

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia e Ciências Instituto Politécnico

Rebeca Costa Dias do Rosário

Determinação de pressão em poços horizontais na simulação numérica de reservatórios de gás natural incorporando os efeitos de escorregamento e de adsorção

> Nova Friburgo 2020

Rebeca Costa Dias do Rosário

Determinação de pressão em poços horizontais na simulação numérica de reservatórios de gás natural incorporando os efeitos de escorregamento e de adsorção

Tese apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor, ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional do Instituto Politécnico, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Orientador: Prof. Dr. Helio Pedro Amaral Souto

Nova Friburgo 2020

CATALOGAÇÃO NA FONTE UERJ/REDE SIRIUS/BIBLIOTECA CTC/E

R789 Rosário, Rebeca Costa Dias do. Determinação de pressão em poços horizontais na simulação numérica de reservatórios de gás natural incorporando os efeitos de escorregamento e de adsorção / Rebeca Costa Dias do Rosário. - 2020. 106 f. : il. Orientador: Helio Pedro Amaral Souto. Tese (doutorado) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto Politécnico, 1. Escoamento em meios porosos - Métodos de simulação -Teses. 2. Escoamento em meios porosos -Modelos matemáticos - Teses. 3. Reservatórios de gás -Métodos de simulação - Teses. 4. Reservatórios de petróleo -Métodos de simulação. 5. Equações diferenciais parciais -Soluções numéricas - Teses. I. Souto, Helio Pedro Amaral. II. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Instituto Politécnico. III. Título. CDU 531.72:519.6

Bibliotecária Cleide Sancho CRB7/5843

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta tese, desde que citada a fonte.

feberal esta O. de forário.

Data

Determinação de pressão em poços horizontais na simulação numérica de reservatórios de gás natural incorporando os efeitos de escorregamento e de adsorção.

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional do Instituto Politécnico, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Aprovada em 11 de dezembro de 2020.

Banca examinadora:

Prof. Helio Pedro Amaral Souto, Docteur de L'INPL (Orientador) Instituto Politécnico - UERJ

Prof. Grazione de Souza Boy, D.Sc

Instituto Politécnico - UERJ

Abelandfor

Prof. Abelardo Borges Barreto Júnior, D.Sc.

Pontifícia Universidade Católica - RJ

Prof. Adolfo Pulme Pires, D.Sc. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

namon

Prof. Márcio Rentes Borges, D.Sc. Laboratório Nacional de Computação Científica

> Nova Friburgo 2020

DEDICATÓRIA

Dedico esta tese a minha melhor amiga que é a pessoa mais importante pra mim: Maria Cristina. Você é minha musa inspiradora. Te amo mãe!

AGRADECIMENTOS

À Jesus Cristo toda honra e glória. Pois teu é o reino, o poder e a glória para sempre, amém.

Quero agradecer a mim mesma, por não ter desistido da carreira acadêmica. Por ter focado nos meus objetivos. Por não ter desistido no primeiro vestibular que não passei. Por ter aceito todas as oportunidades na época da graduação a começar pelo Pibid até a Iniciação Ciêntifica que foram a base para eu conseguir fazer a pósgraduação. Por ter aceitado o desafio de sair da minha zona de conforto para fazer o mestrado e o doutorado em outra cidade. Por ter feito uma ótima escolha com relação a orientador e a área de pesquisa. Por não ter desistido mesmo em situações, no âmbito pessoal, contrárias. Isto posto, sou grata por toda minha dedicação na área acadêmica, pois esta me fez observar e vivenciar um mundo cheio de oportunidades e conhecimentos que sem a mesma não teria.

Agradeço também a todas as pessoas que de alguma forma contribuíram para a conclusão deste trabalho, pois sem estas não teria chegado até aqui.

Ao Professor Dr. Helio Pedro Amaral Souto, pela sua verdadeira orientação. Tenho muito orgulho de citá-lo como um dos responsáveis pela minha formação profissional. Todos que trabalham com o senhor admiram sua dedicação ao trabalho e competência. Agradeço pelo incentivo e apoio; sobretudo, por sempre estar presente para indicar a direção correta que o trabalho deveria tomar, sempre solicito para me ajudar. Ao Professor Dr. Grazione de Souza, por todo conhecimento compartilhado, pelas valiosas sugestões e participações, você teve uma participação ímpar para que eu pudesse concluir este trabalho. Aos integrantes do Laboratório de Modelagem Multiescala e Transporte de Partículas (LABTRAN), que de forma direta ou indireta, através de trocas de conhecimentos ou mesmo de um bate papo descontraído contribuíram para a conclusão deste trabalho, em especial agradeço ao Técnico do laboratório Paulo de Tarço Honório Jr., sempre que solicitado se demonstrou pronto para ajudar e ao meu amigo Leonardo Werneck, nossa parceria se iniciou no mestrado e foi muito bom poder compartilhar com você vários momentos. Também agradeço aos Professores Drs. Abelardo Borges Barreto Junior, Adolfo Puime Pires e Márcio Rentes Borges, por aceitarem participar da banca de avaliação da tese e também pelas valiosas sugestões dadas na arguição.

Aos colegas do curso de Pós-graduação pela amizade, apoio e sugestões recebidas durante todo o curso. E aos meus amigos Luiz Souza, Gisiane Simão, Noelle Nogueira e Caroline de Souza, gratidão a Deus é o sentimento que eu consigo expressar pela vida de vocês. Encontrei em vocês a minha família na cidade de Nova Friburgo. Ter alguém por perto não apenas para uma saída a noite para distrair, mas também para enxugar lágrimas, para rir das coisas mais bobas, para tomar café no Alex depois do almoço, para animar estudar nas madrugadas, enfim, para ter um lugar onde posso chamar de meu, me sentir em casa. Por isso eu sou só gratidão. Muito obrigada!

Agradeço àqueles que são minha maior inspiração para continuar e jamais desistir de conquistar meus sonhos: minha família. Vocês são meu porto seguro, lugar que sempre posso voltar, não importa quantas vezes eu dê a volta ao mundo eu sei que com vocês sempre terei morada. Obrigada pela preocupação, pelas ligações, pelos incentivos. E a mais nova integrante da família, minha sobrinha linda Isabel. Como você foi importante nessa finalização de tese. Nesse último ano enfrentei desafios pessoais dolorosos, porém o seu semblante de paz e de alegria me tirava sorrisos até quando eu não tinha. Meu muito obrigada por tudo família. Família é tudo igual, mas a nossa é mais legal!

Finalmente, agradeço a todos os funcionários do Instituto Politécnico (IPRJ) da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), que me acolheram de maneira singular. Ao pessoal de apoio, seguranças, técnicos administrativos, bibliotecários, professores e direção. Enfim, agradeço pela infraestrutura oferecida e a CAPES pelo apoio na forma da bolsa de estudos que tive no decorrer do doutorado, que muito contribuiu para a viabilização desta tese. Portanto, deixo aqui expresso meu agradecimento.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Seja menos curioso sobre as pessoas e mais curioso sobre as idéias. Marie Curie

RESUMO

ROSARIO, Rebeca Costa Dias do. *Determinação de pressão em poços horizontais na simulação numérica de reservatórios de gás natural incorporando os efeitos de escorregamento e de adsorção*. 2020. 106 f. Tese (Doutorado em Modelagem Computacional) - Instituto Politécnico, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Nova Friburgo, 2020.

Neste trabalho, os efeitos do escorregamento e da adsorção foram incorporados no cálculo do índice de produtividade transiente, tendo em vista a determinação da pressão em poços horizontais na simulação de reservatórios de gás natural. O escorregamento é modelado mediante a introdução de uma permeabilidade aparente, função do número de Knudsen, enquanto que a adsorção é incorporada utilizando-se a isoterma de Langmuir. Quanto ao índice de produtividade, os efeitos transientes foram incluídos utilizando-se uma das extensões do clássico modelo de acoplamento poçoreservatório de Peaceman, no qual a função integral exponencial é determinada com uso de uma aproximação polinomial de ampla faixa de aplicação. Diferentes cenários de produção foram estudados, mostrando que a aplicação do índice de produtividade transiente leva a uma mitigação da estocagem numérica. Além disso, estudou-se como os efeitos decorrentes da adsorção, do escorregamento e do uso do poço horizontal influenciam a produção de gás natural em reservatórios de baixa permeabilidade.

Palavras-chave: Acoplamento Poço-reservatório. Adsorção. Escorregamento. Índice de Produtividade Transiente. Permeabilidade Aparente. Reservatórios de gás natural.

ABSTRACT

ROSARIO, Rebeca Costa Dias do. *Horizontal well pressure determination in the numerical simulation of natural gas reservoirs incorporating slippage and adsorption effects.* 2020. 106 f. Tese (Doutorado em Modelagem Computacional) - Instituto Politécnico, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Nova Friburgo, 2020.

In this work, were incorporated the effects of slipping and adsorption into the calculation of the transient productivity index to determine the pressure in horizontal wells in the simulation of natural gas reservoirs. We modeled the gas slippage by introducing an apparent permeability, a function of the Knudsen number, while the adsorption is incorporated using the Langmuir isotherm. As for the productivity index, we included the transient effects using one of the classic Peaceman reservoir-coupling models, in which we determine the integral exponential function using a polynomial approximation with a wide range of applications. We studied different production scenarios, and we showed that the application of the transient productivity index leads to a mitigation of numerical storage. Besides, we studied how the effects of adsorption, slippage, and a horizontal well influence the production of natural gas in reservoirs with low permeability.

Keywords: Well-reservoir coupling. Adsorption. Slippage. Transient well index. Apparent permeability. Natural gas reservoirs.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Consumo mundial de energia	15
Figura 2 –	Oferta interna de energia	17
Figura 3 –	Reservatórios convencional e não-convencionais de gás natural	18
Figura 4 –	Classificação de reservatórios de gás	24
Figura 5 –	Ilustração de um meio poroso	29
Figura 6 –	Aparato utilizado no experimento de Henry Darcy	31
Figura 7 –	Padrões de fluxo de gás em meio poroso.	35
Figura 8 –	Gás livre e adsorvido nos poros	36
Figura 9 –	Geometria para o reservatório e o poço horizontal	41
Figura 10 –	Regimes de escoamento em um reservatório produzindo com poço	
	horizontal	42
Figura 11 –	Gráfico diagnóstico para a produção com poço horizontal	43
Figura 12 –	Reservatório e poço horizontal	48
Figura 13 –	Malha	50
Figura 14 –	Discretização do domínio	51
Figura 15 –	Poço Horizontal no Domínio Computacional.	55
Figura 16 –	Exemplo do refinamento de malha em torno do poço horizontal	56
Figura 17 –	Fluxograma da solução para um único passo de tempo	59
Figura 18 –	Pressão no poço	61
Figura 19 –	Acoplamento poço-reservatório	65
Figura 20 –	Refinamento espacial da malha computacional (Grupo 1)	76
Figura 21 –	Variação da razão do crescimento de Δt (Grupo 1)	77
Figura 22 –	Variação da permeabilidade (Grupo 1)	78
Figura 23 –	Variação da densidade (Grupo 1)	79
Figura 24 –	Variação da vazão (Grupo 1)	80
Figura 25 –	Influência dos efeitos do escorregamento e da adsorção (Grupo 1)	80
Figura 26 –	Modelo de Peaceman (1983) para o cálculo de J_w (Grupo 2)	83
Figura 27 –	Modelo transiente para o cálculo de J_w (Grupo 2)	84
Figura 28 –	Modelo de Peaceman (1983) para o cálculo de J_w (Grupo 2)	85
Figura 29 –	Modelo transiente para o cálculo de J_w (Grupo 2)	85
Figura 30 –	Variação da permeabilidade (Grupo 2)	86
Figura 31 –	Variação da densidade (Grupo 2)	87
Figura 32 –	Refinamento de malha: malha uniforme (Grupo 3)	89
Figura 33 –	Refinamento de malha: malha não-uniforme (Grupo 3)	90

Figura 34 – Refinamento de malha: malha uniforme (Grupo 3)	91
Figura 35 – Influência dos efeitos do escorregamento e da adsorção (Grupo 3)	92
Figura 36 – Diferentes permeabilidades (Grupo 3)	94
Figura 37 – Diferentes densidades (Grupo 3)	94
Figura 38 – Diferentes vazões (Grupo 3)	95
Figura 39 – Diferentes volumes de Langmuir (Grupo 3)	96

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Crescimento da produção e do consumo (2008-2016)	15
Tabela 2 –	Parâmetros comuns aos três grupos de teste	74
Tabela 3 –	Parâmetros para o Grupo 1	75
Tabela 4 –	Refinamento de malha (Grupo 2)	82
Tabela 5 –	Parâmetros para o Grupo 2	82
Tabela 6 –	Parâmetros para o Grupo 3	88
Tabela 7 –	Refinamento de malha (Grupo 3)	89

