média das resistências encontradas em cada peça:

Tabela 7 – Tabela resumo das tensões utilizadas antes da correção da lei constitutiva do material [30]

Corpo de prova	$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	E (MPa)
<b>Aço S275 (nominal)</b>	<b>275,00</b>	<b>430,00</b>	<b>210.000</b>
Alma da viga	363,43	454,25	200.127
Mesa da Viga	340,14	448,24	215.222
Alma da Coluna	372,02	477,30	206.936
Mesa da Coluna	342,95	448,79	220.792
Placa de Extremidade	369,44	503,45	200.248
<b>M20 Classe 10.9 (nominal)</b>	<b>900,00</b>	<b>1.000,00</b>	<b>210.000</b>
Parafusos	939,67	1.018,67	210.000

Para caracterização da relação tensão *versus* deformação, utilizou-se uma curva baseada no modelo quad-linear conforme a Figura 22, exceto para o parafuso, onde o último patamar apresentado não foi utilizado, devido à ruptura sob uma menor deformação deste material.

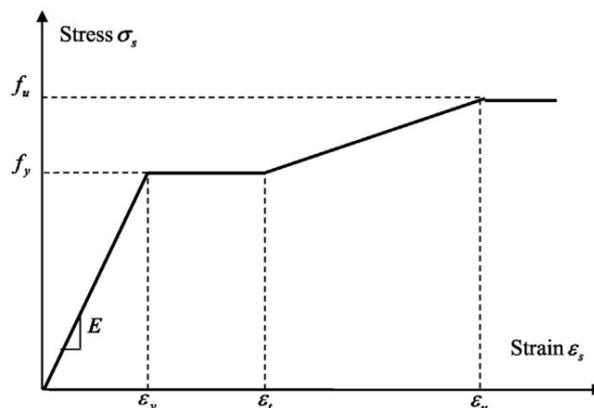


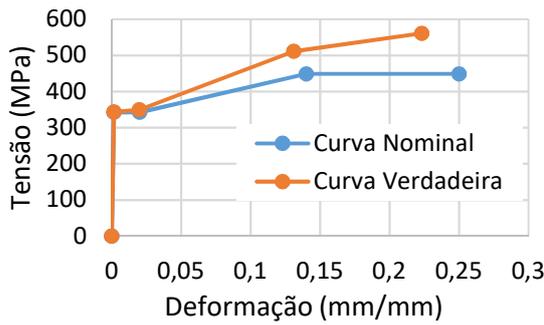
Figura 22 – Esquema da curva quad-linear de tensão *versus* deformação dos materiais

Os parâmetros das deformações seguiram os critérios propostos por Bradford e Liu [37] no que se refere aos valores de escoamento e encruamento do aço S275, e no que se refere à ruptura do aço, os parâmetros foram definidos pelos ensaios realizados por Yang e Tan [38]. A deformação de ruptura dos parafusos foi definida conforme ensaios realizados por Coelho et al. [39], não apresentando o último patamar, sendo composto apenas por uma curva tri-linear, visto que os parafusos apresentam uma deformação reduzida. Com isso, os parâmetros de caracterização dos pontos de deformação da curva quad-linear escolhidos são informados na Tabela 8:

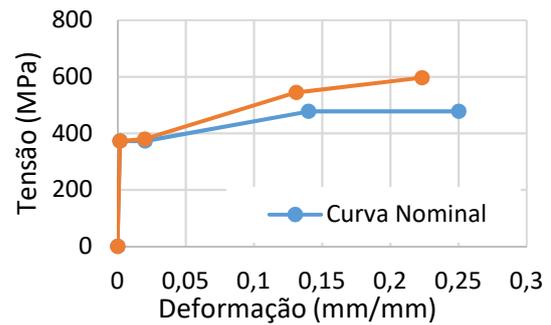
Tabela 8 – Deformações características dos materiais calibrados

Material	$\epsilon_y$ (%)	$\epsilon_t$ (%)	$\epsilon_u$ (%)
S 275	2,00	14,00	25,00
Parafuso Cl. 10.9	2,00	14,00	-

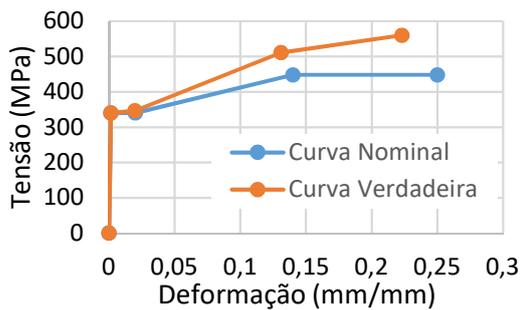
Após a definição de todos os parâmetros de caracterização das curvas tensão *versus* deformação dos materiais adotados, todos os valores foram corrigidos pela lei constitutiva baseada na definição logarítmica da deformação, tensão e deformação verdadeiras. Na Figura 23 são apresentadas as curvas das leis constitutivas dos materiais adotados e as correspondentes curvas nominais aplicáveis à análise física não linear, que serão consideradas neste trabalho.



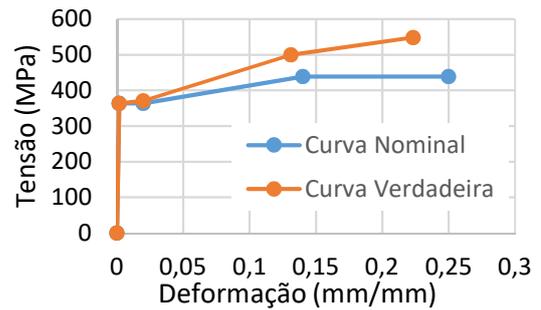
(a) mesa da coluna



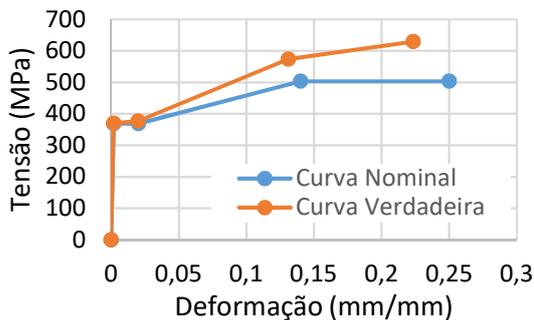
(b) alma da coluna



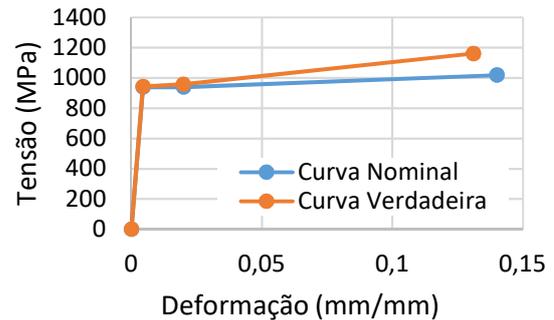
(c) mesa da viga



(d) alma da viga



(e) placa de extremidade



(f) parafusos

Figura 23 – Curvas tensão-deformação dos materiais

A realização da modelagem numérica, para este tipo de problema é bastante complexa, devido aos seus requisitos de geometria e suas necessidades de configuração da lei constitutiva do material, condições de contorno e carregamento.

O modelo estudado considerou o desenvolvimento de toda a extensão da ligação viga-coluna, sendo modelados todos os elementos de composição da ligação: viga, coluna, parafusos e placa de extremidade.

Para a constituição do modelo, utilizou-se o elemento sólido do tipo C3D8R, que tem integração reduzida e oito nós com três graus de liberdade por nó, sendo as translações nas direções x, y e z.

Considerando a complexidade do modelo, utilizou-se uma análise não linear completa, ou seja, geométrica e do material.

Para as propriedades dos materiais aplicados no modelo foram utilizados os valores apresentados na Figura 23 após a correção da lei constitutiva dos materiais, sendo que para cada elemento apresentado, há um valor para o módulo de elasticidade. O coeficiente de Poisson  $\nu$  foi adotado igual a 0,3 para todos os tipos de materiais apresentados.

Foram utilizados parafusos M20, classe 10.9, constituídos de cabeça, porca e corpo (rosca completa). O corpo do parafuso foi definido através da área da seção transversal da zona roscada e seu comprimento é igual às espessuras dos elementos que eles ligam: placa de extremidade e mesa da coluna.

O carregamento é aplicado através de deslocamento prescrito na ponta do centroide da viga, com o deslocamento para fora do plano restringido. No que se refere às condições de contorno, verificou-se a dissipação de tensão na coluna e os resultados avaliados mostraram que o modelo utilizado com comprimento reduzido da coluna representava bem o modelo em escala real ensaiado por Lima [30]. Desta forma, as faces dos cortes das colunas foram engastados. O modelo analisado com as respectivas condições de contorno e carregamento é mostrado na Figura 24.

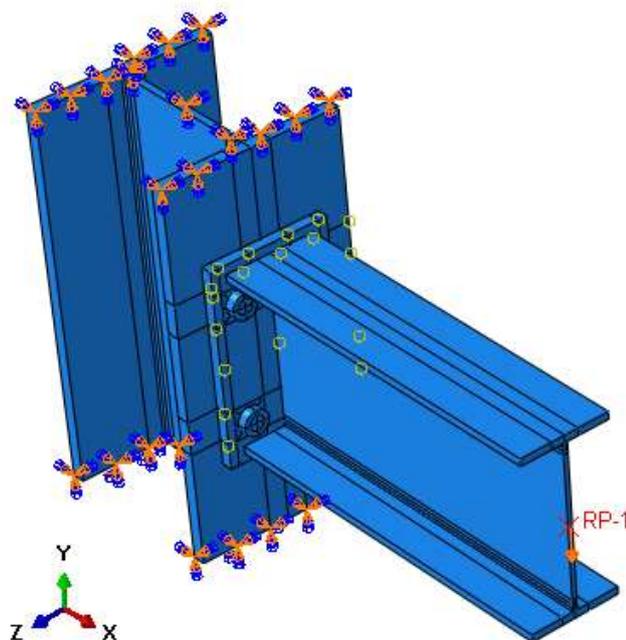


Figura 24 – Modelo numérico e condições de contorno

Para a modelagem foi realizado preliminarmente o estudo da malha a ser utilizada, a fim de se manter os valores mais coerentes nos testes, sem sobrecarregar o processamento a ser executado. A confiabilidade dos resultados depende da discretização da malha de elementos finitos, sendo necessário que esta malha seja refinada o suficiente, porém, ao mesmo tempo, deve ser limitada a valores aceitáveis. Com base num estudo em T-Stub realizado por Wanzek e Gebbeken [40], a discretização da malha deve ser feita em relação a dois parâmetros: número de elementos necessários na espessura, de modo a permitir a correta representação do desenvolvimento das rótulas plásticas; e o grau de discretização necessário de modo a representar os problemas de flexão.

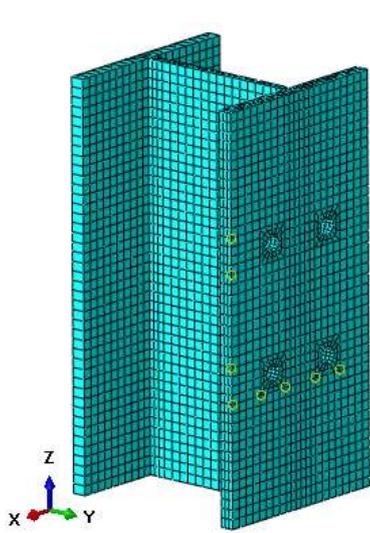
A malha utilizada foi escolhida de modo que os elementos tivessem uma proporção e tamanho de forma a evitar problemas numéricos [41] e se utilizou sempre, pelo menos, três elementos ao longo das espessuras das chapas.

Levando-se em consideração os estudos preliminares realizados, a Figura 25 apresenta os detalhes das componentes do modelo desenvolvido. Este modelo satisfaz o estudo de convergência de malha previamente efetuado.

Para as interações entre as peças utilizou-se o *General Contact* com comportamento normal (*hard contact*) e tangencial, correspondente a um coeficiente de atrito igual a 0,25 [42]. A viga e a placa de extremidade foram consideradas solidárias, simulando o comportamento da solda.

Com os parâmetros apresentados e com a utilização de três elementos ao longo das espessuras das chapas e dimensões aproximadas de 12mm na coluna, 2mm nos parafusos, 6mm na placa de extremidade e 8mm na viga, o modelo desta etapa de calibração apresentou 50.066 nós e 37.213 elementos.

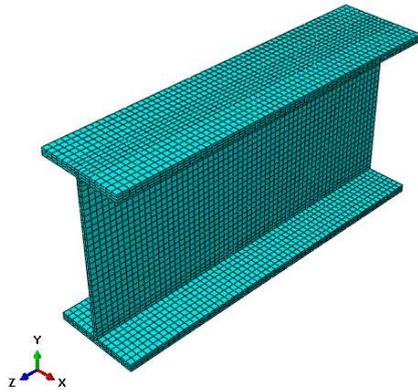
Para comparação dos resultados, o momento fletor ( $M$ ) agindo na ligação foi determinado através da criação de uma seção de corpo livre (Free Body) na viga. Com essa seção, o ABAQUS integra as tensões nos elementos, calculando a força resultante proveniente das tensões de von Mises e fornece as componentes e resultados dos esforços normais e momento fletor que equilibram as tensões internas geradas pelo carregamento. A seção do corpo rígido escolhido é mostrado na Figura 26.



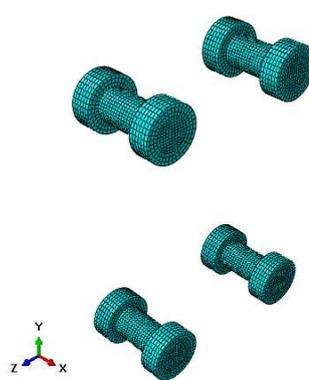
(a) detalhe da coluna



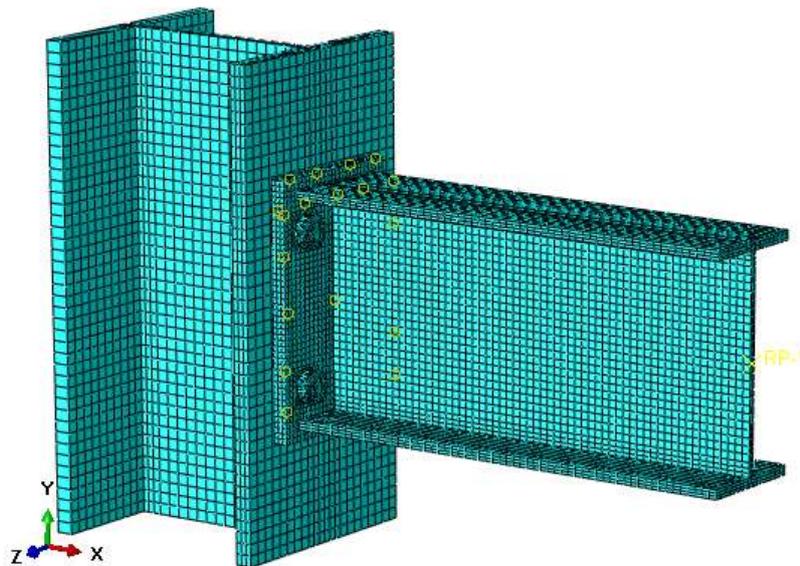
(b) detalhe da placa de extremidade



(c) detalhe da viga



(d) detalhe dos parafusos



(e) detalhe da malha do modelo

Figura 25 – Detalhes das malhas e geometrias adotadas

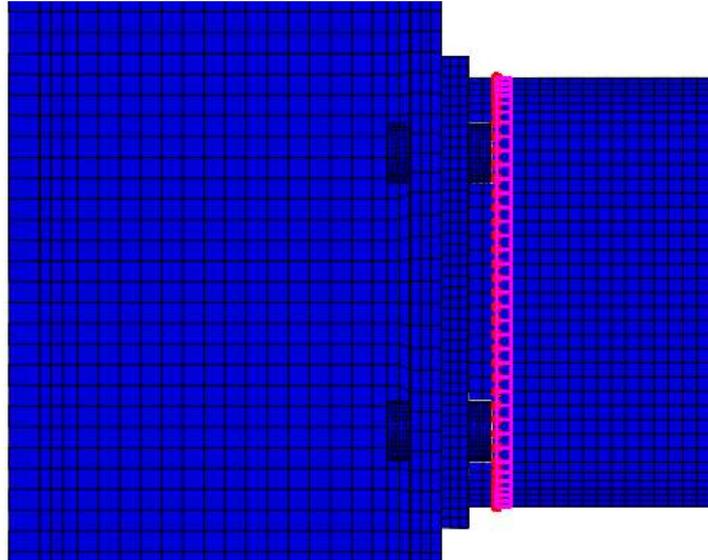


Figura 26 – Seção utilizada para criação de corpo rígido e retirada de dados dos esforços internos

A rotação da ligação foi determinada a partir do cálculo do ângulo formado por dois nós subsequentes pertencentes ao centroide da viga logo após a zona plastificada. Os nós que forneceram a rotação e a zona plastificada no último estágio de carregamento aplicado para calibração do modelo são mostrados na Figura 27.

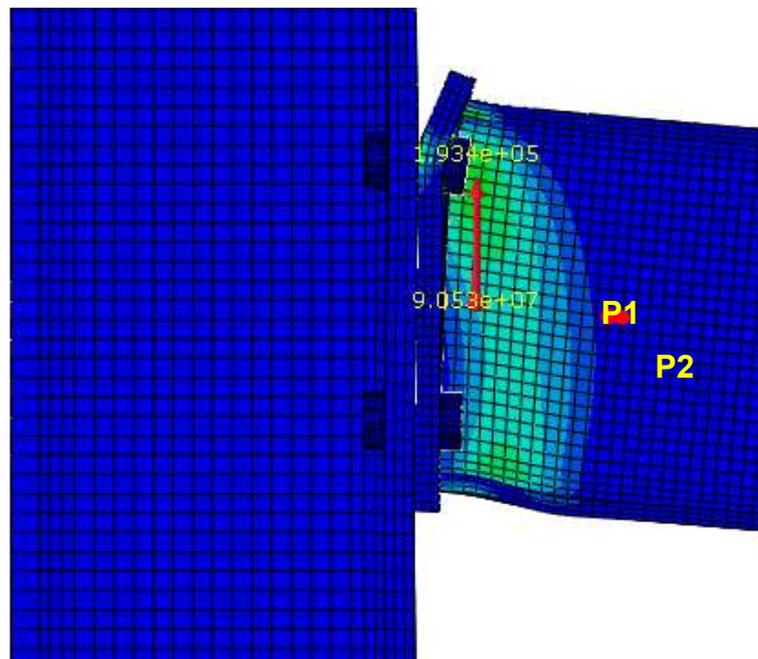


Figura 27 – Zona plastificada e nós utilizados para cálculo da rotação

O ângulo formado foi calculado através da seguinte equação:

$$\theta = \text{atan} \frac{y_1 - y_2}{x_2 - x_1} \quad (11)$$

onde,  $y_1$  é a coordenada vertical do ponto 1 e  $x_1$  sua coordenada horizontal, enquanto  $y_2$  e  $x_2$  são definidos de forma correspondente.

A Figura 28 apresenta o gráfico comparativo, entre o resultado encontrado no modelo numérico calibrado e o resultado do ensaio experimental.

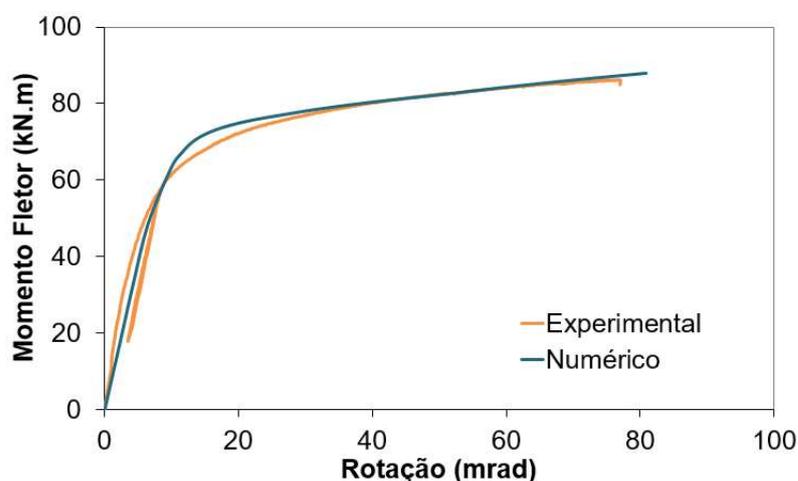


Figura 28 – Gráfico momento *versus* rotação – numérico e experimental – FE01

Através do gráfico é possível verificar que as duas curvas apresentam semelhança de forma. A Figura 29 apresenta as retas que definem a rigidez inicial de cada uma das curvas, experimental e numérica, obtidas pela inclinação inicial do gráfico momento *versus* rotação. A linha vermelha representa a reta utilizada para obtenção da rigidez inicial da curva experimental na fase de descarga, sendo esta paralela ao trecho inicial, e a verde é referente à inclinação do trecho inicial da curva momento *versus* rotação do modelo numérico. Conforme representado na Tabela 6, a rigidez inicial experimental obtida foi de 8.564 kN.m/rad, enquanto que a curva numérica apresenta 7.694 kN.m/rad, que significa uma diferença de 10%. Assim, pode-se verificar que para a rigidez inicial, o resultado obtido encontra-se dentro de um limite aceitável [42].

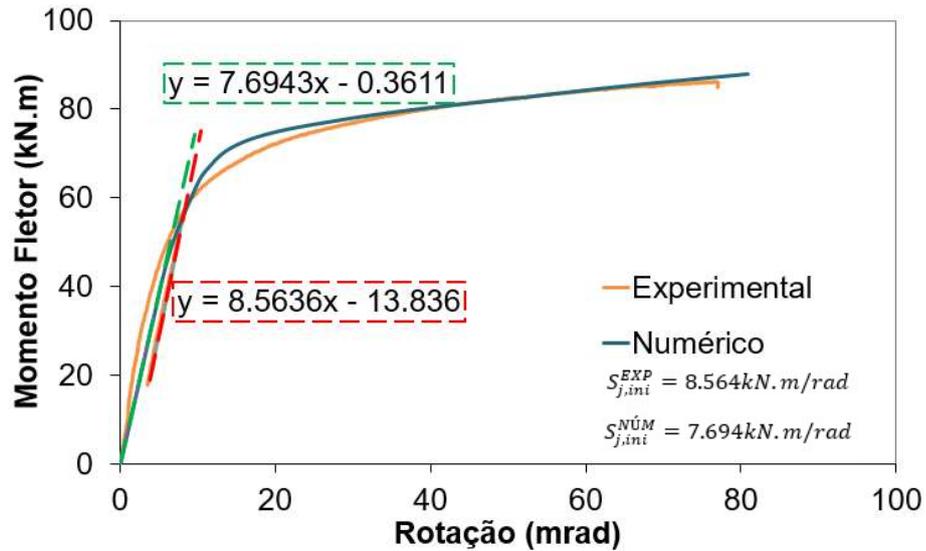


Figura 29 – Rigidez inicial – numérico e experimental – FE01

O momento resistente  $M_{j,Rd}$  foi obtido através do ponto de intersecção entre as duas retas do gráfico apresentado na Figura 30. A seguir, serão apresentados os cálculos realizados para obtenção do momento resistente da ligação.

Através da Figura 30 pode-se obter as duas retas, conforme a equação (12)

$$\begin{aligned} y_1 &= 7,6943x - 0,3611 \\ y_2 &= 0,2042x + 71,929 \end{aligned} \quad (12)$$

Igualando-se ambas as equações, têm-se:

$$\begin{aligned} y_1 &= y_2 \\ 7,6943x - 0,3611 &= 0,2042x + 71,929 \\ 7,4901 &= 72,2901 \\ x &= 9,6514 \text{ mrad} \end{aligned} \quad (13)$$

Com o valor da rotação encontrado pela (95) é possível calcular o valor do momento fletor, que será identificado como momento resistente  $M_{j,Rd}$ :

$$\begin{aligned} y_1 &= 7,6943 \cdot 9,6514 - 0,3611 = 73,90 \text{ kN} \cdot \text{m} \\ M_{j,Rd} &= 73,90 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned} \quad (14)$$

Comparado-se o resultado do momento resistente obtido na equação (14), de 73,90 kN.m, com o valor obtido no ensaio experimental, 72,2 kN/m, é possível verificar que o valor experimental é superior ao numérico em aproximadamente 2%.

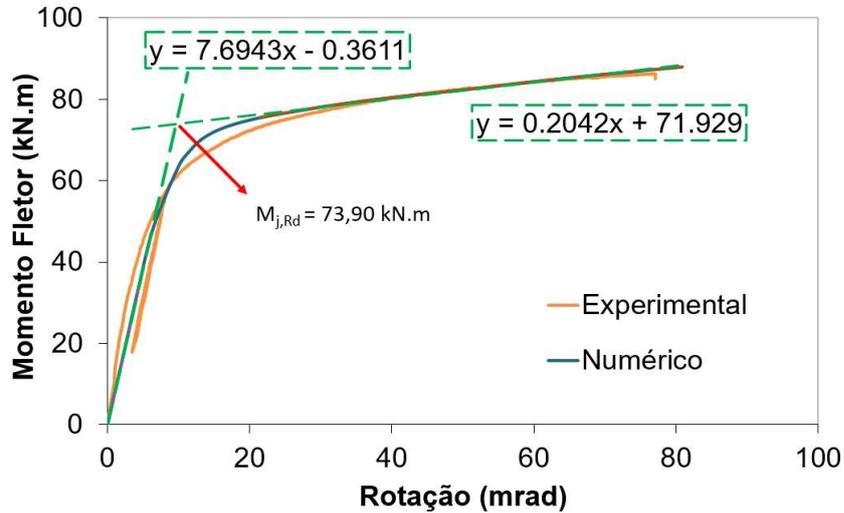


Figura 30 – Momento resistente – numérico – FE01

A Figura 31 apresenta a comparação dos resultados encontrados através de três análises: ensaio experimental, modelo numérico e Eurocode 3 [31]. É possível verificar que os resultados encontrados são bastante satisfatórios, e que todos eles possuem uma similaridade dos resultados e se validam mutuamente.

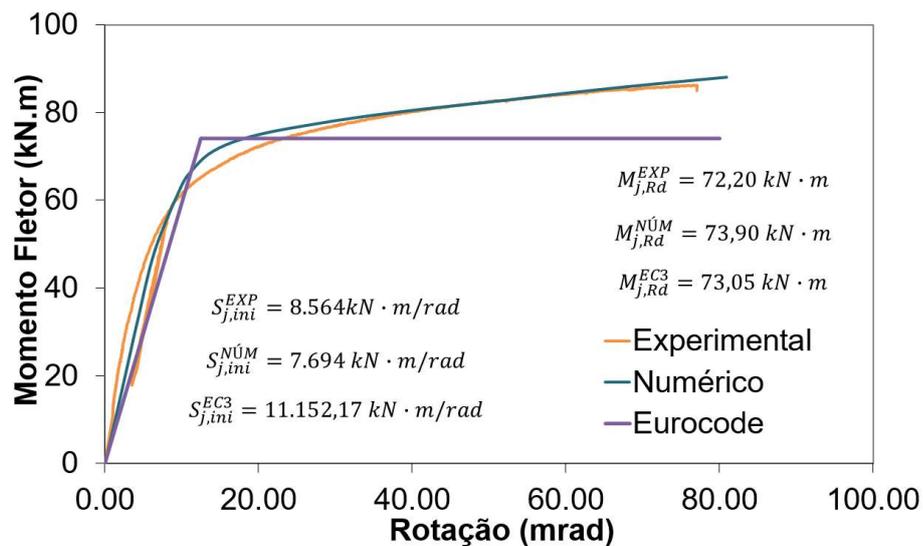


Figura 31 – Comparação dos resultados obtidos – FE01

Na Figura 32 é possível visualizar a correspondência das deformações entre o resultado experimental e o modelo numérico quando aplicado um momento fletor de 79,2kN.m.

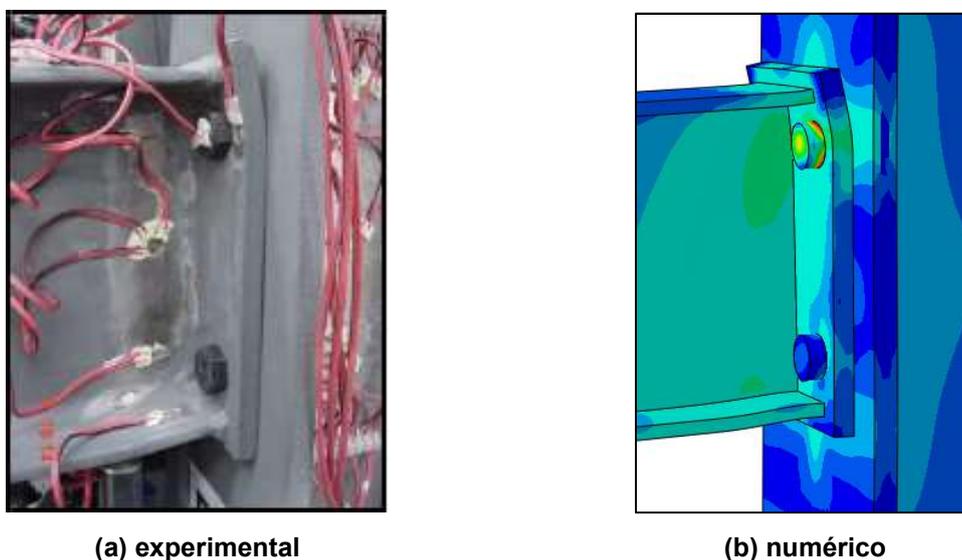


Figura 32 – Comparação de deformação – experimental e numérico

Adicionalmente, realizou-se a verificação de um modelo com uma tração previamente aplicada, de 264,9 kN, equivalente à 20% da resistência plástica da viga. Comparou-se o resultado com aquele encontrado por Lima [30] em seus ensaios experimentais. Ambas as curvas de momento *versus* rotação, numérico e experimental, são apresentados na Figura 33.

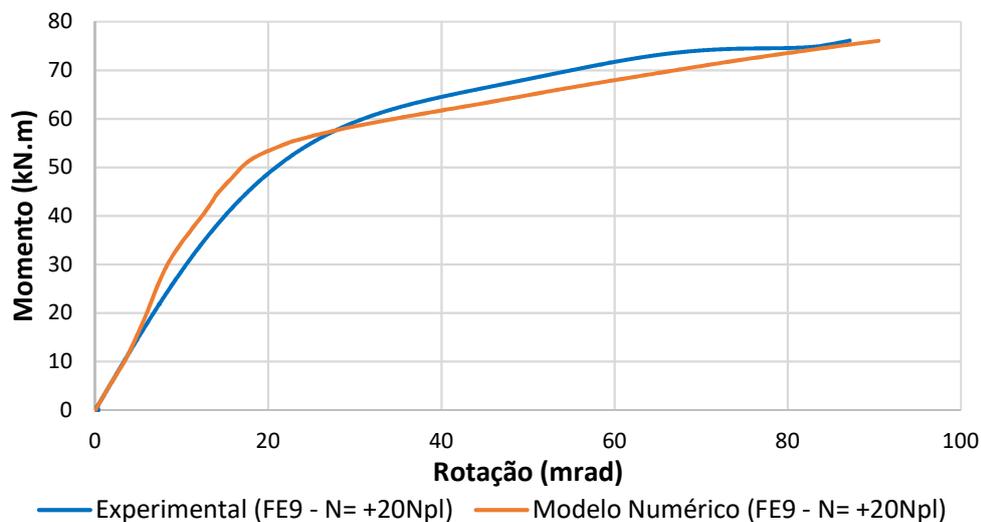


Figura 33 – Comparação da curva momento rotação sob uma força equivalente à 20% da tensão plástica da viga

Com base nestes resultados, pode-se verificar que a modelagem manteve as características obtidas no ensaio experimental, e assim, considera-se essa etapa da modelagem satisfatória.

