**Universidade do Estado do Rio de Janeiro**
Centro de Ciências Sociais
Faculdade de Ciências Econômicas

Christian Vonbun

# Não Causalidade e Não Fundamentalidade em VARs fiscais para o Brasil e para os EUA

RIO DE JANEIRO
2019

**Christian Vonbun**

# Não causalidade e não fundamentalidade em VARs fiscais para o Brasil e para os EUA

Tese apresentada, como requisito parcial, para a obtenção do título de Doutor, ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Econômicas da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Economia Aplicada.

Orientador: Prof. Elcyon Caiado Rocha Lima, PhD.

Rio de Janeiro

2019

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ/REDE SIRIUS/BIBLIOTECA CCS/B

V945 Vonbun, Christian
Não causalidade e não fundamentalidade em VARs fiscais para o Brasil e para os EUA / Christian Vonbun .– 2019.
258 f.

Orientador: Prof. Dr. Elcyon Caiado Rocha Lima.
Tese (Doutorado) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Ciências Econômicas.
Bibliografia: f. 95-103.

1. Política tributária – Brasil – Estados Unidos – Teses. 2. Macroeconomia – Modelos econométricos – Teses. 3. Econometria – Teses. 4. Economia – Teses. I. Lima, Elcyon Caiado Rocha. II. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Faculdade de Ciências Econômicas. III. Título.

CDU 336.2(73)(81)

Bibliotecária: Luciana Zöhrer CRB7/5643

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação, desde que citada a fonte.

_____ _____

Assinatura Data

**Christian Vonbun**

**Não causalidade e não fundamentalidade em VARs fiscais para o Brasil e para os EUA**

Tese apresentada, como requisito parcial, para a obtenção do título de Doutor, ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Econômicas da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Economia Aplicada.

Orientador:

Prof. Elcyon Caiado Rocha Lima
Faculdade de Ciências Econômicas - UERJ

Aprovada em 16 de setembro de 2019.
Banca Examinadora:

_____
Prof. Elcyon Caiado Rocha Lima
Faculdade de Ciências Econômicas - UERJ

_____
Prof. Antônio Salazar Pessoa Brandão
Faculdade de Ciências Econômicas - UERJ

_____
Prof. Dr. Hugo Pedro Boff
Universidade Federal do Rio de Janeiro

_____
Prof.ª. Drª. Kelly Cristina Mota Gonçalves
Universidade Federal do Rio de Janeiro

_____
Prof. Dr. Luciano Vereda de Oliveira
Universidade Federal Fluminense

Rio de Janeiro
2019

## DEDICATÓRIA

Aos meus pais e avós, por tudo o que fizeram pela minha criação e minha educação. Também à Maria Thereza Mury, cujo amor, estímulo, carinho, compreensão e fé me possibilitaram completar este, assim como muitos outros projetos. Em especial à Giovanna Mury Vonbun, eterna inspiração. Que esse trabalho nela desperte interesse e curiosidade pela ciência e pelo conhecimento.

## AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. Elcyon Caiado Rocha Lima, pela dedicação, paciência, didática e pelos excelentes cursos que ministrou, me estimulando a optar por este tema.

Aos professores Antônio Salazar P. Brandão e Luciano Vereda, por participarem da banca de defesa de projeto, na disciplina Dissertação I.

Aos professores: Drª. Kelly Gonçalves; Dr. Antônio Salazar P. Brandão; Dr. Luciano Vereda e Dr. Hugo Pedro Boff pela participação na Comissão Examinadora, bem como aos Professores Dr. Luiz Fernando de Paula, Dr. Fernando A. L. Aiube e Dr. Kaizô Iwakami Beltrão, por participarem como suplentes.

Aos professores Luca Sala, Fabio Canova, Eric Leeper, Todd Walker, Alain Guay, Franck Portier e, principalmente, Mehdi Sahneh, por enviarem códigos de programas. Em especial, aos esclarecimentos relevantes dos professores Mehdi Sahneh, Todd Walker e Luca Sala.

Aos professores Elcyon Caiado Rocha Lima, Ronaldo Seroa da Motta, Carlos Alberto Gonçalves da Silva e Paulo Sérgio Coelho, por permitirem fazer suas disciplinas como ouvinte.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Ciências Econômicas da UERJ, pela dedicação, competência e carinho com que transmitiram valiosos conhecimentos.

A Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), por ter proporcionado um curso de qualidade, e aos pagadores de impostos do Estado do Rio de Janeiro por viabilizá-lo financeiramente.

Aos colegas de pós-graduação, por todos os momentos de amizade, cooperação, estudo e união.

A Marco Antônio Cavalcanti, pela valiosa ajuda com softwares, dados, ideias e opiniões.

Ao Prof. Geraldo Sandoval Góes pelo imensurável apoio, que foi desde obter livros até a ajuda no entendimento de conceitos, revisões, além de incessante motivação, em todos os momentos.

A Estêvão Kopschitz Xavier Bastos, pelos dados que só ele tinha.

A Helena Nobre de Oliveira, Felipe Martins, Renata Santos de Mello Franco, Janine Pessanha de Carvalho, Felipe Moraes Cornélio e Victor Henrique Farias Mamede, por valiosas contribuições econométricas e auxílios computacionais.

Ao colega Júlio Cezar M. Barros, pelo apoio e pela ajuda inicial com programas matemático-estatísticos.

Aos professores Ubiratan Iorio, Honório Kume e Alexandre Marinho, pela inspiração, sempre.

A Ana Paula F. Abreu, por conseguir aqueles artigos mais difíceis de encontrar.

A Luan Borelli, que ajudou até com o sanduíche.

A todos os que acreditaram em mim, mesmo nos momentos mais difíceis.

Finalmente, à Maria Thereza Mury, cujos apoio, paciência e inspiração foram fundamentais.

A Deus e a Santo Antônio, por me darem as condições e a sorte necessárias para a conclusão do curso de doutorado e a realização deste trabalho.

“A curiosa tarefa da Ciência Econômica consiste em demonstrar aos homens o quão pouco eles conhecem a respeito do que imaginam poder planejar. ”

F. A. Hayek

**RESUMO**

VONBUN, C. Não causalidade e não fundamentalidade em VARs fiscais para o Brasil e para os EUA, 259p. Tese (Doutorado em Ciências Econômicas) – Faculdade de Ciências Econômicas, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

Os modelos VAR (Vetor Autorregressivo) consistem na pedra angular da pesquisa empírica macroeconômica contemporânea, em particular no que tange à mensuração dos impactos da política fiscal. Podem servir de modelos ateóricos, bem como para auxiliar na estimação e nos testes de adequação aos dados dos modelos DSGE (Dynamic Stochastic General Equilibrium Models) – a principal ferramenta teórica de modelos macroeconômicos modernos. Todavia, podem padecer de patologias, entre elas, duas que podem viesar as estimativas em qualquer direção e intensidade. São elas: a não causalidade e a não fundamentalidade. Ambas relacionadas com a não suficiência do conjunto de informação do econometrista para estimar os coeficientes do modelo.

Este estudo é o primeiro a empregar os testes mais eficazes para avaliar a causalidade e a fundamentalidade – o teste de Sahneh (2015) para verificar causalidade e os testes de Forni e Gambetti (2014) e de Canova e Sahneh (2018) para fundamentalidade – em dados fiscais recentes do Brasil e dos EUA. Para os EUA foram utilizados os dados empregados no artigo seminal de Blanchard e Perotti (2002), e no artigo em que Leeper et al. (2011, 2013) rejeitam a fundamentalidade no modelo VAR de Blanchard e Perotti.

O teste de causalidade não apontou evidência de não causalidade nos VARs fiscais considerados para o Brasil e os EUA, mas ambos os testes de fundamentalidade refutaram a fundamentalidade nos modelos de VAR fiscais típicos da literatura brasileira, bem como nos de Blanchard e Perotti (2002). Portanto, são corroborados os achados de Leeper et al. (2011, 2013), que constataram ser não fundamental o VAR fiscal de Blanchard e Perotti. Todavia, constatamos que a solução encontrada por Leeper et al. (2011, 2013), para corrigir o problema de não fundamentalidade, não surtiu o efeito desejado de correção da não fundamentalidade.

Palavras-Chave: Política fiscal. VAR. Macroeconometria. Não causalidade. Não fundamentalidade.

Códigos JEL: C11, C32, C53, E3, E6, E31, H6.

**ABSTRACT**

VONBUN, C. Não causalidade e não fundamentalidade em VARs fiscais para o Brasil e para os EUA, 259p. Thesis (Doctorate in Economics) – Graduate School of Economics, Rio de Janeiro State University, Rio de Janeiro, 2019.

The VAR/SVAR (Vector Autoregressive and Structural Vector Autoregressive) models are the cornerstone of the contemporaneous empirical macroeconomic research, in particular for measuring the impact of fiscal policy shocks. They may be employed as atheoretical models, as well as a mean to support the estimation and to test the structural form of DSGE (Dynamic Stochastic General Equilibrium) models – the main theoretical tool for modern macroeconomics.

Nevertheless, VAR models may be subject to pathologies, such as the non-causality and the non-fundamentalness. They are capable of biasing the estimates in any direction or intensity. The former is related to the existence of explosive roots in the autoregressive polynomials from stationary processes and the both refer to the insufficiency of the econometrician's data to estimate the model's correct parameters.

This study is the first to employ the most efficient tests– the Sahneh (2015) test for non-causality and the Forni and Gambetti's (2014) and Canova and Sahneh (2018)'s tests for non-fundamentalness –in order to test for these pathologies in Brazilian typical fiscal VAR model using contemporary data, as well as for US' data, specifically the dataset used by Blanchard and Perotti (2002).That article was criticized by Leeper et al. (2011, 2013), as the model was found to be non-fundamental. Both models were found to be non-fundamental. Therefore, the results corroborate the critic from Leeper et al. (2011, 2013) to Blanchard and Perotti's (2002) results. However, the solution for non-fundamentalness proposed by Leeper et al. (2011) failed to achieve the desired effect, and it was rejected as a solution for non-fundamentalness.

Key words: Fiscal policy. VAR. Macroeconometrics. Non-causality. Non-fundamentalness.

JEL Classification: C11, C32, C53, E3, E6, E31, H6.

## LISTA DAS SIGLAS POR ORDEM ALFABÉTICA

| | |
|---|---|
| BVAR | Bayesian Vector Auto Regression |
| CBOE | Chicago Board of Exchange |
| DSGE | Dynamic Stochastic General Equilibrium |
| FAVAR | Factor Augmented Vector Auto Regression |
| FED | Federal Reserve Bank |
| FRED | Federal Reserve Economic Data |
| LIBOR | London Interbank Offering Rate |
| MA | Moving Average |
| MD | Martingale Diferenciável. |
| NBER | National Bureau of Economic Research |
| NCVAR | Non Causal Vector Auto Regression |
| NCBVAR | Non Causal Bayesian Vector Auto Regression |
| RBC | Real Business Cycle |
| SVAR | Structural Vector Auto Regression |
| VAR | Vector Auto Regression |
| VIX | Volatility IndeX |

**SUMÁRIO**

**INTRODUÇÃO** ..... 12
**1. A LITERATURA EMPÍRICA SOBRE RESULTADOS FISCAIS** ..... 17
**1.1. A Literatura Empírica Internacional** ..... 17
**1.2. Literatura Fiscal Para o Brasil** ..... 20
**1.3. Artigos Fiscais que Consideram os Problemas de Não Causalidade e Não Fundamentalidade** ..... 23
**2. OS PROBLEMAS DA NÃO CAUSALIDADE E DA NÃO-FUNDAMENTALIDADE** ..... 27
**2.1. O Problema da Não Causalidade:** ..... 27
**2.2. O Problema da Não Fundamentalidade:** ..... 29
**2.3. Razões Para os Problemas da Não Fundamentalidade e da Não Causalidade:** ..... 35
**2.4 A Literatura Sobre Testes de Não Causalidade e Não Fundamentalidade:** ..... 39
**2.4.1 Testes de Não Causalidade:** ..... 39
**2.4.2. Testes de Não Fundamentalidade** ..... 40
**3. MÉTODO DE PESQUISA** ..... 44
**3.1. O Teste de Sahneh para Não Causalidade** ..... 44
**3.2 O Teste CH e o Teste de Forni e Gambetti (2014)** ..... 48
**3.2.1. Hipóteses Acerca da Não Fundamentalidade** ..... 49
**3.2.3. Considerações de Canova e Sahneh sobre a Agregação e a Eficácia do Teste de Forni e Gambetti** ..... 52
**3.2.4. O Teste CH** ..... 56
**3.2.5. A Diferença Entre Os Testes De Forni E Gambetti E De Canova E Sahneh** ..... 59
**4. APLICAÇÃO EMPÍRICA DOS TESTES DE NÃO CAUSALIDADE E DE NÃO FUNDAMENTALIDADE – DADOS E RESULTADOS** ..... 63
**4.1 Dados Básicos dos EUA** ..... 63
**4.2 Dados Básicos do Brasil** ..... 66
**4.3 Teste de Sahneh para Não Causalidade Usando os Dados de Blanchard e Perotti** 69
**4.4 Teste de Sahneh para Não Causalidade para Dados Brasileiros** ..... 71
**4.5. Teste CH Para O Resultado De Leeper Et Al. (2011, 2013)** ..... 74
**4.6. Teste CH para VARs Fiscais No Brasil.** ..... 81
**4.7. Teste de Forni e Gambetti para o modelo e dados de Blanchard e Perotti (2002)** 84

**4.8. Teste Forni e Gambetti para VARs Fiscais no Brasil ..... 86**
**REFERÊNCIAS..... 95**
**APÊNDICE .....** Erro! Indicador não definido.
**Apêndice 1 Resultado da Saída Eviews do VAR Clássico Causal para Variáveis Norte Americanas e os Testes dos Resíduos ..... 104**
**Apêndice 2 Resultado da Saída Eviews do VAR Clássico Causal para Variáveis Brasileiras, Testes de Normalidade e de co-integração. ..... 111**
**Apêndice 3 Testes de Raiz Unitária..... 124**
**Apêndice 4 Teste CH da inclusão da variável Expectativas de Inflação em um horizonte de 12 meses da pesquisa Focus (BCB). ..... 191**
**Apêndice 5 Teste de robustez do Teste CH ..... 195**
**ANEXOS ..... 197**
**Anexo 1 O Teorema de Wold..... 197**
**Anexo 2 Definição de Fundamentalidade – Transcrito de Canova (2011)..... 199**
**Anexo 3 Processo Martingale Diferenciável: ..... 201**
**Anexo 4 Demonstração de que um VAR é causal se e somente se o termo de erro $\epsilon t$ é Martingale Diferenciável (MD). ..... 202**
**Anexo 5 Kernels e janelas Kernel..... 213**
**Anexo 6 Código Matlab do Teste de Sahneh (2015b) para não Causalidade ..... 219**
**Anexo 7 Código do teste CH em R: ..... 225**
**Anexo 8 O VAR não causal de Lanne e Saikkonen (2013). ..... 229**
**Anexo 9 Considerações sobre a existência de representações fundamentais sob gaussianidade e a omissão de variáveis. ..... 246**
**Anexo 10 O teste de Forni e Gambetti (2014) ..... 247**
**Anexo 11 Código Matlab para o modelo de Forni e Gambetti (2014) – empregado em Canova e Sahneh (2018)..... 255**

# INTRODUÇÃO

O objetivo desse trabalho é investigar empiricamente se ocorrem os problemas da não causalidade e da não fundamentalidade na estimação de VARs (Vector Auto Regression – Vetores Auto Regressivos) fiscais no Brasil e nos EUA. Especificamente, são testados modelos com conjuntos de dados fiscais brasileiros recentes e com os dados da economia dos EUA empregados por Blanchard e Perotti (2002), em um modelo VAR posteriormente considerado não fundamental por Leeper et al. (2011, 2013).

O presente é o primeiro trabalho que emprega testes de não causalidade e de não fundamentalidade em VARs fiscais brasileiros e é o primeiro a usar esses testes, mais robustos que os usados por Leeper et al. (2011, 2013), no VAR fiscal que utiliza os dados de Blanchard e Perotti (2002), para avaliar a existência de não fundamentalidade.

Para entender a importância dessa investigação, é preciso ressaltar a relevância do VAR como ferramenta de investigação empírica, a relevância do artigo de Blanchard e Perotti e, muito importante, conceituar os problemas da não causalidade e da não fundamentalidade

Os modelos SVAR (Structural Vector Auto Regression – Vetores Auto Regressivos Estruturais), propostos por Sims (1980), consistem em uma das ferramentas mais importantes para o estudo empírico da macroeconomia, incluindo aí os VARs fiscais. De acordo com Kilian e Lütkepohl (2017), esses modelos constituem-se de um sistema de equações de regressão, que estimam cada variável com base nas defasagens delas próprias, bem como das defasagens das demais variáveis do modelo. Os modelos VAR na forma reduzida são muito utilizados para o estudo de séries temporais e consideram todas as variáveis simetricamente, sendo úteis para previsão, mas são insuficientes para medições de relações de causa e efeito e de dependência e independência.

A literatura empírica adota modelos SVAR, que, por meio do uso de restrições de identificação que se fazem necessárias, conseguem estimar os impactos de choques estruturais específicos (choques de política monetária, inovações fiscais, etc.) sobre as variáveis do VAR. Esses modelos permitem construir as funções impulso-resposta que fornecem as trajetórias seguidas pelas variáveis de interesse ao longo do tempo, em resposta aos choques estruturais identificados.

Os modelos VAR/SVAR tanto podem ser empregados como uma ferramenta ateórica para o estudo dos choques estruturais identificados e seus impactos sobre as variáveis do modelo, quanto podem ser uma ferramenta para testar empiricamente os resultados dos modelos

teóricos DSGE (Dynamic Stochastic General Equilibrium – Equilíbrio Geral Estocástico Dinâmico), uma das principais ferramentas teóricas da moderna pesquisa em macroeconomia. Isso se dá porque os modelos DSGE, ao serem resolvidos, geram uma forma estrutural similar aos modelos empíricos SVAR, capazes de identificar o impacto e a importância dos diversos choques estruturais sobre as variáveis do modelo.

Naturalmente, a literatura acerca da estimação dos efeitos de choques estruturais sobre variáveis macrofiscais também emprega os modelos SVAR e o artigo seminal de Blanchard e Perotti (2002) foi um dos mais importantes ao utilizar uma técnica de identificação do VAR que considera a demora com que os formuladores de política fiscal têm de se deparar para reagir a mudanças nas variáveis macroeconômicas de interesse. Na literatura de VARs fiscais que se seguiu, boa parte do esforço se concentrou no aprimoramento das técnicas de identificação do SVAR fiscais.

Todavia, o emprego generalizado das expectativas racionais nos modelos DSGE ressalta uma importante limitação dos modelos VAR em geral: como as expectativas são frequentemente não observáveis e costumam ser determinantes para a obtenção dos resultados macroeconômicos (nos modelos DSGE), os modelos VAR usados para sua validação empírica podem estimar ou prever incorretamente os efeitos de interesse, se não incorporarem todas as variáveis relevantes na formação destas expectativas.

Evidentemente, isso também vale para modelos fiscais, em especial, pois há um lapso temporal até a efetiva implementação das políticas, que tem que aguardar o devido curso das aprovações das medidas em diversas instâncias previstas em Lei. Isso permite que os agentes econômicos formem expectativas antes de a política fiscal ser efetivamente implementada, o que pode trazer problemas para o econometrista que não conseguir incorporar corretamente os efeitos dessas expectativas, pois frequentemente as expectativas não são observáveis.

Portanto, a ausência de variáveis importantes para a formação das expectativas, quando for o caso, traz a possibilidade de um importante viés de variável omitida, que pode trazer problemas à estimação VAR.[1] E esse viés se dá na forma reduzida do modelo, assim, a questão consiste em um problema prévio ao de identificação, visto que uma vez que os choques e demais parâmetros são estimados incorretamente, o esforço de identificação não é capaz de reverter o viés inicial.

Um fato complicador é que os modelos VAR consomem muitos graus de liberdade, pois requerem a estimação de grande número de parâmetros. Isso leva à necessidade de parcimônia

[1] Essa é uma das causas possíveis da não fundamentalidade e da não causalidade.

na formulação dos modelos, já que a adoção de um maior número de variáveis aumenta rapidamente a quantidade de parâmetros a estimar. A necessidade de os modelos serem compactos pode levar os pesquisadores a deixarem de lado as variáveis por eles consideradas não essenciais à análise. Com isso, gera-se o risco de se ignorar variáveis potencialmente relevantes, o que pode levar ao referido viés de variável omitida.

De fato, a literatura identificou essas limitações, e a identificação desses problemas remonta a Hansen e Sargent (1980). Os modelos VAR que padecem desse tipo de problema são conhecidos como não causais e também não fundamentais. Embora esses problemas sejam muito similares, não se trata de sinônimos, como será visto adiante. Além disso, os fenômenos da não causalidade e da não fundamentalidade podem ser considerados patologias dos modelos autorregressivos.

Modelos VAR de processos estacionários, na sua representação causal, que apresentam ao menos uma raiz da equação característica dentro do círculo unitário são, pelo menos parcialmente, não causais. A representação causal linear de processos não gaussianos não causais não é a (economicamente) relevante e seus resíduos não são ruídos brancos independentes. Neste caso, o operador de defasagens da representação MA (Moving Average – Médias móveis) relevante do processo terá pelo menos uma potência negativa, ou seja, será função dos resíduos futuros (possivelmente também dos passados) e o modelo será não fundamental.

A representação MA de processos estacionários não fundamentais se caracteriza também pela presença de pelo menos uma raiz dentro do círculo unitário do polinômio característico. Mas há um aspecto interessante que diferencia os testes diretos de não causalidade dos de não fundamentalidade (que seriam testes indiretos de não causalidade). Os primeiros são impossíveis de se fazer se o processo estacionário for gaussiano, enquanto os segundos podem ser feitos mesmo sob em modelos VAR estacionários gaussianos, ao se introduzir no teste um conjunto adicional de variáveis que as contidas no conjunto inicial, o que ficará claro nos próximos capítulos.

A não causalidade e a não fundamentalidade em VARs fiscais estão associadas à diferença entre o conjunto de informação necessário para mapear os choques na política fiscal e o conjunto de informações disponível para o macroeconometrista.

O fato é que os vieses decorrentes tanto da não causalidade quanto da não fundamentalidade podem atuar em qualquer intensidade e direção, tornando as estimativas não apenas imprecisas, mas não confiáveis.

Examinar a existência desses possíveis vieses na estimação de modelos VAR empregados na estimação de efeitos macroeconômicos de variáveis fiscais é essencial para minimizar a chance de as estimativas, logo as conclusões, serem enganosas.

Portanto, como já observado, foram selecionados dois conjuntos de dados a serem testados, um para cada país sob análise. No caso do Brasil, foi feito um apanhado da literatura de VARs fiscais relevantes, de onde se selecionou as variáveis típicas empregadas pelos econometristas, para testar se um VAR baseado nelas padece ou não dessas patologias.

No caso dos EUA, foi selecionado o conjunto de dados proposto por Blanchard e Perotti (2002), em função de sua relevância para a identificação de VARs fiscais. É importante notar que esse trabalho foi criticado por Leeper et al. (2011, 2013), que encontraram não fundamentalidade no modelo, por meio do uso de um teste de condições necessárias para a fundamentalidade, que não é um teste de suficiência, como os empregados no presente trabalho. Determinar se o modelo de Blanchard e Perotti é, de fato, fundamental ou não é importante para futuras investigações sobre toda a extensa literatura que o segue, bem como para a validade de suas conclusões.

Um resultado importante, também reportado em Leeper et al. (2011, 2013) é que a inclusão da variável *spread* de títulos públicos municipais sobre os títulos federais dos EUA poderia fazer o papel de suprir as informações faltantes aos dados de Blanchard e Perotti (2002), de modo a tornar o conjunto de informação do econometrista suficiente para mapear os choques macroeconômicos de interesse do modelo, tornando-o fundamental. Esse resultado foi usado como exemplo por Lütkepohl (2014) e em Kilian e Lütkepohl (2017) para exemplificar possíveis soluções do problema da não fundamentalidade.

A notoriedade do resultado ressalta a importância de se estudar se essa solução por eles proposta sobrevivia aos testes usados nesse trabalho, visto que o teste usado por Leeper, Walker e Yang (2011) e reportado em Leeper, Walker e Yang (2013) já era sujeito a críticas mesmo à época, quando dois dos testes empregados no presente artigo ainda sequer existiam.

Portanto, uma vez identificados e detalhados os testes de não causalidade e de não fundamentalidade mais adequados propostos pela literatura (Seções 4.1 e 4.2) esses são empregados para se determinar se os referidos modelos VAR estão ou não corretamente especificados.

Mais especificamente, no presente trabalho são utilizados os testes de Sahneh (2015) para não causalidade e de Forni e Gambetti (2014) e de Canova e Sahneh (2018) para não fundamentalidade sobre dois conjuntos de dados.

Após extensa revisão da literatura, não há registro encontrado de execução dos referidos testes em variáveis fiscais, em especial nesses conjuntos de dados, seja para os Estados Unidos, seja para o Brasil.

A conclusão do trabalho é de que, para os dados brasileiros recentes não foi rejeitada a hipótese nula de causalidade em um VAR fiscal representativo da literatura, por meio do teste de Sahneh (Seção 3.1). O mesmo vale para os dados de Blanchard e Perotti (2002).

Todavia, foi corroborada a conclusão, levantada por Leeper et al. (2011, 2013) de que o modelo e os dados do artigo de Blanchard e Perotti (2002) apresentam não fundamentalidade. Entretanto, os testes de não fundamentalidade rejeitam a hipótese de que o *spread*, apontado como solução, tenha de fato resolvido o problema, conforme alegado.[2] Os dados do modelo de VAR representativo brasileiro também foram diagnosticados como não fundamentais.

O próximo capítulo contém uma breve revisão da literatura brasileira e internacional de VARs fiscais, bem como mostra um apanhado da literatura sobre não causalidade e não fundamentalidade. O segundo capítulo define a não causalidade e a não fundamentalidade, expondo considerações acerca de seus possíveis efeitos. Também avalia a literatura dos testes para a captação dos referidos problemas.

O terceiro capítulo propõe os métodos de pesquisa. O quarto apresenta resultados dos testes realizados e considerações. Em seguida são apresentadas as conclusões e recomendações para pesquisas futuras.

[2] Ainda que haja evidências de que um dos *spreads* propostos traga informação relevante para o modelo, reduzindo a probabilidade de rejeição da hipótese nula de fundamentalidade, essa informação foi insuficiente para alterar o resultado dos testes de forma significativa.

# 1. A LITERATURA EMPÍRICA SOBRE RESULTADOS FISCAIS

## 1.1. A Literatura Empírica Internacional

A literatura empírica acerca da estimação dos VAR fiscais pode ser considerada recente, com os primeiros trabalhos se originando ao final da década de 1990. De acordo com Mertens e Ravn (2016), a literatura ainda não atingiu um consenso que possa orientar os formuladores de política. Há divergências acerca do tamanho do multiplicador, bem como dos efeitos dos choques fiscais sobre o consumo e sobre os salários reais. Os modelos SVAR, em desarmonia com os primeiros e principais modelos DSGE, concluem que consumo e salários reais crescem após um choque de gastos.[3]

Mertens e Ravn (2016) dividem a literatura empírica acerca dos multiplicadores em dois grandes subgrupos, separados em função da técnica de identificação dos choques por eles empregada.

O primeiro grupo se constitui de modelos SVAR diversos, baseados em diferentes técnicas de identificação – necessárias para converter os coeficientes do modelo na forma reduzida nos coeficientes da forma estrutural, que têm paralelo com a teoria – que permitem a geração das funções impulso-resposta. Neste grupo estão os chamados "modelos recursivos" – que usualmente empregam a Decomposição de Cholesky –, mormente baseados na ordenação dos efeitos dos choques, os baseados em restrições que consideram *lags* (defasagens) na reação a decisões (ou na disponibilização de dados), bem como os que empregam restrições de sinais na resposta de certas variáveis aos dados choques. O segundo grupo identifica por meio da chamada "abordagem narrativa", que busca identificar choques exógenos por meio da análise de documentos históricos, e permite a estimação por meio de diferentes modelos, não se restringindo aos VAR/SVAR.

Os modelos de VAR Estrutural (SVAR) fiscais empregam a informações exógenas acerca do *timing* das decisões dos agentes ou da disponibilização de dados para classificar ou ordenar as relações contemporâneas entre as variáveis com vistas a identifica-las, o que é necessário para inferir causalidade entre as variáveis, possibilitando a mensuração de efeitos de choques em determinada variável sobre as demais (PERES, 2007).[4]

---

[3] Ver Blanchard and Perotti (2002); Perotti (2005); Galí et al. (2007) e Mountford and Uhlig (2009).

[4] Os modelos VAR inicialmente eram propostos como ateóricos e se buscava obter as informações a partir dos dados. Todavia, alguns modelos SVAR empregam restrições baseados na teoria econômica.

Um amplo conjunto de artigos emprega SVAR como modelo principal de estimação de efeitos de política fiscal, entre eles Fatás e Mihov (2001); Blanchard e Perotti (2002); Perotti (2007); Almunia, Bénétrix e Eichengreen (2009); Monacelli, Perotti e Trigari (2010); Gordon e Krenn (2010) e Unal (2011).

Dentre esses, destaca-se o trabalho seminal de Blanchard e Perotti, que parte do pressuposto de que a política fiscal, em função de procedimentos políticos e burocráticos inerentes às democracias modernas, reage lentamente aos estímulos oriundos das demais variáveis macroeconômicas, portanto, emprega essa hipótese na identificação das variáveis do SVAR. Isso difere dos modelos dedicados ao estudo de efeitos da política monetária, visto que, os Bancos Centrais podem ter muito mais flexibilidade na manipulação da taxa de juros, portanto, podendo responder muito mais prontamente a choques nas variáveis macroeconômicas que a Autoridade Fiscal. Todavia, os modelos monetários podem ter maior dificuldade em observar variáveis algumas macroeconômicas de interesse, dificultando a obtenção de informações que embasem as referidas decisões de política.

A técnica de Blanchard e Perotti permitiu identificar o SVAR de forma a manter os gastos fiscais constantes em um primeiro momento, e a arrecadação a reagir às demais variáveis – usualmente associadas às variações na base de arrecadação – por meio de elasticidades pré-estimadas, o que é coerente com o pressuposto de alíquotas tributárias constantes no curto prazo. Seus resultados mostram choques nos gastos do governo obtendo impactos positivos sobre a produção e aumentos nos impostos tendo impactos negativos, tendo ambos os multiplicadores impactos classificados como "tipicamente pequenos". Todavia, os impactos dos gastos e dos aumentos dos impostos sobre o investimento estimados são negativos, ou seja: ainda que o produto tenha comportamento "keynesiano", o investimento padece de *crowding-out*, apresentando comportamento neoclássico.

Fatás e Mihov (2001) estudaram a economia norte-americana e obtiveram o multiplicador fiscal, por meio de um SVAR identificado com o método de Blanchard e Perotti (2002) – cuja primeira versão fora publicada como artigo no NBER em 1999 –, mas com conclusões quantitativamente bem diferentes. O multiplicador fiscal com relação aos gastos seria maior que a unidade e que a resposta do investimento privado ao choque de gastos seria insignificante.

Mountford e Uhlig (2009) empregam um VAR com a identificação por restrição de sinais, que identifica o VAR com base em conclusões teóricas sobre os sinais esperados das respostas das variáveis de interesse. Esse modelo veio a ser fortemente criticado por Arias et

al. (2014), por conta de uma falha na obtenção da distribuição *a posteriori*, como será discutido mais adiante.

É possível notar na literatura resultados contrastantes, muitos incoerentes com a teoria e todos dependentes da estratégia de identificação.

Com vistas a esclarecer esses contrastes, Caldara e Kamps (2012) fizeram um modelo não estocástico para analisar os efeitos das diferentes formas de identificação do SVAR bivariado sobre os valores possíveis multiplicadores fiscais. Eles concluíram que diferentes esquemas de identificação implicam diferentes *prioris* sobre as elasticidades, portanto, sobre os multiplicadores. Assim, os multiplicadores estariam, *a priori*, limitados pela identificação a intervalos pré-determinados. Os autores mapearam esses intervalos por método de identificação, para avaliar o impacto de cada método sobre os intervalos dos multiplicadores fiscais e de impostos. Caldara e Kamps empregaram seu modelo para o *approach* recursivo, proposto por Sims (1980); para o método proposto por Blanchard e Perotti (2002); para a restrição de sinais, em linha com o método proposto por Mountford e Uhlig (2009); para o método de restrição de sinais com a função perda, como em Uhlig (2005), assim testando o modelo de Mountford e Uhlig (2009) com e sem a função perda e, finalmente, para a estimação do VAR usando a abordagem narrativa, como em Romer e Romer (2010) e em Ramey (2011).

Concluíram, portanto, que a forma de identificação influencia em quais intervalos os multiplicadores estimados vão se encontrar, e, que embora a identificação não seja tão agnóstica quanto se faz supor, o modelo de Moutford e Uhlig (2009), desde que com a correção proposta por Arias et al. (2014) – ver adiante – é a identificação que mais se aproxima da neutralidade.

Owyang, Ramey e Zubairy (2013) empregaram o modelo de Auerbarch e Gorodnichenko (2011) com mudança de regime, mas empregando a identificação narrativa. Utilizaram dados históricos dos EUA e do Canadá, que, contudo, não têm disponíveis dados sobre arrecadação, o que faz com que os multiplicadores estimados não sejam puramente os efeitos de uma expansão de gastos financiados com dívida, e também não incluem transferências. Seus resultados divergiram da maior parte da literatura ao não encontrar diferença entre expansões e recessões nos multiplicadores para os EUA, mas encontraram para o Canadá.

Arias, Ramirez e Waggoner (2014) estudaram a formulação proposta por Mountford e Uhlig (2009) e por Beaudry et al. (2011) e concluíram que seu algoritmo apresenta não apenas um viés em seu resultado, como também intervalos de confiança subdimensionados, que levam à aceitação de resultados incorretos. O problema está na geração da distribuição *a posteriori* na presença de restrições de sinais.

Assim, Arias et. al. (2014) desenvolveram, a partir do trabalho de Rubio-Ramirez et. al. (2010) um algoritmo que corrige esses problemas e que permite não apenas a estimação correta empregando a restrição de sinais, como também permite a inserção de zeros na matriz de identificação. Esse algoritmo se baseia em extrações da distribuição uniforme, com respeito à medida de Haar no conjunto de matrizes ortogonais condicionais às restrições nos coeficientes. Suas conclusões invalidam os resultados obtidos por Mountford e Uhlig (2009) de que os cortes nos impostos teriam maior eficácia como estímulo ao produto que aumentos de gastos. O trabalho faz crítica similar ao artigo de Beaudry et.al. (2011), que emprega o mesmo método para avaliar os efeitos do otimismo sobre o produto agregado.

A despeito de haver controvérsias, a análise das pesquisas acima sugere que o método de identificação por restrição de sinais é menos invasivo e mais agnóstico que os demais, desde que a correção de Arias, Ramirez e Waggoner (2014) seja empregada. Além de não restringir as elasticidades das receitas fiscais, são compatíveis com uma gama mais ampla de multiplicadores fiscais e de impostos, pois não apresentam restrições *a priori* tão severas como o caso das identificações de Cholesky e de Blanchard e Perotti (2002).

## 1.2. Literatura Fiscal Para o Brasil

A literatura para o Brasil é tida como "incipiente" por Orair, Siqueira e Gobetti (2016) e restrita pelas limitações das fontes de dados. Entre as limitações estão: o fato de as séries serem curtas, em parte em função de a estabilização inflacionária ter se dado apenas em 1994, bem como a existência de muitas quebras estruturais, graças a diversas mudanças de moedas, regimes monetários, regimes cambiais e à ocorrência de crises políticas e financeiras, nacionais e internacionais, que afetaram a economia de diversas maneiras.

Peres (2007) e Peres e Ellery (2009), empregaram a abordagem de Blanchard e Perotti (2002) para o Brasil, com o intuito de estimar os multiplicadores fiscais do governo central entre 1994-2005. Os resultados foram multiplicadores positivo para gastos e negativo para impostos, mas com magnitudes e persistências baixas. Um resultado interessante de Peres (2007) foi que os investimentos públicos são mais eficientes para gerar crescimento que os gastos públicos correntes.

Mendonça et. al. (2009), baseados no procedimento agnóstico de Moutford e Uhlig (2009) – sem o emprego da correção de Arias et al (2014) – obtêm que choques de gastos podem

levar a uma ligeira retração do produto com maior probabilidade e que choques positivos de receita podem implicar uma elevação do PIB no médio prazo, resultados classificados como "não-keynesianos" por Orair, Siqueira e Gobetti (2016). Entende-se "resultados keynesianos" como efeitos positivos de gastos públicos (multiplicador positivo dos gastos sobre a atividade) e efeitos negativos (multiplicador negativo) para impostos. Contudo, dadas as severas críticas tecidas por Arias et al. (2014) ao modelo de Mountford e Uhlig, é preciso interpretar esses resultados com cautela.

O trabalho de Cavalcanti e Silva (2010) mostrou a obtenção de resultados por meio de um SVAR identificado pelo emprego da decomposição de Cholesky, adaptada por meio de uma restrição específica para considerar os efeitos dos resultados e sobre a dívida pública (e vice-versa) no sistema, visto que a mesma se comporta de maneira não linear. O trabalho, que usa método inspirado em Favero e Giavazzi (2007), além de ressaltar a importância da inclusão da variável dívida pública no modelo, obteve resultados que mostram que o não emprego dessa variável pode induzir a um viés de variável omitida que leva a uma superestimação dos efeitos da política fiscal. Considerando-se a dívida pública constante[5], o impacto de um choque de gastos sobre o produto se aproxima de zero. Um choque na receita tributária teria efeito parecido. Além disso, Cavalcanti e Silva (2010) identificaram a possibilidade de que os choques estruturais fossem previsíveis aos agentes, o que remete à não-fundamentalidade. Assim, realizaram testes de previsibilidade de choques estruturais. Todavia, no nível de 5% de significância os choques não pareceram explicados por nenhum dos conjuntos de regressores. Nos níveis "de 10% e 15% (...) os gastos públicos defasados ajudam a prever choques de gastos e os choques tributários defasados ajudam a prever os choques tributários contemporâneos. " E continuaram: "Há, assim, alguns indícios de que os choques estruturais podem ser parcialmente previsíveis a partir de informações passadas (...)", concluindo pela necessidade de "estudos posteriores visando investigar a robustez dos resultados à hipótese de antecipação das medidas fiscais pelos agentes econômicos".[6]

Pires (2012) fez uma análise empírica utilizando um SVAR empregando o método proposto por Blanchard e Perotti (2002), e estima multiplicadores fiscais de 0,99 para o consumo do governo e de 1,26 para o investimento público, quando ambos são desagregados, e de 1,11 para a despesa pública agregada.

---

[5] Isto é, empregando-se uma função de reação para levar a uma dívida pública constante.
[6] Cavalcanti e Silva (2010), página 404.

Matheson e Pereira (2016) também estimaram um SVAR, empregando a decomposição de Cholesky para estimar o multiplicador fiscal para o Brasil. O multiplicador de gasto estimado foi de 0,5 o mesmo valor do de crédito. O de receita também teve valor 0,5, mas com sinal trocado, conforme esperado.

Já Orair, Siqueira e Gobetti (2016) empregaram um modelo inspirado em Auerbach e Gorodnichenko (2011), empregando a base de dados sobre finanças públicas e investimentos públicos, proposta em Santos et al. (2011). Essa base de dados mensal agrega dados do setor público consolidado, com método similar aos dados empregados na literatura internacional, eliminando algumas incongruências entre as estatísticas oficiais brasileiras e os dados requeridos para a estimação de modelos empíricos, notadamente nos Estados Unidos. Além disso, foram considerados gastos e receitas consolidados do setor público municipal, estadual e federal. Seus resultados sugerem que choques em investimentos públicos, benefícios sociais e em despesas com pessoal são significativos e maiores que 1, sendo respectivamente estimados em 1,68; 1,51 e 1,33 em momentos de recessão. Já em momentos de expansão econômica, esses multiplicadores são "próximos de zero ou pouco persistentes". Como empregam o modelo de Auerbach e Gorodnichenko (2011), estão sujeitos à crítica de que a mudança de regime não é endógena.

Castelo-Branco, Lima e de Paula (2017) usaram um modelo de VAR estrutural bayesiano com mudanças de regimes markoviana (MS-SBVAR), um instrumento em que todas as variáveis do modelo são endógenas e todos os parâmetros e valores podem mudar, como efeito de variações no estado da economia. Os resultados sugerem que os multiplicadores são estáveis ao longo do tempo, mas que as variâncias dos resíduos das equações mudam significativamente com o estado da economia, e é elevada a probabilidade de o multiplicador do investimento público ser maior que 1 e de o da carga tributária ser negativo e menor que 1 em módulo.

## 1.3. Artigos Fiscais que Consideram os Problemas de Não Causalidade e Não Fundamentalidade

Poucos artigos consideraram os problemas de não causalidade e não fundamentalidade em estudos fiscais, nenhum deles no Brasil.

Mertens e Ravn (2010) buscaram avaliar os impactos da política fiscal nos EUA, considerando que muitas vezes essas políticas são antecipadas, isto é, após os anúncios das políticas formam-se expectativas sobre as políticas, que antecipam os efeitos das políticas propriamente ditas. Sua solução é partir da solução empregada nos modelos SVAR propostos por Lippi e Reichlin (1993) para analisar as funções impulso-resposta sob não fundamentalidade usando a Matriz Blaschke. Para discriminar entre os choques antecipados e não antecipados de política fiscal e os demais choques estruturais, eles focam em mudanças permanentes nos gastos públicos, considerando que os impactos de longo prazo da política fiscal no longo prazo são independentes de se são antecipados ou não. Assim, especificaram um modelo VEC, para considerar curto e longo prazos, que emprega a matriz Blaschke, apelidando-o de VEC-BM. A identificação desse modelo requer que alguns parâmetros sejam previamente conhecidos, notadamente o que chamam de taxa de antecipação e o número de defasagens (*lags*) entre o anúncio da política e sua implementação. A taxa de antecipação mede a taxa à qual os agentes racionais estão dispostos a descontar inovações futuras e é uma entrada fundamental para a matriz Blaschke. Sua estimação é possível por SVAR, mas pode haver problemas que a inviabilizam. Uma das soluções que adotaram foi pré-calibrá-la. Todavia, a teoria e os resultados empíricos têm divergido acerca da magnitude dessa variável, sendo que a teoria propõe que seu valor seja alto e os resultados empíricos por eles avaliados que ela seja "bastante baixa".

Por meio de um modelo RBC, fizeram simulações de Monte Carlo para avaliar o modelo. Seus resultados dependem fortemente da referida taxa de antecipação, que determina o desconto dos anúncios. Quando os anúncios são pouco importantes, tanto o VEC quando o VEC-BM são bons estimadores dos efeitos dos choques, independente da taxa de antecipação, segundo os autores. Quando a taxa de antecipação é baixa e os choques antecipados relativamente importantes, as estimativas por VEC são severamente viesadas, mas, segundo os autores, nessas circunstâncias o VEC-BM é "muito acurado". Contudo, quando a taxa de antecipação é alta, e os choques importantes, ambos os procedimentos, VEC e VEC-BM são substancialmente viesados no que tange a choques não antecipados em pequenas amostras.

Seus resultados empíricos para os EUA mostram efeitos positivos de um choque permanente nos gastos do governo, sobre o produto e o consumo, quando o aumento é não inesperado. Mas obtêm efeitos menos intensos, ainda que positivos, no produto e no consumo quando o choque é antecipado. A diferença é que os efeitos sobre os gastos do governo no segundo caso parecem permanentes, ao contrário do primeiro. Seus resultados também dão suporte à ideia de que o *timing* não é responsável pela resposta positiva do consumo a um choque de gastos, como sugerido por Ramey (2009).

Os autores reconheceram as dificuldades no que tange à definição dos valores da taxa de antecipação, à luz das consequências deste sobre o potencial viés de estimação, sob certas circunstâncias. Além disso, a metodologia forçou os autores a se concentrarem em estimar elevações permanentes nos gastos, o que limita a análise.

Leeper, Walker e Yang (2011), após detectarem a não fundamentalidade, recorreram ao uso de uma variável *proxy* para corrigir o conjunto de dados em sua estimação dos efeitos de elevações de impostos nos EUA. Empregando o *spread* entre os títulos públicos estaduais e municipais em relação aos títulos federais, conseguiram uma variável que tem seu valor alterado com base nas expectativas de elevações de impostos, portanto, supostamente conseguiram suprir a falta de informação. Usaram o já mencionado teste de condições necessárias para identificar a não-fundamentalidade e para medir se sua solução conseguiu contornar o problema. As conclusões, contudo, estão sujeitas a serem testadas por testes mais sofisticados, como o teste de suficiência de Forni e Gambetti (2014), ou o Teste CH, supostamente mais robusto a não fundamentalidade espúria, além dos testes de não causalidade, como o de Sahneh (2016).

Caggiano et al. (2015) estudaram os multiplicadores para os estados Unidos, fazendo um modelo STVAR baseado em Auerbach e Gorodnichenko (2010), contudo, tornando endógena a mudança de regime, considerando a não-causalidade por meio de uma variável que capta as expectativas acerca de gastos fiscais e também empregando as funções impulso-resposta generalizadas (GIRF), ainda que empreguem a decomposição de Cholesky para identificar o STVAR.[7] Obtiveram que os multiplicadores aumentam em recessões e se reduzem em expansões "extremas", mas que estatisticamente não crescem em recessões nem se reduzem em expansões consideradas "normais".

[7] Importante notar que as GIRF são sujeitas a críticas, por estarem sujeitas a hipóteses extremas que podem acarretar importantes vieses, não sendo um instrumento adequado para estimação, apenas previsão. Ver Hyeongwoo (2009).

Beaudry, Fève, Guay e Portier (2019)[8] realizam o teste de não fundamentalidade proposto por Forni e Gambetti (2014), com dados dos EUA.[9] Os autores realizam uma simulação de Monte Carlo para um modelo simples de choques tecnológicos da árvore de Lucas para avaliar o viés que a não fundamentalidade pode impor às estimativas de um SVAR padrão. O objetivo foi estudar se a não fundamentalidade é quantitativamente relevante para viesar ou não pesquisas aplicadas. Os autores ilustram uma situação em que a não fundamentalidade gera apenas um viés pequeno nas estimativas, e que o teste de Forni e Gambetti (2014) detecta a não fundamentalidade mesmo quando o viés é quantitativamente pequeno. Além disso, tratam da questão da identificação do choque de notícias. Concluem que a não fundamentalidade não é um problema sério na identificação de choques tecnológicos e que ainda que não há uma definição de como usar um SVAR para identificar os efeitos de notícias. Mesmo assim, concluíram que, especificamente, quando o coeficiente de desconto intertemporal é maior, o problema de não fundamentalidade é menos severo, "já que os agentes reagem mais fortemente aos choques de notícias"[10], pois põem mais peso nas expectativas associadas ao choque de notícias.[11] Seus resultados também indicam que o $R^2$ do teste de Forni e Gambetti dá mais informação que os resultados do teste propriamente dito: quanto maior o $R^2$, mais relevante é o problema, em termos quantitativos, segundo os autores. Eles também associam baixos $R^2$ à "rejeição clara" da hipótese nula de fundamentalidade, ainda que, nesse caso, argumentam que essa não é importante quantitativamente para ambos os choques. Esse resultado minimiza a importância da não fundamentalidade como patologia do VAR, pois mesmo com a rejeição da fundamentalidade pelo teste de Forni e Gambetti, os vieses seriam pequenos: "... mostramos que o viés relativo de se recuperar os verdadeiros choques estruturais é da ordem de metade do $R^2$ da projeção dos choques estruturais mal especificados, com relação aos verdadeiros. "[12] Finalmente, os autores ressaltam a importância de usar o $R^2$ do teste para medir quantitativamente a importância do viés gerado pela não fundamentalidade.

---

[8] Versão recentemente aceita para publicação do manuscrito sem data, aparentemente de 2015.

[9] Os autores empregam dados de horas trabalhadas, consumo, investimento, produtividade total dos fatores e preços de ações do S&P 500.

[10] Beaudry et al. (2019), pág. 5 (considerando a versão aprovada para publicação, ainda não publicada). Tradução nossa.

[11] Trata-se do coeficiente de desconto intertemporal "$\beta$" usual em modelos RBC e DSGE. Trata-se de medida inversamente proporcional à da taxa de desconto intertemporal, do tipo: $\beta = \frac{1}{1+\alpha}$, onde $\alpha$ é a taxa de desconto intertemporal.

[12] Beaudry et al. (2019), página 21 (considerando a versão aprovada para publicação, mas ainda não publicada). Tradução nossa. Os autores afirmaram, contudo, que esse resultado não é geral e não necessariamente é aplicável a todos os VAR.

Forni, Gambetti e Sala (2018) respondem a Canova e Sahneh (2018) alegando que seu modelo é assintoticamente equivalente ao Teste CH, rejeitando as considerações do artigo anterior acerca da agregação, alegando que não existe “modelo agregado estrutural”, como proposto por Canova e Sahneh. Por meio da realização de simulações de Monte Carlo, concluem que ambos os testes têm bom desempenho e são praticamente equivalentes.

# 2. OS PROBLEMAS DA NÃO CAUSALIDADE E DA NÃO-FUNDAMENTALIDADE

Esse capítulo objetiva apresentar formalmente os problemas da não causalidade e da não fundamentalidade, bem como suas consequências e fazer um apanhado da literatura relacionada aos testes existentes para a sua detecção.

## 2.1. O Problema da Não Causalidade:

A despeito de todos os esforços empíricos da literatura fiscal supracitada, todas essas estimativas estão sujeitas a possíveis vieses causados pela não causalidade e pela não fundamentalidade, com os quais os modelos VAR/SVAR tradicionais não estão aptos a lidar. Um sistema é causal se seus parâmetros dependem funcionalmente de variáveis presentes ou passadas, mas não de variáveis futuras. Usualmente, entende-se que essas variáveis sejam importantes na formação de expectativas dos agentes econômicos.

A definição formal de Sahneh (2015) de um VAR não causal é descrita a seguir, com a notação levemente alterada. Seja $\{x_t\}$ uma solução estacionária *d*-dimensional de um modelo VAR, que satisfaça a equação de diferenças:

$$\Theta(L)x_t = \xi_t \tag{1}$$

Onde $\xi_t$ é um processo não gaussiano e $\Theta(L) \coloneqq I_d - \Theta_1 L - \cdots \Theta_p L^p$ é o polinômio autoregressivo, onde $I_d$ é a matriz identidade $d \times d$, $\Theta \neq 0$ e $L$ é o operador de defasagem. O subscrito *r* denota o número de raízes fora do círculo unitário (que vai gerar o número de defasagens) e $s = p - r$ o número de raízes dentro do círculo unitário (o que vai gerar o número de *leads*), exceto, naturalmente, quando $r = p$, logo, não haverá *leads* e o modelo é causal. Portanto, logicamente, *p* é a soma das defasagens e leads: $p = r + s$. Convenciona-se chamar de VAR (*p*) o que possui apenas raízes fora do círculo unitário. É possível fatorar, por meio da decomposição de Wold, o polinômio autorregressivo em:

$$\Theta(z) = \Theta^{\dagger}(\mathrm{z})\Theta^{*}(z) \tag{2}$$

Onde:

$$\Theta^{\dagger}(\mathrm{z}) = \prod_{1 \leq i \leq r} (1 - b_i^{-1} z), \qquad |b_i| > 1 \tag{3}$$

$$\Theta^{*}(z) = \prod_{1 < i \leq p} (1 - b_i^{-1} z), \qquad |b_i| < 1 \tag{4}$$

Onde $\Theta^{*}(z) = 1$ se $r = p$.

Onde $b_i$são as raízes do polinômio característico da representação acima.

Definição 1: (VAR causal) Um VAR definido por (1) é dito causal se e somente se todas as raízes de $\Theta(z)$ estiverem fora do círculo unitário no plano complexo, isto é, se $r = p$. Havendo alguma raiz de $\Theta(z)$ dentro do círculo unitário, dizemos que o modelo VAR é não causal (BROCKWELL E DAVIS, 1991, Cap. 3 apud SAHNEH, 2016).

Convenciona-se que um VAR puramente não causal é um VAR ($s$), um VAR puramente causal é um VAR ($r$) ou VAR ($p$) e um com ambos os componentes (defasagens e *leads*) é um VAR ($r$, $s$).

No caso da não causalidade, há uma dependência funcional de $u_t$ com relação a $y_t$ futuros na forma autorregressiva (o que obviamente não significa que fatos ainda não efetivamente ocorridos determinem o presente). Isso ocorre, pois às raízes de $\Theta(z)$ que estão dentro do círculo unitário no plano complexo (equações 1-4) estão associadas a *leads* de um modelo VAR não causal, conforme proposto por Lanne e Saikkonen (2013).[13]Em um VAR na formulação causal não se tem previsão de inclusão de choques futuros, sob a forma de *leads*, não há espaço para a consideração de que apenas as defasagens não sejam suficientes para a estimação, o que consiste em um erro de especificação. Um VAR não causal admite a insuficiência informacional e permite uma compensação parcial da mesma, ainda que seja incapaz de, *per se*, completar o conjunto de informação com a parte faltante.

[13] A formulação

Importante ressaltar que somente é possível detectar a não causalidade sob a presença de não gaussianidade. Essa mesma limitação não se aplica à não fundamentalidade, o que será discutido adiante.

## 2.2. O Problema da Não Fundamentalidade:

Na maioria das vezes o econometrista não dispõe das observações futuras e/ou as expectativas relevantes para a determinação das variáveis em questão são não observáveis ou quantificáveis, levando a uma assimetria entre a informação do econometrista e dos agentes econômicos no mercado, o que implica que se gera a não fundamentalidade (e a não causalidade).

Conforme a definição de Canova e Sahneh (2018): "A não fundamentalidade ocorre quando os valores observados das séries não contêm informação suficiente para se recuperar o vetor de choques estruturais. " [14]E continuam: "Nesse caso, choques obtidos via procedimentos padrão de identificação têm pouca relação com os verdadeiros distúrbios, mesmo quando a identificação é feita corretamente, tornando as evidências do SVAR não confiáveis". O problema da não fundamentalidade pode existir por mais de um motivo, como discutido mais adiante (ver também CANOVA E SAHNEH, 2018), mas está fortemente – ainda que não somente – associada às consequências dos efeitos das expectativas ou das informações que geram expectativas sobre a ação dos agentes que influenciam as variáveis macroeconômicas.

Segue, portanto, a definição formal de não fundamentalidade, como exposta por Kilian e Lütkepohl (2017)[15], com pequenas mudanças textuais e considerações adicionais.

A definição clássica de um modelo VAR, como aproximação de um processo gerador de dados é:

$$\Theta(L)x_t = u_t \tag{5}$$

Onde $u_t$ é o erro de previsão um passo à frente, baseado na informação passada $\{x_{t-1}, x_{t-2}, \dots\}$, e $\Theta(L) = \Phi(L)^{-1}$, obtida por meio do modelo linear em questão.

[14] Página 3. Tradução nossa.
[15] Páginas 590-594.

Uma representação MA do VAR é conhecida como uma representação fundamental. Um VAR ($p$) fundamental deve ter uma representação (do processo $x_t$, $K$-dimensional):

$$x_t = \Phi(L)u_t (6)$$

Onde $t \in \mathbb{Z}$. Portanto, um VAR fundamental tem uma única representação MA, da forma (6). "Entretanto, é concebível que os choques do processo MA representativo do processo gerador de dados não coincidam com os erros de previsão de um determinado processo VAR."[16] Assim, a representação MA do processo gerador de dados pode ser:

$$x_t = \Phi^*(L){u_t}^* (7)$$

Onde ${u_t}^*$ não é o erro de previsão linear baseado em $\{x_{t-1}, x_{t-2}, \dots\}$. Temos, então, duas representações MA distintas de uma mesma série de dados e não é possível recuperar os coeficientes da primeira por intermédio dos choques da segunda, muito menos os choques da segunda por intermédio dos coeficientes da primeira. Todavia, os momentos de primeira e segunda ordem de ambas as representações são os mesmos.[17]

Portanto, por meio dos coeficientes de $\Phi^*(L)$ não será possível recuperar as funções impulso-resposta dos erros de previsão $u_t$. Como a representação MA é relevante para a análise de impulso-reposta, as funções impulso-resposta de um MA não fundamental podem ser consideravelmente diferentes das de uma representação fundamental.

Assim, definindo claramente, um VAR não fundamental é um que possui mais de uma representação MA, e isso está fortemente associado a não invertibilidade da representação MA obtida na qual consta apenas potencias positivas no operador de defasagens. No caso de variáveis covariância estacionárias, os conceitos são equivalentes.

O ponto nevrálgico da não fundamentalidade é que o econometrista não observa toda a informação que os agentes possuem, o que naturalmente remete ao papel das expectativas, que podem incluir informações exógenas ao modelo em questão. "Assim, os erros de previsão que governam o processo gerador de dados não podem ser igualados às inovações da forma reduzida do VAR montado pelo econometrista. "[18]

---

[16]Kilian e Lütkepohl (2017), página 590. Tradução nossa.
[17] Kilian e Lütkepohl (2017), pg. 590.
[18] Kilian e Lütkepohl (2017), pg. 591.

Com isso, os choques estimados pelo modelo podem ser não fundamentais, como o exemplo proposto por Leeper et al. (2011), em que os agentes detinham mais informações antecipadas sobre a política fiscal que o econometrista era capaz de sumariar em seu VAR, o que levaria a erros de estimação no multiplicador fiscal.

Considere, então, a formulação (6), onde $u_t \sim (0, \Sigma_u)$ é um processo de ruído branco *M*-dimensional com média zero e matriz de covariância $\Sigma_u$ invariante no tempo e não singular, com erros serialmente não correlacionados, onde é permitido que a dimensão do processo de ruído branco seja diferente da dimensão de $x_t$, e considere o operador:

$$\Phi(L) = \sum_{i=0}^{\infty} \Phi_i \, L^i \tag{8}$$

O operador, portanto, é uma matriz *K*×*M* de série potência (*power series*) matricial potencialmente de ordem infinita no operador de defasagem *L*, com matrizes de coeficientes absolutamente somáveis $\Phi_i$, o que admite representações VAR e VARMA.

Seja o espaço de Hilbert[19] $\mathcal{L}^2(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$, baseado no espaço de probabilidade $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$, onde $\Omega$ é o espaço amostral; $\mathcal{F}$ é o sigma-álgebra[20] descrevendo todos os eventos possíveis e $\mathbb{P}$ a medida de probabilidade. Suponha que todas as variáveis aleatórias de interesse pertençam a esse espaço. Além disso, considere que $\mathcal{H}_t^x$ seja o subespaço de $\mathcal{L}^2(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ gerado por $\{x_{t-1}, x_{t-2}, \dots\}$ e $\mathcal{H}_t^u$ o sub-espaço de $\mathcal{L}^2(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ gerado por $\{u_{t-1}, u_{t-2}, \dots\}$, então, se $u_t$ é o erro de previsão um período a frente associado ao modelo linear ótimo de previsão:

Definição 2:[21] O processo $u_t$ é $x_t$-fundamental se $\mathcal{H}_t^x = \mathcal{H}_t^u \; \forall t \in \mathbb{Z}$. O processo é não fundamental se $\mathcal{H}_t^x \subset \mathcal{H}_t^u \wedge \mathcal{H}_t^x \neq \mathcal{H}_t^u$ para algum $t \in \mathbb{Z}$.[22]

---

[19] Espaço de Hilbert é um espaço métrico, real ou complexo, completo com relação à função distância induzida pelo produto interno.

[20] A Sigma-álgebra e trata de uma coleção de subconjuntos do conjunto de interesse, incluindo o conjunto vazio, sendo fechada para operações contáveis de união, interseção e complemento do conjunto de interesse e de seus subconjuntos. Em juntamente com o conjunto de interesse, a sigma-álgebra forma o espaço mensurável.

[21] Kilian e Lütkepohl (2017), página 592.

[22] A definição de Lütkepohl implica que a representação MA tenha representação explosiva, quando o polinômio característico estiver em potências positivas do operador de defasagens.

Assim, a definição textual de Kilian e Lütkepohl (2017) é: "A representação MA é fundamental se o erro de previsão de um passo à frente, associado à previsão linear[23]ótima, $u_t$, depender (apenas) de $x_t$ defasados. "[24]

Logo, o erro não fundamental não depende (apenas) de $x_t$ defasado, de forma linear.

Se $M \leq K$, Forni, Giannone, Lippi e Reichlin (2009) observam que $u_t$ é fundamental se o posto de $(\Phi(z)) = M$ para todo $z$ no círculo unitário complexo.[25]Se $M = K$[26] e se todas as raízes de det $(\Phi(z))$ estiverem fora do círculo unitário, (6) é uma representação fundamental que pode ser invertida para obter a representação (1) do VAR, possivelmente de ordem infinita. Portanto, o erro de predição um passo adiante, associada à previsão linear ótima de $x_t$ é baseada em $\mathcal{H}_{t-1}^{x}$.

Contudo, a não fundamentalidade pode também estar relacionada à disposição da equação de estimação ou a não linearidades observadas no mundo real, e que determinados modelos VAR, notadamente os de pequena dimensão, não estão equipados para lidar. Há exemplos desses casos em Leeper et al. (2011) e em Canova e Sahneh (2018), alguns dos quais serão discutidos na próxima seção. Lütkepohl observa que a fundamentalidade não se refere ao processo verdadeiro, mas de sua representação. "O processo é sempre fundamental, no sentido em que admite uma representação fundamental, pelo menos quando se considera a processos gaussianos, ou se apenas primeiro e segundos momentos forem de interesse. "[27]

Todavia, um ponto central é que os agentes econômicos observam tanto os fundamentos quanto as expectativas (suas e do mercado) e tomam decisões considerando todo esse conjunto de informações. Já o econometrista, que utiliza das séries temporais para estimar os efeitos de uma determinada política, raramente dispõe de uma série histórica confiável de expectativas dos agentes. Assim, os conjuntos de informações do econometrista e dos agentes são diferentes (ainda que a variável omitida em questão não seja, obrigatoriamente, uma expectativa ou um componente expectacional). Ocorre que muitas políticas, especialmente no que tange à política fiscal, são implementadas após um anúncio público. Com isso, as expectativas dos agentes são imediatamente afetadas, mas o início efetivo das políticas apresenta uma defasagem. Isso leva o econometrista a ter um relevante déficit informacional, quando comparado aos agentes, no momento do anúncio. Esse problema não existiria se a efetivação das políticas se desse no

---

[23] Grifo nosso.
[24]Lütkepohl (2014), página 577.
[25] Lütkepohl (2014) observa que Forni et al (2009) empregaram resultados de Rozanov (1967) apud Lütkepohl (2014) para chegarem a essa conclusão.
[26] Lembrando que $M$ se refere ao número de choques e $K$ o de variáveis do VAR. À condição $M = K$, Forni, Gambetti e Sala (2018) se referem como um sistema "quadrado", em oposição a um "retangular", no qual essa condição não se verifica.
[27] Kilian e Lütkepohl (2017), página 596.

mesmo momento do anúncio ou se houvesse forma confiável de medir as expectativas em tempo real.