SUMÁRIO

	ΙΝΤRODUÇÃO	14
1	MECANISMOS DE TRANSPORTE EM MEIOS POROSOS	23
1.1	Reservatórios do tipo <i>shale gas</i>	23
1.2	Propriedades do fluido	25
1.3	Propriedades da rocha	28
1.4	Lei de Darcy	30
1.5	Escoamento sob efeito do escorregamento	32
1.6	Escoamento sob efeito da adsorção	34
2	MODELAGEM DO ESCOAMENTO	38
2.1	Hipóteses	38
2.2	Poço horizontal	39
2.2.1	Regimes de escoamento	40
2.3	Equações governantes	43
2.3.1	Equação da continuidade	44
2.3.2	Equação da difusidade hidráulica	45
2.4	Condições inicial e de contorno	47
3	METODOLOGIA DE SOLUÇÃO NUMÉRICA	49
3.1	Discretização	49
3.2	Aproximação das derivadas	51
3.3	Tratamento do poço	54
3.4	Poço horizontal e refinamento de malha	56
3.5	Solução numérica do sistema de equações algébricas	57
4	ACOPLAMENTO POÇO-RESERVATÓRIO	60
4.1	Pressões nos poços via a simulação numérica	60
4.2	Índice de Produtividade	62
4.3	O modelo de Peaceman para o acoplamento poço-reservatório	65
4.4	Acoplamento poço-reservatório para um poço horizontal	67
4.5	Acoplamento poço-reservatório e os efeitos transientes	68
4.6	Acoplamento poço-reservatório no contexto desta tese	70
4.6.1	Integral exponencial	71
5	RESULTADOS NUMÉRICOS	73
5.1	Grupos de testes realizados	73
5.2	Grupo 1	74
5.3	Grupo 2	81

5.4	Grupo 3	87
5.4.1	Refinamento de malha	88
5.4.2	Análise de sensibilidade	91
	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	97
	REFERÊNCIAS	100

INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, os chamados reservatórios não convencionais de óleo e gás têm motivado o desenvolvimento de atividades de pesquisa & desenvolvimento na indústria do petróleo, devido às suas grandes reservas. Nesses reservatórios, para que se tenha uma produção economicamente viável, devem ser aplicadas técnicas de produção tais como poços horizontais e/ou fraturamento hidráulico, não sendo comum a sua explotação usando poço vertical e sem fraturamento. Uma das características desses reservatórios é a sua permeabilidade (medida da resistência imposta pela rocha ao escoamento do fluido) extremamente baixa, menor do que 0,001 mD. Em reservatórios denominados convencionais, tal propriedade possui valores na faixa de 10 mD a 1.000 mD (WANG, 2013). A porosidade (volume poroso dividido pelo volume total da rocha) também costuma ser baixa nesses reservatórios. Por outro lado, em certos reservatórios não convencionais de gás natural, os efeitos de escorregamento e/ou de adsorção podem favorecer a produção. Este trabalho concentra-se no estudo de tais efeitos mediante a utilização da simulação numérica de reservatórios, no contexto da determinação da pressão nos poços produtores.

Gás natural

O gás natural é utilizado em diversas atividades humanas, sendo muitas vezes distribuído por redes subterrâneas e consumido nos segmentos automotivo, residencial e comercial. Essa fonte de energia também é empregada na geração de energia elétrica, tratando-se de uma alternativa que complementa outros sistemas, tais como as centrais hidroelétricas e/ou as usinas nucleares (TAVARES, 2014). Cabe salientar que a demanda energética mundial vem crescendo e, dentre as energias não renováveis, o gás natural de origem fóssil vem se tornando competitivo. O aumento das reservas mundiais desse insumo chegou a 21,76%, entre os anos de 2000 a 2008, e apresentaram um contínuo crescimento no período de 2008 a 2016 (atingindo um aumento de 9,99%) (CHEN et al., 2018). A Tabela 1 contém os dados referentes ao crescimento da produção e do consumo de algumas fontes de energia no mundo, no período de 2008 a 2016.

	Petróleo	Carvão	Gás Natural
Produção	9,85%	6,27%	16,29%
Consumo	9,76%	5,77%	16,36%

Tabela 1 –	Crescime	nto da	produção	е	do
	consumo	(2008-	2016)		

Fonte: extraída de CHEN et al., 2018.

Estudos realizados pela Agência Internacional de Energia (Figura 1) mostram que os combustíveis fósseis ainda continuarão a atender grande parte da demanda energética mundial nos próximos anos, apesar das fontes renováveis apresentarem um maior índice de crescimento (EIA, 2017). O trabalho também conclui que o gás natural é o combustível fóssil de maior crescimento no mundo, aumentando 1,4% ao ano, comparado ao crescimento de 0,7% do petróleo e de outros líquidos e a praticamente nenhum crescimento do carvão (0,1% por ano). De fato, o aumento da demanda de gás tem seguido em um ritmo próximo ao das energias renováveis.



Figura 1 – Consumo mundial de energia

Nota: Consumo de energia mundial por fonte de energia. Fonte: Adaptada de EIA, 2017.

Diversos fatores vêm influenciando o crescimento da utilização do gás natural, tais como os avanços tecnológicos, aplicados no seu armazenamento e transporte, e as preocupações voltadas para o meio ambiente. Dentre os combustíveis fósseis, o gás natural é considerado o menos poluente, menos intensivo em carbono e com baixa presença de contaminantes. O seu processo de queima também gera um baixo teor de óxido de enxofre (FIOREZE et al., 2013). Isso é particularmente relevante para

o Brasil, porque sua matriz elétrica é principalmente hidrelétrica a qual, segundo fontes na literatura, está atingindo o seu limite operacional, principalmente devido a fatores geológicos, hidrológicos e ambientais, como a limitação de concessões e a baixa disponibilidade de novas regiões com potencial hidrológico. Assim, a exaustão de bacias de alto potencial hidráulico no Sul e Sudeste exige que os projetos atuais estejam localizados principalmente na Amazônia brasileira, com a consequente necessidade de grandes reservatórios que causam um grande impacto ambiental, devido a inundações e desmatamentos, principalmente à biodiversidade (LEAL; REGO; RIBEIRO, 2017; LEAL; REGO; RIBEIRO, 2019).

Faria et al. (2015 apud LEAL; REGO; RIBEIRO, 2019) avaliaram as emissões de CO₂ e CH₄ de dezoito reservatórios recentemente construídos, em construção ou planejados em oito rios na bacia amazônica, concluindo que as grandes usinas hidre-létricas, localizadas em regiões de floresta tropical, podem levar a emissões significativas de dióxido de carbono e metano. Portanto, o gás natural poderia atuar como um combustível de transição sustentável para uma matriz elétrica de baixa emissão de carbono no Brasil, a fim de substituir as tecnologias mais poluentes e/ou ineficientes na geração termoelétrica, como o óleo combustível e o carvão mineral. O gás natural poderia ser a espinha dorsal para sustentar o desenvolvimento de energia solar e eólica no Nordeste, mitigando a intermitência de geração associada a eles. Esse processo estaria alinhado com os princípios da lei energética de segurança e com a confiabilidade energética, bem como com a proteção do meio ambiente, da saúde humana e o combate às mudanças climáticas (LEAL; REGO; RIBEIRO, 2019).

Segundo EPE (2019), referente ao ano de 2018, as energias não renováveis representam 54,8% do total da oferta interna brasileira de energia. Tendo em vista a participação expressiva do gás natural e do petróleo (Figura 2), tem-se buscado formas de se otimizar a sua exploração e a sua produção em novos tipos de reservatórios. Tomando a China como exemplo, sua demanda de gás natural foi de 219 bilhões de metros cúbicos em 2015 e deve crescer para 411 bilhões de metros cúbicos até o final de 2020. Entretanto, a produção convencional de gás natural na China deve atingir, apenas, 210 bilhões de metros cúbicos até 2020 (ZHANG et al., 2016b).

Reservatórios de gás natural

Em se tratando do gás natural de origem fóssil, os reservatórios denominados convencionais são tipicamente constituídos de rochas do tipo arenito ou carbonato.



Figura 2 – Oferta interna de energia

Nota: Dados retirados de EPE, 2019. Fonte: A autora, 2020.

Eles surgem quando há a migração de hidrocarbonetos das rochas geradoras, por meio das fraturas, se acumulando nas rochas reservatórios, geralmente de alta permeabilidade, onde são aprisionados por uma camada impermeável (rocha selante) (DEL-GADO et al., 2019). Em geral, a produção nesses reservatórios se dá via o uso de poços verticais.

Já o gás natural, oriundo de reservatórios ditos não convencionais, é aquele retirado de rochas com baixas permeabilidades, de tal forma que técnicas adicionais, além da perfuração de poços verticais, são necessárias para que a sua produção seja economicamente viável. Assim, a classificação dos reservatórios em convencionais ou não convencionais é, frequentemente, guiada pelos aspectos geológicos e econômicos. A partir dos anos 70, o termo gás não convencional foi utilizado para os recursos não viáveis economicamente, tanto pela falta de tecnologia para a sua explotação¹ quanto pelo retorno econômico marginal (DELGADO et al., 2019). As duas características principais que diferenciam os reservatórios não convencionais dos convencionais são 1) a permeabilidade extremamente baixa da formação rochosa e 2) a necessidade do emprego de poços horizontais e/ou de estimulação, a fim de que eles possam ser economicamente rentáveis (SUÁREZ, 2012; WANG, 2013). A Figura 3 mostra uma ilustração de um reservatório de gás natural convencional, assim como de outros não

Etapa de serviços que contempla as técnicas de desenvolvimento e produção da reserva comprovada de hidrocarbonetos de determinado campo petrolífero (DELGADO et al., 2019)

convencionais.



Figura 3 – Reservatórios convencional e não-convencionais de gás natural

Dentre os principais tipos de reservatórios não convencionais de gás natural é possível citar os seguintes (MCGLADE; SPEIRS; SORRELL, 2013; DELGADO et al., 2019):

- 1. *shale gas* (gás de folhelho), que é o presente na rocha sedimentar de grão fino chamada folhelho;
- tight gas (gás em formação de baixa permeabilidade), que é o gás encontrado em rochas de baixa permeabilidade, tais como carbonatos ou arenitos;
- coalbed methane (metano aderido ao leito de carvão), o qual compreende o gás gerado e armazenado sob camadas de carvão, adsorvido na matriz sólida.

No caso do *shale gas*, tem-se um reservatório composto predominantemente por folhelos, uma rocha sedimentar e facilmente quebrável, disposta em camadas finas e paralelas. Essas formações rochosas são compostas por sedimentos compactados de grãos finos, levando a uma baixíssima permeabilidade (LOUCKS et al., 2009). A maioria dos poros em uma formação classificada como a do *shale* possui um diâmetro na faixa de 4 a 200 nm. A permeabilidade depende do tamanho e da forma dos poros da rocha, bem como das interconexões entre eles (ROSA; CARVALHO; XAVIER,

Fonte: Adaptada de EIA, 2017.

2006; DELGADO et al., 2019). Diferentes mecanismos de escoamento coexistem em reservatórios do tipo *shale gas*, como o escoamento com escorregamento, o escoamento de transição e o escoamento molecular livre. Portanto, uma permeabilidade aparente é usada para corrigir o escoamento governado pela lei de Darcy tradicional (LI; ZHANG; LU, 2015).

Shale gas também é conhecido por ser um reservatório típico de autogeração e autossustentamento, no qual o gás existe na forma de gás livre e gás adsorvido. O gás adsorvido na superfície da rocha chega a ser responsável por 20% a 80% do total e ele deve ser primeiramente dessorvido antes que possa ser produzido. O regime de escoamento do *shale gas* nos poros da matriz rochosa é complicado e influenciado por uma série de fatores, incluindo o tamanho dos poros e a pressão dos poros, bem como o processo de adsorção e dessorção do gás. Esses fatores produzem, portanto, um impacto na produção de gás (JING et al., 2016). Hoje em dia, um grande número de estudos negligenciam, nos seus modelos, o gás adsorvido e o efeito do escorregamento do gás. Na realidade, as características do *shale gas*, incluindo a sua baixa permeabilidade, implicam no surgimento de novas demandas em diversos setores da engenharia de petróleo, incluindo a simulação numérica de reservatórios.

Simulação numérica de reservatórios

Desde a década de 1960, o termo Simulação Numérica de Reservatórios vem se tornando cada vez mais comum na indústria petrolífera, compreendendo o uso de modelos físico-matemáticos e de ferramentas computacionais com o objetivo de predizer o desempenho de reservatórios, portadores de hidrocarbonetos, sob diferentes cenários de produção (CRAFT; HAWKINS, 1991). Um simulador numérico de reservatórios é usado, em geral, na tomada de decisões que envolvem elevados recursos financeiros, tendo em vista, principalmente, a avaliação de diferentes cenários de produção visando a um aumento do fator de recuperação de hidrocarbonetos (DUMKWU; AKAND; CARLSON, 2012).

A obtenção das soluções das equações governantes via métodos numéricos é necessária devido, por exemplo, ao fato de que as equações diferenciais parciais (EDPs) utilizadas na modelagem dos escoamentos em reservatórios, serem, em geral, não lineares. Além disso, salienta-se que os reservatórios possuem um formato irregular e que eles são tipicamente heterogêneos, no que diz respeito às propriedades de rocha, dificultando a obtenção de soluções analíticas (existentes, apenas, para casos particulares). Por meio de simulações numéricas é possível determinar, por exemplo, os campos de pressão, de saturação (quando há mais de uma fase fluida), de temperatura (escoamento não-isotérmico) e de concentração (caso multicomponente) no reservatório, sendo também possível a estimativa do valor da pressão nos poços.