### 3.3.2 Calibração dos critérios de ruptura e análise explícita

Para o estudo da robustez é necessário avaliar o comportamento pós-crítico da estrutura. Este cenário contempla uma possível ruptura dos elementos e deformações muito elevadas. Com este objetivo, realizou-se a calibração dos materiais para análise da ruptura da estrutura. Para tal, no ABAQUS [6], é necessário realizar uma análise dinâmica explícita. Este tipo de análise é um procedimento dinâmico, originalmente desenvolvido para eventos de impacto de alta velocidade. O problema é resolvido através do equilíbrio dinâmico, portanto a massa e a inércia tem um papel dominante nos resultados.

A aplicação de análises dinâmicas e explícitas para modelar eventos quase estático requer que se considere alguns pontos, como:

- i. É impossível, computacionalmente, modelar um processo quase estático em seu tempo natural. Seriam necessários milhões de incrementos de tempo. Logo, é preciso reduzir o tempo de aplicação de maneira que não prejudique o resultado;
- ii. Aumentar a velocidade do processo de forma artificial é necessário para que se obtenha uma solução econômica [6].

Para que se obtenha bons resultados à um custo computacional viável e que mantenha as características quase estáticas da análise, existem algumas técnicas numéricas que ajudam na resolução do processo.

Para calibração dos materiais do modelo analisado na análise explícita, fez-se uso do *Mass Scaling*, que aumenta artificialmente a densidade do material, que garante um aumento do incremento de tempo necessário para a análise do modelo, reduzindo drasticamente o tempo de processamento sem comprometer a qualidade dos resultados.

Também é interessante reduzir o tempo de aplicação da carga. Quanto menor o tempo de carregamento, mais rápida será análise. Por exemplo, caso um modelo

com deslocamento prescrito a uma velocidade de 1mm/s tenha esse valor alterado para 10mm/s, a análise será 10 vezes mais rápida [6]. Porém, deve-se atentar ao fato de que esse acréscimo de velocidade irá influenciar na resposta do modelo, que tenderá a produzir um resultado com caráter dinâmico acentuado, afastando-se da resposta quase estática, que é o que se deseja simular.

Existem diversos estudos que relacionam esses parâmetros à qualidade da solução. Os principais parâmetros de referência, que foram utilizados nessa dissertação é que a velocidade de aplicação do carregamento seja inferior à 1% da velocidade da onda de vibração do material, que para metais é de cerca de 5.000 m/seg [43]. Além disso, caso a energia cinética total da estrutura deformada seja em torno de 5% a 10% da energia interna do modelo, pode-se desprezar o efeito dinâmico durante a maior parte da resposta estrutural [6].

Para calibração dos materiais à ruptura, fez-se uso do critério de Dano Dúctil (*Ductile Damage*) com evolução do dano (*Damage Evolution*). Este tipo de critério exige que se defina uma curva que relaciona a deformação para início da fratura à tensão triaxial do elemento.

Para a modelagem do material ao dano é necessário definir quatro parâmetros, cujos pontos são esquematizados Figura 34:

- i. Definição da resposta do material sem dano (pontos a-b-c-d');
- ii. O critério de inicialização do dano (c);
- iii. A curva de evolução do dano (c-d);
- iv. A escolha do tipo de remoção do elemento quando a rigidez do elemento estiver completamente comprometida.

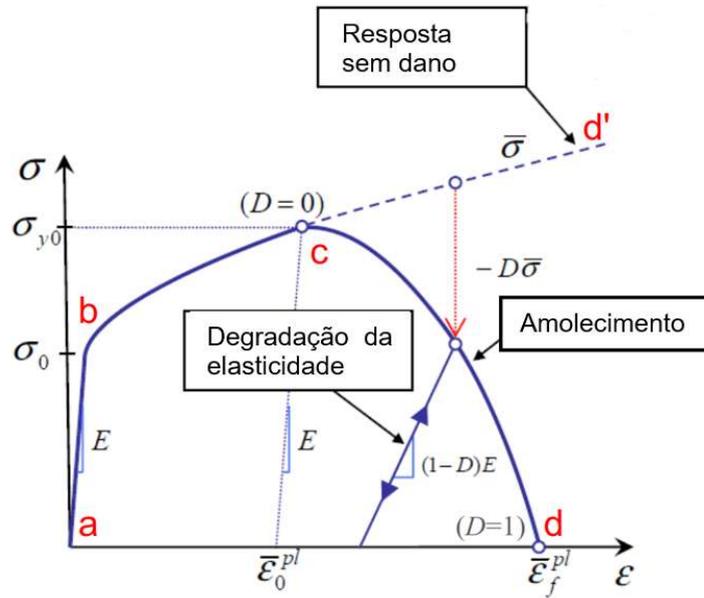


Figura 34 – Representação esquemática da comportamento elastoplástico do material com dano progressivo [43]

O valor de  $D$  corresponde a variável de dano geral ( $D=0\dots 1$ ). Após o início do dano, o tensor de tensões no material é dado pela equação de dano

$$\sigma = (1 - D)\bar{\sigma} \quad (15)$$

e  $\bar{\sigma}$  é a tensão teórica do material na ausência de dano.

O ponto C da curva da Figura 34, para cada material, foi definido no critério de ruptura dúctil através da utilização da curva de tensão de fratura *versus* tensão triaxial conforme as equações a seguir baseadas nos estudos de Wierzbicki e Werner [44], Bao [45] e validadas por Wang [46]:

$$\bar{\epsilon}_f = 0,1225 \cdot \left(n + \frac{1}{3}\right)^{-0,46} \quad \text{para } -\frac{1}{3} < n < 0 \quad (16)$$

$$\bar{\epsilon}_f = 1,9n^2 - 0,18n + 0,21 \quad \text{para } 0 < n < 0,4 \quad (17)$$

$$\bar{\epsilon}_f = 0,15n^{-1} \quad \text{para } 0,4 < n < 0,95 \quad (18)$$

onde,

$\bar{\epsilon}_f$  = deformação de fratura

$n = \frac{\sigma_H}{\bar{\sigma}}$  tensão média triaxial

$\sigma_H$  = tensão hidrostática

$\bar{\sigma}$  = tensão equivalente

A equação (16) descreve o comportamento do material quando há a ocorrência de fratura por cisalhamento à compressão e a equação (17) descreve a fratura devido à formação de espaços vazios dentro do material quando há esforço de tração ocorrendo a ruptura dúctil. Já a equação (18) refere-se a casos onde existem esforços de cisalhamento puro. O gráfico que relaciona estas variáveis é mostrado na Figura 35:

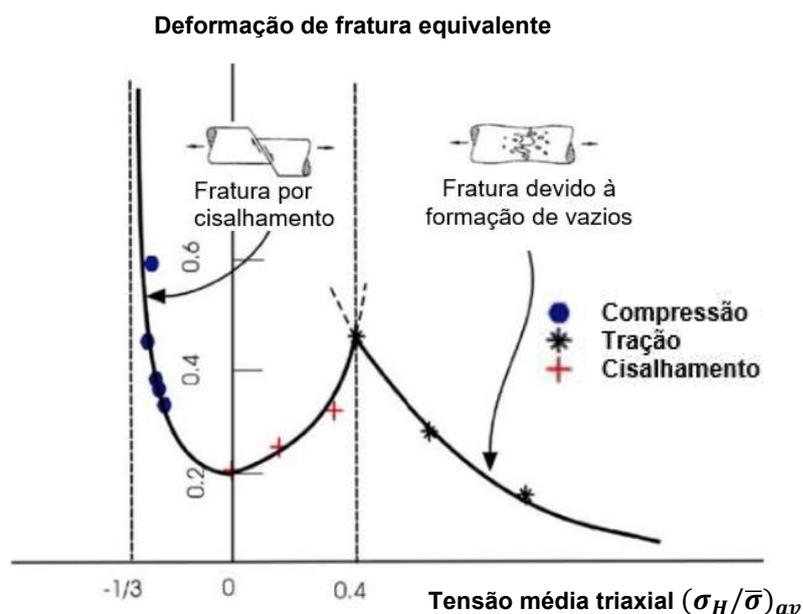


Figura 35 – Dependência entre deformação equivalente de fratura e tensão triaxial [45]

Para os parafusos, por possuírem uma menor capacidade de deformação, utilizou-se um fator de 0,6 nas equações anteriores. Os testes numéricos indicaram que este valor era condizente com os resultados encontrados por Coelho et al. [39].

Já a lei de evolução do dano (pontos c-d do diagrama da Figura 34) assume que o dano é caracterizado pela degradação progressiva da rigidez do material, o que leva à falha do mesmo. Esta lei leva em consideração a combinação dos diferentes

mecanismos de dano agindo simultaneamente no mesmo material e oferece a opção para descrever o que ocorre após a falha, incluindo a possibilidade de remover os elementos da malha. Este comportamento foi descrito com a utilização de uma lei tabular linear, conforme Figura 36, onde os parâmetros utilizados para os parafusos e para as peças formadas pelo aço S275 são mostrados.

Quando a variável do dano atinge o valor 1, o elemento correspondente da malha é eliminado. Essa lei é dependente do tamanho da malha escolhida e devido à inviabilidade de aplicar a mesma malha refinada em toda a estrutura, utilizou-se a malha calibrada apenas nos pontos de concentração de tensão da ligação.

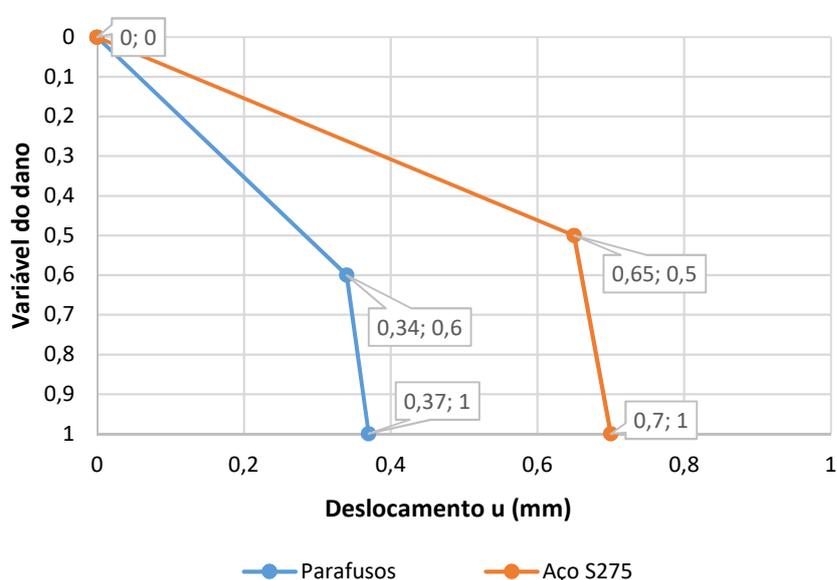


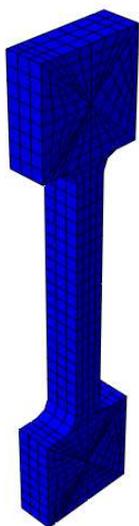
Figura 36 – Lei de evolução do dano para os parafusos e demais peças da ligação

O tamanho dos elementos utilizados na malha que definiram os parâmetros utilizados são apresentados na Tabela 9:

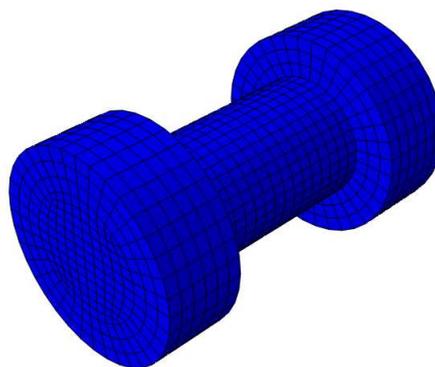
Tabela 9 – Tamanho dos elementos utilizados na malha

Tipo de elemento	Tamanho (mm)
Parafusos	2
Placa de Extremidade	5
Viga	6
Coluna	10

Realizou-se a modelagem e as análises de corpos de prova padrões para a simulação computacional do ensaio de tração para os parafusos e para as demais peças, conforme Figura 37, utilizando todos os parâmetros apresentados.



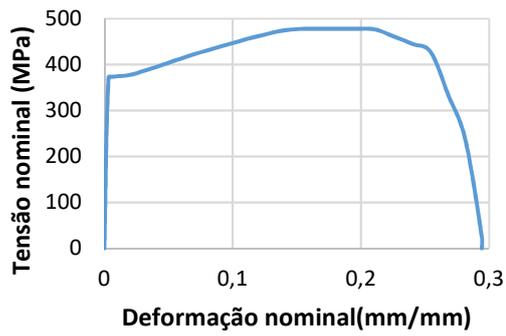
(a) Aço S275 (viga, coluna e placa de extremidade)



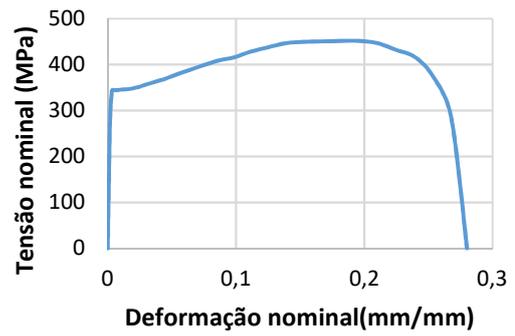
(b) Parafusos

Figura 37 – Modelos dos corpos de prova para validação dos critérios de ruptura

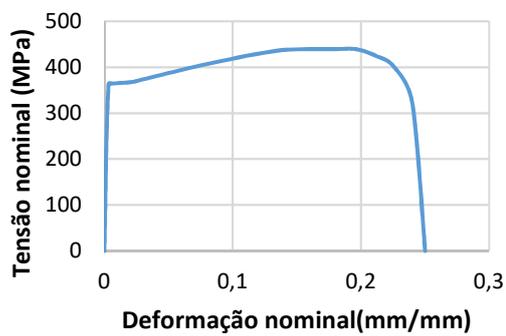
Os resultados que compõem o gráfico de tensão *versus* deformação da lei nominal do material com implementação dos critérios de ruptura, onde a tensão é obtida pelo valor da força aplicada dividido pela área da seção transversal original e a deformação é obtida pelo alongamento dividido pelo comprimento efetivo do corpo de prova, são apresentados na Figura 38. A Figura 39 mostra a ruptura do corpo de prova com remoção dos elementos para cada tipo de geometria utilizada.



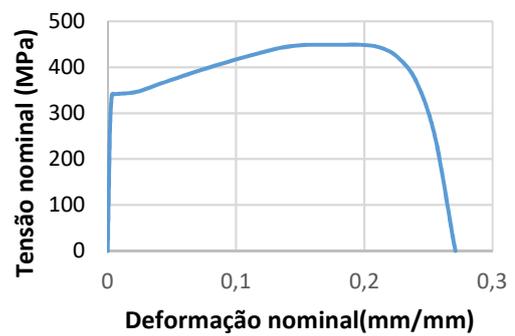
(a) Alma da coluna



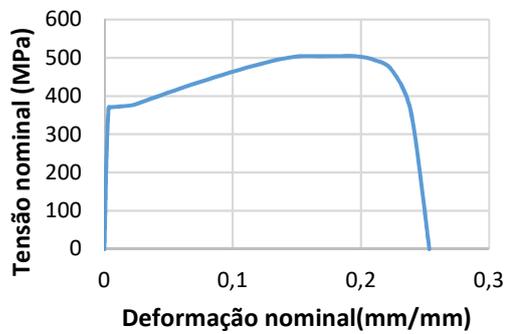
(b) Mesa da coluna



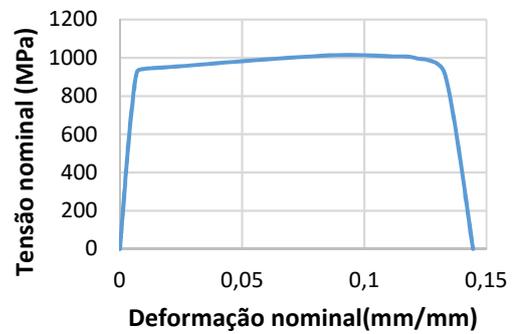
(c) Alma da viga



(d) Mesa da viga

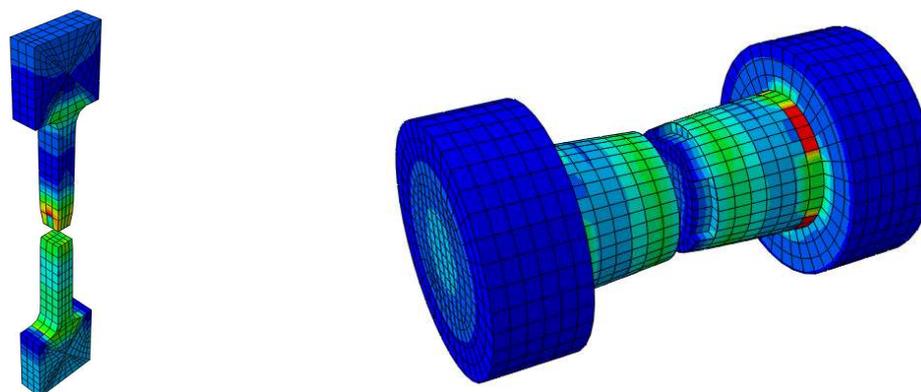


(e) Placa de extremidade



(f) Parafusos

Figura 38 – Gráficos tensão *versus* deformação das peças da ligação com critério de ruptura implementado



(a) Placa de extremidade

(b) Parafusos

Figura 39 – Ruptura dos corpos de prova

Com base nos resultados encontrados e sua coerência com os dados encontrados na literatura, pode-se considerar a calibração do material ao dano satisfatória, apesar de não ter sido possível a comparação das curvas de tensão *versus* deformação com resultados experimentais, visto que as bibliografias pesquisadas apresentaram apenas os valores das deformações de ruptura e escoamento em forma de tabela.

Com os materiais e geometria calibrados, realizou-se uma análise com dano da ligação descrita anteriormente sujeita apenas a momento fletor e se comparou os resultados com aqueles provenientes da análise estática não linear. O gráfico momento *versus* rotação desses modelos são apresentados na Figura 40.

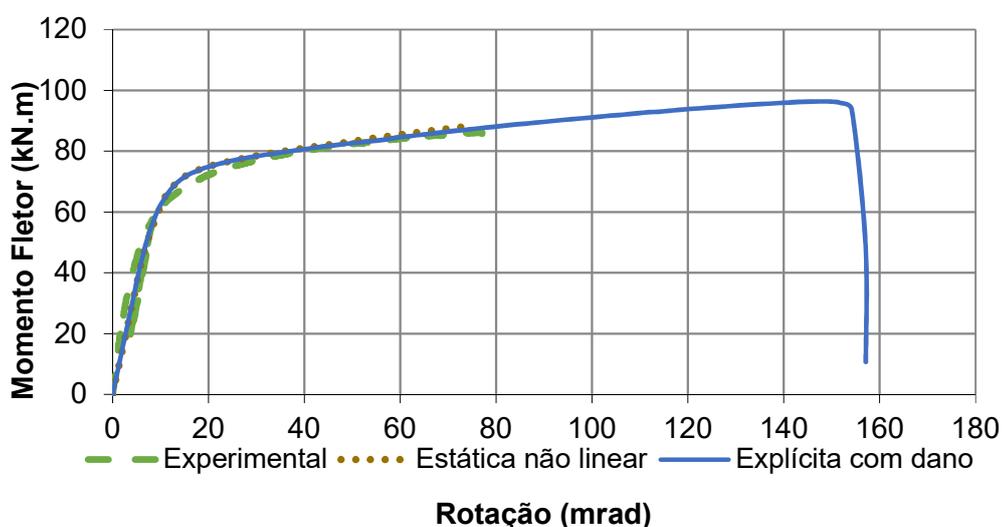


Figura 40 – Comparação entre análise estática e explícita com dano da ligação sujeita apenas a momento fletor

A Figura 41 apresenta o modelo da ligação calibrada com dano implementado após a sua ruptura.

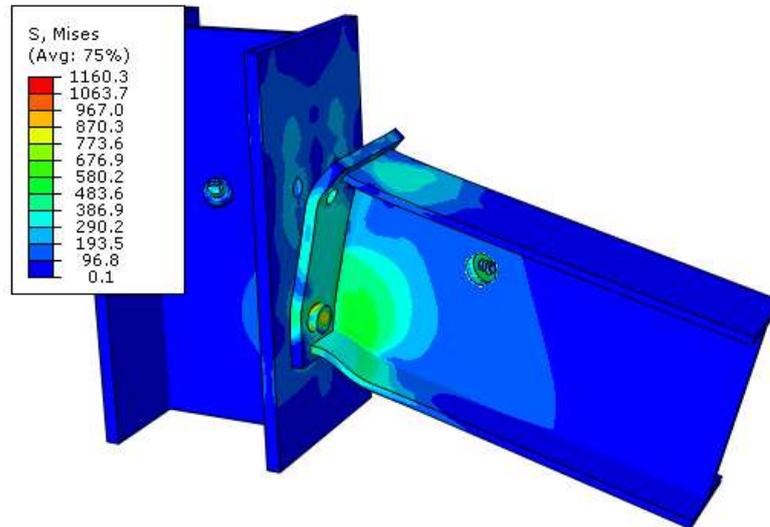


Figura 41 – Deformada e tensão de von Mises da ligação após ruptura

Já a Figura 42 apresenta a deformação dos parafusos após a ruptura dos mesmos posicionados na primeira linha (superior), que levou à queda da resistência da ligação.

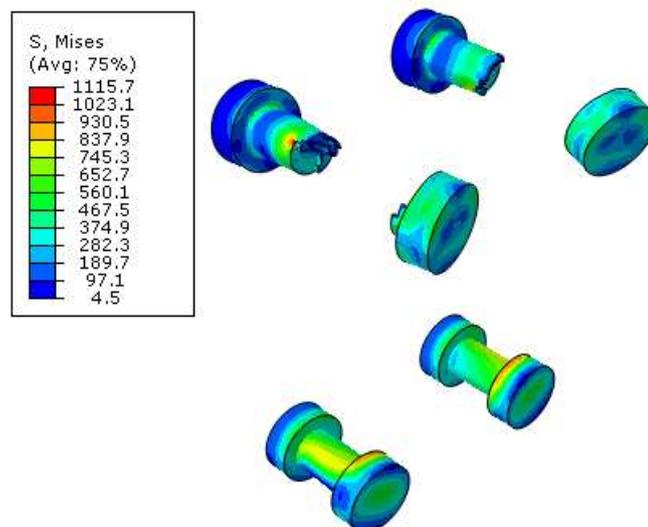


Figura 42 – Deformação e tensão de von Mises dos parafusos na ligação calibrada

Pode-se também perceber que, utilizando os parâmetros sugeridos para transformar a análise em uma análise quase estática, a estrutura comportou-se de maneira satisfatória, e que o resultado apresentado pela ligação padrão em uma análise explícita com dano progressivo implementado é coincidente com aquele da análise estática não linear sem dano.

Vale a observação de que muitos estudos indicam método de Johnson-Cook para modelagem da falha [46], entretanto, não se encontrou formulações que simulassem os materiais que compuseram os ensaios. O critério de inicialização da fratura no modelo de Johnson-Cook é dado pela equação (19).

$$\bar{\varepsilon}_f = [D_1 + D_2 \exp(D_3 n)] \cdot [1 + D_4 \ln \varepsilon^*] \cdot [1 + D_5 T^*] \quad (19)$$

onde:

$\bar{\varepsilon}_f$  = deformação de fratura

$n$  = tensão triaxial

$\varepsilon^*$  = deformação

$$T^* = \left( \frac{T_{metal} - T_{ambiente}}{T_{fusão} - T_{ambiente}} \right)$$

$T$  = temperatura

$D_n$  = Coeficientes experimentais

Os valores dos coeficientes experimentais ( $D_n$ ) podem ser obtidos após a realização de diversos ensaios laboratoriais bastante específicos e caros, e é difícil encontrar valores confiáveis desses parâmetros para aços comuns às estruturais civis, foco deste trabalho, onde o conhecimento de parâmetros para modelagem de fratura e capacidade final com dano não são tão requisitados. As referências bibliográficas pesquisadas não apresentaram valores desses parâmetros que fossem coerentes com o tipo aço utilizado neste trabalho.

### 3.3.3 Considerações sobre análises dinâmicas

Após um evento desastroso, como uma explosão ou perda abrupta de um elemento, é esperado que a estrutura apresente um comportamento dinâmico. Dependendo da rigidez e massa da estrutura, que determinam as suas frequências naturais de vibração, os resultados da resposta dinâmica podem ser consideravelmente superiores àqueles obtidos através uma análise estática [47].

A análise de elementos finitos utilizada para a simulação da perda de um elemento estrutural foi tipo explícita e não linear, um tipo de análise basicamente dinâmico e desenvolvido, principalmente, para simulações de impacto [6]. Entretanto, as análises realizadas tentaram simular um comportamento quase-estático das estruturas pois, apesar do elevado custo computacional gerado por esse aumento no tempo de aplicação do carregamento, este era o método mais adequado para avaliar o desenvolvimento de esforços e comportamento das ligações, devido à ausência de informação quanto às propriedades dos materiais obtidas em ensaios sob elevada taxa de aplicação de carregamento (*strain rate*). A velocidade de aplicação do carregamento influencia na resistência do material [48], entretanto, alguns autores sugerem que essa influência pode não ser tão significativa na modelagem da perda de um elemento estrutural [28]. A norma PDC TR-06-01 [20], apresenta sugestões de fatores de sobre resistência do material para casos de aplicação dinâmica conforme a Tabela 10.

Tabela 10 – Fator de sobre resistência para materiais metálicos

Material	Tensão de plastificação estática mínima	Fator de amplificação da resistência dinâmica (DIF)
Elementos formados a frio	200-400 MPa	1,10
Aço	200-240 MPa	1,29
	290-400 MPa	1,19
	515-690 MPa	1,09

Além disso, para verificação da resistência ao colapso progressivo, o método do caminho alternativo do UFC-4-023-03 [19] permite que se realize uma análise não linear dinâmica. Essa análise é proposta através da análise de pórticos formados por elementos de barra e consiste de três etapas:

- a) Realização de uma análise não linear da estrutura com todos os seus elementos carregada sob a combinação apresentada na equação (7) com fator  $\Omega_L$  igual a 1;
- b) Aplicação das reações de apoio encontradas na coluna que irá ser removida na ligação, conforme Figura 55;
- c) Redução acentuada das forças de reação nas colunas até que estas se igualem a zero e o sistema atinja o equilíbrio. A Figura 44 apresenta os passos de carregamentos que devem ser utilizados.

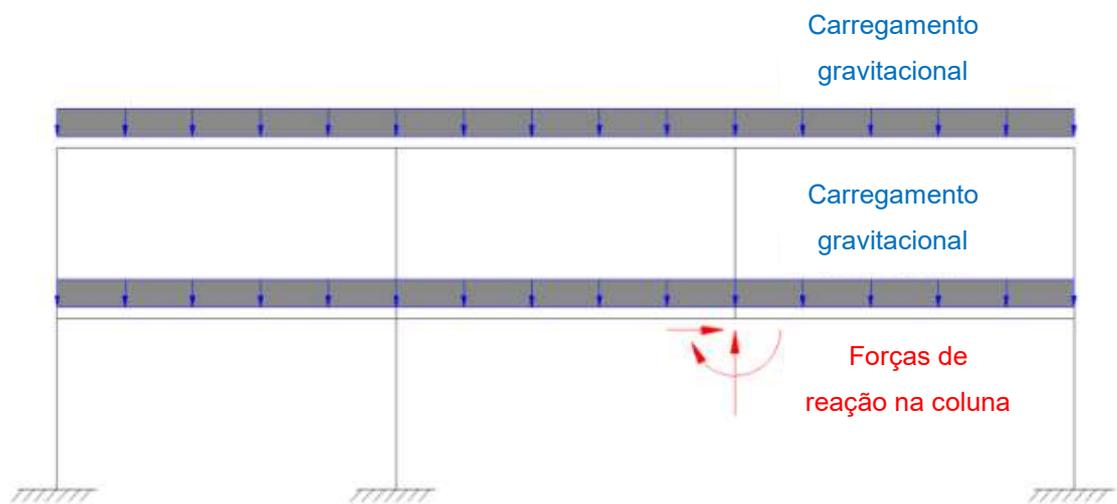


Figura 43 – Etapa de aplicação de carregamento para análise não linear dinâmica [9]

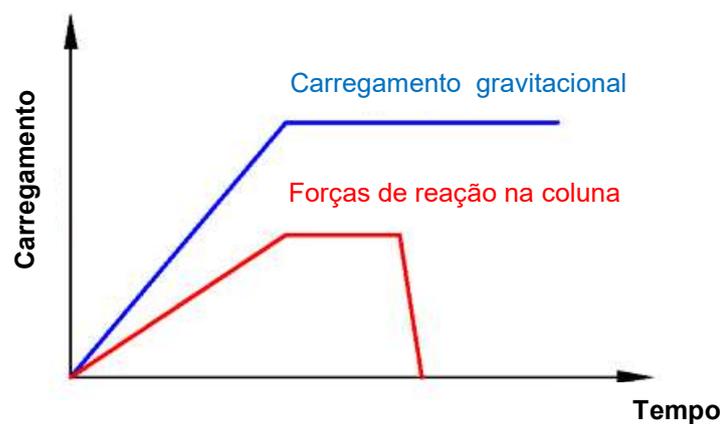


Figura 44 – Passos de carregamento para análise não linear dinâmica [9]

O UFC-4-023-03 [19] determina que a velocidade em que o passo dinâmico de carregamento deve ocorrer deve ser inferior a 10% da frequência natural da estrutura, o que para edifícios típicos de aço equivale a 0,6 segundos aproximadamente.

Como um dos objetivos deste trabalho é a avaliação do desenvolvimento dos esforços internos, a solução de análise proposta pelo UFC-4-023-03 [19] torna-se inviável, pelo fato de que esta norma propõe apenas um método de verificação da resistência para um dado carregamento, o que impossibilitaria a verificação da capacidade última das ligações. Portanto, quando necessário, para essa norma, utiliza-se um fator de amplificação  $\Omega_L$  superior a 1.

Para a simulação numérica e experimental de estruturas sujeitas a perda de uma coluna, estudos recentes de diversos autores tem feito uso de análises quase-estáticas [27,49,50,51,52,53] . Outros estudos também recentes procuram determinar procedimentos para a aquisição de valores para os fatores de amplificação dinâmica que sejam coerentes com os casos específicos de perda de elementos estruturais provenientes de explosões e impactos [54,55,56]. Quando necessário, este fator de amplificação dinâmica será considerado conforme UFC-4-023-03 [19], ainda que o valor apresentado neste documento seja bastante discutível conforme apontado nas referências mencionadas.