Esse déficit de informação leva a evidentes vieses de estimação, uma vez que as variáveis macroeconômicas de interesse se movem em função do anúncio, mas antes que qualquer variável de controle de política fiscal a ser modificada pelas referidas políticas tenha se alterado (ver CANOVA E SAHNEH, 2018; JASIAK E GORIEROUX, 2015; LEEPER, WALKER E YANG, 2011 E ALESSI, BARIGOZZI E CAPASSO, 2008, FERNÁNDEZ-VILLAVERDE, RUBIO-RAMÍREZ, SARGENT E WATTS, 2007). Dependendo do caso, isso pode levar a uma subestimativa do efeito da política, bem como a uma superestimava do mesmo (LEEPER E YANG, 2011). E o viés pode ser de tamanho considerável, a ponto de inverter o sinal da função impulso-resposta.

Ainda de acordo com Kilian e Lütkepohl (2017), a identificação do problema remonta a Hansen e Sargent (1980), que associaram o problema da não fundamentalidade a um componente MA (*Moving Average*, ou médias móveis) não invertível. Isso significa que o MA não pode ser representado por um VAR, nem mesmo como aproximação. Se o processo gerador de dados tem um componente MA, a representação VAR somente é adequada sob certas condições, no caso, se ocorrer a invertibilidade do MA (ver ALESSI, BARIGOZZI E CARPASSO, 2008). Nesse caso, a invertibilidade do componente de médias móveis é condição necessária para o emprego correto dos modelos VAR/SVAR tradicionais, caso contrário nos deparamos com o problema da não-fundamentalidade.

De fato, Lanne e Saikkonen (2013) e Gourieroux e Zakoian (2013) afirmam que variáveis omitidas são um problema recorrente em aplicações financeiras tendo em vista a dificuldade na avaliação de quais variáveis devem ser incluídas no modelo.

Já no artigo original, Blanchard e Perotti (2002) já anteciparam a possibilidade de ocorrência de problemas associados à antecipação da política fiscal por intermédio das expectativas.

> Implícita em nosso *approach* está a hipótese de que as inovações de políticas que nós estimamos foram, de fato, não antecipadas pelo setor privado. Ainda que compartilhemos essa hipótese com toda a literatura VAR, nós reconhecemos que isso é particularmente problemático aqui: a maioria das mudanças em impostos e em programas de transferências são conhecidas pelo menos alguns trimestres antes de serem implementadas. (...) Nós não temos uma solução geral para esse problema...[28]

Ainda, Forni, Gambetti e Sala (2018) resumem o problema da seguinte forma:

> O problema pode ser sumariado brevemente como segue. Métodos de VARs estruturais objetivam estimar as funções impulso-resposta de choques de uma representação MA da macroeconomia.

[28] Blanchard e Perotti (2002), página 18. Tradução nossa.

> Se tal representação for não fundamental, então as variáveis no VAR não transmitem informação suficiente para se recuperar os choques estruturais e as funções impulso-resposta relacionadas, de modo que os resultados empíricos do VAR podem ser falaciosos. A não fundamentalidade é provável de ocorrer em VAR pequenos, particularmente na presença de choques de notícias, efeitos de anúncios de política e previsões fiscais, e é uma característica de modelos com choques de ruídos (*noise shocks*).[29]

A relação entre a suficiência do conjunto de informação para a estimação do VAR e a invertibilidade da representação MA do VAR (considerando-se as potências positivas do operador de defasagens) é estrita, de modo que também é possível definir a não fundamentalidade com base nessa condição. Uma definição alternativa para a não fundamentalidade pode ser encontrada em Alessi, Barigozzi e Capasso (2008), transcrita abaixo.

Definição 2A: (Fundamentalidade em sistemas "quadrados"[30]): Dado um processo vetorial covariância estacionário $x_t$, a representação $x_t = \Phi(L)u_t$ é fundamental se:

1. $u_t$ é um vetor de ruído branco;
2. $\Phi(L)$ não tem polos de módulo menores ou iguais à unidade, isto é, não tem polos dentro do círculo unitário;
3. Det $\Phi(z)$ não tem raízes com módulo menor que a unidade, isto é, todas as raízes estão fora do círculo unitário $\leftrightarrow \det \Phi(z) \neq 0, \forall z \in \mathbb{C}; |z| < 1$.

Mais especificamente, se a sua representação MA relevante contém um polinômio com potencias positivas do operador de defasagens e é invertível. Assim, um sistema não-fundamental tem sua representação MA dependendo funcionalmente de choques futuros. Naturalmente, essa dependência não decorre de uma causalidade de um acontecimento futuro para um passado, mas é fruto da configuração que resta ao MA. É crível que alguma variável não observada no presente esteja em ação e impactando as variáveis de interesse.

Os métodos para se tratar a não fundamentalidade envolvem o acréscimo das informações faltantes ou o uso de modelos que permitam a ocorrência de componentes MA não invertíveis, no caso de não causalidade, conforme o VAR não causal proposto por Lanne e Saikkonen (2013), descrito no Anexo 8.

Lütkepohl (2014) ressalta que o uso de modelos de fatores comuns e técnicas bayesianas para expandir os conjuntos de informação podem não ser suficientes para lidar com o problema.

---

[29] Forni, Gambetti e Sala (2018), página 1. Tradução nossa.
[30] Sistemas "quadrados" são os que têm o mesmo número de choques estruturais que o número de variáveis.

O autor recomenda usar variáveis escolhidas meticulosamente para tal, como feito em Leeper, Walker e Yang (2013) e em Killian e Murphy (2014).[31]

## 2.3. Razões Para os Problemas da Não Fundamentalidade e da Não Causalidade:

Como apontado por Canova e Sahneh (2018), o problema da não fundamentalidade, ainda que associado à omissão de variáveis futuras, tem outras causas possíveis. Importante notar que, em um contexto de variáveis covariância-estacionárias, não causalidade e não fundamentalidade são conceitos equivalentes – o que não ocorre sem essa hipótese – e as causas de um se igualam às do outro.

A não fundamentalidade (diferença entre o conjunto de informação do econometrista e o necessário para a estimação correta do modelo linear, o que gera a não causalidade: componente MA não invertível, no contexto covariância-estacionário) pode ser intrínseca a um modelo econômico ou a um processo de otimização. Além disso, temos o problema da não observância das variáveis e, finalmente, ela pode ocorrer em função de uma seleção particular de variáveis, que pode induzir ao fenômeno. Canova e Sahneh (2018) elaboram um exemplo para cada uma dessas causas possíveis da não fundamentalidade, transcritos abaixo.

O primeiro exemplo de Canova e Sahneh se refere aos processos intrinsecamente não causais.

Exemplo 1:

Suponha que o processo gerador de dividendos seja:

$$d_t = e_t - \theta e_{t-1} \quad ,\theta < 0. \tag{9}$$

Onde $d_t$ são os dividendos pagos no período $t$; $e_t$ e $e_{t-1}$ são observações de um processo de ruído branco, nos períodos $t$ e $t-1$, respectivamente e $\theta$o coeficiente de um modelo M.A. Agora, suponha que os preços das ações sejam dados pelos dividendos futuros descontados:

[31] Veremos que essa solução pode não ter sido suficiente em uma das aplicações de Leeper, Walker e Yang (2013).

$$p_t = E_t\left[\sum_j \beta^j d_{t+j}\right] \tag{10}$$

Onde $p_t$ é o preço da ação no período *t*; $E_t$ é o operador de expectativas para o período *t*; $\beta \geq 0$ é o fator de desconto (não negativo) das variáveis futuras e $d_{t+j}$ o dividendo acima referido, *j* períodos à frente. Então, o valor de equilíbrio de $p_t$ em termos de $e_t$ e de $e_{t-1}$ é dado por:

$$p_t = (1 - \beta\theta)e_t - \theta e_{t-1} \tag{11}$$

Assim, apesar de o processo de dividendos ser fundamental, o processo para os preços das ações é não fundamental se $\left|\frac{1-\beta\theta}{\theta}\right| < 1$. Esse será o caso quando $\theta > \frac{1}{1+\beta}$, contradizendo a hipótese de $\theta < 0$.

O segundo exemplo dos autores se refere ao caso da não observância de variáveis endógenas.

Exemplo 2: Suponha a função de produção (em log) seja dada pela equação (12) abaixo e a lei de movimento do capital seja dada por (13):

$$y_t = k_t + \varepsilon_t \tag{12}$$

$$k_t = (1 - \delta)k_{t-1} + a_0\varepsilon_t \tag{13}$$

Onde $y_t$ é o log da produção e $k_t$ do capital. A variável $\varepsilon_t$ é um processo de ruído branco. Se $y_t$ e $k_t$ são observáveis este é apenas um caso de um VAR bivariado restrito. Contudo, se o estoque de capital não for observável, a função de produção se torna:

$$y_t - (1 - \delta)y_{t-1} = (1 + a_0)\varepsilon_t - (1 - \delta)\varepsilon_{t-1} \tag{14}$$

Se $a_0 < 0$ e $|a_0| < |\delta|$ $\varepsilon_t$ não pode ser expresso como a soma convergente dos valores passado e corrente de $y_t$ e (14) é não fundamental.

Se $a_o$ for positivo e pequeno e $\delta$ também for pequeno e (14) tem raiz MA próxima à unidade e um VAR de ordem finita para $y_t$ é uma fraca aproximação do processo bivariado original (ver RAVENNA, 2007 E GIACOMINI, 2013 APUD CANOVA E SAHNEH, 2017).

O Exemplo 3 trata do caso em que o modelo pode ser não fundamental, em função da escolha das variáveis, ainda que o modelo seja fundamental, em teoria.

Considere o modelo padrão de consumo ($c_t$) e poupança ($s_t$). Seja a renda $y_t = \epsilon_t$, um ruído branco. Seja o fator de desconto $\beta = \frac{1}{R} < 1$, onde $R > 0$ é a taxa de juros, e assuma preferências quadráticas. Então:

$$c_t = c_{t-1} + (1 - R^{-1})\epsilon_t \tag{15}$$

Assim, a taxa de crescimento do consumo tem uma representação fundamental. Contudo, se ao invés de em termos do consumo, o modelo for proposto em termos da poupança, isto é: $s_t = y_t - c_t$, a solução é:

$$s_t - s_{t-1} = \frac{1}{R}\epsilon_t - \epsilon_{t-1} \tag{16}$$

Com isso, a taxa de crescimento da poupança é não fundamental, nesta formulação.

Portanto, segundo os autores, pode haver vários motivos que levem a não fundamentalidade em um VAR. Logo, simplesmente assumir que o VAR é fundamental pode ser "problemático".

De acordo com Canova e Sahneh (2018), a solução geral para a não fundamentalidade é dependente do tipo de problema. Apenas reescrever a equação a ser estimada pode ser suficiente. Como já mencionado, tentar incluir variáveis ou *proxies* que contenham a informação faltante também. Todavia, alguns problemas podem não ter solução.

Um outro approach pode ser a ampliação do conjunto de informação por meio do uso de modelos FAVAR (Factor-Augmented Vector Autoregression), pois esses modelos podem acomodar conjuntos de variáveis muito maiores que os VAR convencionais.

Killian e Lütkepohl (2017), contudo, são céticos acerca da possibilidade de que o uso de modelos que incluem muitas variáveis sejam, *per se*, capazes de resolver o problema da não fundamentalidade. Isso inclui modelos FAVAR, a adaptação de modelos de fatores dinâmicos para a construção de funções de impulso resposta estrutural e o uso de VARs bayesianos de

larga escala, por meio do uso de *prioris* usadas para recuperar graus de liberdade perdidos por conta do grande número de parâmetros a estimar.

Primeiramente, é importante ressaltar que os testes baseados em fatores comuns – como o Teste CH e o de Forni e Gambetti – pressupõem que a informação oriunda dos conjuntos adicionais de dados seja suficiente. Todavia, se um modelo reprovado no teste desse tipo provavelmente seja não fundamental, um teste que não rejeite a hipótese nula é incapaz de garantir sua fundamentalidade.

Isso porque séries estatísticas usualmente mensuradas não necessariamente são adequadas para a medição de fatores políticos, climáticos e geopolíticos que possam afetar preços de *commodities*, reformas econômicas e mesmo a paz em determinada região.

Além disso, a forma com que os modelos de fatores agregam as informações pode não ser tão informativa e nem tão coerente com as inter-relações entre as variáveis desagregadas quanto uma agregação simples.

Na opinião de Killian e Lütkepohl (2018), "um *approach* mais promissor deve mesmo ser a determinação de um pequeno número de variáveis adicionais que capturem a informação faltante relevante, do ponto de vista econômico. "[32]

Além da óbvia (tentativa de) reintrodução das variáveis não observadas, como proposto por Leeper, Walker e Yang (2011), uma outra maneira de lidar com o problema é o uso de um VAR não causal que, todavia, ainda não tem representação estrutural, portanto não consegue computar as funções impulso-resposta. O primeiro foi apresentado por Lanne e Saikkonen (2013). Jasiak e Gorieroux (2015) propõem que uma representação Espaço-Estado possa ser obtida por meio de uma decomposição por fração parcial ou por meio de uma forma canônica real de Jordan. Eles empregam o algoritmo BHHH para a maximização por máxima verossimilhança, que calcula os valores filtrados dos componentes não causais e dos causais não observados. Já Lanne e Luoto (2014) formularam um VAR Bayesiano não causal.

É importante notar que os VARs não causais, bayesianos ou não, são uma adequação da especificação do VAR para lidar com os efeitos da informação incompleta, adequando a formulação do modelo a essa limitação do conjunto de dados do econometrista. Assim, se deixa de incorrer em erro de especificação, podendo-se gerar estimativas mais corretas, mas nenhuma formulação é capaz de introduzir no modelo a informação inexistente no conjunto de dados.

[32] Killian e Lütkepohl (2018), página 603.

## 2.4 A Literatura Sobre Testes de Não Causalidade e Não Fundamentalidade:

### 2.4.1 Testes de Não Causalidade:

Cronologicamente, os testes de não causalidade precedem os testes de não fundamentalidade, sendo que o de Breidt et al. (1991) foi um dos pioneiros. A análise focou em modelos AR ($p$), propondo um teste por meio da verossimilhança. Uma importante parte do trabalho consistiu na elaboração das alterações que se fizeram necessárias para adaptar a função de verossimilhança ao caso não causal. Primeiramente, reconheceram que os erros do modelo subjacente devem ser não gaussianos e que reescrever o modelo causal para uma representação não causal envolve o abandono da hipótese de que os erros são independentes. Em uma forma não causal têm-se erros não correlacionados, mas não independentes. Além disso, devido ao fato de a função de autocovariância não se alterar, métodos de estimação baseados somente nas propriedades de segunda ordem do sistema não teriam a capacidade de distinguir modelos causais de não causais.

Esses problemas de identificação também aparecem na estimação por máxima verossimilhança gaussiana, portanto, foi necessário recorrer a distribuições não gaussianas, tendo em vista que toda a estrutura probabilística da série temporal gaussiana é determinada por sua função de autocorrelação, tornando impossível identificar modelos não causais. No caso não gaussiano, essa identificação seria possível por meio de uma função de verossimilhança. Conforme explicita Sahneh (2015):

> Causalidade é a hipótese padrão na análise de séries temporais, pois sem tal hipótese o modelo não é identificado por meio do uso de métodos econométricos baseados em momentos de segunda ordem. Contudo, no caso não gaussiano, as representações causal e não causal são distinguíveis com base em cumulantes de ordem mais elevada [...]. [33]

Especificamente, Breidt et al (1991) propuseram a Densidade de Laplace, mas outras distribuições não gaussianas podem ser empregadas.

A estratégia do teste foi estimar o modelo em diversas formulações de *leads* e *lags* alternativas,[34] maximizando a verossimilhança não gaussiana, e selecionando a formulação de

---

[33] Sahneh (2013), página 2, tradução nossa.

[34] Um método alternativo proposto seria empregar um modelo VAR causal habitual e realizar a seleção de modelos por meio dos critérios de informação, como Akaike e Schwarz, por exemplo, para determinar o valor da

maior valor de verossimilhança. As simulações de Monte Carlo, de acordo com os autores, sugerem que "maximizar a verossimilhança de Laplace pode trazer estimativas eficientes dos parâmetros do modelo" (Breidt et al, 1991, página 197). A vantagem desse tipo de teste é que, se se conseguir acertar a distribuição dos resíduos, é possível especificar o modelo VAR corretamente, todavia, os resultados do teste são necessariamente dependentes desse acerto, o que pode não ser facilmente obtido.

Sahneh (2015) desenvolveu um novo teste para representações de VAR não causais, gerados por choques não gaussianos. O teste é baseado em uma densidade espectral generalizada[35] para verificar se as inovações de Wold são diferença-Martingale[36], pois o autor provou que as inovações de Wold são diferença-Martingale se e somente se o modelo for corretamente especificado. Sob a hipótese nula, o modelo é corretamente especificado e causal, portanto, a inferência usual se aplica. Sob a hipótese alternativa, o econometrista terá ajustado um modelo incorreto e as inovações Wold não serão diferença-Martingale.

Sahneh justifica a necessidade desse teste em função de o teste de Breidt et al. (1991) depender, de forma crucial, da escolha arbitrária de qual distribuição não gaussiana será empregada para gerar a função de verossimilhança. Se for mal especificada, o modelo correto pode não ser selecionado. O teste de Sahneh é discutido em detalhe na seção 3.1.

### 2.4.2. Testes de Não Fundamentalidade

A presença da não-fundamentalidade pode ser detectada por intermédio de dois testes principais. Importante ressaltar que um dos componentes que distingue os testes de não causalidade dos de não fundamentalidade a seguir descritos reside na hipótese de se os resíduos do modelo VAR são ou não gaussianos. Os testes de não fundamentalidade, ao contrário dos de não causalidade, assumem que os erros são gaussianos.

Um dos primeiros foi proposto por Giannone e Rechlin (2006) e aperfeiçoado por Forni e Gambetti (2014), baseado na ideia de que, sob fundamentalidade, informações externas não deveriam causar variáveis do VAR no sentido de Granger. A ideia é que se os dados da amostra

---

soma $p$ entre defasagens e *leads*. Isto é, se r é o número de defasagens e se s o número de leads, $p = r + s$. Feito isso, tendo se descoberto o valor de $p$, se testaria todos os valores de defasagens e de *leads* que gerassem o referido valor de $p$, para descobrir o que gera maior valor de verossimilhança.

[35] O teste é uma extensão multivariada do teste espectral generalizado (univariado) de Hong e Lee (2005).

[36] Ver Anexo 3.

do VAR são suficientes para causar no sentido de Granger as variáveis do sistema, sem que variáveis exógenas do modelo sejam necessárias, o modelo é fundamental. Assim, a ideia de Giannone e Rechlin seria testar se um dado sistema terá suas variáveis causadas, no sentido de Granger, por outras variáveis exógenas ao sistema original. Em caso positivo, ele seria não fundamental.

Foi também sugerido que o referido teste, para que se consiga manter tratável a dimensão do VAR, empregasse as informações dessas variáveis externas por meio do uso de fatores comuns. Assim, seria possível verificar se um acréscimo de informação, oriunda de um grande conjunto de dados, Granger-causaria as variáveis do sistema em questão. Para tal, estimam fatores comuns, computando os componentes principais (podendo usar um FAVAR) de um conjunto maior de variáveis e testam se esses fatores Granger causam variáveis do modelo VAR principal. Caso os fatores do conjunto maior não causarem as variáveis do modelo, ele seria informacionalmente suficiente, logo, (praticamente) fundamental. Caso os fatores causem as variáveis do modelo, ele seria não fundamental. Forni e Gambetti (2014) partiram da mesma ideia, acrescentando a necessidade de que os choques estruturais sejam ortogonais também às defasagens dos fatores.

Forni, Gambetti e Sala (2014), testaram diversos SVAR de pequena escala para estimação de efeitos de choques na produtividade total dos fatores sobre variáveis macroeconômicas. O teste foi realizado com base no modelo de teste proposto por Forni e Gambetti (2014). Os resultados empíricos desse teste levaram à conclusão de que todos seriam, na verdade, não fundamentais, padecendo de informação insuficiente, exceto a formulação de Barsky e Sims (2011) *apud* Forni, Gambetti e Sala (2014).

Leeper et al. (2011, 2013), para avaliar a existência de não fundamentalidade no modelo de Blanchard e Perotti (2002) empregam um teste para condições necessárias para fundamentalidade, mas não suficientes[37]. Esse tipo de teste fora discutido em Forni e Gambetti (2011) e os próprios autores de Leeper et al. (2011) reconheceram que se tratava de um teste apenas parcial. Os autores justificaram sua escolha devido ao fato dos testes suficientes, como o de Forni e Gambetti (2014), serem condicionais a um segundo conjunto de dados, dos quais se extraem fatores comuns. Leeper et al. (2014) argumentam que "Sua condição de suficiência, contudo, nunca será satisfeita em VAR médios-pequenos que têm sido usados para se extrair choques economicamente interpretáveis. "[38]

[37] O teste está descrito em Leeper et al. (2011) páginas 20-22.
[38] Leeper et al. (2011), página 29.

Canova e Sahneh (2018) identificaram no teste de Forni e Gambetti (2014) o que chamaram de "o fenômeno da não fundamentalidade espúria", o que consiste no fato de os testes até então existentes – incluindo aí o de Forni e Gambetti – serem "enganosos". Isso teria ocorrido devido à "maldição da dimensionalidade". Em estudos com pequeno número de variáveis pode ocorrer um número de fontes primitivas de choques, que possam perturbar a economia, muito maior que o número de variáveis, o que Forni, Gambetti e Sala (2018) chamam de sistema retangular. Portanto, como o modelo somente pode recuperar um número de choques equivalente ao número de variáveis incluídas, os choques estimados são, na verdade, combinações lineares dos choques primitivos originais. Assim, as variáveis do VAR poderão ser preditas por outras variáveis que contenham informação sobre o choque primitivo, independentemente de o VAR ser fundamental para o conjunto de variáveis estimado ou não. O mesmo vale para variáveis agregadas. As variáveis agregadas de um modelo podem ser causadas no sentido de Granger por uma variável que seja componente de uma das referidas variáveis agregadas.

Assim, esses autores propuseram um novo teste para detectar a não-fundamentalidade, que seria robusto à agregação e a problemas de não observância de dados. Esse teste "explora o fato de que se o modelo for não fundamental, choques futuros do VAR preveem um vetor de variáveis excluídas do VAR."[39]

O teste proposto foi batizado de Teste CH e supostamente é capaz de eliminar o problema da "não fundamentalidade espúria". Esse teste é cuidadosamente descrito na seção 3.2.

O Prof. Mehdi Sahneh construiu novos testes de não fundamentalidade baseados no fato de que as inovações de Wold são imprevisíveis se e somente se o modelo é fundamental, e emprega testes baseados na densidade espectral generalizada para checar se essas inovações são ou não previsíveis. Dessa linha de pesquisa, foram derivados dois testes de fundamentalidade: Sahneh (2016) e Sahneh (2015b). O segundo supõe normalidade dos erros, enquanto o primeiro, muito similar ao teste de Sahneh (2015) para causalidade (descrito na seção 4.1), supõe uma distribuição não gaussiana. O artigo mais recente faz um teste para dados norte-americanos usando o modelo de Blanchard e Quah (1989), por sua vez um VAR bivariado entre desemprego e renda nos EUA, no período que vai do primeiro trimestre de 1948 ao quarto de 2010.[40] O teste rejeitou a hipótese nula de fundamentalidade para a referida amostra.

---

[39] Canova e Sahneh (2018), página 3. Tradução nossa.
[40] Uma extensão da amostra do artigo original, que ia do primeiro trimestre de 1948 ao quarto de 1989.

Como já mencionado, Forni, Gambetti e Sala (2018) responderam ao artigo de Canova e Sahneh (2018), por meio da execução de nova simulação de Monte Carlo, comparando o teste de Forni e Gambetti (2014), baseado na causalidade de Granger, com o teste CH, que, por sua vez emprega uma versão de Geweke, Meese e Dent (1983) apud Forni, Gambetti e Sala (2018) do teste de Sims (1972). Argumentam que os dois testes são muito parecidos e se baseiam em princípios similares, mas com formulações diferentes[41], que deveriam ser assintoticamente equivalentes, ainda que possa haver diferenças para amostras finitas. Seus resultados sugerem que ambos os testes são assintoticamente equivalentes e que "apresentam desempenho notável"[42] para detectar não fundamentalidade. Além disso, argumentam pela inexistência do "modelo agregado estrutural", mencionado em Canova e Sahneh (2018).

[41] Enquanto o teste de Forni e Gambetti se baseia em um teste de causalidade de Granger dos fatores comuns defasados, obtidos de uma amostra grande de dados secundários para com as variáveis do modelo sob júdice, o teste CH avalia a se os erros de um VAR em que, em uma regressão, se testa se os coeficientes dos *leads* desses resíduos são estatisticamente conjuntamente correlacionados aos fatores dos dados secundários.
[42] Forni, Gambetti e Sala (2018), página 1.

# 3. MÉTODO DE PESQUISA

A proposta de estudo inclui fazer testes de não causalidade e de não fundamentalidade em conjuntos de dados relevantes para a execução de VARs fiscais no Brasil e nos EUA. Para isso, são empregados o teste de Sahneh (2015) para não causalidade, o Teste CH, de Canova e Sahneh (2018) –apontado por Kilian e Lütkepohl (2017) como um teste mais completo que o da causalidade Granger – e o Teste de Forni e Gambetti (2014), como ferramentas para testar a existência de não fundamentalidade.[43]

A combinação de ambos os testes é importante, pois o teste de não fundamentalidade usam um *approach* bem diferente, dado que supõe erros gaussianos. Usar os dois testes aumenta a chance de se captar um dos problemas, ainda que os problemas sejam equivalentes sob a hipótese de estacionaridade.

Nas palavras de Lanne e Saikkonen (2013):

> (...) a não-fundamentalidade é proximamente relacionada à não-causalidade, e checar para a não-causalidade pode ser visto como uma forma de testar para não fundamentalidade. Por conta de a não-fundamentalidade frequentemente invalidar o uso de métodos convencionais, ser capaz de detectá-la previamente é importante.[44]

## 3.1. O Teste de Sahneh para Não Causalidade

Nesta seção se transcreve a descrição do teste proposto por Sahneh (2015), para processos estacionários com erros não gaussianos, conforme exposto no artigo original, apenas com pequenas alterações textuais e tradução livre. Ele se baseia no fato de que as inovações de Wold são Martingale-Diferença (MD)[45] se e somente se o modelo for bem especificado. Assim, o teste tem como hipótese nula ($H_0$) que as inovações de Wold oriundas dos resíduos do modelo VAR causal são MD.O mesmo é realizado por meio de um teste de densidade espectral generalizada. Com isso, sob $H_0$o modelo tem as distribuições usuais, permitindo que se faça a inferência tradicional.

---

[43] Kilian e Lütkepohl (2017), página 598.
[44] Lanne e Saikkonen (2013, páginas 471-72), tradução nossa.
[45] Ver Anexo 3.

Assumindo que os erros do processo $\{x_t\}$, $\xi_t$, sejam independentes e continuamente distribuídos com uma distribuição não Gaussiana, tal que os momentos até a ordem $(a + 1)$ são finitos para algum $a \geq 2$ e Var $(\xi_t) > 0$.As inovações de Wold do referido processo são batizadas $\epsilon_t$. De acordo com a hipótese, demonstrada por Sahneh (2015), o VAR é causal se e somente se $\epsilon_t$ for MD. [46]

Seja $\theta_0 = vec\{\Phi_1, \dots, \Phi_p, \Theta_1, \dots, \Theta_q, \Sigma_\epsilon\}$ o conjunto de parâmetros (coeficientes e variância) do processo VAR não gaussiano.[47] A hipótese a ser testada, portanto, pode ser escrita como:

$$\mathbb{H}_0: \epsilon_t(\theta_0) \text{ é } MD\ para\ algum\ \theta_0 \in \Xi \tag{17}$$

Para testar essa hipótese, Sahneh generalizou o teste espectral de Hong e Lee (2005) para o ambiente multivariado. Esse teste tem a vantagem de comportar grande número de defasagens e tem a estatística do teste com distribuição gaussiana, não afetada pela incerteza na estimação dos parâmetros.

Assim, a proposta de testar se as inovações de Wold são MD é baseada no espectro generalizado de Hong (1999):

$$f(w, u, v) \equiv \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sigma_j(u, v) e^{-ijw} \tag{18}$$

Onde: $w \in [-\pi, \pi]$ é a frequência, $i \equiv \sqrt{-1}$, $(u, v) \in \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^d$, e:

$$\sigma_j(u, v) = cov\left(e^{iu'\epsilon_t}, e^{iv'\epsilon_{t-|j|}}\right), j = 0, \mp 1, \dots \tag{19}$$

Onde $\epsilon_t \equiv \epsilon_t(\theta_0)$.

Ainda que $\epsilon_t$ seja um vetor $d \times 1$, $f(w, u, v)$ é uma função escalar de valores complexos. A função $f(w, u, v)$ captura qualquer dependência serial de pares de observações em $\{\epsilon_t\}$, incluindo os que têm função de correlação nula.

---

[46] Ver demonstração no Anexo 4.

[47] Onde o operador Vec (.) arranja uma matriz em um vetor, empilhando as colunas da matriz da esquerda para a direita, em forma de um vetor coluna.

Todavia, a função $f(w,u,v)$ não é adequada para se testar a hipótese nula acima, pois também captura a dependência serial de momentos de ordens mais elevadas. Para capturar a (e apenas capturar) dependência serial da média condicional, pode-se usar:

$$f^{(0,1,0)}(w,u,v) \equiv \frac{1}{2\pi}\sum_{j=-\infty}^{\infty}\sigma_j^{(1,0)}(0,v)e^{-ijw}, w \in [-\pi,\pi] \tag{20}$$

Onde:

$$\sigma_j^{(1,0)}(0,v) \equiv \frac{\partial}{\partial u}\sigma_j(u,v)\Big|_{u=0} = cov(i\epsilon_t, e^{iv'\epsilon_{t-|j|}})$$

é um vetor $d\times 1$. A medida $\sigma_j^{(1,0)}(0,v)$ checa se a função de autoregressão $E(\epsilon_t|\epsilon_{t-j}) = 0$ na defasagem $j$ é zero.[48] No presente contexto, $\epsilon_t$ não é observado.

Supondo haver $T$ observações no processo $\{x_t\}_{t=1}^{T}$, usadas para estimar o modelo e obter o seu resíduo estimado:

$$\hat{\epsilon}_t \equiv \hat{\theta}^{-1}(L)\hat{\Phi}(L)x_t \tag{21}$$

Onde $\hat{\theta}$ é um estimador consistente de $\theta_0$. Exemplos de $\hat{\theta}$ são mínimos quadrados condicionais ou o estimador de quase máxima verossimilhança. É possível estimar $f^{(0,1,0)}(w,u,v)$ por meio do estimador de *kernel*:

$$\hat{f}^{(0,1,0)}(w,0,v) \equiv \frac{1}{2\pi}\sum_{j=T-1}^{T-1}\left(1-\frac{|j|}{T}\right)^{\frac{1}{2}} k\left(\frac{j}{h}\right)\hat{\sigma}_j^{(1,0)}e^{-ijw}, w \in [-\pi,\pi] \tag{22}$$

Onde:

$$\hat{\sigma}_j^{(1,0)}(0,v) = \frac{\partial}{\partial u}\hat{\sigma}_j(u,v)|_{u=0},\ \hat{\sigma}_j(u,v) = \hat{\varphi}_j(u,v) - \hat{\varphi}_j(u,0)\hat{\varphi}_j(0,v),$$

e

[48] A hipótese de $E(\epsilon_t|I_{t-j}^{\epsilon}) = 0$ quase certamente não equivale à hipótese de que $E(\epsilon_t|\epsilon_{t-j}) = 0$ quase certamente $\forall j > 0$. O primeiro checa todo tipo de dependências, enquanto o segundo apenas capta dependências dois a dois. Ver Hong (1999).

$$\hat{\varphi}_j(u,v) = \frac{1}{T-|j|}\sum_{t=j+1}^{T} e^{iu'\hat{\epsilon}_t + iv'\hat{\epsilon}_{t-|j|}}$$

Onde $h \equiv h\,(T\,)$ é a amplitude de frequência e $k: \mathbb{R} \to [-1,1]$ é um *kernel* simétrico. [49]

O fator $\left(1-\frac{|j|}{T}\right)^{\frac{1}{2}}$ é uma correção para amostras finitas, de modo que põe menos peso em defasagens muito longas, para as quais se tem menos informação amostral.

Sob a hipótese nula, a derivada espectral generalizada$f^{(0,1,0)}(w,0,v)$ se torna um espectro plano:

$$f^{(0,1,0)}(w,0,v) \equiv \frac{1}{2\pi}\sigma_0^{(1,0)}(0,v), w \in [-\pi,\pi] \tag{23}$$

Esse espectro pode ser estimado consistentemente por:

$$\hat{f}_0^{\,(0,1,0)}(w,0,v) \equiv \frac{1}{2\pi}\hat{\sigma}_0^{(1,0)}(0,v), w \in [-\pi,\pi] \tag{24}$$

Os estimadores $\hat{f}_0^{\,(0,1,0)}(w,0,v)$ e $\hat{f}^{(0,1,0)}(w,0,v)$ convergem ao mesmo limite sob a hipótese nula, e geralmente convergem a limites diferentes sob a hipótese alternativa. Logo, qualquer divergência entre ambos pode ser interpretada como uma violação da propriedade MD, portanto, de não causalidade no processo.

A estatística de teste, que é a versão multivariada do $\widehat{M}$ de Hong e Lee (2005) é dada por:

$$\widehat{M} = \frac{\sum_{j=1}^{T-1} k^2\left(\frac{j}{h}\right) T_j \int \left\|\hat{\sigma}_j^{(1,0)}(0,v)\right\|^2 dW(v) - \hat{C}}{\sqrt{\widehat{D}}} \tag{25}$$

Onde $T_j = T - j, W(v) = \prod_{c=1}^{d} W(v_c)\,, W: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ é uma função não decrescente que dá peso simétrico em torno de zero igualmente e as integrais indefinidas são tomadas sob o suporte de $W\,(\,.\,)$. Exemplos de $W\,(\,.\,)$ incluem as funções densidade cumulativas de qualquer

[49] Exemplos de *k* (.) são os *kernels* espectrais de Bartlett, Daniell, Parzen e o Quadrático. Ver anexo 5.

distribuição simétrica, seja discreta ou contínua. Os termos $\hat{C}$ e $\widehat{D}$, abaixo, são, respectivamente, estimativas da média e da variância de:

$$T \iint_{-\pi}^{\pi} \left\| \hat{f}^{(0,1,0)}(w,0,v) - \hat{f}_0^{(0,1,0)}(w,0,v) \right\|^2 dw dW(u) \tag{26}$$

$$\hat{C}(p) \equiv \sum_{j=1}^{T-1} k^2\left(\frac{j}{p}\right) \frac{1}{T-j} \sum_{t=j+1}^{T-1} \|\hat{\epsilon}_t\|^2 \int \left|\hat{\psi}_{t-j}(v)\right|^2 dW(u) \tag{27}$$

$$\widehat{D}(p) = 2 \sum_{j=1}^{T-2} \sum_{l=1}^{T-2} k^2\left(\frac{j}{p}\right) k^2\left(\frac{l}{p}\right) \sum_{a=1}^{d} \sum_{b=a}^{d} \iint \left| \frac{1}{T - \max(j,l)} \right.$$
$$\left. \times \sum_{t=\max(j,l)+1}^{T} \hat{\epsilon}_{at}\, \hat{\epsilon}'_{bt} \hat{\psi}_{t-j}(v) \hat{\psi}^*{}_{t-l}(v') \right|^2 dW(v) dW(v') \tag{28}$$

Onde $\hat{\psi}_t(v) = e^{iv\prime\epsilon_t} - T^{-1} \sum_{t=1}^{T} e^{iv\prime\hat{\epsilon}_t}$.

Após a imposição de algumas hipóteses de regularidade, foi possível provar que a distribuição limítrofe da estatística do teste como uma Normal (0, 1), visto que, sob a hipótese nula, valem as condições regulares (ver Sahneh, 2015, páginas 11-13).

### 3.2 O Teste CH e o Teste de Forni e Gambetti (2014)

Abaixo são transcritos o teste de Forni e Gambetti (2014) e o Teste CH (CANOVA E SAHNEH, 2018), conforme descritos em Canova e Sahneh (2018), o que inclui sua tentativa de salientar o porquê de o teste por meio da Causalidade de Granger falhar em detectar corretamente a não fundamentalidade, em sua opinião. Em seguida, é apresentada uma comparação dos testes, como apresentada por Forni, Gambetti e Sala (2018). A descrição formal do Teste de Forni e Gambetti (2014)encontra-se no Anexo 10.Importante notar que o teste

supõe que as variáveis são gaussianas, portanto, o teste não é adequado para captar não causalidade, apenas não fundamentalidade.[50]

### 3.2.1. Hipóteses Acerca da Não Fundamentalidade

Assim, como suposto e apresentado em Canova e Sahneh (2018), a economia é representada por um vetor *n*-dimensional de variáveis estacionárias $\chi_t$ impactadas por *s* (*s* não necessariamente igual a *n*) choques mutuamente não correlacionados e primitivos $\vartheta_t$.

Hipótese 1. (Representação da Economia): O vetor $\chi_t$ satisfaz:

$$\chi_t = \Gamma(L)\vartheta_t \tag{29}$$

Onde $\vartheta_t$ é um vetor de ruído branco; $\Gamma(L) = \sum_{i=1}^{\infty} \Gamma_i L^i$, $\Gamma_i$'s são matrizes $(n \times s)$ $\forall$ i. $L$ é o operador de defasagem e $\sum_{i=0}^{\infty} \Gamma_i^2 < \infty$.

A Hipótese 1 pode ser derivada formalmente a partir do Teorema de Wold (ver Anexo 1), assumindo uma representação linear e aplicando repetidamente o operador de projeção (ver Canova, 2011– Capítulo 4, apud Canova e Sahneh (2018)).

Dada uma amostra, o número de variáveis *n* é geralmente grande e, para estimar as matrizes $\Gamma_i$, um pesquisador necessita dar atenção especial a um subvetor *m*-dimensional de $\chi_t$.

Hipótese 2 (Conjunto de informação do VAR): O VAR é organizado em termos de $x_t$, um subvetor de $\chi_t$, impactado por um subvetor $u_t$ de $\vartheta_t$ de dimensão *k*, onde *k* é não necessariamente igual a *m*:

$$x_t = \Pi(L)u_t \tag{30}$$

[50] Em termos conceituais, sob a hipótese de estacionariedade, um modelo não causal é necessariamente não fundamental, todavia, há de se considerar também as limitações práticas e empíricas dos testes, sendo recomendável avaliar ambos.

Onde $m \leq n$ e $k \leq s$; $\Pi(L) = \sum_{i=0}^{\infty} \Pi_i L^i$ não tem raiz no círculo unitário e $\sum_{i=0}^{\infty} \Pi_i^2 < \infty$.

Por construção, $u_t$ são combinações lineares de valores correntes e possivelmente passados de $\vartheta_t$.

Definição 3: Um processo não correlacionado $\{u_t\}$ é $x_t$-fundamental se $\mathcal{H}_t^u = \mathcal{H}_t^x \ \forall t$, onde $\mathcal{H}_t^u$é o menor espaço fechado gerado a partir de $\{u_s : s \leq t\}$, que contém os subespaços de $\{u_s : s \leq t\}$. Teremos que $\{u_t\}$ é não fundamental se $\mathcal{H}_t^u \subset \mathcal{H}_t^x$ e $\mathcal{H}_t^u \neq \mathcal{H}_t^x$, para ao menos um $t$.

Assim, o modelo é fundamental se e somente se as raízes do determinante de $\prod(L)$ estão fora do círculo unitário no plano complexo. Nesse caso, teremos $\mathcal{H}_t^u = \mathcal{H}_t^x \ \forall t$.

A fundamentalidade é um conceito fortemente associado à invertibilidade: a invertibilidade requer que nenhuma raiz do determinante de $\prod(L)$ esteja sobre ou dentro do círculo unitário. Como se considera a estacionaridade, ambos os conceitos são equivalentes no presente arcabouço.

### 3.2.2. Abordagem de Forni e Gambetti para Detectar a Não Fundamentalidade

Ainda segundo Canova e Sahneh (2018), checar se um VAR Gaussiano é fundamental é complicado porque a função de verossimilhança e a densidade espectral não conseguem distinguir entre uma representação fundamental e uma não fundamental, como sugerem trabalhos de Lippi e Reichlin (1993, 1994), que comparam informalmente a dinâmica produzida por representações fundamentais e não fundamentais selecionadas.

Giannone e Reichlin (2006) e Forni e Gambetti (2014) propuseram a utilização de testes de Granger usando de variáveis auxiliares. O procedimento funciona como descrito abaixo.[51]

Suponha que aumentemos o vetor[52] $x_t$ com outro vetor de variáveis adicionais $y_t$, tal que:

[51] Toda a formulação dessa seção é transcrita, com pequenas alterações, do trabalho de Canova e Sahneh (2018).
[52] Podemos entender o vetor $x_t$ como o vetor que representa o VAR que buscamos testar e o vetor $y_t$ como um conjunto de variáveis auxiliares – que podemos entender como uma espécie de grupo de controle – que é usado para testar a fundamentalidade do VAR que contêm apenas $x_t$, não $y_t$.

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Pi(L) & 0 \\ B(L) & C(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_t \\ v_t \end{bmatrix} \tag{31}$$

Onde $v_t$ são $y_t$ específicos e ortogonais a $u_t$. Assumindo que todas as raízes do determinante de $B$ ($L$) estejam fora do círculo unitário. Se o modelo é fundamental:

$$u_t = \Pi(L)^{-1} x_t \tag{32}$$

e

$$y_t = B(L)\Pi(L)^{-1} x_t + C(L) v_t \tag{33}$$

Onde $B(L)\prod(L)^{-1}$ é um polinômio unilateral (*one-sided*) nas potências não negativas de $L$. Logo, sob fundamentalidade, $y_t$ é função dos valores correntes e passados de $x_t$, mas $x_t$ não depende de $y_t$.

O teste, portanto, consiste em checar se há causalidade de Granger de $y_t$ defasados para $x_t$.

Segundo Canova e Sahneh, tal *approach* pode ser útil para checar se há variáveis omitidas do VAR, e eles argumentam estar se testando se a representação aumentada do MA é triangular inferior. Mas, segundo Canova e Sahneh (2018), não está claro que esse procedimento pode detectar a não fundamentalidade de forma confiável. Para saber se esse é o caso, é preciso conhecer o mapeamento entre os choques do SVAR, $u_t$, e os choques primitivos, $\vartheta_t$.

Uma argumentação enfatizada por Canova e Sahneh é que em um VAR de pequena escala, o número de variáveis é menor que o número de choques primitivos interessantes.[53]Com isso, é impossível se obter os choques primitivos a partir dos valores passados e presentes observados, e os pesquisadores aplicados consideram apenas sistemas com o mesmo número de choques que de variáveis observáveis ($m = k$). Todavia, esses sistemas agregam choques primitivos em um número menor de choques estruturais ($m = k$<s). Essa agregação não é inócua, como mostram Chang e Hong (2006) *apud* Canova e Sahneh (2018). Eles mostram que choques agregados e setoriais se comportam de forma bastante diferente. [54]

---

[53] Forni, Gambetti e Sala (2018) contra argumentam que, sob essas condições, o VAR sempre vai ser não fundamental.

[54] Forni, Gambetti e Sala (2018) rejeitam a possibilidade de existência de um modelo estrutural agregado, conforme argumentado por Canova e Sahneh (2018).

### 3.2.3. Considerações de Canova e Sahneh sobre a Agregação e a Eficácia do Teste de Forni e Gambetti

Segundo Canova e Sahneh (2018), em geral: "as agregações levam a conclusões espúrias ao se testar a fundamentalidade".[55] Seu o exemplo, transcrito abaixo, demonstra isso.

Exemplo 4: suponha um escalar $x_t$ impactado por dois choques primitivos:

$$x_t = \vartheta_{1t} + b\vartheta_{1t-1} + \vartheta_{2t} \tag{34}$$

Onde $\vartheta_{1t} \sim iid(0, \sigma_1^2)$ e $\vartheta_{2t} \sim iid(0, \sigma_2^2)$ são mutuamente independentes em todos os *lags* e *leads*. Claramente, não é possível recuperar $\vartheta_{1t}$ e $\vartheta_{2t}$ de $x_t$. Ao considerar um sistema com uma variável observável e um choque estrutural, o econometrista implicitamente assume que $x_t$ tem a forma:

$$x_t = u_t + cu_{t-1} \tag{35}$$

Onde $u_t$ é iid e c e $\sigma_u^2$ são obtidos pelas condições de momentos:

$$E(x_t^2) = (1 + b^2)\sigma_1^2 + \sigma_2^2 = (1 + c^2)\sigma_u^2 \tag{36}$$

$$E(x_t x_{t-1}) = b\sigma_1^2 = c\sigma_u^2 \tag{37}$$

Essas duas condições podem ser combinadas para obter a equação quadrática:

$$bc^2 - \left[(1 + b^2) + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right]c + b = 0 \tag{38}$$

[55] Canova e Sahneh (2018), página 7, tradução nossa.

Dados b, $\sigma_1^2$ e $\sigma_2^2$, há duas soluções para o problema acima: uma fundamental $c^*$ e uma não fundamental $\tilde{c}^*$. Como $u_t$ é ruído branco, não pode ser previsto por meio de valores defasados de $u_t$ e de $x_t$. Contudo, pode ser previsto por meio de $\vartheta_{1t}$ e $\vartheta_{2t}$defasados, independente de $u_t$ ser fundamental para $x_t$ ou não. De fato, usando as equações (34) e (35) e $c^*$, temos:

$$\begin{aligned} u_t = (1 + c^* L)^{-1}[\vartheta_{1t} + b\vartheta_{1\,t-1} + \vartheta_{2t}] \\ &= (\vartheta_{1t} - c^*\vartheta_{1t-1} + c^{*2}\vartheta_{1t-2} - c^{*3}\vartheta_{1t-3} + \cdots) \\ &+ b(\vartheta_{1t-1} - c^*\vartheta_{1t-2} + c^{*2}\vartheta_{1t-3} - c^{*3}\vartheta_{1t-4} + \cdots) \\ &+ (\vartheta_{2t} - c^*\vartheta_{2t-1} + c^{*2}\vartheta_{2t-2} - c^{*3}\vartheta_{2t-3} + \cdots) \end{aligned} \tag{39}$$

Tal que $\mathbb{P}[u_t|\vartheta_{1t-1}, \vartheta_{1t-2}, \ldots, \vartheta_{2t-1}, \vartheta_{2t-2}, \ldots] \neq 0$, onde $\mathbb{P}$ é o operador de projeção linear. Como $u_t$ é previsível, portanto $x_t$ é previsível. ■

Esse *setup* simples mostra, de acordo com Canova e Sahneh (2018), um contraexemplo à proposição 3 de Forni e Gambetti (2014), na página 126, no sentido em que a existência de variáveis que causam $x_t$ no sentido de Granger pode não ter relação com o fato de o sistema ser ou não fundamental.[56]

Uma proposição que generaliza sua conclusão de que os testes de Granger "são irrelevantes" segue abaixo. A princípio, mostra que, mesmo ao se satisfazer as proposições de Forni e Gambetti (2014) isto é, não havendo erro de medida, os *lags* de $\vartheta_{1t}$ e $\vartheta_{2t}$preveem$x_t$em ambos os casos, o que tornaria os testes de Granger "irrelevantes".

Proposição 1. Seja $\Theta_{1t}$ um processo MA($q_1$) de média zero:

$$\Theta_{1t} = \vartheta_{1T} + \Phi_1\vartheta_{1t-1} + \Phi_2\vartheta_{1t-2} + \cdots + \Phi_{q1}\vartheta_{1t-q_1} \equiv \Phi(L)\vartheta_{1t} \tag{40}$$

Com $E\left[\vartheta_{1t}\vartheta_{1t-j}\right] = \sigma_1^2$, se $j = 0$ e 0, caso contrário.

Seja $\Theta_{2t}$ um processo MA($q_2$):

$$\Theta_{2t} = \vartheta_{2T} + \Psi_1\vartheta_{2t-1} + \Psi_2\vartheta_{2t-2} + \cdots + \Psi_{q2}\vartheta_{2t-q_2} \equiv \Psi(L)\vartheta_{2t} \tag{41}$$

Com $E\left[\vartheta_{2t}\vartheta_{2t-j}\right] = \sigma_2^2$, se $j = 0$ e 0, caso contrário.

[56] Forni, Gambetti e Sala (2018) contra argumentam que esse sistema é retangular, e sistemas retangulares "curtos", isto é, com menos choques (independentes) relevantes que variáveis não são fundamentais.

Assuma que $\Theta_{1t}$ e $\Theta_{2t}$ sejam independentes em todos os *leads* e *lags*. Então:

$$x_t = \Theta_{1t} + \Theta_{2t} = u_t + \Pi_{1t}u_{t-1} + \Pi_2 u_{t-2} + \cdots + \Pi_q u_{t-q} \equiv \Pi(L)u_t \tag{42}$$

Onde $q$ = máx. $\{q_1, q_2\}$, e $u_t$ é um processo de ruído branco.

A demonstração pode ser encontrada em Hamilton (1994), página 106.

A seguir, é demonstrado que, ainda que $u_t$ seja imprevisível, dados seus valores passados, pode ser previsto dados os valores de $\vartheta_{1t}$ e $\vartheta_{2t}$. Isso ocorre porque o conjunto de informação contido em $\vartheta_{1t}$ e $\vartheta_{2t}$ não está otimamente agregado em $u_t$.

Proposição 2: Seja $x_t$ um processo *m*-dimensional obtido como na Proposição 1. Então, $\vartheta_{1t}$ e $\vartheta_{2t}$ Granger-causam $x_t$.

Demonstração:

Basta mostrar que:

$$\mathbb{P}[x_t | x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, \vartheta_{1t-1}, \vartheta_{1t-2}, \dots, \vartheta_{2t-1}, \vartheta_{2t-2}, \dots] \neq \mathbb{P}[x_t | x_{t-1}, x_{t-2}, \dots] \tag{43}$$

Da Proposição 1, temos:

$$\Pi(L)u_t = \Phi(L)\vartheta_{1t} + \Psi(L)\vartheta_{2t} \tag{44}$$

Logo:

$$u_t = \Pi(L)^{-1}\Phi(L)\vartheta_{1t} + \Pi(L)^{-1}\Psi(L)\vartheta_{2t} \tag{45}$$

Onde existe $\Pi(L)^{-1}$, já que o modelo é fundamental. Assim, $\Pi(L)^{-1}$ e $\Pi(L)^{-1}\Psi(L)$ são um polinômio unilateral nas potências não negativas de $L$, e:

$$\begin{aligned}\mathbb{P}[u_t | u_{t-1}, u_{t-2}, \dots, \vartheta_{1t-1}, \vartheta_{2t-2}, \dots, \vartheta_{2t-1}, \vartheta_{2t-2}, \dots] \\ = \mathbb{P}[u_t | \vartheta_{1t-1}, \vartheta_{2t-2}, \dots, \vartheta_{2t-1}, \vartheta_{2t-2}, \dots] \neq 0\end{aligned} \tag{46}$$

Onde a igualdade segue de $u_t$ ser um processo de ruído branco.■

A proposição 2 implica que os valores defasados das variáveis desagregadas ou dos fatores obtidos de um grande conjunto de dados provendo sinais de choques primitivos podem causar, no sentido de Granger, variáveis VAR. Logo, a hipótese nula de fundamentalidade pode ser rejeitada mesmo se for verdadeira.

Até aqui, a análise de Canova e Sahneh (2018) tem sido concentrada na fundamentalidade do vetor $u_t$, pois é comum na literatura do VAR dar atenção a apenas um choque (ver CHRISTIANO ET AL., 1999 e GALÍ, 1999).

O próximo exemplo, segundo os autores, mostra como se poder recuperar um choque de valores correntes e passados de observáveis, mesmo com um sistema não fundamental.

Exemplo 5:

Considere três modelos MA:

1.

$$\begin{cases} x_{1,t} = u_{1t} + 2u_{2t-1} \\ x_{2,t} = u_{1t} - u_{2t-1} \end{cases} \quad (47)$$

2.

$$\begin{cases} x_{1,t} = u_{1t} \\ x_{2,t} = u_{1t} + u_{2t} - 3u_{2t-1} \end{cases} \quad (48)$$

3.

$$\begin{cases} x_{1,t} = u_{1t} - 2u_{2t-1} \\ x_{2,t} = u_{1t} + u_{2t-1} \end{cases} \quad (49)$$

Os três sistemas são não fundamentais, já que os determinantes das matrizes MA são: –3L, 1 – 3L e L (1 – 2L), respectivamente, e desaparecem para L < 1.

Assim, é impossível recuperar $u_t = (u_{1t}, u_{2t})$ de um $x_t = (x_{1,t}, x_{2,t})'$ defasado.

Contudo, enquanto no primeiro sistema $u_{2t}$ pode ser recuperado de forma que $u_{2t} = \frac{(x_{1,t+1} - x_{2,t+1})}{3}$ e $u_t$ pode ser recuperado como: $u_{1t} = \frac{(x_{1,t} + 2x_{2,t})}{3}$, no segundo sistema apenas

$u_{1t}$pode ser recuperado a partir de $x_{1,t}$ e no terceiro, nenhum choque pode ser recuperado por meio de combinações lineares de $x_t$'s. ■

Para Canova e Sahneh (2018), uma condição necessária para que o choque estimado seja uma inovação é que ele seja ortogonal às variáveis observadas passadas. Forni e Gambetti (2014) sugerem que o choque derivado como no sistema 2 do exemplo 5 é fundamental se for ortogonal aos componentes principais obtidos de um conjunto grande de observáveis.

Três pontos importantes têm de ser ressaltados sobre tal estratégia. Primeiro, a fundamentalidade é uma propriedade do sistema, não do choque. Logo, de acordo com Canova e Sahneh (2018), os resultados de testes de ortogonalidade são insuficientes para detectar a fundamentalidade do sistema. Segundo, quando um choque pode ser recuperado, não foi ele o causador da não fundamentalidade, exceto que a informação futura esteja disponível (LEEPER ET AL., 2011). Finalmente, para Canova e Sahneh (2018), os testes de ortogonalidade têm os mesmos problemas do teste de Causalidade de Granger: vão rejeitar uma hipótese nula correta pela ortogonalidade do choque agregado com respeito a algum choque desagregado, ou a alguns fatores que criem informação ruidosa (*noisy*) sobre eles. Pelas mesmas razões, em sua opinião, o teste de Granger vai falhar.

### 3.2.4. O Teste CH

O teste CH consiste em uma estratégia alternativa para testar para não causalidade e que supostamente não sofre problemas de agregação e de não observância. Segue a descrição conforme feita por Canova e Sahneh (2018).

Considere um vetor de variáveis adicionais$C(L)v_t$que aumente a formulação (30):

$$y_t = B(L)u_t + C(L)v_t \quad (50)$$

Se $x_t = \Pi(L)u_t$ é fundamental, então $u_t$ pode ser obtido pelos valores correntes e passados de $x_t$:

$$u_t = x_t - \sum_{j=1}^{r} w_j x_{t-j}$$

(51)

Onde $w(L) = \Pi(L)^{-1}$ e $r$ geralmente é finito. Portanto, sob fundamentalidade, $y_t$ apenas depende dos valores correntes e passados de $u_t$.

Se $x_t = \Pi(L)u_t$ não é fundamental, $u_t$ não pode ser recuperado a partir de valores correntes e passados de $x_t$. Um econometrista pode apenas recuperar:

$$u_t^* = x_t - \sum_{j=1}^{r} w_j^* x_{t-j} \tag{52}$$

Onde $w(L)^* = \Pi(L)^{-1}\theta(L)^{-1}$, que é relacionado a $u_t$ via:

$$u_t^* = \theta(L)u_t \tag{53}$$

Onde $\theta(L)$ é a Matriz Blaschke de funções racionais dos operadores de defasagem $L$ (ver Anexo 2). Portanto, então o relacionamento entre as variáveis adicionais $y_t$ e os choques recuperados pelo econometrista é:

$$y_t = B(L)\theta(L)^{-1}\theta(L)u_t + C(L)v_t \equiv B(L)^* u_t^* + C(L)v_t \tag{54}$$

Como $B(L)^*$ normalmente é um polinômio bilateral, $y_t$ depende de valores correntes, passados e futuros de $u_t^*$. Isso prova o seguinte:

Proposição 3: O modelo é fundamental se $u_{t+j}^*, j \geq 1$ não causa $y_t$ no sentido de Granger.

Essa proposição é diferente do que há na literatura, e é robusta a transformações lineares dos choques primitivos, pois quando $y_t$ é o componente principal de um grande conjunto de dados, ele inclui mais informações que o VAR, logo, sob fundamentalidade, não deveria ser Granger-causado por choques VAR futuros. O *setup* aqui proposto é suficientemente geral para lidar com não fundamentalidade devida a causas estruturais, variáveis omitidas ou *proxies*.

Suponha o seguinte sistema, que parte da equação de equilíbrio do capital abaixo:

$$k_t = \alpha k_{t-1} + u_{t,A} - u_{t,\tau} - c u_{t-1,\tau} \tag{55}$$

Onde $u_{t,\tau}$ é um choque tributário agregado iid e $c$ é obtido a partir de:

$$\theta c^2 - \left[(1+\theta^2) + \left(\frac{k_y^2\sigma_y^2}{k_y^2\sigma_k^2}\right)\right]c + \theta = 0 \tag{56}$$

Assim, as condições de equilíbrio para o capital e a taxa de impostos agregada são, portanto:

$$\begin{bmatrix} \hat{\tau}_t \\ (1-\alpha L) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+cL & 0 \\ -1-cL & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{t,r} \\ u_{t,A} \end{bmatrix} = \Pi(L)u_t \tag{57}$$

O determinante de $\prod$(L) se torna L = -1/*c* e *c* é uma função de $\tau_k$ e $\tau_y$ por meio de $\theta$ e $\kappa_k$ e $\kappa_y$. Portanto, ao variar $\tau_k$, o sistema se torna fundamental ou não fundamental.

Para testar, é preciso incluir dados adicionais não usados no VAR original. Assumiu-se que o econometrista usou dados observados em um painel de *n* = 30 séries temporais, geradas por:

$$y_{i,t} = \gamma_i \vartheta_{t,A} + (1-\gamma_i)\vartheta_{t,\tau} + \left(\epsilon_{t,y} + \vartheta_{t,k}\right)\xi_{i,t} \tag{58}$$

Onde i = 1, ..., *n*.

As propriedades do procedimento são examinadas com a seguinte regressão:

$$f_t = \phi_0 + \phi_1 f_{t-1} + \cdots + \phi_p f_{t-p} + \psi_0 u_t + \psi_{-p} u_{t-p} + \psi_1 u_{t+1} + \cdots + \psi_q u_{t+q} + e_t \tag{59}$$

Onde $f_t$ é o vetor de componentes principais da equação imediatamente anterior e $u_t$ é obtido estimando:

$$x_t = w_0 + w_1 x_{t-1} + \cdots + w_r x_{t-r} + u_t \tag{60}$$

Onde $x_t = (\hat{\tau}_t, k_t)'$. A hipótese nula de que $u_{t+i}$, $i$ = 1, ...,$q$ são irrelevantes é:

$$\mathbb{H}_0^{CH}: R\Psi = 0 \tag{61}$$

Onde $\Psi = Vec[\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_q]$ e $R$ é uma matriz de zeros e uns, e a hipótese nula pode ser checada por meio de um teste-F padrão.

Em suma, o Teste CH estima um VAR para testar se as variáveis objetivo formam um sistema não fundamental. Para o teste, usa fatores comuns obtidos em um segundo conjunto de dados, e testa se os resíduos do referido VAR são explicados pelos *leads* desses fatores.

Os autores mostram por meio de simulação de Monte Carlo que sua potência é "boa" e que reduz os supostos problemas de não fundamentalidade espúria, presente nos testes de causalidade de Granger e de ortogonalidade, propostos por Forni e Gambetti (2014) e Forni, Gambetti e Sala (2014), uma limitação importante é digna de nota.

### 3.2.5. A Diferença Entre Os Testes De Forni E Gambetti E De Canova E Sahneh

Essa seção é transcrita de Forni, Gambetti e Sala (2018)[57], com pequenas modificações textuais e ressalta a diferença entre os testes.

Considere a representação da função impulso-resposta abaixo:

$$x_t = A(L)\zeta_t \tag{62}$$

Onde $x_t$ é um vetor *n*-dimensional de variáveis macroeconômicas, *A*(*L*) uma matriz *n*×*q* de funções racionais dos operadores de defasagem *L* (funções impulso-resposta racionais) e $\zeta_t$ um vetor de choques estruturais que, por hipótese são serialmente não correlacionados e mutuamente ortogonais em todas as defasagens (*lags*) e *leads*. Apenas para salientar, *q* é o número de choques e *n* o número de variáveis.