Em simulações de escoamentos em reservatórios utiliza-se, geralmente, alguma técnica de acoplamento poço-reservatório quando emprega-se o sistema de coordenadas cartesianas e se quer determinar a pressão no poço (ROSÁRIO, 2016). Trata-se, portanto, da proposição de uma equação que relaciona a vazão de produção/injeção no poço com a pressão no meio poroso, a pressão no poço e as propriedades de rocha, fluido e geométricas. Ao se estabelecer uma vazão de produção/injeção, a pressão no poço passa a ser uma incógnita que deve ser determinada. Por outro lado, quando a pressão no poço é especificada a vazão passa a ser uma nova incógnita do problema.

O modelo mais difundido e empregado comumente no acoplamento poço-reservatório foi introduzido por Peaceman (1978), no qual considera-se que o escoamento entre o reservatório e o poço ocorre em condições de regime permanente. Embora tal modelo forneça resultados adequados para reservatórios em uma larga faixa de aplicações, ele introduz um artefato numérico nos instantes iniciais, cuja duração e magnitude dependem das propriedades do sistema poço-reservatório. O efeito deste artefato numérico pode ter uma maior durabilidade em reservatórios não convencionais, tais como os reservatórios *tight* e *shale gas*, devido à baixa permeabilidade. Ele é chamado de estocagem numérica, devido à semelhança qualitativa das curvas de pressão no poço obtidas via a simulação, com as medidas no campo quando da presença de estocagem física.

Objetivo

Tendo-se em vista o cenário anteriormente exposto, o objetivo principal deste trabalho é a utilização de uma estratégia para a determinação da pressão nos poços, em simulações numéricas do escoamento em reservatórios de gás natural, sem a presença da estocagem numérica (acoplamento poço-reservatório considerando os efeitos transientes) e levando em conta a incorporação dos efeitos de escorregamento e de adsorção do gás.

Metodologia

Neste trabalho é considerado que o escoamento de gás natural é monofásico, isotérmico, tridimensional e descrito em coordenadas cartesianas. A metodologia aqui empregada baseia-se na modelagem utilizando equações diferenciais parciais nãolineares, incorporando os efeitos de escorregamento e de adsorção. O método das diferenças finitas foi o escolhido, em um contexto clássico da engenharia de petróleo, para a discretização das EPDs, conduzindo a um sistema de equações algébricas não-lineares, cujas variáveis dependentes são as pressões no reservatório e no poço produtor. Conforme já dito, também se emprega uma técnica de acoplamento poço-reservatório para relacionar essas pressões. Adotam-se também uma formulação to-talmente implícita no tempo, uma linearização e um método iterativo na obtenção da solução numérica.

Organização do trabalho

Inicialmente, dissertou-se um pouco sobre a demanda energética mundial, o crescimento da sua produção a partir de recursos não convencionais, a simulação numérica de reservatórios de gás e enunciou-se o objetivo principal desta tese.

Na sequência, no Capítulo 1 são introduzidos alguns mecanismos de transporte presentes no escoamento em meio poroso. As propriedades do fluido e da rocha, necessárias na modelagem do escoamento gás, também são apresentadas. A lei de Darcy clássica, que expressa a conservação da quantidade de movimento, é revista e adaptada. No contexto da interação rocha-fluido são introduzidos os fenômenos de escorregamento e de adsorção que, com frequência, encontram-se presentes em reservatórios não convencionais. Os mesmos são considerados no modelo de escoamento aqui utilizado.

No Capítulo 2 são introduzidas as hipóteses no modelo físico-matemático adotado. Tendo em vista que considera-se, no modelo físico-matemático, o uso de um poço horizontal na recuperação de hidrocarbonetos, faz-se uma discussão sobre quando a sua aplicação é recomendada. Uma equação diferencial parcial, cuja variável dependente é a pressão, é obtida a partir das equações da continuidade, da lei de Darcy modificada e das equações que fornecem as propriedades do fluido e da rocha em função da variação da pressão do reservatório.

Como a EDP obtida para a determinação da pressão é não-linear e não é possí-

vel resolvê-la analiticamente, à exceção de alguns casos particulares, a mesma deve ser resolvida numericamente. No Capítulo 3, a EDP governante é discretizada empregando o Método das Diferenças Finitas (MDF). As aproximações empregadas na discretização espacial e temporal são apresentadas, bem como o uso de expansões conservativas para a discretização dos termos de acumulação da EDP. Neste Capítulo, também introduz-se o acoplamento poço-reservatório através do uso de um termo fonte que relaciona a pressão do poço com a vazão de produção. A forte queda de pressão existente, na região próxima ao poço, leva a um sistema de equações acopladas fortemente não lineares. Então, para se obter resultados mais acurados é previsto o uso de um refinamento de malha local. Por fim, o método iterativo empregado na resolução do sistema algébrico linearizado é apresentado.

Uma discussão mais aprofundada sobre o acoplamento poço-reservatório é feita no Capítulo 4. São abordados os modelos para o índice de produtividade e para o raio equivalente utilizados na técnica de acoplamento poço-reservatório escolhida, que incorpora os efeitos do escoamento em regime transiente, do escorregamento e da adsorção do gás.

O Capítulo 5 é dedicado à apresentação dos resultados que foram obtidos. Nele, analisa-se os efeitos das não linearidades na determinação da pressão no poço e, também, são realizados estudos de verificação numérica e de sensibilidade, mediante a variação de algumas das propriedades do fluido e da rocha e das condições de escoamento.

Finalmente, no último capítulo, expõem-se as conclusões retiradas e as perspectivas futuras para novos trabalhos.

1 MECANISMOS DE TRANSPORTE EM MEIOS POROSOS

Neste capítulo são discutidos os mecanismos de transporte que são essenciais para caracterizar o fluxo mássico de gás em reservatórios não convencionais, incluindo as suas origens físicas, a análise teórica e os modelos matemáticos. Na Seção 1.1 são introduzidas algumas noções sobre os mecanismos de transporte presentes no escoamento em meios porosos. Nas Seções 1.2 e 1.3 revisam-se algumas propriedades de fluido e de rocha, respectivamente, necessárias na modelagem do escoamento de gás. Já na Seção 1.4, é introduzida a tradicional lei de Darcy, oriunda do balanço da conservação da quantidade de movimento. Em seguida, na Seção 1.5, disserta-se sobre os modelos de incorporação do efeito do escorregamento no escoamento. Por último, apresenta-se na Seção 1.6 a isoterma de Langmuir, utilizada para que o efeito da adsorção do gás seja levado em consideração no modelo de escoamento deste trabalho.

1.1 Reservatórios do tipo shale gas

O petróleo é uma mistura de hidrocarbonetos e, dependendo das condições de pressão e de temperatura a que esteja submetido, pode ser encontrado no estado sólido, líquido ou gasoso (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006). Denomina-se como gás natural a parcela do petróleo que se encontra na forma gasosa, tanto em condições de reservatório como de superfície (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006; FIOREZE et al., 2013). Em geral, o gás natural é encontrado na natureza em reservatórios profundos e é classificado como gás associado ou não associado, dependendo de seu estado de origem (FIOREZE et al., 2013; TAVARES, 2014). O gás associado é separado do óleo no processo de produção e é considerado como um subproduto quando há uma predominância de óleo na explotação da jazida (Figura 4). Quando se tem uma preponderância do gás na reserva utiliza-se a denominação de gás não associado (FIOREZE et al., 2013; TAVARES, 2014).

As previsões sobre o comportamento do escoamento em meios porosos são muitas vezes difíceis de serem feitas por razões, como por exemplo, relacionadas à geometria do reservatório e à determinação das suas propriedades. Especificamente no caso de um reservatório do tipo *shale gas*, tais dificuldades surgem pelo fato de o meio possuir estruturas de poros complexas (WANG, 2013). O tamanho dos poros variam de nanômetros a micrômetros, fazendo com que o gás experimente vários me-



Figura 4 – Classificação de reservatórios de gás

Nota: Classificação do gás natural quanto à sua origem. Fonte: Adaptada de VIEIRA et al., 2005.

canismos de transporte em diferentes escalas de poros como, por exemplo, a adsorção e o escorregamento. Importantes parâmetros que caracterizam os meios porosos, tais como a permeabilidade intrínseca, a porosidade e a tortuosidade são utilizados para calcular o raio hidráulico equivalente, utilizado no modelo que descreve o mecanismo combinado do transporte de gás em uma formação não convencional, como os reservatórios do tipo *shale gas*.

Quanto menor a permeabilidade do reservatório maior será a dificuldade de se extrair o gás dele, tornando-se necessário um aprimoramento tecnológico do processo de produção e resultando em aumento dos custos operacionais. Por exemplo, reservatórios convencionais têm a sua permeabilidade compreendida entre 0,5 a 20 mD, já nos reservatórios do tipo *tight gas* os seus valores variam entre 0,1 e 0,001 mD e, no caso de *shale gas*, na faixa de 0,0001 a 0,00001 mD. A título de comparação, a permeabilidade do concreto tradicional é de 0,003 mD, enquanto que o granito tem uma permeabilidade igual a 0,00001 mD (DELGADO et al., 2019). Poços verticais tradicionais não são suficientes para viabilizar a produção em reservatórios não convencionais e, por exemplo, poços horizontais e fraturas hidráulicas são tipicamente usados pela indústria petrolífera nestes casos. Devido aos avanços alcançados nas técnicas de perfuração e de completação de poços, bem como ao aumento na explotação de reservatórios do tipo *shale gas* na América do Norte, principalmente nos Estados Unidos da América, tem se tornado cada vez mais viável a produção de grandes reservas não convencionais de gás (SUÁREZ, 2012).

O conhecimento dos mecanismos de transporte de massa e a determinação do campo de permeabilidades, em formações do tipo *shale gas*, são fundamentais para a

escolha de uma estratégia de produção que seja economicamente exequível. Estudos mostram que a lei de Darcy clássica é válida quando desprezam-se os efeitos inerciais e/ou turbulentos e quando não há o fenômeno de escorregamento, dentre outras restrições (AZIZ; SETTARI, 1990). Dados experimentais de jazidas apontam que o uso de correções para o cálculo da permeabilidade aparente, considerando o regime de escorregamento, por exemplo, podem ser relevantes em se tratando do escoamento em meios porosos com baixa permeabilidade (ROSÁRIO et al., 2017). Em reservatórios do tipo *shale gas*, pode-se cometer erros significativos na caracterização da jazida e no gerenciamento da produção se forem desprezados os efeitos de escorregamento, inerciais/turbulentos, de adsorção do gás e/ou geomecânicos (WANG, 2013). Neste contexto, é fundamental que os simuladores numéricos voltados para a resolução de escoamentos em reservatórios, tipicamente utilizados na indústria petrolífera para o planejamento da produção, levem em conta tais efeitos quando do estudo de reservatórios do tipo *shale gas*, incluindo as aplicações nas quais é necessária uma estimativa da pressão nos poços.

1.2 Propriedades do fluido

Em um reservatório de petróleo, os fluidos presentes interagem entre si e com o meio poroso. Bem entendido que a interação irá depender das características dos fluidos envolvidos no processo. No contexto da Engenharia de Reservatórios, revisase agora algumas das propriedades de fluido incluídas na modelagem do escoamento monofásico de gás em meios porosos.

A massa específica de uma substância é a relação entre a sua massa e o volume ocupada por ela e é definida, para todo o material, como

$$\rho = \frac{m}{V}$$

onde m representa a massa e V o volume.

Para gases reais, tem-se que

$$\rho = \frac{pM}{ZRT}$$

onde p é a pressão, M é a massa molecular, Z é o fator de compressibilidade, determinado por meio de correlações como a de Dranchuk e Abou-Kassem (1975), R é a constante universal dos gases e T é a temperatura.

O fator de compressibilidade Z pode ser definido como a relação entre o volume que uma dada massa de gás ocupa em certas condições de pressão e temperatura

e o volume que essa mesma massa ocuparia nas mesmas condições de temperatura e pressão se o gás fosse ideal². Ou seja, o fator de compressibilidade é uma espécie de fator de correção que leva em conta a diferença de comportamento entre um gás ideal e o gás real (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006).

A massa específica e a viscosidade do fluido são função da pressão e da temperatura. Assim, mudanças na compressibilidade do fluido devem ser consideradas. Os líquidos, geralmente, são considerados como sendo incompressíveis, pois o seu volume não muda com a variação da pressão, ou ligeiramente compressível, quando se considera uma compressibilidade pequena e constante. O fluido compressível é aquele no qual a massa específica aumenta com o aumento da pressão, tendendo a se estabilizar para altas pressões. Nas condições reinantes de pressão e temperatura em um reservatório, o gás é um bom exemplo de um fluido compressível.

A compressibilidade isotérmica do gás é definida por (ERTEKIN; ABOU-KASSEM; KING, 2001)

$$c_g = \frac{1}{\rho_g} \left(\frac{\partial \rho_g}{\partial p} \right)_T.$$

Em se tratando das propriedades do gás, a densidade é um parâmetro fundamental,

$$\gamma_g = \frac{M_g}{M_{ar}}$$

onde M_g e M_{ar} são as massas moleculares do gás e do ar. Para maiores valores da densidade tem-se, também, maiores valores da viscosidade (ROSÁRIO et al., 2017).

A viscosidade, μ , representa uma medida da resistência ao escoamento quando um fluido é submetido a uma tensão cisalhante. No caso geral, a viscosidade de um fluido é função da pressão e da temperatura (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006), $\mu = \mu(p, T)$.