## 4 ROBUSTEZ ESTRUTURAL DE LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS

### 4.1 Introdução

Para o estudo da robustez, este trabalho irá se valer de um exemplo prático de uma estrutura hipotética que poderia ter sido construída com os elementos ensaiados por Lima [30]. Para tal, uma estrutura dimensionada utilizando o software comercial SCIA Engineer [57] segundo o Eurocode 3 [31] foi escolhida como base do estudo. Este software realiza a análise estrutural e dimensionamento dos elementos. A análise utilizada foi uma análise não linear elástica com imperfeição global e local+. As características e critérios utilizados para escolha dessa estrutura são as seguintes:

- Propriedades
  - A estrutura possui 3x2 vãos de 5m;
  - Colunas HEB 240;
  - Vigas do pórtico principal considerado IPE 240;
  - Vigas principais IPE 300;
  - A estrutura possui 3 pavimentos com 3m de altura cada;
  - Bases engastadas;
  - A estrutura não foi contraventada;
  - A laje da estrutura foi considerada como trabalhando independente, sendo apenas apoiada nas vigas.
  
- Materiais e carregamentos
  - A estrutura foi dimensionada com aço S275;
  - Sobrecarga de 3kN/m<sup>2</sup>;
  - Carga permanente de 3kN/m<sup>2</sup>;
  - Vento na cidade do Rio de Janeiro/RJ com velocidade básica  $V_0$  de 35m/s, fator topográfico S1, categoria S3.

Para a verificação da estrutura, realizou-se uma análise iterativa de segunda ordem completa, com imperfeição local de 1/200 e imperfeição global na direção do vento com  $\alpha$  igual a 0,82. Com isso, os comprimentos de flambagem foram considerados iguais aos comprimentos dos elementos. Apenas as ligações dos

elementos do pórtico principal são semirrígidas e possuem a mesma configuração da ligação ensaiada por Lima [30], e foram verificadas considerando-se a não linearidade das mesmas com atualização da rigidez. Todas as outras ligações foram consideradas como sendo rotuladas. Na Figura 45 é possível visualizar o arranjo da estrutura analisada.

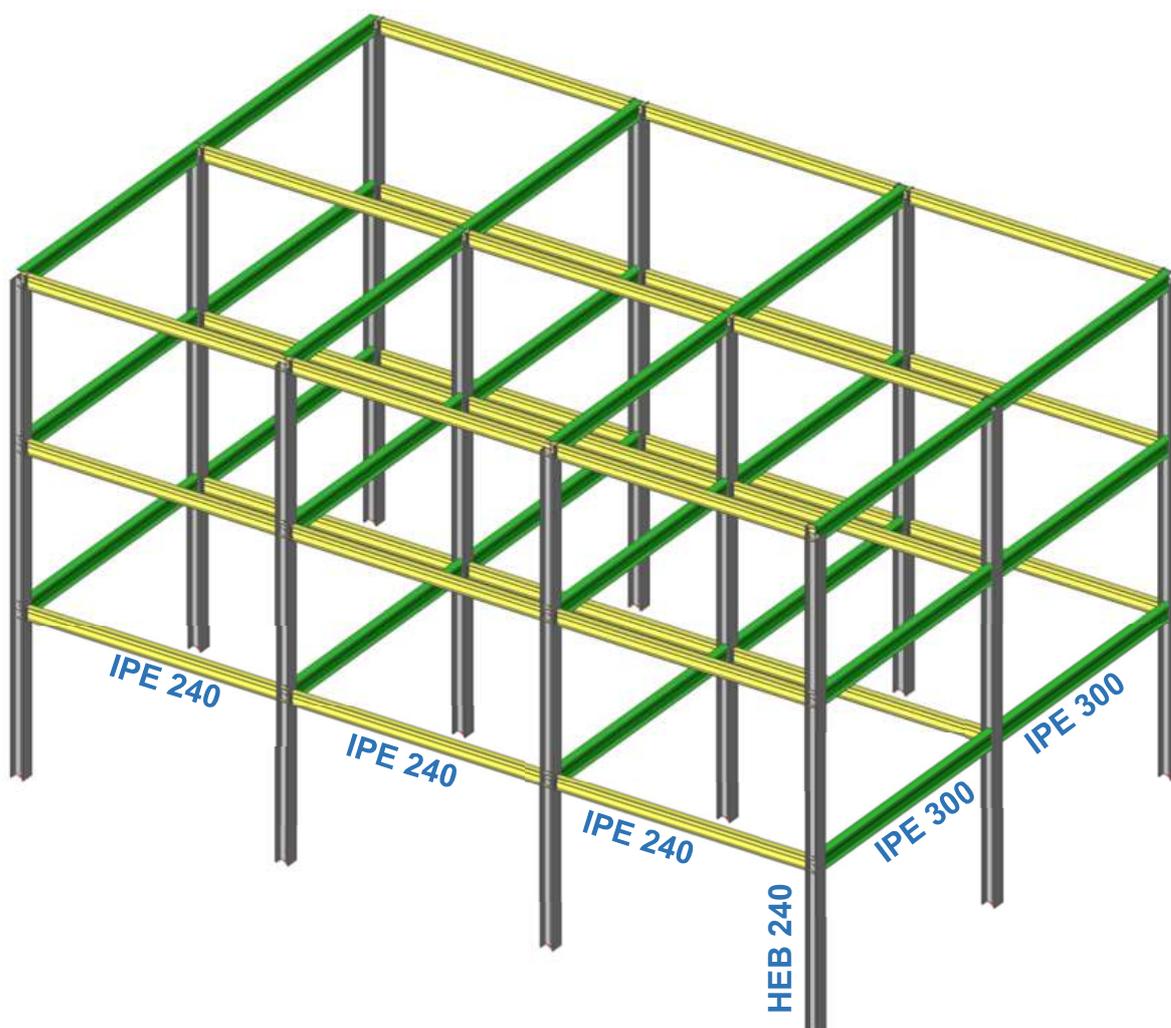


Figura 45 – Vista isométrica da estrutura proposta

A estrutura foi concebida com o intuito de que o pórtico analisado para os estudos de robustez fosse equivalente à estrutura analisada por Lima [30], de tal forma que foi necessário utilizar uma estrutura com poucos pavimentos e com vãos reduzidos. A dimensão reduzida e não usual de edifícios modernos em aço dos

elementos ensaiados por Lima [30] foi devido às limitações do laboratório utilizado pelo autor.

Neste sentido, a estrutura escolhida contou com três pórticos com ligações e elementos conforme os ensaiados experimentalmente, destacados na Figura 46. No outro sentido, as ligações foram consideradas rotuladas, de forma que no cálculo das ligações não fosse necessário realizar uma análise de interação entre os esforços provenientes dos lados de maior e menor inércia da coluna. Além disso, essa estrutura permitiu que se fizesse a análise de um pórtico interno e outro de periferia. Este tipo de característica abre possibilidade para que se compare os resultados com outros pontos das normas sobre robustez.

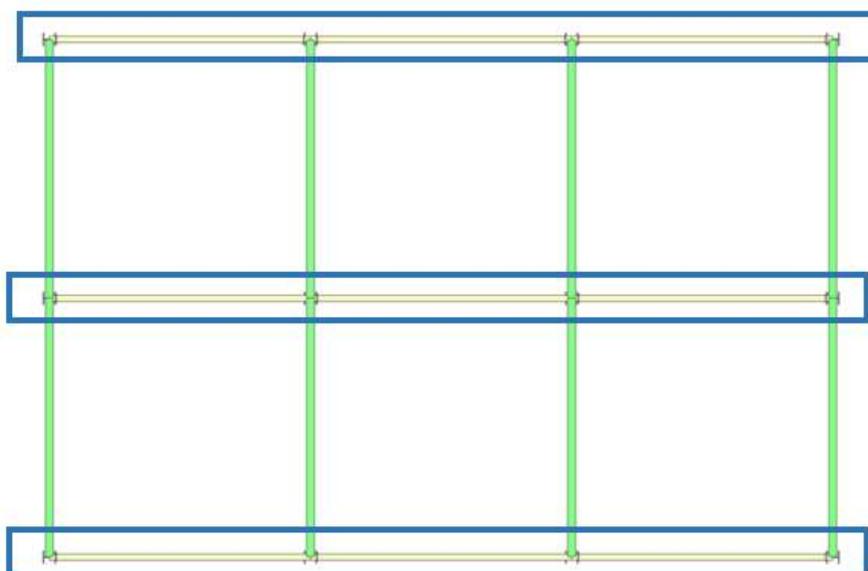


Figura 46 – Vista superior da estrutura proposta com identificação dos pórticos em ligação semirrígida analisados

A análise estrutural do modelo proposto em seu estado limite último mostrou que o momento máximo atuante nas vigas era de 60,9 kNm, enquanto na coluna mais solicitada esse valor era de 24,2 kNm e o esforço normal de compressão era de 687,4 kN. Com esse dimensionamento, o maior coeficiente de verificação encontrado foi de 0,95, referente a flambagem lateral com torção da viga mais solicitada, enquanto as colunas cumpriram os requisitos da norma com solicitações bem abaixo da resistência plástica. A estrutura também foi verificada quanto ao estado limite de utilização, no que se refere aos deslocamentos horizontais e verticais máximos admissíveis pelo Eurocode 0 [10].

## 4.2 Estudo paramétrico dos modelos numéricos

Após a calibração dos materiais e da geometria da ligação, deu-se início a um estudo paramétrico geométrico de ligações com placa da extremidade ajustada semelhantes a ligação de referência. Procurou-se manter as propriedades do pórtico estudado e variar apenas os parâmetros que compõem a ligação propriamente dita, isto é, parafuso e placa de extremidade. Os parâmetros das dimensões das vigas, das colunas, carregamentos e entre eixos da estrutura mantiveram-se os mesmos. Após a análise dos resultados destes modelos, observou-se a necessidade de se avaliar a influência do tamanho do vão na resposta da estrutura, que será mostrado na seção 4.2.3.2.

Devido aos elevados custos computacionais envolvidos em uma análise paramétrica, e considerando-se a complexidade dos modelos e tipos de análise realizados, optou-se inicialmente pela confecção de cinco modelos, assim identificados:

Tabela 11 – Modelos do estudo paramétrico

Nome do Modelo	Espessura da placa (mm)	Tipo de Parafuso
PL15M20	15	M20
PL15M24	15	M24
PL15M30	15	M30
PL20M20	20	M20
PL30M20	30	M20

O modelo PL15M20 corresponde à ligação padrão tratada anteriormente neste trabalho.

Para o estudo paramétrico, foram realizadas três análises diferentes com comparações dos seguintes resultados:

- Dimensionamento da ligação segundo o Eurocode 3 [4];
- Análise numérica da ligação isolada com atuação de momento fletor apenas;
- Análise numérica do pórtico após a perda do suporte de uma coluna central.

Os resultados dessas análises são apresentados nos tópicos seguintes.

#### 4.2.1 Dimensionamento segundo o Eurocode 3 [4]

Procedeu-se o dimensionamento dos modelos analisados segundo o Eurocode 3 [4]. Os resultados encontrados mostram que o acréscimo da dimensão do diâmetro do parafuso aumentou substancialmente a capacidade da ligação no que se refere ao momento fletor. Houve também uma melhora na resistência da mesma quando houve o aumento da espessura da placa de extremidade, ainda que tanto a placa com espessura de 20mm quanto a de 30mm apresentaram a mesma resistência, pois nestes casos, a componente da mesa da coluna à flexão passou a controlar o dimensionamento.

O gráfico de momento *versus* rotação das ligações é apresentado na Figura 47. Vale ressaltar que os modelos PL20M20 e PL30M20 apresentaram o mesmo dimensionamento, e portanto, têm seus gráficos coincidentes.

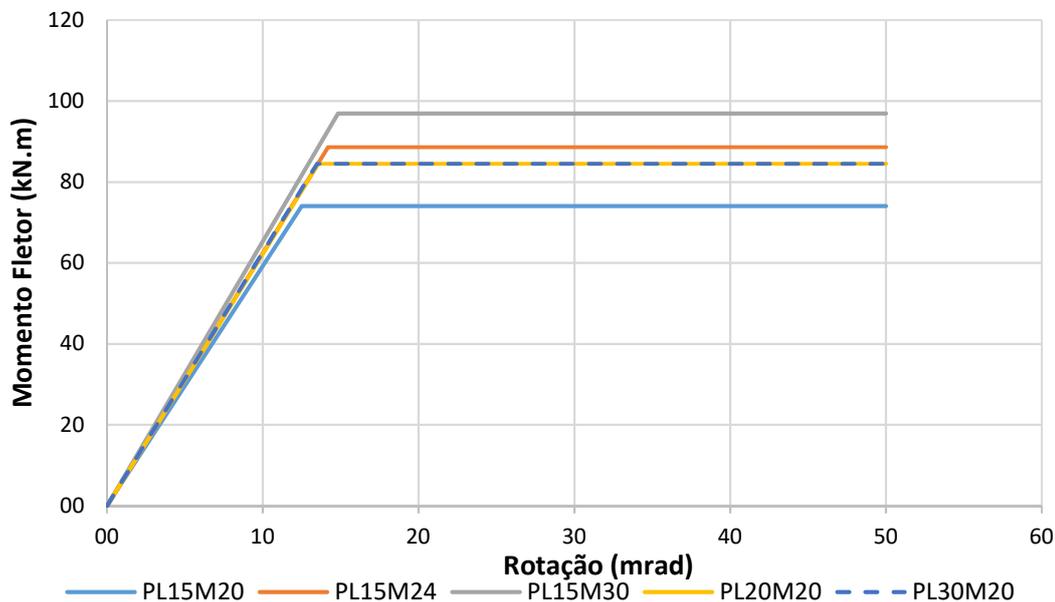


Figura 47 – Gráfico Momento Rotação das ligações dimensionadas segundo o Eurocode [4]

O Anexo B apresenta o resultado do cálculo da resistência de cada componente das ligações dos modelos paramétricos.

#### 4.2.2 Modelo numérico das ligações isoladas com ruptura

Após a calibração da geometria inicial, das propriedades dos materiais e da verificação e implementação dos critérios de dano, realizou-se também o estudo paramétrico das ligações propostas sujeitas apenas ao momento fletor através de uma análise explícita com dano implementado.

Os gráficos momento *versus* rotação de todas as ligações obtidos nos modelos numéricos são apresentados na Figura 48.

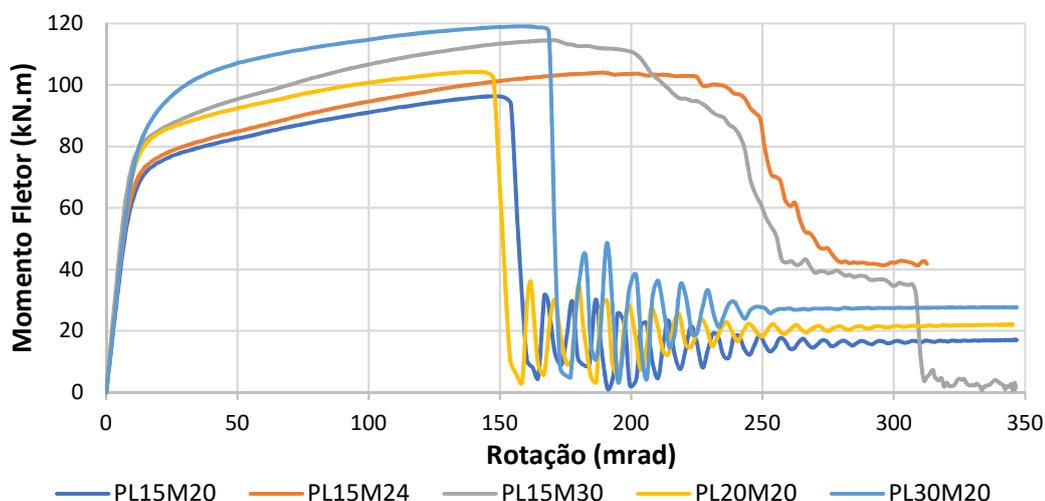
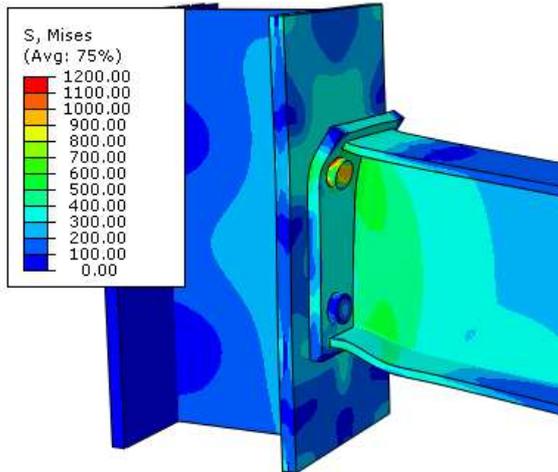


Figura 48 – Gráfico momento *versus* rotação dos modelos numéricos

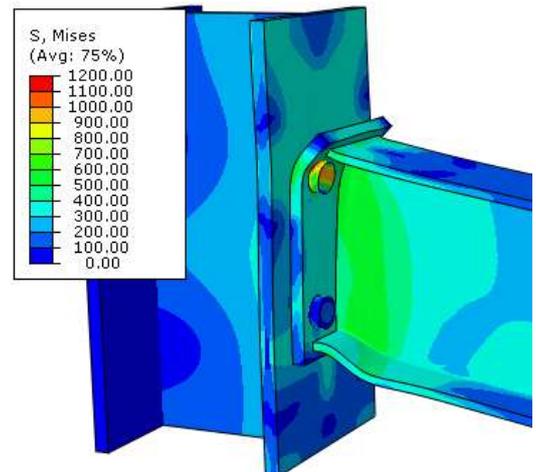
Analisando os resultados encontrados, pode-se perceber o efeito dinâmico do tipo de análise realizado. Após a ruptura e remoção de algum elemento da malha, a estrutura tende a perder parte de sua estabilidade, devido à anulação da rigidez do elemento danificado, e por consequência, a estrutura vibra e há a variação do esforço aplicado, pois mesmo tendo sido realizada uma análise quase estática, a estrutura continua apresentando um comportamento dinâmico, ainda que minimizado.

Percebe-se que as ligações com parafuso mais resistente apresentaram uma queda menos acentuada no momento resistente, enquanto naqueles em que o parafuso manteve-se inalterado, a ruptura e perda de resistência ocorreram de maneira mais abrupta.

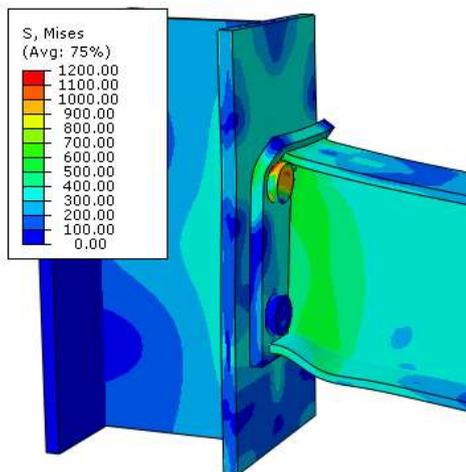
Na Figura 49 é possível visualizar a distribuição de tensão de *von Mises* e a Figura 50 apresenta a distribuição da deformação de plastificação no estágio imediatamente subsequente ao carregamento máximo aplicado.



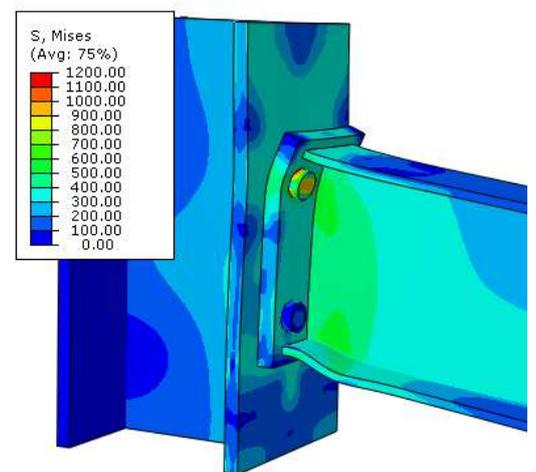
a) PL15M20 (96,3 kN.m)



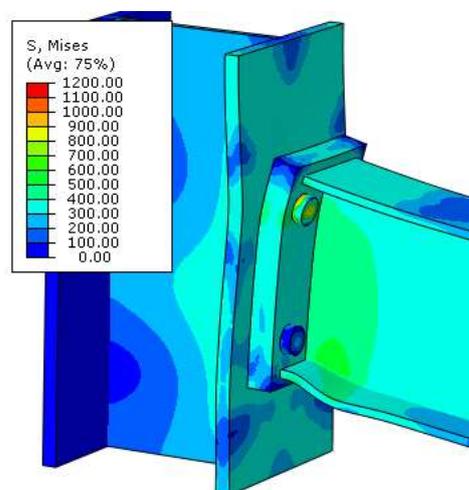
b) PL15M24 (104,1 kN.m)



c) PL15M30 (114,6 kN.m)

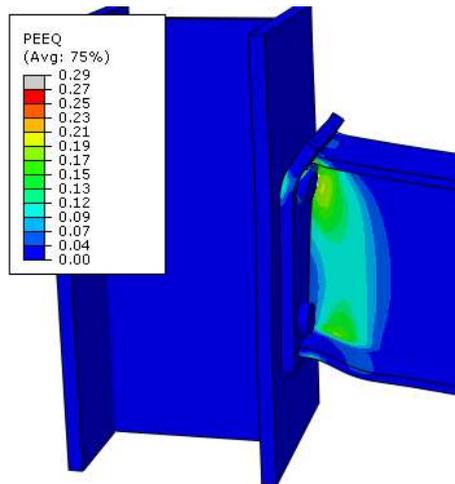


d) PL20M20 (104,3 kN.m)

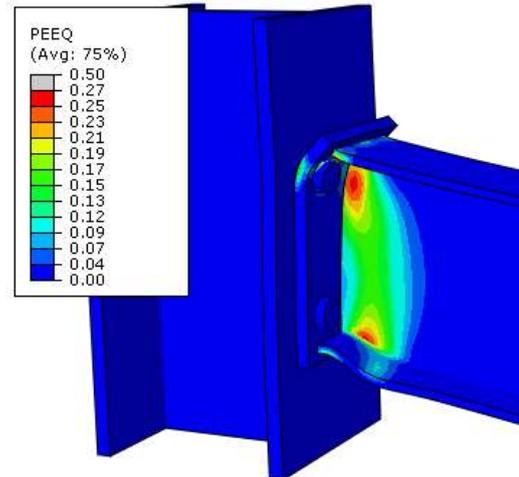


e) PL30M20 (119,0 kN.m)

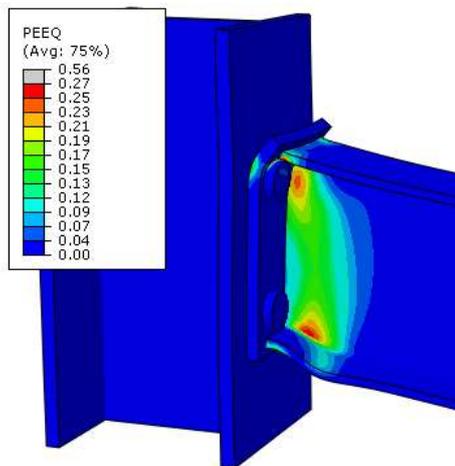
Figura 49 – Tensão de *von Mises* e deformação na carga máxima resistente



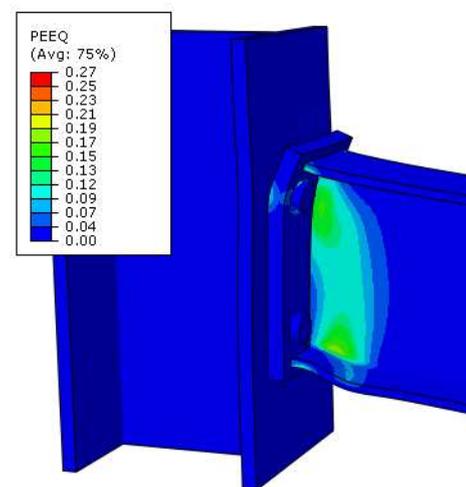
a) PL15M20



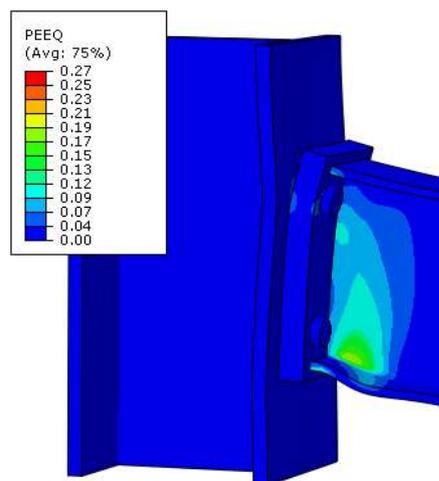
b) PL15M24



c) PL15M30



d) PL20M20



e) PL30M20

Figura 50 – Deformação plástica na carga máxima resistente

A Figura 51 mostra a deformação final do modelo após a ruptura, juntamente com a escala de deformação plástica dos modelos.

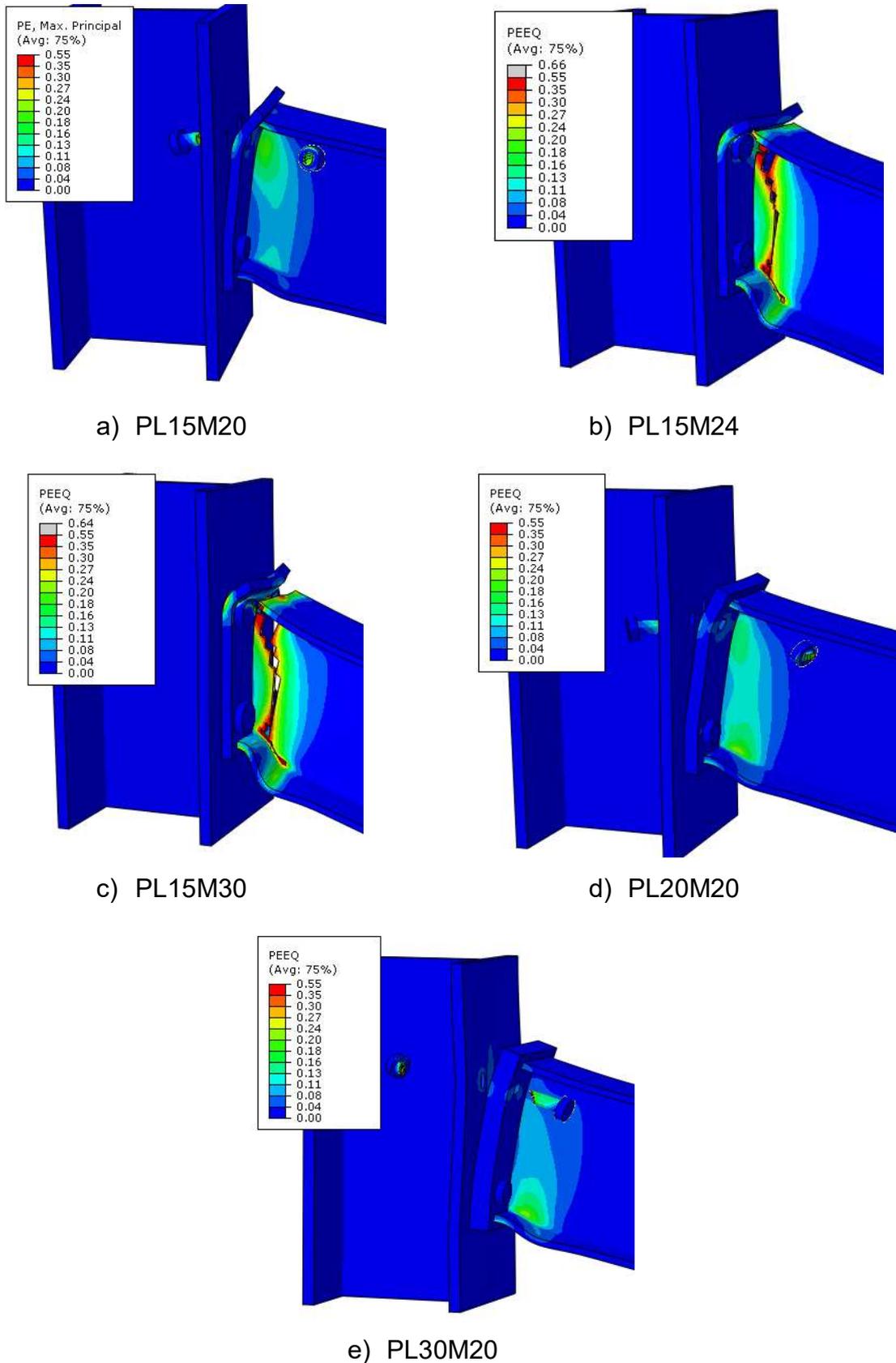


Figura 51 – Deformadas após ruptura dos modelos numéricos

Observando-se as deformadas após a ruptura, percebe-se que o elemento que controla a capacidade última nos modelos PL15M20, PL20M20 e PL30M20 é o parafuso, e que a sua ruptura gera uma perda de resistência bastante acentuada devido ao fato de que, por estarem sujeitos basicamente apenas à esforço de tração, a seção transversal está toda sob a mesma tensão, fazendo com que, quando atingida a capacidade máxima, todos os elementos desta seção rompam concomitantemente. Nas outras ligações, o aumento da seção do parafuso faz com que o critério que governa o dimensionamento passe a ser a viga à flexão, que gera uma redução de resistência mais gradativa.

A Tabela 12 mostra o momento resistente  $M_{j,Rd}$  de cada ligação calculada pelo Eurocode 3 [4] e o encontrado nos modelos numéricos, bem como o momento máximo que cada ligação foi capaz de suportar nos modelos numéricos. Além disso, também é apresentado o ganho de resistência relativo de cada modelo quando comparado à ligação padrão (PL15M20).

Tabela 12 – Momento resistente inicial e relativo nos modelos numéricos

Nome do Modelo	Eurocode		Modelo Numérico			
	$M_{j,Rd}$ (kN.m)	Ganho de resistência relativa	$M_{j,Rd}$ (kN.m)	Ganho de resistência relativa	$M_{máx}$ (kN.m)	Ganho de resistência relativa
PL15M20	74,1	+0,0%	73,9	+0,0%	96,3	+0,0%
PL15M24	88,6	+19,7%	76,6	+3,7%	104,1	+8,1%
PL15M30	96,9	+30,9%	86,3	+16,8%	114,6	+19,0%
PL20M20	84,5	+14,1%	85,1	+15,2%	104,3	+8,3%
PL30M20	84,5	+14,1%	102,3	+38,4%	119,0	+23,6%

Analisando os momentos resistentes  $M_{j,Rd}$  das ligações segundo o Eurocode 3 [31] e aqueles encontrados nos modelos numéricos, pode-se perceber que os modelos PL15M20 e PL20M20 obtiveram uma resistência condizente com aquela calculada pelo método das componentes.