Essa representação é fundamental se $\zeta_t$ pertence ao espaço informacional gerado por $x_t$ passados e presentes. Nesse caso, as variáveis retornam exatamente a mesma informação que os choques. Por outro lado, a representação é não fundamental se a história de $x_t$ até o tempo *t* não provê informação suficiente para se recuperar $\zeta_t$. Nesse caso, as variáveis contêm menos informações que os choques.

[57] Página 3. Tradução nossa.

Essa definição simples e geral é válida para sistemas "quadrados" (*square*), isto é, representações com o mesmo número de choques que de variáveis, e sistemas retangulares (obviamente, com esses números diferindo).

Sistemas "curtos" (*short*) são os que têm $n<q$, são sempre não fundamentais, já que $n$ variáveis não podem prover a mesma informação que $q$ choques nesse caso. Sistemas quadrados são caracterizados pela condição bem conhecida sobre as raízes dos determinantes da matriz de impulso-resposta: todas as raízes têm que ter valor maior que 1 em módulo, ou iguais a 1. [58]

Os sistemas "altos" (*tall*) são fundamentais, exceto por casos especiais (FORNI ET AL., 2009 apud FORNI, GAMBETTI E SALA, 2018).

A fundamentalidade é relacionada à Causalidade de Granger (FORNI E REICHLIN, 1996 APUD FORNI, GAMBETTI E SALA, 2018; GIANNONE E REICHLIN, 2006 E FORNI E GAMBETTI, 2014). Forni e Gambetti (2014) consideram um vetor de variáveis $y_t$ ($y_{1,t}$, ..., $y_{N,t}$)' não incluídas no VAR, que também são dependentes de choques estruturais $\zeta_t$ e, possivelmente, de erros idiossincráticos $\xi_t = (\xi_{1,t}, \dots, \xi_{N,t})'$, associados a erros de medida:

$$y_t = B(L)\zeta_t + \xi_t (63)$$

Por meio do uso das variáveis em $y_t$ é possível obter informação independente sobre $\zeta_t$. Tal informação pode ser eficientemente extraída, por meio dos componentes principais dos $y$'s.

Sejam $f_t = (f_{1,t}, \dots, f_{s,t})'$ os $s$ componentes principais. Os autores reconhecem se tratar de um modelo de fatores que, sob certas condições, componentes principais são estimadores consistentes dos fatores (STOCK E WATSON, 2002), e os fatores entregam a mesma informação que os choques (FORNI, GIANNONE, LIPPI E REICHLIN, 2009 APUD FORNI, GAMBETTI E SALA, 2018).

Como $f_t$traz informações dos choques, em princípio pode ajudar a prever $x_t$, mas isso apenas ocorreria no caso de não fundamentalidade, já que, sob fundamentalidade, os $x$'s já teriam toda a informação, provida pelos choques. Logo, se $f_t$ Granger-causa $x_t$, a representação estrutural (62) é não fundamental.

A volta não vale, em geral, segundo os autores. Pode ser o caso em que os choques são mais informativos que $x_t$, mas a informação adicional provida por $f_t$ não ajuda a prever as variáveis. De acordo com Forni e Gambetti (2014), esse caso especial não ocorre quando o sistema é "quadrado", isso é, quando há o mesmo número de variáveis que de choques

[58] Invertibilidade (causalidade) requer raízes maiores que 1. Logo, invertibilidade implica fundamentalidade.

(Proposição 3 do referido artigo). Para sistemas "quadrados", a ausência de causalidade de Granger implica a fundamentalidade, logo, nesse caso, a não fundamentalidade equivale à causalidade de Granger.

Assim, a proposta de teste de Forni e Gambetti (2014) é: (i) computar os *s* componentes principais do conjunto de dados auxiliares $f_t = (f_{1,t}, \dots, f_{s,t})'$; (ii) estimar a regressão abaixo:

$$x_t = \mu + \sum_{j=1}^{p_1} \alpha_j x_{t-j} + \sum_{j=1}^{p_2} \beta_j f_{t-j} + \upsilon_t \tag{64}$$

Em seguida, testar se os coeficientes $\beta_j$ são nulos, usando um teste-F. [59] Importante notar que é usado um teste de causalidade fora da amostra baseado em Gelper e Croux (2007) apud Forni Gambetti e Sala (2018).

Já a Canova e Sahneh (2018), alegam que o teste acima não tem boas propriedades, particularmente para modelos com agregação – o que é contra argumentado por Forni, Gambetti e Sala (2018) –, e sugerem um método alternativo, o Teste CH, já descrito, e abaixo resumido.

Assim, sugerem: (i) computar os *s* componentes principais do conjunto de dados auxiliares $f_t = (f_{1,t}, \dots, f_{s,t})'$; (ii) estimar o VAR abaixo:

$$x_t = \lambda + \sum_{j=1}^{r} \rho_j \, x_{t-j} + u_t \tag{65}$$

Em seguida, tomar o resíduo $u_t$ e estimar a regressão:

$$f_t = \gamma + \sum_{j=1}^{p_3} \varphi_j f_{t-j} + \sum_{j=1}^{p_4} \eta_j u_{t-j} + \sum_{j=1}^{p_5} \psi_j u_{t+j} + e_t \tag{66}$$

Em seguida, testar se os coeficientes de $\psi_j$ são nulos, usando um teste-F.

[59] A distribuição assintótica da forma quadrática $\lambda_W$ do teste de Wald é uma $\chi^2$ com *N* graus de liberdade, onde *N* é o número de restrições. Para ter uma melhor distribuição amostral, os autores usam a estatística $\lambda_F = \frac{\lambda_W}{N}$, que é aproximadamente distribuída com a distribuição *F* (*N*, nº observações, nº de parâmetros). Ver Lütkepohl (2005), apud Forni, Gambetti e Sala (2018).

A regressão (66)[60] é, segundo Forni, Gambetti e Sala (2018), uma versão do teste de Sims (1972) proposta por Geweke, Meese e Dent (1983) apud Forni, Gambetti e Sala (2018). A única diferença, segundos os autores, é que se tem $u_t$ no lugar de $x_t$, ou seja, as variáveis são "*pre-whitened*" (pré transformadas em ruído branco) antes do teste. Isso não é, segundo Forni, Gambetti e Sala (2018) uma grande diferença, visto que $f_t$ Granger-causa $u_t \Leftrightarrow f_t$ Granger-Causa $x_t$.

Os autores concluem que os testes são assintoticamente similares e que devem atingir os mesmos resultados em amostras grandes. Seus resultados empíricos confirmam o bom desempenho de ambos os testes nas simulações de Monte Carlo.

[60] A equação (66) é equivalente à equação (59), reescrita.

# 4. APLICAÇÃO EMPÍRICA DOS TESTES DE NÃO CAUSALIDADE E DE NÃO FUNDAMENTALIDADE – DADOS E RESULTADOS

Partindo do pressuposto de que empregar um modelo VAR/SVAR causal tradicional quando se verifica não causalidade ou não fundamentalidade nos dados implica em um erro de especificação – o qual pode implicar vieses em qualquer sentido ou intensidade nas estimativas –, conclui-se ser imprescindível testar os dados para essas duas patologias. Importante notar também que especificar um modelo VAR não causal em variáveis causais também consiste em erro de especificação,[61] logo, não basta estimar um VAR não causal sem verificar se há justificativa para tal. Isso, além dos fatos de os VARs não causais não resolverem por completo os problemas de não fundamentalidade e de ainda não terem representação que permita facilmente identificar os choques estruturais de interesse.

O teste CH, apresentado por Canova e Sahneh (2018), já descrito, parece ser a melhor ferramenta para a detecção da não fundamentalidade, mas padece de uma fraqueza essencial. Em função do fato de o teste CH não adotar a hipótese de um processo não gaussiano, o mesmo é limitado para identificar a forma funcional de um VAR não causal. Portanto, para se determinar se os modelos VAR estão corretamente especificados é necessário recorrer também ao teste de Sahneh (2015).

Além disso, dado que os testes de Canova e Sahneh (2018) e de Forni e Gambetti (2014) podem apresentar resultados díspares em pequenas amostras, é recomendável também realizar o referido teste.

## 4.1 Dados Básicos dos EUA

Conforme já mencionado, Leeper et al. (2011) testaram a fundamentalidade do modelo de Blanchard e Perotti (2002), rejeitando-a, por meio de um teste de condições necessárias (mas não suficientes) para fundamentalidade. Esse resultado foi também reportado em Leeper et al. (2013) e usado como exemplo de solução de problemas informacionais para combater a não fundamentalidade em Lütkepohl (2014) e em Kilian e Lütkepohl (2017). Esse tipo de teste não

[61] Ver Lanne e Saikkonen (2013) e Sahneh (2015).

atinge os critérios de suficiência propostos por Forni e Gambetti (2011), mas os autores justificaram seu uso por conta de os testes de suficiência – à época eram disponíveis apenas variações do teste de Forni e Gambetti – terem seu resultado dependente do conjunto de variáveis auxiliares.

Após obter o resultado de não fundamentalidade, supostamente, Leeper et al. (2011), teriam solucionado o problema por meio de uma variável que agregaria a informação necessária para que o conjunto de informações do econometrista se igualasse ao dos agentes de mercado. Tal variável, como já discutido, foi o *spread* entre os retornos dos títulos das dívidas estaduais e municipais (na verdade, dois *spreads*, um de maturidade constante de um e outro de cinco anos, empregados alternativamente) e os dos títulos da dívida federal de maturidades constantes e comparáveis do governo dos EUA. Logo, quando houvesse a expectativa, formada por meio de algum anúncio de inovação na política fiscal federal, essa se tornaria observável por meio da mudança nesses *spreads*. Os autores alegaram suprir a diferença de informação entre o econometrista e os agentes, portanto eliminando a não fundamentalidade.

Todavia, a opção dos autores por não usar o teste de Forni e Gambetti (2014) – ainda não dispunham do teste CH – utilizando um teste de condições necessárias, conceitualmente muito mais frágil que os demais, implica a necessidade de empregar os testes mais completos e robustos, não apenas para aferir se a solução de fato era necessária, como também se funcionou de fato.

Assim, foi obtida a base de dados dos próprios autores Blanchard e Perotti no sítio da internet do Professor Olivier Blanchard.[62] Os dados originas de Blanchard e Perotti (2002) são trimestrais, se iniciando no primeiro trimestre de 1947 e terminando no quarto trimestre de 1997. São três variáveis que representam impostos líquidos, gastos do governo e PIB. Também foram usados os *spreads* propostos em Leeper, Walker e Yang (2011) de um e cinco anos, cedidos pelo Professor Todd Walker.

Os dados de impostos líquidos são, conforme definidos em Blanchard e Perotti (2002), a soma de: impostos pessoais e recibos não tributários; recibos de impostos de lucros corporativos; impostos indiretos sobre negócios e acumulados não tributários; contribuições à seguridade social, subtraídos das transferências líquidas de pagamentos a indivíduos e dos juros líquidos pagos pelo governo.[63]

---

[62] Disponível em: https://economics.mit.edu/faculty/blanchar/papers . Foi confirmado com o Prof. Todd Walker o uso desse mesmo conjunto de dados em sua análise.

[63] Referentes a: "*Personal Tax and Nontax Receipts, Corporate Profits Tax Receipts, Indirect Business Tax and Nontax Accruals, and Contributions for Social Insurance, less Net Transfer Payments to Persons and Net Interest Paid by Government*", respectivamente. Tradução nossa. Ver Blanchard e Perotti (2002), pg. 1336.

Os gastos públicos são definidos como a soma das compras de bens e serviços, correntes e de capital.

A fonte é o *Quarterly National Income and Product Accounts*, exceto pelos recibos de impostos sobre lucros de corporações, oriundos do *Quarterly Treasury Bulletin*. [64]

Todos os itens se referem ao governo geral, portanto, contando a soma de estados e municípios, incluindo fundos de pensão públicos. Os dados são em valores reais[65]*per capita* foram dessazonalizados pelo ARIMA X13.[66]

Como os testes se apoiam no Teorema de Wold ou em modelos de fatores comuns, que requerem variáveis covariância estacionárias, foi necessário tirar a primeira diferença das variáveis PIB e impostos líquidos reais *per capita* (logaritmadas, tal como as usadas em BLANCHARD E PEROTTI, 2002). A variável gastos do governo real *per capita* foi considerada estacionária e não foi necessário tirar sua primeira diferença em nenhuma das análises.[67]

A referida variável *spread* foi construída a partir de dois componentes: retornos de títulos municipais isentos de impostos, fornecidos pelo Salomon Brothers (*Analytical Record of Yields* e *Yield Spreads*), para o período entre 1954 e 1994 e, para o período de 1994 em diante, os dados são obtidos dos retornos dos títulos municipais classificados como AAA do *Bloomberg's Municipal Fair Market Bond Index*. O segundo componente é o retorno dos Títulos do Tesouro Norte Americano de maturidade constante de um ano e de cinco anos (títulos sem indexação à inflação), obtidos junto ao *Federal Reserve's Statistical Release on Selected Interest Rates*. Esses valores refletem a média dos valores semanais dentro de cada mês, interpolados da curva de juros (*yield curve*) diária. Tais dados foram fornecidos em periodicidade mensal. Logo, foi tirada a média trimestral dos mesmos, para seu emprego com os dados trimestrais de Blanchard e Perotti.[68]Em função de a variável *spread* poder exibir valores negativos em alguns momentos, não foi tomado o logaritmo da variável antes de diferenciá-la. O mesmo foi feito para todas as variáveis em taxa (quando necessário diferenciar).

---

[64] Referentes a: "*Purchases of Goods and Services*, *both current and capital*", respectivamente. Tradução nossa. Ver Blanchard e Perotti (2002), pg. 1336.

[65] Os dados foram deflacionados por meio do deflator do PIB dos EUA (ver página 1332 de Blanchard e Perotti, 2002).

[66] O texto não menciona de onde obteve o PIB, mas provavelmente da série disponível no banco de dados do *Federal Reserve*.

[67] No apêndice 3 estão reportados os testes de raiz unitária.

[68] Foi reportado o teste CH para essas variáveis em médias mensais, ao invés das variáveis em fim de período. Todavia, foi executado o teste sobre as medidas fim de período e os resultados foram basicamente os mesmos.

Para os EUA são testados três conjuntos de dados. O primeiro inclui apenas as variáveis do modelo original de Blanchard e Perotti. Como Leeper et al. (2011, 2013) propõem seus *spreads* para a solução da não fundamentalidade, foram testados dois outros conjuntos de dados que incluem os mesmos, já que os *spreads* foram fornecidos com duas maturidades, de 1 e 5 anos à frente.[69]

Além disso, é importante ressaltar que para testar a não causalidade e não fundamentalidade, bastam os dados do modelo VAR na forma reduzida, sendo dispensadas as elasticidades estimadas e demais formulações, empregadas na identificação do modelo estrutural.

## 4.2 Dados Básicos do Brasil

No caso do Brasil, o objetivo foi buscar maximizar o uso da amostra, de modo a compensar, ainda que parcialmente, a limitação do tamanho da amostra de dados disponível.[70]

Para definir quais as variáveis a serem testadas no VAR, foi feito um levantamento dos principais trabalhos feitos com VARs fiscais para o Brasil (Quadro 1), brevemente descritos no Capítulo 1. Tal levantamento tornou possível a verificação de quais as variáveis mais frequentemente empregadas em VARs fiscais para o Brasil e qual o número modal de variáveis utilizadas (Tabela 1).

As variáveis usadas com maior recorrência são: PIB (8 artigos); gastos correntes ou primários ou consumo do governo (8 artigos); Receita do governo/carga tributária (7 artigos); Investimentos públicos (4 artigos); Taxas de juros/SELIC (3 artigos); Inflação/IPCA (2 artigos) e Consumo privado/PIB; Salário mínimo real e Relação Dívida/PIB com 1 artigo cada.

Assim, um VAR representativo das variáveis empregadas em VARs fiscais no Brasil deveria incluir: PIB; gastos correntes ou primários do governo; Receita líquida ou carga tributária líquida e investimentos públicos.

---

[69] Empregamos os *spreads* criados por Leeper Walker and Yang (2011), enviados por Todd B. Walker em 05/07/19.

[70] Isso limitou o número de variáveis do grupo de controle. Variáveis cujo período de observações foi menor que o período em que os dados principais estavam disponíveis não foram consideradas.

Foram, portanto, usados os dados fiscais trimestrais calculados por Orair et al. (2016),[71] que consolidaram as finanças públicas e dividiram em investimento, gasto corrente e receita tributária líquida. Além desses, foi usado o PIB real trimestral, calculado pelo IBGE, obtido junto ao sítio do IBGE na internet.[72] Esses dados foram deflacionados pelo deflator do PIB e, em seguida, dessazonalizados por meio do ARIMA X-13.[73] As referidas variáveis iriam do primeiro trimestre de 1996 ao quarto trimestre de 2017, mas a primeira diferença levou à perda da primeira observação, logo o período de análise foi compreendido entre 1996T2 a 2017T4.

Cavalcanti e Silva (2010), contudo, ressaltaram a importância de se introduzir uma variável aparentemente importante para determinar as expectativas acerca da solvência do setor público, portanto, que pode alterar as informações que separam os agentes dos econometristas (que não incluem essa variável), a dívida pública. Sob uma relação dívida/PIB confortável, pode ser que os efeitos de uma expansão fiscal sejam diferentes dos efeitos de uma mesma expansão sob uma relação dívida/PIB elevada.

Infelizmente, foi necessário tirar a primeira diferença da razão Dívida/PIB, em função da necessidade de se ter dados estacionários.

Com isso, no caso do Brasil, são testados dois conjuntos de dados: com e sem a primeira diferença da razão da dívida pública sobre o PIB.

---

[71] Posteriormente atualizados até 2017 pela equipe de Finanças Públicas da Diretoria de Estudos Macroeconômicos do Ipea.
[72] http://www.ibge.gov.br.
[73] Por meio da utilização do pacote "*Seasonal*" do programa R.

QUADRO 1: Variáveis usadas nos principais VARs fiscais para o Brasil:

| Autor(es) | Ano | Variável 1 | Variável 2 | Variável 3 | Variável 4 | Variável 5 | Variável 6 | Variável 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Orair, Siqueira e Gobetti | 2016 | PIB | Gastos em benefícios sociais | Investimentos públicos | Subsídios | Gastos públicos em pessoal | Outras despesas | Despesas totais |
| Peres e Ellery | 2009 | PIB | Gastos correntes (capital e serviços) do governo | | Impostos Líquidos | | | |
| Mendonça et al | 2009 | PIB Real s.a. | Gasto total do governo/PIB (incl. capital) | Selic nominal | Receita do governo/PIB | IPCA | Consumo Privado/PIB | |
| Cavalcanti e Silva | 2010 | PIB (real) | Gastos primários públicos | Ajustes patrimoniais sobre a dívida | Receitas tributárias públicas | Juros reais sobre a dívida | Relação Dívida/PIB | |
| Pires | 2012 | PIB | Consumo do Governo | Investimento público | Carga Tributária Líquida | | | |
| Pires | 2014 | PIB | Consumo do Governo | Investimento público | Carga Tributária Líquida | | | |
| Matheson e Pereira | 2016 | PIB real | Gasto do governo primário real | Receita real do governo | Crédito privado real ao setor privado | Salário Mínimo Real | IPCA | Selic |
| Castelo-Branco, Lima e de Paula | 2017 | PIB | Consumo do governo | FBCF Governo | Carga tributária Líquida | | | |

Fonte: O autor, 2019.

TABELA 1 – Número de Variáveis usadas nos principais VARs fiscais para o Brasil:

| Autor(es) | Ano | Número de Variáveis |
|---|---|---|
| Orair, Siqueira e Gobetti | 2016 | 7 |
| Peres e Ellery | 2009 | 3 |
| Mendonça et al | 2009 | 6 |
| Cavalcanti e Silva | 2010 | 6 |
| Pires | 2012 | 4 |
| Pires | 2014 | 4 |
| Matheson e Pereira | 2016 | 7 |
| Castelo-Branco, Lima e de Paula | 2017 | 4 |
| Moda | | 4 |

Fonte: O autor, 2019

### 4.3 Teste de Sahneh para Não Causalidade Usando os Dados de Blanchard e Perotti

Depois de obtidos os dados, o primeiro passo para se executar o teste de Sahneh (2015) é verificar se os erros são gaussianos. Não é possível verificar a não causalidade em dados gaussianos, conforme observado na seção 3.

Nas palavras de Lanne e Saikkonen (2013): "... faz sentido proceder com modelos não causais apenas se desvios da Gaussianidade forem detectados".[74]Além disso, como completam Nyberg e Saikkonen (2014): "Em autorregressões não causais, a não-Gaussianidade pode, portanto, ser vista como condição necessária de identificação"[75]. Ainda, Lanne e Saikkonen (2014) afirmam: "... distinguir entre causalidade e não causalidade não é possível sob gaussianidade."[76]

Assim, foi ajustado um modelo VAR clássico para os dados e executado um teste de normalidade dos resíduos. Os resultados estão sumariados no Apêndice 1. Em geral, os testes de normalidade rejeitam a normalidade dos erros. Apenas no que se refere à variável (primeira diferença dos) impostos, a rejeição à normalidade é menos significativa. A assimetria da distribuição não difere estatisticamente de zero, nem o teste Jarque-Bera. Todavia, a curtose é estatisticamente nula, quando seria, em caso de normalidade, no valor de 3. Já nas duas demais séries, os resultados são bem mais distantes da normalidade, o que nos leva a concluir que há evidência de que os erros não são gaussianos.

Assim, podemos supor que a distribuição dos erros não é gaussiana, o que permite prosseguir com o teste propriamente dito.

Para cada um dos três conjuntos de dados testado (sem *spread*, com *spread* de títulos de um ano de maturidade e com *spread* de títulos de maturidade de cinco anos), o teste gera três resultados oriundos de distribuições Normais conjuntas. Cada resultado (de cada conjunto de dados) se refere a um tipo de matriz para gerar as estatísticas de teste, associado a um método de estimação. São eles: *Kernels* espectrais Parzen (TP); Daniell (TD) e quadráticos (TQS), descritos no Anexo 5. A hipótese nula é de que o modelo é MD, portanto bem especificado e causal. Abaixo, na Tabela 2 estão os P-valores de diversas *bandwidths* (amplitudes, ou faixas de frequência – única variável sob controle do pesquisador), para os três tipos de janelas *kernel* empregados.

---

[74] Lanne e Saikkonen (2013), página 468, tradução nossa.
[75] Nyberg e Saikkonen (2014), página 537, tradução nossa.
[76] Lanne e Saikkonen (2013), página 448.

São testados três conjuntos de dados. O primeiro inclui apenas as variáveis do modelo original de Blanchard e Perotti. Como Leeper et al. (2011, 2013) propõem seus *spreads* para a solução da não fundamentalidade, foram testados dois outros conjuntos de dados, com os mesmos. Os *spreads* foram fornecidos com duas maturidades, de 1 e 5 anos à frente.

Portanto, o segundo conjunto de dados acrescenta ao conjunto inicial o *spread* de um ano proposto por Leeper et al. (2011, 2013) e o terceiro acrescenta ao primeiro o *spread* de cinco anos.[77]

O menor P-valor (*Kernel* Quadrático) tem valor de 0,441, o maior (Parzen) tem valor de 0,810. Portanto, não se rejeita a hipótese nula de causalidade em cada uma das referidas estatísticas.

Considerando apenas o conjunto original de dados, podemos concluir que o teste de Sahneh não rejeita a hipótese nula de causalidade para o VAR fiscal de Blanchard e Perotti (2002) para os EUA, revelando P-valores maiores que 0,441 para todas as janelas de *kernel* e todas as faixas de frequência (*bandwidths*).[78] O maior P-valor se deu na janela Parzen, com *bandwidth* de 1 e o maior na janela Daniell, com *bandwidth* de 8 (0,572).

Ao inserirmos os *spreads* propostos por Leeper et al. (2011), temos elevação substancial em todos os P-valores, mas, evidentemente, não há mudança qualitativa nos resultados. A hipótese nula de causalidade não é rejeitada em nenhum caso. Todavia, é importante ressaltar que o aumento dos P-valores ao se incluir os *spreads* de um ano de maturidade, não se repete com os de cinco anos de maturidade. É preciso frisar que a comparação do comportamento dos P-valores é meramente descritiva, pois não se tem a distribuição dos P-valores para se avaliar se as alterações dos P-valores em função das mudanças das variáveis medidas são ou não estatisticamente significativas.

Se fosse possível garantir que essas variações nos P-valores são significativas, se poderia sugerir que o seu aumento em decorrência da inclusão do *spread* de um ano indicaria que esses dados agregam informações que elevam a probabilidade de o modelo ser causal, de acordo com o teste. O menor P-valor passou então a ser de 0,695 (Método Daniell, faixa de frequência de 1) e o maior de 0,81, no método Parzen com faixa de frequência de 8.

O *spread* de cinco anos altera os P-valores, mas os reduz, em média, embora aumentando em alguns casos, indicando que esse *spread* não acresce a informação conforme o

---

[77] Os valores dos *spreads* foram enviados diretamente pelo Prof. Todd Walker.

[78] Foram usadas 2 defasagens no modelo VAR ajustado no teste de Sahneh, conforme a estatística Akaike obtida para a estimação do VAR exposta no Apêndice 1. Lanne e Saikkonen (2013, página 468) encontraram melhor desempenho do critério Akaike que dos demais critérios de informação, pois somente o Akaike selecionou modelos com erros não correlacionados serialmente.

esperado. O menor P-valor é de 0,501 (Daniell, faixa de frequência de 1) e o maior de 0,523 (Parzen, faixa de frequência 2).

Portanto, o teste não rejeita a hipótese nula de causalidade para os dados de Blanchard e Perotti. Entretanto, o *spread* de um ano proposto por Leeper et al. (2011) eleva a probabilidade de o modelo ser causal, enquanto o de cinco anos, em média, reduz marginalmente essa probabilidade.

Tabela 2: P-valores do Teste de Sahneh para não causalidade e nível de significância da hipótese nula de causalidade, para dados de Blachard e Perotti (EUA):

| | Sem *Spread* | | | *Spread* de 1 ano | | | *Spread* 5 anos | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Faixas de Frequência | Janela Parzen | Janela Daniell | *Kernel* Quadrático | Janela Parzen | Janela Daniell | *Kernel* Quadrático | Janela Parzen | Janela Daniell | *Kernel* Quadrático |
| 1 | 0,44103 | 0,47858 | 0,44879 | 0,69527 | 0,73244 | 0,70108 | 0,51576 | 0,50068 | 0,50080 |
| 2 | 0,47752 | 0,50674 | 0,48311 | 0,73818 | 0,75990 | 0,73824 | 0,52327 | 0,50412 | 0,50710 |
| 3 | 0,50385 | 0,52956 | 0,51053 | 0,76273 | 0,77810 | 0,76245 | 0,51783 | 0,50557 | 0,50698 |
| 4 | 0,52123 | 0,54426 | 0,52848 | 0,77712 | 0,79001 | 0,77796 | 0,51092 | 0,50641 | 0,50521 |
| 5 | 0,53347 | 0,55377 | 0,54047 | 0,78527 | 0,79703 | 0,78700 | 0,505816 | 0,50762 | 0,50404 |
| 6 | 0,54394 | 0,56131 | 0,55025 | 0,79150 | 0,80236 | 0,79384 | 0,50304 | 0,50938 | 0,50395 |
| 7 | 0,55372 | 0,56798 | 0,55905 | 0,79696 | 0,80690 | 0,79965 | 0,50213 | 0,51208 | 0,50501 |
| 8 | 0,56040 | 0,57236 | 0,56492 | 0,80104 | 0,81015 | 0,80383 | 0,50283 | 0,51486 | 0,50677 |

Fonte: O autor, 2019.

## 4.4 Teste de Sahneh para Não Causalidade para Dados Brasileiros

Também foi executado para o Brasil o teste de normalidade dos resíduos para se verificar se os erros são não Gaussianos. Os resultados estão no Apêndice 2. A hipótese nula de normalidade do teste Jarque-Bera é rejeitada com 5% de significância para três das quatro variáveis, mas não para uma delas, embora seja rejeitada conjuntamente no nível de 1% de significância. Assim, não podemos rejeitar a não gaussianidade dos erros, o que torna válida a tentativa de executar o teste de Sahneh (2015) para esse conjunto de dados.

O teste de Sahneh (2015) incluindo as variáveis típicas dos VARs fiscais brasileiros, já mencionadas, tem seus resultados apresentados na Tabela 3 abaixo. As variáveis são todas em primeira diferença, visto que o teste requer variáveis covariância-estacionárias e todas foram

consideradas I(1) pelos testes de raiz unitária reportados no Apêndice 3 – e nem todos os dados co-integram.[79]

No caso brasileiro o teste também não rejeita a hipótese nula de causalidade.[80] O menor P-valor ocorreu com faixa de frequência (*bandwidth*)4 e a janela Daniell, apresentando valor de 0,847, portanto, confortavelmente não rejeitando a hipótese nula. O maior valor foi de 0,876, com *bandwidth* de 8 e janela Parzen.

Tabela 3: P-valores do Teste de Sahneh para não causalidade e nível de significância da hipótese nula de causalidade – Brasil sem dívida:

| Faixa de Frequência | Parzen | Daniell | *Kernel* Quadrático |
|---|---|---|---|
| 1 | 0,856915307 | 0,853553005 | 0,848145902 |
| 2 | 0,854231034 | 0,85931044 | 0,853509318 |
| 3 | 0,847271492 | 0,864669285 | 0,856719391 |
| 4 | 0,846979594 | 0,868473837 | 0,859878494 |
| 5 | 0,850668381 | 0,871142942 | 0,863297096 |
| 6 | 0,855594446 | 0,873042889 | 0,866584887 |
| 7 | 0,861375145 | 0,8745928 | 0,870002482 |
| 8 | 0,865853618 | 0,875584077 | 0,87167439 |

Fonte: O autor, 2019.

O resultado do teste de causalidade de Sahneh para o conjunto de dados que inclui a primeira diferença da razão dívida/PIB é sumariado na Tabela 4 abaixo. Novamente os resultados não rejeitam a hipótese nula de causalidade.[81]

A adição da variável dívida/PIB, que supostamente traz consigo informações sobre a solvência fiscal no futuro reduz, ainda que em pequena intensidade, a média dos P-valores (de 0,8612 para 0,7653), logo diminui a probabilidade de o modelo ser causal, ainda que o modelo já fosse, com forte probabilidade, apontado como causal e a conclusão não se altere. Com a razão da dívida sobre o PIB, o menor P-valor cai para 0,705 e o maior para 0,844.

O resultado de que a dívida aparentemente reduz a probabilidade de o modelo ser causal permite a desconfiança deque pode ser prejudicial incluir dessa variável em VARs convencionais, com dados do Brasil. Todavia, não estando de posse da distribuição dos P-

[79] Ver teste de cointegração no Apêndice 2.
[80]O número de defasagens empregadas no VAR que é ajustado no teste foi determinado pela estatística Akaike (AIC), no caso, 6 defasagens para os dados sem dívida. Ver Apêndice 2.
[81]O número de defasagens empregadas no VAR que é ajustado no teste foi determinado pela estatística Akaike (AIC), no caso, 5 defasagens para os dados com dívida. Ver Apêndice 2.

valores, não se pode avaliar se essa mudança é significativa. Se fosse, esses resultados induziriam à conclusão de que a inclusão da variável razão dívida/PIB (em primeira diferença) não eleva a quantidade de informações do conjunto de dados de modo a reduzir a probabilidade de não causalidade, gerando o efeito contrário. Assim, de acordo com os resultados do teste de Sahneh, há motivo para se evitar incluir a razão dívida/PIB nos VARs fiscais.

Tabela 4: P-valores do Teste de Sahneh para não causalidade e nível de significância da hipótese nula de causalidade, em função do número de componentes principais– Brasil com Dívida:

| Faixa de Frequência | Parzen | Daniell | *Kernel* Quadrático |
|---|---|---|---|
| 1 | 0,844134439 | 0,812203827 | 0,837500838 |
| 2 | 0,825514106 | 0,786063853 | 0,813605347 |
| 3 | 0,805509909 | 0,764496903 | 0,791512497 |
| 4 | 0,78486381 | 0,74599738 | 0,770854798 |
| 5 | 0,766491839 | 0,731672446 | 0,753679082 |
| 6 | 0,748635817 | 0,719138572 | 0,73775663 |
| 7 | 0,734763408 | 0,710120388 | 0,725766882 |
| 8 | 0,729210953 | 0,705762053 | 0,724137071 |

Fonte: Elaboração Própria.

## 4.5. Teste CH Para O Resultado De Leeper et Al. (2011, 2013)

A realização do teste CH nas variáveis empregadas em Blanchard e Perotti (2002) é um dos objetivos principais deste trabalho, visto que a crítica de Leeper et al. (2011) e Leeper et al. (2013) ao artigo anterior não foi, até o momento, testada por um método mais robusto de avaliação para não fundamentalidade. Assim, naturalmente, foram empregados os mesmos dados descritos no início do capítulo e usados na seção 4.3, obtidos no sítio de Olivier Blanchard, incluindo, naturalmente, os *spreads* criados por Leeper et al. (2011), conforme descritos na seção 4.1.

Como já mencionado, e em semelhança com o teste de Forni e Gambetti, o teste CH apenas faz o teste na forma reduzida do modelo, portanto, não são necessárias as formulações e estimações adicionais consideradas para a identificação do modelo estrutural.

Para executar o teste, se empregam as estimativas de componentes principais, obtidos por meio do uso de um modelo de fatores comuns sobre um segundo conjunto de dados. Seu objetivo é aumentar a quantidade de informações, de modo a se testar a dependência das "defasagens" futuras (*leads*) das informações desse segundo conjunto de dados com relação aos resíduos do VAR a ser testado, estimado com as variáveis principais.

O Teste CH requer variáveis estacionárias, portanto foi necessário tirar a primeira diferença de algumas das variáveis, mais especificamente as variáveis PIB e impostos líquidos reais per capita (logaritmadas, exatamente tal como as usadas em BLANCHARD E PEROTTI,

2002). A variável gasto do governo, por ser estacionária[82], foi deixada em nível, dispensando, com isso, o teste de cointegração.

O conjunto de dados também inclui a primeira diferença do logaritmo neperiano de: Índice de Preços Industriais ao Produtor para *commodities* e materiais brutos; Reservas Bancárias Ajustadas de mantidas pelo FED; Investimento Fixo Privado Real não Residencial; Consumo Privado Doméstico dos EUA; Índice Dow Jones de ações e população do país, além da primeira diferença (sem logaritmo) dos saldos comerciais dos EUA com o resto do mundo.[83,84]Adicionalmente, são usadas a primeira diferença do logaritmo neperiano do valor real de mercado da dívida bruta do governo federal norte americano;[85] a primeira diferença do logaritmo neperiano do Índice de Preços ao consumidor dos EUA[86] e a primeira diferença do log dos preços do petróleo *West Texas Intermediate*, sazonalmente ajustado pelo ARIMA-X13.[87]

Além disso, são tomadas a primeira diferença do logaritmo da taxa de câmbio do dólar norte americano contra o yuan chinês e a libra britânica, previamente deflacionados pelo deflator do PIB dos EUA, todos obtidos junto ao FRED. Pelo fato de serem estacionárias, também foram incluídas as taxas de câmbio em nível, deflacionadas, do dólar norte americano contra o dólar australiano, o dólar canadense e o iene. Também foi construído um índice de moedas europeias que vieram a formar o euro (e que tinham cotação alinhada pela "Serpente Europeia"): franco francês, marco alemão, lira italiana e pesetas espanholas, todos deflacionados pelo deflator do PIB dos EUA, não dessazonalizados.

Esse índice ingênuo tem peso de 25% para cada moeda supracitada e dele foi necessária a tomada da primeira diferença do log, para que se tornasse uma variável estacionária. A primeira diferença do log do índice também foi incluída no conjunto de variáveis do "grupo de controle". Adicionalmente, foram incluídas as taxas básicas de juros de curto prazo dos bancos centrais da Alemanha e Holanda, bem como a primeira diferença dessas taxas no Reino Unido e França.

---

[82] Ver Apêndice 3 para estatísticas dos testes de raiz unitária ADF e Phillips-Perron.
[83] Foi tentada a inclusão de mais variáveis, todavia, a ocorrência de multicolinearidade limitou essa tentativa ao conjunto de variáveis descrito.
[84] Referentes às variáveis do sítio do FRED: "*Producer Price Index by Commodity for Stage of Processing: Crude Materials*; *Total Reserve Balances Maintained with Federal Reserve Banks; Private Nonresidential Fixed Investment; Inflation: Consumer Price Index: All Items; Dow Jones Industrial Average*, respectivamente.
[85] Obtida junto ao FRED, referente à série: *Real Market Value of Gross Federal Debt*, sazonalmente ajustado pelo ARIMA X-13.
[86] Referente à série disponível no FRED: "*Consumer Price Index for All Urban Consumers: All Items, Index 1982-1984=100, Quarterly, Seasonally Adjusted*".
[87] Referente à série: "*Spot Crude Oil Price: West Texas Intermediate (WTI), Dollars per Barrel, Quarterly, Not Seasonally Adjusted*", oriunda do FRED.

Todos os dados, à parte o Dow Jones e as taxas de juros, foram obtidos no sítio do FRED e estão em *valores per capita*, com exceção dos índices de ações e de preços. O Dow Jones e juros foram obtidos junto ao Ipeadata.[88,89]

No que tange esse segundo conjunto de variáveis, uma das mais relevantes é justamente a proposta por Leeper et al. (2013): o *spread* entre os retornos dos títulos estaduais e municipais em relação aos títulos federais, pois essa diferença entre os *spreads* refletiria diferenças na valoração dos títulos que revelam as expectativas formadas após o anúncio – não observáveis ao econometrista – de informações fiscais. Esses *spreads* entram no conjunto auxiliar no caso da avaliação do conjunto de dados principal que não contém o *spread*, em duas formulações distintas: uma com o *spread* de maturidade de um ano, outra com o *spread* de maturidade de cinco anos.

Assim, foi executado o teste CH com as variáveis originais de Blanchard e Perotti nos dados principais e os dados das 20 variáveis supracitadas no segundo conjunto auxiliar de dados (foram feitos testes com e sem o *spread* proposto por Leeper no segundo conjunto de dados, que pode ser chamado de grupo controle), entre o terceiro trimestre de 1960 e o quarto trimestre de 1997.[90]

O teste gera os P-valores para todos os números de componentes principais possíveis no grupo controle. Optou-se por mostrar uma grade com os diversos números de componentes principais ao invés de se buscar alguma forma de obter um número ótimo de componentes principais por dois motivos. O primeiro é não se trata de um modelo de estimação, logo, não é prioridade obter os coeficientes mais precisos, mas sim procurar a existência de alguma correlação. E a eliminação de algumas combinações de componentes principais pode dificultar essa busca. A segunda razão é a busca de maior transparência nos resultados, que podem ou não se reforçar mutuamente, o que funciona como um teste de sensibilidade.

Assim, a primeira coluna (A) da Tabela 5 regista os P-valores para os resultados de se empregar o VAR de três variáveis com os dados de Blanchard e Perotti (2002) no VAR principal e as 19 variáveis adicionais no segundo grupo, sem o *spread* proposto por Leeper et al. (2013) em nenhum dos conjuntos. A segunda coluna (B) registra os P-Valores para o mesmo

---

[88] Os dados do Reino Unido se referem à taxa de juros do Eurodólar de Londres, oriundas do IFS/FMI, obtidas no Ipeadata.
[89] Acessível em: www.ipeadata.gov.br.
[90] Os dados de PIB e de gastos públicos empregados por Blanchard e Perotti (2002) começam no primeiro trimestre de 1947, mas os de tributação, apenas no primeiro trimestre de 1960. Em função da primeira diferença e da disponibilidade de dados do grupo de controle, optou-se por se iniciar os dados no terceiro trimestre de 1960.

VAR de três variáveis, mas inclui a variável *spread* de 1 ano de maturidade do conjunto auxiliar (de controle). A terceira (C), inclui no var o *spread* de maturidade de 5 anos no conjunto auxiliar.

Incluir o *spread*, que supostamente contêm informações necessárias para o VAR se tornar fundamental no conjunto controle pode acrescentar a esse conjunto de dados a informação relevante para elevar a chance de rejeição da hipótese nula. Esse experimento contribui marginalmente para se aferir se o acréscimo de informação que o *spread* confere aos dados auxiliares contribui (ou não) para a rejeição da hipótese nula de fundamentalidade. Em caso de haver contribuição, isto é, de redução do P-valor, isso é evidência fraca de que tal *spread* tem alguma informação relevante adicional que falta ao modelo, e aos dados auxiliares, ainda que não se tenha informação acerca da distribuição dos P-valores, logo, não seja possível verificar se sua variação foi ou não estatisticamente significativa.

Mas a formulação mais relevante para verificar se o *spread* realmente acresce informação suficiente ao modelo, é por meio da inclusão da referida variável no VAR principal – o mesmo tipo de exercício feito por Leeper et al. (2011, 2013), mas com seu teste de condições necessárias–, que passa então a conter quatro variáveis. Caso o *spread* inclua a informação suficiente para que o VAR se torne fundamental, teoricamente, essa inclusão deve fazer com que os P-valores se elevem a ponto de tornar o modelo fundamental (ou, ao menos, a ponto de reduzir a probabilidade de o modelo ser não fundamental).Os resultados desse segundo exercício estão reportados nas colunas (D) e (E), na Tabela 5 abaixo.[91]

Como se pode observar na primeira coluna (A), o teste rejeita a hipótese de fundamentalidade, quando o se considera o nível de significância de 10% para todos os números de componentes principais. Exceto pela hipótese de ocorrência de 3 componentes principais, o teste rejeita a hipótese nula de fundamentalidade no nível de 5% para todos os demais números de componentes principais. Em 16de 20 possibilidades, o teste rejeita no nível de significância de 1%.[92]

---

[91] O menor número de graus de liberdade do Teste na Tabela 5 é de 48 G.L., e esse decresce com o aumento do número de componentes principais. As defasagens do modelo de teste são determinadas da seguinte maneira: a defasagem do VAR, equivalente à equação (65) advém do critério de informação Akaike, como reportado nas tabelas 9, no Apêndice 2. A defasagem dos fatores é pré-determinada no código do teste em 4 defasagens, e o mesmo não incluiu as defasagens dos resíduos, apenas os *leads*. Nesse teste, foram usados 2 *leads* dos resíduos do VAR, visto que o uso de mais *leads* pode comprometer demais o número de graus de liberdade. Mas é feito um teste de robustez variando-se o número de *leads*, no Apêndice 5.

[92] É natural que o teste perca potência e confiabilidade na medida em que se eleva o número de fatores comuns/componentes principais, em função do aumento do número de parâmetros a estimar. Além disso, os testes também tendem a se confrontar com um conjunto menor de informações quando o número de fatores/componentes é muito baixo, favorecendo a chance de aparecimento do Erro Tipo II. Assim, é razoável concentrar as atenções nas faixas que vão de 3 a 6 fatores/componentes.

Ao se aplicar o *spread* de um ano de maturidade proposto por Leeper et al. (2011) do grupo de controle, há uma pequena variação nos P-valores, como se pode observar na segunda coluna (B), exceto no caso de se considerar apenas um componente principal, o que levaria à aceitação da hipótese nula de fundamentalidade. Todavia, em geral, a adoção do *spread* no grupo de controle reduz marginalmente alguns P-valores e eleva outros, mas ambos os *spreads* levam à elevação dos P-valores, em média. A soma dos P-valores, quando expurgado o uso de apenas um componente principal se reduz levemente quando se emprega os *spreads*. A inclusão do *spread* de 5 anos, no lugar do de um ano, (Coluna C), aumenta o P-valor do caso de se escolher somente um componente principal, mas reduz, em geral, os demais P-valores em relação ao *spread* de um ano, dependendo do número de componentes principais. Quando se compara a soma de todos os P-valores por formulação, o resultado é de aumento nos P-valores, isto é, a inclusão do *spread*, seja de um ou de cinco anos, no grupo de controle reduz, ainda que minimamente, a probabilidade de rejeição da hipótese nula de fundamentalidade, o mesmo valendo para a média dos P-valores. Esse resultado é evidência bastante fraca de que o *spread* não acrescentou informação ao grupo de controle a ponto de alterar o diagnóstico do teste. Naturalmente que essa análise é fortemente limitada pelo fato de não se pode fazer inferências estatísticas acerca dos P-valores, cuja distribuição é desconhecida.

A quarta coluna mostra (D) o resultado do teste ao se acrescentar o *spread* de maturidade de 1 ano no VAR principal, naturalmente deduzindo esses *spreads* do grupo controle. A variável que supostamente traria a informação faltante elevou drasticamente o P-valor para um componente principal, e, em média, aumentou a maioria dos demais P-valores – em comparação com a coluna (A), mas não o suficiente para rejeitar a não fundamentalidade. Em apenas dois números de componentes principais (um componente e quatro componentes) a hipótese nula é rejeitada no nível de 10% de significância e em apenas três (também no caso de haver três componentes principais) há a rejeição no nível de 5% de significância. Assim, o *spread* de um ano de maturidade aparentemente acresce alguma informação ao modelo, mas é incapaz de levar à aceitação da hipótese nula de fundamentalidade, que é rejeitada no nível de 1% de significância, em 12 montantes de componentes principais. A coluna (E) contém os P-valores decorrentes da inclusão do *spread* de maturidade de cinco anos. No caso de apenas um componente principal, ele eleva ainda mais o P-valor, mas reduz drasticamente em todos os demais números de componentes principais (em relação ao *spread* de um ano), levando à rejeição da hipótese nula em todos eles, no nível de 5% de significância, e em dezoito casos, no nível de 1%.

Assim, o Teste CH corrobora os achados de Leeper et al. (2011) de que o modelo proposto por Blanchard e Perotti (2002) padece de não fundamentalidade, mas rejeita fortemente a hipótese de que a variável que empregaram para resolver a não fundamentalidade seja capaz de fazê-lo. De fato, aparentemente o *spread* de um ano de maturidade conseguiu acrescentar alguma informação relevante ao VAR, mas não o suficiente para rejeitar a hipótese nula de fundamentalidade. O *spread* de cinco anos acabou reduzindo a probabilidade de o modelo ser fundamental, surtindo efeito contrário ao esperado.

Importante notar que a rotina do Teste CH fixa em quatro o número de defasagens dos fatores da Equação (66), mas permite a modificação dos *leads* dos resíduos na mesma equação. Um teste de robustez que consiste na variação do número de *leads* é feito (para os conjuntos de modelo e dados do Brasil e dos EUA) no Apêndice 5. Os resultados não se alteram decisivamente. As defasagens do VAR seguem o critério Akaike, como já mencionado. [93]

[93] Também foram feitos testes de robustez também quanto à composição das variáveis do conjunto auxiliar de dados. Foram retiradas diversas variáveis e diversos conjuntos de variáveis. O teste foi robusto a essa retirada para dados dos EUA e do Brasil, exceto quando retirada mais da metade das variáveis desse conjunto.

Tabela 5: Resultados do Teste CH para variáveis do modelo de Blanchard e Perotti (1992), entre o 2º trimestre de 1962 e o 4º trimestre de 1997. P-valores do Teste-F para a hipótese nula de fundamentalidade em função dos referidos números de componentes principais (teste para dois períodos à frente):

| Número de Componentes Principais | P- valores (sem *spread* nos dois conjuntos) (A) | P-Valores (com *spread* de 1 ano no grupo controle) (B) | P-Valores (com *spread* de 5 anos no grupo controle) (C) | P-Valores com *spread* de 1 ano no VAR principal (D) | P-Valores com *spread* de 5 anos no VAR principal (E) |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,003314112 | 0,285612800 | 0,492231600 | 0,742547800 | 0,956074800 |
| 2 | 0,005935725 | 0,010718570 | 0,002738087 | 0,032589230 | 0,001834909 |
| 3 | 0,050978710 | 0,005759913 | 0,003963514 | 0,050395940 | 0,001583760 |
| 4 | 0,030459890 | 0,036157350 | 0,022284840 | 0,102866200 | 0,009510506 |
| 5 | 0,014554160 | 0,022086660 | 0,016761740 | 0,023013450 | 0,007246542 |
| 6 | 0,004176823 | 0,011199580 | 0,003312514 | 0,006407723 | 0,003685173 |
| 7 | 0,005014976 | 0,004868068 | 0,002005965 | 0,006569689 | 0,002888861 |
| 8 | 0,005024838 | 0,003636305 | 0,001865807 | 0,007043538 | 0,005836547 |
| 9 | 0,007180994 | 0,002336433 | 0,001698050 | 0,011267620 | 0,004689783 |
| 10 | 0,000485219 | 0,006462261 | 0,003575301 | 0,009238619 | 0,011656500 |
| 11 | 0,002798632 | 0,000238308 | 0,000033247 | 0,000132496 | 0,000038911 |
| 12 | 0,000548808 | 0,002102259 | 0,000536136 | 0,000361104 | 0,000205223 |
| 13 | 0,006000434 | 0,000583368 | 0,000167250 | 0,000893104 | 0,000215645 |
| 14 | 0,000106917 | 0,004159869 | 0,002428996 | 0,014929670 | 0,002223221 |
| 15 | 0,000000006 | 0,000050606 | 0,000105166 | 0,001364990 | 0,000020605 |
| 16 | 0,000000000 | 0,000000089 | 0,000000023 | 0,000000080 | 0,000000000 |
| 17 | 0,000000000 | 0,000000000 | 0,000000007 | 0,000000004 | 0,000000000 |
| 18 | 0,000000000 | 0,000000000 | 0,000000000 | 0,000000000 | 0,000000000 |
| 19 | 0,00000000 | 0,000000000 | 0,000000000 | 0,000000000 | 0,000000000 |
| 20 | - | 0,000000000 | 0,000000000 | 0,000000000 | 0,000000000 |

Fonte: O autor, 2019.

## 4.6. Teste CH para VARs Fiscais No Brasil.

Naturalmente, o teste CH para as variáveis brasileiras emprega os mesmos conjuntos de dados da seção 4.4. Assim, são preservados os dois conjuntos de variáveis para testes apresentados na referida seção: o primeiro sem a razão dívida pública/PIB (em primeira diferença), e o segundo incluindo a mesma.

Todavia, como todos os dados supracitados apresentaram raiz unitária (Apêndice 3) quando medidos pelos testes ADF e Phillips-Perron, foi tomada a primeira diferença das variáveis, pois os testes exigem dados estacionários. No Apêndice 2 estão reportados o teste de Cointegração, que não identifica cointegração para as variáveis do modelo a ser testado, e os testes de raiz unitária.

Assim como na seção anterior (4.5), é preciso incluir um conjunto adicional de dados para construir fatores comuns a acrescer as informações sobre os VARs originais. Logo, foram incluídas variáveis que, espera-se, são capazes de captar expectativas acerca dos desenvolvimentos fiscais brasileiros, supostamente sensíveis à variação das expectativas acerca de receitas e gastos públicos brasileiros, bem como de sumariar os fatores que impactam as variáveis do VAR.

Para tal foram selecionados: taxa de juros SELIC-Over; Risco-Brasil EMBI+; média do câmbio efetivo real (exportações e importações); o Índice Ibovespa; o VIX[94]; e as primeiras diferenças dos logaritmos dos preços das *commodities*: carne; café; petróleo; soja e aço e ferro, no mercado internacional. Também são usados a primeira diferença do Índice Dow Jones e da LIBOR e do logaritmo natural do índice de preços ao consumidor dos EUA. Os dados foram obtidos no sitio do Ipeadata, exceto pelo VIX, que foi obtido no sitio do CBOE e pelos preços internacionais, LIBOR e a inflação dos EUA, oriundos do FRED.[95] Os dados são trimestrais de

---

[94] Índice de volatilidade dos mercados internacionais, medido pelo CBOE (Chicago Board Options Exchange).

[95] As variáveis que coincidem com a descrição do conjunto de variáveis de controle dos EUA são as mesmas. As variáveis de preços internacionais são: *Crude Oil West Texas Intermediate (US$); Producer Price Index by Commodity for Metals and Metal Products: Iron and Steel, Index 1982=100; 3-Month London Interbank Offered Rate (LIBOR), based on U.S. Dollar, Percent; Global price of Beef, U.S. Cents per Pound; Producer Price Index by Commodity for Farm Products: Soybeans, Index 1982=100; Producer Price Index by Commodity for Processed Foods and Feeds: Coffee (Whole Bean, Ground, and Instant), Index 1982=100; Global price of Beef, U.S. Cents per Pound, Quarterly - US East Ports* (os valores a partir do terceiro trimestre de 2017 foram estimados com base na variação dos preços de importação de carne pelos EUA, oriundas da Nova Zealandia e Austrália - *Beef Prices US$/Kg USDA- US East Ports*. Esses preços têm coeficiente de correlação de 0,988274 com a série anterior). Todas as variáveis são sazonalmente ajustadas pelo ARIMA X-13, pelo autor ou no próprio dado original do FRED, exceto câmbio e índices de bolsa de valores.

começam no segundo trimestre de 1996 e terminam no quarto trimestre de 2017.Como na seção anterior, todas as variáveis empregadas no teste são estacionárias.

Antes de comentar os resultados, é importante notar que a quantidade de componentes principais empregada, que pode ser escolhida com base em critérios de informação ou outro processo mais sofisticado de escolha, não tem, aqui, a mesma importância em que em trabalhos que busquem fazer estimativas precisas dos efeitos desses fatores. Aqui se busca alguma correlação entre as variáveis do VAR e alguma informação integrante do conjunto de variáveis auxiliares. Não é importante fazer uma estimativa precisa dessa informação, apenas captar as correlações. Com isso, não foi dada tanta atenção à seleção do número de componentes principais.

Os resultados do teste CH são sumariados na Tabela 6, abaixo, e são testadas as variáveis principais empregadas em VAR fiscal, tal como na seção 4.4.[96] Em função da importância da dívida pública e da importância teórica que sua razão em relação ao PIB carrega sobre a sustentabilidade das contas públicas, foi considerado importante testar se essa variável acresce às variáveis típicas de VARs fiscais para o Brasil informação relevante, tendo sido feito teste similar ao empregado para o *spread* na seção anterior para os EUA.[97]

Os resultados da primeira coluna (A) apontam que apenas no caso de se selecionar um único componente principal é possível rejeitar a hipótese nula de não fundamentalidade. Com dois componentes principais já se rejeita a não fundamentalidade no nível de 10% de significância. Todos os demais números de componentes principais rejeitam a hipótese nula no nível de 5% de significância. Isso leva a crer que o VAR fiscal "representativo" para o Brasil padece de não fundamentalidade, para a amostra e períodos selecionados. A segunda coluna (B) mostra os resultados quando se retira a variável primeira diferença do logaritmo neperiano da razão dívida/PIB do grupo de controle. Não há diferenças entre os P-valores, como reportado na terceira coluna (C). A quarta coluna mostra os P-valores para o teste com a dívida incluída no VAR principal. De forma um tanto surpreendente, a inclusão dessa variável leva a uma redução dos P-valores, elevando a probabilidade de rejeição da hipótese nula de fundamentalidade no modelo, corroborando parcialmente os resultados do Teste de Sahneh,

---

[96] O menor número de graus de liberdade do Teste CH da Tabela 6 é 27, e esse decresce com o número de componentes principais. A defasagem do VAR (equação 65) foi determinada pelo critério Akaike: sem a razão dívida/PIB em primeira diferença são 6 defasagens e com, são 5. Ver tabelas 14 e 17 no Apêndice 2.

[97] Foi testada a inclusão da variável "expectativas de inflação" calculada por meio da pesquisa Focus, do BCB. Todavia, a amostra foi reduzida, pois a referida pesquisa só tem dados a partir do quarto trimestre de 2001. A inclusão dessas expectativas, contudo, piorou os P-valores, ao contrário do esperado ao se incluir informação relevante. Possivelmente, os problemas de não linearidade são mais relevantes que os de insuficiência de informação, como sugere a combinação dos testes de não causalidade e não fundamentalidade supracitados. Resultados no Apêndice 4.

que sugerem ser prejudicial a inclusão da razão Dívida/PIB nos VARs fiscais brasileiros para o período e amostra em questão. Mas, aparentemente, ou a razão dívida/PIB não acrescenta informação. Naturalmente, essa hipótese não pode ser aferida em função de não se ter uma distribuição dos P-valores, para verificar se a diferença é estatisticamente significativa.

Tabela 6: Resultados do Teste CH para variáveis mais empregadas em VARs fiscais no Brasil. P-valores do Teste-F para a hipótese nula de fundamentalidade em função dos referidos números de componentes principais para dois períodos a frente:

| Número de Componentes Principais | P-Valor (sem dívida, com dívida no grupo de controle) (A) | P- valor (sem dívida no grupo controle) (B) | Diferença das colunas anteriores (C = A – B) | P-Valor com dívida no VAR principal (D) | Diferença das colunas anteriores (E = A – D) |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,2364 | 0,2364 | 0,0000 | 0,0014 | 0,2350 |
| 2 | 0,0836 | 0,0836 | 0,0000 | 0,0005 | 0,0830 |
| 3 | 0,0285 | 0,0285 | 0,0000 | 0,0015 | 0,0270 |
| 4 | 0,0154 | 0,0154 | 0,0000 | 0,0007 | 0,0146 |
| 5 | 0,0227 | 0,0227 | 0,0000 | 0,0002 | 0,0224 |
| 6 | 0,0432 | 0,0432 | 0,0000 | 0,0042 | 0,0390 |
| 7 | 0,0620 | 0,0620 | 0,0000 | 0,0046 | 0,0573 |
| 8 | 0,0277 | 0,0277 | 0,0000 | 0,0070 | 0,0208 |
| 9 | 0,0407 | 0,0407 | 0,0000 | 0,0006 | 0,0401 |

Fonte: O autor, 2019.

Assim, de acordo com os resultados do Teste CH, é recomendável cautela no uso dessa variável diretamente em VARs fiscais brasileiros em amostra semelhante.

O fato é que a evidência de ocorrência de não fundamentalidade põe em dúvida os multiplicadores fiscais e demais resultados estimados pela literatura de VARs fiscais tanto para o Brasil quanto para os EUA.[98] Dada a natureza do problema da não fundamentalidade, pode-se gerar vieses de qualquer intensidade e direção, o que implica que os resultados se tornam duvidosos, ainda que não necessariamente incorretos, já que esses vieses podem ser pequenos, como sugerido por Beaudry et al. (2019).

No Apêndice 4 está relatada uma nova tentativa de resolver o problema da não fundamentalidade no conjunto de informação do VAR fiscal representativo brasileiro, por meio da inclusão das expectativas de inflação, em um horizonte de 12 meses, fornecido pela pesquisa

[98] Naturalmente, é necessário testar para cada amostra e formulação, individualmente.

FOCUS[99]. Foi usado apenas o Teste CH, pois a amostra que permite a inclusão dessa variável é ainda menor que a descrita acima, esse teste se revelou mais parcimonioso que o Teste de Forni e Gambetti. Todavia, a inclusão da variável não resolveu o problema, elevando a probabilidade de ocorrência de não fundamentalidade. Assim, a inclusão das variáveis razão da dívida pública/PIB (em primeira diferença) e das expectativas de inflação foi incapaz de acrescer a informação relevante para resolver o problema da não fundamentalidade nesse contexto.

### 4.7. Teste de Forni e Gambetti para o modelo e dados de Blanchard e Perotti (2002)

Ainda que Forni, Gambetti e Sala (2018) argumentem que assintoticamente o teste de Forni e Gambetti (2014) e o Teste CH tenham as mesmas propriedades, os fatos mostram que, em pequenas amostras, pode haver divergências entre os dois testes de não fundamentalidade.

Assim, procedeu-se a realizar o teste de Forni e Gambetti (2014) para os mesmos dados da seção 4.5. Os resultados estão na Tabela 7 abaixo.[100]

Em geral, os P-valores são mais elevados que os equivalentes do teste CH. Entretanto, na vasta maioria dos montantes de componentes principais, os resultados rejeitam a hipótese nula de fundamentalidade de forma bastante significativa, tal qual aconteceu com o teste CH. Apenas para um número pequeno de fatores comuns o teste parece não rejeitar a hipótese nula de fundamentalidade. Na medida em que um maior volume de informações ortogonais é incluído, o teste se torna quase que monotonicamente mais significativo, rejeitando a fundamentalidade. Assim como ocorreu no Teste CH, ao incluir o *spread* de um ano no conjunto auxiliar de dados, a soma dos P-valores aumentou, o mesmo ocorrendo, só que em intensidade diferente, com o *spread* de 5 anos.

Contudo, o mais importante é que ao adicionar o *spread* de um ano de maturidade ao conjunto de dados principal – o VAR sob júdice –, os P-valores ficaram ou estáticos ou caíram, rejeitando mais fortemente a hipótese nula de fundamentalidade que antes, exceto quando se considera apenas um fator comum. Isso é condizente com a hipótese de que essa variável não

---

[99] O autor agradece a Estêvão Kopschitz Xavier Bastos pela disponibilização desses dados.

[100] O teste selecionou, automaticamente, com base no critério de informação Akaike, uma defasagem da equação de teste (64), para todas as configurações (com e sem *spread*). É selecionado o mesmo número de defasagens para os fatores que para as variáveis defasadas do conjunto principal de dados. O menor número de graus de liberdade do Teste CH nessa tabela é 104, e esse é decrescente no número de componentes principais.

acrescenta informações relevantes ao modelo, e que não são suficientes para eliminar a não fundamentalidade. Todavia, essa é uma contradição com os dois testes anteriores, que apresentaram crescimento dos P-valores quando acrescentada a variável.

Ao acrescer o *spread* de 5 anos de maturidade ao VAR principal, os P-valores também caíram (quando se desconsidera a primeira linha, de um fator comum). Assim, os *spreads*, segundo o teste de Forni e Gambetti (2014), não apenas não tornaram o modelo fundamental, como pioraram as chances de aceitação da fundamentalidade, exceto que se tenha razão muito forte para crer que se deva usar apenas um ou dois fatores comuns, o que não parece razoável, visto que o teste busca alguma correlação entre as variáveis sob júdice com o conjunto de variáveis auxiliares.