Variações de temperatura têm grande influência sobre o valor da viscosidade. A viscosidade do óleo diminui com o aumento da temperatura. Nos líquidos, as moléculas estão próximas umas das outras e a transferência da quantidade de movimento depende da colisão entre elas e da força de iteração entre elas. Um aumento de temperatura provoca uma diminuição das forças de atração entre as moléculas, diminuindo também a viscosidade. Para o caso de um gás, as moléculas estão distantes umas

O gás ideal é um fluido hipotético apresentando algumas restrições. Normalmente, os gases podem ser considerados ideais quando submetidos a baixas pressões e altas temperaturas.

das outras e oferecem uma menor resistência ao escoamento, como consequência do seu rápido movimento molecular aleatório.

A pressão também é uma variável importante para a alteração da viscosidade. Com o aumento da pressão há uma compressão do fluido, que diminui a distância intermolecular e aumenta a resistência do fluido ao escoamento e, consequentemente, a viscosidade (WERNECK, 2016; ANDRADE, 2018).

Para baixas pressões, a viscosidade dos gases aumenta com a elevação da temperatura enquanto que, para pressões elevadas, os gases se comportam de forma semelhante a dos líquidos.

No caso do escoamento de gás em um meio poroso, correlações como a desenvolvida por Lee, Gonzalez e Eakin (1966) são aplicadas no cálculo da viscosidade (cp), que é uma função da temperatura e da pressão

$$\mu_g = \frac{K e^{(X \rho_g^Y)}}{10.000}$$

onde

$$K = \frac{(9, 4 + 0, 02M_g)T^5}{209 + 19M_g + T}$$
$$X = 3, 5 + \frac{986}{T} + 0,001M_g$$
$$Y = 2, 4 - 0, 2X$$

para ρ_g em g/cm³ e T em R.

O fator-volume-formação (FVF) é utilizado para converter o volume do fluido, em condições de pressão e temperatura do reservatório, no seu volume equivalente em condições padrão de pressão, p_{sc} , e temperatura, T_{sc} . Assim sendo, o FVF é a razão entre os volumes ocupados pelo fluido nas condições de reservatório (V) e padrão (V_{sc}), ou seja,

$$B = \frac{V}{V_{sc}},$$

que ainda pode ser escrita em função da massa específica

$$B = \frac{V}{V_{sc}} = \frac{\frac{m}{\rho}}{\frac{m}{\rho_{sc}}} = \frac{\rho_{sc}}{\rho}.$$

No caso do escoamento de gás, B_g é calculado utilizando-se a equação de estado para os gases reais

$$B_g = \frac{\rho_{gsc}}{\rho_g} = \frac{p_{sc}M_g}{Z_{sc}RT_{sc}}\frac{ZRT}{pM_g} = \frac{p_{sc}}{T_{sc}}\frac{ZT}{p},$$

onde considerou-se que $Z_{sc} \approx 1$.

1.3 **Propriedades da rocha**

As propriedades da rocha também são fundamentais e inicia-se o seu estudo pela porosidade, que é considerada uma das propriedades mais importantes de uma rocha reservatório (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006). Segundo Dandekar (2013), a porosidade reflete a capacidade de armazenamento de fluido, ou seja, quanto mais poroso for o material maior será a sua capacidade de armazenar fluido. Em outras palavras, maior será a quantidade de espaços abertos e vazios contidos na rocha reservatório.

A porosidade é definida como sendo a razão entre os volumes de espaços vazios e o total (DANDEKAR, 2013), ou seja,

$$\phi = \frac{V_p}{V_t} \tag{1}$$

onde ϕ é a porosidade, V_p é o volume de espaço vazios (ou volume poroso) e V_t é o volume total que inclui o sólido mais os poros (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006).

Dois tipos de porosidade podem ser definidos para uma rocha reservatório: a porosidade efetiva e a porosidade total (ou absoluta). A porosidade efetiva contempla apenas os poros interconectados e a porosidade total inclui os poros isolados e os interconectados. Para a simulação de reservatórios somente a porosidade efetiva é importante, visto que são os poros interconectados que permitem a percolação de fluidos através da rocha (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006; TIAB; DONALDSON, 2011). Por isso, neste trabalho considera-se a porosidade efetiva. Portanto, a porosidade é uma medida adimensional da capacidade da rocha reservatório armazenar fluidos que são passíveis de serem produzidos (ERTEKIN; ABOU-KASSEM; KING, 2001; ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006).

As propriedades das rochas reservatórios geralmente variam espacialmente. Quando isso acontece é dito que a rocha é heterogênea. Por outro lado, se ela é constante e independente da posição, a rocha é chamada de homogênea (TIAB; DO-NALDSON, 2011). Casos nos quais a rocha é homogênea em reservatórios de petróleo são raros, e o conceito de homogeneidade é geralmente utilizado para um meio poroso ideal. A idealização pode auxiliar, por exemplo, na obtenção de uma solução analítica, para um escoamento particular.

Além da porosidade, uma outra propriedade a ser considerada na discussão sobre a produção economicamente viável em um reservatório é a permeabilidade. Tal propriedade fornece uma medida da capacidade de um meio poroso em permitir a passagem de fluidos através dos seus poros interconectados (TIAB; DONALDSON, 2011; DANDEKAR, 2013), Figura 5. Ela é chamada de permeabilidade absoluta, k, quando o meio poroso estiver 100% saturado por uma única fase líquida. Na presença de duas ou mais fases, uma outra propriedade deve ser introduzida, a permeabilidade relativa, que se traduz por uma medida adimensional da permeabilidade efetiva da referida fase, ou seja, a facilidade com que cada fase se move na presença das demais.



Figura 5 – Ilustração de um meio poroso.

Fonte: Adaptada de PETROLEUM & GAS ENGINEERING, 2020.

A permeabilidade pode variar em função da direção e ao longo do meio poroso. Em muitas aplicações práticas é razoável considerar que a variação da permeabilidade pode ser representada, somente, pelos seus valores nas três direções principais: k_x , k_y e k_z . Caso $k_x = k_y = k_z$, o meio poroso é considerado como sendo isotrópico. Ele será anisotrópico se a permeabilidade apresentar variação segundo as direções espaciais (ERTEKIN; ABOU-KASSEM; KING, 2001).

Por conseguinte, pode-se dizer que a rocha é permeável se a formação rochosa possui um sistema de poros interconectados e oferece pouca resistência ao escoamento do fluido (Figura 5). A permeabilidade é usada para calcular as taxas de fluxo através da lei de Darcy e a sua unidade no Sistema Internacional de Unidades, SI, é m². Entretanto, na engenharia de reservatórios, ela é normalmente expressa em Darcy, D, ou ainda, em miliDarcy, mD (1 Darcy = 9,86923 × 10⁻¹³ m²) (ROSA; CAR-VALHO; XAVIER, 2006).

Outra propriedade importante é a compressibilidade da rocha, que fornece a razão entre as variações do volume poroso e da pressão e é definida como (ROSA;

CARVALHO; XAVIER, 2006):

$$c_{\phi} = \frac{1}{V_p} \frac{\partial V_p}{\partial p},\tag{2}$$

onde V_p é o volume poroso da rocha e p a pressão interna. A partir da Eq. (1), pode-se escrever uma expressão para o volume poroso na forma

$$V_p = \phi V_t. \tag{3}$$

Considerando constante o volume total da rocha e derivando a Eq. (3) em relação à pressão, obtém-se

$$\frac{\partial V_p}{\partial p} = V_t \frac{\partial \phi}{\partial p},\tag{4}$$

e, substituindo as Eqs. (3) e (4) na Eq. (2), tem-se que

$$c_{\phi} = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p}.$$

A partir da compressibilidade da rocha, c_{ϕ} , a seguinte equação para cálculo da porosidade pode ser obtida para uma compressibilidade pequena e constante (ERTE-KIN; ABOU-KASSEM; KING, 2001),

$$\phi = \phi^0 [1 + c_\phi (p - p^0)],$$

onde ϕ^0 é a porosidade medida na pressão de referência p^0 . A pressão de referência geralmente é a pressão atmosférica ou a pressão inicial em uma dada camada do reservatório.

1.4 Lei de Darcy

O engenheiro civil Henry Darcy, em 1856, através de experimentos de filtração vertical (Figura 6), obteve a primeira equação usada para descrever o movimento de fluidos em meios porosos, que recebeu posteriormente o seu nome.

Através deste experimento, Darcy observou que a vazão era proporcional à área da sua secção e à diferença entre as cargas de pressão, que atuavam nas extremidades da coluna, e inversamente proporcional ao comprimento do filtro de areia. Assim, ele obteve uma relação empírica³ entre a taxa de fluxo mássico, através do

³ Posteriormente, a lei de Darcy foi deduzida matematicamente a partir das equações de balanço que governam o escoamento de um fluido newtoniano (WHITAKER, 1986).



Figura 6 – Aparato utilizado no experimento de Henry Darcy.

meio poroso, e o gradiente do potencial (DARCY, 1856 apud HUBBERT, 1956),

$$-\nabla \Phi = \frac{\mathbf{v}}{K},$$

onde *K* simboliza a condutividade hidráulica do meio poroso, expressa por

$$K = \frac{k\rho g}{\mu}$$

onde k é a permeabilidade intrínseca (ou absoluta) do meio poroso e g é a magnitude da aceleração da gravidade. Portanto, a condutividade hidráulica depende das propriedades do meio poroso (o tamanho e a forma das partículas, a porosidade, o arranjo das partículas etc.), bem como das propriedades do fluido (viscosidade e massa específica).

Como o gradiente do potencial é dado por (ERTEKIN; ABOU-KASSEM; KING, 2001; ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006),

$$\nabla \Phi = \nabla p - \rho g \nabla D$$

onde p é a pressão e D é a profundidade (positiva na direção vertical para baixo), pode-se reescrever a velocidade superficial em termos das propriedades do fluido,

$$\mathbf{v} = -\frac{\mathbf{k}}{\mu} \left(\nabla p - \rho g \nabla D \right),\tag{5}$$

Fonte: ROSÁRIO, 2014

sendo k o tensor de permeabilidade absoluta.

A lei de Darcy (5) é válida sob as seguintes hipóteses (AZIZ; SETTARI, 1990; ERTEKIN; ABOU-KASSEM; KING, 2001):

- 1. não ocorrem reações químicas entre o fluido e a rocha;
- 2. o escoamento é monofásico;
- 3. o fluido é homogêneo e newtoniano;
- 4. o escoamento ocorre a baixas velocidades;
- 5. a permeabilidade independe da pressão, da temperatura e do fluido que está escoando;
- 6. não há o fenômeno de escorregamento (efeito Klinkenberg);
- 7. não ocorrem efeitos eletrocinéticos.

Frequentemente, os modelos físico-matemáticos usados nas simulações de escoamentos em meios porosos baseiam-se nas hipóteses de regime laminar e baixas velocidades, de modo que a lei de Darcy pode ser utilizada.

1.5 Escoamento sob efeito do escorregamento

As formações de gás não-convencionais são caracterizadas por possuírem poros tendo tamanhos variando na faixa de 1-100 nm. A lei de Darcy clássica não descreve, adequadamente, os vários regimes não-viscosos que podem estar presentes no escoamento. Ela é válida sob a suposição do escoamento em um meio contínuo. No entanto, como a escala de comprimento dos diâmetros da garganta dos poros se aproxima do livre caminho médio das moléculas de gás (FLORENCE et al., 2007), a suposição de contínuo não se aplica (JIANG; YOUNIS, 2015), pois pode ocorrer o fenômeno de escorregamento.

No escoamento em meios porosos, o escorregamento acontece quando o gás desliza sobre a superfície dos poros. Nessa situação, a permeabilidade efetiva para o escoamento do gás é maior do que a permeabilidade intrínseca do meio poroso para o escoamento monofásico de líquidos, denominada absoluta (JIANG; YOUNIS, 2015; LI et al., 2016; ROSÁRIO et al., 2018). Então, para gases, define-se uma permeabilidade denominada aparente, que depende da estrutura sólida da rocha e das condições

de escoamento do gás. Klinkenberg (1941) foi o pioneiro no estudo do impacto do escorregamento no escoamento de um gás em um meio poroso. Ele propôs uma correlação para o cálculo da permeabilidade aparente levando em consideração a influência desse efeito (KLINKENBERG, 1941),

$$k_{app} = \left(1 + \frac{b}{p}\right)k,$$

onde k_{app} é a permeabilidade aparente e b > 0 é o número de Klinkenberg, que dependente da pressão e da temperatura e responde pelo efeito do escorregamento do gás (ALI, 2012).

O efeito Klinkenberg foi, praticamente, ignorado nos estudos convencionais de reservatórios de gás, exceto em alguns casos quando da análise das respostas de pressão na vizinhança dos poços de produção e para uma pressão muito baixa. Isso ocorre devido ao maior tamanho dos poros e à pressão relativamente alta existentes nestes reservatórios de gás, classificados como convencionais. No entanto, nos reservatórios do tipo *shale gas*, a formação é caracterizada por uma permeabilidade extremamente baixa, sendo diversa para os diferentes tipos de *shale*, mesmo para uma porosidade ou campos de pressão semelhantes.