Por outro lado, aqueles com parafuso mais resistente (PL15M24 e PL15M30) apresentaram um acréscimo de resistência menor do que o esperado pelo dimensionamento do Eurocode 3 [32]. Isso está relacionado ao parafuso de maior dimensão onde para um mesmo momento aplicado, apresentam uma maior redistribuição de tensão, e por consequência, plastificam menos nos pontos que controlam o dimensionamento (mesa da coluna e placa de extremidade). Com isso, o

ganho de resistência só é alcançado em níveis maiores de rotação, divergindo do Eurocode 3 [32] que não considera o encruamento do aço.

Já nos modelos com a placa de extremidade reforçada (PL20M20 e PL30M20), o primeiro apresentou um ganho de momento resistente condizente com o Eurocode 3 [32]. Entretanto, o modelo numérico PL30M20 apresentou uma resistência muito superior, que segundo o critério do método das componentes deveria ser igual ao PL20M20. Apesar de ambos os dimensionamentos serem controlados pela mesa da viga à flexão, o que se percebeu é que, devido à grande rigidez da placa de extremidade mais espessa, para um mesmo momento aplicado, a tensão aplicada nas mesas da coluna era significativamente inferior, permitindo à ligação desenvolver maiores deformações e portanto, maiores esforços. Este fato condiz com as conclusões apresentadas por Coelho [58], de que o modelo de comportamento por meio de T-stubs equivalentes, utilizado no Método das Componentes no Eurocode 3 [32], apresenta melhores resultados para placas de extremidade consideradas finas, enquanto que para placas mais grossas, o comportamento real da ligação tende a divergir do comportamento de T-stub.

#### 4.2.3 Modelo numérico de uma estrutura com três colunas

Para a avaliação da robustez, simulou-se uma estrutura composta de três colunas e duas vigas ligando as mesmas, onde a coluna central tem seu apoio removido e um deslocamento prescrito é aplicado em sua base. Foram modeladas as mesmas ligações do estudo paramétrico respeitando o dimensionamento do pórtico padrão representado no capítulo 4.1. O esquema reduzido da estrutura modelada é mostrado na Figura 52.

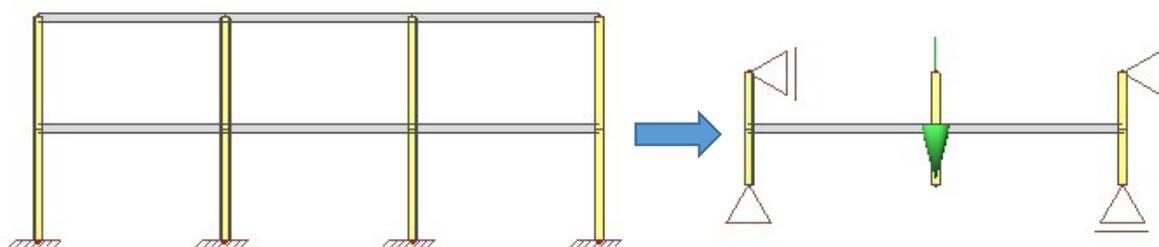


Figura 52 – Redução da estrutura modelada

A modelagem da simetria da coluna central por condição de contorno não foi utilizada para que se pudesse avaliar a interação dos esforços nas colunas quando há a ligação em ambos os lados, ou seja, nas colunas internas ao edifício.

As colunas modeladas possuíam 3m de altura no total e foram rotuladas em suas extremidades. Ligadas ao ponto médio das colunas foram modeladas as respectivas ligações e as vigas possuíam comprimento variável devido às diferentes espessuras de placa de extremidade utilizadas em alguns modelos, entretanto, o entre eixos das colunas foi mantido em 5m.

Realizou-se uma análise explícita, com implementação do dano, semelhante ao descrito anteriormente. O carregamento foi aplicado como um deslocamento prescrito para baixo na coluna central utilizando uma amplitude de passos suaves no carregamento. Este tipo de passo de carga é interessante em modelos que desejam simular um carregamento quase estático porque reduz a propagação de ondas de tensão pelo modelo, o que geraria resultados indesejáveis. A aplicação de uma velocidade de carregamento constante poderia resultar em um carregamento de impacto no corpo deformável da estrutura. O passo de carregamento utilizado é mostrado na Figura 53.

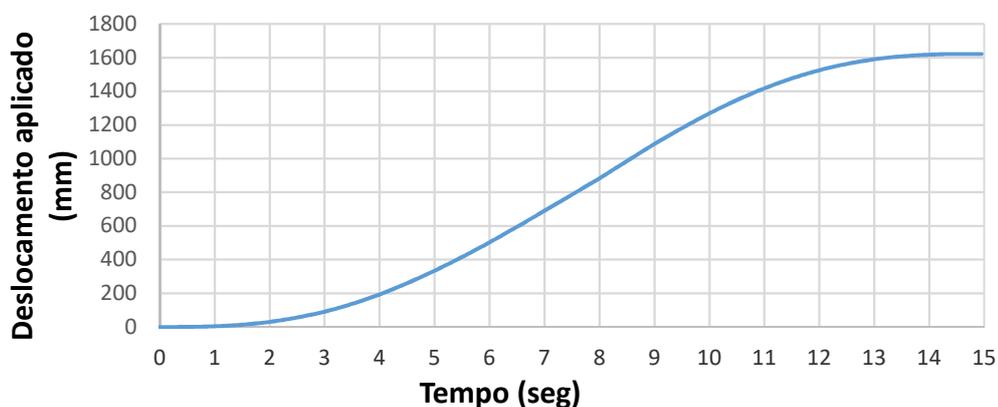
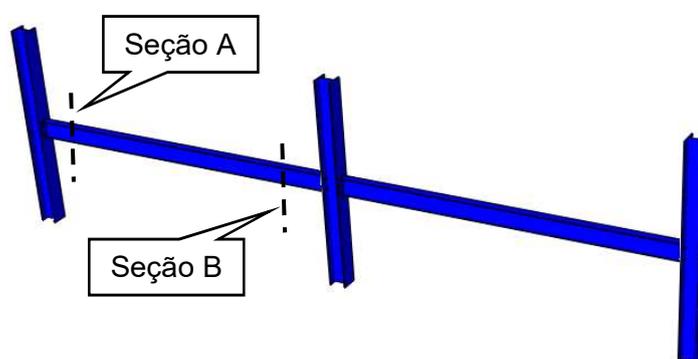


Figura 53 – Exemplificação do passo de carga suave utilizado

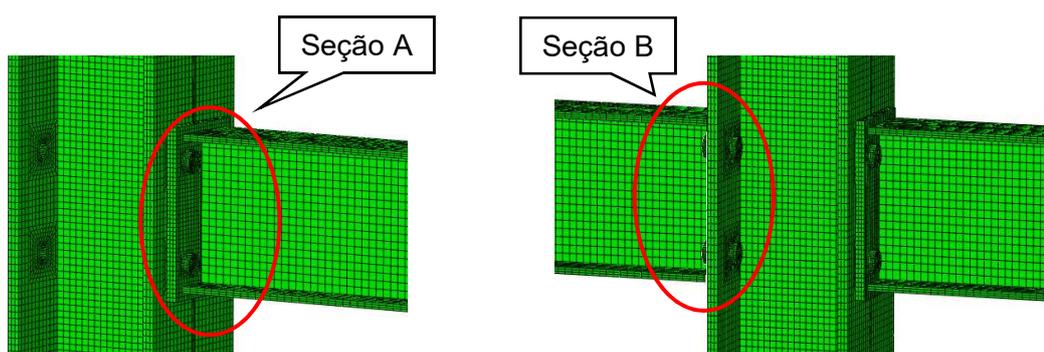
O deslocamento máximo aplicado foi de 1600mm em um intervalo de carregamento total de 15 segundos. Além disso, o deslocamento foi restringido para fora do plano, simulando a existência de outras vigas que chegariam no eixo de menor inércia da coluna e impedindo a torção das vigas modeladas proveniente de um possível desaprumo das colunas.

Utilizou-se um escalonamento na massa dos elementos com fator 500 em todo o modelo a fim de se reduzir o tempo de processamento da análise. Verificou-se a relação da energia interna e cinética do modelo e a distribuição das tensões com o objetivo de se garantir a confiabilidade de análise quase estática. Estes critérios estão de acordo com aqueles apresentados nas referências da seção 3.3.2.

A malha utilizada respeitou a calibração do dano descrita anteriormente e, nas regiões mais aliviadas do modelo, isto é, nos locais afastados das ligações e condições de contorno, a malha utilizada foi menos refinada, pois era sabido que a ocorrência de falha nestes locais era menos propensa de ocorrer. Detalhes da estrutura modelada são mostradas nas Figura 54.



a) Vista em perspectiva do pórtico



b) Detalhe da modelagem da coluna externa

c) Detalhe da modelagem da coluna interna

Figura 54 – Detalhes da estrutura do pórtico modelada

Para maior facilidade de identificação dos modelos propostos, aqueles pertencentes à esta seção e, que portanto, são compostos de 3 colunas, receberam o prefixo “3c” antes do nome do modelo (Ex.: 3cPL15M20). Os resultados das análises dos modelos são mostrados nos tópicos a seguir.

#### 4.2.3.1 Esforços nas ligações

A partir do deslocamento aplicado na coluna interna da estrutura, simulando a perda da base de uma coluna, é esperado o surgimento de esforços de tração (efeito catenária) na viga [28].

Os esforços nas ligações provenientes do carregamento e definidos a partir da utilização do método de *Free Body* do ABAQUS [43] são mostrados nas Figuras 55 à 57.

Para efeito de comparação, também é mostrado o gráfico de momento *versus* rotação das ligações isoladas sujeitas apenas a momento fletor. No mesmo gráfico é possível visualizar o desenvolvimento dos esforços de momento e normal referente a rotação da ligação. Convém destacar que, após a ruptura e variação brusca da estabilidade da estrutura, os resultados dos esforços residuais, que porventura possam existir, foram suprimidos, afim de não poluir os gráficos devido às variações dinâmicas ocorridas.

Para se avaliar uma possível interação entre as ligações na coluna central, são apresentados os esforços desenvolvidos em duas seções para cada modelo, conforme indicado na Figura 54, onde a seção A corresponde à ligação de uma coluna de extremidade, e a seção B, uma ligação de uma coluna interna.

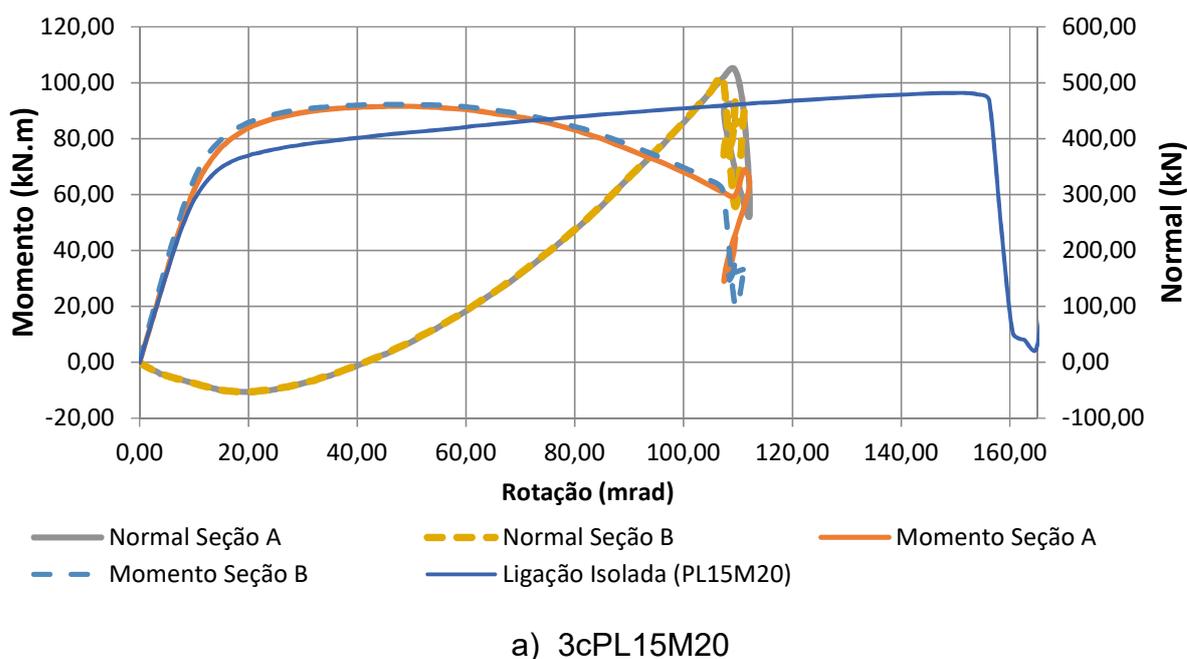
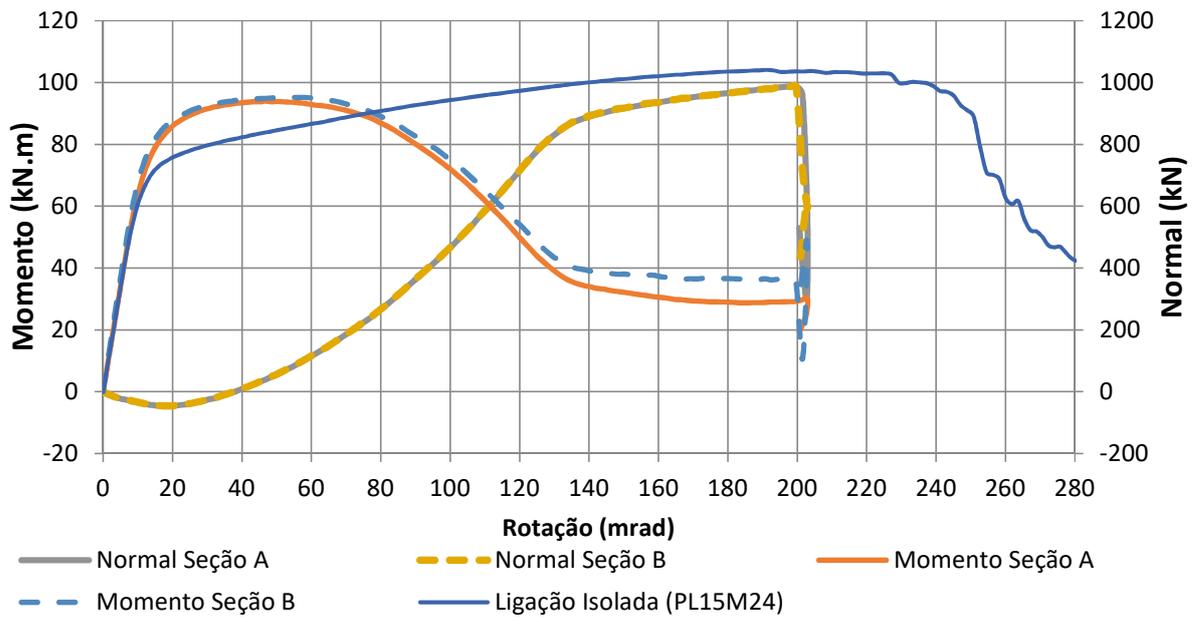
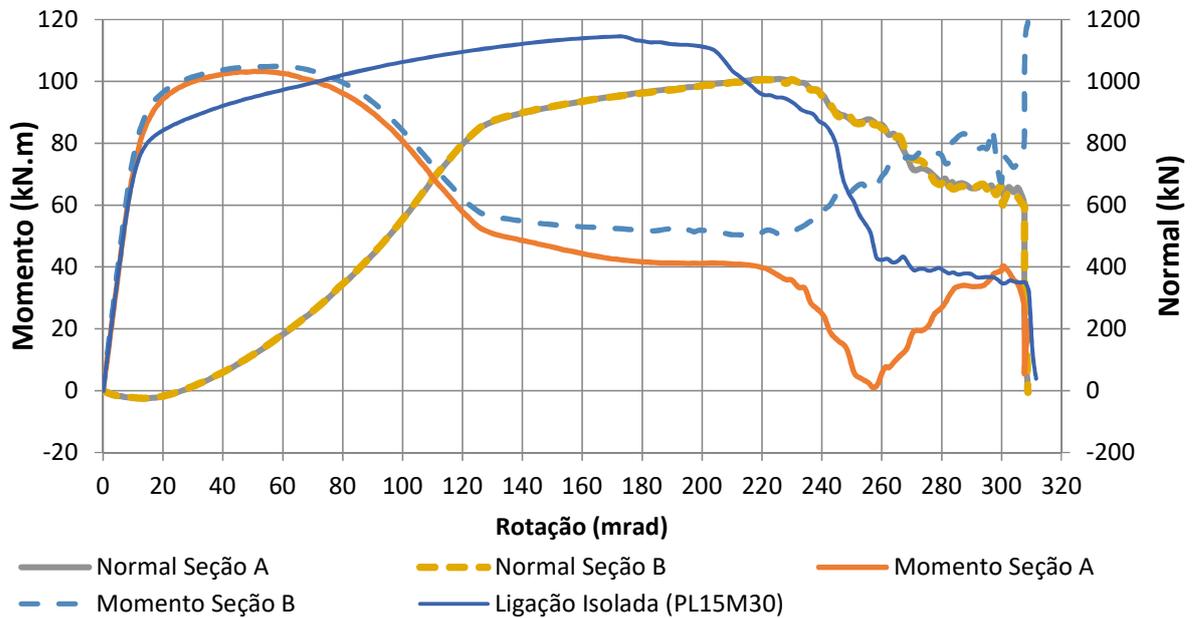


Figura 55 – Gráficos momento e esforço normal *versus* rotação na estrutura com 3 colunas e ligação padrão

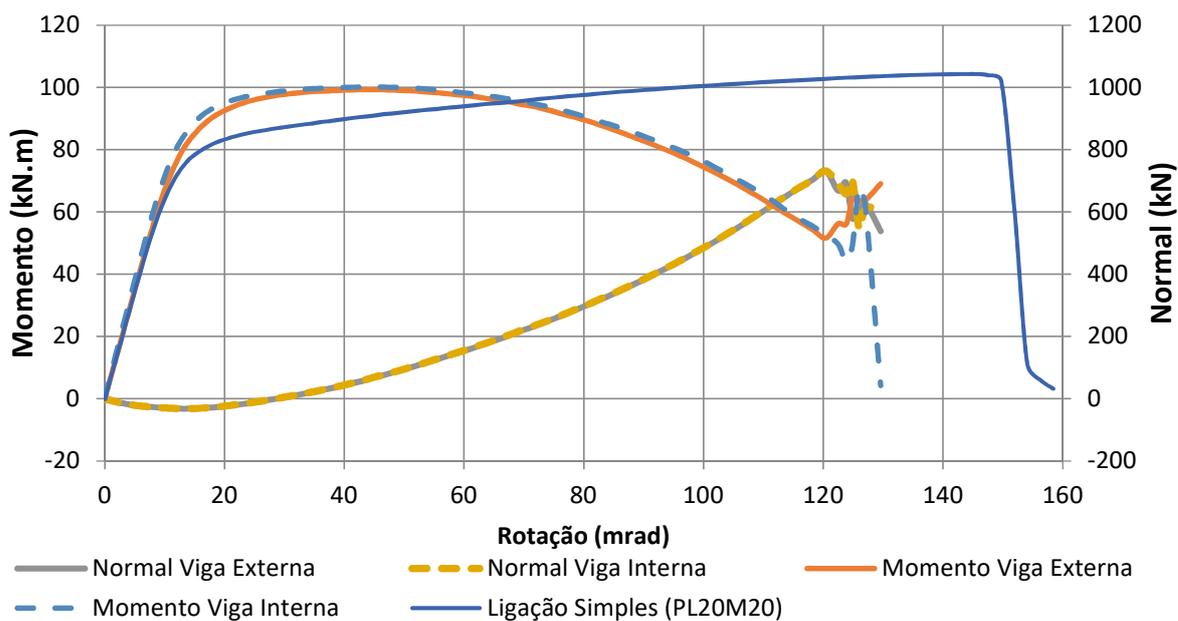


a) 3cPL15M24

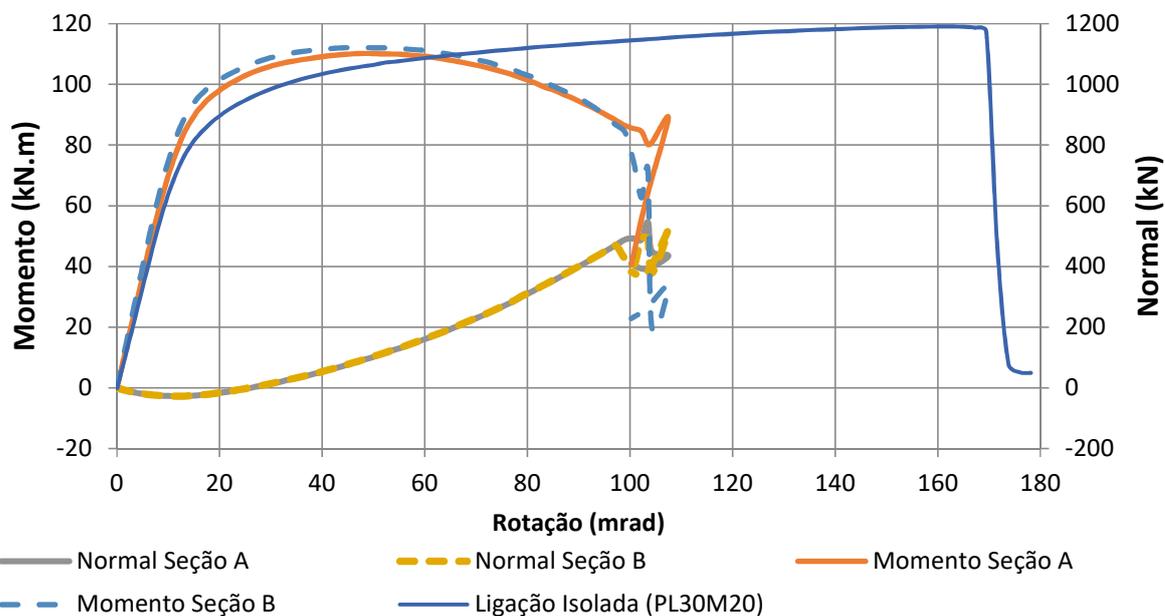


b) 3cPL15M30

Figura 56 – Gráficos momento e esforço normal *versus* rotação nas estruturas com 3 colunas com parafuso mais resistente



a) 3cPL20M20



b) 3cPL30M20

Figura 57 – Gráficos momento e esforço normal *versus* rotação nas estruturas com 3 colunas com placa mais resistente

Dos resultados encontrados é possível perceber que em algumas ocasiões, após a ruptura, um passo de carga subsequente apresenta uma rotação menor do

que o anterior. Esse fato é proveniente do efeito dinâmico da estrutura vibrando após o surgimento do dano.

Um outro resultado ainda mais interessante é a semelhança dos esforços nas ligações das colunas externa e interna. Isso significa que não há interação significativa dos esforços na coluna central, sujeita à perda de resistência, ainda que haja ligações em ambas as faces, desde que a simetria geométrica do modelo seja mantida. Logo, as tensões e esforços provenientes de um dos lados da estrutura não chegam a influenciar os resultados do outro lado, mostrando que a estrutura poderia ser modelada fazendo uso das condições de simetria do modelo e poupando custo computacional.

Outro fato interessante que se percebe é que, quando o esforço axial torna-se igual a zero, o momento resistente não se iguala aquele da ligação sujeita apenas a momento fletor. Este fato ocorre devido a plastificação de alguns pontos da estrutura, que mesmo com o alívio do esforço axial, não retomam à sua deformação elástica, gerando um momento resistente superior.

Com base nessa simetria dos esforços, a Figura 58 apresenta o desenvolvimento do momento fletor *versus* rotação nas ligações da coluna interna.

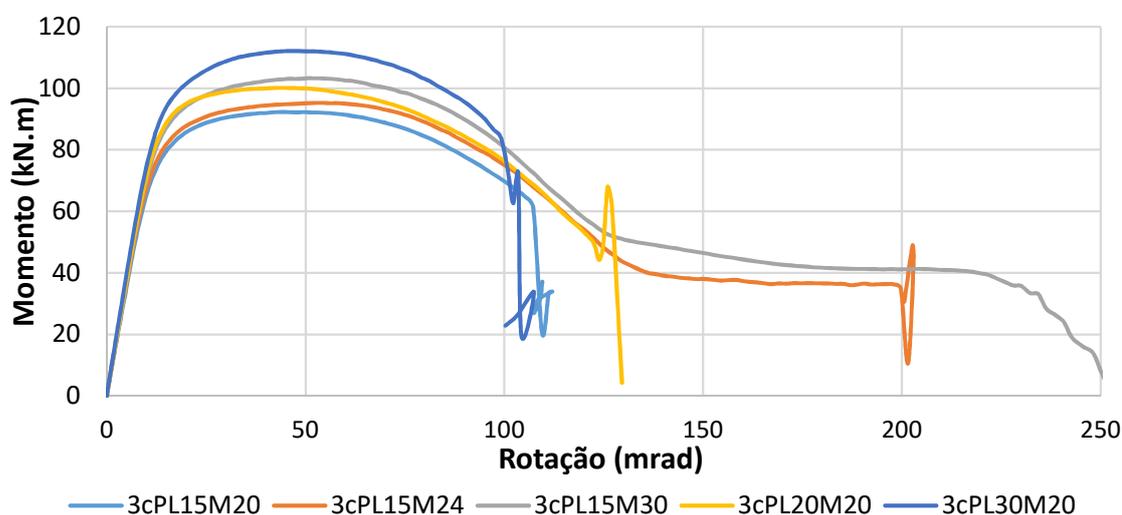


Figura 58 – Gráfico momento *versus* rotação dos modelos com 3 colunas

Dos resultados encontrados, é possível identificar que o ordenamento da capacidade resistente, bem como o desenvolvimento dos esforços seguiu um padrão bem semelhante àquele das ligações sujeitas apenas ao momento fletor.

Uma constatação interessante é que o momento máximo da ligação desenvolve-se com baixas rotações, sendo sempre superior, para uma mesma rotação daquele sujeito apenas a momento fletor, tendendo a diminuir logo depois. Para os casos onde os parafusos são mais resistentes, a ligação é capaz de desenvolver maiores rotações e não rompe de maneira brusca, apresentando até mesmo um patamar após a queda da resistência ao momento fletor.

A Tabela 13 apresenta o momento máximo desenvolvido por cada uma das ligações das estruturas com três colunas e reapresenta o momento máximo referente às ligações sujeitas apenas ao momento fletor.

Tabela 13 – Momento máximo absorvido pelas ligações da estrutura de 3 colunas

Simulação da perda da coluna			Simulação sujeita apenas a momento fletor		
Nome do Modelo (3 colunas)	Momento máximo resistente (kN.m)	Resistência relativa	Nome do Modelo (Ligação isolada)	Momento máximo resistente (kN.m)	Resistência relativa
3cPL15M20	92,3	+0,0%	PL15M20	96,3	+0,0%
3cPL15M24	95,3	+3,2%	PL15M24	104,1	+8,1%
3cPL15M30	104,9	+13,7%	PL15M30	114,6	+19,0%
3cPL20M20	100,2	+8,5%	PL20M20	104,3	+8,3%
3cPL30M20	112,1	+21,5%	PL30M20	119,0	+23,6%

Percebe-se que a variação do momento máximo resistente para ambos os casos é semelhante, ainda que no modelo sujeito à perda de coluna, o momento máximo não tenha superado aqueles das ligações isoladas. Isso ocorre porque o momento máximo das ligações isoladas só é alcançado com grandes deformações, e nesse estágio, os modelos sujeitos à perda de coluna apresentam grandes esforços de tração, que reduzem o momento resistente. Este fenômeno está coerente com as conclusões encontradas por Lima [30] em seus ensaios experimentais.

Além disso, pode-se constatar que o aumento da espessura da placa de extremidade é capaz de aumentar significativamente o momento resistente, porém, a rotação máxima da ligação apenas é melhorada com o aumento do diâmetro dos parafusos.

A Figura 59 apresenta a variação do esforço normal *versus* a rotação nas ligações estudadas. Com base nos gráficos apresentados, percebe-se que o surgimento dos esforços de catenária apresenta um padrão para todas as ligações,

ainda que algumas delas não foram capazes de desenvolver grandes rotações. Inicialmente, há o surgimento de esforços de compressão na ligação, provenientes da força que a estrutura tem que fazer para “empurrar” as colunas externas para que haja possibilidade de as vigas rotacionarem.

Com o aumento da rotação, as ligações passam a se sujeitar ao crescimento exponencial de uma força de tração, esperada pelo surgimento dos efeitos de catenária da estrutura. Nas ligações com parafusos mais resistentes, que permitiram o desenvolvimento maior da rotação, a partir de um determinado ponto, o esforço normal na ligação tende a se estabilizar devido à plastificação da seção da viga na região próxima à ligação.

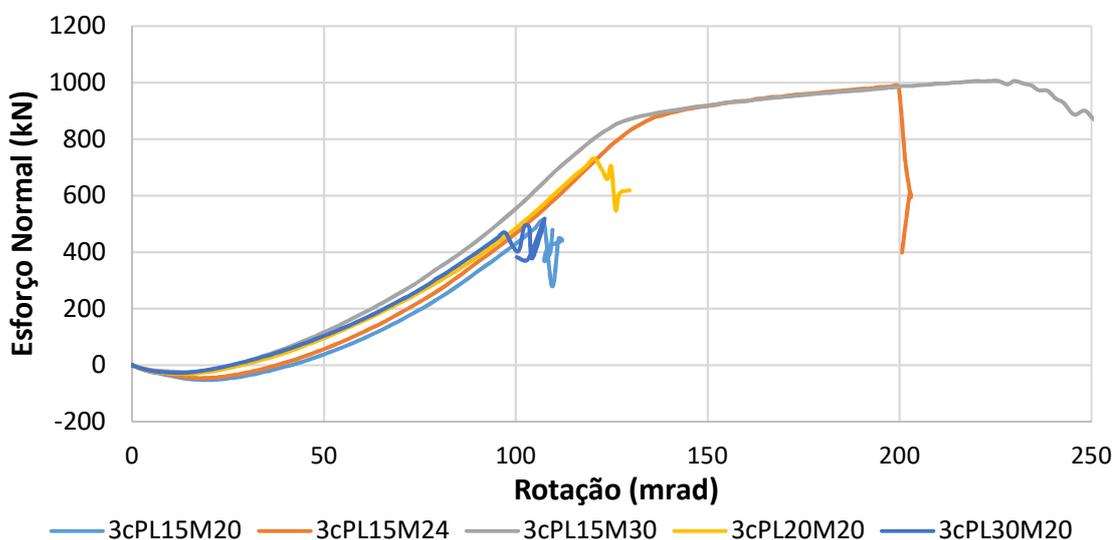


Figura 59 – Esforço axial *versus* rotação nos modelos com três colunas

Diferentemente do que ocorre com o momento fletor, nas estruturas sujeitas à perda de coluna, pelo formato das curvas encontradas, percebe-se que o desenvolvimento dos esforços de catenária não apresentam nenhuma característica evidente da dependência da resistência da ligação. A ligação influencia apenas na capacidade última resistente.

A Figura 60 apresenta o gráfico das forças verticais resultantes equivalentes ao deslocamento prescrito aplicado na base da coluna central *versus* este mesmo deslocamento, simulando a perda do apoio de todas as estruturas. Esta força resultante é equivalente à reação de apoio da coluna removida e expressa a

capacidade que as duas ligações têm de resistir ao carregamento vertical aplicado no nível do pavimento.