Tabela 7: Resultados do Teste Forni e Gambetti (2014) para variáveis do modelo de Blanchard e Perotti (1992), entre o 2º trimestre de 1962 e o 4º trimestre de 1997. P-valores do Teste-F para a hipótese nula de fundamentalidade em função dos referidos números de componentes principais (para dois períodos à frente):

| Número de Componentes Principais | P- valores (sem *spread* nos dois conjuntos) (A) | P-Valores (com *spread* de 1 ano no grupo controle) (B) | P-Valores (com *spread* de 5 anos no grupo controle) (C) | P-Valores com *spread* de 1 ano no VAR principal (D) | P-Valores com *spread* de 5 anos no VAR principal (E) |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,3600 | 0,2540 | 0,5200 | 0,4140 | 0,7100 |
| 2 | 0,0040 | 0,2080 | 0,3860 | 0,0040 | 0,0040 |
| 3 | 0,0140 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0040 | 0,0020 |
| 4 | 0,0920 | 0,0040 | 0,0060 | 0,0060 | 0,0100 |
| 5 | 0,0420 | 0,0120 | 0,0200 | 0,0040 | 0,0020 |
| 6 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0020 | 0,0000 | 0,0000 |
| 7 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| 8 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0020 |
| 9 | 0,0020 | 0,0000 | 0,0020 | 0,0020 | 0,0000 |
| 10 | 0,0040 | 0,0020 | 0,0040 | 0,0020 | 0,0000 |

Fonte: O autor, 2019.

## 4.8. Teste Forni e Gambetti para VARs Fiscais no Brasil

Ao se desempenhar o teste de Forni e Gambetti (2014) para o Brasil, com os mesmos dados da seção 4.6 que se revelaram diferenças significativas entre o teste CH e o teste de Forni e Gambetti, como mostra a Tabela 8. Importante notar que o teste ora empregado usa as mesmas defasagens para os fatores que para as variáveis do grupo principal da equação (64).A escolha se deu automaticamente com base no critério Akaike.[101]

Ainda que se rejeite a hipótese nula de fundamentalidade em diversos números de fatores comuns (o que pode ser considerado suficiente para a rejeição da hipótese nula de fundamentalidade), em diversos montantes de fatores comuns a hipótese nula não é rejeitada. Isso contrasta com o Teste CH, que corroborou a hipótese nula apenas no caso de um fator comum e no caso de quatro componentes principais, quando usando o *spread* de um ano, considerando o nível de significância de 10%.

Voltando ao teste de Forni e Gambetti, no teste sem dívida, com seis quantidades de componentes principais se rejeitou a hipótese nula sob o nível de significância de 1%. Ao se acrescentar a (variação da) dívida pública no conjunto auxiliar, apenas se rejeita a hipótese nula no nível de 5% de significância.

Ao se inserir a dívida no VAR principal – e retirá-la do grupo controle –, os P-valores caíram em relação ao caso anterior em que estava no conjunto auxiliar, em alguns números de fatores, mas se elevou bastante para 5 e 9 componentes principais. Todavia, nesse caso, é possível rejeitar a hipótese nula considerando 1% de significância em quatro montantes de componentes principais. [102]

Em geral, o teste de Forni e Gambetti rejeita a hipótese nula de fundamentalidade, mas com menos significância que o teste CH para variáveis brasileiras, o que é reforçado ao se inserir a variação da razão dívida/PIB no grupo de controle. Na soma dos P-valores, incluir a dívida/PIB no VAR principal aumentou um pouco o total, mas não o suficiente para evitar a rejeição da hipótese nula.

---

[101] Foi selecionada uma defasagem de 4 períodos para conjunto de dados e modelo para o Brasil com dívida e sem dívida.

[102] O modelo escolheu automaticamente, por meio da variável Akaike o número de 4 defasagens. O Teste CH executado empregou 6 defasagens, também como sugerido pela mesma variável Akaike, porém no contexto de uma estimação VAR, necessária para se gerar os resíduos que são testados contra o conjunto de variáveis secundárias.

A verificação dos P-valores mais elevados e voláteis quando se inclui a dívida no conjunto auxiliar (e não no principal) ressalta uma diferença em relação ao Teste CH: a dívida/PIB está relacionada ao déficit público/PIB (ambos em primeira diferença) e acresce pouca informação ao grupo principal, mas aparentemente eleva a probabilidade de Erro Tipo II, ao contrário do que foi sugerido por Canova e Sahneh.[103] Nesse aspecto específico, o Teste CH parece mais adequado para fazer essa comparação, por tratar do erro/resíduo/choque do VAR, não da causalidade direta entre as variáveis possivelmente correlatas.

Tabela 8: Resultados do Teste Forni e Gambetti (2014) para variáveis mais empregadas em VARs fiscais no Brasil. P-valores do Teste-F, para os referidos números de componentes principais (período entre o 4º trimestre de 2001 e o 4º trimestre de 2017), com hipótese nula de fundamentalidade:

| Número de Componentes Principais | P-Valor (sem dívida, com dívida no grupo de controle) (A) | P- valor (sem dívida no grupo controle) (B) | Diferença das colunas anteriores (C = A – B) | P-Valor com dívida no VAR principal (D) | Diferença das colunas anteriores (E = A – D) |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,3700 | 0,9360 | -0,56600 | 0,3180 | 0,0520 |
| 2 | 0,6860 | 0,9300 | -0,24400 | 0,3000 | 0,3860 |
| 3 | 0,7080 | 0,0360 | 0,67200 | 0,0100 | 0,6980 |
| 4 | 0,0000 | 0,0340 | -0,03400 | 0,0000 | 0,0000 |
| 5 | 0,0000 | 0,0300 | -0,03000 | 0,8520 | -0,8520 |
| 6 | 0,4080 | 0,2680 | 0,14000 | 0,0020 | 0,4060 |
| 7 | 0,0000 | 0,8180 | -0,81800 | 0,1200 | -0,1200 |
| 8 | 0,0080 | 0,1280 | -0,12000 | 0,0000 | 0,0080 |
| 9 | 0,0020 | 0,6140 | -0,61200 | 0,9620 | -0,9600 |
| 10 | 0,3540 | 0,9140 | -0,56000 | 0,4480 | -0,0940 |

Fonte: O autor, 2019.

Importante notar que o teste de Forni e Gambetti (2014) é bem menos parcimonioso que o Teste CH para o modelo brasileiro. [104]O Teste de Forni e Gambetti com a razão dívida pública/PIB tem 12 G.L. (graus de liberdade) e 10 componentes principais (o menor valor de G.L.), e sem a razão da dívida tem 17 G.L., lembrando que o número de G.L. é decrescente

[103] Canova e Sahneh (2018) sugerem que o Teste de Forni e Gambetti (2014) seria sujeito à "não fundamentalidade espúria", isso, é à rejeição da hipótese nula de fundamentalidade quando essa seria verdadeira, o que seria um Erro do Tipo I.

[104]A falta de graus de liberdade decorre de amostras pequenas, em parte graças à ocorrência de muitas quebras estruturais, afetando pesquisas macroeconômicas de forma recorrente, no caso brasileiro.

com o aumento do número de componentes principais. O Teste CH apresenta 22 G.L. com a razão da dívida e 25 G.L. sem a razão da dívida. [105] Isso leva a crer que o Teste CH é mais adequado aos dados Brasileiros por ser menos sensível a amostras pequenas.

[105] O Teste CH para o Brasil, apresentado na Tabela 6 apresenta apenas 9 componentes principais (e não 10, como o caso do teste de Forni e Gambetti). Nesse caso, o número de G.L. com dívida é de 27 e sem dívida é de 30.

# CONCLUSÃO

O propósito desta pesquisa foi avaliar se as especificações de modelos de VAR fiscal no Brasil e nos EUA estão corretas ou não, face à possibilidade de ocorrência da não causalidade e da não fundamentalidade, o que poderia levar a desconfianças sobre as estimativas dos modelos SVAR fiscais. Essas patologias podem gerar vieses em qualquer intensidade e sentido, podendo invalidar estimativas até aqui tidas como confiáveis.

Para tal foram testados os dados da seminal formulação de Blanchard e Perotti (2002), para os EUA, que foi avaliada e considerada não fundamental por Leeper et al. (2011, 2013), e depois supostamente corrigida pela inclusão de uma variável *spread* específica, que conteria a informação necessária para tornar o modelo fundamental. No caso brasileiro, foram testadas duas especificações entendidas como "representativas" da literatura de VARs fiscais para dados do país. Também foi testada a hipótese de que a razão dívida/PIB possa agregar informações ao VAR

Primeiro, se testou a causalidade, por meio do Teste de Sahneh (2015), que avaliou a especificação dos dados dos dois países, a primeira aplicação que se tem conhecimento desse teste sobre dados fiscais nos EUA e no Brasil.

Para as todas as cinco formulações: a norte americana de Blanchard e Perotti (2002) – usando os dados originais, oriundos do sítio de Olivier Blanchard na internet –, a formulação de Blanchard e Perotti com o *spread* de 1 e também com o de 5 anos propostos por Leeper et al. (2011); a brasileira sem a relação dívida pública/PIB e a brasileira com a relação dívida/PIB, concluiu-se que não se pode rejeitar a hipótese nula de causalidade nos dados. Observou-se também que a inclusão dos *spreads*, no caso dos EUA, não alterou o diagnóstico de causalidade, mas, os resultados rejeitam que o *spread* de 5 anos traga informações que reduzam a chance de o modelo ser causal, ao contrário do *spread* de 1 ano, que elevou consideravelmente os P-valores do teste.

No caso brasileiro, observou-se que, embora ambos os conjuntos de dados possam ser considerados causais, a não rejeição da hipótese nula de causalidade se deu de forma marginalmente menos estatisticamente significante no conjunto de dados que inclui a relação Dívida/PIB.

Realizar tal teste é importante, pois os testes de não fundamentalidade empregados, o Teste CH e o de Forni e Gambetti, não consideram erros não gaussianos, portanto são potencialmente incapazes de testar a não causalidade, ainda que seja importante ressaltar que

conceitualmente os fenômenos sejam equivalentes, sob processos covariância-estacionários. Não se verificando a hipótese de estacionariedade, não é possível testar tanto para a causalidade quanto para a fundamentalidade.

Também foi feita a análise acerca do problema da não fundamentalidade para as referidas séries temporais empregadas e VARs fiscais nos EUA e no Brasil. Nos dados dos EUA o modelo é testado com e sem o *spread* proposto por Leeper et al. (2016) para corrigir a não fundamentalidade por eles encontrada no modelo (e dados) de Blanchard e Perotti (2002).

Por meio do emprego do que parecem ser as ferramentas mais sofisticadas disponíveis para a detecção da não fundamentalidade: o Teste de Suficiência de Forni e Gambetti (2014) e o Teste CH, proposto por Canova e Sahneh (2018). Testou-se a formulação típica brasileira para VARs fiscais e, para os EUA se usou a mesma base de dados empregada por Blanchard e Perotti (2002). Inclusive, foi testado o resultado da solução de Leeper et al. (2011, 2013), por meio da inclusão da variável *spread*, enviada por esses autores.

Após pesquisa na literatura, é possível concluir que o presente é o primeiro trabalho a fazer esses testes para as variáveis fiscais brasileiras, bem como para as norte americanas, em especial nesse conjunto de dados.

Ao se executar o Teste CH, foi rejeitada a hipótese nula de fundamentalidade nos dados empregados por Blanchard e Perotti (2002), corroborando a avaliação de Leeper et al. (2016). Todavia, ao testar o *spread* proposto por Leeper et al. (2016), suposta solução da não fundamentalidade, o uso da variável *spread* de maturidade de cinco anos entre os rendimentos dos títulos municipais e os títulos do Tesouro dos EUA, para incorporar a informação faltante no sistema, levou a um aumento da probabilidade de ocorrência de não fundamentalidade, ainda que modesto – portanto levando-se a crer que a variável teve efeito contrário ao esperado. No entanto, no caso do *spread* de um ano, houve uma redução da probabilidade de rejeição da hipótese nula de fundamentalidade, mas não o suficiente para evitar sua rejeição. Assim, o teste rejeitou a solução proposta por Leeper et al. (2016) para a não fundamentalidade do modelo de Blanchard e Perotti (2002).

Assim, a solução de Leeper et al. (2011, 2013) para o problema de não fundamentalidade não surtiu o efeito esperado. O *spread* de cinco anos de maturidade foi contraproducente, de acordo com o Teste CH, mas o de um ano de maturidade, de fato, acresceu alguma informação, reduzindo a chance de rejeição da fundamentalidade, mas não o suficiente para alterar o diagnóstico do Teste de que se rejeita que o modelo seja fundamental.

O Teste de Forni e Gambetti (2014) rejeitou, de forma um pouco menos estatisticamente significativa, a fundamentalidade para os dados de Blanchard e Perotti que o Teste CH,

desconsiderando-se os resultados para um ou dois componentes principais. Todavia, o teste rejeita de forma mais significativa a hipótese nula de fundamentalidade quando os *spreads* são adicionados ao conjunto principal de dados, levando a crer que ambos os *spreads* não apenas não acrescem informações, como elevam a chance de o VAR ser não fundamental, ao menos em alguns valores de componentes principais, em que pese o fato de não se ter a distribuição dos P-valores para aferir se essa variação é estatisticamente significativa. Assim, os *spreads* parecem não ter acrescido muita informação relevante, quando se considera o teste de Forni e Gambetti.

Infelizmente, o fato de algumas variáveis não serem estacionárias obrigou à tomada da primeira diferença, levando a uma inevitável perda de informação.

Os testes foram repetidos para o Brasil, usando dados recentes, baseados nos dados criados por Orair et al. (2016), considerando a experiência dos VAR fiscais executados com dados brasileiros. O resultado do Teste CH para o Brasil também foi a de rejeição da hipótese nula de fundamentalidade.

Ao incluir a razão Dívida Pública/PIB, conforme sugerido por Cavalcanti e Silva (2010), o teste, mais uma vez, rejeitou a fundamentalidade, todavia, com P-valores menores. Os P-valores mais baixos sugerem a possibilidade de a variável poder agravar os vieses de estimação.

No caso do Teste de Forni e Gambetti (2014), os P-valores foram mais altos e muito mais voláteis que no caso do Teste CH. Além disso, a inclusão da primeira diferença da razão dívida pública/PIB no conjunto de dados auxiliar aumentou quase todos os P-valores, ao mesmo tempo em que acrescê-la no grupo principal tornou os P-valores mais voláteis em função da variação do número de componentes principais. E todos os casos, há números de componentes principais que levam a rejeição da hipótese nula de fundamentalidade no nível de 5% de significância (e, sem a dívida no grupo de controle, no nível de 0,0001% de significância), o que é suficiente para rejeitar a hipótese nula de fundamentalidade. Acrescer a primeira diferença da razão dívida/PIB ao conjunto de variáveis auxiliares elevou os P-valores e sua volatilidade quando se varia o número de componentes principais, mas ainda assim não impediu a rejeição da fundamentalidade. Possivelmente, o Teste de Forni e Gambetti (2014) se mostrou menos robusto a Erros do Tipo II do que o Teste CH, em especial na pequena amostra de dados brasileira, considerando-se que o Teste CH foi mais parcimonioso que o de Forni e Gambetti.

Os resultados, aparentemente conflitantes entre os testes de não fundamentalidade e de não causalidade, contudo, levam à necessidade de se testar novamente a potência do Teste de Sahneh. Por se tratar de um teste relativamente recente e pouco utilizado, ainda carece de evidência na literatura acerca de sua potência. Talvez sejam necessárias algumas restrições

adicionais para que o teste tenha potência comparável aos demais. Cabe ressaltar que três testes identificaram não fundamentalidade no conjunto de sistema e de dados de Blanchard e Perotti (2002): o teste de suficiência empregado por Leeper et al. (2011) e, agora os testes CH e de Forni e Gambetti, enquanto apenas o Teste de Sahneh rejeitou a não causalidade.

Em suma, os resultados sugerem que não é plenamente confiável empregar VARs fiscais de pequena dimensão nas amostras e nos períodos analisados, gerando um alerta para a literatura. Eles põem em dúvida estimativas da literatura de VARs fiscais tanto para o Brasil quanto para os EUA. Dada a natureza do problema da não fundamentalidade, pode-se gerar vieses de qualquer intensidade e direção, o que implica que os resultados são duvidosos, ainda que não necessariamente incorretos, pois esses vieses podem ser pequenos, como observado por Beaudry et al. (2019).

Ainda assim, pairam dúvidas sobre as estimativas de VARs fiscais estimados tanto sobre os modelos SVAR brasileiros recentes– que sejam próximos ao VAR representativo testado – quanto para os modelos SVAR para os EUA que empreguem o conjunto de dados e o modelo de Blanchard e Perotti (2002). Naturalmente, é necessário testar cada formulação específica isoladamente para chegar a conclusões rigorosas para cada caso distinto, pois mudanças podem implicar fundamentalidade ou não fundamentalidade, como visto na seção 2.3, o que foi corroborado empiricamente em Canova e Sahneh (2018). Isso se mostra uma importante agenda de pesquisas futuras.

Sugere-se, ao usar dados brasileiros, tomar muito cuidado com o emprego da razão dívida/PIB, pois essa razão pode estar associada anão linearidades, que podem viesar a estimação do VAR na forma reduzida, o que não tem como ser compensado na identificação para a forma estrutural do VAR.

Ressalta-se que a inclusão da razão Dívida/PIB, bem como a tentativa de incluir as expectativas de inflação para um horizonte de 12 meses, oriundas da Pesquisa Focus (ver Apêndice 4) não surtiram o efeito de aumentar o conjunto de informação e reverter a não fundamentalidade. O emprego malsucedido dessas variáveis, ricas em informação sobre o futuro, objetivando mitigar o suposto problema de informação pode estar hipoteticamente mais atrelado a não linearidades do que à omissão de variáveis, ainda que, nesse estágio, ainda seja muito cedo para estabelecer essa conclusão de forma mais enfática. Esses problemas reforçam a dificuldade de se obter variáveis capazes de acrescer as informações aos sistemas e dados não fundamentais, podendo ocorrer que essas variáveis inexistam, ao menos em alguns casos.

O uso do VAR como ferramenta confiável para a análise do impacto de e sobre variáveis fiscais deve depender de formas de acrescer informação ao modelo, mas sempre considerando

as limitações do mesmo quanto à sua arquitetura linear em um contexto em que as verdadeiras interações entre as variáveis macroeconômicas podem ser fortemente não lineares. Sugere-se sempre testar as formulações para não causalidade e não fundamentalidade.

Aconselha-se buscar soluções alternativas, por meio do emprego de VARs não causais, de modelos FAVAR e mesmo modelos VAR não lineares, sempre que possível testando para a ocorrência de não causalidade e não fundamentalidade em cada caso. É importante buscar variáveis que acresçam informações para tornar o sistema fundamental, mas está evidente que essa solução não é muito fácil e, muitas vezes, não factível. Mesmo assim, não se pode garantir que esses métodos – em especial o FAVAR, que exige variáveis estacionárias – possam ser empregados em todas as circunstâncias e que não gerem outros tipos de erro de especificação.

Talvez a conclusão mais importante de todas seja que é preciso muito cuidado no emprego de resultados de modelos VAR fiscal como instrumento para a formulação de políticas ou mesmo deles tirar conclusões empíricas enfáticas. Ainda que o modelo não seja inválido nem profundamente equivocado, é preciso interpretar seus resultados com cautela redobrada e muita parcimônia na leitura de suas conclusões e testar sempre.

A limitação de o teste CH e do teste de Suficiência de Forni e Gambetti de apenas se aplicar a variáveis estacionárias elimina parte da informação, podendo levar a imprecisões na avaliação, além de gerar potenciais problemas de especificação do VAR. Por exemplo, o nível da dívida pública dá mais informações que a sua variação. Assim, a variável empregada no teste abre mão de informação, mas ainda assim, ela em nível pode eventualmente trazer problemas ainda maiores de não linearidade. Ainda assim, essa é uma limitação do modelo fatorial empregado na análise (no Teste CH e no de Forni e Gambetti) e somente testes mais sofisticados que devam surgir no futuro podem, eventualmente, resolver o problema. O teste de Sahneh para causalidade também tem essa limitação, por se basear no Teorema de Wold, que só vale para variáveis covariância-estacionárias.

Outra limitação do Teste CH e do Teste de Forni e Gambetti é a suposição de normalidade dos erros, o que impossibilita a detecção da não causalidade e pode dificultar a da não fundamentalidade no caso de dados não gaussianos, como é o caso desta pesquisa. Seria importante adaptar aos testes outras distribuições.

Sugestões às novas pesquisas incluem testar a não causalidade e não fundamentalidade em outros contextos do uso de VAR. Além disso, sugere-se a formulação de novos testes de não fundamentalidade que não requeiram a estacionariedade de séries testadas e em dados de grupos de controle, possibilitando o uso de um escopo maior e mais completo de variáveis para referendar as conclusões.

Finalmente, a robustez da literatura empírica macroeconômica associada aos VAR fiscais depende de se testar se formulações VAR não causal, FAVAR e VAR não lineares são adequadas para lidar com o problema ou se é necessário buscar novas ferramentas empíricas para tais estimações, mas sempre mantendo a preocupação em avaliar os modelos para a presença dessas patologias.

**REFERÊNCIAS**

ALESSI, Lucia; BARIGOZZI, Matteo; CAPASSO, Marco. A review of nonfundamentalness and identification in structural VAR models, **European Central Bank Working Paper Series**, No. 922, 36p., July, 2008.

ALMUNIA, Miguel; BÉNÉTRIX, Agustin S.;EICHENGREEN, Barry; O'ROURKE, Kevin H.; RUA, Gisela. **From Great Depression to Great Credit Crisis: Similarities, Differences and Lessons**. *NBER Working Paper Series* no. 15524, 59p, November2009.

ARIAS, J. E.; RUBIO-RAMIREZ, Juan F.; WAGGONER, Daniel. Inference Based on SVARs Identified with Sign and Zero Restrictions: Theory and Applications, **Dynare Working Paper Series**, no. 30, 72p., January 2014.

AUERBACH, J.; GORODNICHENKO, Yuriy. Measuring the Output Responses to Fiscal Policy, **NBER Working Paper Series** no. 16311, 41p., August 2010.

_____. Fiscal Multipliers in Recession and Expansion, **NBER Working Paper** Nº w17447, 40p., Sep. 2011.

BEAUDRY, Paul; NAM, Deokwoo; WANG, Jian. Do mood swings drive business cycles and is it rational? **NBER Working Paper Series**, no. 17651. Cambridge, 48p., December 2011.

BEAUDRY, Paul; FÈVE, Patrick; GUAY, Alain; PORTIER, Frank. When is Nonfundamentalness in a VAR a Real Problem? **Review of Economic Dynamics**, v.34, p. 221-243, October.2019.

BLANCHARD, Olivier; PEROTTI, Roberto. An Empirical Characterization of the Dynamic Effects of Changes in Government Spending and Taxes on Output. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 117, n. 4, p. 1329-1368, November 2002.

BREIDT, F. J.; DAVIS, Richard A.; Lii; Keh-Shin; ROSENBLATT, Murray. Maximum Likelihood Estimation for Noncausal Autoregressive Processes, **Journal of Multivariate Analysis**, 36, p. 178-98, 1991.

BURNSIDE, Craig; EICHENBAUM, Martin; FISHER, Jonas. Fiscal shocks and their consequences, **Journal of Economic Theory**, v. 115, issue 1, p. 89-117, 2004.

CAGGIANO, Giovanni; CASTELNUOVO, Efrem; COLOMBO, Valentina; NODARI, Gabriela. Estimating Fiscal Multipliers: News from a Non-Linear World, **Economic Journal**, n. 25, p. 746-776, May 2015.

CALDARA, Dario and KAMPS Christophe. The Analytics of SVAR: A Unified Framework to Measure Fiscal Multipliers, **Finance and Economics Discussion Series of the Federal Reserve Board**, 2012-20. Washington, 68p., 2012

CANOVA, Fabio; SAHNEH, Mehdi Hamidi. Are Small-Scale SVARs Useful for Business Cycle Analysis? Revisiting Non-Fundamentalness, **Journal of the European Economic Association**, v. 16, Issue 4, p. 1069-1093, August 2018.

CASTELO-BRANCO, M.A.; LIMA, Elcyon C. R.; DE PAULA, Luiz Fernando. Mudanças de Regime e Multiplicadores Fiscais no Brasil em 1999-2012: Uma Avaliação Empírica com Uso da Metodologia MS-SBVAR. **Política e Planejamento Econômico**, v. 48, nº 2, p. 163-220, Ago., 2016.

CAVALCANTI, Marco A. F. H.; SILVA, Napoleão L. C. Dívida Pública, Política Fiscal e Nível de Atividade: Uma Abordagem VAR para o Brasil no Período 1995-2008.**Economia Aplicada**, v. 14, n. 4, p. 391-418, 2010.

CHRISTIANO, Lawrence; EICHENBAUM, Martin, EVANS, Charles. Monetary policy shocks: What have we learned and to what end? **Handbook of Macroeconomics**, v. 1, p. 65-145, 1999.

CLOYNE, James. What are the Effects of Tax Changes in the United Kingdom? New Evidence from a Narrative Evaluation, **CESifo Working Paper** n. 3433, 45p., April 2011.

EDELBERG, Wendy; EICHENBAUM, Martin; FISCHER, Jonas D. M. Understanding the Effects of a Shock to Government Purchases, **Review of Economic Dynamics**, V. 2, N. 1, p. 166-206, January1999.

EICHLER, MICHAEL. Notas de aula do curso: 'Statistics 39400'. The University of Chicago, 2003. Disponível em: <http://galton.uchicago.edu/~eichler/stat39400/>. Acesso em: 06 de julho de 2019.

FATÁS, Antonio; MIHOV, Ilian. The Effects of Fiscal Policy on Consumption and Employment: Theory and Evidence. **C.E.P.R. Discussion Papers** n. 2760, 39p., April 2001.

FAVERO, Carlo; GIAVAZZI, Francesco. Debt and the Effects of Fiscal Policy, **Federal Reserve Bank of Boston Working Papers,** n. 07-4, 34p.,May 2007.

FERNÁNDEZ-VILLAVERDE, J. *et al*. ABCs (and Ds) of understanding VARs. **American Economic Review**, v. 97, n. 3, June 2007.

FORNI, Mario; GAMBETTI, Luca "Testing for Sufficient Information in Structural VARs," **CEPR Discussion Papers** 8209, C.E.P.R. Discussion Papers, 2011.

_____. Sufficient Information in Structural VARs, **Journal of Monetary Economics**, n.66, p. 124-36, 2014.

FORNI, Mario; GAMBETTI, Luca; SALA, Luca. No News in Business Cycles, **The Economic Journal**, 124, p. 1168-91, December 2014.

_____ . Fundamentalness, Granger Causality and Aggregation: A Comment on Canova and Sahneh, JEEA. **RECent Center for Economic Research Working Paper Series**, n. 139, 21p, November 2018.

FORNI, Mario; GIANNONE, Domenico; LIPPI, Marco; REICHLIN, Lucrezia. Opening the Black Box: Structural Factor Models With Large Cross-Sections. **Econometric Theory**, n. 25, p. 1319-47, 2009.

GALÍ, J. Technology, Employment and the Business Cycle: Do Technology Shocks Explain Aggregate Fluctuations? **American Economic Review**, 89(1), p. 249–271, 1999.

GALÍ, J.; VALLÉS, Javier; LÓPEZ-SALIDO, David. Understanding the effects of government spending on consumption, **Journal of the European Economic Association**, 5(1), p. 227-270, March 2007.

GIANNONE, Domenico; REICHLIN, Lucrezia. Does information help recovering structural shocks from past observations? **Journal of the European Economic Association**, 4(2-3), p. 455-465, 2006.

GORDON, Robert J.; KRENN, Robert. The End of the Great Depression 1939-41: Policy Contributions and Fiscal Multipliers. **NBER Working Paper Series**16380, 71p., September 2010.

GOURIEROUX, C.; ZAKOÏAN, J.M. **Explosive Bubble Modelling by Noncausal Processes.** Mimeo, 47p., 2013. Disponível em: <http://cf.fbe.unimelb.edu.au/seminars/app/UploadedDocs/Doc321.pdf> Acesso em: 5/4/2019.

HAMILTON, James Douglas. **Time Series Analysis**, Princeton University Press, 1994, 816 p. ISBN: 0691042896.

HANSEN, Lars Peter; SARGENT, Thomas J. Formulating and Estimating Dynamic Linear Rational Expectations Models. **Journal of Economic Dynamics and Control**, 2, p. 7-46, 1980.

HONG, Y. Hypothesis testing in time series via the empirical characteristic function: A generalized spectral density approach, **Journal of the American Statistical Association**, 94(448), p. 1201-1220, 1999.

HONG, Y.; LEE, Y.-J. Generalized spectral tests for conditional mean models in time series with conditional heteroscedasticity of unknown form, **The Review of Economic Studies**, 72(2), p. 499-541, 2005.

HYEONGWOO, Kim. Generalized Impulse Response Analysis: General or Extreme? **MPRA Paper** No. 17014, 6p, August 2009.

JASIAK, Joann; GOURIEROUX, Christian, Filtering, Prediction and Simulation Methods for Noncausal Processes. Conference Paper in **Journal of Time Series Analysis,** 46p., May 2015. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/276292142.>. Acesso em 08/02/2018.

KILIAN, Lutz; LÜTKEPOHL, Helmut. **Structural Vector Autoregressive Analysis**, Cambridge University Press. Cambridge, November 2016, 721p. Disponível em: <http://www-personal.umich.edu/~lkilian/book.html.> Acesso em 05/03/2018.

KILIAN, Lutz; MURPHY, Daniel P. The role of inventories and speculative trading in the global market for crude oil, **Journal of Applied Econometrics**, 29, p. 454–478, 2014.

LANNE, M.; LUOTO, J. Noncausal Bayesian Vector Autoregression, **CREATES Research Paper**, p. 2014-7, 2014.

LANNE, Markku; SAIKKONEN; Pentti. Noncausal Vector Autoregression, **Econometric Theory**, 29, p. 447–481, 2013.

LEEPER, Eric M.; WALKER, Todd B.;YANG, Shu-Chun Susan, Foresight and Information Flows, **NBER Working Paper Series** n. w16951, 2011, 45p.

_____. Fiscal Foresight and Information Flows. **Econometrica**, v. 81, n. 3, p. 1115-1145, May 2013.

LIPPI, M.; REICHLIN; L. The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances: Comment, **American Economic Review**, 83(3), p. 644–652, 1993.

_____.VAR Analysis, Non-Fundamental Representations, Blaschke Matrices, **Journal of Econometrics**, 63, p. 307-325, 1993.

MATHESON, Joel; PEREIRA, Joana. Fiscal Multipliers for Brazil, **IMF Working Paper** WP/16/79, March 2016, 15p.

MENDONÇA, Mário Jorge; MEDRANO, Luis Alberto; SACHSIDA, Adolfo. Avaliando os Efeitos da Política Fiscal no Brasil: Resultados de um Procedimento de Identificação Agnóstica, **Texto Para Discussão do IPEA** n. 1377, Fevereiro2009, 26p.

MERTENS, K.; RAVN, M.O. Measuring the Impact of Fiscal Policy in the Face of Anticipation: a Structural VAR Approach, **The Economic Journal**, v. 120(5), p. 393-413, 2010.

_____. A Reconciliation of SVAR and Narrative Estimates of Tax Multipliers, **CEPR Discussion Papers** n. 8973, 2012.

MONACELLI, Tommaso; PEROTTI, Roberto; TRIGARI, Antonella. Unemployment Fiscal Multipliers, **NBER Working Paper Series,** n. w1593, April 2011, 53p.

MOUNTFORD, Andre; UHLIG, Harald. What are the Effects of Fiscal Policy Shocks? **Journal of Applied Econometrics,** 24, p. 960-992, April 2009.

NYBERG, Henri; SAIKKONEN, Pentti. Forecasting with a Noncausal VAR Model, **Computational Statistics & Data Analysis**, v. 76, p. 536-555, August 2014.

ORAIR, Rodrigo Octávio; SIQUEIRA, Fernando de Faria; GOBETTI, Sergio Wulff. Política Fiscal e Ciclo Econômico: uma análise baseada em multiplicadores do gasto público. **XXI Prêmio do Tesouro Nacional 2016**, Segundo Lugar, 76p, 2016. Disponível em: <file:///C:/Users/r1460945/Downloads/2%C2%BA%20Lugar%20-%20Rodrigo%20Oct%C3%A1vio%20Orair%20-%20086.pdf> Acesso em 03/02/2018.

OWYANG, M.; RAMEY, Valerie A.; ZUBAIRY, Sarah. Are Government Spending Multipliers Greater During Periods of Slack? Evidence from the Twentieth-Century historical Data, **American Economic Review: Papers & Proceedings**, 103(3), p. 129-134, 2013.

PERES, Marco A. F. Efeitos Dinâmicos dos Choques Fiscais do Governo Central no PIB do Brasil. **XII Prêmio do Tesouro Nacional**, 80p., *2007*.

PERES, Marco A. F.; ELLERY JUNIOR, Roberto de Góes. Efeitos Dinâmicos dos Choques Fiscais do Governo Central no PIB do Brasil. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 39, n. 2, p. 159-206, agosto 2009.

PEROTTI, Roberto. Estimating the effects of fiscal policy in OECD countries, **CEPR Discussion Paper** n. 4842, May 2005, 62p.

_____. In Search of the Transmission Mechanism of Fiscal Policy, **NBER Macroeconomics Annual**, v. 22, p. 169-226, June 2007.

PIRES, Manoel Carlos de Castro. Controvérsias recentes sobre multiplicadores fiscais. **Multiplicadores Fiscais no Brasil**. 1ed., Brasília, 2012, v. 1, p. 9-23.

_____. Política fiscal e ciclos econômicos no Brasil, **Economia Aplicada**, v.18, n.1, p. 69-90, 2014. ISSN 1413-8050.

RAMEY, Valerie A. Can Government Purchases Stimulate the Economy? **Journal of Economic Literature**, v. 49, n. 3, p. 673-685, Sep. 2011.

RAMEY, Valerie; SHAPIRO, Matthew D. Costly Capital Reallocation and the Effects of Government Spending. **Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy**, 48, p. 145-194, 1998.

ROMER, Christina; ROMER David. The Macroeconomic Effects of Tax Changes: Estimates Based on a New Measure of Fiscal Shocks. **American Economic Review**, 100, p. 763–801, June 2010.

RUBIO-RAMIREZ, Juan F.; WAGGONER, Daniel F.; ZHA, Tao. Structural Vector Autoregressions: Theory of Identification and Algorithms for Inference. **Review of Economic Studies**, 77, p. 665-696, 2010.

SAHNEH, Mehdi H. Testing for Noncausal Vector Autoregressive Representation, **Proceedings of Economics and Finance Conferences,** 2204921, International Institute of Social and Economic Sciences; 23p, 2015.

_____. Are Shocks Obtained from SVAR Fundamental? **MPRA Paper** n. 65126, 34p, June 2015b.

_____.**Testing for Non-Fundamentalness**, *MPRA Paper* 71924, University Library of Munich, Germany, 10p, 2016.

SANTOS, Claudio H. M. dos; ORAIR, Rodrigo O.; GOBETTI, Sergio W.; FERREIRA, Alessandra dos S.; SILVA, Hilton L. da; BRITO, José Maurício de M. (2011). Uma Metodologia de Estimação da Formação Bruta de Capital Fixo das Administrações Públicas Brasileiras em Níveis Mensais para o Período 2002-2010, **Texto para Discussão do Ipea** 1660, 39p., setembro, 2011.

SIMS, Christopher. Macroeconomics and Reality. **Econometrica**, v. 48, issue 1, p. 1-48, 1980.

_____. Money, income, and causality. **The American Economic Review**, Vol. 62(4), pp. 540-552, 1972.

SIQUEIRA, Fernando de Faria. Política Fiscal: Uma Revisão Literária. **Temas de Economia Aplicada**, 426, pp. 29-36, março 2016.

STOCK, James H.; and Mark W. WATSON. Forecasting Using Principal Components from a Large Number of Predictors. **Journal of the American Statistical Association,** December 2002, v. 97, n. 460, Theory and Methods.

TSAY, Ruey S. **Analysis of Financial Time Series.** Wiley & Sons, Hoboken, N. J., 2010, 677p. ISBN: 978-0-470-41435-4.

UHLIG, Harald. What are the effects of monetary policy on output? Results from an agnostic identification procedure. **Journal of Monetary Economics**, 52, p. 381–419, 2005.

UNAL, U. Rethinking the Effects of Policy on Macroeconomic Aggregates: A Disaggregated SVAR Analysis, **Journal for Economic Forecasting, Institute for Economic Forecasting**, v. 0(3), p. 120-135, September 2011.

**APÊNDICE A** - Resultado da Saída Eviews do VAR Clássico Causal para Variáveis Norte Americanas e os Testes dos Resíduos

Tabela 9 – Critério de Seleção de Ordem do VAR – EUA

Variáveis Endógenas: GG TT XX

Variáveis exógenas: C

Data: 30/05/19 Hora: 19:58

Amostra: 1960T1 2019T2

Número de Observações Incluídas: 144

| Defasagem | LogL | LR | FPE | AIC | SC | HQ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 475,8259 | NA | 2,82e-07 | -6,567026 | -6,505155 | -6,541885 |
| 1 | 1201,405 | 1410,849 | 1,34e-11 | -16,51952 | -16,27203* | -16,41895 |
| 2 | 1218,972 | 33,42492 | 1,19e-11* | -16,63849* | -16,20540 | -16,46251* |
| 3 | 1226,104 | 13,27472 | 1,22e-11 | -16,61256 | -15,99385 | -16,36115 |
| 4 | 1233,902 | 14,18751 | 1,25e-11 | -16,59586 | -15,79154 | -16,26903 |
| 5 | 1239,019 | 9,096365 | 1,32e-11 | -16,54193 | -15,55199 | -16,13967 |
| 6 | 1248,608 | 16,64749 | 1,31e-11 | -16,55011 | -15,37455 | -16,07243 |
| 7 | 1251,450 | 4,815637 | 1,43e-11 | -16,46458 | -15,10341 | -15,91148 |
| 8 | 1262,191 | 17,75253* | 1,40e-11 | -16,48876 | -14,94198 | -15,86024 |

* Indica a ordem de defasagem escolhida pelo critério

LR: Estatística de Teste LR Sequencial Modificada (cada teste no nível de 5%)

FPE: Erro Final de Previsão

AIC: Critério de Informação Akaike

SC: Critério de Informação Schwarz

HQ: Critério de Informação Hannan-Quinn

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 10 – Estimativas do VAR - EUA (continua)

Data: 30/05/19 Time: 20:01
Amostra (ajustada): 1960T3 1997T4
Observações Incluídas: 150 após ajustes
Erros Padrão entre parênteses. Estatísticas-t entre colchetes

| | GG | TT | XX |
|---|---|---|---|
| GG(-1) | 1,083684 | -0,158670 | -0,088042 |
| | (0,08476) | (0,33590) | (0,07429) |
| | [ 12,7853] | [-0,47237] | [-1,18514] |
| GG(-2) | -0,127854 | 0,107557 | 0,102774 |
| | (0,08366) | (0,33155) | (0,07333) |
| | [-1,52822] | [ 0,32441] | [ 1,40160] |
| TT(-1) | 0,001971 | 0,637201 | -0,014547 |
| | (0,02009) | (0,07962) | (0,01761) |
| | [ 0,09813] | [ 8,00283] | [-0,82610] |
| TT(-2) | -0,003250 | 0,244778 | -0,015771 |
| | (0,02075) | (0,08221) | (0,01818) |
| | [-0,15666] | [ 2,97730] | [-0,86736] |
| XX(-1) | 0,087192 | 1,983444 | 1,275093 |
| | (0,09459) | (0,37487) | (0,08291) |
| | [ 0,92176] | [ 5,29106] | [ 15,3799] |
| XX(-2) | -0,063521 | -1,870317 | -0,275960 |
| | (0,09530) | (0,37767) | (0,08353) |
| | [-0,66654] | [-4,95228] | [-3,30389] |
| C | -0,254318 | -0,770055 | -0,166835 |
| | (0,09649) | (0,38238) | (0,08457) |
| | [-2,63577] | [-2,01387] | [-1,97282] |
| R-quadrado | 0,996735 | 0,927616 | 0,998444 |
| R-quadrado Ajustado | 0,996598 | 0,924579 | 0,998378 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 0,013871 | 0,217850 | 0,010656 |

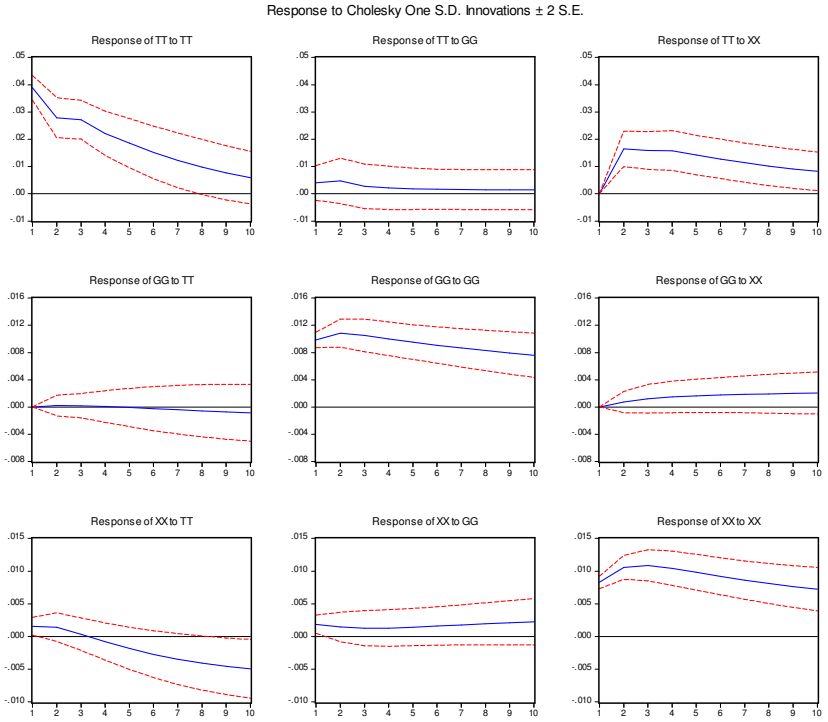
Tabela 10 (Conclusão)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Erros Quadrados da Equação | 0,009849 | 0,039031 | 0,008632 |
| Estatística-F | 7276,662 | 305,4276 | 15288,90 |
| Log-Verossimilhança | 483,8017 | 277,2531 | 503,5823 |
| Akaike (AIC) | -6,357356 | -3,603375 | -6,621097 |
| Schwarz (SC) | -6,216860 | -3,462879 | -6,480601 |
| Média das Dependentes | -10,10873 | -10,30319 | -8,546325 |
| Desvio Padrão das dependentes | 0,168869 | 0,142123 | 0,214353 |

| | |
|---|---|
| Resíduos do Determinante da covariância (ajust. G.L.) | 1,00E-11 |
| Resíduos do Determinante da covariância | 8,69E-12 |
| Log verossimilhança | 1271,641 |
| Akaike (AIC) | -16,67522 |
| Schwarz (SIC) | -16,25373 |

Fonte: O autor, 2019.

Gráfico 1 – Funções Impulso Resposta a Choques de um Desvio Padrão ± 2 Erros Padrão – EUA – Variáveis de Blanchard e Perotti (2002):




Fonte: O autor, 2019.

Tabela 11 – Testes de Normalidade de Resíduos do VAR

Ortogonalização: Cholesky (Lütkepohl)
H0: Resíduos São Normal Multivariada
Data: 30/05/19 Hora: 20:03
Amostra: 1960T1 2019T2
Observações Incluídas: 150

| Componente | Assimetria | Chi-quadrado | G.L. | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,130125 | 0,423315 | 1 | 0,5153 |
| 2 | -2,943276 | 216,5718 | 1 | 0,0000 |
| 3 | -0,155445 | 0,604077 | 1 | 0,4370 |
| Conjunta | | 217,5992 | 3 | 0,0000 |

| Componente | Curtose | Chi-quadrado | G.L. | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 3,166795 | 0,173878 | 1 | 0,6767 |
| 2 | 25,77366 | 3241,497 | 1 | 0,0000 |
| 3 | 4,001575 | 6,269704 | 1 | 0,0123 |
| Conjunta | | 3247,941 | 3 | 0,0000 |

| Componente | Jarque-Bera | G.L. | Prob. |
|---|---|---|---|
| 1 | 0,597193 | 2 | 0,7419 |
| 2 | 3458,069 | 2 | 0,0000 |
| 3 | 6,873781 | 2 | 0,0322 |
| Conjunta | 3465,540 | 6 | 0,0000 |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 12 – Critério de Seleção de defasagens – EUA Variáveis de Blanchard e Perotti (2002) e spread de um ano de Leeper et al. (2011):

Variáveis Endógenas: DTT GG DXX REALSPREAD1
Variáveis exógenas: C
Data: 08/15/19 Hora: 17:37
Amostra: 1960T1 1997T4
Número de Observações Incluídas: 143

| Defasagem | LogL | LR | FPE | AIC | SC | HQ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 977,1681 | NA | 1,44e-11 | -13,61074 | -13,52787 | -13,57707 |
| 1 | 1498,521 | 1006,248* | 1,23e-14* | -20,67862* | -20,26423* | -20,51023* |
| 2 | 1509,233 | 20,07514 | 1,32e-14 | -20,60465 | -19,85876 | -20,30156 |
| 3 | 1520,863 | 21,14646 | 1,41e-14 | -20,54354 | -19,46615 | -20,10574 |
| 4 | 1533,164 | 21,67696 | 1,49e-14 | -20,49181 | -19,08290 | -19,91930 |
| 5 | 1544,081 | 18,62768 | 1,60e-14 | -20,42072 | -18,68030 | -19,71350 |
| 6 | 1549,072 | 8,235869 | 1,88e-14 | -20,26674 | -18,19482 | -19,42481 |
| 7 | 1564,327 | 24,32369 | 1,92e-14 | -20,25632 | -17,85290 | -19,27969 |
| 8 | 1571,084 | 10,39500 | 2,21e-14 | -20,12705 | -17,39212 | -19,01570 |

* Indica a ordem de defasagem escolhida pelo critério
LR: Estatística de Teste LR Sequencial Modificada (cada teste no nível de 5%)
FPE: Erro Final de Previsão
AIC: Critério de Informação Akaike
SC: Critério de Informação Schwarz
HQ: Critério de Informação Hannan-Quinn

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 13 -Estimativas do VAR –Variáveis dos EUA com o *spread* de 1 ano de Leeper:

Data: 15/08/19 Time: 17:28 Erros-padrão em ( ). Estatísticas-t em [ ]

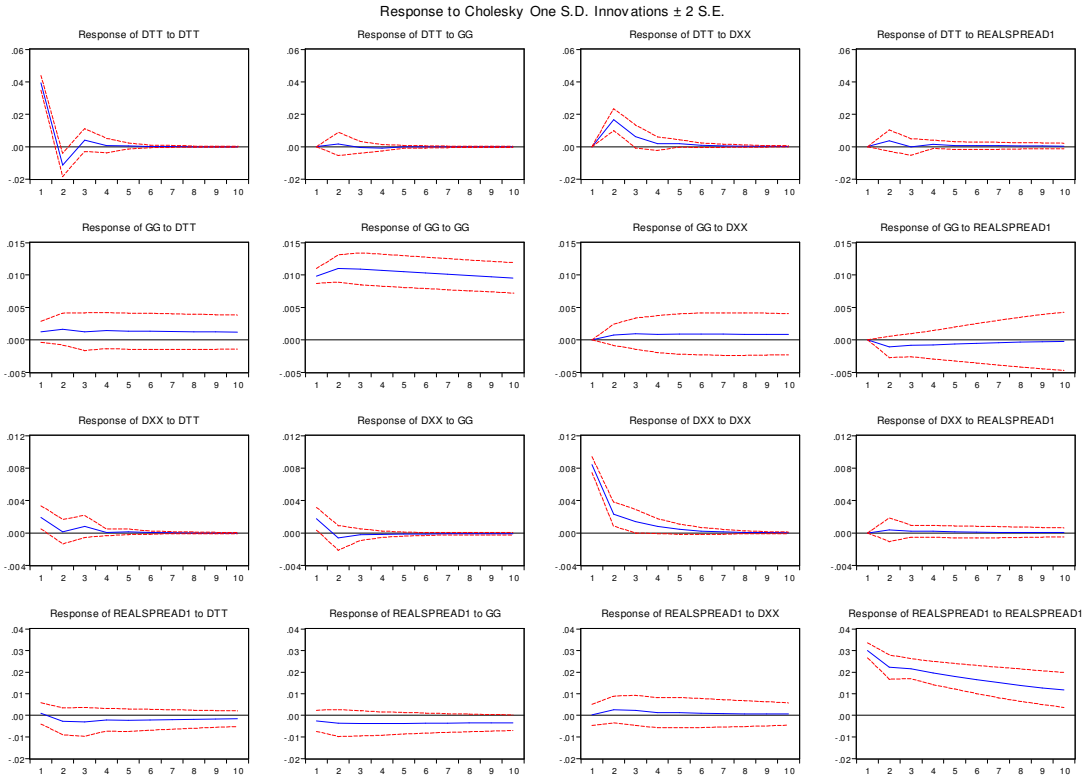
Amostra (ajustada): 1960T4 1997T4 – Observações Incluídas: 149 após ajustes

| | DTT | GG | DXX | REALSPREAD1 |
|---|---|---|---|---|
| DTT(-1) | -0,380474 | 0,003884 | -0,006809 | -0,096274 |
| | (0,08521) | (0,02149) | (0,01912) | (0,06540) |
| | [-4,46488] | [ 0,18074] | [-0,35605] | [-1,47208] |
| DTT(-2) | -0,046915 | -0,012996 | 0,014331 | -0,061354 |
| | (0,08231) | (0,02076) | (0,01847) | (0,06317) |
| | [-0,56997] | [-0,62606] | [ 0,77577] | [-0,97122] |
| GG(-1) | -0,149235 | 1,092394 | -0,109502 | -0,229589 |
| | (0,33799) | (0,08524) | (0,07586) | (0,25940) |
| | [-0,44154] | [ 12,8156] | [-1,44357] | [-0,88509] |
| GG(-2) | 0,170995 | -0,108090 | 0,102460 | 0,201174 |
| | (0,33232) | (0,08381) | (0,07458) | (0,25505) |
| | [ 0,51455] | [-1,28971] | [ 1,37377] | [ 0,78878] |
| DXX(-1) | 1,968467 | 0,091046 | 0,275128 | 0,294535 |
| | (0,38541) | (0,09720) | (0,08650) | (0,29579) |
| | [ 5,10748] | [ 0,93670] | [ 3,18074] | [ 0,99576] |
| DXX(-2) | 0,910487 | -0,009282 | 0,112592 | 0,156495 |
| | (0,40903) | (0,10316) | (0,09180) | (0,31392) |
| | [ 2,22594] | [-0,08998] | [ 1,22649] | [ 0,49852] |
| REALSPREAD1(-1) | 0,122289 | -0,036497 | 0,012848 | 0,742275 |
| | (0,10822) | (0,02729) | (0,02429) | (0,08305) |
| | [ 1,13005] | [-1,33731] | [ 0,52902] | [ 8,93746] |
| REALSPREAD1(-2) | -0,083518 | 0,037467 | -0,009484 | 0,164214 |
| | (0,10806) | (0,02725) | (0,02425) | (0,08293) |
| | [-0,77292] | [ 1,37487] | [-0,39107] | [ 1,98016] |
| C | 0,196402 | -0,156012 | -0,068928 | -0,252516 |
| | (0,24676) | (0,06223) | (0,05538) | (0,18938) |
| | [ 0,79592] | [-2,50691] | [-1,24460] | [-1,33336] |
| R-quadrado | 0,243980 | 0,996615 | 0,139763 | 0,875049 |
| R-quadrado Ajustado | 0,200779 | 0,996422 | 0,090606 | 0,867909 |
| Soma quadrados dos resid. | 0,217169 | 0,013813 | 0,010939 | 0,127916 |
| Erros Quadrados da Equação | 0,039385 | 0,009933 | 0,008839 | 0,030227 |
| Estatística-F | 5,647551 | 5152,902 | 2,843223 | 122,5550 |
| Log-Verossimilhança | 275,1396 | 480,3937 | 497,7730 | 314,5727 |
| Akaike (AIC) | -3,572343 | -6,327432 | -6,560711 | -4,101647 |
| Schwarz (SC) | -3,390897 | -6,145986 | -6,379264 | -3,920201 |
| Média das Dependentes | 0,003940 | -10,10599 | 0,005177 | 0,392730 |
| Desv. Pad. Dependentes | 0,044056 | 0,166055 | 0,009269 | 0,083169 |

| | |
|---|---|
| Resíduos do Determinante da covariância (ajust. G.L.) | 9,75E-15 |
| Resíduos do Determinante da covariância | 7,60E-15 |
| Log verossimilhança | 1576,378 |
| Akaike (AIC) | -20,67622 |
| Schwarz (SIC) | -19,95043 |

Fonte: O autor, 2019.

Gráfico 2 – Funções Impulso Resposta a Choques de um Desvio Padrão ±2 Erros Padrão – EUA – Variáveis de Blanchard e Perotti (2002) e o *spread* de 1 ano de maturidade de Leeper et al. (2011):




Fonte: O autor, 2019.

**APÊNDICE B** - Resultado da Saída Eviews do VAR Clássico Causal para Variáveis Brasileiras, Testes de Normalidade e de co-integração.

Tabela 14– Critério de Seleção de Ordem de Defasagem do VAR – Brasil sem dívida

Endogenous variables: G CTL IG PIB

Variáveis Endógenas: C

Date: 30/05/19 Hora: 20:21

Amostra: 1996T1 2019T2

Número de Observações Incluídas: 80

| Defasagem | LogL | LR | FPE | AIC | SC | HQ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | -3143,625 | NA | 1,76e+29 | 78,69061 | 78,80971 | 78,73836 |
| 1 | -2796,284 | 651,2636 | 4,44e+25 | 70,40710 | 71,00261* | 70,64585* |
| 2 | -2775,904 | 36,17438 | 4,00e+25 | 70,29760 | 71,36951 | 70,72736 |
| 3 | -2758,176 | 29,69384 | 3,86e+25 | 70,25441 | 71,80273 | 70,87517 |
| 4 | -2744,885 | 20,93467 | 4,19e+25 | 70,32211 | 72,34684 | 71,13388 |
| 5 | -2721,540 | 34,43361* | 3,57e+25 | 70,13849 | 72,63962 | 71,14127 |
| 6 | -2702,559 | 26,09797 | 3,44e+25* | 70,06398* | 73,04152 | 71,25776 |
| 7 | -2699,087 | 4,427858 | 4,95e+25 | 70,37716 | 73,83110 | 71,76195 |
| 8 | -2692,703 | 7,500060 | 6,76e+25 | 70,61759 | 74,54793 | 72,19337 |

* Indica a ordem de defasagem selecionada pelo critério.

LR: Estatística de Teste LR Sequencial Modificada (cada teste no nível de 5%)

FPE: Erro Final de Previsão

AIC: Critério de Informação Akaike

SC: Critério de Informação Schwarz

HQ: Critério de Informação Hannan-Quinn

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 15– Estimativas do VAR – Brasil sem Dívida. (continua)

Data: 30/05/19 Hora: 20:20

Amostra (ajustada): 1996T2 2017T4

Observações Incluídas: 87 após ajustes

Erros Padrão entre parênteses. Estatísticas-t entre colchetes

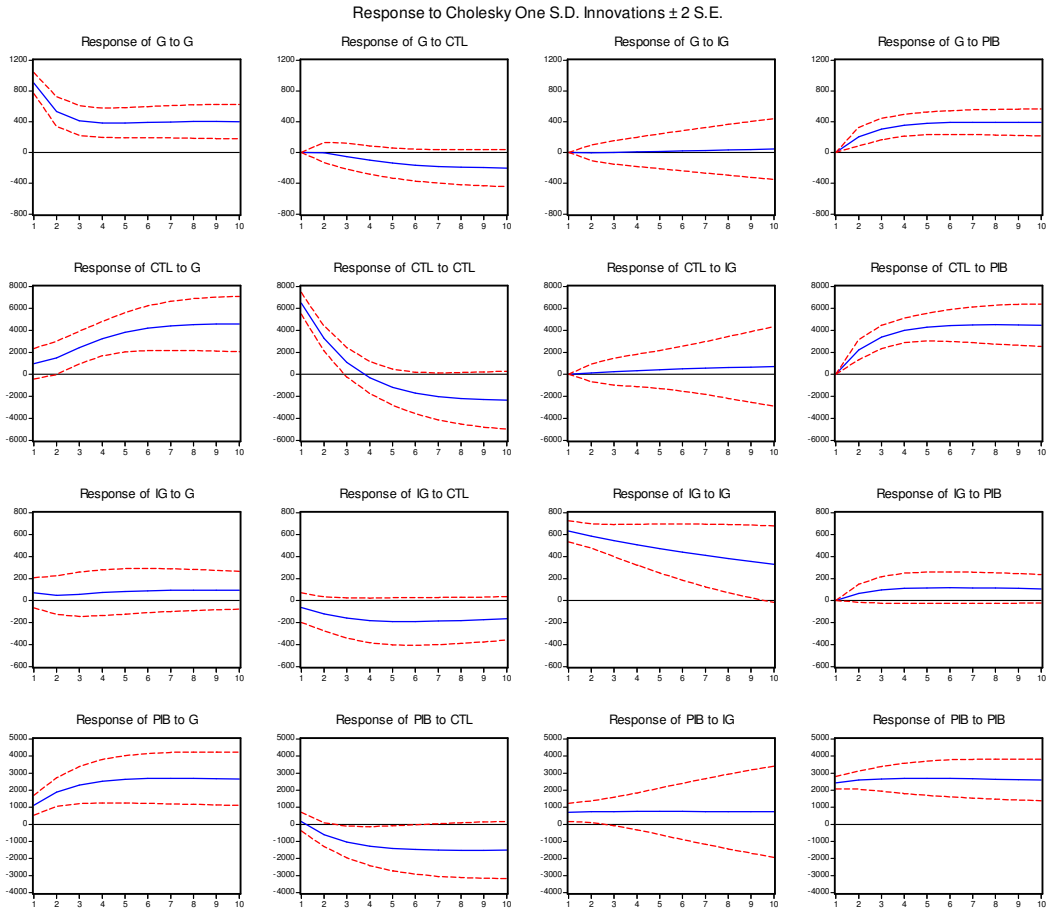
| | G | CTL | IG | PIB |
|---|---|---|---|---|
| G(-1) | 0,496111 | 0,072892 | -0,038957 | 0,899025 |
| | (0,11134) | (0,80586) | (0,07865) | (0,34104) |
| | [ 4,45568] | [ 0,09045] | [-0,49530] | [ 2,63615] |
| CTL(-1) | -0,003244 | 0,474640 | -0,010489 | -0,120481 |
| | (0,01014) | (0,07337) | (0,00716) | (0,03105) |
| | [-0,31997] | [ 6,46895] | [-1,46465] | [-3,88015] |
| IG(-1) | -0,100527 | -0,829682 | 0,898986 | -0,022294 |
| | (0,08311) | (0,60153) | (0,05871) | (0,25456) |
| | [-1,20955] | [-1,37928] | [ 15,3123] | [-0,08758] |
| PIB(-1) | 0,084267 | 0,917947 | 0,026884 | 1,062928 |
| | (0,02392) | (0,17316) | (0,01690) | (0,07328) |
| | [ 3,52222] | [ 5,30126] | [ 1,59075] | [ 14,5053] |
| C | 4089,764 | -149425,3 | -2707,908 | -39425,78 |
| | (3350,26) | (24248,0) | (2366,62) | (10261,6) |
| | [ 1,22073] | [-6,16239] | [-1,14421] | [-3,84208] |
| R-quadrado | 0,983268 | 0,993234 | 0,932087 | 0,996410 |
| R-quadrado Ajustado | 0,982452 | 0,992904 | 0,928774 | 0,996235 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 67005965 | 3,51E+09 | 33436108 | 6,29E+08 |
| Erros Quadrados da Equação | 903,9612 | 6542,549 | 638,5589 | 2768,766 |
| Estatística-F | 1204,689 | 3009,403 | 281,3554 | 5690,162 |
| Log-Verossimilhança | -713,0634 | -885,2621 | -682,8245 | -810,4486 |
| Akaike (AIC) | 16,50720 | 20,46579 | 15,81206 | 18,74594 |
| Schwarz (SC) | 16,64892 | 20,60751 | 15,95378 | 18,88766 |
| Média das Dependentes | 46580,86 | 136167,7 | 6152,900 | 244957,6 |
| Desvio Padrão das dependentes | 6823,893 | 77668,00 | 2392,661 | 45124,28 |

Tabela 15 (Conclusão)

| | |
|---|---|
| Resíduos do Determinante da covariância (ajust. G.L.) | 8,05E+25 |
| Resíduos do Determinante da covariância | 6,35E+25 |
| Log verossimilhança | -3078,274 |
| Akaike (AIC) | 71,22468 |
| Schwarz (SIC) | 71,79155 |

Fonte: O autor, 2019.

Gráfico 3 – Resposta a Choques de um Desvio Padrão ± 2 Erros Padrão – Brasil sem Dívida.




Fonte: O Autor, 2019.