Como sintetizado por Wang, Reed et al. (2009 apud WANG, 2013), a permeabilidade de alguns tipos de rocha, com baixo teor de componentes orgânicos, possui valores menores do que dezenas de nanodarcy, enquanto que os valores da permeabilidade em rochas do tipo *shale gas*, com alto teor de componentes orgânicos, variam de subnanodarcys a dezenas de microdarcys. Assim, espera-se que o efeito de Klinkenberg (ou escorregamento) seja significativo nesses casos, devido aos poros da rocha estarem na escala nano, mesmo sob condições de altas pressões (WANG, 2013). Wang, Reed et al. (2009 apud WANG, 2013) mostraram que a permeabilidade em reservatórios do tipo *shale gas*, na formação Marcellus (localizada na América do Norte), aumenta de 19,6 μ D a 1000 psi para 54 μ D a 80 psi, devido ao forte efeito do escorregamento.

Já mencionou-se que a permeabilidade aparente é dependente tanto da estrutura sólida do reservatório quanto dos propriedades do próprio fluido que escoa. Segundo Florence et al. (2007), um modelo mais completo, que pode ser usado na descrição do transporte de gás em reservatórios do tipo *shale gas*, apresenta uma permeabilidade aparente que é função do número de Knudsen (Kn):

$$k_{app} = \left(1 + \alpha Kn\right) \left(1 + \frac{4Kn}{1 + Kn}\right) k,\tag{6}$$

onde α é o coeficiente de rarefação adimensional, utilizado na transição entre o regime de escorregamento e o molecular livre, sendo que no regime de escorregamento α =0.

Por sua vez, o número de Knudsen é definido por:

$$Kn = \frac{\lambda}{R_0},$$

onde λ é o livre caminho médio das moléculas de gás, que depende das propriedades do fluido, e R_0 é o raio hidráulico característico, que depende das propriedades da rocha (VILLAZON et al., 2011),

$$\lambda = \frac{\mu}{p} \sqrt{\frac{\pi Z R T}{2M}}$$

е

$$R_0 = 2\sqrt{2\tau}\sqrt{\frac{k_0}{\phi}},$$

onde *Z* é o fator de compressibilidade do gás, determinado por meio de correlações, como a de Dranchuk e Abou-Kassem (1975), *R* é a constante universal dos gases, *T* é a temperatura, *M* é a massa molecular e τ é a tortuosidade do meio poroso.

Segundo Bestok e Karniadakis (1999), em função do número de Knudsen, o escoamento pode ser considerado como (Figura 7):

- 1. um contínuo, para $Kn \le 10^{-3}$, com o comportamento descrito pela lei de Darcy clássica;
- 2. um escoamento com escorregamento, para $10^{-3} < Kn < 0, 1$;
- 3. um regime de transição para $0, 1 \le Kn \le 10$;
- 4. um escoamento molecular livre, quando $Kn \ge 10$.

Como o modelo físico-matemático utilizado neste trabalho inclui os regimes de escorregamento e de transição, deve-se verificar se $10^{-3} < Kn < 10$.

1.6 Escoamento sob efeito da adsorção

No que diz respeito à adsorção do gás, os estudos dos reservatórios convencionais geralmente não consideram a existência desse fenômeno. Contudo, em reservatórios não convencionais, os efeitos da adsorção podem ser significativamente consideráveis (HELLER; ZOBACK, 2014). Nos reservatórios não convencionais, o gás é comumente armazenado como gás livre nos poros e nas fraturas, além de se encontrar adsorvido na superfície dos poros. Como a superfície relativa em reservatórios


Figura 7 – Padrões de fluxo de gás em meio poroso.

não convencionais é muito maior do que a dos reservatórios convencionais, o efeito da adsorção do gás pode ser muito relevante nos primeiros (WANG et al., 2019).

Já foi dito que os reservatórios do tipo *shale gas* possuem permeabilidade extremamente baixa, usualmente na faixa de 10^{-9} a $10^{-6} \mu$ m², e baixa porosidade, em muitos casos inferior a 10%, uma vez que o tamanho dos poros é muito pequeno. Segundo Jing et al. (2016), e de acordo com as estatísticas, os poros com raio inferior a 10 nm ocupam cerca de 42% do volume total e parte dos poros e dos canais de fluxo são ainda menores que 2 nm. Apenas uma pequena porção dos poros têm um raio maior que 50 nm. Nos reservatórios do tipo *shale gas* normalmente ocorrem a geração e o armazenamento próprios, nos quais o gás existe na forma de gás livre e de gás adsorvido. Como a escala do tamanho dos poros é nanométrica, uma grande quantidade de gás está adsorvida na superfície dos poros e o fluxo e a dessorção do gás ocorrem simultaneamente (JING et al., 2016).

A adsorção influencia nas propriedades petrofísicas dos poros da matriz rochosa durante a despressurização que ocorre quando da produção de gás como, por exemplo, no raio efetivo de poro, na porosidade efetiva e na permeabilidade aparente, o que impactará ainda mais o regime de fluxo de gás (JING et al., 2016). O gás adsorvido encontra-se aderido à superfície da rocha, em quantidade que depende da pressão e das suas propriedades físicas. Assim que se inicia a produção de gás, a pressão no interior do reservatório começa a diminuir, fazendo com que o gás, que

Fonte: Adaptada de QI; ZHU, 2018.

outrora estava adsorvido, se desprenda tornando-se um gás livre, fornecendo gás adicional para a produção e favorecendo, assim, a preservação da pressão do reservatório contribuindo para a manutenção da produção (Figura 8).



Figura 8 – Gás livre e adsorvido nos poros

Fonte: Adaptada de JING et al., 2016.

Tendo em vista o desenho da Figura 8, vê-se que o raio efetivo, R_e , é a diferença entre o raio absoluto do poro, R_0 , e o diâmetro molecular do metano, d_{CH4} , em um poro que encontra-se em um estado de adsorção saturada (JING et al., 2016). Por adsorção saturada entende-se que é a situação, antes do início da produção, onde toda a superfície do poro contém gás adsorvido. Assim, uma vez iniciada a produção de gás, o gás adsorvido na superfície dos poros se desprende e depois flui à medida que a pressão diminui. Durante esse processo, a camada de adsorção fica mais fina e o raio efetivo do poro se torna maior. Como o tamanho dos poros do *shale* é extremamente pequeno, o impacto da variação do raio efetivo dos poros, causado pela dessorção de gás, na mudança das propriedades aparentes não pode ser negligenciado (JING et al., 2016).

Sabendo-se que tamanho dos poros do *shale gas* é da ordem de nanômetros, uma grande quantidade de gás pode estar adsorvida na superfície dos poros. Se os impactos do gás adsorvido na produção de gás forem negligenciados, o volume de gás original no reservatório e a produção de gás podem ser estimados com erros expressivos (JING et al., 2016). Sendo assim, faz-se necessário levar em consideração esse efeito a fim de se ter uma melhor estimativa dos recursos disponíveis e da capacidade de produção da jazida.

A adsorção de gás em reservatórios *shale* normalmente é modelada pela isoterma de Langmuir, que é usada para descrever a adsorção em monocamadas (WANG, 2013; JIANG; YOUNIS, 2015; LI et al., 2016):

$$V_{ads} = \frac{pV_L}{p_L + p},\tag{7}$$

onde V_{ads} é o volume de gás adsorvido por unidade de massa para uma dada pressão p, V_L é a capacidade de adsorção máxima, também chamada de volume de Langmuir, e p_L é a pressão na qual o volume de gás adsorvido alcança a metade do valor de V_L (pressão de Langmuir).

O efeito da redução do volume disponível para o escoamento do fluido livre, devido à camada adsorvida, também pode ser considerado no cálculo da permeabilidade aparente (JIANG; YOUNIS, 2015)

$$k'_{app} = f(Kn')k',\tag{8}$$

onde k'_{app} , $k' \in Kn'$ são as permeabilidade aparente, a permeabilidade intrínseca e o número de Knudsen modificados pela adsorção, respectivamente. Ainda, segundo Jiang e Younis (2015),

$$k' = \phi_{eff}\left(\frac{\phi}{\tau}\right)\left(\frac{R_e^2}{8}\right) = \left[1 - \frac{d_m}{R_0}\left(\frac{p/p_L}{1 + p/p_L}\right)\right]^4 k_0,\tag{9}$$

onde ϕ_{eff} é a porosidade efetiva, R_e é o raio hidráulico efetivo e d_m é o diâmetro da molécula de gás adsorvido. O R_e é determinado por

$$R_e = R_0 - d_m \left(\frac{p/p_L}{1 + p/p_L}\right).$$

O número Knudsen também deve ser reescrito em função do raio hidráulico efetivo

$$Kn' = \frac{\lambda}{R_e} = \frac{\lambda}{R_0} \left[\frac{1}{1 - \frac{d_m}{R_0} \left(\frac{p/p_L}{1 + p/p_L} \right)} \right].$$

Portanto, a permeabilidade aparente passaria a ser calculada na forma

$$k'_{app} = \left(1 + \alpha K n'\right) \left(1 + \frac{4Kn'}{1 + Kn'}\right) k',$$

a qual considera os efeitos de escorregamento e de adsorção e é utilizada neste trabalho.

2 MODELAGEM DO ESCOAMENTO

Neste capítulo, introduzem-se as hipóteses adotadas e as equações governantes que conduzem à Equação da Difusidade Hidráulica (EDH), para um reservatório produzindo hidrocarbonetos através de um poço horizontal. Na Seção 2.1 são apresentadas as hipóteses assumidas. Em seguida, a Seção 2.2 é dedicada ao poço horizontal. A Seção 2.3 é voltada para a descricão das equações que governam o escoamento monofásico em um meio poroso. Por fim, a Seção 2.4 traz as condições inicial e de contorno necessárias para se resolver a EDH.

2.1 Hipóteses

No escoamento monofásico isotérmico de gás em um meio poroso, uma equação diferencial parcial escrita em termos da pressão pode ser obtida a partir das equações da continuidade, da conservação da quantidade de movimento e de estado. Essas equações modelam os principais processos físicos de interesse presentes no reservatório, incorporando as relações dinâmicas entre os fluidos e o meio poroso, bem como as condições de escoamento reinantes no sistema físico estudado.

Em geral, na simulação de reservatórios, a equação utilizada para expressar o balanço da quantidade de movimento é a lei de Darcy, que pode ser modificada de modo a levar em consideração os efeitos de escorregamento e de adsorção, que foram abordados no capítulo anterior. Assim, o modelo aqui utilizado é constituído da lei de conservação da massa e da lei de Darcy modificada. Além das equações de conservação, para complementar o modelo matemático, emprega-se a isoterma de Langmuir e as equações que fornecem as propriedades de fluido e de rocha em função da variação da pressão.

Adotam-se, aqui, as seguintes hipóteses na modelagem do escoamento:

- 1. os efeitos de escorregamento e de adsorção estão presentes;
- 2. as permeabilidades absolutas são constantes;
- 3. a porosidade é uma função linear da pressão;
- 4. a compressibilidade da rocha é pequena e constante;
- 5. a composição química do fluido é constante;

- 6. o escoamento é isotérmico;
- 7. não há dano à formação;
- 8. poço produtor horizontal;
- 9. ausência de estocagem física no poço produtor.

2.2 Poço horizontal

O principal objetivo da engenharia de reservatórios é a proposição de uma estratégia de produção que leve à maximização do fator de recuperação de hidrocarbonetos. Isso depende de diversas variáveis, que estão relacionadas com as características do reservatório e do fluido, com os fatores econômicos e com decisões tais como o posicionamento e as condições de operação de poços, o número de poços produtores e injetores e o cronograma de abertura dos poços. Tais ações devem levar ao planejamento das operações visando à maximização dos lucros e à minimização de riscos (LEE; ROLLINS; SPIVEY, 2003; MCGLADE; SPEIRS; SORRELL, 2013).

O preço de comercialização do óleo e do gás também é uma variável importante para a indústria petrolífera e para a determinação do lucro das empresas envolvidas na cadeia produtora. Entretanto, não é possível definir deterministicamente esta variável, uma vez que o seu valor varia em função das condições de mercado e não pelo desejo das companhias sendo, inclusive, dependente de questões políticas. Assim, as empresas devem buscar os meios que permitam minimizar os custos, maximizar a produtividade e prolongar a vida útil das reservas para manterem-se competitivas (LEE; ROLLINS; SPIVEY, 2003).

Tais objetivos têm sido facilitados com o desenvolvimento tecnológico apresentado nas últimas décadas. Dentre os aperfeiçoamentos, resultantes deste avanço tecnológico, estão os relacionados às técnicas de perfuração e de completação de poços horizontais, que vem sendo cada vez mais utilizadas. A utilização de poços horizontais nas estratégias de produção tem sido um importante tema de estudo na indústria de petróleo, por apresentar vantagens em relação aos tradicionais poços verticais (NA-KAJIMA et al., 2003).

Com o aumento significativo do número de reservas não convencionais, que possuem baixa permeabilidade, geometria heterogênea, pequena espessura e diversos mecanismos de transporte, os poços horizontais são cada vez mais empregados na indústria de óleo e gás. A grande vantagem da utilização de poços horizontais reside no aumento de produtividade, uma vez que eles possuem uma maior área de contato entre o poço e o reservatório, sendo que esta superfície de contato não é limitada pela espessura da formação na direção vertical. Contudo, as estimativas de produtividade para os poços horizontais estão sujeitas a mais incertezas quando comparadas às dos poços verticais (LEE; ROLLINS; SPIVEY, 2003).