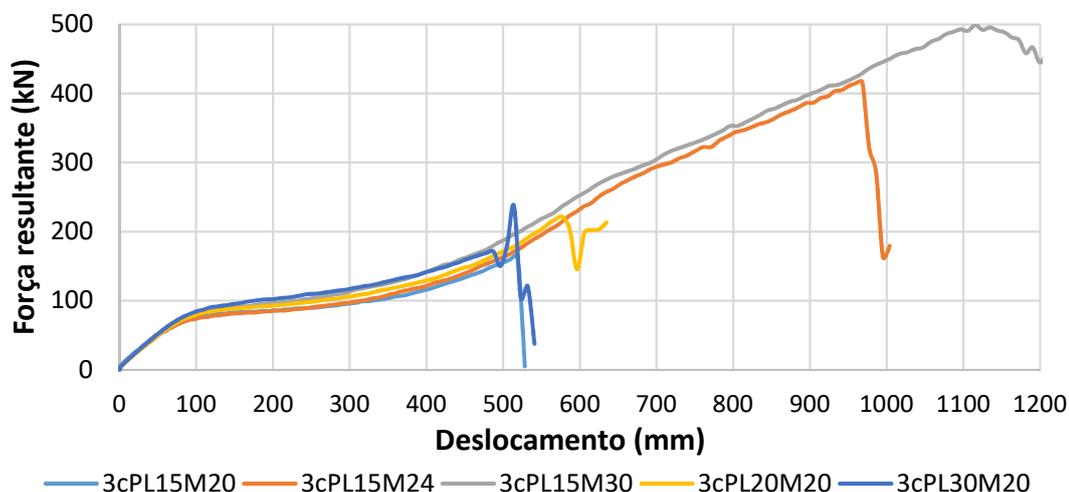


Figura 60 – Gráfico força resultante *versus* deslocamento aplicado na coluna central

Semelhantemente aos esforços de tração na ligação, o desenvolvimento da força aplicada na coluna central parece não sofrer influência da ligação da estrutura, diferenciando apenas a carga última resistente de cada ligação. Esta curva apresenta uma fase inicial com comportamento elástico, onde o deslocamento é proporcional à força resultante, seguido por um patamar que tem início juntamente à fase de comportamento plástico do momento resistente da ligação. Posteriormente, a força resultante cresce quase que linearmente até o momento da ruptura.

É possível concluir que, apesar do aumento da espessura da placa de extremidade elevar o momento resistente da ligação, esse acréscimo não se traduz no aumento da capacidade de rotação e no aumento da resistência aos carregamentos verticais, e que o aumento do diâmetro dos parafusos é capaz de garantir rotações e capacidade resistente aos carregamentos gravitacionais mais elevadas.

#### 4.2.3.2 Dependência do tamanho dos vãos

Com base nos resultados encontrados, principalmente da constatação da aparente independência do tipo de ligação no desenvolvimento dos esforços de catenária e da força resultante na coluna central, percebeu-se a necessidade de

avaliar outros parâmetros que influenciariam na resposta da ligação, e se procedeu a análise de mais 3 modelos com vãos diferentes de 5m.

A ligação analisada foi a mesma do ensaio padrão, isto é, 3cPL15M20 com vão de 5m. Os novos vãos analisados possuíam 4m, 6m e 7m. Convém destacar que o vão de 4m seria muito pequeno e não usual para edifícios de aço, e poderia tornar o dimensionamento do edifício sugerido na seção 4.1 muito conservador e portanto, não otimizado. Por outro lado, os vãos de 6m e 7m não atenderiam ao dimensionamento da estrutura, de tal forma que a variação do vão proposta nessa seção têm o objetivo apenas de investigar a sua dependência nos esforços resultantes das ligações. Segundo a classificação proposta pelo Eurocode 3 [32], todas as ligações para estes vãos propostas também seriam consideradas como semirrígidas.

Os modelos propostos são acrescidos de um sufixo que indica o tamanho do vão analisado (ex. 3cPL15M20L4). Os resultados do momento fletor, esforços de tração e força resultante aplicada são mostradas nas Figuras 61 à 63.

Do gráfico de momento fletor, mostrado na Figura 61, percebe-se que a parte com comportamento elástico do gráfico mostra ser igual para todos os vãos analisados. Entretanto, à medida que a rotação aumenta, o momento resistente tende a reduzir de acordo com cada estrutura, sendo que quanto maior o vão, mais rápida é a degradação da resistência ao momento fletor da ligação. Esse fato indicaria que o desenvolvimento dos esforços de catenária seriam diferentes para cada vão, o que se comprova na Figura 62, que ao contrário do que ocorre com momento fletor resistente, quanto maior o vão, mais a estrutura desenvolve os esforços de catenária, além de, inicialmente, menores vãos apresentarem um menor valor de esforço de compressão.

Já a Figura 63, que mostra a força resultante aplicada na coluna central *versus* o deslocamento, indica que apesar do desenvolvimento da força de reação crescer mais rapidamente nas ligações de vãos menores, o valor máximo alcançado por esta foi praticamente o mesmo. No que se refere à robustez esta é uma constatação de extrema importância, pois mostra que, para os casos analisados, a capacidade de resistir aos esforços gravitacionais, proveniente dos esforços que chegam à coluna central, depende apenas da ligação. O vão então, influencia apenas na interação entre os esforços de momento fletor e esforço normal nas ligações.

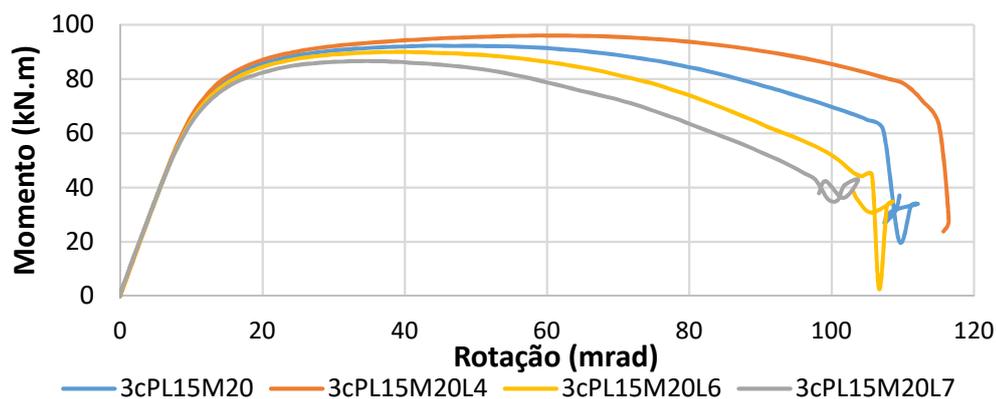


Figura 61 – Gráfico momento *versus* rotação dos modelos com vão variável

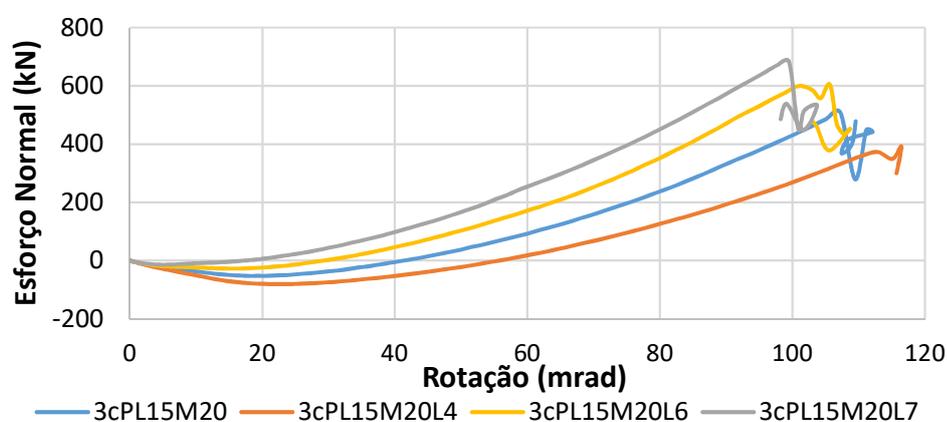


Figura 62 – Gráfico esforço normal *versus* rotação dos modelos com vão variável

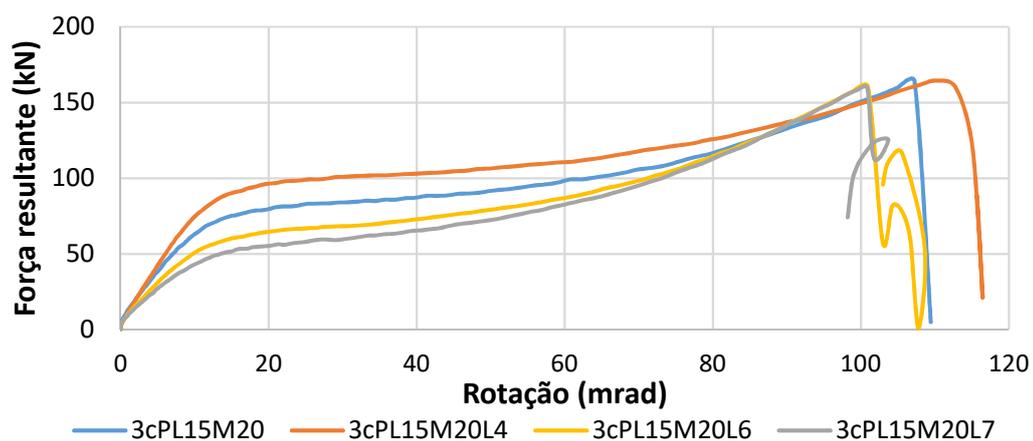


Figura 63 – Gráfico força resultante *versus* rotação proveniente do deslocamento aplicado na coluna central com variação dos vãos

Para comparativo, a Figura 64 contempla o gráfico de momento fletor para todos os casos de três colunas analisados.

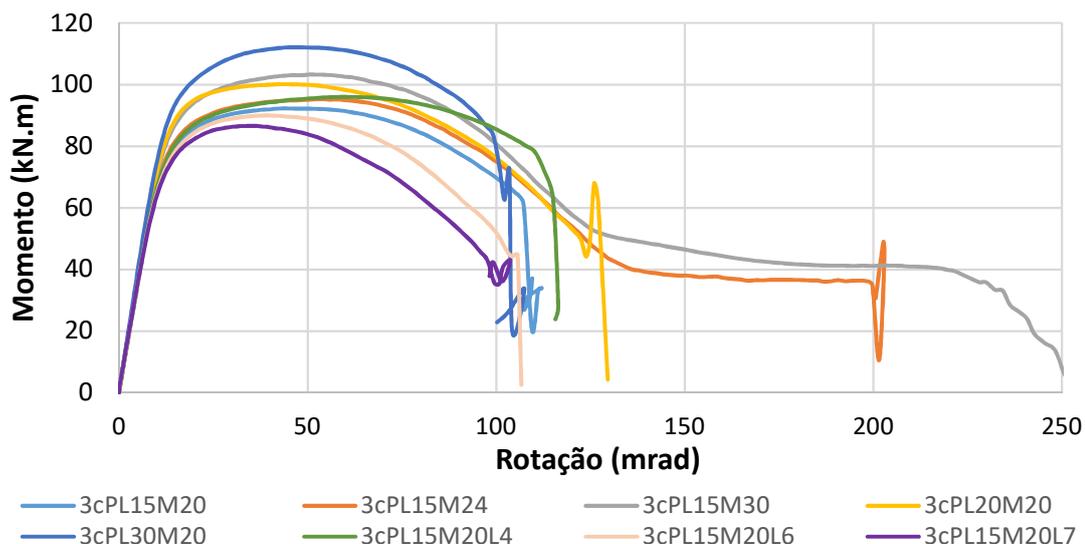


Figura 64 – Momento fletor *versus* rotação de todos os modelos numéricos com três colunas analisados

Percebe-se que a capacidade de rotação é influenciada basicamente pela ligação, e que, tanto a variação do vão, quanto a variação da ligação geram curvas momento *versus* rotação com formatos semelhantes. Além disso, a diminuição do vão foi capaz de garantir níveis mais elevados de resistência ao momento fletor, com destaque para o modelo 3cPL15M20L4, que chega a superar o modelo 3cPL15M24.

Já a Figura 65 a seguir apresenta o gráfico de esforço normal para estes mesmos modelos.

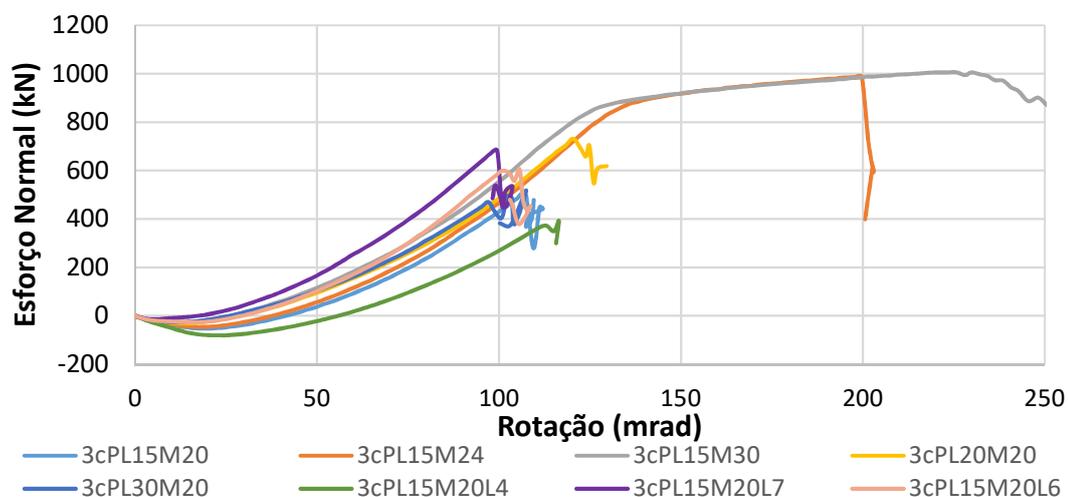


Figura 65 – Esforço normal *versus* rotação de todos os modelos numéricos com três colunas analisados

Dos resultados encontrados, é possível identificar que nos modelos avaliados, a dimensão do vão da estrutura é o principal fator capaz de alterar o desenvolvimento de esforços axiais na ligação, apesar de que em todos os casos, o formato das curvas é semelhante.

A Figura 66 apresenta o resultado dos esforços resultantes na coluna central. Anteriormente, utilizou-se no eixo horizontal a rotação, mas com a inclusão das análises das ligações PL15M20 com vãos diferentes, passou-se a utilizar a rotação na ligação como parâmetro para que a comparação fosse possibilitada.

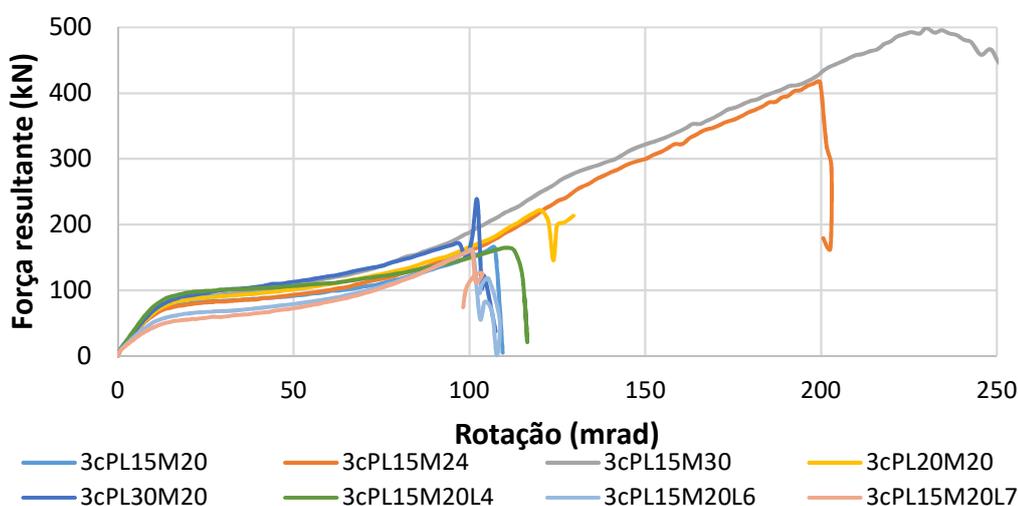


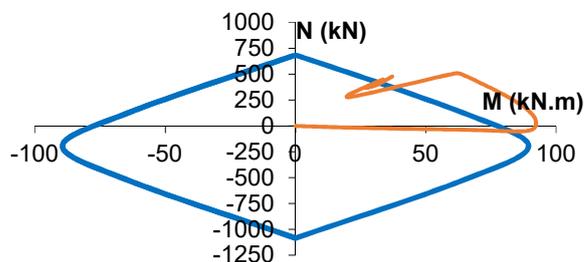
Figura 66 – Força resultante na coluna central de todos os modelos numéricos com 3 colunas analisados

Do comparativo entre as forças resultantes equivalentes, confirma-se o fato de que, apesar do vão influenciar mais no desenvolvimento de esforços axiais e a ligação na resistência ao momento fletor, o formato da curva é bastante similar para todos os casos avaliados e que a garantia de rotações mais elevadas é necessária para que se atinja maiores níveis de resistência ao carregamento vertical, fator crucial para impedir o colapso progressivo.

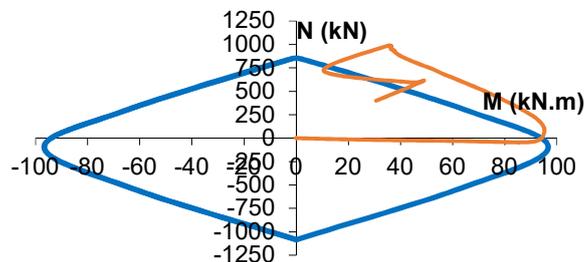
#### 4.2.3.3 Interação entre momento fletor e esforço normal

Afim de verificar a interação entre os esforços de momento fletor e normal e também a viabilidade de aplicação do método de Cerfontaine [7], a Figura 67 apresenta o gráfico de interação para todos os modelos paramétricos analisados. Nela

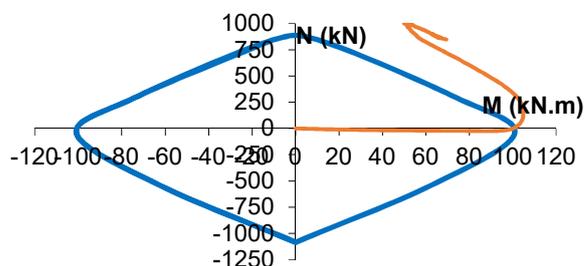
são mostrados os diagramas de interação momento fletor *versus* esforço normal calculados pelo método proposto por Cerfontaine [7] e o resultado da análise dos casos que simulam a perda da coluna central.



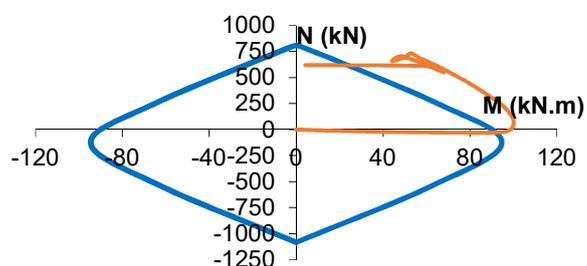
a) 3cPL15M20



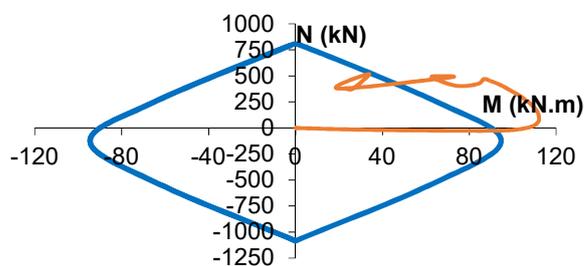
b) 3cPL15M24



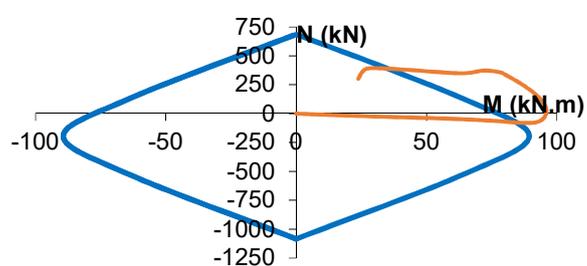
c) 3cPL15M30



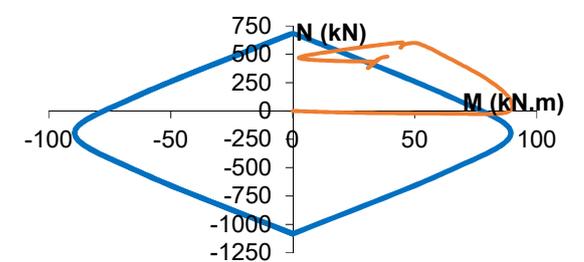
d) 3cPL20M20



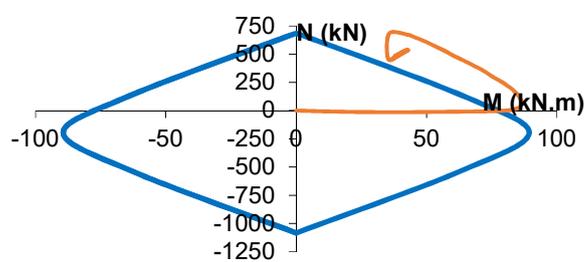
e) 3cPL30M20



f) 3cPL15M20L4



g) 3cPL15M20L6



h) 3cPL15M20L7

Figura 67 – Interação entre o momento fletor e esforço normal nos modelos paramétricos

A Figura 68 traz o comparativo de todas os pares de momento fletor e esforço normal para os modelos paramétricos analisados. Neste gráfico, a parte que contempla a perda da estabilidade foi desprezado afim de fornecer uma resposta gráfica mais aceitável.

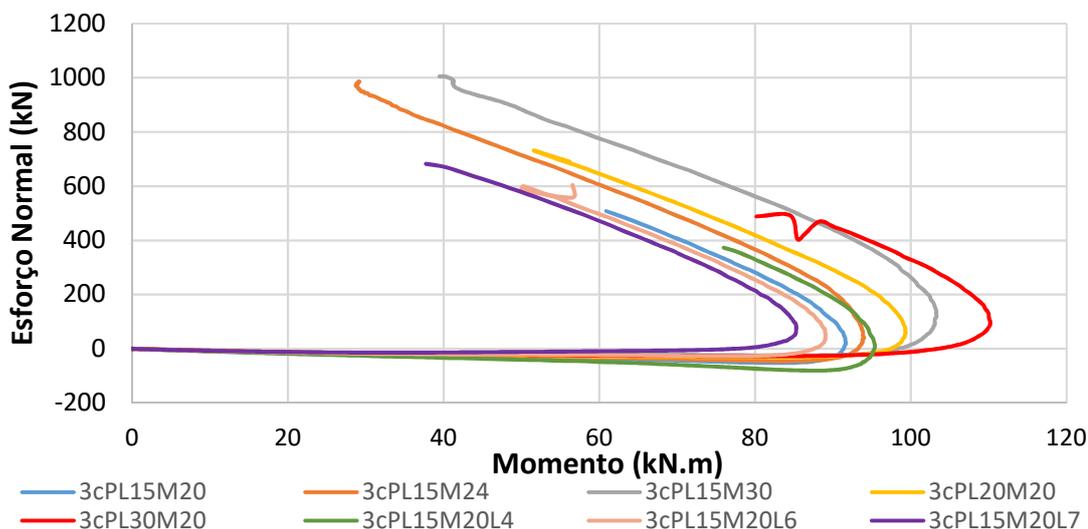


Figura 68 – Comparativo da interação entre o momento fletor e esforço normal nos modelos paramétricos

Os resultados comparativos da simulação da perda de uma coluna com o método de Cerfontaine [7] mostram que este é um método bastante válido capaz de estimar o efeito da interação do momento com esforço normal, até mesmo no que se refere à robustez e às simulações da perda de uma coluna. Esta validade é constatada quando se analisa o primeiro quadrante dos diagramas de interação. Na maioria dos casos, o método de Cerfontaine [7] é capaz de prever bem o momento resistente máximo, exceto naqueles em que o Eurocode 3 [32] também não conseguiu prever satisfatoriamente o comportamento da ligação, 3cPL20M20 e 3cPL30M20.

No que se refere à capacidade dos esforços normais, naqueles que foram capazes de desenvolver grandes esforços de tração, principalmente nos casos 3cPL15M24 e 3cPL15M30, percebe-se que a ruptura deu-se quando atingido um valor de tração semelhante àquele proposto por Cerfontaine [7].

Além disso, percebe-se que o gráfico de interação dos modelos numéricos é praticamente paralelo ao diagrama de Cerfontaine [7], em todos os casos. Entretanto, o modelo numérico tende sempre a produzir resultados que ultrapassam os limites do

diagrama de interação proposto. Isso pode ser proveniente do fato de que o método de Cerfontaine [7] considera a ductilidade dos materiais infinita, além de se tratar de um método de análise linear baseado no Eurocode 3 [7].

Percebe-se também que o tamanho do vão influencia no momento máximo resistente, mas à medida que a interação com o esforço normal começa a surgir, há uma tendência de que a fronteira dos diagramas se aproxime, o que pode ser percebido na região dos 400 kN de esforço normal quando se analisa a ligação PL15M20 para os diferentes vãos, e quando se analisa as ligações PL30M20 e PL15M30, que chegam a compartilhar alguns pontos dessa curva de interação.

#### 4.2.3.4 Tensões e modos de ruptura

A análise dos modelos numéricos com implementação do dano trouxe alguns resultados interessantes no que diz respeito à distribuição de tensões e nos modos de ruptura. As figuras a seguir apresentam o modo de ruptura de cada um dos modelos estudados, bem como a deformação plástica equivalente.

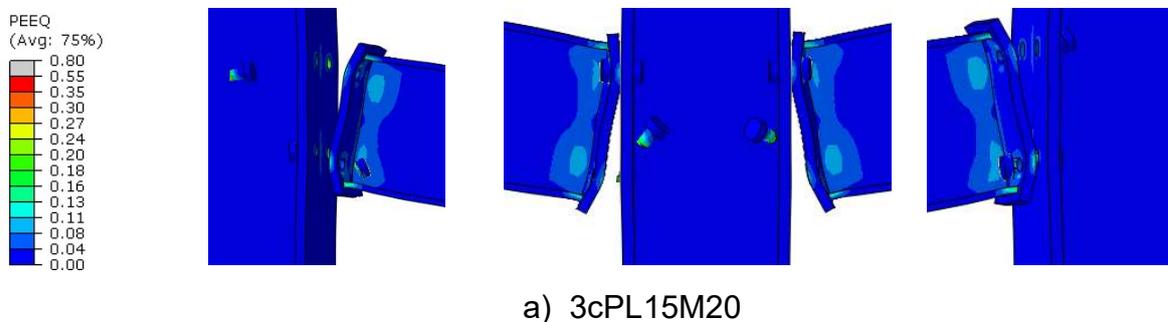
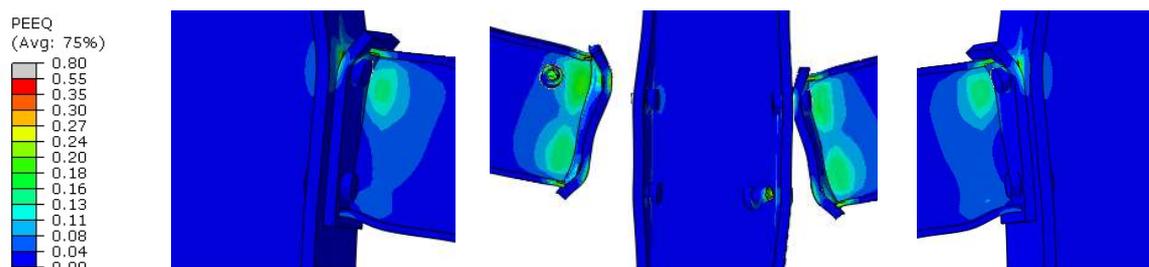
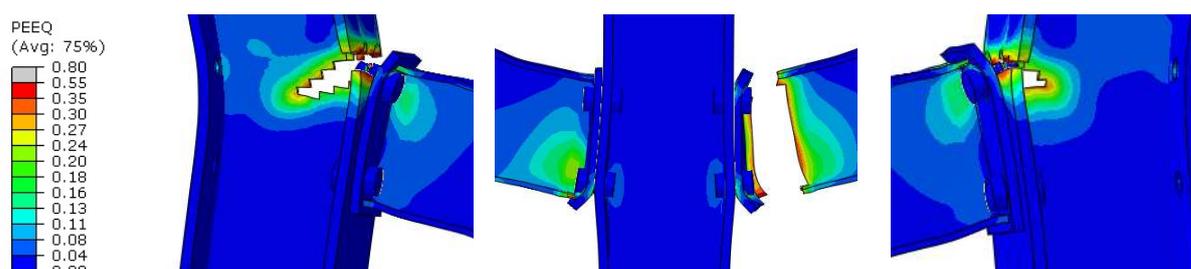


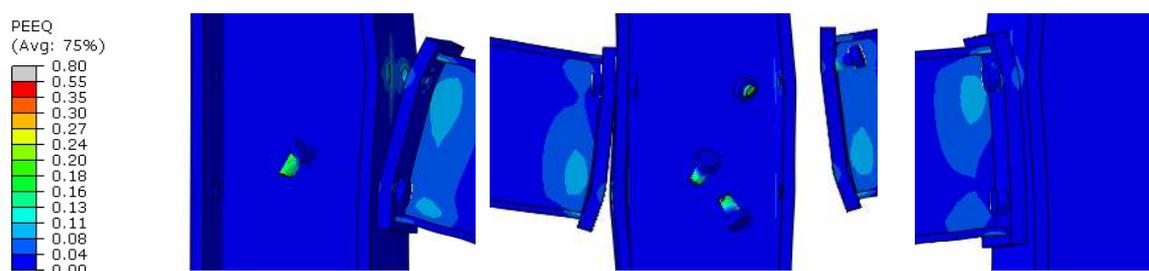
Figura 69 – Deformação plástica e modo de ruptura da ligação padrão



a) 3cPL15M24



b) 3cPL15M30



c) 3cPL20M20



d) 3cPL30M20

Figura 70 – Deformação plástica e modo de ruptura das ligações paramétricas

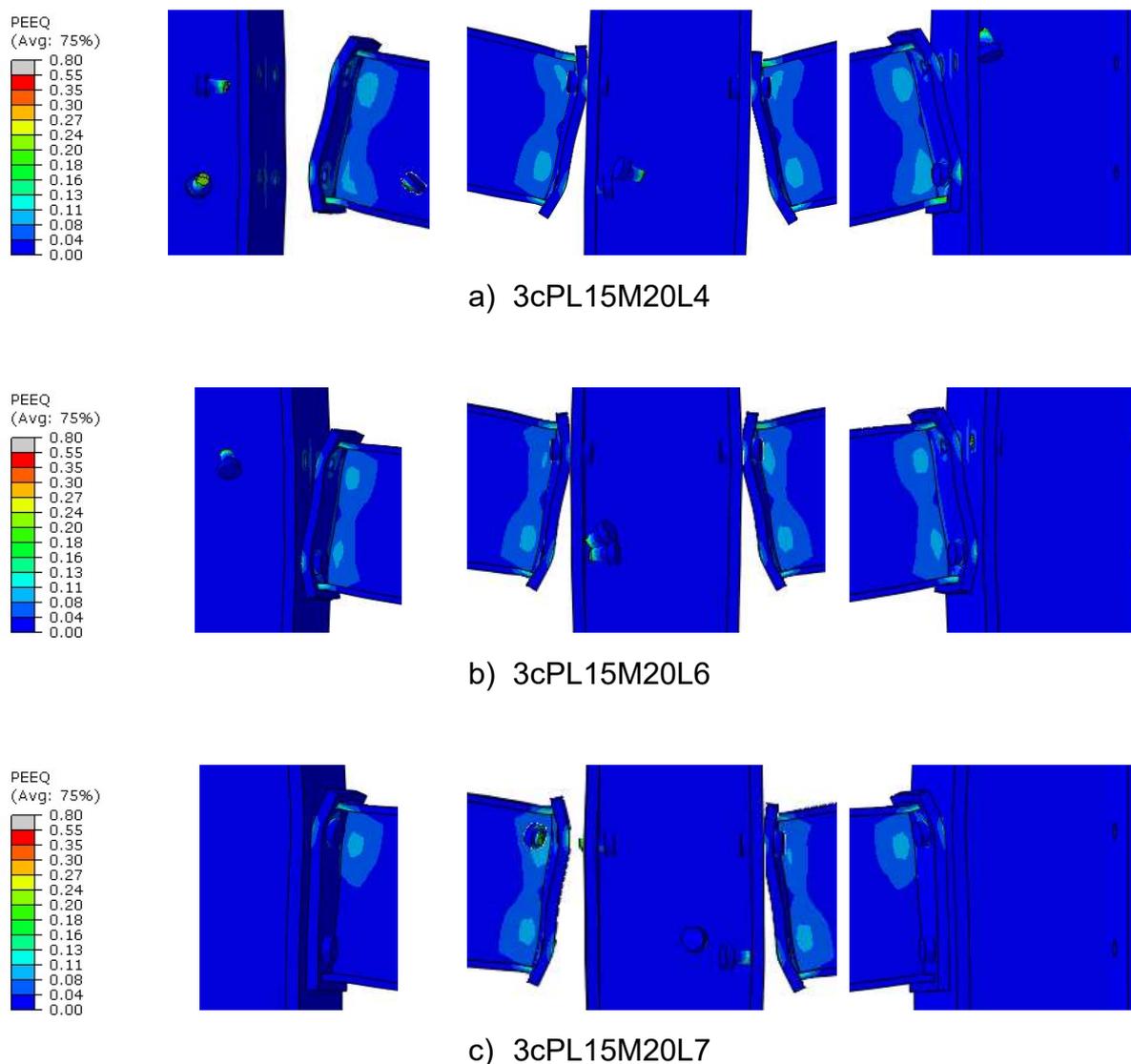


Figura 71 – Deformação plástica e modo de ruptura dos modelos com vão variável

Dos resultados mostrados nas figuras acima, percebe-se que todas as ligações apresentaram sua ruptura nos parafusos, exceto aquela da estrutura 3cPL15M30. Nesta, a ruptura foi ocasionada pela combinação do cisalhamento na alma da coluna e flexão na mesa da coluna, e simultaneamente, ocorreu falha por flexão numa das vigas.