Tabela 16 – Testes de Normalidade de Resíduos do VAR

Ortogonalização: Cholesky (Lütkepohl)
H0: Resíduos São Normais(Multivariada)
Data: 30/05/19 Hora: 20:21
Amostra: 1996T1 2019T2
Observações Incluídas: 87

| Componente | Assimetria | Chi-quadrado | G.L. | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | -2,316679 | 77,82155 | 1 | 0,0000 |
| 2 | -0,138122 | 0,276628 | 1 | 0,5989 |
| 3 | 0,080499 | 0,093962 | 1 | 0,7592 |
| 4 | -0,986608 | 14,11425 | 1 | 0,0002 |
| Joint | | 92.30639 | 4 | 0.0000 |

| Componente | Curtose | Chi-quadrado | G.L. | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 16,08080 | 620,2643 | 1 | 0,0000 |
| 2 | 3,834746 | 2,525903 | 1 | 0,1120 |
| 3 | 4,255636 | 5,715255 | 1 | 0,0168 |
| 4 | 4,798800 | 11,72934 | 1 | 0,0006 |
| Conjunta | | 640.2348 | 4 | 0.0000 |

| Componente | Jarque-Bera | G.L. | Prob. |
|---|---|---|---|
| 1 | 698,0859 | 2 | 0,0000 |
| 2 | 2,802530 | 2 | 0,2463 |
| 3 | 5,809218 | 2 | 0,0548 |
| 4 | 25,84359 | 2 | 0,0000 |
| Conjunta | 732.5412 | 8 | 0.0000 |

Fonte: O autor, 2019

Tabela 17 – Critério de Seleção de Ordem do VAR – Brasil com dívida

Variáveis Endógenas: CTL DIVPIB G IG PIB

Variáveis exógenas: C

Data: 30/05/19 Hora: 20:16

Amostra: 1960T1 2019T2

Número de Observações Incluídas: 80

| Defasa-gem | LogL | LR | FPE | AIC | SC | HQ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | -3380,707 | NA | 3,96e+30 | 84,64269 | 84,79156 | 84,70238 |
| 1 | -2936,616 | 821,5688 | 1,12e+26 | 74,16540 | 75,05866* | 74,52354* |
| 2 | -2907,957 | 49,43696 | 1,03e+26 | 74,07393 | 75,71157 | 74,73051 |
| 3 | -2884,647 | 37,29626 | 1,09e+26 | 74,11617 | 76,49820 | 75,07120 |
| 4 | -2862,133 | 33,20830 | 1,20e+26 | 74,17832 | 77,30473 | 75,43179 |
| 5 | -2827,981 | 46,10539* | 1,02e+26* | 73,94952* | 77,82031 | 75,50143 |
| 6 | -2803,765 | 29,66458 | 1,13e+26 | 73,96912 | 78,58429 | 75,81947 |
| 7 | -2791,516 | 13,47361 | 1,78e+26 | 74,28790 | 79,64746 | 76,43670 |
| 8 | -2779,163 | 12,04367 | 2,96e+26 | 74,60409 | 80,70803 | 77,05133 |

* Indica a ordem de defasagem indicada pelo critério.

LR: Estatística de Teste LR Sequencial Modificada (cada teste no nível de 5%)

FPE: Erro Final de Previsão

AIC: Critério de Informação Akaike

SC: Critério de Informação Schwarz

HQ: Critério de Informação Hannan-Quinn

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 18 – Estimativas do VAR – Brasil com Dívida (continua)

Estimativas do VAR

Data: 30/05/19 Hora: 20:18

Amostra (ajustada): 1996T2 2017T4

Observações Incluídas: 87 após ajustes

Erros padrão entre parênteses e estatísticas-t entre colchetes

| | G | CTL | IG | PIB | DIVPIB |
|---|---|---|---|---|---|
| G(-1) | 0,379920 | 0,486802 | 0,000946 | 0,906348 | 0.000432 |
| | (0,11768) | (0,87597) | (0,08551) | (0,37392) | (0.00021) |
| | [ 3,22843] | [ 0,55573] | [ 0,01107] | [ 2,42390] | [ 2.10681] |
| CTL(-1) | 0,008242 | 0,433726 | -0,014433 | -0,121205 | 4.40E-05 |
| | (0,01086) | (0,08087) | (0,00789) | (0,03452) | (1.9E-05) |
| | [ 0,75858] | [ 5,36307] | [-1,82813] | [-3,51098] | [ 2.32603] |
| IG(-1) | 0,006466 | -1,210825 | 0,862242 | -0,029038 | 9.85E-07 |
| | (0,09139) | (0,68027) | (0,06641) | (0,29038) | (0.00016) |
| | [ 0,07075] | [-1,77992] | [ 12,9838] | [-0,10000] | [ 0.00618] |
| PIB(-1) | 0,078860 | 0,937209 | 0,028741 | 1,063269 | -0.000148 |
| | (0,02331) | (0,17348) | (0,01694) | (0,07405) | (4.1E-05) |
| | [ 3,38375] | [ 5,40244] | [ 1,69711] | [ 14,3584] | [-3.64573] |
| DIVPIB(-1) | 36,80304 | -131,1040 | -12,63902 | -2,319589 | 0.941229 |
| | (14,8122) | (110,257) | (10,7635) | (47,0651) | (0.02581) |
| | [ 2,48465] | [-1,18907] | [-1,17425] | [-0,04928] | [ 36.4667] |
| C | 7131,083 | -160259,4 | -3752,368 | -39617,47 | 12.79253 |
| | (3472,23) | (25846,3) | (2523,15) | (11032,9) | (6.05046) |
| | [ 2,05375] | [-6,20049] | [-1,48717] | [-3,59086] | [ 2.11431] |
| R-quadrado | 0,984453 | 0,993350 | 0,933223 | 0,996410 | 0.967999 |
| R-quadrado Ajustado | 0,983493 | 0,992940 | 0,929101 | 0,996189 | 0.966024 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 62260720 | 3,45E+09 | 32876456 | 6,29E+08 | 189.0491 |
| Erros Quadrados da Equação | 876,7274 | 6526,100 | 637,0888 | 2785,763 | 1.527724 |
| Estatística-F | 1025,790 | 2419,957 | 226,4000 | 4496,752 | 490.0338 |
| Log-Verossimilhança | -709,8682 | -884,5093 | -682,0903 | -810,4473 | -157.2079 |
| Akaike (AIC) | 16,45674 | 20,47148 | 15,81817 | 18,76890 | 3.751907 |

Tabela 18 (Conclusão)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Schwarz (SC) | 16,62680 | 20,64154 | 15,98823 | 18,93897 | 3.921969 |
| Média das Dependentes | 46580,86 | 136167,7 | 6152,900 | 244957,6 | 40.21264 |
| Desvio Padrão das dependentes | 6823,893 | 77668,00 | 2392,661 | 45124,28 | 8.288123 |
| Resíduos do Determinante da covariância (ajust. G.L.) | | 1,68E+26 | | | |
| Resíduos do Determinante da covariância | | 1,17E+26 | | | |
| Log verossimilhança | | -3228,380 | | | |
| Akaike (AIC) | | 74,90528 | | | |
| Schwarz (SIC) | | 75,75559 | | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 19 – Testes de Normalidade de Resíduos do VAR – Brasil com Dívida

Ortogonalização: Cholesky (Lütkepohl)

H0: Resíduos São Normal Multivariada

Data: 30/05/19 Hora: 20:19

Amostra: 1996T1 2019T2

Observações Incluídas: 87

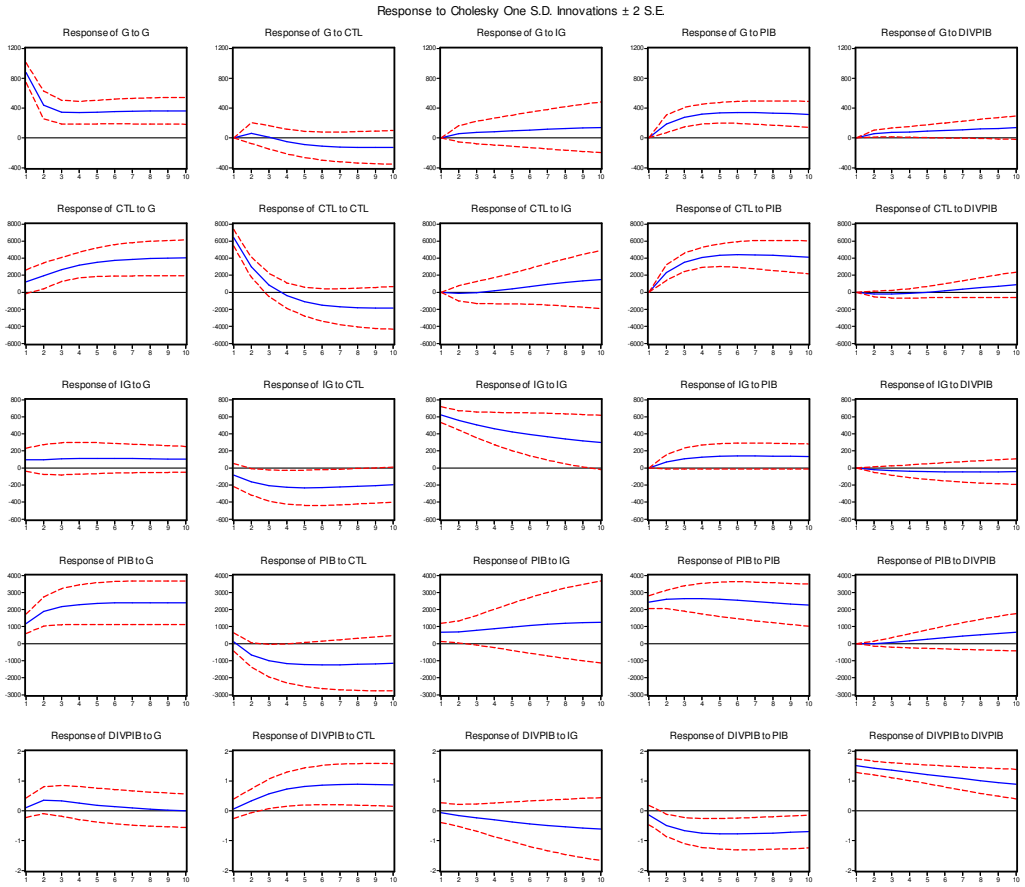
| Componente | Assimetria | Chi-quadrado | G.L. | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | -1,647094 | 39,33732 | 1 | 0,0000 |
| 2 | -0,190614 | 0,526837 | 1 | 0,4679 |
| 3 | 0,143454 | 0,298394 | 1 | 0,5849 |
| 4 | -1,022201 | 15,15097 | 1 | 0,0001 |
| 5 | 1,193681 | 20,66069 | 1 | 0,0000 |
| Conjunta | | 75,97421 | 5 | 0,0000 |

| Componente | Curtose | Chi-quadrado | G.L. | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 11,74610 | 277,2914 | 1 | 0,0000 |
| 2 | 3,580260 | 1,220545 | 1 | 0,2693 |
| 3 | 4,130767 | 4,635045 | 1 | 0,0313 |
| 4 | 4,771458 | 11,37547 | 1 | 0,0007 |
| 5 | 7,712743 | 80,51106 | 1 | 0,0000 |
| Conjunta | | 375,0336 | 5 | 0.0000 |

| Componente | Jarque-Bera | G.L. | Prob. |
|---|---|---|---|
| 1 | 316,6288 | 2 | 0,0000 |
| 2 | 1,747382 | 2 | 0,4174 |
| 3 | 4,933439 | 2 | 0,0849 |
| 4 | 26,52644 | 2 | 0,0000 |
| 5 | 101,1717 | 2 | 0,0000 |
| Conjunta | 451,0078 | 10 | 0,0000 |

Fonte: O autor, 2019.

Gráfico 4 – Resposta a Choques de um Desvio Padrão ± 2 Erros Padrão – Brasil com Dívida.




Fonte: O autor, 2019.

Tabela 20 - Teste de Co-Integração: Brasil com Dívida (continua).

Data: 05/30/19 Time: 22:15

Amostra (ajustada): 1996T4 2017T4

Observações Incluídas: 85 após ajustes

Hipótese de Tendência: Tendência Determinística Linear

Séries: CTL DIVPIB G IG PIB

Intervalos de Defasagens (em primeiras diferenças): 1 a 2

Teste Irrestrito de Cointegração por Posto(Traço)

| Nº. de CE(s) Hipotético | Autovalor | Estatística Traço | 0.05 Valor Crítico | Prob.** |
|---|---|---|---|---|
| Nenhum * | 0,347957 | 80,61843 | 69,81889 | 0,0054 |
| No Máximo1 | 0,225972 | 44,26865 | 47,85613 | 0,1045 |
| No Máximo 2 | 0,139546 | 22,49614 | 29,79707 | 0,2717 |
| No Máximo 3 | 0,084479 | 9,721089 | 15,49471 | 0,3028 |
| No Máximo 4 | 0,025766 | 2,218792 | 3,841466 | 0,1363 |

Teste do Traço Indica 1 equação cointegrando nível de 0.05%.

* denota rejeição da hipótese no nível de 0.05%

**P-Valores MacKinnon-Haug-Michelis (1999)

Teste de Cointegração Irrestrito de Posto (Autovalor Máximo)

| No. Hipotético De Cointegrações | Autovalor | Estatística de Máximo Autovalor | Valor Crítico 5% | Prob.** |
|---|---|---|---|---|
| Nenhum * | 0,347957 | 36,34978 | 33,87687 | 0,0248 |
| No Máximo 1 | 0,225972 | 21,77251 | 27,58434 | 0,2323 |
| No Máximo 2 | 0,139546 | 12,77505 | 21,13162 | 0,4731 |
| No Máximo 3 | 0,084479 | 7,502298 | 14,26460 | 0,4315 |
| No Máximo 4 | 0,025766 | 2,218792 | 3,841466 | 0,1363 |

Teste do Traço Indica 1 equação cointegrada no nível de 0.05%.

* denota rejeição da hipótese no nível de 0.05%

**P-Valores MacKinnon-Haug-Michelis (1999)

Coeficientes Cointegrados Irrestritos (normalizados por b'*S11*b=I):

Tabela 20 - Teste de Co-Integração: Brasil com Dívida (continuação)

| CTL | DIVPIB | G | IG | PIB |
|---|---|---|---|---|
| -4,64E-05 | 0,114646 | -0,000668 | 0,000641 | 0,000158 |
| -3,67E-05 | -0,083021 | 0,001959 | 0,000533 | -0,000263 |
| -0,000174 | -0,040819 | 0,000314 | -0,000923 | 0,000285 |
| 6,22E-05 | 0,125139 | 0,000162 | 0,000183 | -0,000134 |
| -3,69E-05 | -0,011600 | 0,000197 | -0,000212 | 6,52E-05 |

Coeficientes de Ajuste Irrestritos (alfa):

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| D(CTL) | 2303,173 | 493,9773 | 980,0972 | -1006,257 | 138.7 |
| D(DIVPIB) | -0,299141 | 0,200885 | -0,075711 | -0,187283 | -0.166 |
| D(G) | 254,9259 | -149,2281 | 120,8291 | 57,97982 | -71.09 |
| D(IG) | -188,8860 | -112,8831 | 151,2376 | -16,26035 | -6.086 |
| D(PIB) | 201,6034 | 603,6825 | 757,9997 | 309,9520 | -86.95 |

1 Equação Cointegrada: Log-Verossimilhança -3115,857

Coeficientes Cointegrados Normalizados (erro padrão entre parênteses)

| CTL | DIVPIB | G | IG | PIB |
|---|---|---|---|---|
| 1,000000 | -2468,400 | 14,37432 | -13,79316 | -3,401021 |
| | (627,963) | (7,09178) | (3,76207) | (1,15178) |

Coeficientes de Ajuste (erro padrão entre parênteses)

| | |
|---|---|
| D(CTL) | -0,106972 |
| | (0,03009) |
| D(DIVPIB) | 1,39E-05 |
| | (7,5E-06) |
| D(G) | -0,011840 |
| | (0,00407) |
| D(IG) | 0,008773 |
| | (0,00294) |
| D(PIB) | -0,009364 |
| | (0,01462) |

2 Equações Cointegradas: Log verossimilhança -3104.970

Coeficientes Normalizados de Cointegração (erro padrão entre parênteses)

Tabela 20 - Teste de Co-Integração: Brasil com Dívida (Continuação)

| CTL | DIVPIB | G | IG | PIB |
|---|---|---|---|---|
| 1,000000 | 0,000000 | -20,97960 | -14,17914 | 2,117660 |
| | | (6,03342) | (3,69428) | (1,01217) |
| 0,000000 | 1,000000 | -0,014323 | -0,000156 | 0,002236 |
| | | (0,00250) | (0,00153) | (0,00042) |

Coeficientes de Ajuste (erro padrão entre parênteses)

| | | |
|---|---|---|
| D(CTL) | -0,125101 | 223,0399 |
| | (0,03819) | (91,3334) |
| D(DIVPIB) | 6,52E-06 | -0,050973 |
| | (9,4E-06) | (0,02246) |
| D(G) | -0,006364 | 41,61533 |
| | (0,00508) | (12,1587) |
| D(IG) | 0,012916 | -12,28345 |
| | (0,00366) | (8,75053) |
| D(PIB) | -0,031518 | -27,00505 |
| | (0,01816) | (43,4315) |

3 Equações Cointegradas(s): Log verossimilhança -3098,583

Coeficientes Normalizados de Cointegração (erro padrão entre parênteses)

| CTL | DIVPIB | G | IG | PIB |
|---|---|---|---|---|
| 1,000000 | 0,000000 | 0,000000 | 3,997710 | -1,868326 |
| | | | (1,44190) | (0,07590) |
| 0,000000 | 1,000000 | 0,000000 | 0,012253 | -0,000485 |
| | | | (0,00198) | (0,00010) |
| 0,000000 | 0,000000 | 1,000000 | 0,866406 | -0,189993 |
| | | | (0,16369) | (0,00862) |

Coeficientes de Ajuste (erro padrão entre parênteses)

| | | | |
|---|---|---|---|
| D(CTL) | -0,295555 | 183,0328 | -0,262298 |
| | (0,11665) | (93,5410) | (1,32918) |
| D(DIVPIB) | 1,97E-05 | -0,047882 | 0,000569 |
| | (2,9E-05) | (0,02334) | (0,00033) |
| D(G) | -0,027378 | 36,68315 | -0,424606 |
| | (0,01557) | (12,4815) | (0,17736) |
| D(IG) | -0,013387 | -18,45689 | -0,047561 |
| | (0,01088) | (8,72580) | (0,12399) |
| D(PIB) | -0,163346 | -57,94620 | 1,285959 |
| | (0,05396) | (43,2706) | (0,61486) |

Tabela 20 - Teste de Co-Integração: Brasil com Dívida (conclusão)

| 4 Equações Cointegradas (s): | | Log verossimilhança | -3094,832 | |
|---|---|---|---|---|
| Coeficientes Normalizados de Cointegração (erro padrão entre parênteses) | | | | |
| CTL | DIVPIB | G | IG | PIB |
| 1,000000 | 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 | -1,698571 |
| | | | | (0,03600) |
| 0,000000 | 1,000000 | 0,000000 | 0,000000 | 3,48E-05 |
| | | | | (6,5E-05) |
| 0,000000 | 0,000000 | 1,000000 | 0,000000 | -0,153203 |
| | | | | (0,00502) |
| 0,000000 | 0,000000 | 0,000000 | 1,000000 | -0,042463 |
| | | | | (0,00691) |
| Coeficientes de Ajuste (erro padrão entre parênteses) | | | | |
| D(CTL) | -0,358163 | 57,11033 | -0,424905 | 0,649462 |
| | (0,12102) | (120,604) | (1,31000) | (0,78459) |
| D(DIVPIB) | 8,04E-06 | -0,071319 | 0,000539 | -4,89E-05 |
| | (3,0E-05) | (0,03033) | (0,00033) | (0,00020) |
| D(G) | -0,023770 | 43,93871 | -0,415237 | -0,017231 |
| | (0,01638) | (16,3243) | (0,17731) | (0,10620) |
| D(IG) | -0,014399 | -20,49170 | -0,050189 | -0,323853 |
| | (0,01148) | (11,4431) | (0,12429) | (0,07444) |
| D(PIB) | -0,144061 | -19,15897 | 1,336046 | -0,192050 |
| | (0,05654) | (56,3402) | (0,61196) | (0,36652) |

Fonte: O autor, 2019.

## **APÊNDICE C** -Testes de Raiz Unitária

Tabela 21 – Teste ADF da Variável: Variável carga tributária líquida (CTL)

Hipótese Nula: CTL tem Raiz Unitária

Variável Exógena: Constante

Número de Defasagens: 1 (Automático baseado em SIC, MAXLAG=11)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste: Augmented Dickey-Fuller | | -0,860853 | 0,7961 |
| Valores Críticos do Teste: | Nível de 1% | -3,508326 | |
| | Nível de 5% | -2,895512 | |
| | Nível de 10% | -2,584952 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de Teste Augmented Dickey-Fuller

Variável Dependente: D(CTL)

Método: Mínimos Quadrados

Data: 30/05/19 Hora: 21:26

Amostra (ajustada): 1996T3 2017T4

Observações Incluídas: 86 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| CTL(-1) | -0,009750 | 0,011326 | -0,860853 | 0,3918 |
| D(CTL(-1)) | -0,238537 | 0,109265 | -2,183103 | 0,0319 |
| C | 3925,327 | 1773,887 | 2,212839 | 0,0297 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,063698 | Média da Var. Dependente | 2068,048 |
| R-quadrado ajustado | 0,041137 | Desvio Padrão Var. Dep. | 8280,038 |
| Soma dos Erros da Regressão | 8107,943 | Critério Akaike (AIC) | 20,87334 |
| Soma dos Quadrados dos Resíduos | 5,46E+09 | Critério Schwarz (SIC) | 20,95895 |
| Log verossimilhança | -894,5535 | Estatística F | 2,823313 |
| Estatística Durbin-Watson | 1,933151 | Prob. (Estat.-F) | 0,065127 |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 22 – Teste Phillips-Perron da Variável CTL - Brasil

Hipótese Nula: CTL tem Raiz Unitária

Variável Exógena: Constante

Largura de Frequência: 4 (Newey-West usando *kernel* Bartlett)

Tabela 19 (Continuação)

| | | Estat.-t Ajustada | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste Phillips-Perron | | -0,882641 | 0,7894 |
| Valores Críticos do Teste: | Nível de 1% | -3,507394 | |
| | Nível de 5% | -2,895109 | |
| | Nível de 10% | -2,584738 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 66395170 |
| Variância corrigida HAC (*kernel Bartlett*) | 55265103 |

Equação de Teste Phillips-Perron

Variável Dependente: D(CTL)

Método: Mínimos Quadrados

Data: 30/05/19 Hora: 21:32

Amostra (ajustada): 1996T2 2017T4

Observações Incluídas: 87 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| CTL(-1) | -0,010110 | 0,011393 | -0,887389 | 0,3774 |
| C | 3406,179 | 1765,215 | 1,929612 | 0,0570 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,009179 | Média da Var. Dependente | 2050,225 |
| R-quadrado ajustado | -0,002478 | Desvio Padrão Var. Dep. | 8233,435 |
| Soma dos Erros da Regressão | 8243,628 | Critério Akaike (AIC) | 20,89499 |
| Soma dos Quadrados dos Resíduos | 5,78E+09 | Critério Schwarz (SIC) | 20,95168 |
| Log verossimilhança | -906,9320 | Estatística F | 0,787459 |
| Estatística Durbin-Watson | 2,401487 | Prob. (Estat.-F) | 0,377374 |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 23 – Teste ADF para a Variável Gasto Discricionário do Governo (G) – Brasil

Hipótese Nula: G tem raiz unitária

Exógena: Constante

Número de Defasagens: 1 (Automática baseada nos SIC, MAXLAG=11)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste Augmented Dickey-Fuller | | -0,948296 | 0,7681 |
| Valores Críticos do Teste: | Nível de 1% | -3,508326 | |
| | Nível de 5% | -2,895512 | |
| | Nível de 10% | -2,584952 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de Teste Augmented Dickey-Fuller

Variável Dependente: D(G)

Método: Mínimos Quadrados

Data: 30/05/19 Hora: 21:28

Amostra (ajustada): 1996T3 2017T4

Observações Incluídas: 86 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| G(-1) | -0,013256 | 0,013978 | -0,948296 | 0,3457 |
| D(G(-1)) | -0,483051 | 0,095371 | -5,064950 | 0,0000 |
| C | 901,5670 | 656,4775 | 1,373340 | 0,1733 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,244916 | Média da Var. Dependente | 190,0605 |
| R-quadrado ajustado | 0,226721 | Desvio Padrão Var. Dep. | 999,1221 |
| Soma dos Erros da Regressão | 878,5907 | Critério Akaike (AIC) | 16,42878 |
| Soma dos Quadrados dos Resíduos | 64069501 | Critério Schwarz (SIC) | 16,51439 |
| Log verossimilhança | -703,4374 | Estatística F | 13,46077 |
| Estatística Durbin-Watson | 2,206141 | Prob. (Estat.-F) | 0,000009 |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 24 – Teste Phillips-Perron – Variável Gastos Discricionários do Governo (G) – Brasil

Hipótese Nula: G tem raiz unitária

Variável Exógena: Constante

Largura de Frequência: 6 (Newey-West usando *kernel Bartlett*)

| | | Estat.-t Ajust. | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste Phillips-Perron | | -1,025635 | 0,7411 |
| Valores Críticos do Teste: | Nível de 1% | -3,507394 | |
| | Nível de 5% | -2,895109 | |
| | Nível de 10% | -2,584738 | |

*P-Valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância residual (sem correção) | 964711,8 |
| Variância residual. Corrigida HAC (*kernel Bartlett*) | 349626,6 |

Equação de Teste Phillips-Perron

Variável Dependente: D(G)

Método: Mínimos Quadrados

Data: 30/05/19 Hora: 21:33

Amostra (ajustada): 1996T2 2017T4

Observações Incluídas: 87 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| G(-1) | -0,016319 | 0,015611 | -1,045397 | 0,2988 |
| C | 951,6503 | 731,9137 | 1,300222 | 0,1970 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,012694 | Média da variável dependente | 194,6586 |
| R-quadrado Ajustado | 0,001079 | Desv. Pad. da var. dependente | 994,2218 |
| S.E. da regressão | 993,6855 | Critério Akaike | 16,66344 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 83929924 | Critério Schwarz | 16,72013 |
| Log verossimilhança | -722,8596 | Estatística-F | 1,092855 |
| Estatística Durbin-Watson | 2,959027 | Prob.(Estat.-F) | 0,298803 |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 25 – Teste ADF – Variável Gastos Discricionários do Governo (G) – Brasil

Hipótese Nula: G tem raiz unitária

Exógena: Constante

Número de defasagens: 1 (Automática, baseada no SIC, MAXLAG=11)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -1,747734 | 0,4039 |
| Valores Críticos do teste: | Nível de1% | -3,508326 | |
| | Nível de 5% | -2,895512 | |
| | Nível de 10% | -2,584952 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de Teste Augmented Dickey-Fuller

Variável Dependente: D(IG)

Método: Mínimos Quadrados

Data: 05/30/19 Hora: 21:28

Amostra (ajustada): 1996T3 2017T4

Observações Incluídas: 86 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| IG(-1) | -0,048181 | 0,027568 | -1,747734 | 0,0842 |
| D(IG(-1)) | 0,343298 | 0,102611 | 3,345639 | 0,0012 |
| C | 297,1637 | 182,1232 | 1,631663 | 0,1065 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-Quadrado | 0,135465 | Média da variável dependente | 2,951163 |
| R-Quadrado Ajustado | 0,114633 | Desv. Pad. da var. dependente | 643,4672 |
| S.E. da regressão | 605,4637 | Critério Akaike | 15,68413 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 30426666 | Critério Schwarz | 15,76974 |
| Log verossimilhança | -671,4175 | Estatística-F | 6,502680 |
| Estatística Durbin-Watson | 2,054745 | Prob.(Estat.-F) | 0,002379 |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 26 – Teste Phillips-Perron – Variável Investimento do Governo (IG) – Brasil

Hipótese Nula: IG tem Raiz Unitária

Exógena: Constante

Largura de frequência: 2 (Newey-West usando *Kernel* de Bartlett)

| | | Estatística-t Ajustada | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Phillips-Perron | | -1,618400 | 0,4690 |
| Valores Críticos do Teste: | Nível de 1% | -3,507394 | |
| | Nível de 5% | -2,895109 | |
| | Nível de 10% | -2,584738 | |

*P-valores unilaterais de MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 398147,9 |
| Variância corrigida HAC (*kernel Bartlett*) | 617065,2 |

Equação de Teste Phillips-Perron

Variável Dependente: D(IG)

Método: Mínimos Quadrados

Data: 05/30/19 Hora: 21:33

Amostra (ajustada): 1996T2 2017T4

Observações Incluídas: 87 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| IG(-1) | -0,038348 | 0,028695 | -1,336401 | 0,1850 |
| C | 243,4037 | 189,1494 | 1,286833 | 0,2016 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-Quadrado | 0,020579 | Média da variável dependente | 7,751724 |
| R-Quadrado Ajustado | 0,009056 | Desv. Pad. da var. dependente | 641,2803 |
| S.E. da regressão | 638,3699 | Critério Akaike | 15,77843 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 34638868 | Critério Schwarz | 15,83512 |
| Log verossimilhança | -684,3618 | Estatística-F | 1,785968 |
| Estatística Durbin-Watson | 1,329410 | Prob.(Estat.-F) | 0,184985 |

Fonte: O autor, 2019

Tabela 27 – Teste ADF – Variável Produto Interno Bruto (PIB) – Brasil

Hipótese Nula: PIB tem Raiz Unitária

Exógena: Constante

Número de defasagens: 1 (Automática, baseada no SIC, MAXLAG=11)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -1,130590 | 0,7006 |
| Valores críticos do teste: | Nível de 1% | -3,508326 | |
| | Nível de 5% | -2,895512 | |
| | Nível de 10% | -2,584952 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de Teste Augmented Dickey-Fuller

Variável Dependente: D(PIB)

Método: Mínimos Quadrados

Data: 30/05/19 Hora: 21:29

Amostra (ajustada): 1996T3 2017T4

Observações Incluídas: 86 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| PIB(-1) | -0,007832 | 0,006927 | -1,130590 | 0,2615 |
| D(PIB(-1)) | 0,337116 | 0,102497 | 3,289029 | 0,0015 |
| C | 2790,744 | 1734,327 | 1,609122 | 0,1114 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-Quadrado | 0,131495 | Média da variável dependente | 1323,706 |
| R-Quadrado Ajustado | 0,110567 | Desv. Pad. da var. dependente | 3049,286 |
| S.E. da regressão | 2875,774 | Critério Akaike | 18,80029 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 6,86E+08 | Critério Schwarz | 18,88591 |
| Log verossimilhança | -805,4126 | Estatística-F | 6,283257 |
| Estatística Durbin-Watson | 1,924685 | Prob. (Estat.-F) | 0,002878 |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 28 – Teste Phillips-Perron – Variável Produto Interno Bruto (PIB) – Brasil

Hipótese Nula: PIB tem Raiz Unitária

Exógena: Constante

Largura de frequência: 4 (Newey-West usando *Kernel* de Bartlett)

| | | Estatística-t Ajustada | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Phillips-Perron | | -1,076664 | 0,7220 |
| Valores Críticos do Teste: | Nível de 1% | -3,507394 | |
| | Nível de 5% | -2,895109 | |
| | Nível de 10% | -2,584738 | |

*P-valores unilaterais de MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 8944507, |
| Variância corrigida HAC (*kernel* Bartlett) | 15661152 |

Equação de Teste Phillips-Perron

Variável Dependente: D (PIB)

Método: Mínimos Quadrados

Data: 30/05/19 Hora: 21:34

Amostra (ajustada): 1996T2 2017T4

Observações Incluídas: 87 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| PIB(-1) | -0,008569 | 0,007185 | -1,192698 | 0,2363 |
| C | 3400,814 | 1780,276 | 1,910273 | 0,0595 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-Quadrado | 0,016460 | Média da variável dependente | 1313,029 |
| R-Quadrado Ajustado | 0,004889 | Desv. Pad. da var. dependente | 3033,141 |
| S.E. da regressão | 3025,718 | Critério Akaike | 18,89040 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 7,78E+08 | Critério Schwarz | 18,94709 |
| Log verossimilhança | -819,7326 | Estatística-F | 1,422529 |
| Estatística Durbin-Watson | 1,321393 | Prob. (Estat.-F) | 0,236306 |

Fonte: O autor, 2019

Tabela 29 – Teste ADF– Variável Relação Dívida/PIB – Brasil

Hipótese Nula: DIVPIB tem raiz unitária

Exógena: Constante

Número de defasagens: 1 (Automática, baseada no SIC, MAXLAG=11)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -1,704705 | 0,4253 |
| Valores Críticos de teste: | Nível de 1% | -3,508326 | |
| | Nível de 5% | -2,895512 | |
| | Nível de 10% | -2,584952 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de Teste Augmented Dickey-Fuller

Variável Dependente: D(DIVPIB)

Método: Mínimos Quadrados

Data: 30/05/19 Hora: 21:30

Amostra (ajustada): 1996T3 2017T4

Observações Incluídas: 86 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| DIVPIB(-1) | -0,034771 | 0,020397 | -1,704705 | 0,0920 |
| D(DIVPIB(-1)) | 0,391466 | 0,098682 | 3,966933 | 0,0002 |
| C | 1,574422 | 0,834853 | 1,885868 | 0,0628 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-Quadrado | 0,181866 | Média da variável dependente | 0,306977 |
| R-Quadrado Ajustado | 0,162152 | Desv. Pad. da var. dependente | 1,696348 |
| S.E. da regressão | 1,552736 | Critério Akaike | 3,752175 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 200,1121 | Critério Schwarz | 3,837792 |
| Log verossimilhança | -158,3435 | Estatística-F | 9,225190 |
| Estatística Durbin-Watson | 2,077548 | Prob. (Estat.-F) | 0,000241 |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 30 – Teste Phillips-Perron – Variável Relação Dívida/PIB – Brasil

Hipótese Nula: DIVPIB tem Raiz Unitária

Exógena: Constante

Largura de frequência: 4 (Newey-West usando *Kernel* de Bartlett)

| | | Estatística-t Ajustada | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Phillips-Perron | | -1.887264 | 0.3368 |
| Valores Críticos do Teste: | Nível de 1% | -3.507394 | |
| | Nível de 5% | -2.895109 | |
| | Nível de 10% | -2.584738 | |

*P-valores unilaterais de MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 2.751546 |
| Variância corrigida HAC (*kernel* Bartlett) | 5.714736 |

Equação de Teste Phillips-Perron

Variável Dependente: D(DIVPIB)

Método: Mínimos Quadrados

Data: 30/05/19 Hora: 21:34

Amostra (ajustada): 1996T2 2017T4

Observações Incluídas: 87 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| DIVPIB(-1) | -0,037046 | 0,021465 | -1,725934 | 0,0880 |
| C | 1,805181 | 0,874815 | 2,063500 | 0,0421 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-Quadrado | 0,033859 | Média da variável dependente | 0,327586 |
| R-Quadrado Ajustado | 0,022492 | Desv. Pad. da var. dependente | 1,697378 |
| S.E. da regressão | 1,678180 | Critério Akaike | 3,896017 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 239,3845 | Critério Schwarz | 3,952705 |
| Log verossimilhança | -167,4767 | Estatística-F | 2,978847 |
| Estatística Durbin-Watson | 1,205962 | Prob. (Estat.-F) | 0,087993 |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 31 – Teste ADF– Variável Gasto do Governo – EUA

Hipótese Nula: GG tem raiz unitária

Exógena: Constante

Número de defasagens: 0 (Automática, baseada no SIC, MAXLAG=13)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -3,957354 | 0,0021 |
| Valores Críticos de teste: | Nível de 1% | -3,473967 | |
| | Nível de 5% | -2,880591 | |
| | Nível de 10% | -2,577008 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de Teste Augmented Dickey-Fuller

Variável Dependente: D(GG)

Método: Mínimos Quadrados

Data: 30/05/19 Hora: 21:36

Amostra (ajustada): 1960T2 1997T4

Observações Incluídas: 151 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| GG(-1) | -0,018190 | 0,004597 | -3,957354 | 0,0001 |
| C | -0,180004 | 0,046504 | -3,870751 | 0,0002 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-Quadrado | 0,095109 | Média da variável dependente | 0,004000 |
| R-Quadrado Ajustado | 0,089036 | Desv. Pad. da var. dependente | 0,010303 |
| S.E. da regressão | 0,009834 | Critério Akaike | -6,392783 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 0,014409 | Critério Schwarz | -6,352819 |
| Log verossimilhança | 484,6551 | Estatística-F | 15,66065 |
| Estatística Durbin-Watson | 1,735418 | Prob. (Estat.-F) | 0,000117 |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 32 – Teste Phillips-Perron – Gasto do Governo (GG) – EUA

Hipótese Nula: GG tem Raiz Unitária

| Exógena: Constante | Exógena: Constante | Exógena: Constante |
|---|---|---|

Largura de frequência: 7 (Newey-West usando *Kernel* de Bartlett)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Phillips-Perron | | -3,205143 | 0,0216 |
| Valores Críticos do Teste: | Nível de 1% | -3,473967 | |
| | Nível de 5% | -2,880591 | |
| | Nível de 10% | -2,577008 | |

*P-valores unilaterais de MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 9,54E-05 |
| Variância corrigida HAC (*kernel* Bartlett) | 0,000164 |

Equação de Teste Phillips-Perron

Variável Dependente: D(GG)

Método: Mínimos Quadrados

Data: 30/05/19 Hora: 21:37

Amostra (ajustada): 1960T2 1997T4

Observações Incluídas: 151 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| GG(-1) | -0,018190 | 0,004597 | -3,957354 | 0,0001 |
| C | -0,180004 | 0,046504 | -3,870751 | 0,0002 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-Quadrado | 0,095109 | Média da variável dependente | 0,004000 |
| R-Quadrado Ajustado | 0,089036 | Desv. Pad. da var. dependente | 0,010303 |
| S.E. da regressão | 0,009834 | Critério Akaike | -6,392783 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 0,014409 | Critério Schwarz | -6,352819 |
| Log verossimilhança | 484,6551 | Estatística-F | 15,66065 |
| Estatística Durbin-Watson | 1,735418 | Prob. (Estat.-F) | 0,000117 |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 33 – Teste ADF– Variável Carga Tributária (TT) – EUA

Hipótese Nula: TT tem raiz unitária

Exógena: Constante

Número de defasagens: 0 (Automática, baseada no SIC, MAXLAG=13)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -1,891837 | 0,3355 |
| Valores Críticos de teste: | Nível de 1% | -3,473967 | |
| | Nível de 5% | -2,880591 | |
| | Nível de 10% | -2,577008 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de Teste Augmented Dickey-Fuller

Variável Dependente: D(TT)

Método: Mínimos Quadrados

Data: 30/05/19 Hora: 21:38

Amostra (ajustada): 1960T2 1997T4

Observações Incluídas: 151 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| TT(-1) | -0,046638 | 0,024652 | -1,891837 | 0,0605 |
| C | -0,476886 | 0,254164 | -1,876294 | 0,0626 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-Quadrado | 0,023457 | Média da variável dependente | 0,003904 |
| R-Quadrado Ajustado | 0,016903 | Desv. Pad. da var. dependente | 0,043766 |
| S.E. da regressão | 0,043395 | Critério Akaike | -3,423789 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 0,280586 | Critério Schwarz | -3,383825 |
| Log verossimilhança | 260,4961 | Estatística-F | 3,579047 |
| Estatística Durbin-Watson | 2,295403 | Prob. (Estat.-F) | 0,060453 |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 34 – Teste Phillips-Perron – Carga Tributária (TT) – EUA

Hipótese Nula: TT tem Raiz Unitária

Exógena: Constant

Largura de frequência: 3 (Newey-West usando *Kernel* de Bartlett)

| | | Estatística-t Ajustada | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Phillips-Perron | | -1,795181 | 0,3818 |
| Valores Críticos do Teste: | Nível de 1% | -3,473967 | |
| | Nível de 5% | -2,880591 | |
| | Nível de 10% | -2,577008 | |

*P-valores unilaterais de MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 0,001858 |
| Variância corrigida HAC (*kernel* Bartlett) | 0,001664 |

Equação de Teste Phillips-Perron

Variável Dependente: D(TT)

Método: Mínimos Quadrados

Data: 30/05/19 Hora: 21:39

Amostra (ajustada): 1960T2 1997T4

Observações Incluídas: 151 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| TT(-1) | -0,046638 | 0,024652 | -1,891837 | 0,0605 |
| C | -0,476886 | 0,254164 | -1,876294 | 0,0626 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-Quadrado | 0,023457 | Média da variável dependente | 0,003904 |
| R-Quadrado Ajustado | 0,016903 | Desv. Pad. da var. dependente | 0,043766 |
| S.E. da regressão | 0,043395 | Critério Akaike | -3,423789 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 0,280586 | Critério Schwarz | -3,383825 |
| Log verossimilhança | 260,4961 | Estatística-F | 3,579047 |
| Estatística Durbin-Watson | 2,295403 | Prob. (Estat.-F) | 0,060453 |
| R-Quadrado | | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 35 – Teste ADF– Produto Interno Bruto (XX) – EUA

Hipótese Nula: XX tem raiz unitária

Exógena: Constante

Número de defasagens: 1 (Automática, baseada no SIC, MAXLAG=13)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -1,592819 | 0,4838 |
| Valores Críticos de teste: | Nível de 1% | -3,474265 | |
| | Nível de 5% | -2,880722 | |
| | Nível de 10% | -2,577077 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de Teste Augmented Dickey-Fuller

Variável Dependente: D(XX)

Método: Mínimos Quadrados

Data: 30/05/19 Hora: 21:40

Amostra (ajustada): 1960T3 1997T4

Observações Incluídas: 150 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| XX(-1) | -0,005349 | 0,003358 | -1,592819 | 0,1133 |
| D(XX(-1)) | 0,292741 | 0,077490 | 3,777806 | 0,0002 |
| C | -0,042090 | 0,028697 | -1,466717 | 0,1446 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-Quadrado | 0,108995 | Média da variável dependente | 0,005121 |
| R-Quadrado Ajustado | 0,096872 | Desv. Pad. da var. dependente | 0,009263 |
| S.E. da regressão | 0,008803 | Critério Akaike | -6,607619 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 0,011392 | Critério Schwarz | -6,547406 |
| Log verossimilhança | 498,5714 | Estatística-F | 8,991081 |
| Estatística Durbin-Watson | 2,088451 | Prob. (Estat.-F) | 0,000207 |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 36 – Teste Phillips-Perron – Produto Interno Bruto (XX) – EUA

Hipótese Nula: XX tem raiz unitária

Exógena: Constante

Largura de frequência: 5 (Newey-West usando *Kernel* de Bartlett)

| | | Estatística-t Ajustada | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Phillips-Perron | | -1,316690 | 0,6210 |
| Valores Críticos do Teste: | Nível de 1% | -3,473967 | |
| | Nível de 5% | -2,880591 | |
| | Nível de 10% | -2,577008 | |

*P-valores unilaterais de MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 8,48E-05 |
| Variância corrigida HAC (*kernel* Bartlett) | 0,000151 |

Equação de Teste Phillips-Perron

Variável Dependente: D(XX)

Método: Mínimos Quadrados

Date: 30/05/19 Hora: 21:40

Amostra (ajustada): 1960T2 1997T4

Observações Incluídas: 151 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| XX(-1) | -0,005407 | 0,003478 | -1,554444 | 0,1222 |
| C | -0,041230 | 0,029764 | -1,385208 | 0,1681 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-Quadrado | 0,015958 | Média da variável dependente | 0,005022 |
| R-Quadrado Ajustado | 0,009354 | Desv. Pad. da var. dependente | 0,009311 |
| S.E. da regressão | 0,009268 | Critério Akaike | -6,511396 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 0,012798 | Critério Schwarz | -6,471432 |
| Log verossimilhança | 493,6104 | Estatística-F | 2,416295 |
| Estatística Durbin-Watson | 1,391125 | Prob. (Estat.-F) | 0,122200 |

Fonte: O autor, 2019

Tabela 37 – Teste ADF – Preço da Carne no mercado importada (BEEF) – EUA

Hipótese Nula: BEEF tem raiz unitária
Exógena: Constante
Tamanho da defasagem: 5 (Automática - baseada no SIC, maxlag=11)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -0,754379 | 0,8264 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,508326 | |
| | Nível de 5% | -2,895512 | |
| | Nível de 10% | -2,584952 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(BEEF)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 17:43
Amostra (Ajustada): 1997Q3 2018Q4
Observações incluídas: 86 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| BEEF(-1) | -0,017458 | 0,023142 | -0,754379 | 0,4529 |
| D(BEEF(-1)) | 0,196915 | 0,103020 | 1,911427 | 0,0596 |
| D(BEEF(-2)) | -0,266544 | 0,105541 | -2,525499 | 0,0136 |
| D(BEEF(-3)) | 0,160413 | 0,109081 | 1,470587 | 0,1454 |
| D(BEEF(-4)) | -0,025553 | 0,106131 | -0,240771 | 0,8104 |
| D(BEEF(-5)) | -0,399673 | 0,104224 | -3,834735 | 0,0003 |
| C | 3,868488 | 3,266687 | 1,184223 | 0,2399 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,330587 | Média da Var. Dependente | 1,081739 |
| R-quadrado ajustado | 0,279746 | Desv. Pad. Var. Dep. | 11,17643 |
| Soma dos erros da regressão | 9,485190 | Critério Akaike | 7,415232 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 7107,538 | Critério Schwarz | 7,615004 |
| Log verossimilhança | -311,8550 | Hannan-Quinn criter. | 7,495631 |
| Estatística-F | 6,502320 | Estat. Durbin-Watson | 2,005463 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000013 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 38 – Teste Phillips-Perron – Preço da Carne no mercado importada (BEEF) – EUA

Hipótese Nula: BEEF tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 1 (Newey-West automática) usando kernel Bartlett

| | | Estat.-t Ajust. | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste de Phillips-Perron | | -1,226484 | 0,6602 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,503879 | |
| | Nível de 5% | -2,893589 | |
| | Nível de 10% | -2,583931 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 115,3371 |
| Variância corrigida HAC (Kernel Bartlett) | 126,5106 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(BEEF)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 17:44
Amostra (Ajustada): 1996Q2 2018Q4
Observações incluídas: 91 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| BEEF(-1) | -0,029036 | 0,024670 | -1,176979 | 0,2423 |
| C | 4,929974 | 3,483456 | 1,415254 | 0,1605 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,015326 | Média da Var. Dependente | 1,055130 |
| R-quadrado ajustado | 0,004263 | Desv. Pad. Var. Dep. | 10,88273 |
| Soma dos erros da regressão | 10,85951 | Critério Akaike | 7,629692 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 10495,67 | Critério Schwarz | 7,684876 |
| Log verossimilhança | -345,1510 | Hannan-Quinn criter. | 7,651955 |
| Estatística-F | 1,385279 | Estat. Durbin-Watson | 1,797713 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,242342 | | |

Fonte: O autor, 2019

Tabela 39 – Teste ADF – Índice de Volatilidade CBOE (VIX) – EUA

Hipótese Nula: VIX tem raiz unitária
Exógena: Constante
Tamanho da defasagem:0 (Automática - baseada no SIC, maxlag=10)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -3,300473 | 0,0189 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,536587 | |
| | Nível de 5% | -2,907660 | |
| | Nível de 10% | -2,591396 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(VIX)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 17:44
Amostra (Ajustada): 1996Q2 2012Q1
Observações incluídas: 64 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| VIX(-1) | -0,299460 | 0,090732 | -3,300473 | 0,0016 |
| C | 5,533050 | 1,917220 | 2,885976 | 0,0054 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,149440 | Média da Var. Dependente | -0,275032 |
| R-quadrado ajustado | 0,135721 | Desv. Pad. Var. Dep. | 6,547520 |
| Soma dos erros da regressão | 6,087008 | Critério Akaike | 6,480942 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 2297,203 | Critério Schwarz | 6,548407 |
| Log verossimilhança | -205,3901 | Hannan-Quinn criter. | 6,507519 |
| Estatística-F | 10,89312 | Estat. Durbin-Watson | 1,843881 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,001603 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 40 – Teste Phillips-Perron – Índice de Volatilidade CBOE (VIX) – EUA

Hipótese Nula: VIX tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 3 (Newey-West automática) usando kernel Bartlett

| | | Estat.-t Ajust. | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste de Phillips-Perron | | -3,286853 | 0,0196 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,536587 | |
| | Nível de 5% | -2,907660 | |
| | Nível de 10% | -2,591396 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 35,89380 |
| Variância corrigida HAC (Kernel Bartlett) | 35,48964 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(VIX)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 17:45
Amostra (Ajustada): 1996Q2 2012Q1
Observações incluídas: 64 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| VIX(-1) | -0,299460 | 0,090732 | -3,300473 | 0,0016 |
| C | 5,533050 | 1,917220 | 2,885976 | 0,0054 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,149440 | Média da Var. Dependente | -0,275032 |
| R-quadrado ajustado | 0,135721 | Desv. Pad. Var. Dep. | 6,547520 |
| Soma dos erros da regressão | 6,087008 | Critério Akaike | 6,480942 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 2297,203 | Critério Schwarz | 6,548407 |
| Log verossimilhança | -205,3901 | Hannan-Quinn criter. | 6,507519 |
| Estatística-F | 10,89312 | Estat. Durbin-Watson | 1,843881 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,001603 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 41 – Teste ADF – Preço do Petróleo *West Texas Intermediate* (OIL) – EUA

Hipótese Nula: OIL tem raiz unitária
Exógena: Constante
Tamanho da defasagem:2 (Automática - baseada no SIC, maxlag=11)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -1,700535 | 0,4275 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,505595 | |
| | Nível de 5% | -2,894332 | |
| | Nível de 10% | -2,584325 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(OIL)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 17:45
Amostra (Ajustada): 1996Q4 2018Q4
Observações incluídas: 89 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| OIL(-1) | -0,071546 | 0,042073 | -1,700535 | 0,0927 |
| D(OIL(-1)) | 0,170672 | 0,103837 | 1,643644 | 0,1039 |
| D(OIL(-2)) | -0,341297 | 0,104770 | -3,257570 | 0,0016 |
| C | 4,347419 | 2,624412 | 1,656530 | 0,1013 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,171735 | Média da Var. Dependente | 0,235393 |
| R-quadrado ajustado | 0,142502 | Desv. Pad. Var. Dep. | 12,17979 |
| Soma dos erros da regressão | 11,27863 | Critério Akaike | 7,727599 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 10812,63 | Critério Schwarz | 7,839448 |
| Log verossimilhança | -339,8781 | Hannan-Quinn criter. | 7,772682 |
| Estatística-F | 5,874734 | Estat. Durbin-Watson | 1,893444 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,001078 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 42 – Teste Phillips-Perron – Preço do Petróleo *West Texas Intermediate* (OIL) – EUA

Hipótese Nula: OIL tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 6 (Newey-West automática) usando kernel Bartlett

| | | Estat.-t Ajust. | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste de Phillips-Perron | | -1,928810 | 0,3179 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,503879 | |
| | Nível de 5% | -2,893589 | |
| | Nível de 10% | -2,583931 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 136,7437 |
| Variância corrigida HAC (Kernel Bartlett) | 108,3562 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(OIL)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 17:46
Amostra (Ajustada): 1996Q2 2018Q4
Observações incluídas: 91 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| OIL(-1) | -0,087949 | 0,041743 | -2,106906 | 0,0379 |
| C | 5,122768 | 2,619528 | 1,955607 | 0,0536 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,047507 | Média da Var. Dependente | 0,260659 |
| R-quadrado ajustado | 0,036805 | Desv. Pad. Var. Dep. | 12,04820 |
| Soma dos erros da regressão | 11,82441 | Critério Akaike | 7,799941 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 12443,68 | Critério Schwarz | 7,855125 |
| Log verossimilhança | -352,8973 | Hannan-Quinn criter. | 7,822205 |
| Estatística-F | 4,439054 | Estat. Durbin-Watson | 1,684082 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,037940 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 43 – Teste ADF – Preço e *commodities* índice de aço e ferro (IRONSTEEL) – EUA

Hipótese Nula: IRONSTEEL tem raiz unitária
Exógena: Constante
Tamanho da defasagem:2 (Automática - baseada no SIC, maxlag=11)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -1,059179 | 0,7288 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,505595 | |
| | Nível de 5% | -2,894332 | |
| | Nível de 10% | -2,584325 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(IRONSTEEL)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:07
Amostra (Ajustada): 1996Q4 2018Q4
Observações incluídas: 89 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| IRONSTEEL(-1) | -0,028368 | 0,026783 | -1,059179 | 0,2925 |
| D(IRONSTEEL(-1)) | 0,399153 | 0,101513 | 3,932033 | 0,0002 |
| D(IRONSTEEL(-2)) | -0,325288 | 0,103030 | -3,157229 | 0,0022 |
| C | 6,366987 | 4,947631 | 1,286876 | 0,2016 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,204035 | Média da Var. Dependente | 1,376637 |
| R-quadrado ajustado | 0,175942 | Desv. Pad. Var. Dep. | 13,51138 |
| Soma dos erros da regressão | 12,26532 | Critério Akaike | 7,895330 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 12787,23 | Critério Schwarz | 8,007179 |
| Log verossimilhança | -347,3422 | Hannan-Quinn criter. | 7,940413 |
| Estatística-F | 7,262862 | Estat. Durbin-Watson | 1,998472 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000215 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 44 – Teste Phillips-Perron – Preço e *commodities* índice de aço e ferro (IRONSTEEL) – EUA

Hipótese Nula: IRONSTEEL tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 7 (Newey-West automática) usando kernel Bartlett

| | | Estat.-t Ajust. | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste de Phillips-Perron | | -1,019073 | 0,7437 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,503879 | |
| | Nível de 5% | -2,893589 | |
| | Nível de 10% | -2,583931 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 174,1464 |
| Variância corrigida HAC (Kernel Bartlett) | 152,4676 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(IRONSTEEL)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:07
Amostra (Ajustada): 1996Q2 2018Q4
Observações incluídas: 91 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| IRONSTEEL(-1) | -0,031008 | 0,027935 | -1,110014 | 0,2700 |
| C | 6,888223 | 5,174972 | 1,331065 | 0,1866 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,013655 | Média da Var. Dependente | 1,357764 |
| R-quadrado ajustado | 0,002573 | Desv. Pad. Var. Dep. | 13,36110 |
| Soma dos erros da regressão | 13,34390 | Critério Akaike | 8,041729 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 15847,32 | Critério Schwarz | 8,096913 |
| Log verossimilhança | -363,8987 | Hannan-Quinn criter. | 8,063993 |
| Estatística-F | 1,232131 | Estat. Durbin-Watson | 1,396571 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,269983 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 45 – Teste ADF – Taxa de juros LIBOR (LIBOR)

Hipótese Nula: LIBOR tem raiz unitária
Exógena: Constante
Tamanho da defasagem:3 (Automática - baseada no SIC, maxlag=11)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -2,310399 | 0,1710 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,506484 | |
| | Nível de 5% | -2,894716 | |
| | Nível de 10% | -2,584529 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(LIBOR)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:12
Amostra (Ajustada): 1997Q1 2018Q4
Observações incluídas: 88 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| LIBOR(-1) | -0,054694 | 0,023673 | -2,310399 | 0,0233 |
| D(LIBOR(-1)) | 0,190695 | 0,102768 | 1,855585 | 0,0671 |
| D(LIBOR(-2)) | 0,059130 | 0,104853 | 0,563926 | 0,5743 |
| D(LIBOR(-3)) | 0,307760 | 0,103674 | 2,968533 | 0,0039 |
| C | 0,129159 | 0,080481 | 1,604834 | 0,1123 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,184599 | Média da Var. Dependente | -0,031305 |
| R-quadrado ajustado | 0,145302 | Desv. Pad. Var. Dep. | 0,522150 |
| Soma dos erros da regressão | 0,482727 | Critério Akaike | 1,436408 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 19,34107 | Critério Schwarz | 1,577165 |
| Log verossimilhança | -58,20193 | Hannan-Quinn criter. | 1,493115 |
| Estatística-F | 4,697592 | Estat. Durbin-Watson | 2,001613 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,001817 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 46 – Teste Phillips-Perron – Taxa de juros LIBOR (LIBOR)

Hipótese Nula: LIBOR tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 5 (Newey-West automática) usando kernel Bartlett

| | | Estat.-t Ajust. | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste de Phillips-Perron | | -1,784780 | 0,3858 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,503879 | |
| | Nível de 5% | -2,893589 | |
| | Nível de 10% | -2,583931 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 0,254909 |
| Variância corrigida HAC (Kernel Bartlett) | 0,509222 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(LIBOR)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:13
Amostra (Ajustada): 1996Q2 2018Q4
Observações incluídas: 91 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| LIBOR(-1) | -0,034634 | 0,023865 | -1,451220 | 0,1502 |
| C | 0,062937 | 0,083082 | 0,757533 | 0,4507 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,023116 | Média da Var. Dependente | -0,029286 |
| R-quadrado ajustado | 0,012140 | Desv. Pad. Var. Dep. | 0,513654 |
| Soma dos erros da regressão | 0,510526 | Critério Akaike | 1,514983 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 23,19669 | Critério Schwarz | 1,570167 |
| Log verossimilhança | -66,93174 | Hannan-Quinn criter. | 1,537247 |
| Estatística-F | 2,106039 | Estat. Durbin-Watson | 1,515057 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,150234 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 47 – Teste ADF – Preço e *commodities* índice preços de café (COFFEE) – EUA

Hipótese Nula: COFFEE tem raiz unitária
Exógena: Constante
Tamanho da defasagem:2 (Automática - baseada no SIC, maxlag=11)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -1,368192 | 0,5944 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,505595 | |
| | Nível de 5% | -2,894332 | |
| | Nível de 10% | -2,584325 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(COFFEE)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:13
Amostra (Ajustada): 1996Q4 2018Q4
Observações incluídas: 89 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| COFFEE(-1) | -0,023216 | 0,016969 | -1,368192 | 0,1749 |
| D(COFFEE(-1)) | 0,369054 | 0,107277 | 3,440200 | 0,0009 |
| D(COFFEE(-2)) | 0,015609 | 0,107655 | 0,144994 | 0,8851 |
| C | 4,354412 | 2,890300 | 1,506560 | 0,1356 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,153403 | Média da Var. Dependente | 0,743820 |
| R-quadrado ajustado | 0,123523 | Desv. Pad. Var. Dep. | 5,532691 |
| Soma dos erros da regressão | 5,179725 | Critério Akaike | 6,171284 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 2280,512 | Critério Schwarz | 6,283132 |
| Log verossimilhança | -270,6221 | Hannan-Quinn criter. | 6,216367 |
| Estatística-F | 5,133977 | Estat. Durbin-Watson | 1,998166 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,002600 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 48 – Teste Phillips-Perron – Preço e *commodities* índice preços de café (COFFEE) – EUA

Hipótese Nula: COFFEE tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 3 (Newey-West automática) usando kernel Bartlett

| | | Estat.-t Ajust. | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste de Phillips-Perron | | -1,153513 | 0,6914 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,503879 | |
| | Nível de 5% | -2,893589 | |
| | Nível de 10% | -2,583931 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 29,55152 |
| Variância corrigida HAC (Kernel Bartlett) | 50,01125 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(COFFEE)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:13
Amostra (Ajustada): 1996Q2 2018Q4
Observações incluídas: 91 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| COFFEE(-1) | -0,016756 | 0,017588 | -0,952677 | 0,3433 |
| C | 3,478801 | 2,991315 | 1,162967 | 0,2480 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,010095 | Média da Var. Dependente | 0,682418 |
| R-quadrado ajustado | -0,001028 | Desv. Pad. Var. Dep. | 5,494049 |
| Soma dos erros da regressão | 5,496872 | Critério Akaike | 6,267968 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 2689,188 | Critério Schwarz | 6,323152 |
| Log verossimilhança | -283,1926 | Hannan-Quinn criter. | 6,290232 |
| Estatística-F | 0,907594 | Estat. Durbin-Watson | 1,252606 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,343334 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 49 – Teste ADF – Índice Dow Jones (DJIA) – EUA

Hipótese Nula: DJIA tem raiz unitária
Exógena: Constante
Tamanho da defasagem:0 (Automática - baseada no SIC, maxlag=11)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | 0,174666 | 0,9696 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,503879 | |
| | Nível de 5% | -2,893589 | |
| | Nível de 10% | -2,583931 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(DJIA)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:14
Amostra (Ajustada): 1996Q2 2018Q4
Observações incluídas: 91 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| DJIA(-1) | 0,003381 | 0,019360 | 0,174666 | 0,8617 |
| C | 157,1717 | 255,1147 | 0,616082 | 0,5394 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,000343 | Média da Var. Dependente | 199,0728 |
| R-quadrado ajustado | -0,010889 | Desv. Pad. Var. Dep. | 823,5692 |
| Soma dos erros da regressão | 828,0412 | Critério Akaike | 16,29774 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 61023045 | Critério Schwarz | 16,35292 |
| Log verossimilhança | -739,5470 | Hannan-Quinn criter. | 16,32000 |
| Estatística-F | 0,030508 | Estat. Durbin-Watson | 1,845407 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,861739 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 50 – Teste Phillips-Perron– Índice Dow Jones (DJIA) – EUA

Hipótese Nula: DJIA tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 3 (Newey-West automática) usando kernel Bartlett

| | | Estat.-t Ajust. | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste de Phillips-Perron | | 0,066299 | 0,9614 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,503879 | |
| | Nível de 5% | -2,893589 | |
| | Nível de 10% | -2,583931 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 670582,9 |
| Variância corrigida HAC (Kernel Bartlett) | 751028,3 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(DJIA)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:14
Amostra (Ajustada): 1996Q2 2018Q4
Observações incluídas: 91 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| DJIA(-1) | 0,003381 | 0,019360 | 0,174666 | 0,8617 |
| C | 157,1717 | 255,1147 | 0,616082 | 0,5394 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,000343 | Média da Var. Dependente | 199,0728 |
| R-quadrado ajustado | -0,010889 | Desv. Pad. Var. Dep. | 823,5692 |
| Soma dos erros da regressão | 828,0412 | Critério Akaike | 16,29774 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 61023045 | Critério Schwarz | 16,35292 |
| Log verossimilhança | -739,5470 | Hannan-Quinn criter. | 16,32000 |
| Estatística-F | 0,030508 | Estat. Durbin-Watson | 1,845407 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,861739 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 51 – Teste ADF – Índice de Preços ao Consumidor (CPI) – EUA

Hipótese Nula: USCPI tem raiz unitária
Exógena: Constante
Tamanho da defasagem:0 (Automática - baseada no SIC, maxlag=11)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -0,292995 | 0,9208 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,503879 | |
| | Nível de 5% | -2,893589 | |
| | Nível de 10% | -2,583931 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(USCPI)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:15
Amostra (Ajustada): 1996Q2 2018Q4
Observações incluídas: 91 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| USCPI(-1) | -0,001125 | 0,003839 | -0,292995 | 0,7702 |
| C | 0,549639 | 0,333418 | 1,648499 | 0,1028 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,000964 | Média da Var. Dependente | 0,452939 |
| R-quadrado ajustado | -0,010261 | Desv. Pad. Var. Dep. | 0,449183 |
| Soma dos erros da regressão | 0,451482 | Critério Akaike | 1,269168 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 18,14137 | Critério Schwarz | 1,324352 |
| Log verossimilhança | -55,74717 | Hannan-Quinn criter. | 1,291432 |
| Estatística-F | 0,085846 | Estat. Durbin-Watson | 1,598004 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,770208 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 52 – Teste Phillips-Perron – Índice de Preços ao Consumidor (CPI) – EUA