Uma maior dificuldade nas análises envolvendo poços horizontais está associada à natureza tridimensional do escoamento. A simetria radial, por exemplo, não ocorre da mesma forma que é usual no caso de poços verticais. Efeitos de estocagem de poços são mais significativos e, ainda, os poços horizontais comumente apresentarão penetração parcial e efeitos de borda, que dificultam a interpretação dos dados de pressão (LEE; ROLLINS; SPIVEY, 2003).

No caso de poços horizontais, os parâmetros que influenciam o desempenho do poço envolvem um nível de incerteza maior, pois são influenciados pelas diferenças geológicas na direção horizontal, além de abranger uma maior variação de fatores devido às operações de perfuração e completação serem mais complexas (LEE; ROL-LINS; SPIVEY, 2003). Portanto, um maior detalhamento é necessário e não apenas a espessura vertical do reservatório é importante, mas também as suas dimensões horizontais, relativas ao poço, devem ser consideradas. Certamente, estes detalhes também trazem um impacto na simulação numérica de poços horizontais (COLLINS et al., 1991). Por fim, é mais difícil interpretar os dados de testes de pressão de poços horizontais, quando comparados aos verticais, devido aos diferentes regimes de escoamento que podem surgir. Assim, isso deve ser considerado nas análises realizadas.

2.2.1 Regimes de escoamento

Considera-se aqui a geometria mostrada na Figura 9, na qual um poço horizontal é posicionado paralelamente ao eixo x. As dimensões do reservatório são c, $d \in h$ nas direções x, $y \in z$, respectivamente, e os eixos do sistema coordenado coincidem com as direções principais usadas para definir as componentes do tensor de permeabilidade. O poço produz a uma vazão constante e tem comprimento L, centralizado no plano yz, e produz em toda a extensão do seu comprimento.

Conforme já discutido, sabe-se que as estimativas de produtividade em poços horizontais estão sujeitas a mais incertezas do que aquelas em poços verticais. Diferentes regimes de escoamento podem advir em um teste de pressão para poço horizontal. Vale salientar que devido aos diferentes sistemas poço-reservatório, qual-



Figura 9 – Geometria para o reservatório e o poço horizontal

Nota: Poço de comprimento L posicionado paralelamente ao eixo x. Fonte: SOUZA, 2013.

quer um dos regimes pode estar ausente dependendo das condições na qual se dá a produção.

Após o fenômeno de estocagem de poço, cinco regimes de escoamento podem aparecer (quatro podem ser vistos na Figura 10):

- radial inicial, que ocorre antes da área de drenagem ou pressão transiente causada pela produção encontrar qualquer uma das fronteiras do reservatório e, desta forma, um padrão de escoamento radial ocorre no reservatório (o que acontece de forma similar quando do uso de um poço vertical);
- 2. semi radial, quando o poço está mais próximo de uma fronteira vertical, sendo o escoamento influenciado por uma única fronteira vertical;
- 3. linear inicial, que acontece quando a região com a pressão modificada pela produção atinge a espessura do reservatório, tanto o topo como o fundo, de forma que o fluido começa a escoar linearmente em direção ao poço (ocasionalmente, a região além das extremidades do poço horizontal será atingida pelo transiente de pressão, e o regime linear prevalece até este momento);
- pseudo radial tardio, quando, eventualmente, o escoamento começar a ser alterado pelas extremidades do poço, caracterizado como sendo um período de transição;

 pseudo linear tardio, que surge uma vez que a área influenciada engloba a largura total do reservatório (a mudança em relação à pressão inicial atinge ambas as fronteiras laterais do reservatório).





Nota: Em cinza escuro, o meio poroso ainda não atingido pela mudança na pressão inicial, provocada pela produção. Em cinza claro, parte do reservatório atingida pela mudança na pressão provocada pelo poço. Em branco, o poço horizontal produtor. Identificação de regimes de escoamento: a) radial inicial, b) linear inicial, c) pseudo radial tardio e d) pseudo linear tardio. Fonte: SOUZA, 2013.

É raro aparecerem todos os regimes de escoamento em qualquer teste de pressão. Similar ao que acontece com um meio poroso descrito em geometria cilíndrica e poços verticais em geometria Cartesiana, em um teste de pressão com um poço horizontal os regimes de escoamento são identificados através dos gráficos diagnóstico. Neles, a variação de pressão, Δp , e a derivada da variação de pressão, $\Delta p'$ (ou a derivada da pressão, p'), em função do logaritmo neperiano do tempo (derivada de Bourdet) são representados em gráficos do tipo log-log (LEE; ROLLINS; SPIVEY, 2003).

Sem considerar os efeitos de estocagem do poço e de dano à formação, é possível observar através do gráfico diagnóstico da Figura 11 os regimes (segundo Lee, Rollins e Spivey (2003)) radial inicial, linear inicial, pseudo radial tardio e pseudo linear tardio, através das mudanças de inclinação da curva da derivada $\Delta p'_{wf}$. Salienta-se, mais uma vez, que os quatro regimes não surgem necessariamente em todos os testes de pressão (LEE; ROLLINS; SPIVEY, 2003). Por exemplo, observa-se que em alguns casos a transição entre os regimes linear inicial e pseudo radial tardio pode se dar sem que haja qualquer alteração na inclinação na curva da derivada (AL-KOBAISI et al., 2004).





Nota: Regimes de escoamento possíveis, sem considerar a estocagem do poço. Fonte: Adaptado de LEE; ROLLINS; SPIVEY, 2003.

Problemas de escoamento envolvendo poços horizontais têm sido extensivamente estudados na simulação numérica de reservatórios. Dentre eles, destaca-se os trabalhos que preconizam o uso de técnicas de refinamento de malha na vizinhança do poço (ZHAO, 1994; AL-MOHANNADI; OZKAN; KAZEMI, 2007).

2.3 Equações governantes

Nesta seção são apresentadas as equações fundamentais para a simulação do escoamento de gás em meios porosos. Quando combinadas, elas resultam na equação diferencial parcial que, quando resolvida, fornece a variação de pressão em função das variáveis independentes.

2.3.1 Equação da continuidade

O princípio da conversação da massa, expresso pela equação da continuidade, pode ser derivado efetuando-se o balanço de massa sobre um volume de controle através do qual o fluido está escoando. De modo que a diferença de massa que entra e sai de um volume de controle deve ser igual ao acúmulo de massa dentro do volume de controle, em um dado intervalo de tempo. A forma desse elemento de volume depende do sistema de coordenadas utilizado para descrever o escoamento. A escolha do sistema de coordenadas deve ser feita apropriadamente de acordo com a geometria do reservatório (ERTEKIN; ABOU-KASSEM; KING, 2001).

Em reservatórios de petróleo, o volume de controle é uma porção do meio poroso que contém uma, duas ou três fases fluidas (ERTEKIN; ABOU-KASSEM; KING, 2001). Vale ressaltar que o meio poroso é considerado como sendo um meio contínuo, ou seja, as propriedades físicas em quaisquer pontos são determinadas usando o conceito do Volume Elementar Representativo (WHITAKER, 1999). Para fluxos mássicos monofásicos, pode-se escrever a equação da continuidade para o escoamento em meios porosos na forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \rho \right) + \nabla \cdot \left(\rho \mathbf{v} \right) - \frac{q_m}{V_b} = 0,$$

onde q_m é um termo fonte que representa a produção ou a injeção de fluido e V_b é o volume da rocha (material sólido mais poros). A velocidade aparente é dada pela lei de Darcy modificada.

Para completar o conjunto de equações fundamentais para a dedução da Equação de Difusividade Hidráulica é necessária uma equação que relacione a massa específica e a pressão. A descrição do estado de uma substância, em equilíbrio termodinâmico, pode ser feita pelo uso de uma equação de estado. Se a pressão p e a temperatura T forem escolhidas como as variáveis termodinâmicas, $\rho = \rho(p, T)$. Para os gases reais viu-se que $\rho = pM/ZRT$. Entretanto, como em diferentes condições de pressão e temperatura uma massa fixa de fluido de reservatório ocupa diferentes volumes, utiliza-se o fator-volume-formação.

2.3.2 Equação da difusidade hidráulica

É sabido que a equação da continuidade pode ser reescrita em termos do fatorvolume-formação (*B*) (ERTEKIN; ABOU-KASSEM; KING, 2001), portanto,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{B} \right) + \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{v}}{B} \right) - \frac{q_m}{V_b \rho_{sc}} = 0.$$

Para que os efeitos da adsorção possam ser considerados, a equação da continuidade é reformulada (LI et al., 2016)

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{B}\right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho_s V_{ads}}{B}\right) + \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{v}}{B}\right) - \frac{q_m}{V_b \rho_{sc}} = 0, \tag{10}$$

onde ρ_s é a massa específica da formação rochosa.

Para o balanço da quantidade de movimento, já adiantou-se que seria utilizada a lei de Darcy modificada,

$$\mathbf{v} = -\frac{\mathbf{k}'_{app}}{\mu} \left(\nabla p - \rho g \nabla D\right),\tag{11}$$

sendo \mathbf{k}'_{app} o tensor de permeabilidade aparente (determinado em função de K'_n), de forma que seja levado em conta os efeitos do escorregamento e da adsorção na sua determinação.

A EDH é obtida através da combinação das equações da continuidade (10), da lei de Darcy modificada (11) e da equação de estado. Escrevendo-se a equação da continuidade em termos das componentes da velocidade nas direções x, y e z,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{B}\right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho_s V_{ads}}{B}\right) = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_x}{B}\right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v_y}{B}\right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_z}{B}\right) + \frac{q_m}{V_b \rho_{sc}},\tag{12}$$

e multiplicando-se, em seguida, a Equação (12) por $V_b = dxdydz$, introduzindo-se o termo fonte $q_{sc} = q_m/\rho_{sc}$ e substituindo-se a equação de Darcy modificada na Equação (12), obtém-se a EDH:

$$\begin{split} V_b \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{B} \right) + V_b \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho_s V_{ads}}{B} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{A_x k'_{app,x}}{\mu B} \left(\frac{\partial p}{\partial x} - \rho g \frac{\partial D}{\partial x} \right) \right] dx \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{A_y k'_{app,y}}{\mu B} \left(\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g \frac{\partial D}{\partial y} \right) \right] dy \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{A_z k'_{app,z}}{\mu B} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g \frac{\partial D}{\partial z} \right) \right] dz + q_{sc}, \end{split}$$

onde $k'_{app,x}$, $k'_{app,y}$ e $k'_{app,z}$ são as permeabilidades aparentes nas direções x, y e z, considerou-se que o tensor de permeabilidade aparente é diagonal e que $A_x = dydz$, sendo que dy e dz não variam em função de x (raciocínios análogos valem para as demais direções).

Além disso, utilizando-se as regras da cadeia e do produto, é possível reescrever o primeiro termo da derivada em relação ao tempo. Então, tendo-se em vista que o escoamento é isotérmico e a partir das propriedades de rocha e de fluido, tem-se,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{B}\right) = \phi \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{B}\right) \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{d\phi}{dp} \frac{\partial p}{\partial t}$$
$$= \left[\phi \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{B}\right) + \frac{c_{\phi} \phi^{0}}{B}\right] \frac{\partial p}{\partial t}.$$
(13)

Considerando ρ_s como sendo uma constante, o segundo termo pode ser reescrito como

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho_s V_{ads}}{B} \right) = \rho_s \left[V_{ads} \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{B} \right) \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{dV_{ads}}{dp} \frac{\partial p}{\partial t} \right]$$
$$= \rho_s \left[V_{ads} \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{B} \right) + \frac{1}{B} \frac{dV_{ads}}{dp} \right] \frac{\partial p}{\partial t}, \tag{14}$$

a partir da definição do volume de gás adsorvido, Equação (7).

Utilizando-se, agora, os resultados obtidos nas Equações (13) e (14),

$$\begin{split} (\Gamma_p + \Gamma_s) \frac{\partial p}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{A_x k'_{app,x}}{\mu B} \left(\frac{\partial p}{\partial x} - \rho g \frac{\partial D}{\partial x} \right) \right] dx \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{A_y k'_{app,y}}{\mu B} \left(\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g \frac{\partial D}{\partial y} \right) \right] dy \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{A_z k'_{app,z}}{\mu B} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g \frac{\partial D}{\partial z} \right) \right] dz + q_{sc}, \end{split}$$

$$\Gamma_n \text{ contém os efeitos de compressibilidade da roch$$

onde Γ_p contém os efeitos de compressibilidade da rocha e do fluido (ERTEKIN; ABOU-KASSEM; KING, 2001) e Γ_s contém os efeitos de adsorção, dados respectivamente por

$$\Gamma_p = V_b \left[\frac{\phi^0 c_\phi}{B} + \phi \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{B} \right) \right]$$

е

$$\Gamma_s = \rho_s V_b \left[\frac{1}{B} \frac{dV_{ads}}{dp} + V_{ads} \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{B} \right) \right]$$

Incorporando os efeitos gravitacionais em um termo simbolizado por Γ_G , reescrevese a EDH na seguinte forma:

$$(\Gamma_{p} + \Gamma_{s}) \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{A_{x} k'_{app,x}}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial x} \right) dx$$
$$+ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{A_{y} k'_{app,y}}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial y} \right) dy$$
$$+ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{A_{z} k'_{app,z}}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial z} \right) dz + q_{sc} + \Gamma_{G},$$
(15)

onde

$$\Gamma_{G} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(A_{x} k'_{app,x} \frac{\rho g}{\mu B} \frac{\partial D}{\partial x} \right) dx$$
$$-\frac{\partial}{\partial y} \left(A_{y} k'_{app,y} \frac{\rho g}{\mu B} \frac{\partial D}{\partial y} \right) dy$$
$$-\frac{\partial}{\partial z} \left(A_{z} k'_{app,z} \frac{\rho g}{\mu B} \frac{\partial D}{\partial z} \right) dz,$$

e, devido ao acoplamento poço-reservatório, o termo fonte representado por

$$q_{sc} = -J_w(p - p_{wf})$$

onde J_w é conhecido como o Índice de Produtividade (IP).