Estes resultados condizem com o modo de ruptura das ligações sujeitas apenas ao momento fletor apresentados pelos resultados numéricos, mas divergem no caso da ligação 3cPL15M24, onde no caso apenas de momento fletor, a ruptura ocorreu pela flexão na mesa da coluna e no modelo com esforço axial atuante, a ruptura passou a ser controlada pelo parafuso. Entretanto, tanto a ligação 3cPL15M24

quanto a 3cPL15M30 apresentaram os melhores resultados naquilo que se refere à mitigação de colapso progressivo referentes à possível perda de uma coluna central.

Percebe-se então, que a principal característica que a ligação deve possuir para atender às solicitações de robustez é ser capaz de resistir à tração, e se possível, suportar grandes deslocamentos. Nas ligações com placa de extremidade ajustada a altura da viga abordadas neste trabalho, essa resistência foi garantida com a utilização de parafusos mais resistentes.

## 5 APLICAÇÃO DOS RESULTADOS ÀS PRESCRIÇÕES DE ROBUSTEZ

### 5.1 Bases das análises às prescrições técnicas

Este capítulo irá tratar do dimensionamento à robustez segundo as prescrições mencionadas na seção 1.4. Para tal, serão utilizados os resultados dos modelos numéricos tridimensionais apresentados ao longo deste trabalho.

Alguns dos documentos trazem informações bastante extensas, de tal maneira que serão apresentados aqui apenas os parâmetros, fórmulas e resultados relacionados aos casos aqui tratados.

A edificação que será utilizada para este dimensionamento é a mesma da seção 4.1, cuja vista superior é reapresentada na Figura 72. O círculo vermelho indica a coluna que será removida, enquanto o retângulo azul indica a região danificada. O retângulo preto destaca o pórtico tratado exhaustivamente nesse trabalho, cujas ligações são semirrígidas. Adotou-se uma coluna interna ao edifício, visto que os documentos de referência para dimensionamento à robustez definem que as vigas, ligações e colunas internos devem resistir à esforços maiores do que aqueles de periferia.

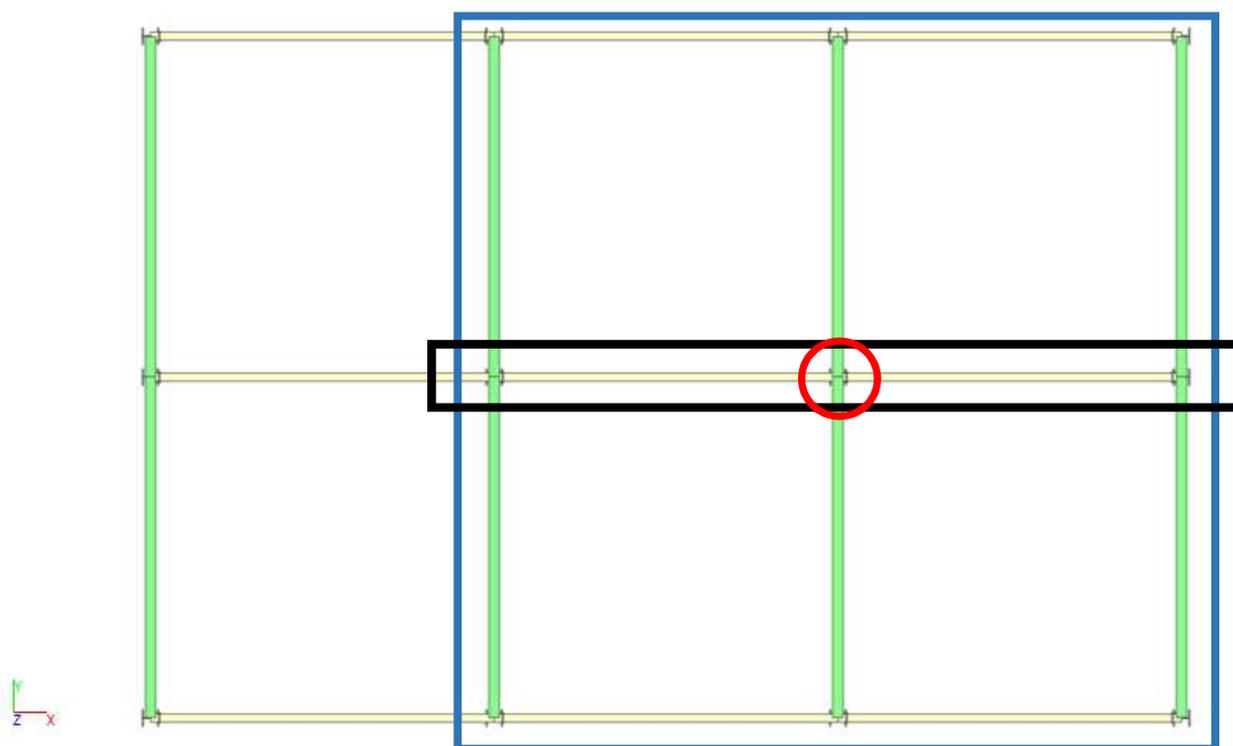


Figura 72 – Vista superior da estrutura verificada à robustez

Em algumas ocasiões, serão necessárias considerações especiais acerca dos carregamentos resultantes, visto que nos modelos numéricos analisados, a aplicação do carregamento foi realizada através de um deslocamento prescrito na coluna central, e não como carga distribuída das vigas.

Esse método foi utilizado pois facilitava a aquisição de resultados e era o único capaz de fornecer, com precisão, a capacidade de resistir aos esforços gravitacionais na coluna central. Além disso, algumas simulações realizadas mostraram que a aplicação do carregamento distribuído na viga aumentava a energia cinética da estrutura, de tal maneira que, para simular uma análise quase estática, o tempo de processamento seria quase o dobro, o que, devido às diversas complexidades envolvidas e já relatadas, inviabilizaria os estudos paramétricos elaborados.

Quando for necessário, efetuar-se-á a simplificação do carregamento na coluna central através da sua área de influência, que conforme a Figura 73, é de  $25\text{m}^2$ .

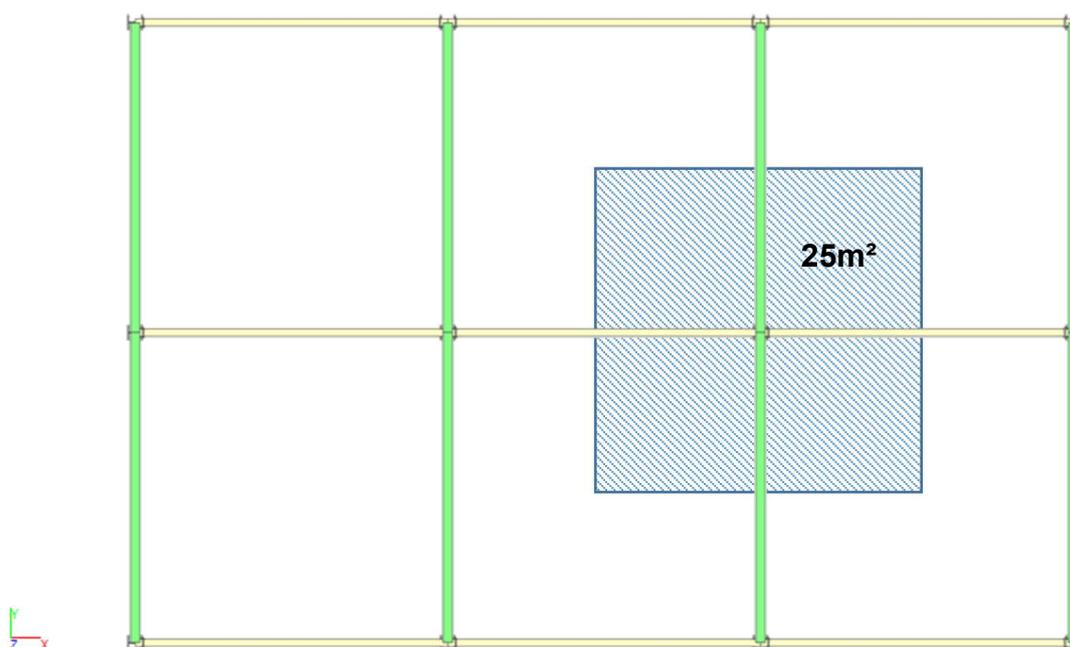


Figura 73 – Distribuição do carregamento na coluna central

Uma outra importante consideração é que não se considerou a contribuição das lajes na resposta estrutural, simulando o caso de um edifício sem a interação de elementos mistos.

O gráfico da Figura 59 mostra a força resultante aplicada na coluna central. Essa força é proveniente da mobilização dos esforços provenientes de apenas duas

ligações, visto que se modelou um pórtico plano. Como o modelo tridimensional da estrutura possui 4 ligações, quando for necessária a comparação com a força gravitacional total mobilizada na coluna será considerada como sendo apenas a metade da área de influência total da coluna, que resulta em 12,5m<sup>2</sup>.

Alguns dos documentos definem classes de consequências para cada tipo de estrutura. A estrutura analisada possui dimensões reduzidas, de forma que é provável que ela se enquadre nas classes de baixo risco, entretanto, os resultados comparativos das verificações à robustez contemplarão todos os métodos de análise contidos nos documentos mencionados, afim de produzir um estudo mais extensivo.

O pavimento onde a coluna será removida, para casos de pavimento tipo, não é importante, visto que na ocasião da remoção de uma coluna, todas as ligações e vigas acima dela também serão mobilizadas e o carregamento distribuído entre elas, de forma que cada uma delas deverá suportar apenas os carregamentos verticais provenientes daquele pavimento. Porém, nos casos em que se fizer necessário neste estudo, a remoção da coluna dar-se-á no 1º pavimento.

## 5.2 Comparação com os documentos sobre robustez

### 5.2.1 Eurocódigos e prescrições do The Building Regulations: Approved Document A [15]

Segundo estes documentos, o edifício analisado enquadraria-se na classe de consequência 2a – Grupo de baixo risco. Esta classe exige apenas que se garanta um grau de efetividade das amarrações dos elementos, que para esse caso, devem ser analisadas segundo a norma BS5950: Part 1 – Structural use of steelwork in building [59] e segundo o Eurocode 3 [4] e Eurocode 1 [8].

Em prescrições técnicas, estabelecem basicamente, para este caso, que todas as amarrações e suas ligações de extremidade sejam capazes de suportar pelo menos 75kN de esforço de tração. Além disso, especifica que as ligações devem ser verificadas ao esforço de tração segundo a seguinte equação:

$$F_t = 0,8(g_k + \psi q_k) \cdot S_t \cdot L_a \quad (20)$$

onde  $F_t$  é a força de tração,  $g_k$  é carregamento permanente do pavimento,  $q_k$  é a sobrecarga e  $\psi$  é um fator minorador das ações, que para carregamentos acidentais

é igual a 0,5,  $S_t$  é o tamanho do vão na direção do eixo analisado e  $L_a$  é a maior distância entre colunas no sentido perpendicular.

Para a análise dos pórticos de extremidade, esse valor é a metade. Logo,

$$F_t = 0,8(3 + 0,5 \cdot 3) \cdot 5 \cdot 5$$

$$F_t = 90 \text{ kN}$$

Conforme os gráficos de interação da seção 4.2.3.3, todas as ligações propostas são capazes de suportar 90kN de tração. Estas normas também estabelecem que um edifício deve ser verificado no caso da perda de uma coluna. Caso a falha desse elemento venha a causar um elevado dano, conforme a Figura 7, ele deve ser dimensionado conforme um elemento chave, o que, no caso de edifícios, significa resistir a um carregamento de 34 kN/m<sup>2</sup> aplicado na sua área de influência com a coluna intacta. Esse valor é bastante elevado, visto que o carregamento majorado de cálculo utilizado para a definição do edifício base foi cerca de 8,6 kN/m<sup>2</sup>. A utilização do valor proposto para o elemento chave iria gerar um superdimensionamento da estrutura proposta. Por essa verificação, os elementos utilizados não atenderiam ao dimensionamento.

### 5.2.2 ASCE-7 [16]

Esta norma descreve apenas que a estrutura deve ter seus elementos removidos ficticiamente e sua capacidade remanescente analisada segundo a combinação da equação (1), que para o caso estudado, resultaria em 4,2 kN/m<sup>2</sup>. Fazendo as aproximações do tópico anterior, a força vertical na coluna central será de 52,5 kN. Os resultados indicam que todas as ligações suportariam facilmente o carregamento mencionado.

### 5.2.3 Código de Construção da Cidade de Nova York [17]

Esse código estabelece dois métodos de análise. Semelhantemente aos anteriores, o Método do Caminho Alternativo exige a análise sob uma combinação

crítica, que seria equivalente a uma força de 84,4 kN agindo na coluna central. Neste caso, todas as ligações também atenderiam aos requisitos.

Já o método da Resistência Local exige apenas que seja aplicado um carregamento de 36 kN/m<sup>2</sup> na área de influência, o que semelhantemente ao Eurocode 1 [31], iria gerar um dimensionamento bem acima do usual. Se utilizado esse carregamento no modelo de dimensionamento padrão, os elementos utilizados não atenderiam aos esforços internos requisitados.

#### 5.2.4 Critério de Instalações Unificadas UFC 4-023-03 [19]

Segundo as classes de consequência, o edifício em estudo seria provavelmente da classe 2, que exige apenas a verificação pelo Método das Forças de Amarração e Método da Resistência Local Aumentada ou o Método do Caminho Alternativo.

- Método da Força de Amarração (Tie Force Method)

Estabelece que a ligação estudada deverá suportar um carregamento de 266,4 kN de tração, calculados segundo a equação (5), sob uma rotação de 0,2 rad, e considerando uma parede com espessura de 19cm ao longo de todo o comprimento das vigas.

Os resultados mostram que todas as ligações conseguiram alcançar o esforço de catenária proposto, entretanto, apenas a ligação PL15M30 conseguiu atingir satisfatoriamente o critério de rotação mencionado. A ligação PL15M24 assim que atingiu uma rotação próxima de 0,2 rad entrou em colapso.

Como as demais ligações não resistiram ao requerido, a norma exige que o sistema de lajes complemente os requisitos restantes. Entretanto, percebe-se que a rotação de 0,2 rad nunca seria atendida pelas outras ligações, ainda que elas sejam capazes de resistir à esforços significativos de tração.

- Método do Caminho Alternativo

Para comparação com os resultados dos modelos numéricos utilizados nesta dissertação, o método do caminho alternativo será avaliado considerando o carregamento controlado por deformações através de uma análise não estática. Este é o único procedimento que tem seus parâmetros alterados dependendo do tipo de análise realizada, e portanto, apenas nesta verificação, será considerado um fator de amplificação dinâmica. Como a simulação numérica foi tipo não linear dinâmica tendendo a um comportamento quase-estático, a situação mais coerente proposta pelo UFC 4-023-03 [19] é através de uma análise não linear estática.

Para isto, este documento exige que se calcule um fator  $\Omega_L$  para amplificação dos esforços gravitacionais, que para estruturas de aço é dado por:

$$\Omega_L = 1,08 + \frac{0,76}{\left(\frac{\theta_{pra}}{\theta_y} + 0,83\right)} \quad (21)$$

onde,  $\theta_y$  é a rotação plástica da ligação, e  $\theta_{pra}$  é a rotação plástica máxima que atende ao critério de aceitação da norma ASCE-41 [60]. Ambos os valores estão presentes na Tabela 9-6 daquele documento. Com os dados encontrados, o maior valor de  $\Omega_L$  avaliado foi de 1,69. Logo, o carregamento dos pavimentos para este caso seria de 8,62 kN/m<sup>2</sup>.

Seguindo as mesmas proposições anteriores, o carregamento na coluna principal devido às duas ligações seria de 107,8 kN, que pode ser resistido por todas as ligações.

- Método da Resistência Local Aumentada

Segundo a norma PDC TR-06-01 [20], a viga e as ligações deveriam ser capazes de resistir ao cortante calculado de acordo com a equação (8), e sabendo-se que o momento positivo para a combinação é de 26,01 kN.m e o negativo de 36,77 kN.m, o esforço cortante seria de 50,2 kN. Esse esforço cortante, atuando em ambas as ligações, provocaria um esforço vertical na coluna central dobrado, ou seja, 100,4 kN, requisito que pode ser atendido por todas as ligações.

### 5.2.5 Comparação com estudos da revisão bibliográfica

Com relação aos estudos numéricos e experimentais abordados na revisão bibliográfica, confirmou-se a constatação de Formisano e Mazzolani [23] que mostrou que a utilização de ligações capazes de resistir ao efeito catenária é crucial para melhorar a robustez, o que foi demonstrado pelas ligações 3cPL15M24 e 3cPL15M30.

Uma outra constatação importante, e em acordo com o estudo experimental de Sadek et. al. [24] é de que as ligações são capazes de desenvolver resistência vertical significativa através da combinação das ações de flexão e catenária. Estes autores também criticam a exigência da rotação de 0,2 rad requerida pelo UFC-4-023-03 [19] e mostraram que, para as ligações estudadas por eles, rotações entre 80 e 140 mrad são suficientes para resistir ao colapso da estrutura, e sugerem que se exija um valor mínimo de rotação para cada tipo de ligação.

Também em concordância com Guo et al. [27], o estudo aqui desenvolvido constatou que o dimensionamento para robustez requer um dimensionamento muito maior para os parafusos devido a fratura a que estão sujeitos, e que aumentar o diâmetro dos parafusos ou a tensão de ruptura dos mesmos pode auxiliar na resistência ao dano progressivo da estrutura.

Na comparação com os resultados encontrados por Cassiano et al [28], as ligações com placa de extremidade ajustada analisadas possuíram um comportamento semelhante aquele da imagem (a) da Figura 9, porém, os estágios III e IV não foram alcançados devido à iniciação e progressão do dano.

Um outro estudo experimental com ligações com placa de extremidade estendida, placa de extremidade estendida nervurada e ligação soldada também apresentou o desenvolvimento das forças resultantes e do momento nas ligações [61]. Apesar de se tratarem de ligações distintas das analisadas neste trabalho, percebeu-se que o formato das curvas está coerente e similar ao resultado experimental de Dinu et. al. [61], indicando a possibilidade de se chegar a uma formulação que preveja o comportamento das ligações, além das semirrígidas, quando há um evento da perda de uma coluna.

### 5.3 Comparação dos resultados

Como observado, as prescrições normativas atuais que se referem à prevenção do colapso progressivo baseiam-se, basicamente, ou na requisição de resistência à tração dos elementos ou na capacidade de carga gravitacional proveniente de um carregamento atuante no pavimento. Há algumas exceções, como a norma UFC [19] que também estabelece um critério de rotação mínima. A Figura 74 apresenta um gráfico comparativo que mostra os critérios de tração na ligação, bem como a força de tração desenvolvida nos modelos numéricos.

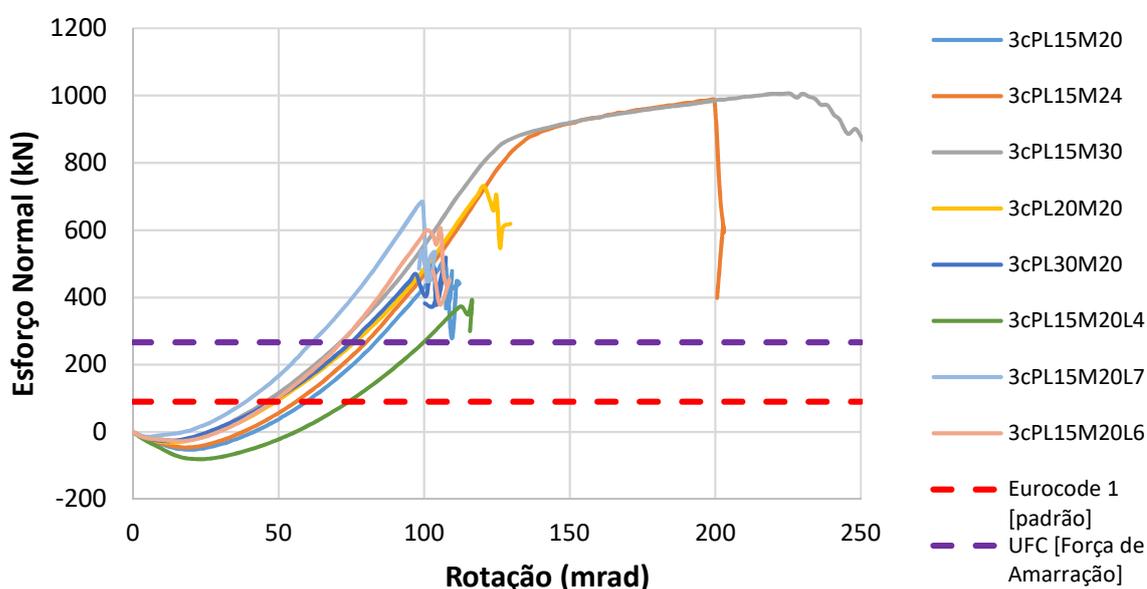


Figura 74 – Critérios baseados na tração dos elementos

Já a Figura 75 apresenta o gráfico dos resultados comparados aos critérios de força aplicada no pavimento. Dos resultados, percebe-se que em uma análise que considera o encruamento do aço e resistência real obtida em ensaios experimentais, todas as ligações analisadas atenderiam aos dimensionamentos propostos pelos documentos de robustez, exceto aqueles que requerem que se verifique a estrutura sob uma combinação sem a perda de um elemento, a saber o método do Elemento Chave do Eurocode 1 [8] e o método da Resistência Local do Código de Construção de Nova York [17].

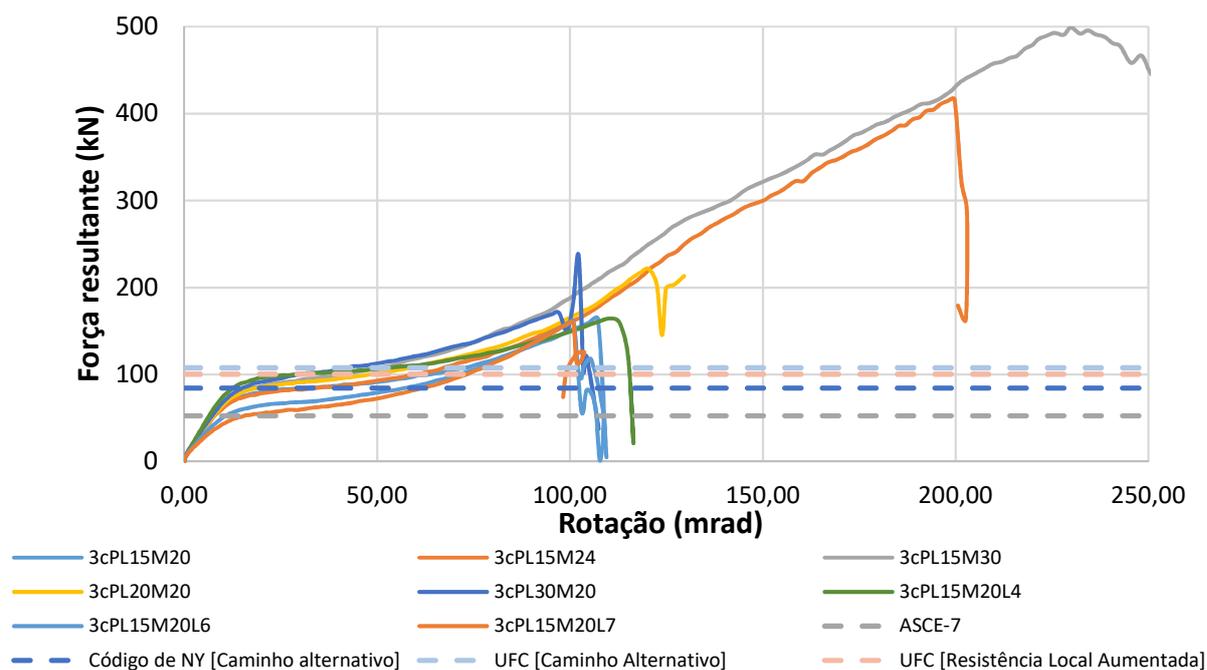


Figura 75 – Critérios baseados no carregamento do pavimento

Percebe-se que os documentos analisados carecem de prescrições melhores definidas dos critérios a serem utilizados para dimensionamento dos elementos, e que aqueles que definem valores de carregamento único muito elevado, acima de  $30\text{kN/m}^2$ , gerariam estruturas extremamente robustas, porém caras, visto que se tratam de cargas muito acima das de projeto. Sugere-se que se realize estudos que verifiquem a real necessidade da utilização desses métodos, bem como se defina parâmetros mais confiáveis sobre a intensidade e probabilidade destes carregamentos.

## **6 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

### **6.1 Introdução**

Esta dissertação desenvolveu um trabalho voltado à análise da robustez de estruturas metálicas com ligações semirrígidas. Este tipo de estudo ainda é escasso, e são poucas as referências técnicas e normas que guiem o dimensionamento à robustez.

Os modelos numéricos em elementos finitos com progressão do dano elaborados no software ABAQUS [6] permitiram avaliar o comportamento de ligações com placa de extremidade ajustada a altura da viga sob uma ocasião da perda de uma coluna.

Além disso, os resultados encontrados foram comparados às prescrições técnicas e estudos mencionados neste trabalho.

### **6.2 Conclusões**

Os modelos calibrados apresentaram uma boa concordância com a resposta estrutural de um ensaio experimental [30] sem ruptura. Posteriormente, realizou-se uma calibração dos critérios de dano para o aço de acordo com valores encontrados na literatura.

No que se refere aos modelos sujeitos apenas ao momento fletor, quando comparados ao Eurocode 3 [31], as ligações PL15M24 e PL15M30 apresentaram cerca de 13% a menos de ganho de resistência quando comparados à ligação de referência (PL15M20). Por outro lado, quando analisada a ligação PL30M20, o Eurocode [32] forneceu um resultado aproximadamente 24% inferior. Isso mostra que o Método das Componentes pode, em alguns casos, não prever bem o resultado real de ligações, principalmente quando existem parâmetros “desproporcionais”, onde uma peça é muito mais resistente do que as demais.

Os modelos numéricos onde a ligação estava sujeita apenas a momento fletor mostraram que o acréscimo da espessura da chapa produzia aumentos mais consideráveis à capacidade da ligação, entretanto, aqueles com parafuso de maior diâmetro possuíram uma capacidade rotacional muito superior. O parafuso só não foi o elemento que levou à ruína da ligação nos modelos PL15M24 e PL15M30.

Quando se simulou a estrutura sob a perda de uma coluna, constatou-se que ela era capaz de desenvolver esforços de momento fletor superiores e sob rotações muito menores, quando comparados aos casos de flexão simples. Já os resultados dos esforços normais mostraram que, inicialmente, a ligação está sujeita a uma força de compressão, o chamado arqueamento compressivo. Posteriormente, a estrutura desenvolve esforços de tração rapidamente, caracterizando o efeito catenária e a capacidade ao momento é reduzida. Comprovou-se também que os esforços nas ligações são iguais, tanto na região da coluna não danificada, quanto na coluna que perdeu o apoio, ainda que esta coluna central possua ligações em ambos os lados, mostrando que essa interação de esforços não é significativa, desde que haja uma simetria geométrica no modelo.

Os resultados dos momentos fletores desenvolvidos nos modelos de três colunas apresentaram coerência com aqueles sujeitos apenas à flexão, apesar de se desenvolverem bem mais rapidamente e depois sofrerem degradação. Observou-se também que os modelos 3cPL15M24 e 3cPL15M30 foram capazes de gerar praticamente o dobro de rotação e apresentaram um patamar onde o momento se apresentava quase que constante mesmo após a sua degradação inicial.

No que se refere ao esforço normal, o formato da curva em que é apresentado o desenvolvimento dos esforços de catenária foi praticamente o mesmo em todos os modelos. Um ponto de destaque é que o início do patamar mencionado no parágrafo anterior coincide para os esforços normais e fletores.

De forma análoga, a força resultante na coluna central, onde se aplicou um deslocamento prescrito simulando a perda do apoio, proveniente da mobilização das duas vigas, mostrou ser praticamente a mesma para todas as ligações, apresentando um comportamento elástico inicialmente, seguido de comportamento de plastificação e posteriormente um crescimento quase que linear das forças desenvolvidas.