Hipótese Nula: USCPI tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 3 (Newey-West automática) usando kernel Bartlett

| | | Estat.-t Ajust. | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste de Phillips-Perron | | -0,296704 | 0,9202 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,503879 | |
| | Nível de 5% | -2,893589 | |
| | Nível de 10% | -2,583931 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 0,199356 |
| Variância corrigida HAC (Kernel Bartlett) | 0,224957 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(USCPI)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:15
Amostra (Ajustada): 1996Q2 2018Q4
Observações incluídas: 91 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| USCPI(-1) | -0,001125 | 0,003839 | -0,292995 | 0,7702 |
| C | 0,549639 | 0,333418 | 1,648499 | 0,1028 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,000964 | Média da Var. Dependente | 0,452939 |
| R-quadrado ajustado | -0,010261 | Desv. Pad. Var. Dep. | 0,449183 |
| Soma dos erros da regressão | 0,451482 | Critério Akaike | 1,269168 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 18,14137 | Critério Schwarz | 1,324352 |
| Log verossimilhança | -55,74717 | Hannan-Quinn criter. | 1,291432 |
| Estatística-F | 0,085846 | Estat. Durbin-Watson | 1,598004 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,770208 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 53 – Teste ADF – Índice de Preços da Soja (SOYBEANS) – EUA

Hipótese Nula: SOYBEANS tem raiz unitária
Exógena: Constante
Tamanho da defasagem:0 (Automática - baseada no SIC, maxlag=11)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -2,005676 | 0,2840 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,503879 | |
| | Nível de 5% | -2,893589 | |
| | Nível de 10% | -2,583931 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(SOYBEANS)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:22
Amostra (Ajustada): 1996Q2 2018Q4
Observações incluídas: 91 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| SOYBEANS(-1) | -0,086006 | 0,042881 | -2,005676 | 0,0479 |
| C | 12,89403 | 6,783047 | 1,900920 | 0,0605 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,043245 | Média da Var. Dependente | 0,145055 |
| R-quadrado ajustado | 0,032495 | Desv. Pad. Var. Dep. | 22,96113 |
| Soma dos erros da regressão | 22,58500 | Critério Akaike | 9,094181 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 45397,30 | Critério Schwarz | 9,149365 |
| Log verossimilhança | -411,7853 | Hannan-Quinn criter. | 9,116445 |
| Estatística-F | 4,022738 | Estat. Durbin-Watson | 2,030077 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,047928 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 54 – Teste Phillips-Perron – Índice de Preços da Soja (SOYBEANS) – EUA

Hipótese Nula: SOYBEANS tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 6 (Newey-West automática) usando kernel Bartlett

| | | Estat.-t Ajust. | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste de Phillips-Perron | | -1,884650 | 0,3381 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,503879 | |
| | Nível de 5% | -2,893589 | |
| | Nível de 10% | -2,583931 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 498,8714 |
| Variância corrigida HAC (Kernel Bartlett) | 435,6703 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(SOYBEANS)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:22
Amostra (Ajustada): 1996Q2 2018Q4
Observações incluídas: 91 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| SOYBEANS(-1) | -0,086006 | 0,042881 | -2,005676 | 0,0479 |
| C | 12,89403 | 6,783047 | 1,900920 | 0,0605 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,043245 | Média da Var. Dependente | 0,145055 |
| R-quadrado ajustado | 0,032495 | Desv. Pad. Var. Dep. | 22,96113 |
| Soma dos erros da regressão | 22,58500 | Critério Akaike | 9,094181 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 45397,30 | Critério Schwarz | 9,149365 |
| Log verossimilhança | -411,7853 | Hannan-Quinn criter. | 9,116445 |
| Estatística-F | 4,022738 | Estat. Durbin-Watson | 2,030077 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,047928 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 55 – Teste ADF – Taxa de câmbio do dólar americano x dólar canadense (CAN)

Hipótese Nula: CAN tem raiz unitária
Exógena: Constante
Tamanho da defasagem:8 (Automática - baseada no SIC, maxlag=14)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -4,215335 | 0,0008 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,458973 | |
| | Nível de 5% | -2,874029 | |
| | Nível de 10% | -2,573502 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(CAN)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:23
Amostra (Ajustada): 1962Q2 2019Q1
Observações incluídas: 228 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| CAN(-1) | -0,155678 | 0,036931 | -4,215335 | 0,0000 |
| D(CAN(-1)) | 0,351620 | 0,062763 | 5,602340 | 0,0000 |
| D(CAN(-2)) | 0,127505 | 0,066448 | 1,918872 | 0,0563 |
| D(CAN(-3)) | 0,213131 | 0,063857 | 3,337627 | 0,0010 |
| D(CAN(-4)) | -0,641783 | 0,064654 | -9,926425 | 0,0000 |
| D(CAN(-5)) | 0,157623 | 0,058629 | 2,688460 | 0,0077 |
| D(CAN(-6)) | 0,100853 | 0,059340 | 1,699573 | 0,0906 |
| D(CAN(-7)) | 0,210266 | 0,058578 | 3,589519 | 0,0004 |
| D(CAN(-8)) | -0,225831 | 0,059503 | -3,795267 | 0,0002 |
| C | 0,122488 | 0,269607 | 0,454320 | 0,6501 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,521772 | Média da Var. Dependente | -0,130323 |
| R-quadrado ajustado | 0,502029 | Desv. Pad. Var. Dep. | 5,604257 |
| Soma dos erros da regressão | 3,954760 | Critério Akaike | 5,630586 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 3409,548 | Critério Schwarz | 5,780996 |
| Log verossimilhança | -631,8868 | Hannan-Quinn criter. | 5,691272 |
| Estatística-F | 26,42774 | Estat. Durbin-Watson | 1,975468 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000000 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 56 – Teste Phillips-Perron – Taxa de câmbio do dólar americano x dólar canadense (CAN)

Hipótese Nula: CAN is stationary
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 9 (Newey-West automática) usando kernel Bartlett

| | | Estat. LM |
|---|---|---|
| Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic | | 0,175938 |
| Valores críticos assintóticos*: | Nível de 1% | 0,739000 |
| | Nível de 5% | 0,463000 |
| | Nível de 10% | 0,347000 |

*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 114,7562 |
| Variância corrigida HAC (Kernel Bartlett) | 568,5741 |

Hipótese Nula: CAN tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 18 (Newey-West automática) usando kernel Bartlett

| | | Estat.-t Ajust. | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste de Phillips-Perron | | -4,494942 | 0,0003 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,457984 | |
| | Nível de 5% | -2,873596 | |
| | Nível de 10% | -2,573270 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 32,15867 |
| Variância corrigida HAC (Kernel Bartlett) | 32,39217 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(CAN)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:24
Amostra (Ajustada): 1960Q2 2019Q1
Observações incluídas: 236 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| CAN(-1) | -0,154790 | 0,034538 | -4,481766 | 0,0000 |
| C | 0,364095 | 0,376529 | 0,966978 | 0,3346 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,079053 | Média da Var. Dependente | 0,068710 |
| R-quadrado ajustado | 0,075117 | Desv. Pad. Var. Dep. | 5,921800 |
| Soma dos erros da regressão | 5,695045 | Critério Akaike | 6,325508 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 7589,447 | Critério Schwarz | 6,354863 |
| Log verossimilhança | -744,4100 | Hannan-Quinn criter. | 6,337341 |
| Estatística-F | 20,08623 | Estat. Durbin-Watson | 1,462254 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000012 | | |

Fonte: Quantor, 2019

Tabela 57 – Teste ADF – Taxa de câmbio do dólar americano x dólar australiano (AUS):

Hipótese Nula: AUS tem raiz unitária
Exógena: Constante
Tamanho da defasagem:5 (Automática - baseada no SIC, maxlag=14)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -4,959507 | 0,0000 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,458594 | |
| | Nível de 5% | -2,873863 | |
| | Nível de 10% | -2,573413 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(AUS)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:25
Amostra (Ajustada): 1961Q3 2019Q1
Observações incluídas: 231 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| AUS(-1) | -0,202348 | 0,040800 | -4,959507 | 0,0000 |
| D(AUS(-1)) | 0,411687 | 0,066851 | 6,158289 | 0,0000 |
| D(AUS(-2)) | 0,040890 | 0,054463 | 0,750789 | 0,4536 |
| D(AUS(-3)) | 0,250031 | 0,054488 | 4,588736 | 0,0000 |
| D(AUS(-4)) | -0,509872 | 0,055943 | -9,114095 | 0,0000 |
| D(AUS(-5)) | 0,292006 | 0,063978 | 4,564166 | 0,0000 |
| C | 0,366950 | 0,541102 | 0,678153 | 0,4984 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,445700 | Média da Var. Dependente | 0,029263 |
| R-quadrado ajustado | 0,430853 | Desv. Pad. Var. Dep. | 10,80611 |
| Soma dos erros da regressão | 8,152326 | Critério Akaike | 7,064318 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 14887,14 | Critério Schwarz | 7,168634 |
| Log verossimilhança | -808,9287 | Hannan-Quinn criter. | 7,106392 |
| Estatística-F | 30,01888 | Estat. Durbin-Watson | 2,037561 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000000 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 58 – Teste Phillips-Perron – Taxa de câmbio do dólar americano x dólar australiano (AUS):

Hipótese Nula: AUS tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 16 (Newey-West automática) usando kernel Bartlett

| | | Estat.-t Ajust. | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste de Phillips-Perron | | -4,225076 | 0,0007 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,457984 | |
| | Nível de 5% | -2,873596 | |
| | Nível de 10% | -2,573270 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 103,8427 |
| Variância corrigida HAC (Kernel Bartlett) | 77,64190 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(AUS)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:25
Amostra (Ajustada): 1960Q2 2019Q1
Observações incluídas: 236 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| AUS(-1) | -0,176550 | 0,037135 | -4,754295 | 0,0000 |
| C | 0,339035 | 0,669252 | 0,506588 | 0,6129 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,088087 | Média da Var. Dependente | 0,033649 |
| R-quadrado ajustado | 0,084190 | Desv. Pad. Var. Dep. | 10,69383 |
| Soma dos erros da regressão | 10,23378 | Critério Akaike | 7,497704 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 24506,89 | Critério Schwarz | 7,527058 |
| Log verossimilhança | -882,7291 | Hannan-Quinn criter. | 7,509537 |
| Estatística-F | 22,60332 | Estat. Durbin-Watson | 1,627444 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000003 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 59– Teste ADF – Taxa de câmbio do dólar americano x yuan (CHN):

Hipótese Nula: CHN tem raiz unitária
Exógena: Constante
Tamanho da defasagem:0 (Automática - baseada no SIC, maxlag=14)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -1,799792 | 0,3801 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,457984 | |
| | Nível de 5% | -2,873596 | |
| | Nível de 10% | -2,573270 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(CHN)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:25
Amostra (Ajustada): 1960Q2 2019Q1
Observações incluídas: 236 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| CHN(-1) | -0,011988 | 0,006661 | -1,799792 | 0,0732 |
| C | 0,066184 | 0,061320 | 1,079328 | 0,2816 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,013654 | Média da Var. Dependente | -0,037296 |
| R-quadrado ajustado | 0,009439 | Desv. Pad. Var. Dep. | 0,329026 |
| Soma dos erros da regressão | 0,327469 | Critério Akaike | 0,613594 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 25,09327 | Critério Schwarz | 0,642948 |
| Log verossimilhança | -70,40408 | Hannan-Quinn criter. | 0,625427 |
| Estatística-F | 3,239251 | Estat. Durbin-Watson | 1,772425 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,073182 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 60 – Teste Phillips-Perron – Taxa de câmbio do dólar americano x yuan (CHN):

Hipótese Nula: CHN tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 6 (Newey-West automática) usando kernel Bartlett

| | | Estat.-t Ajust. | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste de Phillips-Perron | | -1,788414 | 0,3857 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,457984 | |
| | Nível de 5% | -2,873596 | |
| | Nível de 10% | -2,573270 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 0,106327 |
| Variância corrigida HAC (Kernel Bartlett) | 0,157867 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(CHN)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:26
Amostra (Ajustada): 1960Q2 2019Q1
Observações incluídas: 236 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| CHN(-1) | -0,011988 | 0,006661 | -1,799792 | 0,0732 |
| C | 0,066184 | 0,061320 | 1,079328 | 0,2816 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,013654 | Média da Var. Dependente | -0,037296 |
| R-quadrado ajustado | 0,009439 | Desv. Pad. Var. Dep. | 0,329026 |
| Soma dos erros da regressão | 0,327469 | Critério Akaike | 0,613594 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 25,09327 | Critério Schwarz | 0,642948 |
| Log verossimilhança | -70,40408 | Hannan-Quinn criter. | 0,625427 |
| Estatística-F | 3,239251 | Estat. Durbin-Watson | 1,772425 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,073182 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 61 – Teste ADF – Taxa de câmbio do dólar americano x iene (JPN):

Hipótese Nula: JPN tem raiz unitária
Exógena: Constante
Tamanho da defasagem:1 (Automática - baseada no SIC, maxlag=14)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -3,193483 | 0,0216 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,458104 | |
| | Nível de 5% | -2,873648 | |
| | Nível de 10% | -2,573298 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(JPN)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:26
Amostra (Ajustada): 1960Q3 2019Q1
Observações incluídas: 235 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| JPN(-1) | -0,005694 | 0,001783 | -3,193483 | 0,0016 |
| D(JPN(-1)) | 0,424167 | 0,058721 | 7,223398 | 0,0000 |
| C | -1,407336 | 1,659452 | -0,848073 | 0,3973 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,257681 | Média da Var. Dependente | -8,820131 |
| R-quadrado ajustado | 0,251282 | Desv. Pad. Var. Dep. | 21,59090 |
| Soma dos erros da regressão | 18,68228 | Critério Akaike | 8,705712 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 80974,41 | Critério Schwarz | 8,749877 |
| Log verossimilhança | -1019,921 | Hannan-Quinn criter. | 8,723517 |
| Estatística-F | 40,26708 | Estat. Durbin-Watson | 1,932760 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000000 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 62 – Teste Phillips-Perron – Taxa de câmbio do dólar americano x iene (JPN):

Hipótese Nula: JPN tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 7 (Newey-West automática) usando kernel Bartlett

| | | Estat.-t Ajust. | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste de Phillips-Perron | | -3,291774 | 0,0164 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,457984 | |
| | Nível de 5% | -2,873596 | |
| | Nível de 10% | -2,573270 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 421,6562 |
| Variância corrigida HAC (Kernel Bartlett) | 991,1049 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(JPN)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:26
Amostra (Ajustada): 1960Q2 2019Q1
Observações incluídas: 236 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| JPN(-1) | -0,008917 | 0,001878 | -4,748779 | 0,0000 |
| C | -3,001030 | 1,815018 | -1,653443 | 0,0996 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,087900 | Média da Var. Dependente | -8,802207 |
| R-quadrado ajustado | 0,084002 | Desv. Pad. Var. Dep. | 21,54667 |
| Soma dos erros da regressão | 20,62184 | Critério Akaike | 8,899017 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 99510,87 | Critério Schwarz | 8,928371 |
| Log verossimilhança | -1048,084 | Hannan-Quinn criter. | 8,910850 |
| Estatística-F | 22,55090 | Estat. Durbin-Watson | 1,142036 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000004 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 63– Teste ADF – Taxa de câmbio do dólar americano x índice de moedas europeias (EUR):

Hipótese Nula: EUR tem raiz unitária
Exógena: Constante
Tamanho da defasagem:1 (Automática - baseada no SIC, maxlag=14)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -2,846561 | 0,0534 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,458104 | |
| | Nível de 5% | -2,873648 | |
| | Nível de 10% | -2,573298 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(EUR)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:29
Amostra (Ajustada): 1960Q3 2019Q1
Observações incluídas: 235 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| EUR(-1) | -0,007424 | 0,002608 | -2,846561 | 0,0048 |
| D(EUR(-1)) | 0,312957 | 0,061693 | 5,072768 | 0,0000 |
| C | 0,004227 | 0,007570 | 0,558474 | 0,5771 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,149736 | Média da Var. Dependente | -0,021081 |
| R-quadrado ajustado | 0,142406 | Desv. Pad. Var. Dep. | 0,065771 |
| Soma dos erros da regressão | 0,060908 | Critério Akaike | -2,746223 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 0,860668 | Critério Schwarz | -2,702058 |
| Log verossimilhança | 325,6812 | Hannan-Quinn criter. | -2,728418 |
| Estatística-F | 20,42818 | Estat. Durbin-Watson | 2,008128 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000000 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 64 – Teste Phillips-Perron – Taxa de câmbio do dólar americano x índice de moedas europeias (EUR):

Hipótese Nula: EUR tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 6 (Newey-West automática) usando kernel Bartlett

| | | Estat.-t Ajust. | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste de Phillips-Perron | | -2,858618 | 0,0519 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,457984 | |
| | Nível de 5% | -2,873596 | |
| | Nível de 10% | -2,573270 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 0,004058 |
| Variância corrigida HAC (Kernel Bartlett) | 0,007688 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(EUR)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:29
Amostra (Ajustada): 1960Q2 2019Q1
Observações incluídas: 236 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| EUR(-1) | -0,009722 | 0,002660 | -3,655294 | 0,0003 |
| C | 0,003548 | 0,007917 | 0,448118 | 0,6545 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,054015 | Média da Var. Dependente | -0,021066 |
| R-quadrado ajustado | 0,049972 | Desv. Pad. Var. Dep. | 0,065631 |
| Soma dos erros da regressão | 0,063970 | Critério Akaike | -2,652361 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 0,957571 | Critério Schwarz | -2,623006 |
| Log verossimilhança | 314,9786 | Hannan-Quinn criter. | -2,640528 |
| Estatística-F | 13,36118 | Estat. Durbin-Watson | 1,368015 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000317 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 65– Teste ADF – Índice de Preços ao Produtor – EUA (PI):

Hipótese Nula: PI tem raiz unitária
Exógena: Constante
Tamanho da defasagem:1 (Automática - baseada no SIC, maxlag=15)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | 1,184661 | 0,9981 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,453153 | |
| | Nível de 5% | -2,871474 | |
| | Nível de 10% | -2,572135 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(PI)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:32
Amostra (Ajustada): 1947Q3 2018Q3
Observações incluídas: 285 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| PI(-1) | 0,003522 | 0,002973 | 1,184661 | 0,2371 |
| D(PI(-1)) | 0,322130 | 0,057236 | 5,628115 | 0,0000 |
| C | 3,388818 | 4,584635 | 0,739169 | 0,4604 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,113131 | Média da Var. Dependente | 11,35011 |
| R-quadrado ajustado | 0,106841 | Desv. Pad. Var. Dep. | 47,87658 |
| Soma dos erros da regressão | 45,24676 | Critério Akaike | 10,47261 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 577329,9 | Critério Schwarz | 10,51106 |
| Log verossimilhança | -1489,347 | Hannan-Quinn criter. | 10,48802 |
| Estatística-F | 17,98628 | Estat. Durbin-Watson | 2,062947 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000000 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 66– Teste Phillips-Perron – Índice de Preços ao Produtor – EUA (PI):

Hipótese Nula: PI tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 5 (Newey-West automática) usando kernel Bartlett

| | | Estat.-t Ajust. | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste de Phillips-Perron | | 1,182098 | 0,9980 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,453072 | |
| | Nível de 5% | -2,871438 | |
| | Nível de 10% | -2,572116 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 2247,009 |
| Variância corrigida HAC (Kernel Bartlett) | 4223,855 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(PI)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:32
Amostra (Ajustada): 1947Q2 2018Q3
Observações incluídas: 286 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| PI(-1) | 0,006185 | 0,003082 | 2,007051 | 0,0457 |
| C | 3,444644 | 4,800403 | 0,717574 | 0,4736 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,013986 | Média da Var. Dependente | 11,25201 |
| R-quadrado ajustado | 0,010514 | Desv. Pad. Var. Dep. | 47,82130 |
| Soma dos erros da regressão | 47,56924 | Critério Akaike | 10,56922 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 642644,5 | Critério Schwarz | 10,59478 |
| Log verossimilhança | -1509,398 | Hannan-Quinn criter. | 10,57947 |
| Estatística-F | 4,028255 | Estat. Durbin-Watson | 1,354857 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,045692 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 67– Teste ADF – População dos Estados Unidos (POP):

Hipótese Nula: POP tem raiz unitária
Exógena: Constante
Tamanho da defasagem:3 (Automática - baseada no SIC, maxlag=15)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -0,327021 | 0,9177 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,453317 | |
| | Nível de 5% | -2,871546 | |
| | Nível de 10% | -2,572174 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(POP)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:34
Amostra (Ajustada): 1948Q1 2018Q3
Observações incluídas: 283 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| POP(-1) | -1,27E-05 | 3,87E-05 | -0,327021 | 0,7439 |
| D(POP(-1)) | 1,219207 | 0,056670 | 21,51423 | 0,0000 |
| D(POP(-2)) | -0,595950 | 0,085255 | -6,990198 | 0,0000 |
| D(POP(-3)) | 0,326045 | 0,056602 | 5,760305 | 0,0000 |
| C | 35,65442 | 15,88781 | 2,244137 | 0,0256 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,896998 | Média da Var. Dependente | 648,4067 |
| R-quadrado ajustado | 0,895516 | Desv. Pad. Var. Dep. | 106,1865 |
| Soma dos erros da regressão | 34,32378 | Critério Akaike | 9,927064 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 327518,0 | Critério Schwarz | 9,991471 |
| Log verossimilhança | -1399,680 | Hannan-Quinn criter. | 9,952889 |
| Estatística-F | 605,2418 | Estat. Durbin-Watson | 2,089477 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000000 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 68– Teste Phillips-Perron – População dos Estados Unidos (POP):

Hipótese Nula: POP tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 14 (Newey-West automática) usando kernel Bartlett

| | | Estat.-t Ajust. | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste de Phillips-Perron | | -0,016062 | 0,9555 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,453072 | |
| | Nível de 5% | -2,871438 | |
| | Nível de 10% | -2,572116 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 11124,84 |
| Variância corrigida HAC (Kernel Bartlett) | 127656,2 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(POP)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:34
Amostra (Ajustada): 1947Q2 2018Q3
Observações incluídas: 286 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| POP(-1) | 1,42E-05 | 0,000117 | 0,120783 | 0,9039 |
| C | 645,1131 | 28,33584 | 22,76668 | 0,0000 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,000051 | Média da Var. Dependente | 648,4510 |
| R-quadrado ajustado | -0,003470 | Desv. Pad. Var. Dep. | 105,6619 |
| Soma dos erros da regressão | 105,8451 | Critério Akaike | 12,16880 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 3181703, | Critério Schwarz | 12,19436 |
| Log verossimilhança | -1738,138 | Hannan-Quinn criter. | 12,17905 |
| Estatística-F | 0,014588 | Estat. Durbin-Watson | 0,125769 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,903948 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 69– Teste ADF – Reservas Bancárias no FED (RES) - EUA:

Hipótese Nula: RES tem raiz unitária
Exógena: Constante
Tamanho da defasagem:1 (Automática - baseada no SIC, maxlag=15)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -0,355808 | 0,9132 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,454174 | |
| | Nível de 5% | -2,871922 | |
| | Nível de 10% | -2,572375 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(RES)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:34
Amostra (Ajustada): 1950Q3 2018Q3
Observações incluídas: 273 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| RES(-1) | -0,001657 | 0,004656 | -0,355808 | 0,7223 |
| D(RES(-1)) | 0,505018 | 0,054230 | 9,312429 | 0,0000 |
| C | 3,633059 | 3,391563 | 1,071205 | 0,2850 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,246885 | Média da Var. Dependente | 6,888936 |
| R-quadrado ajustado | 0,241306 | Desv. Pad. Var. Dep. | 59,41567 |
| Soma dos erros da regressão | 51,75285 | Critério Akaike | 10,74176 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 723156,4 | Critério Schwarz | 10,78143 |
| Log verossimilhança | -1463,251 | Hannan-Quinn criter. | 10,75769 |
| Estatística-F | 44,25545 | Estat. Durbin-Watson | 1,944182 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000000 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 70– Teste Phillips-Perron – Reservas Bancárias no FED (RES) - EUA:

Hipótese Nula: RES tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 7 (Newey-West automática) usando kernel Bartlett

| | | Estat.-t Ajust. | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste de Phillips-Perron | | 0,144851 | 0,9685 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,454085 | |
| | Nível de 5% | -2,871883 | |
| | Nível de 10% | -2,572354 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 3487,057 |
| Variância corrigida HAC (Kernel Bartlett) | 8113,051 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(RES)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:35
Amostra (Ajustada): 1950Q2 2018Q3
Observações incluídas: 274 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| RES(-1) | 0,006138 | 0,005244 | 1,170476 | 0,2428 |
| C | 5,141055 | 3,871352 | 1,327974 | 0,1853 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,005012 | Média da Var. Dependente | 6,864204 |
| R-quadrado ajustado | 0,001354 | Desv. Pad. Var. Dep. | 59,30816 |
| Soma dos erros da regressão | 59,26801 | Critério Akaike | 11,00929 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 955453,5 | Critério Schwarz | 11,03566 |
| Log verossimilhança | -1506,273 | Hannan-Quinn criter. | 11,01987 |
| Estatística-F | 1,370015 | Estat. Durbin-Watson | 1,008072 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,242834 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 71– Teste ADF – Investimento privado não residencial (PRINV) - EUA:

Hipótese Nula: PRINRV tem raiz unitária
Exógena: Constante
Tamanho da defasagem:1 (Automática - baseada no SIC, maxlag=15)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | 2,047600 | 0,9999 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,453153 | |
| | Nível de 5% | -2,871474 | |
| | Nível de 10% | -2,572135 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(PRINRV)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:35
Amostra (Ajustada): 1947Q3 2018Q3
Observações incluídas: 285 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| PRINRV(-1) | 0,002608 | 0,001274 | 2,047600 | 0,0415 |
| D(PRINRV(-1)) | 0,696485 | 0,043603 | 15,97342 | 0,0000 |
| C | 1,062830 | 1,290803 | 0,823387 | 0,4110 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,538196 | Média da Var. Dependente | 9,805365 |
| R-quadrado ajustado | 0,534921 | Desv. Pad. Var. Dep. | 22,87528 |
| Soma dos erros da regressão | 15,60019 | Critério Akaike | 8,342914 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 68629,18 | Critério Schwarz | 8,381361 |
| Log verossimilhança | -1185,865 | Hannan-Quinn criter. | 8,358326 |
| Estatística-F | 164,3244 | Estat. Durbin-Watson | 1,916322 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000000 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 72– Teste Phillips-Perron – Investimento privado não residencial (PRINV) - EUA:

Hipótese Nula: PRINRV tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 9 (Newey-West automática) usando kernel Bartlett

| | | Estat.-t Ajust. | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste de Phillips-Perron | | 3,220365 | 1,0000 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,453072 | |
| | Nível de 5% | -2,871438 | |
| | Nível de 10% | -2,572116 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 457,0910 |
| Variância corrigida HAC (Kernel Bartlett) | 1453,992 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(PRINRV)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:36
Amostra (Ajustada): 1947Q2 2018Q3
Observações incluídas: 286 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| PRINRV(-1) | 0,010151 | 0,001624 | 6,248479 | 0,0000 |
| C | 2,085504 | 1,767156 | 1,180147 | 0,2389 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,120861 | Média da Var. Dependente | 9,772315 |
| R-quadrado ajustado | 0,117766 | Desv. Pad. Var. Dep. | 22,84195 |
| Soma dos erros da regressão | 21,45483 | Critério Akaike | 8,976745 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 130728,0 | Critério Schwarz | 9,002312 |
| Log verossimilhança | -1281,675 | Hannan-Quinn criter. | 8,986993 |
| Estatística-F | 39,04349 | Estat. Durbin-Watson | 0,622135 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000000 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 73– Teste ADF – Taxa de Juros SELIC (SELIC) - Brasil:

Hipótese Nula: SELIC tem raiz unitária
Exógena: Constante
Tamanho da defasagem:1 (Automática - baseada no SIC, maxlag=11)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -2,260253 | 0,1875 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,520307 | |
| | Nível de 5% | -2,900670 | |
| | Nível de 10% | -2,587691 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(SELIC)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:38
Amostra (Ajustada): 2000Q2 2018Q4
Observações incluídas: 75 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| SELIC(-1) | -0,067422 | 0,029829 | -2,260253 | 0,0268 |
| D(SELIC(-1)) | 0,557573 | 0,098960 | 5,634331 | 0,0000 |
| C | 0,198612 | 0,100697 | 1,972377 | 0,0524 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,316868 | Média da Var. Dependente | -0,038419 |
| R-quadrado ajustado | 0,297892 | Desv. Pad. Var. Dep. | 0,306090 |
| Soma dos erros da regressão | 0,256479 | Critério Akaike | 0,155635 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 4,736251 | Critério Schwarz | 0,248334 |
| Log verossimilhança | -2,836305 | Hannan-Quinn criter. | 0,192649 |
| Estatística-F | 16,69842 | Estat. Durbin-Watson | 1,755837 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000001 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 74– Teste Phillips-Perron – Taxa de Juros SELIC (SELIC) - Brasil:

Hipótese Nula: SELIC tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 0 (Newey-West automática) usando kernel Bartlett

| | | Estat.-t Ajust. | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste de Phillips-Perron | | -1,063466 | 0,7262 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,519050 | |
| | Nível de 5% | -2,900137 | |
| | Nível de 10% | -2,587409 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 0,089860 |
| Variância corrigida HAC (Kernel Bartlett) | 0,089860 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(SELIC)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:38
Amostra (Ajustada): 2000Q1 2018Q4
Observações incluídas: 76 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| SELIC(-1) | -0,036625 | 0,034440 | -1,063466 | 0,2910 |
| C | 0,079760 | 0,116178 | 0,686531 | 0,4945 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,015053 | Média da Var. Dependente | -0,038103 |
| R-quadrado ajustado | 0,001743 | Desv. Pad. Var. Dep. | 0,304055 |
| Soma dos erros da regressão | 0,303790 | Critério Akaike | 0,481002 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 6,829332 | Critério Schwarz | 0,542337 |
| Log verossimilhança | -16,27808 | Hannan-Quinn criter. | 0,505515 |
| Estatística-F | 1,130959 | Estat. Durbin-Watson | 0,944100 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,291029 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 75– Teste ADF – Índice de Inflação IPCA (IPCA) - Brasil:

Hipótese Nula: IPCA tem raiz unitária
Exógena: Constante
Tamanho da defasagem:2 (Automática - baseada no SIC, maxlag=11)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -3,502424 | 0,0106 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,522887 | |
| | Nível de 5% | -2,901779 | |
| | Nível de 10% | -2,588280 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(IPCA)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:38
Amostra (Ajustada): 2000Q3 2018Q3
Observações incluídas: 73 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| IPCA(-1) | -0,505049 | 0,144200 | -3,502424 | 0,0008 |
| D(IPCA(-1)) | 0,132566 | 0,123497 | 1,073433 | 0,2868 |
| D(IPCA(-2)) | -0,262794 | 0,116599 | -2,253821 | 0,0274 |
| C | 0,792896 | 0,250373 | 3,166855 | 0,0023 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,368448 | Média da Var. Dependente | 0,000822 |
| R-quadrado ajustado | 0,340989 | Desv. Pad. Var. Dep. | 1,049087 |
| Soma dos erros da regressão | 0,851643 | Critério Akaike | 2,569938 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 50,04542 | Critério Schwarz | 2,695442 |
| Log verossimilhança | -89,80273 | Hannan-Quinn criter. | 2,619953 |
| Estatística-F | 13,41821 | Estat. Durbin-Watson | 1,921509 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000001 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 76– Teste Phillips-Perron – Índice de Inflação IPCA (IPCA) - Brasil:

Hipótese Nula: IPCA tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 6 (Newey-West automática) usando kernel Bartlett

| | | Estat.-t Ajust. | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste de Phillips-Perron | | -5,411253 | 0,0000 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,520307 | |
| | Nível de 5% | -2,900670 | |
| | Nível de 10% | -2,587691 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 0,783913 |
| Variância corrigida HAC (Kernel Bartlett) | 0,775497 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(IPCA)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:39
Amostra (Ajustada): 2000Q1 2018Q3
Observações incluídas: 75 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| IPCA(-1) | -0,569967 | 0,105085 | -5,423866 | 0,0000 |
| C | 0,881175 | 0,196945 | 4,474226 | 0,0000 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,287237 | Média da Var. Dependente | -0,027200 |
| R-quadrado ajustado | 0,277473 | Desv. Pad. Var. Dep. | 1,055787 |
| Soma dos erros da regressão | 0,897435 | Critério Akaike | 2,647753 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 58,79348 | Critério Schwarz | 2,709553 |
| Log verossimilhança | -97,29075 | Crit. Hannan-Quinn | 2,672429 |
| Estatística-F | 29,41833 | Estat. Durbin-Watson | 1,710165 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000001 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 77– Teste ADF – Valor de Mercado da Dívida Pública Federal (MVD) - EUA:

Hipótese Nula: MVD tem raiz unitária
Exógena: Constante
Tamanho da defasagem:3 (Automática - baseada no SIC, maxlag=15)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | 4,947805 | 1,0000 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,453317 | |
| | Nível de 5% | -2,871546 | |
| | Nível de 10% | -2,572174 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(MVD)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:45
Amostra (Ajustada): 1948Q1 2018Q3
Observações incluídas: 283 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| MVD(-1) | 0,009297 | 0,001879 | 4,947805 | 0,0000 |
| D(MVD(-1)) | 0,399544 | 0,060024 | 6,656448 | 0,0000 |
| D(MVD(-2)) | -0,262622 | 0,062883 | -4,176377 | 0,0000 |
| D(MVD(-3)) | 0,154300 | 0,060616 | 2,545513 | 0,0115 |
| C | 11,77458 | 10,31327 | 1,141693 | 0,2546 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,334603 | Média da Var. Dependente | 74,53534 |
| R-quadrado ajustado | 0,325028 | Desv. Pad. Var. Dep. | 167,6103 |
| Soma dos erros da regressão | 137,7030 | Critério Akaike | 12,70559 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 5271468, | Critério Schwarz | 12,76999 |
| Log verossimilhança | -1792,840 | Crit. Hannan-Quinn | 12,73141 |
| Estatística-F | 34,94885 | Estat. Durbin-Watson | 2,013903 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000000 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 78 – Teste Phillips-Perron – Valor de Mercado da Dívida Pública Federal (MVD) - EUA:

Hipótese Nula: MVD tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 9 (Newey-West automática) usando kernel Bartlett

| | | Estat.-t Ajust, | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de Teste de Phillips-Perron | | 6,078173 | 1,0000 |
| Valores críticos de teste: | Nível de 1% | -3,453072 | |
| | Nível de 5% | -2,871438 | |
| | Nível de 10% | -2,572116 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 21684,28 |
| Variância corrigida HAC (Kernel Bartlett) | 44410,86 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(MVD)
Método: Mínimos Quadrados
Date: 07/04/19 Hora: 18:46
Amostra (Ajustada): 1947Q2 2018Q3
Observações incluídas: 286 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| MVD(-1) | 0,013334 | 0,001495 | 8,921725 | 0,0000 |
| C | 15,02131 | 10,93860 | 1,373239 | 0,1708 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,218916 | Média da Var. Dependente | 73,72867 |
| R-quadrado ajustado | 0,216166 | Desv. Pad. Var. Dep. | 166,9107 |
| Soma dos erros da regressão | 147,7734 | Critério Akaike | 12,83621 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 6201705, | Critério Schwarz | 12,86177 |
| Log verossimilhança | -1833,577 | Crit. Hannan-Quinn | 12,84645 |
| Estatística-F | 79,59718 | Estat. Durbin-Watson | 1,390338 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000000 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 79 – Teste ADF – Spread trimestral (média) entre títulos municipais e federais de maturidade de um ano (SPR1AVG) - EUA:

Hipótese Nula: SPR1AVG tem raiz unitária
Exógena: Constante
Número de defasagens: 0 (Automática - baseada nos SIC, maxlag=15)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -3,772305 | 0,0036 |
| Valores críticos do teste: | Nível de 1% | -3,454812 | |
| | Nível de 5% | -2,872203 | |
| | Nível de 10% | -2,572525 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(SPR1AVG)
Método: Mínimos quadrados
Data: 05/07/19 Hora: 16:01
Amostra (ajustada): 1953T3 2019T4
Observações Incluídas: 266 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| SPR1AVG(-1) | -0,103124 | 0,027337 | -3,772305 | 0,0002 |
| C | 0,038048 | 0,010411 | 3,654400 | 0,0003 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,051146 | Média da Var. Dependente | 0,000124 |
| R-quadrado ajustado | 0,047552 | Desvio Pad. Var. Dep. | 0,045257 |
| Soma dos erros da Reg. | 0,044168 | Critério Akaike | -3,394141 |
| Soma quads. dos resids. | 0,515015 | Critério Schwarz | -3,367198 |
| Log-verossimilhança | 453,4208 | Critério Hannan-Quinn | -3,383317 |
| Estatística-F | 14,23028 | Estatística Durbin-Watson | 2,203457 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000200 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 80 – Teste Phillips-Perron – Spread trimestral (média) entre títulos municipais e federais de maturidade de um ano (SPR1AVG) - EUA:

Hipótese Nula: SPR1AVG tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 3 (Newey-West Automática) using Bartlett kernel

| | | Estat.-t Ajust, | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Phillips-Perron | | -3,408544 | 0,0115 |
| Valores críticos do teste: | Nível de 1% | -3,454812 | |
| | Nível de 5% | -2,872203 | |
| | Nível de 10% | -2,572525 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância residual (sem correção) | 0,001936 |
| *Variância residual corrigida HAC (kernel Bartlett)* | 0,001550 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(SPR1AVG)
Método: Mínimos quadrados
Data: 07/05/19 Hora: 16:01
Amostra (ajustada): 1953T3 2019T4
Observações Incluídas: 266 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| SPR1AVG(-1) | -0,103124 | 0,027337 | -3,772305 | 0,0002 |
| C | 0,038048 | 0,010411 | 3,654400 | 0,0003 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,051146 | Média da Var. Dependente | 0,000124 |
| R-quadrado ajustado | 0,047552 | Desvio Pad. Var. Dep. | 0,045257 |
| Soma dos erros da Reg. | 0,044168 | Critério Akaike | -3,394141 |
| Soma quads. dos resids. | 0,515015 | Critério Schwarz | -3,367198 |
| Log-verossimilhança | 453,4208 | Critério Hannan-Quinn | -3,383317 |
| Estatística-F | 14,23028 | Estatística Durbin-Watson | 2,203457 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000200 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 81 – Teste ADF – Spread trimestral (fim de período) entre títulos municipais e federais de maturidade de um ano (SPR1EOP) - EUA:

Hipótese Nula: SPR1EOP tem raiz unitária
Exógena: Constante
Número de defasagens: 1 (Automática - baseada nos SIC, maxlag=15)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -3,512002 | 0,0084 |
| Valores críticos do teste: | Nível de 1% | -3,454906 | |
| | Nível de 5% | -2,872244 | |
| | Nível de 10% | -2,572547 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(SPR1EOP)
Método: Mínimos quadrados
Data: 05/07/19 Hora: 16:01
Amostra (ajustada): 1953T4 2019T4
Observações Incluídas: 265 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| SPR1EOP(-1) | -0,136128 | 0,038761 | -3,512002 | 0,0005 |
| D(SPR1EOP(-1)) | -0,424497 | 0,056023 | -7,577243 | 0,0000 |
| C | 0,050141 | 0,014654 | 3,421575 | 0,0007 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,276639 | Média da Var. Dependente | 0,000380 |
| R-quadrado ajustado | 0,271117 | Desvio Pad. Var. Dep. | 0,074784 |
| Soma dos erros da Reg. | 0,063846 | Critério Akaike | -2,653419 |
| Soma quads. dos resids. | 1,068005 | Critério Schwarz | -2,612894 |
| Log-verossimilhança | 354,5780 | Critério Hannan-Quinn | -2,637137 |
| Estatística-F | 50,09897 | Estatística Durbin-Watson | 2,055388 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000000 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 82 – Teste Phillips-Perron – Spread trimestral (fim de período) entre títulos municipais e federais de maturidade de um ano (SPR1EOP) - EUA:

Hipótese Nula: SPR1EOP tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 7 (Newey-West Automática) usando Bartlett kernel

| | | Estat.-t Ajust, | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Phillips-Perron | | -5,904603 | 0,0000 |
| Valores críticos do teste: | Nível de 1% | -3,454812 | |
| | Nível de 5% | -2,872203 | |
| | Nível de 10% | -2,572525 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância residual (sem correção) | 0,004898 |
| *Variância residual corrigida HAC (kernel Bartlett)* | 0,004793 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(SPR1EOP)
Método: Mínimos quadrados
Data: 05/07/19 Hora: 16:02
Amostra (ajustada): 1953T3 2019T4
Observações Incluídas: 266 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| SPR1EOP(-1) | -0,238181 | 0,039999 | -5,954627 | 0,0000 |
| C | 0,087290 | 0,015195 | 5,744483 | 0,0000 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,118406 | Média da Var. Dependente | 0,000518 |
| R-quadrado ajustado | 0,115067 | Desvio Pad. Var. Dep. | 0,074676 |
| Soma dos erros da Reg. | 0,070249 | Critério Akaike | -2,466057 |
| Soma quads. dos resids. | 1,302811 | Critério Schwarz | -2,439114 |
| Log-verossimilhança | 329,9856 | Critério Hannan-Quinn | -2,455233 |
| Estatística-F | 35,45758 | Estatística Durbin-Watson | 2,640983 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000000 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 83 – Teste ADF – Spread trimestral (média) entre títulos municipais e federais de maturidade de cinco anos (SPR5AVG) - EUA:

Hipótese Nula: SPR5AVG tem raiz unitária
Exógena: Constante
Número de defasagens: 0 (Automática - baseada nos SIC, maxlag=15)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -3,666426 | 0,0051 |
| Valores críticos do teste: | Nível de 1% | -3,454812 | |
| | Nível de 5% | -2,872203 | |
| | Nível de 10% | -2,572525 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(SPR5AVG)
Método: Mínimos quadrados
Data: 05/07/19 Hora: 16:02
Amostra (ajustada): 1953T3 2019T4
Observações Incluídas: 266 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| SPR5AVG(-1) | -0,097315 | 0,026542 | -3,666426 | 0,0003 |
| C | 0,031634 | 0,008919 | 3,546611 | 0,0005 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,048452 | Média da Var. Dependente | 5,11E-05 |
| R-quadrado ajustado | 0,044848 | Desvio Pad. Var. Dep. | 0,038617 |
| Soma dos erros da Reg. | 0,037741 | Critério Akaike | -3,708634 |
| Soma quads. dos resids. | 0,376043 | Critério Schwarz | -3,681691 |
| Log-verossimilhança | 495,2484 | Critério Hannan-Quinn | -3,697810 |
| Estatística-F | 13,44268 | Estatística Durbin-Watson | 2,078070 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000297 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 84 – Teste Phillips-Perron – Spread trimestral (média) entre títulos municipais e federais de maturidade de cinco anos (SPR5AVG) - EUA:

Hipótese Nula: SPR5AVG tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 0 (Newey-West Automática) usando Bartlett kernel

| | | Estat.-t Ajust, | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Phillips-Perron | | -3,666426 | 0,0051 |
| Valores críticos do teste: | Nível de 1% | -3,454812 | |
| | Nível de 5% | -2,872203 | |
| | Nível de 10% | -2,572525 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância residual (sem correção) | 0,001414 |
| *Variância residual corrigida HAC (kernel Bartlett)* | 0,001414 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(SPR5AVG)
Método: Mínimos quadrados
Data: 05/07/19 Hora: 16:02
Amostra (ajustada): 1953T3 2019T4
Observações Incluídas: 266 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| SPR5AVG(-1) | -0,097315 | 0,026542 | -3,666426 | 0,0003 |
| C | 0,031634 | 0,008919 | 3,546611 | 0,0005 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,048452 | Média da Var. Dependente | 5,11E-05 |
| R-quadrado ajustado | 0,044848 | Desvio Pad. Var. Dep. | 0,038617 |
| Soma dos erros da Reg. | 0,037741 | Critério Akaike | -3,708634 |
| Soma quads. dos resids. | 0,376043 | Critério Schwarz | -3,681691 |
| Log-verossimilhança | 495,2484 | Critério Hannan-Quinn | -3,697810 |
| Estatística-F | 13,44268 | Estatística Durbin-Watson | 2,078070 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000297 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 85 – Teste ADF – Spread trimestral (fim de período) entre títulos municipais e federais de maturidade de cinco anos (SPR5EOP) - EUA:

Hipótese Nula: SPR5EOP tem raiz unitária
Exógena: Constante
Número de defasagens: 1 (Automática - baseada nos SIC, maxlag=15)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -3,651357 | 0,0054 |
| Valores críticos do teste: | Nível de 1% | -3,454906 | |
| | Nível de 5% | -2,872244 | |
| | Nível de 10% | -2,572547 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de teste Augmented Dickey-Fuller
Variável Dependente: D(SPR5EOP)
Método: Mínimos quadrados
Data: 05/07/19 Hora: 16:02
Amostra (ajustada): 1953T4 2019T4
Observações Incluídas: 265 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| SPR5EOP(-1) | -0,128590 | 0,035217 | -3,651357 | 0,0003 |
| D(SPR5EOP(-1)) | -0,257684 | 0,059441 | -4,335089 | 0,0000 |
| C | 0,041164 | 0,011693 | 3,520471 | 0,0005 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,148292 | Média da Var. Dependente | -3,06E-05 |
| R-quadrado ajustado | 0,141790 | Desvio Pad. Var. Dep. | 0,055509 |
| Soma dos erros da Reg. | 0,051424 | Critério Akaike | -3,086180 |
| Soma quads. dos resids. | 0,692831 | Critério Schwarz | -3,045655 |
| Log-verossimilhança | 411,9188 | Critério Hannan-Quinn | -3,069898 |
| Estatística-F | 22,80855 | Estatística Durbin-Watson | 1,972675 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000000 | | |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 86 – Teste Phillips-Perron – Spread trimestral (fim de período) entre títulos municipais e federais de maturidade de cinco anos (SPR5EOP) - EUA:

Hipótese Nula: SPR5EOP tem raiz unitária
Exógena: Constante
Faixa de frequência: 3 (Newey-West Automática) usando Bartlett kernel

| | | Estat.-t Ajust, | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Phillips-Perron | | -4,650829 | 0,0001 |
| Valores críticos do teste: | Nível de 1% | -3,454812 | |
| | Nível de 5% | -2,872203 | |
| | Nível de 10% | -2,572525 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

| | |
|---|---|
| Variância residual (sem correção) | 0,002822 |
| *Variância residual corrigida HAC (kernel Bartlett)* | 0,002379 |

Equação de teste Phillips-Perron
Variável Dependente: D(SPR5EOP)
Método: Mínimos quadrados
Data: 05/07/19 Hora: 16:03
Amostra (ajustada): 1953Q3 2019Q4
Observações Incluídas: 266 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| SPR5EOP(-1) | -0,174105 | 0,034856 | -4,995030 | 0,0000 |
| C | 0,055988 | 0,011617 | 4,819601 | 0,0000 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-quadrado | 0,086348 | Média da Var. Dependente | 0,000307 |
| R-quadrado ajustado | 0,082887 | Desvio Pad. Var. Dep. | 0,055678 |
| Soma dos erros da Reg. | 0,053321 | Critério Akaike | -3,017496 |
| Soma quads. dos resids. | 0,750576 | Critério Schwarz | -2,990553 |
| Log-verossimilhança | 403,3270 | Critério Hannan-Quinn | -3,006672 |
| Estatística-F | 24,95033 | Estatística Durbin-Watson | 2,413075 |
| Prob. (Estatística-F) | 0,000001 | | |

Fonte: O autor, 2019.

**APÊNDICE D** - Teste CH da inclusão da variável Expectativas de Inflação em um horizonte de 12 meses da pesquisa Focus (BCB).

Para testar se a inclusão de expectativas de inflação pode resolver o problema da não fundamentalidade, foi incluída a variável expectativas de inflação em um horizonte de 12 meses, oriunda da pesquisa Focus do Banco Central do Brasil, cedida pelo Grupo de Conjuntura da DIMAC/IPEA. A variável foi considerada estacionária pelo teste ADF e Phillips-Perron, ambos no nível de 5% de significância (Tabelas 87 e 88).

Os resultados estão na Tabela 89 abaixo. Inicialmente se fez o mesmo Teste CH apresentado anteriormente, sem a variável Focus, mas com a amostra reduzida. Essa redução da amostra se deu dado que a pesquisa da Focus começa no quarto trimestre de 2001.

O teste CH para um componente principal perde bastante em significância em relação ao teste iniciado em 1996, reportado anteriormente. Mas, na medida em que se eleva o número de fatores principais, os P-valores caem e, novamente, se rejeita a hipótese nula de fundamentalidade.

Tabela 87 – Teste ADF para raiz unitária da variável expectativas de inflação em horizonte de 12 meses – Pesquisa Focus (Banco Central do Brasil).

Hipótese Nula: FOCUS tem raiz unitária

Exógena: Constante

Número de defasagens: 0 (Automática, baseada no SIC, MAXLAG=11)

| | | Estatística-t | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Augmented Dickey-Fuller | | -3,054709 | 0,0352 |
| Valores críticos do teste: | -3,536587 | -3,508326 | |
| | -2,907660 | -2,895512 | |
| | -2,591396 | -2,584952 | |

*P-valores unilaterais MacKinnon (1996).

Equação de Teste Augmented Dickey-Fuller

Variável Dependente: FOCUS(IG)

Método: Mínimos Quadrados

Data: 25/06/19 Hora: 11:17

Amostra (ajustada): 2002T1 2017T4

Observações Incluídas: 64 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| FOCUS(-1) | -0,269488 | 0,088221 | -3,054709 | 0,0033 |
| C | 1,453437 | 0,499850 | 2,907747 | 0,0050 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-Quadrado | 0,130816 | Média da variável dependente | -0,023467 |
| R-Quadrado Ajustado | 0,116797 | Desv. Pad. da var. dependente | 1,079876 |
| S.E. da regressão | 1,014855 | Critério Akaike | 2,898121 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 63,85574 | Critério Schwarz | 2,965586 |
| Log verossimilhança | -90,73986 | Estatística-F | 2,924698 |
| Estatística Durbin-Watson | 9,331247 | Prob. (Estat.-F) | 1,525806 |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 88 – Teste Phillips-Perron para raiz unitária da variável expectativas de inflação em horizonte de 12 meses – Pesquisa Focus (Banco Central do Brasil).

Hipótese Nula: FOCUS tem Raiz Unitária

Exógena: Constante

Largura de frequência: 7 (Newey-West usando *Kernel* de Bartlett)

| | | Estatística-t Ajustada | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Estatística de teste Phillips-Perron | | | |
| Valores Críticos do Teste: | Nível de 1% | -2,930139 | 0,0474 |
| | Nível de 5% | -3,536587 | |
| | Nível de 10% | -2,907660 | |

*P-valores unilaterais de MacKinnon (1996),

| | |
|---|---|
| Variância Residual (sem correção) | 0,997746 |
| Variância corrigida HAC (*kernel* Bartlett) | 0,900334 |

Equação de Teste Phillips-Perron

Variável Dependente: D(FOCUS)

Método: Mínimos Quadrados

Data: 25/06/19 Hora: 11:16

Amostra (ajustada): 2002T4 2017T4

Observações Incluídas: 64 após ajustes

| Variável | Coeficiente | Erro Padrão | Estatística-t | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| FOCUS (-1) | -0,269488 | 0,088221 | -3,054709 | 0,0033 |
| C | 1,453437 | 0,499850 | 2,907747 | 0,0050 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-Quadrado | 0,130816 | Média da variável dependente | -0,023467 |
| R-Quadrado Ajustado | 0,116797 | Desv. Pad. da var. dependente | 1,079876 |
| S.E. da regressão | 1,014855 | Critério Akaike | 2,898121 |
| Soma dos quadrados dos resíduos | 63,85574 | Critério Schwarz | 2,965586 |
| Log verossimilhança | -90,73986 | Estatística-F | 2,924698 |
| Estatística Durbin-Watson | 9,331247 | Prob.(Estat.-F) | 1,525806 |

Fonte: O autor, 2019.

Todavia, quando se insere a variável Focus, os P-valores caem intensamente inicialmente e, com o crescimento do número de componentes principais, crescem

marginalmente. Isso indica que a variável não apenas não reduziu a probabilidade de ocorrência de não fundamentalidade – à luz do Teste CH – como também pode tê-la aumentado, elevando a evidência de que o problema de não fundamentalidade decorre de não linearidades mais do que de falta de informação sobre expectativas. Isso, naturalmente, partindo da hipótese de que a Pesquisa Focus consegue captar corretamente as expectativas de mercado sobre a inflação, e que essa afeta o comportamento dos agentes e suas expectativas sobre a atividade econômica.

Tabela 89: Resultados do Teste CH para variáveis mais empregadas em VARs fiscais no Brasil, incluindo a variável da pesquisa Focus (4º Trim. 2001– 4º Trim. 2017). P-valores do Teste-F para dois períodos a frente, para os referidos números de componentes principais:

| Número de Componentes Principais | P-Valor (sem dívida com Focus no grupo de controle) (A) | P- valor (com Focus no grupo controle) (B) | Diferença das colunas anteriores (C = A – B) |
|---|---|---|---|
| 1 | 0,4469505000 | 0,2767512000 | 0,1701993000 |
| 2 | 0,5989940000 | 0,4395261000 | 0,1594679000 |
| 3 | 0,0510446900 | 0,0037560540 | 0,0472886360 |
| 4 | 0,0107453900 | 0,0016168790 | 0,0091285110 |
| 5 | 0,0012419140 | 0,0030808690 | -0,0018389550 |
| 6 | 0,0002054828 | 0,0021614510 | -0,0019559682 |
| 7 | 0,0010306340 | 0,0054730340 | -0,0044424000 |
| 8 | 0,0000713893 | 0,0000856642 | -0,0000142750 |
| 9 | 0,0000000001 | 0,0000000024 | -0,0000000023 |
| 10 | 0,0000000000 | 0,0000000000 | 0,0000000000 |
| 11 | 0,0000000000 | 0,0000000000 | 0,0000000000 |
| 12 | 0,0000000000 | 0,0000000000 | 0,0000000000 |
| 13 | 0,0000000000 | 0,0000000000 | 0,0000000000 |
| 14 | 0,0000000000 | 0,0000000000 | 0,0000000000 |

Fonte: O autor, 2019.

## Apêndice E - Teste de robustez do Teste CH

O programa desenvolvido para o Teste CH permite a escolha de dois parâmetros. Primeiramente, a escolha do número de defasagens do VAR da equação (66). Para tal, foi usado o critério de escolha Akaike, como sugerido por Lanne e Saikkonen (2013), a partir dos resultados de estrutura de defasagens, tabelados nos Apêndices 1 e 2.

O código permite, contudo, a escolha dos *leads* dos resíduos. São justamente os coeficientes dos *leads* que são testados no Teste-F para se determinar se há ou não fundamentalidade (sob a hipótese nula de fundamentalidade). Assim, esse número é muito relevante para os resultados. O programa do modelo, na versão atual, limita a escolha em até 3 *leads*, em função do número de graus de liberdade.

Abaixo, portanto, são apresentados os resultados dos principais testes ao se variar o número de *leads* "$q$" de 2, (como *default* no código de Canova e Sahneh, e como apresentado no Capítulo 4) para $q = 1$ e $q= 3$.

A Tabela 90 abaixo mostra os resultados de variar o $q$ para um e três *leads* para os EUA, por número de componentes principais. Como se pode observar, os resultados não variam muito em relação aos resultados para dois *leads*, reportados no Capítulo 4, e o teste continua rejeitando a hipótese nula de fundamentalidade.

A Tabela 91 mostra o mesmo tipo de exercício para os modelos com dados brasileiros. No caso de $q = 1$ houve aumento significativo dos P-valores no caso sem dívida (coluna A), mas ainda é possível rejeitar a hipótese nula no nível de 10% de significância em três combinações de componentes principais, e no nível de 5% em duas delas. Para $q = 1$ há resultados conflitantes para algumas combinações de componentes principais. Todavia, para $q$ =1, há muito poucos leads para termos uma avaliação confiável. Nos demais casos, com $q = 3$ e nos casos com dívida, (colunas B, C e D), não houve alteração significativa e se mantém a rejeição da hipótese nula de fundamentalidade.

Tabela 90: Resultados do Teste CH para variáveis do modelo de Blanchard e Perotti (1992), entre o 2º trimestre de 1962 e o 4º trimestre de 1997. P-valores do Teste-F para a hipótese nula de fundamentalidade em função dos referidos números de componentes principais (teste para um e três *leads*):

| Número de Componentes Principais | P- valores (sem *spread* nos dois conjuntos) (A) | P- valores (sem *spread* nos dois conjuntos) (B) | P-Valores (com *spread* de 1 ano no VAR) (C) | P-Valores (com *spread* de 1 ano no VAR principal) (D) | P-Valores com *spread* de 5 anos no VAR principal (E) | P-Valores com *spread* de 5 anos no VAR principal (F) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $q = 1$ | $q = 3$ | $q = 1$ | $q = 3$ | $q = 1$ | $q = 3$ |
| 1 | 0,00021 | 0,00122 | 0,74199 | 0,42090 | 0,99442 | 0,70003 |
| 2 | 0,00064 | 0,00310 | 0,00431 | 0,01018 | 0,00034 | 0,00183 |
| 3 | 0,00531 | 0,02034 | 0,01041 | 0,01859 | 0,00057 | 0,00242 |
| 4 | 0,00703 | 0,02814 | 0,05881 | 0,03980 | 0,00940 | 0,00763 |
| 5 | 0,00220 | 0,01459 | 0,04410 | 0,02471 | 0,01151 | 0,01827 |
| 6 | 0,00423 | 0,00800 | 0,02033 | 0,01419 | 0,00490 | 0,01540 |
| 7 | 0,00450 | 0,01482 | 0,06368 | 0,03185 | 0,01552 | 0,02336 |
| 8 | 0,01622 | 0,02394 | 0,05200 | 0,02965 | 0,01704 | 0,03943 |
| 9 | 0,06784 | 0,02050 | 0,07714 | 0,02986 | 0,02524 | 0,03491 |

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 91: Resultados do Teste CH para o modelo representativo brasileiro, entre o 2º trimestre de 1996 e o 4º trimestre de 2017. P-valores do Teste-F para a hipótese nula de fundamentalidade em função dos referidos números de componentes principais (teste para um e três *leads*):

| Número de Componentes Principais | P- valores (sem dívida nos dois conjuntos) (A) | P- valores (sem dívida nos dois conjuntos) (B) | P-Valores (com dívida no VAR principal) (C) | P-Valores (com dívida no VAR principal) (D) |
|---|---|---|---|---|
| | $q = 1$ | $q = 3$ | $q = 1$ | $q = 3$ |
| 1 | 0,467109 | 0,168358 | 0,001634 | 0,001652 |
| 2 | 0,085471 | 0,050988 | 0,002961 | 0,000872 |
| 3 | 0,086263 | 0,009751 | 0,00348 | 0,002245 |
| 4 | 0,074529 | 0,009952 | 0,016844 | 0,000829 |
| 5 | 0,017869 | 0,000071 | 0,020866 | 0,000482 |
| 6 | 0,192717 | 0,000115 | 0,018699 | 0,000108 |
| 7 | 0,305195 | 0,001129 | 0,150634 | 0,000015 |
| 8 | 0,275035 | 0,00093 | 0,232432 | 0,000231 |
| 9 | 0,023523 | 0,000071 | 0,049035 | 0,000722 |

Fonte: O autor, 2019.

# ANEXOS

## ANEXO A - O Teorema de Wold

O Teorema de Wold é descrito em Canova (2011), e será apresentada aqui uma transcrição do mesmo.

Considere o espaço de Hilbert[106]. O teorema de Wold decompõe qualquer vetor $m\times 1$ de um processo estocástico covariância estacionário $y_t$ em dois componentes ortogonais. Um deles é linearmente imprevisível, o outro, determinístico.

Seja $\Gamma_t$ um conjunto de informações no tempo $t$, onde: $\Gamma_t = \Gamma_{t-1} \oplus \varepsilon_t$. O termo $\Gamma_{t-1}$ contém a informação até $t-1$ e $\varepsilon_t$ as novidades ocorridas em $t$. Aqui, $\varepsilon_t$ é ortogonal a $\Gamma_{t-1}$ e $\oplus$ indica a soma direta, isto é, $\Gamma_t = \{y^{\tau}_{t-1} + e_t\ ,\ y^{\tau}_{t-1} \in \Gamma_{t-1} \wedge e_t \in \varepsilon_t\}$.

A decomposição pode ser repetida para todo $t$, iterando retroativamente, teremos:

$$\Gamma_t = \Gamma_{t-1} \oplus \varepsilon_t = \cdots = \Gamma_{-\infty} \oplus \sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon_{t-j} \tag{67}$$

Onde $\Gamma_{-\infty} = \cap_j \Gamma_{t-j}$. Como $y^{\tau}_t$ é conhecido no tempo $t$ (propriedade conhecida como adaptabilidade de $y_t$ a $\Gamma_t$), podemos escrever $y^{\tau}_t \equiv E[y^{\tau}_t \mid \Gamma_t]$. A ortogonalidade das novidades com as informações passadas implica que:

$$y_t^{\tau} = E[y_t^{\tau} | \Gamma_t] = E\left[y_t^{\tau} | \Gamma_{-\infty} \oplus \sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon_{t-j}\right] = [y_t^{\tau} | \Gamma_{-\infty}] + E\left[y_t^{\tau} | \sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon_{t-j}\right] \tag{68}$$

Agora, são feitas duas hipóteses. Primeiro são consideradas as representações lineares, por meio da substituição dos operadores de expectativa por operadores de projeção linear. Assim, (68) fica:

[106] Um espaço de Hilbert é um espaço vetorial abstrato real ou complexo normado e completo, isto é, dotado de produto interno e onde toda sequência de Cauchy é convergente.

$$y_t^\tau = a_t y_{-\infty} + \sum_{j=0}^{\infty} D_{jt} e_{t-j} \tag{69}$$

Onde $e_{t-j} \in \varepsilon_{t-j}$ e $y_{-\infty} \in \Gamma_{-\infty}$. A sequencia $\{e_t\}_{t=0}^{\infty}$, definida por $e_t = y_t^\tau - E[y_t^\tau | \Gamma_{t-1}]$ é um processo de ruído branco.