2.4 Condições inicial e de contorno

Para se resolver a Equação (15) é necessário, ainda, fornecer as condições inicial e de contorno apropriadas para que o problema matemático seja bem-posto.

Nas simulações realizadas, considerou-se que o reservatório possuía o formato de um paralelepípedo, de arestas L_x , L_y e L_z , e que ele continha um poço horizontal de comprimento L_{wf} (Figura 12) posicionado paralelamente ao plano xy.





Nota: Poço horizontal paralelo ao plano xz. Fonte: ROSÁRIO et al., 2019.

Como condição inicial utiliza-se

$$p(x, y, z, t = 0) = p_{ini}(x, y, z),$$

onde p_{ini} é uma pressão inicial, distribuída em todo o reservatório antes das mudanças ocasionadas pela produção/injeção de fluidos.

Condições de contorno externas (fronteiras externas do reservatório) do tipo pressão ou vazão prescrita podem ser utilizadas. Para um reservatório selado nas fronteiras impõe-se uma condição de fluxo nulo através das fronteiras do reservatório

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{x=0,L_x} = 0, \quad \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{y=0,L_y} = 0, \quad \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_{z=0,L_z} = 0.$$

3 METODOLOGIA DE SOLUÇÃO NUMÉRICA

No capítulo anterior, foi possível obter a Equação de Difusidade Hidráulica, que descreve o escoamento monofásico isotérmico de um fluido em meio poroso. Somente para alguns casos particulares é possível se obter soluções analíticas dessa equação, devido à sua natureza não-linear. Sendo assim, a EDP é resolvida numericamente mediante o uso do Método das Diferenças Finitas que é, ainda hoje, o mais utilizado na engenharia de petróleo (AZIZ; SETTARI, 1990; CRAFT; HAWKINS, 1991; ERTEKIN; ABOU-KASSEM; KING, 2001).

Na Seção 3.1 efetua-se a discretização da EDH e na Seção 3.2 apresenta-se as aproximações empregadas na discretização das derivadas em relação às variáveis espaciais e ao tempo. Também é feita uma breve introdução ao acoplamento poço-reservatório, onde a pressão dos poços são incorporadas por meio de termos fontes, na equação governante discretizada, de forma a relacionar a pressão e a vazão (Seção 3.3). Na Seção 3.4 mostra-se como é feito o refinamento de malha, usado para se obter uma maior acurácia no cálculo dos valores da pressão ao redor do poço. Por último, a Seção 3.5 é dedicada à técnica de linearização e ao método de solução numérica do sistema de equações algébricas, resultante da discretização da EDH.

3.1 Discretização

Na obtenção da solução numérica da EDH, utiliza-se um método para a conversão da EDP, válida no meio contínuo, em um conjunto de equações algébricas escritas em termos dos valores discretos da pressão, através do processo denominado de discretização (ZHANG et al., 2016a). Com é do conhecimento geral, o método das diferenças finitas emprega uma malha computacional, cuja finalidade é o particionamento do meio poroso via o uso de células tridimensionais. No centro dessas células são definidos os valores discretos das propriedades de rocha e de fluido, bem como da pressão.

Por exemplo, na Figura 13 mostra-se um trecho da malha computacional, ao longo da direção do eixo x, onde n_x células estão sobrepostas ao reservatório, ou seja, devem abranger todo o domínio do reservatório cujo comprimento é L_x . Cada célula i é centrada em x_i e as suas fronteiras são designadas por $x_{i-1/2}$ e $x_{i+1/2}$. Elas possuem uma espessura igual a Δx_i , que podem ser iguais ou não, e devem satisfazer

à seguinte relação

$$\sum_{i=1}^{n_x} \Delta x_i = L_x.$$

Figura 13 – Malha



Nota: Representação esquemática da malha computacional na direção do eixo x. Fonte: A autora, 2020.

As células deveriam ser pequenas o bastante para descrever acuradamente a natureza heterogênea do reservatório e, assim, permitir que as características do escoamento sejam representadas de forma satisfatória. Contudo, faz-se necessário determinar cuidadosamente qual será o número total de células, pois quanto maior o número delas maior será o número de incógnitas no sistema algébrico que deve ser resolvido, implicando em um aumento do esforço computacional.

O reservatório paralelepipédico, de dimensões L_x , L_y e L_z , é discretizado por meio de n_x , n_y e n_z células posicionadas nas direções x, y e z, respectivamente. A Figura 14 mostra um exemplo, para o caso particular no qual $n_x = n_y = n_z = 3$, do particionamento de um reservatório tridimensional em um sistema de coordenadas cartesianas. Em situações gerais as dimensões das células não precisam ser as mesmas, mas deve-se certificar que:

$$\sum_{j=1}^{n_y} \Delta y_j = L_y,$$
$$\sum_{j=1}^{n_z} \Delta z_k = L_z,$$

k=1

onde os índices j e k indicam os centros das células nas direções y e z respectivamente. Neste sistema, as fronteiras das células são indicadas pelos índices fracionários $\pm 1/2$ acrescidos a um dos índices i, j, k, em função da fronteira que deseja-se representar.

Figura 14 – Discretização do domínio



Nota: Discretização do reservatório considerando o sistema de coordenadas cartesianas. Fonte: ROSáRIO; SOUZA; SOUTO, 2020

3.2 Aproximação das derivadas

As derivadas parciais na Equação (15) podem ser aproximadas empregando-se expansões em séries de Taylor (FLETCHER, 1991), de modo que elas são substituídas por equações algébricas escritas em termos dos valores da solução aproximada conhecidos nos centros das células. Considerando o particionamento ilustrado na Figura 14, e uma formulação totalmente implícita, é possível reescrever a Equação (15) como sendo avaliada em cada célula *i*, *j*, *k* no tempo n + 1:

$$\left[\left(\Gamma_p+\Gamma_s\right)\frac{\partial p}{\partial t}\right]_{i,j,k}^{n+1}=\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(T'_x\frac{\partial p}{\partial x}\right)dx\right]_{i,j,k}^{n+1}$$

$$+ \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(T'_{y} \frac{\partial p}{\partial y}\right) dy\right]_{i,j,k}^{n+1} \\ + \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(T'_{z} \frac{\partial p}{\partial z}\right) dz\right]_{i,j,k}^{n+1} \\ + (q_{sc})_{i,j,k}^{n+1} + (\Gamma_{G})_{i,j,k}^{n+1},$$
(16)

onde n + 1 representa o tempo na qual as pressões não são conhecidas e foram introduzidas as variáveis

$$T_{x_{i\pm\frac{1}{2},j,k}}^{\prime,n+1} = \left(\frac{A_x k_{app,x}^{\prime}}{\mu B}\right)_{i\pm\frac{1}{2},j,k}^{n+1},$$
$$T_{y_{i,j\pm\frac{1}{2},k}}^{\prime,n+1} = \left(\frac{A_y k_{app,y}^{\prime}}{\mu B}\right)_{i,j\pm\frac{1}{2},k}^{n+1},$$

е

$$T_{z_{i,j,k\pm\frac{1}{2}}}^{\prime,n+1} = \left(\frac{A_z k_{app,z}^{\prime}}{\mu B}\right)_{i,j,k\pm\frac{1}{2}}^{n+1}.$$

Na discretização dos termos envolvendo as derivadas espaciais da Equação (16) utilizam-se aproximações do tipo diferenças finitas centradas, obtendo-se, por exemplo, para a direção x,

$$\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(T'_{x}\frac{\partial p}{\partial x}\right)dx\right]_{i,j,k}^{n+1} \approx \frac{1}{\Delta x_{i,j,k}}\left\{\left[\left(T'_{x}\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{i+1/2,j,k}^{n+1} - \left(T'_{x}\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{i-1/2,j,k}^{n+1}\right]\Delta x_{i,j,k}\right\},\$$

onde $\Delta x_{i,j,k}$ é o espaçamento da célula i, k, j, na direção do eixo x. O subscrito $i \pm 1/2$ indica que as variáveis devem ser avaliadas na fronteira da célula, na direção do eixo x. Obviamente, formas semelhantes podem ser obtidas para as direções y e z, considerando que $\Delta y_{i,j,k}$ e $\Delta z_{i,j,k}$ são os espaçamentos nas direções y e z, respectivamente, e que as fronteiras nessas direções são representadas pelos índices $j \pm 1/2$ e $k \pm 1/2$.

Ainda no contexto das aproximações por diferenças centradas, são obtidas as aproximações para as derivadas primeiras em relação às variáveis espaciais. Por exemplo, para a direção x,

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1} \approx \frac{p_{i+1,j,k}^{n+1} - p_{i,j,k}^{n+1}}{x_{i+1,j,k} - x_{i,j,k}} = \frac{p_{i+1,j,k}^{n+1} - p_{i,j,k}^{n+1}}{\triangle x_{i+\frac{1}{2},j,k}}$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+1} \approx \frac{p_{i,j,k}^{n+1} - p_{i-1,j,k}^{n+1}}{x_{i,j,k} - x_{i-1,j,k}} = \frac{p_{i,j,k}^{n+1} - p_{i-1,j,k}^{n+1}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2},j,k}}$$

е

com formas similares sendo empregadas na obtenção das aproximações das derivadas espaciais para as direções *y* e *z*.

Neste ponto, é desejável definir as transmissibilidades como sendo dadas por

$$T_{x_{i\pm\frac{1}{2},j,k}}^{n+1} = \frac{T_{x_{i\pm\frac{1}{2},j,k}}^{\prime,n+1}}{\Delta x_{i\pm\frac{1}{2},j,k}},$$
$$T_{y_{i,j\pm\frac{1}{2},k}}^{n+1} = \frac{T_{y_{i,j\pm\frac{1}{2},k}}^{\prime,n+1}}{\Delta y_{i,j\pm\frac{1}{2},k}}$$

е

 $T_{z_{i,j,k\pm\frac{1}{2}}}^{n+1} = \frac{T_{z_{i,j,k\pm\frac{1}{2}}}^{\prime,n+1}}{\Delta z_{i,j,k\pm\frac{1}{2}}},$

nas quais a média harmônica é utilizada na determinação das propriedades de rocha e geométricas, enquanto que uma média aritmética é aplicada na cálculo das propriedades de fluido.

Com o intuito de preservar o balanço de massa, expansões conservativas são aplicadas na discretização dos termos de acumulação. Entretanto, o uso de esquemas não conservativos não produz, necessariamente, resultados inadequados (ERTEKIN; ABOU-KASSEM; KING, 2001). Portanto, para os termos Γ_p e Γ_s são utilizadas expansões conservativas que preservam a conservação de massa entre os níveis de tempo n e n + 1.

A expansão se resume a um processo no qual o operador de diferenças no tempo, Δ_t , aplicado a uma função f, é expresso em termos da diferença entre os valores da função avaliados em diferentes instantes de tempo. Assim, uma expansão é dita conservativa se satisfaz $\Delta_t f = f^{n+1} - f^n$ (AZIZ; SETTARI, 1990; ERTEKIN; ABOU-KASSEM; KING, 2001), ou ainda, para f = UV,

$$\Delta_t(UV) = (UV)^{n+1} - (UV)^n,$$

e ela será conservativa caso ela seja escrita como (ERTEKIN; ABOU-KASSEM; KING, 2001)

$$\Delta_t(UV) = U^{n+1}\Delta_t V + V^n \Delta_t U.$$

Considerando que $U = \phi$ e V = 1/B para o primeiro termo de acumulação e $U = V_{ads}$ para o segundo, pode-se obter as expansões conservativas em termos da pressão (ERTEKIN; ABOU-KASSEM; KING, 2001; LI et al., 2016)

$$\Gamma_p^{n+1} = \frac{V_{b_{i,j,k}}}{\Delta t} \left[\frac{\phi^0 c_\phi}{B^n} + \phi^{n+1} \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{B} \right) \right]_{i,j,k}$$

$$\Gamma_s^{n+1} = \rho_s \frac{V_{b_{i,j,k}}}{\Delta t} \left[\frac{1}{B^{n+1}} \frac{dV_{ads}}{dp} + V_{ads}^n \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{B} \right) \right]_{i,j,k}$$

Por fim, a derivada em relação ao tempo é aproximada por um esquema do tipo diferença finita recuada

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_{i,j,k}^{n+1} \approx \frac{p_{i,j,k}^{n+1} - p_{i,j,k}^{n}}{\Delta t}.$$

De posse das aproximações e considerando o uso de um método iterativo na busca da solução numérica, tem-se que os valores são conhecidos no nível v e que os valores a serem determinados serão obtidos no nível v + 1. Então, a forma final discretizada da Equação (15) é dada por

$$\frac{\Gamma_{ps,m}^{n+1,v}}{\Delta t} \left(p_m^{n+1,v+1} - p_m^{n,v+1} \right) = \sum_{l \in \psi_m} \left[T_{l,m}^{n+1,v} \left(p_l^{n+1,v+1} - p_m^{n+1,v+1} \right) \right] + (q_{sc})_m^{n+1,v+1} + (\Gamma_G)_m^{n+1,v}$$
(17)

onde $\Gamma_{ps,m}^{n+1,v} = \Gamma_{p,m}^{n+1,v} + \Gamma_{s,m}^{n+1,v}$ é a expansão conservativa do termo de acumulação, m = i, j, k e o conjunto ψ_m representa os nós das células vizinhas. Como pode ser visto, a forma discretizada foi escrita em termos das transmissibilidades e para l = x, y, z.