Como os resultados fizeram parecer que a ligação não influenciava no desenvolvimento dos esforços de catenária nem na resposta resultante de esforços na coluna, decidiu-se analisar mais três modelos da ligação padrão (PL15M20), com 4m, 6m e 7m, além daquele de 5m já modelado, o que resultou em um total de oito modelos numéricos simulando a perda de uma coluna neste trabalho.

A variação do vão não alterou o momento resistente  $M_{j,Rd}$  da ligação. Entretanto, à medida que a rotação aumentava, as estruturas com vãos reduzidos foram capazes de produzir maior resistência à flexão e a degradação dessa

resistência foi mais atenuada, enquanto que nos modelos com maior vão, essa redução ocorreu de forma mais acentuada. Além disso, menores vãos foram capazes de produzir rotações levemente superiores.

O tamanho do comprimento da viga também influenciou no desenvolvimento dos esforços de catenária. Os resultados mostraram que vãos maiores são capazes de produzir esforços de tração maiores e o efeito do arqueamento compressivo é menor. Já os vãos menores aumentaram esse efeito e produziram menor esforço de tração.

Já a resposta da força resultante aplicada mostrou que menores vãos eram capazes de mobilizar, inicialmente, maior resistência às cargas gravitacionais na coluna central. Entretanto, a carga máxima na coluna central foi praticamente a mesma independente do vão, mostrando que mesmo quando se desenvolvem esforços de tração e flexão diferentes, a capacidade de resistir aos esforços verticais da ligação é a mesma, e isso é controlado pela interação entre esses esforços.

Quando os resultados foram comparados ao Método de Cerfontaine [7], que propõe um dimensionamento de ligações sob a presença de esforços normais, constatou-se que as predições de momento máximo e esforço normal máximo são coerentes. Além disso, o diagrama de interação proposto por Cerfontaine [7] é paralelo ao encontrado nos modelos numéricos, o que significa que estudos sejam feitos para adaptar essa curva para modelos não lineares. Apesar de ter se mostrado mais conservador, o Método de Cerfontaine, por ser baseado no método das componentes e em um cálculo de primeira ordem, abre margem para possíveis adaptações capazes de atender melhor 'as análises não lineares com plastificação intensa.

Uma estrutura composta pelos componentes da ligação padrão foi proposta e verificada quanto às prescrições contidas em algumas normas técnicas. As verificações foram baseadas nos resultados dos modelos numéricos desenvolvidos e algumas simplificações foram feitas para que tais comparações fossem possíveis.

Segundo o Eurocode 1 [8] e as prescrições do Reino Unido [15], todas as ligações atenderiam a um primeiro requisito baseado no carregamento dimensionado para o pavimento. Já caso as vigas venham a ser consideradas elementos chave, apenas a ligação PL15M30 atenderia aos requisitos. O requisito para que um elemento seja considerado chave apresentado é vago e ainda não se tem uma metodologia de verificação.

Já segundo o critério da norma ASCE-7 [16], todas as ligações atenderiam aos esforços simulados da perda de uma coluna, semelhantemente ao código da Cidade de Nova Iorque [17] quando utilizado o Método do Caminho Alternativo. Porém, segundo o Método da Resistência Local Específica deste mesmo documento, apenas a ligação com maior diâmetro de parafusos resistiria aos esforços. Também há escassez de informação e direcionamento nestas normas.

A norma UFC 4-023-03 [19] propõe três tipos de análise e é a que apresenta um pouco mais direcionamento e alguns exemplos de utilização, ainda que bastante simplificados.

O Método da Força de Amarração determina que deve ser feita a verificação se a ligação é capaz de resistir a um esforço de tração sob uma rotação de 0,2 rad. Esse requisito não se mostrou válido pois algumas ligações são capazes de suportar esforços de tração muito superiores, porém a rotação requerida é muito elevada e só seria suportada pela ligação PL15M30. Os outros dois métodos propostos seriam atendidos por todas as ligações.

Percebe-se então que existe uma carência muito grande de direcionamentos técnicos para o dimensionamento da robustez. As normas existentes apresentam alguns métodos que, em alguns casos, contradizem-se e apresentam resultados bastante diferentes. Também há a carência de exemplos de aplicações. Pode-se perceber que os requisitos que dependem das dimensões da estrutura e cargas de dimensionamento são mais condizentes com a realidade, ao contrário de requisitos fixos como uma rotação mínima bastante elevada, ou carregamentos exorbitantes. Sugere-se que os requisitos sejam dependentes da classe, carregamentos e dimensões da estrutura e do método de análise utilizado.

O método que se mostrou mais completo e racional é o Método do Caminho Alternativo do UFC 4-023-03 [19].

### 6.3 Sugestões para trabalhos futuros

Como sugestões para trabalhos futuros, pode-se citar:

- Realizar ensaios experimentais que validem os resultados encontrados;
- Avaliação e definição das espessuras de solda mínima para que estas não limitem a capacidade de ligação em casos de robustez;
- Exploração de técnicas que calibrem o método de Cerfontaine para grandes deformações e análises não lineares;
- Avaliação de ligações consideradas rígidas e rotuladas;
- Avaliação mais detalhada dos efeitos locais na viga provenientes de um carregamento distribuído;
- Avaliação da utilização de mais linhas de parafuso e parafusos de aço inox, que possuem maior ductilidade;
- Realização de um estudo de confiabilidade dos métodos de análise propostos pelas normas;
- Formulação de equações que prevejam o desenvolvimento das forças de catenária e resultantes nas colunas;
- Modelagem e avaliação de uma estrutura composta por múltiplos andares a fim de se investigar a possibilidade da existência do comportamento de Vierendel.

## REFERÊNCIAS

- 1 Figueroa J. 1968: Ronan Point Disaster. [Internet]. 2014 [cited 2017 Outubro]. Available from: <https://buildingfailures.wordpress.com/1968/02/06/ronan-point-disaster/>.
- 2 Clifton GC. 9-11 Research. [Internet]. 2011 [cited 2017 Setembro]. Available from: <http://911research.wtc7.net/mirrors/guardian2/wtc/clifton.htm>.
- 3 Perez AR. Murrah Federal Building. [Internet]. 2009 [cited 2017 Setembro]. Available from: <https://failures.wikispaces.com/Murrah+Federal+Building>.
- 4 CEN - Comité Européen de Normalisation. Eurocode 1 - Actions on structures - Part 1-7: General actions - Accidental actions. 2006.
- 5 SCI - Steel Construction Institute. Structural Robustness of Steel Framed Buildings. Ascot, Reino Unido 2011.
- 6 ABAQUS Inc S. ABAQUS Analysis user's manual. 614th ed. 2014.
- 7 Cerfontaine F. Etude analytique de l'interaction entre moment de flexion et effort normal dans les assemblages boulonnés. n: Construction Métallique. 2001;4:1-25.
- 8 BSI. BS EN 1991-1-7, Eurocode 1: Actions on structures. General actions. Accidental actions (incorporating corrigendum February 2010\_). 2006.
- 9 Cassiano D, D'Aniello M, Rebelo C, Landolfo R, S. da Silva L. Influence of seismic design rules on the robustness of steel moment resisting frames. Steel and Composite Structures. 2016 Junho 479-500.
- 10 BSI. BS EN 1990-2-1, Eurocode 0: Basis of Structural Design. Requirements. Basic Requirements. 1994.
- 11 Johnson RG. Hartford Civic Center. [Internet]. 2009 [cited 2017 Outubro]. Available from: [https://failures.wikispaces.com/Hartford+Civic+Center+\(Johnson\)](https://failures.wikispaces.com/Hartford+Civic+Center+(Johnson)).
- 12 Alexander S. New Approach to Disproportionate Collapse. The Structural Engineer. 2004;Vol. 82(Issue 3):14-18.
- 13 Fülöp L. Robustness Safety Security. VTT Technical Research Centre of Finland; 2015.
- 14 Foley CM, Martin K, Schneeman C. Robustness in Structural Steel Framing Systems. Chicago, IL: American Institute of Steel Construction, Inc. ; 2007.

- 15 ODPM. The Building Regulations 2000 - Structure; Approved Document A. Londres: Office of the Deputy Prime Minister; 2005.
- 16 ASCE ASoCE. ASCE/ANSI 7-10 Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures. 2010.
- 17 New York City Department of Buildings. Rules and Regulations of the Building Code of the City of New York. Chapter 18 – Resistance to Progressive Collapse under Extreme Local Loads. 2004.
- 18 CPNI Centre of Protection of National Infrastructure. Review of international research on structural robustness and disproportionate collapse. Londres 2011. p. 200.
- 19 United States Department of Defense. Unified Facilities Criteria UFC 4-023-03: Design of Buildings to Resist Progressive Collapse. Washington, D.C 2010.
- 20 U.S. Army Corps of Engineers. PDC TR-06-01 Rev 1 :Methodology Manual for the Single-Degree-of Freedom Blast Effects Design Spreadsheets(SBEDS). 2008.
- 21 CEN - European Committee for Standardization. Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance - Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings. 2014.
- 22 Tenchini da Silva A, D'Aniello , Rebelo , Rodrigues Ornelas de Lima. Seismic performance of dual-steel moment resisting frames. Journal of Constructional Steel Research. 2014 Outubro;101:437-454.
- 23 Formisano A, Mazzolani FM. On the catenary effect of steel buildings. In: Urban Habitat Constructions under Catastrophic Events - Proceedings of the Final Conference; 2010; Naples, Itália. p. 619-624.
- 24 Alashker Y, El-Tawil S, Sadek F. Progressive Collapse Resistance of Steel-Concrete Composite Floors. Journal of Structural Engineering. 2010;136(10):1187-1196.
- 25 Sadek F, Main JA, Lew HS, Robert SD, Chiarito VP, El-Tawil S. An Experimental and Computational Study of steel moment connection under a columns removal scenario. Vol NIST Technical Note 1669. Nist - National Institute of Standards and Technology ; 2010.

- 26 A. Main , Sadek. Robustness of Steel Gravity Frame Systems with Single-Plate Shear Connections. National Institute of Standards and Technology - U.S. Department of Commerce ; 2012. NIST 1749.
- 27 Guo L, Gao , Fu. Structural performance of semi-rigid composite frame under column loss. *Engineering Structures*. 2015 Abril;95:112-126.
- 28 Cassiano D, D'Aniello M, Rabelo C. Parametric finite element analyses on flush end-plate joints under column removal. *Journal of Constructional Steel Research*. 2017 Junho 77-92.
- 29 Izzuddin BA, Vlassis AG, Elghazouli AY, Elghazouli DA. Progressive collapse of multi-storey buildings due to sudden column loss — Part I: Simplified assessment framework. *Engineering Structures - ScienceDirect*. 2007 Setembro 1308-1318.
- 30 Lima LRO. Comportamento de Ligações com Placa de Extremidade em Estruturas de Aço Submetidas a Momento Fletor e Força Axial. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio. 2003:267.
- 31 CEN - European Committee for Standardisation. EUROCODE 3, ENV - 1993-1-1:1992/A2, Annex J, Design of Steel Structures – Joints in Building Frames.. Brussels: Document CEN/TC 250/SC 3; 1988.
- 32 European Comitee for Standardization. EN 1993-1-8 Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-8: Design of joints. 2005.
- 33 Nunes PCdL. Análise Paramétrica de Ligações com Placa de Extremidade em Estruturas de Aço Submetidas a Momento Fletor e Força Axial. Rio de Janeiro: Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro; 2016.
- 34 Laurent F. Influence de L'effort Normal sur lê Calcul des Assemblages Semi-Rigides. Clermont - Ferrand, Liege, Belgique: CUST – Mémoire presente en vue de l'obtention du diplome d'ingénieur, Universite Blaise Pascal; 1994.
- 35 Cerfontaine F. Etude de l'interaction entre moment de flexion et effort normal dans les assemblages boulonnés. Liège: Université de Liège, Faculté des Sciences Appliquées; 2003.
- 36 Simões RD. Comportamento de Ligações Mistas Viga-Coluna Sob Acções. Coimbra, Portugal: Tese de Doutorado - Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra; 2000.

- 37 A. Bradford , Liu X. Flexural-torsional buckling of high-strength steel beams. *Journal of Constructional Steel Research*. 2015 Outubro;124 (2016):122-131.
- 38 Yang B, Hai Tan K. Numerical analyses of steel beam–column joints subjected to catenary action. *Journal of Constructional Steel Research*. 2009 Novembro;70 (2012):1-11.
- 39 Coelho AMG, Bijlaard FSK, Gresnigt , Silva LSd. Experimental assessment of the behaviour of bolted T-stub connections made up of welded plates. *Journal of Constructional Steel Research*. 2003 Janeiro;60 (2004):269-311.
- 40 Santiago A, Lima LRO, Silva LS, Jordão S. Análise Numérica de Ligações Viga-Coluna Submetidas a Momento Flector e Esforço Axial. *CILAMCE 2007*. 2007.
- 41 JASPART JP. Etude de la Semi-rigidité des Noeuds Poutre-colonne et Son Influence Sur la Résistance et la Stabilité des Structures en Acier. Université de Liège, Belgique: Thèse de Doctorat; 1991.
- 42 Rodrigues MC. Modelagem numérica de ligações viga-coluna em aço sob momento fletor e força normal. Rio de Janeiro: Dissertação (mestrado) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia.; 2009.
- 43 ABAQUS S. ABAQUS/Explicit: Advanced Topics. Quasi-Static Analyses. 2005.
- 44 Wierzbicki T,&WH. Cockroft and Latham Revisited. *Impact & Crashworthiness Laboratory Report*. 1998;16.
- 45 Bao Y,&WT. A comparative study on various ductile crack formation criteria. *Journal of Engineering Materials and Technology*. 2004;126:314-324.
- 46 Wang K. Calibration of the Johnson-Cook failure parameters as the chip separation criterion in the modelling of the orthogonal metal currint process. Hamilton: McMaster University; 2016.
- 47 Filho AA. Elementos Finitos: a base da tecnologia CAE - Análise dinâmica. 1st ed. São Paulo: Érica Ltda; 2005.
- 48 Cao Y, Ahlström J, Karlsson B. The influence of temperatures and strain rates on the mechanical behavior of dual phase steel in different condition. *Journal of Material Research and Technlogy*. 2015;(4)1:68-74.

- 49 Tay CG, Koh CG, Liew JYR. Efficient progressive collapse analysis for robustness evaluation of buildings experiencing column removal. *Journal of Constructional Steel Research*. 2016;122:395–408.
- 50 Forni , Chiaia , Cadoni E. Blast effects on steel columns under fire conditions. *Journal of Constructional Steel Research*. 2017;136:1-10.
- 51 Li , Wang W, Chen Y, Teh LH. A basis for comparing progressive collapse resistance of moment frames and connections. *Journal of Constructional Steel Research*. 2017;139:1-5.
- 52 Yang B, Tan KH. Experimental tests of different types of bolted steel beam–column joints under a central-column-removal scenario. *Engineering Structures*. 2013;54:112-130.
- 53 Kang SB, Tan KH, Liu HY, Zhou XH, Yang B. Effect of boundary conditions on the behaviour of composite frames against progressive collapse. *Journal of Constructional Steel Research*. 2017;138:150–167.
- 54 Mashhadi J, Saffari H. Modification of dynamic increase factor to assess progressive collapse potential of structures. *Journal of Constructional Steel Research*. 2017;138:72-78.
- 55 McKay , Marchand , Diaz. Alternate Path Method in Progressive Collapse Analysis: Variation of Dynamic and Nonlinear Load Increase Factors. *Practice Periodical On Structural Design and Construction*. 2012;17(4):152-160.
- 56 Liu M. A new dynamic increase factor for nonlinear static alternate path analysis of building frames against progressive collapse. *Engineering Structures*. 2013;48:666-673.
- 57 Nemetschek, inventor. SCIA ENGINEER 16.1. 2017.
- 58 Coelho AMG. Characterization of the ductility of bolted end plate beam-to-column steel connections. Coimbra: Universidade de Coimbra; 2004.
- 59 BSI. BS5950: Part 1 – Structural use of steelwork in Bulding. British Standart ; 2000.
- 60 ASCE - American Society of Civil Engineers. ASCE 41-13: Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings. 2014.

61 Dinu F, Mărginean I, Dubina D, Neagu C. Experimental Evaluation of Progressive Collapse Resistance of Steel Moment Frame Connections. The International Colloquium on Stability and Ductility of Steel Structures. 2016 10.

## Anexo A Dimensionamento das Ligações FE01

Será apresentado um exemplo de cálculo [30] realizado para o modelo PL15M30 estudado com aplicação de momento fletor, dimensionado segundo o Eurocode 3 [31], para comparação com os resultados experimentais e numéricos desenvolvidos no presente trabalho.

### 1.1. Características Mecânicas dos Materiais

		tensão de escoamento N/mm <sup>2</sup> ou MPa	tensão de ruptura N/mm <sup>2</sup> ou MPa
Alma da viga.....:	S275 ▼	363,43	454,25
Mesa da Viga.....:	S275 ▼	340,14	448,24
Alma do Pilar.....:	S275 ▼	372,02	477,30
Mesa do Pilar.....:	S275 ▼	342,95	448,79
Placa de Extremidade:	S275 ▼	369,44	503,45
Parafusos à tração..:	10.9 ▼	939,67	1018,67
Soldadura.....:			576,00
Módulo de elasticidade.:		210000,00	N/mm <sup>2</sup> ou MPa

### 1.2. Características Geométricas

**Viga: IPE 240**

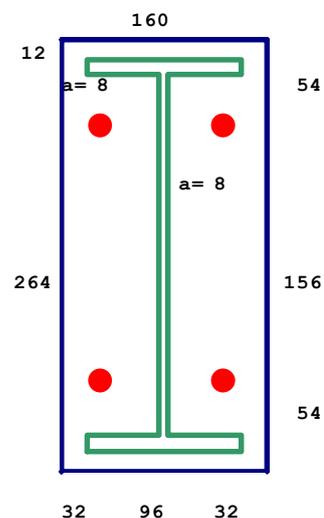
Altura (hb).....:	240,00 mm
Largura (bfb).....:	120,00 mm
Espessura da mesa (tfb).....:	9,80 mm
Espessura da alma (twb).....:	6,20 mm
Raio de curvatura (rb).....:	15,00 mm
Inércia (Ib).....:	3890,00 cm <sup>4</sup>
Área (Ab).....:	39,10 cm <sup>2</sup>
(Wpl).....:	3670,00 cm <sup>3</sup>
Comprimento da viga ligada ao pilar (Lb).....:	6000,00 mm
Inclinação da viga.....:	0 °

**Pilar: HE 240 B**

Altura (hc).....:	240 mm
Largura (bfc).....:	240 mm
Espessura da mesa (tfc).....:	17 mm
Espessura da alma (twc).....:	10 mm
Raio de curvatura (rc).....:	21 mm
Inércia (Ic).....:	11260 cm <sup>4</sup>
Área (Ac).....:	106 cm <sup>2</sup>

**Placa de extremidade:**

dimensões:	b = 160 ;	h = 264 ;	t = 15 mm
		(mm)	
Largura da placa.....:	160,00		
Altura da placa.....:	264,00		
Espessura da placa.....:	15,00		
Distância vertical entre a mesa da viga e a extremidade da placa de extremidade....:	12,00		
Distância vertical entre a 1ª linha de parafusos e a extremidade da placa de extremidade.....:	54,00		
Distância vertical entre linhas de parafusos.....:	156,00		
Distância horizontal entre parafusos.....:	96,00		
Distância horizontal entre parafusos e a extremidade da placa de extremidade....:	32,00		

**Parafusos:**

Diâmetro do parafuso.....:	20,00 mm
Área do parafuso ( $A_s = 0,8 * A_b$ ).....:	245,00 mm <sup>2</sup>
Diâmetro da arruela do parafuso.....:	35,03 mm
Diâmetro da porca.....:	20,00 mm
Diâmetro dos furos.....:	22,00 mm
Espessura da cabeça do parafuso.....:	13,00 mm
Espessura da porca.....:	16,00 mm
Espessura total de anilhas por parafusos...:	4,00 mm
Comprimento do parafuso.....:	50,50 mm

**Soldas:**

Espessura da solda da mesa da viga (af)....:	8,00 mm
Espessura da solda da alma da viga (aw)....:	8,00 mm

**1.3. Coeficientes de segurança (item 6.1.1):**

	<b>reais:</b>	
Gama $M_0$ . (resistência da seção classe 1, 2 ou 3 - página 53)....:	(1.10)	1,00
Gama $M_1$ . (resistência do membro a flambagem - página 53).....:	(1.10)	1,00
Gama $M_b$ . (resistência de ligações aparafusadas - página 137)....:	(1.25)	1,00
Gama $M_w$ . (resistência de ligações soldadas - página 137).....:	(1.25)	1,00

## 2. Cálculo das Componentes

### 2.1. Alma da coluna ao corte (J.3.5.1)

Área de corte do pilar (5.4.6)

$A_{vc} = A_c - 2 \cdot b_c \cdot t_{fc} + (t_{wc} + 2 \cdot r_c) \cdot t_{fc}$ .....	$A_{vc} =$	3324,00 mm <sup>2</sup>
Coeficiente Beta..... (J.2.3.3):	BETA =	1,00
Resistência plástica do painel de alma do pilar (J.3.5.1) $(0,90 \cdot f_{ywc} \cdot A_{vc}) / (\text{raiz}(3) \cdot \text{Gama } M_0)$ .....	$V_{wpRd} =$	642,55 kN
Resistência $(V_{wpRd} / \text{BETA})$ .....	$F_{wpRd} =$	642,55 kN
Coeficiente de Rigidez (J.4.2) (1)		
$z =$ distância entre o centro de tração e a linha média da mesa da viga em compressão (J.2.5.3).....	$z =$	193,10 mm
$k_1 = (0,38 \cdot A_{vc}) / (\text{BETA} \cdot z)$ .....	$k_1 =$	6,54 mm

### 2.2. Alma da coluna à compressão (J.3.5.2)

Largura efetiva (J20)

$b_{eff,c,wc} = t_{fb} + 2 \cdot \text{raiz}(2) \cdot a_p + 5(t_{fc} + s) + sp$ .....	$b_{eff} =$	243,64 mm
$t_{fb} =$	9,80 mm	
$a_p =$	8,00 mm	$b_{eff1} =$ 264,85 mm
$t_{fc} =$	17,00 mm	$b_{eff2} =$ 243,64 mm
$s = r_c =$	21,00 mm	
$sp =$	21,21 mm	

Esbeltez da placa de extremidade

$\lambda_p = 0,932 \cdot (\text{RAIZ}((b_{eff} \cdot d_{wc} \cdot f_{ywc}) / (E \cdot t_{wc}^2)))$ .....	$\lambda_p =$	0,781
$d_{wc} = h_c - 2(t_{fc} + r_c) =$	164,00 mm	
$f_{ywc} =$	369,44 N/mm <sup>2</sup> ou MPa	
$E =$	210000,00 N/mm <sup>2</sup> ou MPa	
$t_{wc} =$	10,00 mm	

Coeficiente de redução para flambagem da placa.....  $\rho =$  0,95  
 se  $\lambda_p \leq 0,72$ .....  $\rho = 1,0$

se  $\lambda_p > 0,72$ .....  $\rho = (\lambda_p - 0,20) / \lambda_p^2$

Coeficiente de interação de esforços.....  $\omega = \omega_1 =$  0,77

$\omega_1 = 1 / (\text{RAIZ}(1 + 1,3 \cdot (b_{eff} \cdot t_{wc} / A_{vc})^2))$

Resistência.....  $F_{cwcRd}' =$  657,65 kN

$F_{cwcRd} = (\omega \cdot b_{eff} \cdot t_{wc} \cdot f_{ywc}) / \text{Gama } M_0 \leq$

$(\omega \cdot \rho \cdot b_{eff} \cdot t_{wc} \cdot f_{ywc}) / \text{Gama } M_1$

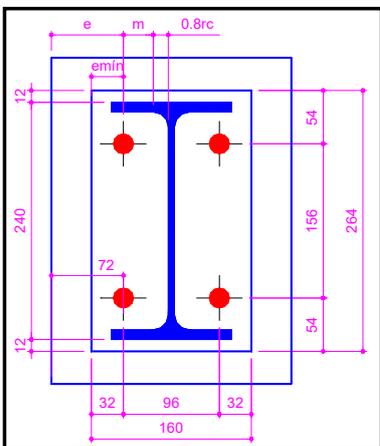
Coeficiente de Rigidez (J.4.2) (2)

$d_{wc} =$ altura da coluna sem as mesas.....	$d_{wc} =$	164,00 mm
$k_2 = (0,7 \cdot b_{eff} \cdot t_{wc}) / (d_{wc})$ .....	$k_2 =$	10,40 mm

## 2.3. Mesa da coluna à flexão (J.3.5.4.2)

### 2.3.1. Parâmetros Geométricos (Figura J.25.a)

$e$ = distância horizontal entre o parafuso e a borda da coluna =	72,00 mm
$e_{min}$ = distância horizontal entre o parafuso e a borda da placa =	32,00 mm
$m$ = distância entre o parafuso e o início do raio de curvatura =	26,20 mm
$n = \min(e_{min} ; 1,25m) =$	32,00 mm
$e_w = d_w / 4 =$	8,76 mm
$e_1$ = distância vertical entre o parafuso e o fim da coluna =	59,00 mm
$p =$	156,00 mm



### 2.3.2. Comprimento efetivo do T-stub equivalente ( Tabela J6 - página 61)

#### 2.3.2.1. Parafusos tomados individualmente

Formas circulares:

$$2 \pi m \dots \dots \dots : \quad l_{eff,1} = 164,62 \text{ mm}$$

Formas não-circulares:

$$4 m + 1,25 e \dots \dots \dots : \quad l_{eff,2} = 194,80 \text{ mm}$$

#### Primeira linha de parafusos

$$\text{Formas circulares} \dots \dots \dots : \quad l_{effcp} = 164,62 \text{ mm}$$

$$\text{Formas não-circulares} \dots \dots \dots : \quad l_{effnc} = 194,80 \text{ mm}$$

$$1 = 164,62 \text{ mm}$$

#### Outra linha de parafusos

$$\text{Formas circulares} \dots \dots \dots : \quad l_{effcp} = 164,62 \text{ mm}$$

$$\text{Formas não-circulares} \dots \dots \dots : \quad l_{effnc} = 194,80 \text{ mm}$$

$$1 = 164,62 \text{ mm}$$

#### 2.3.2.2. Parafusos tomados como grupo

Grupo entre as linhas de parafusos número.....: 1 e 2

Formas circulares:

$$\pi m + p \dots \dots \dots : \quad 1 = 238,31 \text{ mm}$$

$$l_{effcp} = 476,62 \text{ mm}$$

Formas não-circulares:

$$2m + 0,625e + 0,5p \dots \dots \dots : \quad 1 = 175,40 \text{ mm}$$

$$l_{effnc} = 350,80 \text{ mm}$$

$$l_{eff,1} = 350,80 \text{ mm}$$

### 2.3.3. Resistência (J.3.5.4.2)

Resistência de dimensionamento de 1 (Tab. 6.5.3, pág. 154):  $BtRd = 224,62$  kN  
 $BtRd = (0,9 * fub * As) / \text{Gama } M_b$

#### 2.3.3.1. Parafusos tomados individualmente

##### a) Linha de parafusos número 1

Modo de ruptura no T-stub equivalente (J.3.2.1)

Resistência plástica de dimensionamento do T-stub (J.7)

Para escoamento completo da mesa

$$M_{pl1Rd} = 0,25 \sum l_{eff,1} t f^2 f_y / \text{Gama } M_0 \dots \dots \dots : M_{pl1Rd} = 4078,96 \text{ N.m}$$

Para ruptura dos paraf. C/ escoamento da mesa

$$M_{pl2Rd} = 0,25 \sum l_{eff,2} t f^2 f_y / \text{Gama } M_0 \dots \dots \dots : M_{pl2Rd} = 4826,78 \text{ N.m}$$

(J.4) Modo 1 (escoamento completo da mesa).....:  $F1Rd = 622,74$  kN  
 $F1Rd = 4 * M_{pl1Rd} / m$

(J.5) Modo 2 (ruptura dos paraf. c/ esc. da mesa).....:  $F2Rd = 412,87$  kN  
 $F2Rd = (2M_{pl2Rd} + n \sum BtRd) / (m + n)$

(J.6) Modo 3 (ruptura dos parafusos).....:  $F3Rd = 449,23$  kN  
 $F3Rd = \sum BtRd$

Resistência.....:  $FtRd(1) = 412,87$  kN

##### b) Linha de parafusos número 2

Modo de ruptura no T-stub equivalente (J.3.2.1)

Resistência plástica de dimensionamento do T-stub (J.7)

Para escoamento completo da mesa

$$M_{pl1Rd} = 0,25 \sum l_{eff,1} t f^2 f_y / \text{Gama } M_0 \dots \dots \dots : M_{pl1Rd} = 4078,96 \text{ N.m}$$

Para ruptura dos paraf. C/ escoamento da mesa

$$M_{pl2Rd} = 0,25 \sum l_{eff,2} t f^2 f_y / \text{Gama } M_0 \dots \dots \dots : M_{pl2Rd} = 4826,78 \text{ N.m}$$

(J.4) Modo 1 (escoamento completo da mesa).....:  $F1Rd = 622,74$  kN  
 $F1Rd = 4 * M_{pl1Rd} / m$

(J.5) Modo 2 (ruptura dos paraf. c/ esc. da mesa).....:  $F2Rd = 412,87$  kN  
 $F2Rd = (2M_{pl2Rd} + n \sum BtRd) / (m + n)$

(J.6) Modo 3 (ruptura dos parafusos).....:  $F3Rd = 449,23$  kN  
 $F3Rd = \sum BtRd$

Resistência.....:  $FtRd(2) = 412,87$  kN

#### 2.3.3.2. Parafusos tomados como grupo

##### a) Grupo entre linhas de parafusos 1 e 2

Modo de ruptura no T-stub equivalente (J.3.2.1)

Resistência plástica de dimensionamento do T-stub (J.7)

Para escoamento completo da mesa

$$M_{pl1Rd} = 0,25 \sum l_{eff,1} t f^2 f_y / \text{Gama } M_0 \dots \dots \dots : M_{pl1Rd} = 8692,17 \text{ N.m}$$

Para ruptura dos paraf. C/ escoamento da mesa

$$M_{pl2Rd} = 0,25 \sum l_{eff,2} t f^2 f_y / \text{Gama } M_0 \dots \dots \dots : M_{pl2Rd} = 8692,17 \text{ N.m}$$

(J.4)	Modo 1 (escoamento completo da mesa).....:	$F1Rd = 4 * Mpl1Rd / m$	$F1Rd =$	1327,05 kN
(J.5)	Modo 2 (ruptura dos paraf. c/ esc. da mesa).....:	$F2Rd = (2Mpl2Rd + n\Sigma BtRd) / (m + n)$	$F2Rd =$	792,70 kN
(J.6)	Modo 3 (ruptura dos parafusos).....:	$F3Rd = \Sigma BtRd$	$F3Rd =$	898,47 kN
	Resistência.....:	$FtRd(1,2) =$		792,70 kN

### 2.3.3. Rigidez

#### a) Comprimento efetivo do T-stub equivalente

##### Linhas de parafusos tomadas individualmente ou como parte de um grupo

Linha de parafusos número 1.....:  $leff = 164,62$  mm

Linha de parafusos número 2.....:  $leff = 164,62$  mm

( $leff$  é o menor comprimento efetivo para parafusos tomados individualmente ou em grupo)