Em seguida, suponha que $a_t = a$e $D_{tj} = D_j, \forall t$. Isso implica que:

$$y_t^\tau = a y_{-\infty} + \sum_{j=0}^{\infty} D_j e_{t-j} \ (70)$$

O termo $a y_{-\infty}$ é o termo linearmente determinístico de $y_t$ e pode ser predito perfeitamente, dadas as observações passadas. O termo $\sum_{j=0}^{\infty} D_j e_{t-j}$ é o componente linearmente regular, produzido pelas novidades a cada $t$. Dizemos que $y_t^\tau$ é determinístico se e somente se $y_t^\tau \in \Gamma_{-\infty}$ e regular se e somente se $\Gamma_{-\infty} = \{0\}$.

Três pontos devem ser salientados. Primeiro, para que (54) valha, não se requer hipótese alguma sobre $y_t^\tau$, apenas é preciso que a nova informação seja ortogonal à existente. Segundo, nem a estacionariedade nem a linearidade são necessárias para que o teorema valha. Em terceiro, é necessário se requerer que $y_t^\tau$ seja covariância estacionária para que valha a representação (70).

**ANEXO B** - Definição de Fundamentalidade – Transcrito de Canova (2011)

Aqui se apresenta a definição formal de fundamentalidade (usando a mesma notação do anexo 1). Para tal, antes é preciso definir a Matriz Blaschke.

Supondo um espaço de Hilbert, que os dados são um processo de média zero e seja $y_t = y_t^{\tau} - ay_{-\infty}$. Usamos o operador de defasagem para escrever:

$$\sum_{j=0}^{\infty} D_j e_{t-j} = \sum_{j} D_j l^j e_t = D(l) e_t \tag{71}$$

Onde $y_t = D(l)\, et$ é uma representação MA para $y_t$, onde $D_j$ é uma matriz $m \times m$ de posto $m$, $\forall$j.

As representações MA não são únicas. Qualquer matriz não singular $H(l)$ satisfazendo a condição de $H(l)H(l\text{-}1)' = I$ tal que $H(z)$ não tenha singularidades para $|z| \leq 1$, podemos escrever:

$$y_t = \widetilde{D}(l)\tilde{e}_t \tag{72}$$

Com:

$$\widetilde{D}(l) = D(l)H(l), \tilde{e}_t H(l^{-1})'^{e_t} \tag{73}$$

Onde $H(l)$ são matrizes Blaschke.

Definição 4: Matriz Blaschke: são matrizes da forma $H(l) = \prod_{i=1}^{m} \varrho_i\, H^{\tau}(d_i, l)$, onde $d_i$ são as raízes de $D(l)$, $|d_i| < 1$, $\varrho_i \varrho_i' = I$ e, para todo $i$, $H^{\tau}(d_i, l)$ é dada por:

$$H^{\tau}(d_i, l) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dfrac{l - d_i}{1 - d_i^{-1} l} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \tag{74}$$

Assim, retornando à definição de fundamentalidade, ambas as definições que seguem são equivalentes:

Definição 5: Fundamentalidade (considerando a representação MA): [107]

1) Um MA é fundamental se det $(D_0 \mathrm{E}(e_t e_t')D_0') >$ det $(D_j \mathrm{E}(e_t e_t')D_j')$, $\forall j \neq 0$.
2) Um MA é fundamental se as raízes de $D(z)$ forem todas maiores que 1, em módulo.

As raízes de $D(z)$ são relacionadas aos autovalores da matriz companheira (*companion matrix*) do sistema. Representações fundamentais, também chamadas "Representações de Wold" poderiam também ser identificadas pelo requerimento de completude do espaço gerado por uma combinação linear de $y_t$'s, de forma que este tenha a mesma informação que a do espaço gerado por combinações lineares de $e_t$'s. Nesse sentido, as representações de Wold são invertíveis: conhecer $y_t$ é o mesmo que conhecer $e_t$.

Definição 6. Estabilidade: Um VAR(1) é estável se det $(I_m - Az) \neq 0$ $\forall |z| \leq 1$ e um VAR $(q)$ é estável se det $(I_m - A_1 z - \ldots - A_q z^q) \neq 0$ $\forall |z| \leq 1$.

Isso implica que todos os autovalores de $A$ devem ser módulos menores ou iguais a 1 (ou $A$ não tem raízes dentro do círculo unitário complexo). Assim, se $y_t$ tem uma representação MA, também tem estrutura VAR estável.

[107] Transcrito de Canova (2011) página 106.

**ANEXO C** - Processo Martingale Diferenciável:

Definição 7: (Martingale). Seja um processo estocástico $\{y_t\}$. Então, $\{y_t\}$ é Martigale com respeito ao conjunto de informação $\Gamma_t$ se $y_t \in \Gamma_t \forall t > 0$ e $E_t[y_{t+\lambda}] \equiv E[y_{t+\lambda}|\Gamma_t] = y_t$, $\forall t$, $\forall \lambda$.

Definição 8: Diferença (Martingale) Um processo $\{y_t\}$ é Martigale diferença com respeito ao conjunto de informação $\Gamma_t$ se $y_t \in \Gamma_t$, $\forall t$ e $E_t[y_{t+\lambda}] \equiv E[y_{t+\lambda}|\Gamma_t] = 0$, $\forall t$, $\forall \lambda$.

Um modelo que não é Martingale diferença, portanto, não é linearmente previsível.[108]

[108] Sahneh (2015), página 6.

**ANEXO C** - Demonstração de que um VAR é causal se e somente se o termo de erro $\boldsymbol{\epsilon_t}$ é Martingale Diferenciável (MD).[109]

Proposição 4: um VAR é causal se e somente se o termo de erro $\epsilon_t$ é Martingale Diferenciável (MD).

Primeiro é necessário provar os Lemas 1 e 2 abaixo

Lema 1: Considere um modelo VARMA (*p*, *q*), onde $r_\Phi = r_p$ e $r_\Theta = r_p$. Seja $\phi^t(\tau)$ a função característica de $\xi_t$ e $\phi^t_{\tau 0}(.) = \frac{\partial \phi^t(.)}{\partial \tau_0}$.Então, a linearidade do melhor preditor de *mean square* implica que:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left(\gamma_k - \sum_{l=1}^{\infty}\beta_l\gamma_{k-l}\right)h^{t-k}\left(\sum_{l=1}^{\infty}\tau_l\gamma_{k=l}\right) = 0 \tag{75}$$

Onde $h^t(\vartheta) = \frac{\phi^t_{\tau 0}(\vartheta)}{\phi^t(\vartheta)}$ e os $\beta_l$'s são os coeficientes do melhor previsor linear de $x_t$ por mínimos quadrados.

$$x_t^* = \sum_{l=1}^{\infty}\beta_l x_{t-l} \tag{76}$$

Prova:

Seja a equação de um VAR estacionário de um *d*-dimensional:

$$\Phi(L)x_t = \xi_t (77)$$

Escrevendo a equação acima sob a forma de um M.A.:

$$x_t = \sum_{k=-\infty}^{\infty}\gamma_k\xi_{t-k}, \qquad \gamma_k = 0, \forall k < 0. \tag{78}$$

[109] Transcrito do Anexo de Sahneh (2015) e de Sahneh (2015b).

A função característica de $\{x_{t-j}, j \geq 0\}$ é dada por:

$$\eta^t(\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_p, \dots) = E\{e^{(i\sum_{l=0}^{\infty}\tau_l x_{t-l})}\} = \prod_{k=-\infty}^{\infty} \phi^{t-k}\left(\sum_{l=0}^{\infty}\tau_l\gamma_{t-l}\right) \tag{79}$$

E a função característica conjunta de $\{x_{t-j}, j \geq 1\}$ é:

$$\tilde{\eta}^t(\tau_1, \dots, \tau_p, \dots) = \prod_{k=-\infty}^{\infty} \phi^{t-k}\left(\sum_{l=1}^{\infty}\tau_l\gamma_{t-l}\right) \tag{80}$$

Diferenciando $\eta^t(\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_p, \dots)$ com relação a $\tau_0$, teremos:

$$\frac{\partial}{\partial\tau_0}\eta^t(\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_p, \dots)\Big|_{\tau_0=0} = \eta^t_{\tau_0}(0, \tau_1, \dots, \tau_p, \dots)$$
$$= \int ix_t exp\left(i\sum_{l=1}^{\infty}\tau_l x_{t-l}\right) dF^t(x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-p}, \dots)$$
$$= i\int E[x_t|x_{t-s}, s$$
$$> 0]\, exo\left(i\sum_{t=1}^{\infty}\tau_l x_{t-l}\right) dF^t(x_{t-1}, \dots, x_{t-p}, \dots) \tag{81}$$

Onde $F^t(x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-p}, \dots)$ é a distribuição conjunta cumulativa de $x_{t-j,}$ $j \geq 0$. Diferenciando o logaritmo de (79) com relação a $\tau_0$, temos:

$$\frac{\eta^t_{\tau_0}(0, \tau_1, \dots, \tau_p, \dots)}{\eta^t(0, \tau_1, \dots, \tau_p, \dots)} = \sum_{k=-\infty}^{\infty}\gamma_k h^{t-k}\left(\sum_{l=1}^{\infty}\tau_l\gamma_{k-l}\right) \tag{82}$$

Similarmente, diferenciando o logaritmo de $\tilde{\eta}^t(\tau_1, \dots, \tau_p, \dots)$ com respeito a $\tau_j$, $j$ = 1, 2, ..., temos:

$$\eta^t_{\tau_0}(0, \tau_1, \dots, \tau_p, \dots) = \sum_{k=1}^{\infty}\beta_k\tilde{\eta}^t_{\tau_k}(\tau_1, \tau_2, \dots) \tag{83}$$

O que implica que:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left(\gamma_k-\sum_{l=1}^{\infty}\beta_l\gamma_{k-l}\right)h^{t-k}\left(\sum_{l=1}^{\infty}\tau_l\gamma_{k-l}\right)=0\ \blacksquare \tag{84}$$

O Lema 2 requer que a Hipótese 3 valha. Portanto, é necessário expô-la:

Hipótese 3: Seja $\xi_t$ um processo independente continuamente distribuído com uma distribuição não-gaussiana tal que o ($a$ + 1)-ésimo momento seja finito para algum $a$≥ 2 e $\mathrm{Var}(\xi_t) > 0$.

Lema 2: Supondo então válida a hipótese 3, o modelo AR não gaussiano univariado abaixo é causal se e somente se as Inovações de Wold $\{\epsilon_t\}$ são Martingale Diferenciáveis.

Prova do Lema 2: Um resultado padrão dos processos AR é que todo processo AR ($p$) $\{x_t\}$ que é não causal em relação à sequência de ruído $\{\xi_t\}$ pode ser modelado como um AR ($p$) causal com respeito a uma nova sequência de ruídos $\{\epsilon_t\}$, definida por:[110]

$$\epsilon_t=\frac{\prod_{r<i\leq q}(1-b_iL)}{\prod_{r<i\leq q}\left(1-b_i{}^{-1}L\right)}\xi_t \tag{85}$$

Onde $|b_i|<1$. Também pode ser escrito como:

$$\sum_{i=0}^{q-r}\alpha_i\epsilon_{t-i}=e_t \tag{86}$$

Onde $e_t=\sum_{i-0}^{q-r}\beta_i\xi_{t-i}$. Assim, o Lema 1 e o Corolário de Rosenblatt (2000) *apud* Sahneh (2015) implicam que o melhor preditor um passo à frente de $\epsilon_t$ é não linear, isto é, $E[\epsilon_t|\epsilon_{t-s}, s\geq 1]$ é não linear. Se $\epsilon_t$ fosse Martingale Diferenciável, isto é, $E[\epsilon_t|\epsilon_{t-s}, s\geq 1]=0$, o Lema 1 implicaria que:

[110] Ver Brockwell e Davies (1991), pg. 103 *apud* Sahneh (2015).

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k \, h^{t-k} \left( \sum_{l=1}^{\infty} \tau_l \gamma_{k-l} \right) = 0 \tag{87}$$

Como $\mu_{a+1} \neq 0$, temos:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k \gamma_{k-l_1} \cdots \gamma_{k-l_a} = 0 \tag{88}$$

$$l_1, \dots, l_a = 1, 2, \dots$$

Para a derivada parcial da $a$-ésima ordem da expressão (87) com respeito a $\tau_{l_1}, \dots, \tau_{l_a}$ em $\tau_{l_1} = \cdots = \tau_{l_a} = 0$, o termo: $i^{a+1}\mu_{a+1}a!$ É multiplicado pela expressão (74) à esquerda.
Já que:

$$(1 - bz)(1 - b^{-1}z)^{-1} = b^2 + (b^2 - 1) \sum_{j=1}^{\infty} b^j z^{-j} \tag{89}$$

Temos $\gamma_k = 0$ para $k > 0$. Logo, (88) é igual a:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \gamma_{-k} \gamma_{-k-l_1} \cdots \gamma_{-k-l_a} = 0 \tag{90}$$

$$l_1, \dots, l_a = 1,2, \dots$$

E também:

$$\gamma - k = \sum_{j=r+1}^{p} \alpha_j b_j^k \tag{91}$$

$$k > 0$$

Para alguns coeficientes, $\alpha \neq 0, j = r+1, \dots, p$. Portanto, as equações (89) podem ser reescritas como:

$$\sum_{j_1,\dots,j_a=r+1}^{p} \alpha_{j_1} \dots \alpha_{j_a} b_{j_1}^{l_1} \dots b_{j_a}^{l_a} \sum_{k=0}^{\infty} \gamma - k \left(b_{j_1} \dots b_{j_a}\right)^k = 0 \tag{92}$$

$l_1, \dots, l_a = 1, \dots, p$. Considere um conjunto de equações obtidas por meio de se permitir que $l_1, \dots, l_a = 1, \dots, s$. A matriz desse conjunto de equações é:

$$M = \left(M_{j,l}\right) = \left\{\alpha_{j_1} \dots \alpha_{j_a} b_{j_1}^{l_1} b_{j_a}^{l_a}\right\} \tag{93}$$

Onde $j = (j_1, \dots, j_a), l = (l_1, \dots, l_a), j_1, \dots, j_a = r+1, \dots, p, l_1, \dots, l_a = 1, \dots, s$. O determinante da matriz é: $\left(\prod_{u=r+1}^{p} \alpha_u\right)^{2a}$ multiplicado pela $2a$-ésima potência do determinante de Vandermonde:

$$\left|b_j^l; j = r+1, \dots, q, l = 1, \dots, s\right| \tag{94}$$

Como o determinante é não nulo, temos que ter:

$$\gamma\left(b_{j_1}, \dots, b_{j_a}\right) = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma_k \left(b_{j_1}, \dots, b_{j_a}\right)^k \tag{95}$$

Isso implica que $\left(b_{j_1}, \dots, b_{j_a}\right)$, para $j_1, \dots, j_a = r+1, \dots, p$. São também os zeros de $\gamma(z)$, uma contradição clara. Logo, a hipótese $E[\epsilon_t | \epsilon_{t-s}, s > 0]$ não pode valer. ■

Demonstração da Proposição 4 de que um VAR é causal se e somente se o termo de erro $\epsilon_t$ é Martingale Diferenciável (MD): [111]

Isso é equivalente a provar que um modelo VARMA é invertível se e somente se as inovações de Wold $\{\epsilon_t\}$ são MD.

Para tal, é preciso provar o Lema 3, abaixo.

Lema 3: Considere um modelo ARMA ($p$, $q$) causal e não invertível:

[111] Transcrição de Sahneh (2015b).

$$\sum_{i=0}^{p} \alpha_i \epsilon_{t-i} = \sum_{i=0}^{q} \beta_i \xi_{t-i} \tag{96}$$

E seja $\phi^t(\tau)$ a função característica de $\xi_t$, bem como $\phi_{\tau_0}^t(.) = \frac{\partial \phi^t(.)}{\partial \tau_0}$. Então, o melhor preditor linear de mínimos quadrados implica que:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} (\gamma_k - \sum_{l=1}^{\infty} \mathbf{b}_l \gamma_{k-l})\, h^{t-k} (\sum_{l=1}^{\infty} \tau_1 \gamma_{k-l}) = 0 \tag{97}$$

Onde $h^t(\vartheta) = \frac{\phi_{\tau_0}^t(\vartheta)}{\phi^t(\vartheta)}$ e $\mathbf{b}_l$ são os coeficientes do melhor preditor linear de $\epsilon_t$por erros médios quadráticos.

$$\epsilon_t^* = \sum_{l=1}^{\infty} \mathbf{b}_l \epsilon_{t-l} \tag{98}$$

Prova do Lema 3:

Ao se escrever (96) sob a forma MA, temos:

$$\epsilon_t = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma_k\, \xi_{t-k} \tag{99}$$

$$\gamma_k = 0\ \forall k < 0$$

A função característica conjunta de $\{\epsilon_{t-j}, j \geq 0\}$ é:

$$\eta^t(\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_p, \dots) = E\left\{exp\left(i \sum_{l=0}^{\infty} \tau_l\, \xi_{t-l}\right)\right\} = \prod_{k=-\infty}^{\infty} \phi^{t-k}\left(\sum_{l=0}^{\infty} \tau_l \gamma_{t-l}\right) \tag{100}$$

A função característica conjunta de $\{\epsilon_{t-j}, j \geq 1\}$ é:

$$\tilde{\eta}^t(\tau_1, \dots, \tau_p, \dots) = \prod_{k=-\infty}^{\infty} \phi^{t-k}\left(\sum_{l=0}^{\infty} \tau_l \gamma_{t-l}\right) \tag{101}$$

Diferenciando $\eta^t(\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_p, \dots)$ com respeito a $\tau_0$, teremos:

$$\frac{\partial}{\partial \tau_0}\eta^t(\tau_0,\tau_1,\dots,\tau_p,\dots)\Big|_{\tau_0=0} = \eta^t(0,\tau_1,\dots,\tau_p,\dots)$$

$$= \int i\epsilon_t\, exp\left(i\sum_{l=1}^{\infty}\tau_1\epsilon_{t-l}\right)dF^t(\epsilon_t,\epsilon_{t-1},\dots,\epsilon_{t-p},\dots)$$

$$= i\int E[\epsilon_t|\epsilon_{t-s}, s>0]\, exp\left(i\sum_{l=1}^{\infty}\tau_1\epsilon_{t-l}\right)dF^t(\epsilon_{t-1},\dots,\epsilon_{t-p},\dots) \qquad (102)$$

Onde $F^t(\epsilon_t,\epsilon_{t-1},\dots,\epsilon_{t-p},\dots)$ é a distribuição conjunta cumulativa de $\epsilon_{t-j}, j \geq 0$. Também, diferenciando pelo logaritmo de (99)com respeito a $\tau_0$, temos:

$$\frac{\eta^t_{\tau_0}(0,\tau_1,\dots,\tau_p,\dots)}{\eta^t(0,\tau_1,\dots,\tau_p,\dots)} = \sum_{k=-\infty}^{\infty}\gamma_k h^{t-k}\left(\sum_{l=1}^{\infty}\tau_1\gamma_{k-l}\right) \qquad (103)$$

Similarmente, diferenciando o logaritmo de $\tilde{\eta}^t(\tau_1,\dots,\tau_p,\dots)$ com repeito a $\tau_j, j = 1,2,\dots$, temos:

$$\frac{\partial}{\partial \tau_j}\log[\tilde{\eta}^t(\tau_1,\dots,\tau_p,\dots)] = \sum_{k=-\infty}^{\infty}\gamma_{k-j}h^{t-k}\left(\sum_{l=1}^{\infty}\tau_l\gamma_{k-l}\right), j = 1,2,\dots \qquad (104)$$

Se o melhor preditor por erros quadráticos médios for linear, devemos ter:

$$\eta^t_{\tau_0}(0,\tau_1,\dots) = \sum_{k=1}^{\infty}\mathbf{b}_k\,\tilde{\eta}^t_{\tau_k}(\tau_1,\tau_2,\dots) \qquad (105)$$

O que implica que:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left(\gamma_k - \sum_{k=1}^{\infty}\mathbf{b}_l\,\gamma_{k-1}\right)h^{t-k}\left(\sum_{l=1}^{\infty}\tau_l\gamma_{k=l}\right) = 0 \;\blacksquare \qquad (106)$$

Hipótese 4: Suponha que $\xi_{jt}$ denote o j-ésimo elemento da sequencia dos verdadeiros choques não observados $\{\xi_t\}$. Então existe um $j \in 1,\dots,d$: $\xi_{jt}$ é (a) independente e (b) continuamente distribuído com uma distribuição não gaussiana tal que o $(a+1)$-´ésimo momento seja finito para algum $a \geq 2 \wedge Var(\xi_{jt}) > 0$.

Lema 4: Suponha que a Hipótese 4 valha. Então, o modelo univariado ARMA é invertível se e somente se as inovações de Wold $\{\epsilon_t\}$ são MD.

Prova do Lema 4:

Um resultado usual para processos ARMA é que qualquer processo ARMA (*p, q*) $\{x_t\}$ que é não invertível com respeito a uma sequência de ruídos $\{\xi_t\}$ também pode ser modelado como um ARMA (*p*, *q*) com respeito à nova sequência de ruídos $\{\epsilon_t\}$, definida por:

$$\epsilon_t = \frac{\prod_{r_B<i\leq q}(1-b_i^{-1}L)}{\prod_{r_B<i\leq q}(1-b_iL)}\xi_t \tag{107}$$

$|b_i| < 1.$

Isso também pode ser escrito como:

$$\sum_{i=0}^{q-r_B}\alpha_i\epsilon_{t-i} = \sum_{i=0}^{q-r_B}\beta_i\,\xi_{t-i} \tag{108}$$

Seja $y_t = \sum_{i=0}^{q-r_\Theta}\alpha_i\epsilon_{t-i}$. Então, a equação acima pode ser reescrita como:

$$y_t = \sum_{i=0}^{q-r_\Theta}\beta_i\,\xi_{t-i} \tag{109}$$

Como $y_t$ é um processo MA não invertível de ordem $(q-r_\Theta)$ o Lema 3 e o Corolário 5.4.3 de Rosenblatt (2000) *apud* Sahneh (2015b) implicam que o melhor preditor de $y_t$ é não-linear, logo, $E[y_t|y_{t-s}, s\geq 1]$ é não-linear. Por outro lado, $y_t$, já que todas as raízes de $\prod_{r_\Theta<i\leq q}(1-b_iL)$ estão fora do círculo unitário. Assim, as σ-álgebras $\sigma(\epsilon_{t-s}, s\geq 1)$ e $\sigma(y_{t-s}, s\geq 1)$ coicidem, e:

$$E[y_t|y_{t-s}, s\geq 1] = E[y_t|\epsilon_{t-s}, s\geq 1]\ q.c. \tag{110}$$

$$E[y_t|y_{t-s}, s\geq 1] = E\left[\epsilon_t - \alpha_1\epsilon_{t-1} - \cdots - \alpha_{q-r_\Theta}\epsilon_{t-q-r_\Theta}|\epsilon_{t-s}, s\geq 1\right]\ q.c. \tag{111}$$

$$E[y_t|y_{t-s}, s\geq 1] = E[\epsilon_t|\epsilon_{t-s}, s\geq 1] - \alpha_1\epsilon_{t-1} - \cdots - \alpha_{q-r_\Theta}\epsilon_{t-q-r_\Theta}\ q.c. \tag{112}$$

Se $\epsilon_t$ fosse MD $\rightarrow E[\epsilon_t|\epsilon_{t-s}, s\geq 1] = 0$. Então:

$$E[y_t|y_{t-s}, s\geq 1] = -\alpha_1\epsilon_{t-1} - \cdots - \alpha_{q-r_\Theta}\epsilon_{t-q-r_\Theta}\ q.c. \tag{113}$$

Isso é uma clara contradição, logo, $\epsilon_t$ não pode ser MD■

Proposição 5: Sem perda de generalidade, é possível assumir que o primeiro componente de $\{\xi_t\}$ satisfaz à hipótese 4. Está claro que se $\{x_t\}$ é invertível, então $\{\epsilon_t\} \equiv \{\xi_t\}$ são MD. É preciso provar a volta, que se $\{x_t\}$ é não invertível, então $\{\epsilon_t\}$ não é MD.

A prova para o caso univariado decorre do Lema 4. É preciso mostrar que, sob a hipótese 4 se pode reduzir o caso multivariado ao univariado.

Seja:

$$\widetilde{\Theta}^{-1}(L)\Theta(L) = A(L) \tag{114}$$

Podemos escrever:

$$A(L) = [A_1(L)A_2(L)] \tag{115}$$

Onde $A_1(L)$ é $d\times 1$ e $A_2(L)$ é $d\times(d-1)$.

É possível demonstrar que um verdadeiro processo ARMA (2,1) em que o econometrista incorretamente supõe uma hipótese de fundamentalidade tem um processo representado por:

$$\Phi(L)x_t = \widetilde{\Theta}(L)\epsilon_t \tag{116}$$

Onde $\epsilon_t$ são as inovações de Wold, que podem ser relacionadas às inovações originais por meio do filtro:

$$\epsilon_t = \widetilde{\Theta}^{-1}(L)\Theta(L)\xi_t \tag{117}$$

Empregando esse filtro, teremos:

$$[\epsilon_t \quad N] = A(L)\begin{bmatrix}\xi_t & 0_{1\times(d-1)} \\ & I_{d-1}\end{bmatrix} \tag{118}$$

Onde $N = A_2(L)$. Definindo $\tilde{\epsilon}_t = det[\epsilon_t \quad N]$, lembrando que pela hipótese 4 e pela propriedade de que $A^{-1}(1)A(1) = I_d$, então $\{\tilde{\epsilon}_t\}$ é uma transformação não nula mensurável de $\{\xi_t\}$. Das propriedades dos determinantes, temos:

$$\tilde{\epsilon}_t = \det\big(A(L)\big)\,\xi_{t1} \tag{119}$$

Onde $\xi_{t1}$ é o primeiro componente de $\xi_t$. O Teorema 3 de Lippi e Reichlin (1994) implica que para uma constante não nula $C$:

$$\tilde{\epsilon}_t = C\frac{\Theta^*(L)}{\Theta^f(L)}\xi_{t1} \tag{120}$$

Onde $\Theta^*(L)$ contém as raízes não invertíveis, isto é:

$$\Theta^*(L) \coloneqq \prod_{i=s+1}^{dq}(a - b_i^{-1}z)\,, \qquad |b_i| < 1 \tag{121}$$

e $\Theta^f(L)$ é o polinômio com raízes invertidas, definido como:

$$\Theta^f(L) \coloneqq \prod_{i=s+1}^{dq}(a - b_i^{*}z)\,, \qquad |b_i^*| < 1 \tag{122}$$

Com $s \in [0, dq]$ é o número de raízes invertíveis de $det(\Theta(z)) = 0$. Logo, pelo Lema 3 $\{\tilde{\epsilon}_t\}$ e, portanto $\{\xi_t\}$ são não MD.

Corolário 1: Se há apenas uma raiz do determinante do polinômio dentro do círculo unitário, não é necessário assumir a continuidade para que a Proposição 5 valha.

Prova do Corolário 1:
Pela demonstração do Teorema 1 de Lippi e Reichlin (1994):

$$\widetilde{\Theta}^{-1}(L)\Theta(L) = R(\alpha, L)K \tag{123}$$

Onde $K$ é uma matriz ortogonal e:

$$R(\alpha, L) = \begin{pmatrix} \dfrac{1 + b^{-1}L}{1 + bL} & 0 \\ 0 & I_{d-1} \end{pmatrix} \tag{124}$$

Então, se $\{\xi_t\}$ é um processo MD, $\{\xi_t \coloneqq K\xi_t\}$ também é MD, e os resultados do Lema 4 se aplicam a:

$$\epsilon_t = \frac{1 + b^{-1}L}{1 + bL}\tilde{\xi}_{1t} \tag{125}$$

Onde $\tilde{\xi}_{1t}$ é o primeiro componente de $\tilde{\xi}_t$. ■

**ANEXO E** - Kernels e janelas Kernel

Esse anexo contem a transcrição das notas de aula de Eichler (2003), com elementos de Tsay (2010).

O espectro potência de uma série temporal descreve a distribuição dos componentes que compõem um sinal, que pode ser decomposto em diversas frequências discretas. A média estatística de certo tipo de sinal é chamada espectro.

Quando o sinal é concentrado em torno de um intervalo finito, é possível se computar a densidade espectral. Supondo intervalo longo o suficiente (ou representativo o suficiente), essa distribuição que seria a esperada de se observar em um dado período de tempo.

Quando o objetivo é estimar a densidade espectral, o periodograma é uma estimativa básica da densidade espectral de um sinal, e é usado para examinar a amplitude de frequência e as características de filtros de funções impulso-resposta finitas e funções janela. Assume-se, portanto, o periodograma como o estimador básico a ser usado a seguir. Tem as dificuldades de, apesar de ser não viesado, ser inconsistente. Além disso, flutua de forma muito abrupta, apresentando baixa correlação entre frequências vizinhas, e é difícil de analisar (EICHLER, 2003).

Uma forma de estimar a densidade é a suavização local do periodograma, por meio de uma regressão de estimador espectral por *Kernel*.

De acordo com Tsay (2010), as regressões por *Kernel* são talvez o método mais comum de suavização. Os pesos são determinados pelo *kernel* que, tipicamente, é uma função densidade de probabilidade $w^{(T)}(\lambda)$, tal que seja uma função par de uma variação limitada e (TSAY, 2010 E EICHLER, 2003):

$$\int w(\lambda)d\lambda = 1 \tag{126}$$

$$\int w(\lambda)^2 d\lambda < \infty \tag{127}$$

Para aumentar a flexibilidade da medida de distância, se pode reescalar o *kernel* usando a variável $b_T > 0$, conhecida como faixa de frequência (*bandwidth*). O *kernel* reescalado então se torna:

$$w^T(\lambda) = \frac{1}{b_T} w\left(\frac{\lambda}{b_T}\right) \tag{128}$$

$$\int w^T(\lambda) d\lambda = 1 \tag{129}$$

Por exemplo, a função peso pode ser definida como:

$$w_t(\lambda) = \frac{w_b(\mu - \lambda_t)}{\sum_{t=1}^{T} w_b(\mu - \lambda_t)} \tag{130}$$

O periodograma $I^{(T)}(\lambda)$pode ser escrito como:

$$I^{(T)}(\lambda) = \frac{1}{2\pi H_2^T} \left| \sum_{t=1}^{T} h^T(t) X(t) e^{(-i\lambda t)} \right|^2 \tag{131}$$

A Média do periodograma é dada por:

$$\mathbb{E}\left[I^{(T)}(\lambda)\right] = \int_{\Pi} \frac{\left|H^{(T)}(\mu)\right|^2}{2\pi H_2^T(0)} f(\lambda - \mu)\, d\mu \tag{132}$$

E sua variância assintótica terá valor:

$$\lim_{T \to 0} var\left(I^{(T)}(\lambda)\right) = f(\lambda)^2 \tag{133}$$

Logo, o periodograma não é consistente.

O estimador *Kernel* (regressão), que é o estimador espectral, pode ser definido como:

$$\hat{f}^{(T)}(\lambda) = \int_{\Pi} w^T(\mu) I^{(T)}(\lambda - \mu)\, d\mu \tag{134}$$

Com Kernel:

$$w^{(T)}(\lambda) = \frac{1}{b_T} w\left(\frac{\lambda}{b_T}\right) \tag{135}$$

A média de $\hat{f}^{(T)}(\lambda)$ é dada por:

$$\mathbb{E}\left[\hat{f}^{(T)}(\lambda)\right] = \int_{\Pi} \int_{\Pi} w^T(\lambda - \mu)\, \Phi_2^T(\mu) d\mu \tag{136}$$

Isso implica que:

Se $b_T \to 0$ quando $T \to \infty$, então $\hat{f}^{(T)}(\lambda)$ é assintoticamente não viesada.

Se $b_T \to 0$ rapidamente demais (por exemplo, em uma amostra de tempo finito), acaba-se por obter o periodograma.

A variância de $\hat{f}^{(T)}(\lambda)$ é dada por:

$$var\left(\hat{f}^{(T)}(\lambda)\right) = \frac{1}{Tb_T} \frac{2\pi H_4}{H_2^2} \int_{\Pi} w(\mu)^2 d\mu \cdot f(\lambda)^2 + o\left(\frac{1}{Tb_T}\right) \tag{137}$$

Implicações:

- A variância depende do *Kernel* por meio do fator $\int_{\Pi} w(\mu)^2 \, d\mu$.
- A variância depende do afunilamento, por meio do fator $\frac{H_4}{H_2^2}$.
- Cauchy-Schwartz implica que o afunilamento sempre aumenta a variância (devido à perda de informação):

$$H_2^2 = \left( \int_0^1 h(t)^2 dt \right)^2 \leq \int_0^1 h(t)^4 dt \int_0^1 dt = H_4 \tag{138}$$

Os *kernels* apresentam um *trade off* entre viés e variância (mínima):

- Afunilamento: aumentando o afunilamento dos dados, se reduz o viés, mas se eleva a variância;
- Suavização: reduzindo a faixa de frequência (*bandwidth*) $b_T$ se reduz o viés, mas se eleva a variância.

Os estimadores de janela defasada lidam com o problema das amostras finitas.

O Periodograma pode ser escrito como:

$$I^{(T)}(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_{|u| \leq T} \hat{\gamma}(u) e^{(-i\lambda u)} \tag{139}$$

Heurística:

$$var\big(\hat{\gamma}(u)\big) = O\left(\frac{1}{T}\right) \rightarrow var\left(I^{(T)}(\lambda)\right) = O(1) \tag{140}$$

Ao se tomar apenas $\hat{\gamma}(u)$ para $|u| \leq M$ (o que delimita a janela):

$$\hat{f}^{(T)}(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_{|u| \leq M} \hat{\gamma}(u) e^{(-i\lambda u)} \tag{141}$$

$$\hat{f}^{(T)}(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_{u \in \mathbb{Z}} \mathbb{W}^{(M)}(u) \hat{\gamma}(u) e^{(-i\lambda u)} \tag{142}$$

Onde:

$$\mathbb{W}^{(M)}(\lambda) = \begin{cases} 1, se\ |u| \leq M \\ 0, se\ |u| > M \end{cases}$$

$$var\left(\hat{f}^{(T)}(\lambda)\right) = O(M/T)$$

Escolhendo $M = o(1/T)$, então, var(($\lambda$)) = $o(1)$.

Definindo $\omega^{(M)}(\lambda) = \frac{1}{2\pi}\int_{\Pi} \mathrm{W}^{(M)}(u)e^{(-ixu)} = \frac{sen\left(\lambda\left(M+\frac{1}{2}\right)\right)}{2\pi sen(\lambda/2)}$

Então:

$$\hat{f}^{(T)}(\lambda) = \int_{\Pi} \omega^{(M)}(\lambda - \mu)\, I^{(T)}(\mu)d\mu \tag{143}$$

Com:

$$\int \omega^{(M)}(\lambda)d\lambda = 1 \tag{144}$$

Onde:

$\mathrm{W}^{(M)}$= janela de defasagem;

$\omega^{(M)}$= janela espectral;

Especificamente, entre outras formulações, foram estabelecidas as janelas Daniell, Barlett-Priestley (*Kernel* Quadrático) e Parzen, que são algumas das formulações possíveis.

- Janela Daniell:

$$\omega(\lambda) = \frac{1}{2M} 1_{[M,M]}(\lambda);\ \mathrm{W}(u) = \frac{sen(u)}{u} \tag{145}$$

- Janela Bartlett-Priestley (kernel quadrático):

$$w(\lambda) = \frac{3}{4} 1_{[-1,1]}(\lambda);\ \mathrm{W}(u) = \frac{3}{u^2}\left(\frac{sen(u)}{u} - \cos(u)\right) \tag{146}$$

- Janela Parzen:

$$w(\lambda) = \frac{1}{\pi}\left(\frac{sen(\lambda/4)}{\lambda/4}\right)^4;\ \mathrm{W}(u) = \begin{cases} 1 - 6u^2 + 6|u|^3, se\ |u| \leq 1/2 \\ 2(1-|u|)^3, se \frac{1}{2} < |u| \leq 1 \end{cases} \tag{147}$$

- Janela Bartlett:

$$w(\lambda) = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{sen\left(\frac{\lambda}{2}\right)}{\frac{\lambda}{2}}\right)^2; W(u) = (1-|u|)1_{[-1,1]}(u) \tag{148}$$

**ANEXO F** - Código Matlab do Teste de Sahneh (2015b) para não Causalidade

```
clear
clc
tic

% Range of preliminary bandwidth Pbar.
Pmax = 8;
Pmin = 2;

%P0max is the maximum lag-order to be integrated numerically.
P0max=Pmin+Pmax;

% Matrix of the Test statistics and P-Values (using Parzen, Daniell, Quadratic
% Kernels)
TP = zeros(Pmax,1);
TD = zeros(Pmax,1);
TQS = zeros(Pmax,1);

x = load('DataCD_BR_DLOGS_DEBT.txt');  %%load your data for VAR(p) estimation;
[P, resid] =  VARfit(x, 4);
DATA = resid;
[N Dim]= size(DATA);

ST = std(DATA);
DATA  = bsxfun(@rdivide, DATA,ST);

SMat = zeros(2);
for i = 1:Dim;
   for j = 1:Dim;
      SMat(i,j) = mean(bsxfun(@times, DATA(:,i),DATA(:,j)));
   end;
end;

SS2=0;
for i = 1:Dim;
   for j = 1:Dim;
      SS2 = SS2 + SMat(i,j)^2;
   end;
end;

DS = zeros(N);
for t = 1:N;
   for s = 1:N;
      for d = 1:Dim;
```

```
        DS(t,s) = DS(t,s) + DATA(t,d)*DATA(s,d);
      end;
   end;
end;

COVDATA = zeros(1,P0max+1);
Z = zeros(Dim);
for i = 0:P0max
   COVDATA(i+1) = COVX(DATA,i,N,Z);
end


%Choice of data-driven lags
MD = zeros(Pmax,1);

MPar = zeros(Pmax,1);
CP = MPar;
DP = MPar;

MDan = zeros(Pmax,1);
CD = MDan;
DD = MDan;

MQS = zeros(Pmax,1);
CQS = MQS;
DQS = MQS;

E0 = zeros(N);
for a = 1:N
   for b = 1:N
      E0(a,b) = exp(-norm(DATA(a,:) - DATA(b,:))^2);
end
end
ME0 = mean2(E0);

E = zeros(N);
for a = 1:N;
   for b = 1:N;
      E(a,b) = exp(-0.5*norm(DATA(a,:) - DATA(b,:))^2);
end;
end;
ME = mean2(E);
SRE = sum(E,2);
SCE = sum(E);
SRSQ = sum(SRE.^2);

%Bartlett Kernel
```

```
WB = zeros(P0max);
for i = 1:Pmax;
   for j = 1:(i+Pmin);
WB(j,i) = Bar(j/(i+Pmax))^2;
end;
end;

%Determinant of Phat
M0 = N * COVDATA(1) * (1-ME);
M1 = zeros(1,P0max);
for j = 1:P0max;
   M1(j) = M1(j) + 2 * COVDATA(j+1) * ( (N-j)* sum(diag(E(1+j:N,1:N-j))) -
sum(sum(E(1+j:N,1:N-j)))) *(N-j)^(-1);
end;

for i=1:Pmax;
   for j = 1:(i+Pmin);
MD(i) = MD(i) + M1(j)*WB(j,i);
end;
end;
%Numerator of Phat
SJP = zeros(P0max,1);
SD = zeros(P0max,1);
for j = 1:P0max;
   S1 = 0;
   S2 = 0;
   S3 = 0;
   SD1 = 0;
   SD2 = 0;
for t = (j+1):N;
      for s = (j+1):N;
         S1 = S1 + DS(t,s) * E(t-j,s-j);
S2 = S2 + DS(t,s) * sum(E(t-j,1:N-j),2);
         S3 = S3 + DS(t,s) * sum(sum(E(1:N-j,1:N-j)));
         SD1 = SD1 + E(t,s) * E(t-j,s-j);
         for r = (1+j):N;
            SD2 = SD2 + E(t,s) * E(t-j,r-j);
end;
      end;
   end;
SJP(j) = (N-j)^(-1) * S1 - 2 * (N-j)^(-2) * S2 + (N-j)^(-3) *S3;
SD(j) = (N-j)^(-2) * SD1 - 2*(N-j)^(-3) * SD2 + (N-j)^(-4) * sum(sum(E(1+j:N,1+j:N))) *
sum(sum(E(1:N-j,1:N-j)));
end;

MN = zeros(Pmax,1);
for i = 1:Pmax;
```

```
for j = 1:(i+Pmin);
      MN(i) = MN(i) + 2*j^2 * WB(j,i) * SJP(j);
   end;
end;

MD = MD + M0;

PhatP = 1.3934819 * (N * 2 * MN ./ MD) .^(1/5);
PhatP = (PhatP > log(N)).*log(N)  + (PhatP <= log(N)).*PhatP;

PhatD = 1.4017333 * (N * 2 * MN ./ MD) .^(1/5);
PhatD = (PhatD > log(N)).*log(N)  + (PhatD <= log(N)).*PhatD;

PhatQS = 1.4223747 * (N * 2 * MN ./ MD) .^(1/5);
PhatQS = (PhatQS > log(N)).*log(N)  + (PhatQS <= log(N)).*PhatQS;

PDim = ceil(max(PhatP,[],1));
PD = min(PDim, P0max);

%Parzen Kernel
WP = zeros(P0max);
WD = zeros(P0max);
WQS = zeros(P0max);
for i = 1:Pmax;
   for j = 1:Pmax;
      WP(j,i) = Par(j/PhatP(i))^2;
WD(j,i) = Dan(j/PhatD(i))^2;
WQS(j,i) = QS(j/PhatQS(i))^2;
end;
end;

%Computing the test statistic
for i = 1:Pmax;
   for j = 1:PD;
MPar(i) = MPar(i) + WP(j,i) * SJP(j);
MDan(i) = MDan(i) + WD(j,i) * SJP(j);
MQS(i) = MQS(i) + WQS(j,i) * SJP(j);
end;
end;

%Mean and Varianceof the test statistic under Conditional Heteroscedasticity
C1 = zeros(PD,1);

for j = 1:PD
for t = (j+1):(N-1)
      C1(j) = C1(j) +  norm(DATA(t,:))^2 *( 1 - 2 * mean(exp(-0.5 *
(sum(abs(bsxfun(@minus,DATA,DATA(t-j,:))) .^2 , 2)))) + ME );
```

```
   end
end

D2P = zeros(Pmax,1);
D2D = zeros(Pmax,1);
D2QS = zeros(Pmax,1);

for i = 1:Pmax;
   for j = 1:PD;
CP(i) = CP(i) + WP(j,i) * (N-j)^(-1) * C1(j);
      CD(i) = CD(i) + WD(j,i) * (N-j)^(-1) * C1(j);
      CQS(i) = CQS(i) + WQS(j,i) * (N-j)^(-1) * C1(j);
      D2P(i) = D2P(i) +  WP(j,i)^2;
      D2D(i) = D2D(i) +  WD(j,i)^2;
      D2QS(i) = D2QS(i) +  WQS(j,i)^2;
end;
end;

D20P = D2P * ( ME0 + ME^2 - 2*N^(-3)* SRSQ );
D20D = D2D * ( ME0 + ME^2 - 2*N^(-3)* SRSQ );
D20QS = D2QS * ( ME0 + ME^2 - 2*N^(-3)* SRSQ );

for i = 1:Pmax;
   for j = 1:PD;
      for l = 1:PD;
         if (j~=l);
            DP(i) = DP(i) + WP(j,i)*WP(l,i)*SD(abs(j-l));
            DD(i) = DD(i) + WD(j,i)*WD(l,i)*SD(abs(j-l));
            DQS(i) = DQS(i) + WQS(j,i)*WQS(l,i)*SD(abs(j-l));
         end;
      end;
   end;
end;

DP = SS2 * (DP + D20P);
DD = SS2 * (DD + D20D);
DQS = SS2 * (DQS + D20QS);

%Test Statistic Conditional Heteroscedasticity
for i = 1:Pmax;
   TP(i) = ( MPar(i) - CP(i) )./sqrt( 2*DP(i) );
   TD(i) = ( MDan(i) - CD(i) )./sqrt( 2*DD(i) );
   TQS(i) = ( MQS(i) - CQS(i) )./sqrt( 2*DQS(i) );
end;

PVP = 1- normcdf(TP);
PVD = 1- normcdf(TD);
```

```
PVQS= 1- normcdf(TQS);
```

**Anexo G** - Código do teste CH em R:

```
> library(MTS)
> library(mvtnorm)
> library(rARPACK)
>
> # Loading functions from file
> source("E:/00000TESE/Codigos/Canova&Saneh/GenerateDataVAR.R")
> source("E:/00000TESE/Codigos/Canova&Saneh/GenerateDataPanel.R")
> source("E:/00000TESE/Codigos/Canova&Saneh/CHTEST.R")
>
> # Number of leads of the residuals to be used in the CH test
> q=2;
>
> #matrix to save the P-Values of the test statistics
> PCH = matrix(0,1,15);
>

> BPADJ  <-
read.delim("E:/00000TESE/DADOS/FAVAR/DataCD_BR_DLOGS_NODEBT.txt",
header=FALSE)
> FA     <- read.delim("E:/00000TESE/DADOS/FAVAR/FAVARDATABRLOG_ND.txt",
header=FALSE)
>
> # o número do observações no exemplo é 87
> BPADJ = ts(BPADJ);
> BPADJ = BPADJ[1:87,];
> FA = ts(FA);
> FA = FA[1:87,];
>
> #Dimension of the VAR
> dim = ncol(BPADJ);
>
> #Estimate of VAR(P). P é o número de defasagens do VAR, escolhido de acordo com
critérios de informação.
> P= número de lags
> VAREST = VAR(BPADJ, P);
> res = ts(residuals(VAREST));
>
> # ii is the number of factors included in the test
> for (ii in 1:15){
+   PC= ts(FA[(P+1):nrow(BPADJ),1:ii]);
+   npc = ii;
+   WALDCH = CHTEST(PC,res,q);
+   FTESTCH = WALDCH/df1;
+   PCH[1,ii] = pf(FTESTCH, df1, df2, lower.tail=F)
+ }
> PCH
```

```
CHTEST<-function(PC,res,q) #Generates data for the MC
{

  if(q==1){
    # This finds the intersection of all the data and its leads and lags
    Z1 = ts.intersect(PC, lag(PC,-1), lag(PC,-2), lag(PC,-3), lag(PC,-4), lag(res,1) );
    #Demean the data, so we don't need a constant
Z1 = Z1 - matrix(1,nrow(Z1),1) %*%  (colSums(Z1)/nrow(Z1));
EST1 = Mlm(Z1[,1:npc], Z1[,(npc+1):ncol(Z1)], constant=F, output=F);
    VCOV1 = kronecker(EST1$sigma , solve( t(Z1[,(npc+1):ncol(Z1)]) %*%
Z1[,(npc+1):ncol(Z1)]));

    # RR is the matrics of restrictions
    # R1 chooses the equations we want to impose the restrictions on its coefficient
    # R2 chooses the coefficients we want to impose restrictions
R1 = diag(npc);
    R11 = matrix(0, 1*dim, 4*npc);
    R12 = diag(1*dim);
    RR1 = kronecker(R1, cbind(R11,R12));
    avar1 = RR1 %*% VCOV1 %*% t(RR1);
    beta1 = as.vector(EST1$beta);
    WALDCH = t(RR1 %*% beta1) %*% solve(avar1) %*%  (RR1 %*% beta1);
df1 <<- nrow(RR1);
    df2 <<- npc*nrow(Z1)-length(beta1);
  }

  else if(q==2){
    # This finds the intersection of all the data and its leads and lags
    Z2 = ts.intersect(PC, lag(PC,-1), lag(PC,-2), lag(PC,-3), lag(PC,-4), lag(res,1), lag(res,2));
    #Demean the data, so we don't need a constant
Z2 = Z2 - matrix(1,nrow(Z2),1) %*%  (colSums(Z2)/nrow(Z2));
EST2 = Mlm(Z2[,1:npc], Z2[,(npc+1):ncol(Z2)], constant=F, output=F);
    VCOV2 = kronecker(EST2$sigma , solve( t(Z2[,(npc+1):ncol(Z2)]) %*%
Z2[,(npc+1):ncol(Z2)]));

    # RR is the matrics of restrictions
    # R1 chooses the equations we want to impose the restrictions on its coefficient
    # R2 chooses the coefficients we want to impose restrictions
R1 = diag(npc);
    R21 = matrix(0, 2*dim, 4*npc);
    R22 = diag(2*dim);
    RR2 = kronecker(R1, cbind(R21,R22));

    avar2 = RR2 %*% VCOV2 %*% t(RR2);
    beta2 = as.vector(EST2$beta);

    WALDCH = t(RR2 %*% beta2) %*% solve(avar2) %*%  (RR2 %*% beta2);
```

```
df1 <<- nrow(RR2);
   df2 <<- npc*nrow(Z2)-length(beta2);
  }

  else if(q==3){
   # This finds the intersection of all the data and its leads and lags
   Z3 = ts.intersect(PC, lag(PC,-1), lag(PC,-2), lag(PC,-3), lag(PC,-4), lag(res,1), lag(res,2),
lag(res,3) );
   #Demean the data, so we don't need a constant
Z3 = Z3 - matrix(1,nrow(Z3),1) %*%  (colSums(Z3)/nrow(Z3));
EST3 = Mlm(Z3[,1:npc], Z3[,(npc+1):ncol(Z3)], constant=F, output=F);
   VCOV3 = kronecker(EST3$sigma , solve( t(Z3[,(npc+1):ncol(Z3)]) %*%
Z3[,(npc+1):ncol(Z3)]));

   # RR is the matrics of restrictions
   # R1 chooses the equations we want to impose the restrictions on its coefficient
   # R2 chooses the coefficients we want to impose restrictions
R1 = diag(npc);
   R31 = matrix(0, 3*dim, 4*npc);
   R32 = diag(3*dim);
   RR3 = kronecker(R1, cbind(R31,R32));

   avar3 = RR3 %*% VCOV3 %*% t(RR3);
   beta3 = as.vector(EST3$beta);

   WALDCH = t(RR3 %*% beta3) %*% solve(avar3) %*%  (RR3 %*% beta3);
df1 <<- nrow(RR3);
   df2 <<- npc*nrow(Z3)-length(beta3);
  }

  else {
   # This finds the intersection of all the data and its leads and lags
   Z4 = ts.intersect(PC, lag(PC,-1), lag(PC,-2), lag(PC,-3), lag(PC,-4), lag(res,1), lag(res,2),
lag(res,3), lag(res,4));
   #Demean the data, so we don't need a constant
Z4 = Z4 - matrix(1,nrow(Z4),1) %*%  (colSums(Z4)/nrow(Z4));
EST4 = Mlm(Z4[,1:npc], Z4[,(npc+1):ncol(Z4)], constant=F, output=F);
   VCOV4 = kronecker(EST4$sigma , solve( t(Z4[,(npc+1):ncol(Z4)]) %*%
Z4[,(npc+1):ncol(Z4)]));

   # RR is the matrics of restrictions
   # R1 chooses the equations we want to impose the restrictions on its coefficient
   # R2 chooses the coefficients we want to impose restrictions
R1 = diag(npc);
   R41 = matrix(0, 4*dim, 4*npc);
   R42 = diag(4*dim);
   RR4 = kronecker(R1, cbind(R41,R42));
```

```
   avar4 = RR4 %*% VCOV4 %*% t(RR4);
   beta4 = as.vector(EST4$beta);

   WALDCH = t(RR4 %*% beta4) %*% solve(avar4) %*%  (RR4 %*% beta4);
df1 <<- nrow(RR4);
   df2 <<- npc*nrow(Z4)-length(beta4);
}

  return(WALDCH)
```

**Anexo H** - O VAR não causal de Lanne e Saikkonen (2013).

Nesta seção é transcrita, com algumas poucas mudanças textuais, o modelo VAR não causal de Lanne e Saikkonen (2013), conforme expresso no artigo original. [112]

A.8.1. Definição e Propriedades Básicas:

Considere o processo estocástico $n$-dimensional $y_t$ ($t = 0, \pm1, \pm2, ...$), gerado por:

$$\Pi(B)\Phi(B^{-1})y_t = \epsilon_t \quad (149)$$

Onde $\Pi(B) = I_n - \Pi_1 B - \cdots - \Pi_r B^r (n \times n)$, e $\Phi(B^{-1}) = I_n - \Phi_1 B^{-1} - \cdots - \Phi_s B^{-s}$ $(n \times n)$ são polinômios matriciais no operador de defasagem $B$, e $\epsilon_t$ $(n \times 1)$ é uma sequência de erros aleatórios independente, identicamente distribuída, com média zero e matriz de covariância finita, positiva semidefinida. Além disso, os polinômios matriciais $\Pi(z)$ e $\Phi(z)$ ($z \in \mathbb{C}$) têm seus zeros fora do disco unitário, tal que:

$$det\Pi(z) \neq 0, |z| \leq 1;\ det\Phi(\mathrm{z}) \neq 0, |\mathrm{z}| \leq 1 \quad (150)$$

Se $\Phi_j \neq 0$ para algum $j \in \{1, ..., s\}$, a equação (149) define um vetor autorregressivo não causal. Será puramente não causal se: $\Pi_1 = \cdots = \Pi_r = 0$. O modelo causal é, simetricamente, obtido quando $\Phi_1 = \cdots = \Phi_r = 0$. Assim, a condição (150) garante a estacionariedade do modelo. Em geral, o mesmo vale para o processo (neste caso, puramente não causal): $u_t = \Phi(B^{-1})y_t$.

Especificamente, existe um $\delta_1 > 0$ tal que $\Pi(z)^{-1}$ tem uma representação série-potência (*power series*):

$$\Pi(z)^{-1} = M(B)\epsilon_t = \sum_{j=0}^{\infty} M_j \epsilon_{t-j} (151)$$

[112]Transcrito de Lanne e Saikkonen (2013): ECONOMETRIC THEORY, 29, 447-481.

Notar que $M_0 = I_n$ e que os elementos dos coeficientes das matrizes $M_j$ decaem a zero a uma taxa geométrica na medida em que $j \to \infty$[113]. Quando conveniente, assumir-se-á $M_j = 0$, $j < 0$.

É possível escrever $\Pi(z)^{-1} = \det(\Pi(z))^{-1}\Xi(z) = M(z)$, onde $\Xi(z)$ é a matriz polinomial adjunta de $\Pi(z)$ com grau maior ou igual a $(n-1)r$. Então, $\det \Pi(B)u_t = \Xi(B)\epsilon_t$, e, por definição de $u_t$:

$$\Phi(B^{-1})w_t = \Xi(B)\epsilon_t \tag{152}$$

Onde $w_t = (\det\Pi(B))y_t$. Pela condição (150), é possível encontrar $\delta_2$ tal que: $0 < \delta_2 < 1$tal que $\Phi(z^{-1})^{-1}\Xi(z) = \sum_{j=-(n-1)r}^{\infty} N_j z^{-j} = N(z^{-1})$ para $|z| > 1 - \delta_2$. Assim, o processo $w_t$ tem a representação:

$$w_t = \sum_{j=-(n-1)r}^{\infty} N_j \epsilon_{t+j} \tag{153}$$

Onde as matrizes de coeficientes $N_j$ decaem a zero em uma taxa geométrica na medida em que $j \to \infty$ e, quando conveniente assumir-se-á $N_j = 0$, $j < -(n-1)r$.

De (150) segue que o processo $y_t$ tem a representação:

$$y_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \Psi_j \epsilon_{t-j} \tag{154}$$

Onde $\Psi_j$ $(n \times n)$ é a matriz de coeficientes de $z^j$ na expansão da Série de Laurent de $\Psi(z) \equiv \Phi(z^{-1})^{-1}\Pi(z)^{-1}$ que existe para $1 - \delta_2 < |z| < 1 + \delta_1$, com $\Psi_j$ decaindo a zero a uma taxa geométrica, na medida em que $|j| \to \infty$. A representação (154) implica que $y_t$ é um processo estacionário e ergódico com segundos momentos finitos. Para o modelo definido em (149), usamos a abreviação VAR $(r, s)$. No caso de $s = 0$, a abreviação usual VAR $(r)$ também é usada.

[113]Conforme Kohn (1979), *Lemma* 3, *apud* Lanne e Saikkonen (2013).

Denotando por $\mathbb{E}_t(.)$ o operador de expectativa condicional com respeito ao conjunto de informação $\{y_t, y_{t-1}, ...\}$ e concluindo a partir de (149) e (154), temos:

$$y_t = \sum_{j=-\infty}^{s-1} \Psi_j \mathbb{E}_t(\epsilon_{t-j}) + \sum_{j=s}^{\infty} \Psi_j \epsilon_{t-j}. \tag{155}$$

No caso convencional, $s = 0$, e $\mathbb{E}_t(\epsilon_{t-j}) = 0$, $j \leq -1$, tal que o lado direito se reduz à representação (151). Contudo, isso não ocorre no caso não causal. Quando $\Psi_j \neq 0$ para algum $j < 0$, teremos, por meio do uso de (154), que $y_t$ e $\epsilon_{t-j}$ são correlacionados.

Consequentemente, $\mathbb{E}_t(\epsilon_{t-j}) \neq 0$ para algum $j < 0$. Portanto, erros futuros podem ser previstos por valores passados de $y_t$. Uma interpretação possível é a de que erros contém fatores que não estão incluídos no modelo, mas que podem ser preditos pela série temporal que está selecionada no modelo. Isso é bastante plausível, especialmente em aplicações econômicas, onde séries temporais são tipicamente inter-relacionadas e apenas algumas dentro de uma seleção maior são empregadas na análise.

A razão pela qual algumas variáveis são excluídas variam desde a disponibilidade dos dados até o modelo subjacente apenas conter as variáveis para as quais as hipóteses de interesse foram formuladas.

Para elaborar mais sobre o ponto anterior, considere um vetor de séries temporais de grande dimensão $X_t$, que possa ser modelado por um VAR causal de ordem finita, cujos erros $\xi_t^{(x)}$ são independentes e identicamente distribuídos. Suponha que todos os componentes de $X_t$ não sejam usados na análise. Seja $Y_t$ um vetor contendo componentes selecionados. Então, $Y_t$ geralmente não tem uma representação VAR causal de ordem finita com erros independentes e identicamente distribuídos. Ao invés disso, $Y_t$ tem uma representação VAR de ordem infinita cujos erros, $\xi_t^{(y)}$, digamos, sejam não correlacionados e sejam uma representação linear em termos de $\xi_t^{(x)}$. [114] No caso gaussiano, os erros $\xi_t^{(y)}$ são não correlacionados e não podem ser preditos por meio de valores passados de $Y_t$. Isso ocorre porque $Y_t$ tem representação linear e em termos de valores passados e presentes de $\xi_t^{(y)}$, consequentemente, $\xi_t^{(y)}$ e $Y_{t-j}$ ($j \geq 1$) são independentes. No caso não gaussiano, a situação é diferente. É possível mostrar que $\xi_t^{(y)}$ e $Y_{t-j}$ ($j \geq 1$) são não correlacionados, visto que ambos dependem de valores defasados de $\xi_t^{(x)}$, não precisam ser independentes. Há a possibilidade de $\xi_t^{(y)}$ ser não linearmente predito por $Y_{t-j}$ ($j \geq$

[114] Ver Johansen e Juselius (2010), Lemma 2 *apud* Lanne e Saikkonen (2013).

1). Assim, como os erros do modelo VAR não causal podem ser preditos por valores passados do processo observado, é possível se esperar não causalidade quando modelos VAR de pequena dimensão são empregados, como ilustrado por Lof (2012) *apud* Lanne e Saikkonen (2013), no contexto de um VAR bivariado.

Note que argumentação mostra o fato de que um VAR gaussiano é mal especificado no caso de não causalidade. Isso não implica a superioridade do VAR não causal, inclusive porque não se sabe se as séries selecionadas têm uma representação não causal com erros i.i.d.

Uma complicação prática dos modelos autorregressivos não causais é que não podem ser identificados pelas propriedades de segunda ordem da verossimilhança gaussiana. [115] Se pode concluir que a matriz de identidade espectral e, portanto, a função de autocovariância de um VAR ($r$, $s$) não podem ser distintas das de um VAR causal ($r + s$). Portanto, se $y_t$, logo, $\epsilon_t$ são gaussianos, as representações causal e não causal são não distinguíveis e nada se perde pelo uso da representação convencional. Contudo, se os erros são não-gaussianos, usar a representação causal de um processo verdadeiramente não causal significa o uso de um VAR mal especificado, cujos erros são correlacionados, mas não independentes e podem ser preditos por valores passados das séries consideradas. Assim, nesse caso, um ajuste melhor pode ser obtido por meio do modelo não causal.

### A.8.2. Hipóteses

Esta seção sumaria as hipóteses necessárias para se derivar a função de máxima verossimilhança, como proposto por Lanne e Saikkonen (2013).

Aplicações relevantes do VAR não causal requerem que o erro $\epsilon_t$seja não gaussiano e que sua distribuição seja uma elíptica. [116] A distribuição elíptica não gaussiana mais conhecida talvez seja a t-Student.

Hipótese 5. O processo de erro $\epsilon_t$ é independente, identicamente distribuído (i.i.d.), com média zero e com matriz de covariância positiva definida. A distribuição é elíptica e possui densidade. Os resultados concernentes às distribuições elípticas necessários para a discussão são baseados em Fang et al. (1990, Ch. 2) *apud* Lanne e Saikkonen (2013).

---

[115]Ver, para o caso univariado, Brockwell e Davies (1987), pp. 124-125 e Hannan (1970), pp. 64-67 *apud* Lanne e Saikkonen (2013).