#### a) Coeficiente de Rigidez (J.39)

Linha de parafusos número 1.....:  $k4(1) = 38,22$  mm

Linha de parafusos número 2.....:  $k4(2) = 38,22$  mm

( $k4 = 0,85 * beff * tfc^3 / m^3$ )

## 2.4. Alma da coluna à tração (J.3.5.3)

### 2.4.1. Resistência

Linha de parafusos número.....: 1

Coeficiente de interação de esforço (Tabela J.5):  $\omega_1 = 0,87$

$\omega_1 = 1 / (RAIZ(1+1,3 * (beff * twc / Avc)^2))$

Resistência.....:  $Ft,wc,Rd = 533,27$  kN

$Ft,wc,Rd = (w * beff,t,wc * twc * fy,wc) / \text{Gama } M_0$

Linha de parafusos número.....: 2

Coeficiente de interação de esforço (Tabela J.5):  $\omega_1 = 0,87$

$\omega_1 = 1 / (RAIZ(1+1,3 * (beff * twc / Avc)^2))$

Resistência.....:  $Ft,wc,Rd = 533,27$  kN

Grupo entre linhas de parafusos número.....: 1 e 2

Coeficiente de interação de esforço (Tabela J.5):  $\omega_1 = 0,64$

$\omega_1 = 1 / (RAIZ(1+1,3 * (beff * twc / Avc)^2))$

Resistência.....:  $Ft,wc,Rd = 834,12$  kN

### 2.4.1. Rigidez

Linha de parafusos número 1.....:  $k3(1) = 7,03$  mm

( $k3 = 0,7 * beff,t,wc * twc / dwc$ )

Linha de parafusos número 2.....:  $k3(2) = 7,03$  mm

## 2.5. Flexão da placa de extremidade (J.3.5.5)

### 2.5.1. Parâmetros Geométricos (Figura J.28)

e = distância horizontal entre o parafuso e a borda da placa	=	32,00 mm
m = distância entre o parafuso e o início do raio de curvatura	=	35,85 mm
Linha de parafusos 1 (abaixo da mesa sup. da viga).....:		
m1	=	35,85 mm
m2	=	23,15 mm
Determinação do coeficiente alpha (Fig J.27).....:		
$\lambda_1 = m_1 / (m_1 + e)$	$\lambda_1 =$	0,53
$\lambda_2 = m_2 / (m_2 + e)$	$\lambda_2 =$	0,34
alpha	=	6,10 <b>ÁBACO</b>
		pág. 64
Linha de parafusos 2 (acima da mesa inf. da viga).....:		
m1	=	35,85 mm
m2	=	23,15 mm
Determinação do coeficiente alpha (Fig J.27).....:		
$\lambda_1 =$		0,53
$\lambda_2 =$		0,34
alpha	=	6,10 <b>ÁBACO</b>
		pág. 64

### 2.5.2. Comprimento efetivo do T-stub equivalente (Tabela J.8)

#### 2.5.2.1. Parafusos tomados individualmente

Linha de parafusos número 1 (influência do banzo superior da viga):		
Formas circulares:		
2 Pi m1.....:	leff =	225,25 mm
Formas não-circulares:		
Alpha m1.....:	leff =	218,50 mm
Linha de parafusos número 2 (influência do banzo superior da viga):		
Formas circulares:		
2 Pi m1.....:	leff =	225,25 mm
Formas não-circulares:		
Alpha m1.....:	leff =	218,50 mm

#### 2.5.2.1. Parafusos tomados em grupo

Grupo entre linhas n.º	Formas Circulares (mm)	Outras formas (mm)
1 e 2	537,25	409,61

### 2.5.3. Resistência

#### 2.5.3.1. Parafusos tomados individualmente

##### a) Linha de parafusos número 1

Modo de ruptura no T-stub equivalente (J.3.2.1)

Resistência plástica de dimensionamento do T-stub (J.7)

Para escoamento completo da mesa

$$M_{pl1Rd} = 0,25 \Sigma leff,1 tf^2 fy / \text{Gama } M_0 \dots \dots \dots M_{pl1Rd} = 4540,69 \text{ N.m}$$

Para ruptura dos paraf. C/ escoamento da mesa

$$M_{pl2Rd} = 0,25 \Sigma leff,2 tf^2 fy / \text{Gama } M_0 \dots \dots \dots M_{pl2Rd} = 4540,69 \text{ N.m}$$

(J.4) Modo 1 (escoamento completo da mesa).....: F1Rd = 506,65 kN  
 $F1Rd = 4 * M_{pl1Rd} / m$

(J.5) Modo 2 (ruptura dos paraf. c/ esc. da mesa).....: F2Rd = 345,72 kN  
 $F2Rd = (2M_{pl2Rd} + n\Sigma BtRd) / (m + n)$

(J.6) Modo 3 (ruptura dos parafusos).....: F3Rd = 449,23 kN  
 $F3Rd = \Sigma BtRd$

Resistência.....: FtepRd(1)= 345,72 kN

### b) Linha de parafusos número 2

Modo de ruptura no T-stub equivalente (J.3.2.1)

Resistência plástica de dimensionamento do T-stub (J.7)

Para escoamento completo da mesa

$Mpl1Rd = 0,25 \Sigma leff,1 tf^2 fy / Gama M_0$ .....: Mpl1Rd= 4540,69 N.m

Para ruptura dos paraf. C/ escoamento da mesa

$Mpl2Rd = 0,25 \Sigma leff,2 tf^2 fy / Gama M_0$ .....: Mpl2Rd= 4540,69 N.m

(J.4) Modo 1 (escoamento completo da mesa).....: F1Rd = 506,65 kN  
 $F1Rd = 4 * Mpl1Rd / m$

(J.5) Modo 2 (ruptura dos paraf. c/ esc. da mesa).....: F2Rd = 345,72 kN  
 $F2Rd = (2Mpl2Rd + n\Sigma BtRd) / (m)$

(J.6) Modo 3 (ruptura dos parafusos).....: F3Rd = 449,23 kN  
 $F3Rd = \Sigma BtRd$

Resistência.....: FtepRd(2)= 345,72 kN

### 2.5.3.2. Parafusos tomados como grupo

#### a) Grupo entre linhas de parafusos 1 e 2

Modo de ruptura no T-stub equivalente (J.3.2.1)

Resistência plástica de dimensionamento do T-stub (J.7)

Para escoamento completo da mesa

$Mpl1Rd = 0,25 \Sigma leff,1 tf^2 fy / Gama M_0$ .....: Mpl1Rd= 8512,06 N.m

Para ruptura dos paraf. C/ escoamento da mesa

$Mpl2Rd = 0,25 \Sigma leff,2 tf^2 fy / Gama M_0$ .....: Mpl2Rd= 8512,06 N.m

(J.4) Modo 1 (escoamento completo da mesa).....: F1Rd = 949,77 kN  
 $F1Rd = 4 * Mpl1Rd / m$

(J.5) Modo 2 (ruptura dos paraf. c/ esc. da mesa).....: F2Rd = 674,66 kN  
 $F2Rd = (2Mpl2Rd + n\Sigma BtRd) / (m)$

(J.6) Modo 3 (ruptura dos parafusos).....: F3Rd = 898,47 kN  
 $F3Rd = \Sigma BtRd$

Resistência.....: FtepRd(1,2)= 674,66 kN

### 2.5.4. Rigidez

#### a) Comprimento efetivo do T-stub equivalente

##### Linhas de parafusos tomadas individualmente ou como parte de um grupo

Linha de parafusos número 1.....: leff = 218,50 mm

Linha de parafusos número 2.....: leff = 218,50 mm

(leff é o menor comprimento efetivo para parafusos tomados individualmente ou em grupo)

#### a) Coeficiente de Rigidez (J.39)

Linha de parafusos número 1.....: k5(1) = 13,61 mm

Linha de parafusos número 2.....: k5(2) = 13,61 mm

$$(k_5 = 0,85 \cdot l_{eff} \cdot t_p^3 / m^3)$$

## 2.6. Parafusos à tração (J.4.2(10))

Comprimento do parafuso..... (J.4.4.10):	Lb	=	50,50 mm
Resistência..... (Tabela 6.5.3):	BtRd	=	224,62 kN
Coefficiente de rigidez..... (J.42):	k10	=	7,76 mm
(k10 = 1,6 * As / Lb)			

## 2.7. Mesa da viga à compressão

Resist. à flexão da seção transversal da viga...:	McRd	=	124,83 kN.m
(McRd = Wpl * fy / Gama M0)			
Resistência..... (J.30):	FcfbRd	=	542,27 kN
FcfbRd = McRd / (h - tfb)			

## 2.8. Alma da viga à tração

Largura efetiva iguais ao da placa de extremidade

### 2.8.1. Resistência (J.31)

Linha de parafusos n.º	FtwbRd(i) = beff, twb * twb * fywb / Gama M0
1	492,34 kN
2	492,34 kN
Grupo entre linhas	FtwbRd(i, j) = beff, twb * twb * fywb / Gama M0
1 e 2	922,95 kN

### 3. Montagem das Várias Componentes

#### 3.1. Resistência (Figura J.34)

##### Linha de parafusos número 1

1	Alma da coluna ao corte.....	642,55 kN
2	Alma da coluna à compressão.....	657,65 kN
4	Mesa da coluna à flexão.....	412,87 kN
3	Tração da alma da coluna.....	533,27 kN
5	Flexão da placa de extremidade.....	345,72 kN
10	Parafusos à tração.....	449,23 kN
7	Mesa da viga à compressão.....	542,27 kN
8	Alma da viga à tração.....	492,34 kN
	Resistência da linha de parafusos número 1.....Frd(1):	345,72 kN

##### Linha de parafusos número 2

###### a) parafusos tomados individualmente

1	Alma da coluna ao corte.....	296,83 kN
2	Alma da coluna à compressão.....	311,93 kN
4	Mesa da coluna à flexão.....	412,87 kN
3	Tração da alma da coluna.....	533,27 kN
5	Flexão da placa de extremidade.....	345,72 kN
10	Parafusos à tração.....	449,23 kN
7	Mesa da viga à compressão.....	196,55 kN
8	Alma da viga à tração.....	492,34 kN

###### b) parafusos tomados como grupo

4	Mesa da coluna à flexão.....	446,98 kN
3	Tração da alma da coluna.....	488,40 kN
5	Flexão da placa de extremidade.....	328,94 kN
8	Alma da viga à tração.....	577,23 kN
	Resistência da linha de parafusos número 1.....Frd(2):	196,55 kN

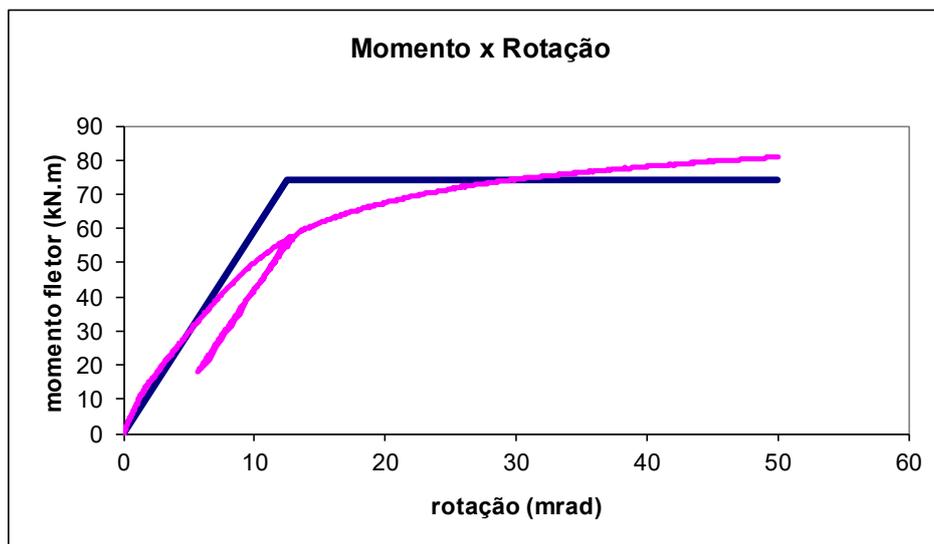
##### Sumário

Resistência da linha de parafusos número 1.....Frd(1):	345,72 kN
Resistência da linha de parafusos número 2.....Frd(2):	196,55 kN
Braço de alavanca 1.....z1:	193,10 mm
Braço de alavanca 2.....z2:	37,10 mm
Resistência à flexão (J.3.6).....MRd: (MRd = Frd(1)*z1+Frd(2)*z2)	74,05 kN.m
Resistência à flexão elástica (J.2.1.2).....Me: (Me = (2/3)*MRd)	49,37 kN.m

### 3.2. Rigidez

#### Determinação do coeficiente de rigidez equivalente

Alma do pilar ao corte.....(k1):	7,52 mm	1579291
Alma do pilar à compressão.....(k2):	10,40 mm	2183852
Alma do pilar à tração.....(k3):	7,03 mm	1475552
Banzo do pilar em flexão.....(k4):	38,22 mm	8027166
Placa de extremidade à flexão.....(k5):	13,61 mm	2857162
Parafusos à tração.....(k10):	7,76 mm	1630099
Rigidez efetiva - linha de parafusos 1:	2,70 mm	12,84
Rigidez efetiva - linha de parafusos 2:	2,70 mm	12,84
zeqq.....	167,96 mm	799,80
keq (duas linhas em tração).....	3,70 mm	
Sj,ini.....	11855,8 kN.m/rad	
Sj.....	5927,9 kN.m/rad	



#### Percentuais de Flexibilidade

Zona de corte.....	26,6 %
Zona comprimida.....	19,2 %
Zona tracionada.....	54,1 %
	100,0 %

### 3.3. Verificação da Resistência ao Corte

Resistência ao corte de um parafuso (corte na rosca)			
$F_v R_d = 0,6 f_{ub} A_s / \text{Gama } M_p$ .....	$F_v R_d =$	124,79 kN	
Dois parafusos.....	$F_v R_d =$	249,57 kN	
Esmagamento do banzo do pilar:		377,59 kN	
e1 =	54,00	$p1/3d0-0.25 =$	2,11
d0 =	22,00	$f_{ub}/f_u =$	2,27
p1 =	156,00	ALFA =	1,00

$$FbRd = 2,5 \alpha fu d t / Gama M_b \dots\dots\dots: FbRd = 762,94 \text{ kN}$$

Esmagamento da placa de extremidade:

$$\begin{aligned} e1 &= 54,00 & p1/3d0-0.25 &= 2,11 \\ d0 &= 22,00 & fub/fu &= 2,02 \\ p1 &= 156,00 & ALFA &= 1,00 \end{aligned}$$

$$FbRd = 2,5 \alpha fu d t / Gama M_b \dots\dots\dots: FbRd = 755,18 \text{ kN}$$

A resistência ao corte de uma linha de parafusos não deve exceder (0,4/1,4) vezes a resistência ao corte dos parafusos que também estão resistindo à tração (J.3.1.2.2b)

$$\text{Resistência ao corte da linha de parafuso 1} \dots\dots: VRd = 71,31 \text{ kN}$$

$$\text{Resistência ao corte da linha de parafuso 2} \dots\dots: VRd = 71,31 \text{ kN}$$

---


$$142,61 \text{ kN}$$

Resistência ao corte da soldadura:

$$\text{fator de correlação} \dots\dots\dots: \beta_w = 0,91$$

$$\beta_w = 0,8 \text{ (p/ aço S275)}$$

$$\beta_w = 0,9 \text{ (p/ aço S355)}$$

(obs.: para valores intermediários, interpola-se)

$$\text{comprimento da soldadura} \dots\dots\dots: d = 190,40 \text{ mm}$$

$$Fw.Rd = (fu / \text{RAIZ}(3)) * d / (\beta_w * Gama M_w) \dots\dots: Fw.Rd = 695,39 \text{ kN}$$

$$\text{Resistência ao corte da ligação} \dots\dots\dots: VRd = 142,61 \text{ kN}$$

### 3.4. Resultados

$$\text{Momento resistente da Ligação} \dots\dots\dots: Mj.Rd = 74,05 \text{ kN.m}$$

$$\text{Rigidez inicial da ligação} \dots\dots\dots: Sji = 11855,81 \text{ kN.m/rad}$$

$$\text{Rigidez idealizada da ligação} \dots\dots\dots: Sjn = 5927,91 \text{ kN.m/rad}$$

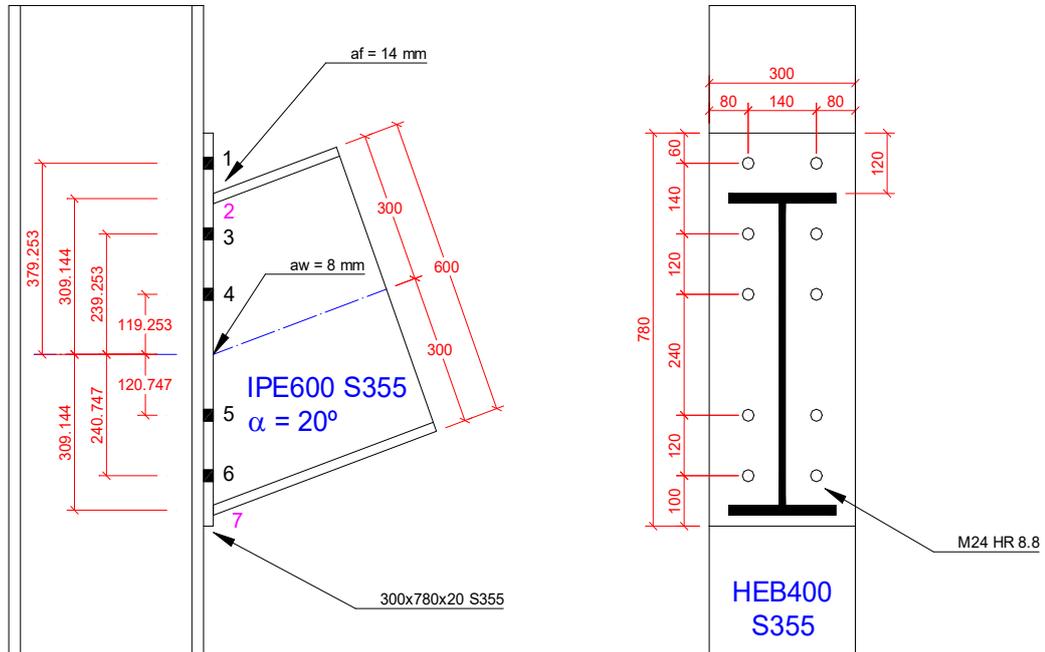
$$\text{Resistência ao corte da ligação} \dots\dots\dots: VRd = 142,61 \text{ kN}$$

## Anexo B Resultados das componentes dos modelos paramétricos segundo o Eurocode 3

Apresenta-se o resultado da resistência de cada componente das ligações dimensionadas segundo o Eurocode 3 [31]. Em destaque são mostradas as componentes que controlam o dimensionamento em cada caso.

	PL15M20	PL15M24	PL15M30	PL20M20	PL30M20
<b>Linha de parafusos número 1</b>					
1 Alma da coluna ao corte.....:	642.6	642.6	642.6	642.6	642.6
2 Alma da coluna à compressão.....:	657.7	657.7	657.7	662.4	670.7
4 Mesa da coluna à flexão.....:	412.9	521.8	622.7	412.9	412.9
3 Tração da alma da coluna.....:	533.3	533.3	533.3	533.3	533.3
5 Flexão da placa de extremidade..:	345.7	439.1	506.6	449.2	449.2
10 Parafusos à tração.....:	449.2	647.3	1028.7	449.2	449.2
7 Mesa da viga à compressão.....:	542.3	542.3	542.3	542.3	542.3
8 Alma da viga à tração.....:	492.3	492.3	492.3	492.3	492.3
Resistência da linha de parafusos número 1.....Frd(1):	345.7	439.1	492.3	412.9	412.9
<b>Linha de parafusos número 2</b>					
<b>a) parafusos tomados individualmente</b>					
1 Alma da coluna ao corte.....:	296.8	203.4	150.2	229.7	229.7
2 Alma da coluna à compressão.....:	311.9	218.5	165.3	249.5	257.9
4 Mesa da coluna à flexão.....:	412.9	521.8	622.7	412.9	412.9
3 Tração da alma da coluna.....:	533.3	533.3	533.3	533.3	533.3
5 Flexão da placa de extremidade..:	345.7	439.1	506.6	449.2	449.2
10 Parafusos à tração.....:	449.2	647.3	1028.7	449.2	449.2
7 Mesa da viga à compressão.....:	196.5	103.1	49.9	129.4	129.4
8 Alma da viga à tração.....:	492.3	492.3	492.3	492.3	492.3
<b>b) parafusos tomados como grupo</b>					
4 Mesa da coluna à flexão.....:	447.0	571.3	834.7	379.8	379.8
3 Tração da alma da coluna.....:	488.4	395.0	341.8	421.3	421.3
5 Flexão da placa de extremidade..:	328.9	422.3	457.4	456.9	485.6
8 Alma da viga à tração.....:	577.2	483.8	430.6	510.1	510.1
Resistência da linha de parafusos número 1.....Frd(2):	196.5	103.1	49.9	129.4	129.4

**Anexo C Dimensionamento pelo método de Cerfontaine para a ligação PL15M20**  
**[30]**



$n = (\text{bolt rows}) + (\text{rows in compression}) =$   
 bolt rows = 2  
 compression = 2  
 $n = \frac{4}{4}$

Young Modulus (E): 210 GPa  
 G: 80769 N/mm<sup>2</sup>

**Evaluation of the row resistance**

$VRd = 642,55 \text{ kN} \quad (V_{wp,Rd})$   
 $Vel = 428,369$   
 $A_v = 3324,00 \text{ mm}^2$   
 $K_{v-\gamma} = 268477 \text{ kN/rad}$   
 $\gamma^{el} = 0,00160 \text{ rad}$   
 $\gamma^{Rd} = 0,00718 \text{ rad}$

> column web in shear

		<b>1,1</b>	<b>2,2</b>	<b>3,3</b>	<b>4,4</b>			
<b>BWT</b>			492,34	492,34				
<b>EPB</b>			345,72	345,72				
<b>CFB</b>			412,87	412,87				
<b>CWT</b>			533,27	533,27				
<b>BFC</b>		542,27			542,27			
<b>CWC</b>		657,65			657,65			
<b>BT</b>			449,23	449,23				
			<b>2,3</b>					
<b>BWT</b>			923					
<b>EPB</b>			675					
<b>CFB</b>			793					
<b>CWT</b>			834					
<b>BFC</b>								
<b>CWC</b>								
<b>BT</b>								

i	h <sub>i</sub> (mm)	F <sub>(i,i)</sub> <sup>Rd</sup>	F <sub>(i-1,i)</sub> <sup>Rd</sup>	F <sub>(i-2,i)</sub> <sup>Rd</sup>	F <sub>(i-3,i)</sub> <sup>Rd</sup>	F <sub>(i-4,i)</sub> <sup>Rd</sup>	F <sub>(i-4,i)</sub> <sup>Rd</sup>
0							
1	115,100	542					
2	78,000	346		0			
3	-78,000	346	675		0		
4	-115,100	542					

possible values:  
 $\frac{N(N+1)+2}{2} = 5$

### Evaluation of F<sub>i</sub><sup>Rd+</sup> e F<sub>i</sub><sup>Rd-</sup>

$$F_1^{Rd+} = F_{11}^{Rd} = \mathbf{542,274 \text{ kN}}$$

$$F_2^{Rd+} = \text{minimum} \quad \left| \quad F_{22}^{Rd} = \mathbf{345,721 \text{ kN}}\right.$$

$$F_3^{Rd+} = \text{minimum} \quad \left| \quad \begin{array}{l} F_{33}^{Rd} = \mathbf{346 \text{ kN}} \\ F_{23}^{Rd} - F_2^{Rd+} = \\ \quad 675 \quad - \quad 345,72 \quad = \quad \mathbf{328,94 \text{ kN}} \end{array} \right.$$

$$F_4^{Rd+} = \text{minimum} \quad \left| \quad F_{44}^{Rd} = \mathbf{542 \text{ kN}}\right.$$

$$F_0^{Rd+} = \mathbf{0 \text{ kN}}$$

$$F_1^{Rd+} = \mathbf{542 \text{ kN}}$$

$$F_2^{Rd+} = \mathbf{346 \text{ kN}}$$

$$F_3^{Rd+} = \mathbf{329 \text{ kN}}$$

$$F_4^{Rd+} = \mathbf{542 \text{ kN}}$$

$$F_6^{Rd+} = \mathbf{0 \text{ kN}}$$

$$F_7^{Rd+} = \mathbf{0 \text{ kN}}$$

$$F_7^{Rd-} = \mathbf{0 \text{ kN}}$$

$$F_6^{Rd-} = \mathbf{0 \text{ kN}}$$

$$F_4^{Rd-} = \mathbf{542 \text{ kN}}$$

$$F_3^{Rd-} = \mathbf{346 \text{ kN}}$$

$$F_2^{Rd-} = \mathbf{329 \text{ kN}}$$

$$F_1^{Rd-} = \mathbf{542 \text{ kN}}$$

$$F_0^{Rd-} = \mathbf{0 \text{ kN}}$$

$$F_4^{Rd-} = \quad \left| \quad F_{44}^{Rd} = \mathbf{542 \text{ kN}}\right.$$

$$F_3^{Rd-} = \quad \left| \quad F_{33}^{Rd} = \mathbf{346 \text{ kN}}\right.$$

$$F_2^{Rd-} = \text{minimum} \quad \left| \quad \begin{array}{l} F_{22}^{Rd} = \mathbf{346 \text{ kN}} \\ F_{23}^{Rd} - F_3^{Rd-} = \\ \quad 675 \quad - \quad 346 \quad = \quad \mathbf{329 \text{ kN}} \\ \\ F_{35}^{Rd} - F_4^{Rd-} - F_5^{Rd-} = \\ \quad 0 \quad - \quad 346 \quad - \quad 0 \quad = \quad \mathbf{kN} \\ \\ F_{34}^{Rd} - F_4^{Rd-} = \\ \quad 675 \quad - \quad 346 \quad = \quad \mathbf{kN} \end{array} \right.$$

$$F_2^{Rd-} = F_{22}^{Rd} = \mathbf{542 \text{ kN}}$$

$$F_1^{Rd-} = F_{11}^{Rd} = \mathbf{0 \text{ kN}}$$

	i	h (mm)	$F_i^{Rd+}$ (kN)	$F_i^{Rd-}$ (kN)
sup	1	115,100	542	542
	2	78,000	346	329
	3	-78,000	329	346
inf	4	-115,100	542	542

Interaction diagram points  $(2n + 1) = (2 \cdot 4) + 1 = 9$

$$N_{min}^+ = F_{sup}^{Rd} + F_{inf}^{Rd} = -1084,55$$

$$N_{min}^+ = -542 - 542 =$$

$$\mathbf{N_{min}^+ = -1084,55 \text{ kN}}$$

$$M_{N_{min}^+} = h_{sup} * F_{sup}^{Rd} + h_{inf} * F_{inf}^{Rd} =$$

$$M_{N_{min}^+} = 0,11510 * 542,274 + -0,11510 * 542,274 =$$

$$\mathbf{M_{N_{min}^+} = 0,00 \text{ kN}}$$

$$N_1^+ = N_{min}^+ + F_1^{Rd+} = -1084,55 + 542,27 =$$

$$\mathbf{N_1^+ = -542,27 \text{ kN}}$$

$$N_2^+ = N_1^+ + F_2^{Rd+} = -542,27 + 346 =$$

$$\mathbf{N_2^+ = -196,55 \text{ kN}}$$

$$N_3^+ = N_2^+ + F_3^{Rd+} = -196,55 + 329 =$$

$$\mathbf{N_3^+ = 132,39 \text{ kN}}$$

$$N_4^+ = N_3^+ + F_4^{Rd+} = 132,39 + 542 =$$

$$\mathbf{N_4^+ = 674,66 \text{ kN}}$$

$$M_1^+ = M_{N_{min}^+} + h_1 * F_1^{Rd+} = 0,00 + 0,1151 * 542,27 =$$

$$\mathbf{M_1^+ = 62,42 \text{ kN.m}}$$

$$M_2^+ = M_1^+ + h_2 * F_2^{Rd+} = 62,42 + 0,078 * 346 =$$

$$\mathbf{M_2^+ = 89,38 \text{ kN.m}}$$

$$M_3^+ = M_2^+ + h_3 * F_3^{Rd+} = 89,38 + -0,078 * 329 =$$

$$\mathbf{M_3^+ = 63,72 \text{ kN.m}}$$

$$M_4^+ = M_3^+ + h_4 * F_4^{Rd+} = 63,72 + -0,1151 * 542,27 =$$

$$\mathbf{M_4^+ = 1,31 \text{ kN.m}}$$

$$N_{min}^- = F_{sup}^{Rd} + F_{inf}^{Rd} = -1085$$

$$N_{min}^- = -542,274 - 542 =$$

$$\mathbf{N_{min}^- = -1084,55 \text{ kN}}$$

$$M_{N_{min}^-} = h_{sup} * F_{sup}^{Rd} + h_{inf} * F_{inf}^{Rd} =$$

$$M_{N_{min}^-} = 0,11510 * 542,274 + -0,11510 * 542,274 =$$

$$\mathbf{M_{N_{min}^-} = 0,00 \text{ kN}}$$

$$N_4^- = N_{min}^- + F_7^{Rd} = -1084,55 + 542,27 =$$

$$N_4^- = \mathbf{-542,27 \text{ kN}}$$

$$N_3^- = N_4^- + F_3^{Rd} = -542,27 + 346 =$$

$$N_3^- = \mathbf{-196,55 \text{ kN}}$$

$$N_2^- = N_3^- + F_2^{Rd} = -196,55 + 329 =$$

$$N_2^- = \mathbf{132,39 \text{ kN}}$$

$$N_1^- = N_2^- + F_1^{Rd} = 132,39 + 542,274 =$$

$$N_1^- = \mathbf{674,66 \text{ kN}}$$

$$M_4^- = M_6^- + h_5 * F_5^{Rd} = 0,00 + -0,1151 * 542,27 =$$

$$M_4^- = \mathbf{-62,42 \text{ kN.m}}$$

$$M_3^- = M_5^- + h_4 * F_4^{Rd} = -62,42 + -0,078 * 345,72 =$$

$$M_3^- = \mathbf{-89,38 \text{ kN.m}}$$

$$M_2^- = M_4^- + h_3 * F_3^{Rd} = -89,38 + 0,078 * 328,94 =$$

$$M_2^- = \mathbf{-63,72 \text{ kN.m}}$$

$$M_1^- = M_3^- + h_2 * F_2^{Rd} = -63,72 + 0,1151 * 542,27 =$$

$$M_1^- = \mathbf{-1,31 \text{ kN.m}}$$

### Characteristic points of the interaction diagram

i	$M_i^+$ (kN.m)	$N_i^+$ (kN.m)	i	$M_i^-$ (kN.m)	$N_i^-$ (kN.m)
0	0,0	-1085	0	0,0	-1085
1	62,4	-542	4	-62,4	-542
2	89,4	-197	3	-89,4	-197
3	63,7	132	2	-63,7	132
4	1,3	675	1	-1,3	675