[116]Exemplos de distribuições elípticas estão em Fang, Kotz e Ng (1990) *apud* Lanne e Saikkonen (2013).

Seja $\Sigma$ ($n \times n$) uma matriz de parâmetros que seja positiva definida. Pela Hipótese 5, deve ter a representação:

$$\epsilon_t \equiv \rho_t \Sigma^{1/2} v_t \tag{156}$$

Onde $(\rho_t, v_t)$ é uma sequencia independente e identicamente distribuída tal que $\rho_t$ (escalar) e $v_t$ ($n\times$ 1) são independentes, $\rho_t$ é não negativa e $v_t$ uniformemente distribuída no círculo unitário, tal que $v_t'v_t = 1$.

A função densidade de $\epsilon_t$ é da forma:

$$f_\Sigma(x;\lambda) = \frac{1}{\sqrt{\det(\Sigma)}} f\left(x'^{\Sigma^{-1}} x;\lambda\right) \tag{157}$$

Para alguma função não negativa $f(.\,;\lambda)$ de uma variável escalar, como o exemplo do caso particular de $\Sigma = I_n$ ou da distribuição t-Student multivariada. Além de $\Sigma$, a distribuição de $\epsilon_t$ pode depender de um vetor de parâmetros $\lambda$ ($d\times$ 1). A matriz de parâmetros $\Sigma$ é proximamente relacionada à matriz de covariância de $\epsilon_t$. Seja $\mathcal{C}(v_t)$ a matriz de covariância de $\epsilon_t$, tal que $\mathcal{C}(v_t) = \frac{1}{n} I_n$. Pelo fato de $\mathbb{E}(v_t) = 0$, a partir de (156) obtém-se que:

$$\mathcal{C}(v_t) = \frac{\mathbb{E}(\rho_t^2)}{n}\Sigma \tag{158}$$

A finitude da matriz de covariância $\mathcal{C}(v_t)$ é equivalente a $\mathbb{E}(\rho^2) < \infty$.

Note também que a densidade de $\rho_t^2$, denotada por $\varphi_{\rho^2}(.\,;\lambda)$ é relacionada à função $f(.\,;\lambda)$, em (157), via:

$$\varphi_{\rho^2} = \frac{\pi^{\frac{n}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \zeta^{\left(\frac{n}{2}\right)-1} f(\zeta;\lambda), \;\; \zeta \geq 0 \tag{159}$$

Onde $\Gamma(.)$ é a função Gama (ver FANG ET AL., 1990, P. 36 *APUD* LANNE E SAIKKONEN, 2013).

Uma característica conveniente das distribuições elípticas é que se pode frequentemente trabalhar com uma variável aleatória escalar $\rho_t$ ao invés de um vetor aleatório

$\epsilon_t$, trazendo vantagens para as derivações matemáticas. Contudo, as funções elípticas não admitem assimetrias. A princípio, poder-se-ia utilizar distribuições mais genéricas, mas isso poderia trazer ainda mais complicações técnicas para além das diversas já observadas no caso de distribuições elípticas.

As hipóteses assumidas sobre a distribuição de $\epsilon_t$podem ser expressas por meio do uso da função $f(\zeta;\lambda), (\zeta \geq 0)$. São hipóteses similares às usadas em Lanne e Saikkonen (2011) e Andrews et al. (2006) *apud* Lanne e Saikkonen (2013), nos modelos conhecidos como "all-pass models" e os modelos autorregressivos univariados não causais, respectivamente.

Hipótese 6:

a. O espaço paramétrico de $\lambda$, $\Lambda$ é um subconjunto aberto de $\Re^d$. O espaço paramétrico da matriz de parâmetros $\Sigma$ é o conjunto de matrizes $n \times n$ simétricas e positivas definidas.
b. A função $f(\zeta;\lambda)$ é positiva, contínua e duas vezes diferenciável em $(0, \infty) \times \Lambda$. Além disso, para todo $\lambda \in \Lambda$ existe um limite à direita positivo $lim_{\zeta \to 0+} f(\zeta;\lambda)$ existe.
c. Para todo $\lambda \in \Lambda$:

$$\int_0^\infty \zeta^{\left(\frac{n}{2}\right)+1} f(\zeta;\lambda) d\zeta < \infty \;\; e \int_0^\infty \zeta^{n/2}(1+\zeta)\frac{\left(f'(\zeta;\lambda)\right)^2}{f(\zeta;\lambda)} d\zeta < \infty$$

Assumindo que o espaço paramétrico $\Lambda$ seja aberto é não restritivo facilita a exposição. A primeira parte da hipótese 6(b) é necessária para garantir a diferenciação usual da função de verossimilhança. A primeira condição na hipótese 6(c) implica que $\mathbb{E}_\lambda({\rho_t}^4)$ é finita, o que garante a finitude de algumas expectativas necessárias mais à frente. Essa condição implica a finitude das quantidades:

$$j(\lambda) = \frac{4\pi^{n/2}}{n\Gamma(\frac{n}{2})} \int_0^\infty \zeta^{n/2} \frac{\left(f'(\zeta;\lambda)\right)^2}{f(\zeta;\lambda)} d\zeta = \frac{4}{n} \mathbb{E}_\lambda \left[ \rho_t^2 \left( \frac{f'(\rho_t^2;\lambda)}{f(\rho_t^2;\lambda)} \right)^2 \right] \tag{160}$$

e

$$i(\lambda) = \frac{\pi^{n/2}}{\Gamma(n/2)} \int_0^\infty \zeta^{\left(\frac{n}{2}\right)+1} \frac{\left(f'(\zeta;\lambda)\right)^2}{f(\zeta;\lambda)} d\zeta = \mathbb{E}_\lambda \left[ \rho_t^4 \left( \frac{f'(\rho_t^2;\lambda)}{f(\rho_t^2;\lambda)} \right)^2 \right] \tag{161}$$

As equações são obtidas por meio do uso da densidade de $\rho_t^2$. As quantidades $j(\lambda)$ e $i(\lambda)$ podem ser usadas para caracterizar a não-normalidade do termo de erro $\epsilon_t$. Especificamente, pode-se provar o Lema abaixo (LANNE E SAIKKONEN, 2013):

Lema 1. Suponha que valem as hipóteses 5 e 6 valham. Então, $j(\lambda) \geq \frac{n}{\mathbb{E}_\lambda}(\rho_t^2)$ e $i(\lambda) \geq \frac{(n+2)^2[\mathbb{E}_\lambda(\rho_t^2)]^2}{4\mathbb{E}_\lambda(\rho_t^4)}$, onde vale a igualdade $\leftrightarrow \epsilon_t$ for gaussiano. Nesse caso, $j(\lambda) = 1$ e $i(\lambda) = \frac{n(n+2)}{4}$.

Em alguns momentos é considerada a versão reduzida de $j(\lambda)$, dada por:

$$\tau(\lambda) = j(\lambda)\frac{\mathbb{E}_\lambda(\rho_t^2)}{n} \tag{162}$$

Assim, $\tau(\lambda) \geq 1$, com igualdade se e somente se o erro $\epsilon_t$ for gaussiano.

Para que seja possível generalizar o modelo definido por (149), permitindo restrições sobre os coeficientes de $\Pi_j$ ($j = 1, ..., r$) e $\Phi_j$ ($j = 1, ..., s$). Para tal, é necessária a hipótese abaixo:

Hipótese 7. As matrizes de parâmetros $\Pi_j = \Pi_j(\vartheta_1)$ ($j = 1, ..., r$) e $\Phi_j(\vartheta_2)$ ($j = 1, ..., s$) são funções duas vezes continuamente diferenciáveis dos vetores de parâmetros $\vartheta_1 \in \Theta_1 \subseteq \Re^{m1}$ e $\vartheta_2 \in \Theta_2 \subseteq \Re^{m2}$, onde os espaços de parâmetros $\Theta_1$ e $\Theta_2$ são abertos tal que (150) valha para $\vartheta(\vartheta_1, \vartheta_2) \in \Theta_1 \times \Theta_2$.

Essa hipótese, em conjunto com a Hipótese 6(b) garante que a função verossimilhança seja duas vezes continuamente diferenciável.

A.8.3. Identificação

Nesta subseção se demonstra que um modelo não causal correto pode ser distinguido de um modelo causal ou de outra alternativa incorreta. Para isso, se considera a unicidade da representação linear (163). [117]

Suponha que $y_t$ tenha duas representações lineares, dadas por:

$$y_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \Psi_j \epsilon_{t-j} = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \Psi_j^* \, \epsilon_{t-j}^* \qquad (163)$$

Onde o termo após a primeira igualdade é definido por (154) e o segundo definido analogamente. Especificamente, $\epsilon_{t-j}^*$ ($n\times$ 1) é uma sequência de vetores aleatórios i.i.d., com média zero e matriz de covariância finita positiva definida. A matriz de coeficientes $\Psi_j^*$ decai a zero a uma taxa geométrica na medida em que $|j| \to \infty$. Como aplicação do Teorema 7 de Chan e Ho (2004) *apud* Lanne e Saikkonen (2013), obtêm-se a proposição:

Proposição 6. Sejam as hipóteses 5 e 6 válidas e assuma que o excesso de curtose de $\epsilon_t$ é não negativo e que $y_t$ tenha duas representações em (163) com os quartos momentos de $\epsilon_t^*$ finitos. Então, existe um inteiro $l$ e uma matriz não singular $Q$ tal que $\epsilon_t^* = Q^{-1}\epsilon_{t+1}$ e $\Psi_j^* = \Psi_{j-l}Q$.

Assim, o excesso de curtose do erro distribuído elipticamente $\epsilon_t$ é não nulo, dependendo apenas de $f$ em (157) e iguala o componente comum de curtose de $\epsilon_t$. Assim, pode ser definido pela curtose convencional de qualquer componente de $\epsilon_t$.

O resultado vale mesmo que a curtose de $\epsilon_t$ seja nula, desde que uma certa condição de uma ordem mais alta de cumulantes de $\epsilon_t$ valha, o que *per se* já implicaria a não gaussianidade de $\epsilon_t$.[118]

Por meio da proposição 6, se pode provar que os VAR causal e não causal podem ser distintos. Suponha que os dados gerados por um VAR($r$, $s$) não causal do processo (149), com

[117]Esses problemas foram estudados por Rosenblatt (2000); Chan e Ho (2004); Chan, Ho e Tong (2006) e Davis and Son (2010) *apud* Lanne e Saikkonen (2013).
[118]Ver Chan e Ho (2004) e Chan et al. (2006).

$s \geq 1$e o termo de erro $\epsilon_t$ satisfazendo as hipóteses da Proposição 6. Assumia, por simplicidade, que $\Phi_s \neq 0$ (sem perda de generalidade). Agora, considere a especificação incorreta do VAR ($r + s$):

$$\mathcal{C}(B)y_t = \xi_t, \mathcal{C}(B) = \sum_{j=0}^{r+s} \mathcal{C}_j B^j, \mathcal{C}_0 = I_n \tag{164}$$

Onde $det\ \mathcal{C}(z) \neq 0, |z| \leq 1$ e o termo de erro estacionário $\xi_t$ é não correlacionado, com média zero e matriz de variância-covariância finita e positiva definida. Da representação linear (149):

$$\xi_t = \mathcal{C}(B)\Phi(B^{-1})^{-1}\Pi(B)^{-1}\epsilon_t \tag{165}$$

Agora, é possível demonstrar que $\xi_t$não pode ser independente se as condições da Proposição 6 valerem. Supondo $\xi_t$ independente, mas com a representação linear (165), então a Proposição 6 aplicada a $\xi_t$ mostra que, para algum inteiro $l$ e uma matriz não singular $Q$, $\xi_t = Q^{-1}\epsilon_{t+l}$ e $\mathcal{C}(z)\Phi(z^{-1})^{-1}\Pi(z)^{-1}Q$ é da forma $I_n z^{-1}$.[119] Assim, temos $\mathcal{C}(z) = Q^{-1}\Pi(z)(z)\Phi(z^{-1})z^{-l}$ e $\Pi(z)^{-1}Q\mathcal{C}(z) = \Phi(z^{-1})z^{-l}$. Como $\Phi_s \neq 0$ e $s \geq 1$, temos que ter $l = -s$ tal que $\Pi(z)^{-1}Q\mathcal{C}(z) = -(\Phi_s + \Phi_{s-1}z + \cdots + \Phi_1 z^{s-1} - I_n z^s)$.

Contudo, os zeros de det ($\Phi$ ( $z$ )) estão fora do círculo unitário (ver (150)) e os zeros de $det(\Phi(z^{-1})z^s)$ se encontram dentro do círculo unitário, pois $det(\Pi(z)^{-1}Q^{-1}\mathcal{C}(z)) \neq 0, |z| \leq 1$, uma contradição.

Logo, o erro não correlacionado $\xi_t$ da representação causal (164) é dependente, o que torna a representação causal distinta da não causal. O mesmo vale para o uso de um VAR ($r'$, $s'$) não causal, quando o verdadeiro modelo é um VAR ($r + s$) causal.

Lanne e Saikknonen (2013) ainda demonstram que, em casos não gaussiano, resíduos de um VAR ajustado podem ser condicionalmente heterocedásticos mesmo que os dados gerados em um VAR não causal sejam homocedásticos.

[119]Chan e Ho (2004) *apud* Lanne e Saikkonen (2013).

A.8.4. A Função de Máxima Verossimilhança:

Assumindo que valem as hipóteses 5-7, que $s > 0$, mas podendo-se tomar o caso particular de que $s = 0$, supunha que temos uma série de tempo observada: $y_1, \dots, y_T$ , $(T > s + nr)$. A função de verossimilhança é derivada por meio da transformação do vetor da série observada. Denote:

$\det(\Pi) = a(z) = 1 - a_1 z - \cdots a_{nr} z^{nr}$.

Então, $w_t = a(B)y_t$, que, em conjunto com a definição $u_t = \Phi(B^{-1})y_t$, mostra que:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_{T-s} \\ w_{T-s+1} \\ \vdots \\ w_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 - \Phi_1 y_2 - \cdots - \Phi_s y_{s+1} \\ \vdots \\ y_{T-s} - \Phi_1 y_{T-s+1} - \cdots - \Phi_s y_T \\ y_{T-s+1} - a_1 y_{T-s} - \cdots - a_{nr} y_{T-s-nr+1} \\ \vdots \\ y_T - a_1 y_{T-1} - \cdots - a_{nr} y_{T-nr} \end{bmatrix} = H_1 \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{T-s} \\ y_{T-s+1} \\ \vdots \\ y_T \end{bmatrix} \qquad (165)$$

Ou, de forma mais compacta:

$$x_1 = H_1 y \qquad (166)$$

A definição de $u_t$e (149)geram $\Pi(B)u_t = \epsilon_t$, tal que:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_r \\ \epsilon_{r+1} \\ \vdots \\ \epsilon_{T-s} \\ w_{T-s+1} \\ \vdots \\ w_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_r \\ u_{r+1} - \Pi_1 u_r - \cdots - \Pi_r u_1 \\ \vdots \\ u_{T-s} - \Pi_1 u_{T-s-1} - \cdots - \Pi_r u_{T-s-r} \\ w_{T-s+1} \\ \vdots \\ w_T \end{bmatrix} = H_1 \begin{bmatrix} yu_1 \\ \vdots \\ u_r \\ u_{r+1} \\ \vdots \\ u_{T-s} \\ w_{T-s+1} \\ \vdots \\ w_T \end{bmatrix} (167)$$

Ou:

$$x_2 = H_2 x_1 \qquad (168)$$

Uma terceira transformação converte as variáveis $w_{T-s+1}, \dots, w_T \; em \; x_2$.

Assim, definindo:

$$v_{k,T-s+k} = w_{T-s+k} - \sum_{j=-(n-1)r}^{-k} N_j \epsilon_{T-s+k+j}, \qquad k = 1, \dots, s. \tag{169}$$

A soma é interpretada como zero se $k > (n-1)r$, isto é, quando o limite inferior excede o limite superior. Por (149) e (153), $v_{k,T-s+k}$ pode ser expressa por meio das variáveis observadas $y_1, \dots, y_t$ e a representação $v_{k,T-s+k} = \sum_{j=-k+1}^{\infty} N_j \epsilon_{T-s+k+j}$ vale, mostrando que $v_{k,T-s+k}$ ($k = 1, \dots, s$) é independente de $\epsilon_t$, $t \leq T - s$. Agora, é possível introduzir a transformação:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_r \\ \epsilon_{r+1} \\ \vdots \\ \epsilon_{T-s} \\ v_{1,T-s+1} \\ \vdots \\ v_{s,T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_r \\ \epsilon_{r+1} \\ \vdots \\ \epsilon_{T-s} \\ w_{T-s+1} - \mathrm{N}_{-(n-1)r}\epsilon_{T-s-1-(n-1)r} - \cdots - \mathrm{N}_{-1}\epsilon_{T-s} \\ \vdots \\ w_T - N_{-(n-1)r\epsilon_{T-(n-1)r}} - \cdots - N_{-s\epsilon_{T-s}} \end{bmatrix} = H_1 \begin{bmatrix} yu_1 \\ \vdots \\ u_r \\ \epsilon_{r+1} \\ \vdots \\ \epsilon_{T-s} \\ w_{T-s+1} \\ \vdots \\ w_T \end{bmatrix} \tag{170}$$

Ou:

$$z = H_3 x_2 \tag{171}$$

Ao se combinar as três transformações anteriores, obtemos a equação:

$$z = H_3 H_2 H_1 y \tag{172}$$

Onde as matrizes não estocásticas $H_1$, $H_2$e $H_3$ são não singulares. A não singularidade de $H_2$ e $H_3$ decorre de seus determinantes serem iguais a 1 (um). A prova de que o determinante de $H_1$ está em Lanne e Saikkonen (2013).

De (151) e de (153), obtemos que os vetores componentes de $z$, dados por $z_1 = (u_1, \dots, u_r)$ , $z_2 = (\epsilon_{r+1}, \dots, \epsilon_{T-s})$, e $z_3 = (v_{1,T-s+1}, \dots, v_{s,T})$ são independentes. Logo, sob os valores verdadeiros dos parâmetros, a função densidade conjunta de $z$ pode ser expressa como:

$$h_{z_1}(z_1)\left(\prod_{t=r+1}^{T-s} f_\Sigma\,(\epsilon_t;\lambda)\right)h_{z_3}(z_3) \tag{173}$$

Onde $h_{z_1}(\,.\,)$ e $h_{z_3}(\,.\,)$ significam as densidades conjuntas de $z_1$ e $z_3$, respectivamente. Usando (149) e o fato de os determinantes de $H_2$ e $H_3$ serem unitários, podemos escrever a densidade conjunta do vetor $y$ como:

$$h_{z_1}\big(z_1(\vartheta)\big)\left(\prod_{t=r+1}^{T-s} f_\Sigma\,(\Pi(B)\Phi(B^{-1})y_t;\lambda)\right)h_{z_3}\big(z_3(\vartheta)\big)|det(H_1)| \tag{174}$$

Aqui, o argumento $z_1\,(\vartheta)$ é definido pela substituição de $u_t$ na definição de $z_1$ por $\Phi(B^{-1})y_t$ ($t = 1,\ldots, r$), e $z_3$ é definido similarmente ao se substituir $v_{k,T-s+k}$ na definição de $z_3$ por um análogo, com $a(B)\ y_{T-s+k}$ e $\Pi(B)\Phi(B^{-1})y_{T-s+k+j}$ usados em lugar de $w_{T-s+k}$ e $\epsilon_{T-s+k+j}$, respectivamente ($j = -(n-1)r, \ldots, -k$, $k = 1, \ldots, s$).

O determinante do bloco $(T-s)n\times(T-s)n$ no canto esquerdo superior de $H_1$ é unitário, e pela fórmula do determinante da matriz particionada, pode se ver que $H_1$ é independente do tamanho da amostra $T$. Isso sugere que se aproxime a densidade conjunta de $y$ pelo segundo fator na expressão acima, dando forma à função de log-verossimilhança:

$$l_T(\theta) = \sum_{t=r+1}^{T-s} g_t(\theta) \tag{175}$$

Onde o vetor de parâmetros $\theta$ contém os parâmetros desconhecidos, conforme (157), e:

$$g_t(\theta) = logf\big(\epsilon_t(\vartheta)'^{\Sigma^{-1}\epsilon_t(\vartheta)};\lambda\big) - \frac{1}{2}logdet(\Sigma) \tag{176}$$

Com,

$$\epsilon_t(\vartheta) = u_t(\vartheta_2) - \sum_{j=1}^{r}\Pi_j(\vartheta_1)u_{t-j}(\vartheta_2) \tag{177}$$

E $u_t\ (\vartheta_2) = y_t - \Phi_1(\vartheta_2)y_{t+1} - \ldots - \Phi_2(\vartheta_2)y_{t+s}$. Além de $\vartheta$ e $\lambda$, o vetor de parâmetros $\theta$ também contém diferentes elementos da matriz $\Sigma$, isto é, o vetor $\sigma$ = vech($\Sigma$). Por simplicidade, doravante vamos deixar de chamar de função de log-verossimilhança aproximada, e chamaremos de função de verossimilhança, aplicando a mesma convenção para o estimador de Máxima Verossimilhança, para o estimador de $\theta$, para seu *score* e para o hessiano.

Maximizando $l_T\ (\theta)$ sobre os valores possíveis de $\theta$ (ver hipóteses 6(a) e 7) dá um estimador aproximado de máxima verossimilhança de $\theta$. Note que as ordens $s$ e $r$ são assumidas conhecidas.

A.8.5. O Vetor *Score*

Seja $\theta_0$ o valor verdadeiro do parâmetro $\theta$ e, similarmente, para os demais componentes. Logicamente, a hipótese adotada é a de que $\theta_0$ é pertencente ao espaço de parâmetros $\theta$. O subscrito *0* será incluído nas matrizes de coeficientes de representações MA infinitas (151)-(154) para enfatizar que são relacionadas ao processo gerador de dados, como por exemplo, $M_{j0}, N_{j0}$ e $\Psi_{i0}$. Também será denotado $\pi_j\ (\vartheta_1)$ = vec $(\Pi_j(\vartheta))$, ( $j$ = 1,..., $r$) e $\phi_j = (\vartheta_2) =$ vec $(\Phi_j\ (\vartheta_2)$ ( $j$ = 1,..., $s$). Além disso, seja:

$$\nabla_1(\vartheta_1) = \left[\frac{\partial \pi_1'(\vartheta_1)}{\partial \vartheta_1} : \ldots : \frac{\partial \pi_r'(\vartheta_1)}{\partial \vartheta_1}\right]' (n^2 r \times m_1) \tag{178}$$

e

$$\nabla_2(\vartheta_2) = \left[\frac{\partial \emptyset_1'(\vartheta_2)}{\partial \vartheta_2} : \ldots : \frac{\partial \emptyset_s'(\vartheta_2)}{\partial \vartheta_2}\right]' (n^2 s \times m_2) \tag{179}$$

Nesta seção será abordado o escore de $\theta$, avaliado ao verdadeiro valor dos parâmetros, $\theta_0$, $\frac{\partial l_T(\theta_0)}{\partial \theta}$. Expressões explícitas dos componentes do vetor escore são exibidas em Lanne e Saikkonen (2013).

Agora, o objetivo é construir o limite $\lim_{T \to \infty} T^{-1}\mathcal{C}\left(\frac{\partial l_T(\theta_0)}{\partial \theta}\right)$ e a distribuição assintótica do escore. Para isso, são necessárias algumas hipóteses adicionais.

Hipótese 8:

(a) Existe uma função $f_1$ ($\zeta$) tal que $\int_0^\infty \zeta^{\left(\frac{n}{2}\right)-1} f_1(\zeta)d\zeta < \infty$ e, em uma vizinhança de $\lambda_0$, $\left|\frac{\partial f(\zeta,\lambda)}{\partial \lambda_i}\right| \leq f_1(\zeta), \forall \zeta \geq 0, i = 1, \dots, d.$

(b) $$\left|\int_0^\infty \frac{\zeta^{\left(\frac{n}{2}\right)-1}}{f(\zeta;\lambda_0)} \frac{\partial f(\zeta;\lambda_0)}{\partial \lambda_i} \frac{\partial f(\zeta;\lambda_0)}{\partial \lambda_j} d\zeta\right| < \infty, \quad i,j, = 1, \dots, d.$$

A condição (a) é a condição padrão de dominância que garante que o escore de $\lambda$ (avaliado em $\theta_0$) tem média zero e a condição (b) assegura que a matriz de covariância do escore de $\lambda$ (avaliado em $\theta_0$) é finita. Para os demais escores, as propriedades correspondentes são garantidas pelas hipóteses já descritas.

Relembrando, a definição de $\tau(\lambda) = j(\lambda)\mathbb{E}_\lambda(\rho^2)/n$, onde $j$ ($\lambda$) é definida em (160). No que segue, denota-se $j_0 = j(\lambda_0)$ e $\tau_0 = \frac{j_0 \mathbb{E}_{\lambda_0}(\rho^2)}{n}$.

Definindo a matriz $n \times n\, C_{11}(a,b) = \tau_0 \sum_{k=0}^{\infty} M_{k-a,0}\, \Sigma_0 M'_{k-b,0}$, e seja $C_{11}(\theta_0) = [C_{11}(a,b) \otimes \Sigma_0^{-1}]_{a,b=1}^{r} (n^2 r \times n^2 r)$ e, além disso, $\mathcal{I}_{\vartheta_1\vartheta_1}(\theta_0) = \nabla_1(\vartheta_{10})' C_{11}(\theta_0) \nabla_1(\vartheta_{10})$.

Onde $\mathcal{I}_{\vartheta_1\vartheta_1}(\theta_0)$ é a matriz de covariância padronizada do escore de $\vartheta_1$, ou a matriz de informação de Fischer avaliada em $\theta_0$. [120] Doravante, o termo "matriz de informação" será usado para denotar a matriz de covariância da distribuição assintótica do vetor escore $\frac{\partial l_T(\theta_0)}{\partial \theta}$.

Agora, denote:

$$i_0 = i(\lambda_0) \tag{180}$$

Definindo, então:

$J_0 = i_0 \mathbb{E}\left[\left(vech(v_t v_t')\right)\left(vech(v_t v_t')\right)'\right] - \frac{1}{4} vech(I_n) vech(I_n)'$, uma matriz quadrada de ordem $n(n + 1)/2$. Uma expressão explícita da expectativa do lado direito da equação pode ser obtida de Wong e Wang (1992, p.274) *apud* Lanne e Saikkonen (2013). Também denotando: $\Pi_{i0} = \Pi_i$ ($\vartheta_{l0}$), $i = 1,\dots,r$, e $\Pi_{00} = -I_n$, e definindo a matriz particionada $C_{22}(\theta_0) = [C_{22}(a,b;\theta_0]_{a,b=1}^{s}(n^2 s \times n^2 s)$, onde a matriz $n^2 \times n^2 C_{22}$ ($a$, $b$; $\theta_0$) é:

[120] Referências e maiores detalhes em Lanne e Saikkonen (2013).

$$C_{22}(a,b;\theta_0) = \tau_0 \sum_{\substack{k=-\infty \\ k\neq 0}}^{\infty} \sum_{j=0}^{r} \left(\Psi_{k+a-i,0}\Sigma_0\Psi'_{k+b-j,0} \otimes \Pi'_{i0}\Sigma_0^{-1}\Pi_{j0}\right)$$
$$+ \sum_{i,j=0}^{r} \left(\Psi_{a-i,0}\Sigma_0^{1/2} \otimes \Pi'_{i0}\Sigma_0^{-1/2}\right)(4D_nJ_0D'_n - K_{nn})$$
$$\times \left(\Sigma_0^{1/2}\Psi'_{b-j,0} \otimes \Sigma_0^{-1/2}\Pi_{j0}\right) \quad (180)$$

As matrizes $K_{nn}$ e $D_{nn}$ são as matrizes de comutação e a de duplicação, respectivamente. Seja então:

$$\mathcal{I}_{\vartheta_2\vartheta_2}(\theta_0) = \nabla_2(\vartheta_{20})'^{C_{22}(\theta_0)\nabla_2(\vartheta_{20})} (181)$$

a matriz de informação de $\vartheta_2$ (ver apêndice B de LANNE E SAIKKNONEN, 2013).

Para apresentar a matriz de informação do vetor de parâmetros completo $\vartheta$, definimos a matriz $n^2 \times n^2$:

$$C_{12}(a,b;\theta_0) = -\tau_0 \sum_{k=a}^{\infty} \sum_{i=0}^{r} \left(M_{k-a,0}\Sigma_0\Psi'_{k+b-i,0} \otimes \Sigma_0^{-1}\Pi_{i0}\right) + K_{nn}\left(\Psi'_{b-a,0} \otimes I_n\right) \quad (182)$$

e as matrizes $n^2r \times n^2s$ $C_{12}(\theta_0) = [C_{12}(a, b; \theta_0)] = C_{21}(\theta_0)'$ ($a = 1, ..., r$; $b = 1, ..., s$). Os blocos de fora da diagonal da matriz de informação de $\vartheta$ são dados por:

$$\mathcal{I}_{\vartheta_1\vartheta_2}(\theta_0) = \nabla_1(\vartheta_{10})'C_{12}(\theta_0)\nabla_2(\vartheta_{20}) = \mathcal{I}_{\vartheta_2\vartheta_1}(\theta_0)'. \quad (183)$$

Combinando as definições precedentes, agora é possível definir a matriz:

$$\mathcal{I}_{\vartheta\vartheta}(\theta_0) = \left[\mathcal{I}_{\vartheta_i\vartheta_j}(\theta)\right]_{i,j=1,2.} \quad (184)$$

Para os demais blocos da matriz de informação de $\theta$, primeiramente são definidos:

$$\mathcal{I}_{\sigma\sigma}(\theta_0) = D'_n\left(\Sigma_0^{-\frac{1}{2}} \otimes \Sigma_0^{-\frac{1}{2}}\right)D_nJ_0D'_n\left(\Sigma_0^{-\frac{1}{2}} \otimes \Sigma_0^{-\frac{1}{2}}\right)D_n \quad (185)$$

e

$$\mathcal{I}_{\vartheta_2\sigma}(\theta_0) = -2\sum_{j=1}^{s}\frac{\partial\phi_j'(\vartheta_2)}{\partial\vartheta_2}\sum_{i=0}^{r}\left(\Psi_{j-i,0}\Sigma_0^{-\frac{1}{2}}\otimes\Pi_{i0}'\Sigma_0^{-\frac{1}{2}}\right)\times D_n J_0 D_n'\left(\Sigma_0^{-\frac{1}{2}}\otimes\Sigma_0^{-\frac{1}{2}}\right)D_n \tag{186}$$

Com $\mathcal{I}_{\sigma\vartheta_2}(\theta_0)' = \mathcal{I}_{\vartheta_2\sigma}(\theta_0)$. Adicionalmente, definindo:

$$\mathcal{I}_{\lambda\lambda}(\theta_0) = \frac{\pi^{n/2}}{\Gamma(n/2)}\int_0^\infty \frac{\zeta^{\frac{n}{2}-1}}{f(\zeta;\lambda_0)}\left(\frac{\partial f(\zeta;\lambda_0)}{\partial\lambda}\right)\left(\frac{\partial f(\zeta;\lambda_0)}{\partial\lambda}\right)' d\zeta \tag{187}$$

e

$$\mathcal{I}_{\sigma\lambda}(\theta_0) = -D_n'\left(\Sigma_0^{-\frac{1}{2}}\otimes\Sigma_0^{-\frac{1}{2}}\right)D_n vech(I_n)\frac{\pi^{\frac{n}{2}}}{\mathrm{n}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\int_0^\infty \zeta^{\frac{n}{2}}\frac{f'(\zeta;\lambda_0)}{f(\zeta;\lambda_0)}\frac{\partial f(\zeta;\lambda_0)}{\partial\lambda'}d\zeta \tag{188}$$

Com $\mathcal{I}_{\sigma\lambda}(\theta_0)' = \mathcal{I}_{\lambda\sigma}(\theta_0)$. As integrais são finitas, por conta das hipóteses 6(c) e 8(c) e pela desigualdade de Cauchy-Schwarz.

A matriz de informação para o vetor (inteiro) de parâmetros $\theta$ é dada por:

$$\mathcal{I}_{\theta\theta}(\theta_0) = \begin{bmatrix} \mathcal{I}_{\vartheta_1\vartheta_1}(\theta_0) & \mathcal{I}_{\vartheta_1\vartheta_2}(\theta_0) & 0 & 0 \\ \mathcal{I}_{\vartheta_2\vartheta_1}(\theta_0) & \mathcal{I}_{\vartheta_2\vartheta_2}(\theta_0) & \mathcal{I}_{\vartheta_2\sigma}(\theta_0) & 0 \\ 0 & \mathcal{I}_{\sigma\vartheta_2}(\theta_0) & \mathcal{I}_{\sigma\sigma}(\theta_0) & \mathcal{I}_{\sigma\lambda}(\theta_0) \\ 0 & 0 & \mathcal{I}_{\lambda\sigma}(\theta_0) & \mathcal{I}_{\lambda\lambda}(\theta_0) \end{bmatrix}. \tag{189}$$

Note que, no caso escalar, $n = 1$ e, no caso puramente não causal, $r = 0$. Nesse caso, as expressões de $\mathcal{I}_{\vartheta_2\vartheta_2}(\theta_0)$ e $\mathcal{I}_{\vartheta_1\vartheta_2}(\theta_0)$ se simplificam e $\mathcal{I}_{\vartheta_2\sigma}(\theta_0)$ se torna zero. O último fato significa que, nesses casos especiais, os parâmetros $\vartheta$ e $(\sigma, \lambda)$ são ortogonais e seus estimadores por máxima verossimilhança são assintoticamente independentes.

Antes de apresentar a distribuição limítrofe do escore de $\theta$, é necessário introduzir condições necessárias para garantir que a matriz de covariância seja positiva definida.

Hipótese 9:

(a) As matrizes $\nabla_1(\vartheta_{10})(rn^2 \times m_1)$ e $\nabla_2(\vartheta_{20})(sn^2 \times m_2)$ são de posto completo nas colunas (*full column rank*).

(b) A matriz $\begin{bmatrix} \mathcal{I}_{\sigma\sigma}(\theta_0) & \mathcal{I}_{\sigma\lambda}(\theta_0) \\ \mathcal{I}_{\lambda\sigma}(\theta_0) & \mathcal{I}_{\lambda\lambda}(\theta_0) \end{bmatrix}$ é positiva definida.

Proposição 7:

Suponha que as hipóteses 5-9 valham e que o erro $\epsilon_t$ seja não gaussiano. Então:

$$(T-s-r)^{-\frac{1}{2}} \sum_{t=r+1}^{T-s} \frac{\partial g_t(\theta_0)}{\partial \theta} \xrightarrow{d} \mathbb{N}\big(0, \mathcal{I}_{\theta\theta}(\theta_0)\big),$$

Onde a matriz $\mathcal{I}_{\theta\theta}(\theta_0)$ é positiva definida.

Note que, para esse resultado é crucial para que $\epsilon_t$ seja assumido não gaussiano, pois no caso gaussiano a matriz de informação $\mathcal{I}_{\theta\theta}(\theta_0)$ é singular. De acordo com Rothemberg (1971) *apud* Lanne e Saikkonen (2013), o fato de a matriz de informação $\mathcal{I}_{\theta\theta}(\theta_0)$ser positiva definida é vista como condição de identificação do parâmetro $\theta_0$.

Lanne e Saikkonen (2013) mostram que as expectativas das derivadas parciais da função de verossimilhança, avaliadas sob o verdadeiro parâmetro, e sob uma hipótese adicional, são consistentes com os elementos de $-\mathcal{I}_{\sigma\sigma}(\theta_0)$, logo, os estimadores de máxima verossimilhança são consistentes, mais especificamente, $\mathcal{I}_{\sigma\sigma}(\theta_0)$ pode ser consistentemente estimado por:

$$-(T-s-r)^{-1} \frac{\partial^2 l_T(\hat{\theta}_0)}{\partial\theta\partial\theta'} \blacksquare$$

**ANEXO I** - Considerações sobre a existência de representações fundamentais sob gaussianidade e a omissão de variáveis.

Lütkepohl (2014) observa que, com um contexto gaussiano, teremos fundamentalidade em um processo MA(1) abaixo, se $|\phi| < 1$:

$$y_t = u_t + \phi u_{t-1} \tag{190}$$

Uma representação equivalente não fundamental do mesmo processo seria:

$$y_t = u_t + \frac{1}{\phi} u_{t-1} \tag{191}$$

Assim, sempre é possível se estabelecer uma representação fundamental a partir de uma não fundamental, e vice-versa, por meio do uso das matrizes Blaschke (Anexo 2).

No caso de variáveis omitidas, que podem gerar choques não fundamentais, o econometrista considera o conjunto de dados $y_t$, que, contudo, não contém todas as informações relevantes para os agentes, sendo que as informações complementares estão contidas no conjunto $x_t$.

Seja então:

$$z_t = \begin{pmatrix} x_t \\ y_t \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{yy}(L) & \Phi_{yx}(L) \\ \Phi_{xy}(L) & \Phi_{xx}(L) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_{yt} \\ u_{xt} \end{pmatrix} = \Phi(L) u_{zt} \tag{192}$$

Então, (192) é uma representação fundamental de $y_t$, ainda que (6) não seja. Isso porque $u_{zt} = \begin{pmatrix} u_{yt} \\ u_{xt} \end{pmatrix}$ não pode ser recuperado apenas por meio de $y_t$ defasados, apenas por valores defasados de $z_t = \begin{pmatrix} x_t \\ y_t \end{pmatrix}$. Ainda assim, as representações (6) e (192) são fundamentais com relação a seus respectivos conjuntos de informação: $u_t$ é $y_t$-fundamental e $u_{zt}$ é $z_t$-fundamental. Ainda, ambas (6) e (192) têm seus operadores MA fora do círculo unitário, sugerindo uma representação autorregressiva causal. [121]

[121] Ver Lütkepohl (2014), páginas 582-583.

**ANEXO J** - O teste de Forni e Gambetti (2014)

Esse anexo apresenta o Teste de Forni e Gambetti (2014), como descrito em seu texto, com tradução nossa e mínimas modificações textuais.

De modo a apresentar o modelo de Forni e Gambetti (2014), é necessário construir o *framework* teórico com que trabalha. Trata-se de uma representação de uma macroeconomia onde há $q$ choques estruturais ortogonais que afetam as variáveis por meio de funções impulso-resposta quadrado somáveis.

Hipótese 8: O vetor $n$-dimensional $x_t$ de uma série temporal macroeconômica satisfaz:

$$x_t = F(L)u_t \tag{193}$$

Onde $u_t$ é um vetor $q$-dimensional de choques estruturais com as características de ruído branco. Já $F(L) = \sum_{k=0}^{\infty} F_k L^k$ é uma matriz $n \times q$ de filtros lineares quadrado-somáveis nas potências não negativas do operador de defasagem, $L$.

A representação (193) pode ser pensada como a representação de equilíbrio de um modelo DSGE. Os autores exemplificam a representação de Fernandez-Villaverde et al. (2007):

$$s_t = As_{t-1} + Bu_t \tag{194}$$

$$x_t = Cs_{t-1} + Du_t \tag{195}$$

Onde $s_t$ é um vetor $m$-dimensional de variáveis de estado, $q \leq m \leq n$, $A$, $B$, $C$ e $D$ são matrizes de parâmetros. Especificamente, $B$ tem uma inversa à esquerda, tal que $B^{-1}B = I_q$. A partir de (194) e (195), pode-se ver que $x_t$ admite a representação (193), com:

$$F(L) = (DB^{-1} + (C - DB^{-1}A)L)(I - AL)^{-1}B \tag{196}$$

A.10.1. Informação Suficiente e Fundamentalidade

O passo principal da análise de Forni e Gambetti é a definição dos conjuntos de informação do econometrista e do VAR, em oposição ao conceito de suficiência de informação. Assume-se que o econometrista observa $x_t$, possivelmente com erro. Considerar a possibilidade de erro de medida (que pode ser zero) permite estabelecer uma ligação entre o modelo VAR e o modelo de fatores a ser introduzido abaixo, estendendo os resultados aos modelos FAVAR. Mais precisamente:

Hipótese 9: O conjunto de informações do econometrista $\chi_t^*$ é dado pelo espaço linear fechado, gerado pelos valores presentes e passados das variáveis em $x_t^*$, isto é: $\chi_t^* = \overline{span}(x_{1t-k}^*, \dots, x_{nt-k}^*, k = 1, \dots, \infty)$, onde:

$$x_t^* = x_t + \xi_t = F(L)u_t + \xi_t \tag{197}$$

Onde $\xi_t$ é um vetor de erros de medida que se comportam como ruído branco: mutuamente ortogonais e ortogonais a $u_{jt-k}, j = 1, \dots, q, \forall q$.

Na prática, o número de variáveis observáveis $n$ é muito grande, de modo que o econometrista precisa reduzi-lo para que se estime um VAR. O conjunto de informação do VAR é gerado pelo subvetor $s$-dimensional de $x_t^*$. De forma mais geral, dizemos que é uma combinação linear $s$-dimensional de $x_t^*$, por exemplo: $z_t^* = Wx_t^*$, onde $s$ não necessariamente é igual a $q$.

Ao se considerar a combinação linear, permite-se aplicar os resultados dos componentes principais das variáveis e, portanto, o modelo FAVAR. O vetor $z_t^*$ não é necessariamente afetado por todos os choques estruturais que impactam a economia. Por exemplo, $z_t^*$ pode ser impactado por um subvetor$u_t^z \in u_t$.

Hipótese 10: O conjunto de informação de um VAR é $Z_t^* = \overline{span}(z_{1t-k}^*, \dots, z_{st-k}^*, k \geq 0)$, onde $z_t^* = Wx_t^*$, onde $W$ tem dimensões$s \times n$, e $z_t^*$ é impactado por um sub vetor $u_t^z \in u_t$, de dimensão $q_z \leq q$:

$$z_t^* = WF(L)u_{t-k} + W\xi_t = B(L)u_{t-k}^z + W\xi_t \tag{198}$$

Onde $B(L) = \sum_{k=o}^{\infty} B_k L^k$ e tem posto $q_z$.

A projeção teórica da equação de $z_t^*$ em seu passado é:

$$z_t^* = P(z_t^* | \mathcal{Z}_{t-1}^*) + \epsilon_t \tag{199}$$

A metodologia SVAR consiste em estimar o VAR para obter $\epsilon_t$, a inovação do VAR e, então, tentar obter os choques estruturais que impactam e determinam $z_t^*$, como combinações lineares de $\epsilon_t$. Assim, uma propriedade chave de $z_t^*$ e de seu conjunto de informações é que as entradas de $\epsilon_t$ gerem os choques estruturais. Isto significa que a informação na história de $z_t^*$ é suficiente para gerar os choques, o que é chamado de "suficiência de informações".

Definição 9 (Informação Suficiente): Seja $v_t$subvetor de $u_t^z$. Então, $z_t^*$ e o VAR relacionado é informacionalmente suficiente para $v_t \leftrightarrow \exists M: v_t = M\epsilon_t$, onde $M$ é uma matriz. O vetor $z_t^*$ é globalmente suficiente se é informacionalmente suficiente para $u_t^z$.

Importante notar que a suficiência global não requer que $z_t^*$ seja suficiente para todos os choques estruturais, mas para os choques que o impactam e determinam. Isso confere a um VAR pequeno com $s<q$ uma chance de ser globalmente suficiente. Essa suficiência está relacionada apenas à variável em $z_t^*$ e não tem relação com o esquema de identificação. A correta identificação de $M$ é um problema adicional, que somente faz sentido se a suficiência for verificada.

Definição 10 (Fundamentalidade): Seja $\omega_t = Hx_t$, impactado por $u_t^\omega$, um subvetor $q_\omega$-dimensional de $u_t$, $q_\omega \leq q$. Assim, $u_t^\omega$ é fundamental para $\omega_t$ e a representação MA $\omega_t = HF(L)u_t = A(L)\, u_t^\omega$ é fundamental $\leftrightarrow u_{jt}^\omega \in \mathcal{W} = \overline{span}(\omega_{1t-k}, \dots, \omega_{mt-k}, k \geq 0)$, para $j = 1,\dots,q_\omega$.

A proposição a seguir estabelece a relação entre fundamentalidade e suficiência:

Proposição 8: Sob as Hipóteses 10, 11 e 12, a informação em $z_t^*$ é suficiente para$u_t^z \leftrightarrow \exists R: (i)\tilde{z}_t = Rz_t^* = Rz_t \wedge (ii)u_t^z$ é fundamental para $\tilde{z}_t$, e $R$ uma matriz.

Prova: A suficiência de (i) e (ii) é óbvia. Assuma que $z_t^*$ seja suficiente. Então, da Equação (198) e da Hipótese (12), teremos: $P(z_t^* | \mathcal{Z}_{t-1}^*) = \sum_{k=1}^{\infty} F_k u_{t-k}$ e $\epsilon_t = WF_0 u_t + W\xi_t$, pois $u_{t-k} \in \mathcal{Z}_{t-1}^*$ e $u_t$ e $\xi_t$ são ortogonais a $\mathcal{Z}_{t-1}^*$. Como $u_t = M\epsilon_t, MW\xi_t = 0$, tal que a matriz

de variância-covariância de $W\xi_t$, $\Sigma$, tem posto $l \leq s - q$. logo, $\Sigma = Q'Q$, onde $Q$ é matriz $l \times s$ de posto $l$. Seja $\mathcal{S}$ sub-espaço $l$-dimensional de $\mathcal{R}^s$, gerado pelas linhas de $Q$ e $R$ for qualquer matriz ($s - l \times s$) cujas linhas geram o complemento ortogonal de $\mathcal{S}$. Então, $R\mathcal{W}\xi_t = 0$ e $\tilde{z}_t = Rz_t^* = Rz_t$. Note também que $RWF_0$ tem inversa a esquerda $N: u_t = NR\epsilon_t = M\epsilon_t$, já que, de outra forma $u_t$ não pode ser uma transformação linear de $\epsilon_t$, o que contrariaria a hipótese de suficiência.

Ainda falta provar que $R\epsilon_t$ é o resíduo da projeção de $\tilde{z}_t$ sobre seu próprio passado, tal que $u_t = NR\epsilon_t \in \tilde{\mathcal{Z}}_t = \overline{span}\left(\tilde{z}_{jt-k}, j = 1, \dots, s - l, k \geq 0\right)$. Seja $\tilde{z}_t = Qz_t^*$ e $P_K$ *a* projeção de $\tilde{z}_t$ nas defasagens 1,...,$K$ de $\tilde{z}_t$ e $\bar{z}_t$, isto é: $P_K = P\left(\tilde{z}_t | \tilde{z}_{jt-k}, \bar{z}_{ht-k}, j = 1, \dots, s - l, h = 1, \dots, l, k = 1, \dots, K\right)$. Importante observar que $z_t^*$ é combinação linear das entradas de $\tilde{z}_t$ e $\bar{z}_t$, já que a matriz (*R'Q'*)' é não singular por construção. Assim, $P_K \to P(\tilde{z}_t | \mathcal{Z}^*{}_{t-1}) = R\sum_{k=1}^{\infty} F_k u_{t-k}$ em *mean square*, na medida em que$K \to \infty$. Por outro lado, $P_K = C_K(L)\tilde{z}_{t-1} + D_k(L)Qz_{t-1} + D_K(L)QW\xi_{t-1}$. Logo, o último termo tem que tender a zero em *mean square* na medida em que $K \to \infty$. Mas $QW\xi_{t-1}$ é ruído branco pela hipótese (11), e sua matriz de variância-covariância $Q\Sigma Q'$ é não singular por construção, de modo que todas as entradas de $D_k(L)$ tendem a zero na soma dos quadrados quando $K \to \infty$. Segue que $D_k(L)Qz_{t-1} \to 0$ e $P_K \to P\left(\tilde{z}_t | \tilde{\mathcal{Z}}_{t-1}\right)$ em *mean squares* quando $K \to \infty$. Mas essa última projeção é igual a $R\sum_{k=1}^{\infty} F_k u_{t-k}$ e o resíduo correspondente é $R\epsilon_t$.■

A proposição 8 diz que para $z_t^*$ ser suficiente, deve haver uma transformação linear de $z_t^*$ que é livre de erros de medida tem representação fundamental nos choques estruturais. Logo, suficiência informacional é quase equivalente à fundamentalidade, na ausência de erros. Se os erros forem pequenos, a suficiência informacional e a fundamentalidade essencialmente coincidem. Se, ao contrário, um VAR inclui variáveis com erros grandes, a informação pode ser insuficiente mesmo que a fundamentalidade de $z_t$ ocorra. No caso particular de que *F*(*L*) seja uma matriz de funções racionais, a fundamentalidade de $u_t^{\omega}$ para $\omega_t$, junto a fundamentalidade da representação MA associada $\omega_t = A(L)u_t^{\omega}$ é equivalente a condição que segue (ROZANOV, 1962, Capítulo 2, APUD FORNI E GAMBETTI, 2014).

Condição (193): O posto de $A(z)$ é $q_{\omega} \forall z \in \mathbb{C}: |z| < 1$.

Quando *A*(*L*) é uma matriz quadrada, a condição acima se reduz à condição usual de que o determinante de *A*(*z*) não tenha raízes menores que 1 em módulo.[122] Por exemplo,

[122]Fundamentalidade é ligeiramente diferente de invertibilidade, já que a invertibilidade rejeita raízes com módulo igual a 1. Logo, invertibilidade implica fundamentalidade, mas não fundamentalidade não implica invertibilidade.

considerando a equação (196) e o caso em que $\omega_t = x_t$, a condição (193) é satisfeita se $D$ é invertível e se os autovalores de $A - BD^{-1}C$ são estritamente menores que 1 em módulo.

A.10.2 Condições Necessárias e Suficientes para Suficiência Informacional

Um primeiro resultado relevante para se derivar implicações testáveis da suficiência de informação é o que segue.

Proposição (9): Sob as hipóteses 10, 11 e 12, se $x_t^*$ causa $z_t^*$, então $z_t^*$ não é globalmente suficiente.

Demonstração da Proposição 9: Assuma $z_t^*$ seja suficiente tal que $u_t = M\epsilon_t$. Então,$u_{jt-k} \in \mathcal{Z}_{t-1}^*$ para $k > 0$. Segue que $P(z_t^*|\mathcal{Z}_{t-1}^*) = W(F_1 u_{t-1} + F_2 u_{t-2} + \cdots) \wedge \epsilon_t = WF_0 u_t + W\xi_t$. Logo, $\epsilon_t$ é ortogonal a $u_{t-k}, k > 0$. Então $P(z_t^*|\mathcal{Z}_{t-1}^*) = P\left(z_t^*|z_{jt-k}^*, g_{it-k}, j = 1, \dots, s, i = 1, \dots, p, k > 0\right)$. Mas a última projeção é igual a $P\left(z_t^*|u_{jt-k}, j = 1, \dots, q, k > 0\right) = W\sum_{k=1}^{\infty} F_k u_{t-k} = \xi_t$, já que $\xi_t \in \overline{span}\left(z^*{}_{jt-k}, g_{it-k}, j = 1, \dots, s, i = 1, \dots, p, k > 0\right) \wedge z_t^* \perp \overline{span}\left(z^*{}_{jt-k}, g_{it-k}, j = 1, \dots, s, i = 1, \dots, p, k > 0\right)$, por conta da hipótese 11. Por outro lado, $\xi_t = P(z_t^*|\mathcal{Z}_{t-1}^*) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \epsilon_{t-k}$. Projetar ambas as somas em $\overline{span}\left(\epsilon_{it-k}, u_{jt-k}, i = 1, \dots, s, j = 1, \dots, r\right)$, obtemos $WF_k u_{t-k} = A_k \epsilon_{t-k} \forall k; WF_k u_t = A_k \epsilon_t \forall k \wedge Vu_t = (W\sum_{k=1}^{\infty} c_k F_k)u_t = (\sum_{k=1}^{\infty} c_k A_k)\epsilon_t$ para toda sequência $c_k, k = 1, \dots, \infty$. A hipótese 13 assegura que $V$ tem inversa à esquerda $V^*$ tal que$u_t = V^*(\sum_{k=1}^{\infty} c_k A_k)\epsilon_t$ ■

A intuição é que, se um conjunto de variáveis é globalmente suficiente, então contém toda informação útil para prevê-lo, logo, nenhum outro conjunto de variáveis pode causa-lo no sentido de Granger. Essa proposição é útil, na prática. Se um econometrista crê dada variável em $x_t^*$(um conjunto auxiliar de variáveis), digamos, $y_t$, contém informação relevante, podemos checar se $y_t$ Granger-causa $z_t^*$ como um vetor. Se $y_t$ Granger-causa $z_t^*$, então o VAR com $z_t^*$ é mal especificado.[123] Contudo, a Proposição 9 tem uma importante limitação em que, sendo apenas uma condição necessária, pode ser usada para validar a suficiência, mas não para validá-

[123]Note que, de acordo com a Proposição 9, a identificação não é requerida para se realizar o teste, o que é consistente com o fato de que a suficiência informacional é independente do esquema de identificação.

la. Claramente, testar todas as variáveis em $x_t^*$ seria próximo de uma validação, mas, na prática, isso não é factível, dado que $x_t^*$ é de elevada dimensão. Por um lado, não podemos usar todas as variáveis simultaneamente, por outro, testar cada uma separadamente levaria, com elevada probabilidade, à rejeição da suficiência, mesmo que $z_t^*$ seja suficiente, devido ao erro Tipo I.

É possível propor uma condição de suficiência, assumindo a representação de espaço de estado acima, ao substituir a Hipótese 10 com a hipótese mais restritiva 14.

Hipótese 14 (Representação ABCD). O vetor $x_t$ satisfaz as equações (194) e (195), onde $u_t$ é um vetor ruído branco.

A partir das equações (194), (195), (197) que $x_t^*$ segue o modelo fatorial:

$$x_t^* = Gf_t + \xi_t \tag{200}$$

Onde $G = (DB^{-1}C - DB^{-1}A)$ e $f_t = (s_t' s_{t-1}')'$. Note que esses fatores contêm as mesmas informações que os estados. Quando os estados (ou os fatores) forem observáveis sem erros e são incluídos em $z_t^*$, não há problema informacional (Equação194). Nesse sentido, a deficiência informacional aparece do fato de que alguns estados são não observáveis ou faltantes.

Em adição à hipótese acima, é necessária uma condição adicional, garantindo que $z_t^*$ seja previsível em alguma medida.

Hipótese 15: Existe uma sequência somável $\{c_k\}_{k=1}^{\infty}$: $\sum_{k=1}^{\infty} c_k B_k$ tem posto $q_z$.

A hipótese 15 garante que o número de variáveis *s* é ao menos tão grande quanto o número de choques $q_z$ que os impacta, o que, evidentemente, é necessário para a suficiência. Adicionalmente, exclui alguns casos "perversos", como o caso de que as entradas de $z_t^*$ sejam combinações lineares contemporâneas das entradas de $u_t^z$ mais um erro de medida. Nesse caso, $z_t^*$ não é Granger-causado pelos fatores, visto que é imprevisível, mas não é informacionalmente suficiente por conta do erro de medida.

A Proposição 10 estabelece a condição necessária e suficiente para a suficiência informacional.

Proposição 10: Seja $K$ matriz não singular $r \times r$, $r$ sendo a dimensão de $f_t$, e $g_t = Kf_t$. Sob as hipóteses 11, 12, 13 e 14, $z_t^*$ é globalmente suficiente se e somente se $g_t = Kf_t$ não causar $z_t^*$ no sentido de Granger.

Prova da Proposição 10: Assuma que $z_t^*$ seja suficiente, isto é: $u_t = M\epsilon_t$. Então, $\epsilon_t \perp u_{t-k}, k > 0 \rightarrow \epsilon_t \perp g_{t-k}, k > 0$. Logo, $P(z_t^*|\mathcal{Z}_{t-1}^*) = W\left(z_t^*|z_{jt-1,}^* g_{it-k}, j = 1, \dots, s, i = 1, \dots, p, k > 0\right)$, tal que $g_t$ não Granger-cause $z_t^*$. Quanto à implicação oposta, assuma que $g_t$ não Granger-cause $z_t^*$. Temos $P(z_t^*|\mathcal{Z}_{t-1}^*) = P\left(z_t^*|z_{jt-k}^*, g_{it-k}, j = 1, \dots, s, i = 1, \dots, p, k > 0\right)$. Mas essa projeção é igual a $P\left(z_t^*|u_{jt-k}^*, j = 1, \dots, q, k > 0\right) = W\sum_{k=1}^{\infty} F_k u_{t-k} = \xi_t$. Ainda, $\xi_t \in \overline{span}\left(z^*{}_{jt-k}, g_{it-k}, j = 1, \dots, s, i = 1, \dots, p, k > 0\right) \wedge (z_t^* - \xi_t) \perp \overline{span}\left(z^*{}_{jt-k}, g_{it-k}, j = 1, \dots, s, i = 1, \dots, p, k > 0\right)$, por conta da Hipótese 11. Por outro lado, $\xi_t = P(z_t^*|\mathcal{Z}_{t-1}^*) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \epsilon_{t-k}$. Projetando ambas as somas em $\overline{span}\left(\epsilon_{it-k}, u_{jt-k}, i = 1, \dots, s, j = 1, \dots, r\right)$, tem-se $WF_k u_{t-k} = A_k \epsilon_{t-k} \forall k$: $WF_k u_t = A_k \epsilon_t \forall k$ e $Vu_t = (W\sum_{k=1}^{\infty} c_k F_k)u_t = (\sum_{k=1}^{\infty} c_k A_k)\epsilon_t$ para qualquer sequência $c_k, k = 1, \dots, \infty$. A hipótese 15 garante que $V$ tem inversa à esquerda $V^*$ tal que: $u_t = V^*(\sum_{k=1}^{\infty} c_k A_k)\epsilon_t$ ■

A intuição é que, sob a Hipótese 14, os fatores são informacionalmente suficientes, logo, causam todos os vetores previsíveis, exceto que contenham a mesma informação, exatamente.

Essa proposição é útil no sentido em que, além de propor uma condição de suficiência, permite sumariar os sinais de um vetor de grande dimensão $x_t$ em um número relativamente menor de fatores (as entradas de $f_t$, ou, equivalentemente, de $g_t = Kf_t$). Tais fatores não são observáveis, mas , sob hipóteses adequadas, podem ser estimadas pelos componentes principais de $\hat{g}_t$, já que tanto o número de variáveis quanto o de equações tende ao infinito (STOCK E WATSON, 2002 E FORNI ET AL, 2009 APUD FORNI E GAMBETTI, 2014).

Assim, o teste consiste em:

1. Tomar um conjunto grande $x_t^*$, capturando toda a informação macroeconômica relevante.
2. Escolher um máximo de $P$ fatores e computar os $P$ componentes principais de $x_t^*$.
3. Executar o teste de causalidade de Granger para testar se os componentes principais causam $z_t^*$. Se a hipótese nula de causalidade de Granger não for rejeitada, $z_t^*$ é informacionalmente suficiente, caso contrário, a suficiência é rejeitada.

Idealmente, o número máximo de componentes principais deveria ser escolhido como sendo ao menos tão grande quanto o número de fatores impactando o painel, isto é: $P \geq r$, já que $P < r$ pode levar a aceitação da hipótese nula quando ela é falsa. Contudo, $P > r$ seria inofensivo. Mas $P$ não deve ser escolhido desproporcionalmente grande, pois à medida em que cresce, as estimativas dos fatores se deterioram em o teste de Granger perde potência. Com o conjunto de dados de Forni e Gambetti (2014), seção 4, os valores de $P$ entre 4 e 10 fornecem, segundo os autores, resultados razoavelmente consistentes.

**ANEXO K** - Código Matlab para o modelo de Forni e Gambetti (2014) – empregado em Canova e Sahneh (2018).

% this is the program used to produce the GC entries table for the BP VAR in section 5.

```
clear; clc; close all;
rand('state', 0);

%%%%% set parameters
r=500;

%%%% opp=1 fernald data; opp=2 wang data; 3=basic data
opp=3;

%%%%%  preallocate output variables
PVGC = ones(10,1)*999;
PVOR = ones(6,10)*999;
PVCH =  ones(10,1)*999;
PVCH1 =  ones(10,1)*999;

DATA = load('DATA.txt'); %%load your panel of 107 series of Forni, Gambetti, and Sala
DFA = load('DFA.txt');  %%load factors (First Difference)

data = load('BPADJ.txt');  %% BP aggregated  data

load dis_tfp;  % disaggregated fernald  data
load ind_tfp   % disaggregated wang  data

if opp==1
   data=[(ctfp+gtfp)' itfp' ttfp' data(1:length(ctfp),2)];
   %data=[ctfp' itfp' gtfp' ttfp' data(1:length(ctfp),2)];
```

```
   data=data(2:length(ctfp),:);
elseif opp==2
   data=[maq seq otq data(1:length(maq),2)];
   %data=[maq seq  data(1:length(maq),2)];
   data=data(2:length(maq),:);
else
   data=data(2:end,:);  %full sample
%    data=data(2:length(ctfp),:); % fernald sample
 %   data=data(2:length(maq),:);  % wong sample
end

[N,Dim] = size(data);
t=floor(N/2);

%j is the number of principal component included
for j = 1:10
    %%%%% determine no of lags
   if opp==1
      pc = DFA(2:length(ctfp),1:j);
   elseif opp==2
      pc = DFA(2:length(maq),1:j);
   else
      pc = DFA(2:end,1:j);  % full sample
  %      pc = DFA(2:length(ctfp),1:j);  % Fernald  sample
  %      pc = DFA(2:length(maq),1:j);  % wang  sample

   end

   [aic, bic, hqc] = aicbic([data pc],4);
   llag=bic;
   %%%%% compute Gcausality test p-values
[~,PVGC(j)] = GrangerBootOSCroux(data,pc,Dim,t,r,llag);
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% ortogonality test
   %%%%%%%%%%% estimation of VAR(llag)
   %   llag = bic;
   %   [imp, chi, rsh] = FAVARLR(DATA, data, llag, 60);

   %%%%%% compute p-values for the orthogonality test
   %i is the number of lags considered when performing the orthognality test
   %   for i = 1:6
   %       PVOR(i,j) = ortotest(rsh(:,1),pc(llag+1:end,1:end),i);
   %   end

end

disp 'GC test: p-value'
PVGC




Return
```