3.3 Tratamento do poço

O acoplamento poço-reservatório é feito através do índice de produtividade (J_w) que é introduzido através do termo fonte

$$(q_{sc})_{i,j,k}^{n+1,v+1} = -(J_w)_{i,j,k}^{n+1,v} \left[p_{i,j,k}^{n+1,v+1} - (p_{wf})_{i,j,k}^{n+1,v+1} \right].$$

Não são considerados os efeitos friccionais, gravitacionais ou de aceleração dentro do poço. O termo q_{sc} é utilizado para representar um termo de fonte em uma célula da malha computacional. Como, no caso geral, o poço atravessa um conjunto de células, a vazão total de produção no poço, Q_{sc} , deve ser igual à soma dos termos q_{sc} oriundos das células por onde o poço passa,

$$Q_{sc} = -\sum_{i=W_i}^{i=W_f} J_{w,i,j,k}^{n+1,v} \left[p_{i,j,k}^{n+1,v+1} - (p_{wf})_{i,j,k}^{n+1,v+1} \right],$$
(18)

е

para um poço horizontal, posicionado ao longo do eixo x, iniciando na célula W_i e indo até a W_f (Figura 15). Ressalta-se que é necessária a escolha de uma posição de referência para computar a pressão no poço.



Figura 15 – Poço Horizontal no Domínio Computacional.

Fonte: Adaptada de ROSáRIO; SOUZA; SOUTO, 2020.

Adotando-se como o nível de referência i = W, para o cálculo da pressão no poço, e considerando apenas os efeitos gravitacionais, é possível escrever

$$(p_{wf})_{W,j,k}^{n+1,v+1} = \frac{\sum_{i} (J_w)_{i,j,k}^{n+1,v} \left[p_{i,j,k}^{n+1,v+1} - (\rho g)_{i+1/2,j,k}^{n+1,v} \left(D_{i,j,k} - D_{W,j,k} \right) \right] + Q_{sc}}{\sum (J_w)_{i,j,k}^{n+1,v}}$$

onde a pressão no poço, em cada camada na célula computacional, é determinada em termos da pressão no poço na camada do nível de referência,

$$(p_{wf})_{i,j,k}^{n+1,v+1} = (p_{wf})_{W,j,k}^{n+1,v+1} + (\rho g)_{i+1/2,j,k}^{n+1,v} (D_{i,j,k} - D_{W,j,k}),$$

e $\rho_{i+1/2,j,k}^{n+1,v}$ é uma média aritmética entre $\rho_{i,j,k}^{n+1,v}$ e $\rho_{W,j,k}^{n+1,v}$.

Maiores detalhes sobre o acoplamento poço-reservatório serão fornecidos no Capítulo 4, que será integralmente dedicado à metodologia utilizada neste trabalho.

3.4 Poço horizontal e refinamento de malha

O refinamento empregando uma malha não-uniforme ao redor do poço também é utilizado com frequência na simulação numérica de reservatórios. Com o propósito de chegar-se a soluções mais acuradas para diversos problemas práticos, recomendase o refinamento da malha em algumas regiões do domínio computacional. Além da melhora da acurácia dos resultados, o refinamento leva a uma melhoria no que diz respeito ao desempenho computacional. Para problemas de escoamento descritos empregando-se o sistema de coordenadas cartesianas, também é viável a utilização de técnicas de refinamento local da malha.

Por exemplo, pode-se recorrer a uma malha não-uniforme para obter-se uma representação mais acurada das pressões ao redor das células que contém o poço, o que leva a uma aproximação numérica também mais acurada para o cálculo da pressão no poço (PEACEMAN, 1993; AL-MOHANNADI; OZKAN; KAZEMI, 2007; SOUZA, 2013).

A Figura 16 apresenta a ilustração de um refinamento de malha, não-uniforme, ao redor de um poço horizontal. O número de células trespassadas pelo poço na direção x é igual a quatro ($n_w = 4$). Neste tipo de malha, $\Delta y_w \in \Delta z_w$ são, respectivamente, os espaçamentos da malha nas direções $y \in z$ para as células que são trespassadas pelo poço.



Figura 16 – Exemplo do refinamento de malha em torno do poço horizontal

3.5 Solução numérica do sistema de equações algébricas

As Equações (17) e (18) formam um sistema de equações algébricas que deve ser resolvido de modo a se obter as pressões no reservatório e no poço produtor. O método dos Gradientes Conjugados (HESTENES; STIEFEL, 1950), o mais utilizado na resolução de sistemas lineares, foi o escolhido para realizar essa tarefa específica. Esse método foi originalmente desenvolvido como um método direto (HESTENES; STIEFEL, 1950). Porém, ele se tornou popular devido ao seu bom desempenho quando utilizado como um método iterativo, especialmente após o desenvolvimento de técnicas de pré-condicionamento sofisticadas (SAAD, 2003).

A taxa de convergência desse método no processo iterativo pode ser aumentada significativamente através da utilização de uma técnica de pré-condicionamento. Estas técnicas tem por finalidade a redução do número de condicionamento da matriz dos coeficientes, mediante a alteração do sistema de equações original e, consequentemente, dos autovalores da matriz transformada. Portanto, o objetivo principal dessa técnica é o de tornar maior a taxa de convergência do método, quando comparada com a sua versão original (BENZI, 2002).

Seja P uma matriz não-singular que se aproxima da matriz dos coeficientes A. Entretanto, ao contrário da matriz A, ela é mais fácil de ser invertida. Então, os sistemas lineares $Ax = b e P^{-1}Ax = P^{-1}b$ possuem a mesma solução, mas o segundo sistema deve ser mais fácil de ser resolvido do que o primeiro (BENZI, 2002 apud WERNECK, 2016). Assim, P é a matriz pré-condicionadora (WERNECK, 2016).

Portanto, de fato, o método aqui empregado é a versão pré-condicionada do método dos Gradientes Conjugados, ou ainda, *Preconditioned Conjugate Gradient*, (PCG) em inglês. Embora não seja o mais eficiente, o pré-condicionamento diagonal foi o escolhido para a sua implementação neste trabalho (ERTEKIN; ABOU-KASSEM; KING, 2001; SAAD, 2003; BARRETT et al., 2006). A sua vantagem é que a matriz pré-condicionadora é facilmente escrita. Desta forma, para um procedimento iterativo, admite-se que o método numérico convergiu quando a solução numérica verificar a condição

 $max \left| \chi^{n+1,v+1} - \chi^{n+1,v} \right| < tol$

onde χ representa as pressões no reservatório ou no poço e tol é uma tolerância estipulada.

O Algoritmo 1 apresenta, resumidamente, os passos executados no método dos Gradientes Conjugados Pré-condicionado.

Entrada: Forneça o número máximo de iterações *nmax* e a tolerância *tol*;

Calcule o resíduo $\mathbf{r}^0 = \mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}^0$ para a estimativa inicial \mathbf{x}^0 , resolva o Pré-condicionamento $\mathbf{P}\mathbf{h}^0 = \mathbf{r}^0$; faça $\mathbf{p}^0 = \mathbf{h}^0$.

1 para
$$k = 0:nmax$$
 faça
2 $\alpha_k = \frac{\mathbf{r}^k \cdot \mathbf{h}^k}{\mathbf{p}^k \cdot \mathbf{A}\mathbf{p}^k}$
3 $\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \alpha_k \mathbf{p}^k$
4 $\mathbf{r}^{k+1} = \mathbf{r}^k - \alpha_k \mathbf{A}\mathbf{p}^k$
5 Resolva $\mathbf{P}\mathbf{h}^{k+1} = \mathbf{r}^{k+1}$
6 $\beta_k = \frac{\mathbf{r}^{k+1} \cdot \mathbf{h}^{k+1}}{\mathbf{r}^k \cdot \mathbf{h}^k}$
7 $\mathbf{p}^{k+1} = \mathbf{h}^{k+1} + \beta_k \mathbf{p}^k$
8 $\mathbf{Se} |x^{(k+1)} - x^{(k)}| < tol$ então
9 $|\mathbf{x} = \mathbf{x}^{k+1} \mathbf{Senão}$
10 $||$ para $k = nmax$ não houve convergência.
11 $||$ fim

Na obtenção da solução numérica emprega-se um processo iterativo constituído de duas etapas (ERTEKIN; ABOU-KASSEM; KING, 2001). A partir de um conjunto de iterações internas, o método PCG é usado na determinação da estimativa inicial dos valores das pressões no reservatório e poço em n + 1, v. Em seguida, em um procedimento iterativo externo são atualizados os coeficientes dos termos de acumulação, as transmissibilidades e o índice de produtividade. Por último, são obtidos os novos valores das pressões em n + 1, v + 1 através do método PCG e o método de Picard é empregado caso a convergência não tenha sido alcançada.

O sequência de passos descrita corresponde às operações que são implementadas de maneira a obter-se o campo de pressões no reservatório e as pressões no poço produtor (SOUZA, 2013), considerando o sistema de equações formado pelas Equações (17) e (18).

Na Figura 17 encontra-se, na forma de um diagrama de blocos, o esquema do algoritmo de resolução numérica do simulador para um passo de tempo.



Figura 17 – Fluxograma da solução para um passo de tempo

Nota: Fluxograma para a obtenção numérica dos valores de p e p_{wf} . Fonte: A autora, 2020.

4 ACOPLAMENTO POÇO-RESERVATÓRIO

Uma das dificuldades na modelagem de poços, em simulações na escala de campo, deve-se ao fato da existência de grandes gradientes de pressão nas proximidades dos poços e à dimensão do raio do poço, que é muito menor do que as dimensões usuais de uma célula da malha computacional (CHEN; YOUQIAN, 2009). Exceto para simulações que fazem uso de coordenadas cilíndricas, os termos de fonte/sorvedouro são, em geral, utilizados para a implementação de condições de contorno internas no acoplamento poço-reservatório (AZIZ; SETTARI, 1990; ERTEKIN; ABOU-KASSEM; KING, 2001). Neste contexto, este capítulo é dedicado aos modelos de acoplamento poço-reservatório.

Para um melhor entendimento da estimativa de pressão nos poços, na Seção 4.1 encontram-se diferentes modelos de acoplamento poço-reservatório a título de comparação. Quando a hipótese do escoamento em regime permanente é preconizada, surge no início da produção uma estocagem numérica associada à principal técnica de acoplamento poço-reservatório. Na Seção 4.2, inicia-se de fato a discussão sobre o acoplamento poço-reservatório, com a introdução de vários modelos para o índice de produtividade. É apresentado o modelo de Peaceman (1978), na Seção 4.3, e mostra-se como ele obteve o raio equivalente utilizando hipóteses simplificadoras tais como o escoamento em regime permanente e o meio poroso homogêneo e isotrópico. A partir do modelo de Peaceman (1978), extensões para o acoplamento poçoreservatório foram obtidas. Na Seção 4.4 mostram-se algumas destas extensões para os poços horizontais e, na Seção 4.5, apresentam-se alguns modelos que foram propostos incluindo os efeitos provenientes do escoamento em regime transiente no acoplamento poço-reservatório. Por último, na Seção 4.6 descreve-se o modelo utilizado neste trabalho, voltado para o uso de poços horizontais em reservatórios de gás nãoconvencionais, pois incorpora os fenômenos de escorregamento e de adsorção, além de considerar os efeitos transientes tanto no índice de produtividade quanto no raio equivalente.

4.1 Pressões nos poços via a simulação numérica

Os resultados qualitativos contidos na Figura 18 contribuem para um melhor entendimento da estimativa de pressão em poços via a simulação numérica, além de destacar o surgimento do artefato numérico quando a mais conhecida técnica de acoplamento poço-reservatório é adotada. Na Figura 18 é possível observar quatro curvas que representam a variação de pressão no poço, em um gráfico do tipo pressão do poço p_{wf} em função do tempo de produção t, muito utilizado na indústria de óleo e gás. As curvas foram obtidas numericamente empregando o sistema de coordenadas cartesianas e assumindo a produção em um reservatório homogêneo.

A curva obtida com o uso do modelo de Peaceman (1978) não contempla a estocagem física, sendo que a hipótese do escoamento em regimento permanente é utilizada para o acoplamento poço-reservatório. Nela, o artefato numérico é caracterizado pelo decaimento muito lento da pressão no poço (praticamente constante) nos instantes iniciais. Esse, entretanto, não é o comportamento físico esperado. Contudo, um patamar semelhante a este, de origem física, ocorre devido ao fenômeno da estocagem física no poço.



Figura 18 – Pressão no poço

Nota: Comparação entre as diferentes soluções numéricas para a pressão no poço, sem e com os efeitos transientes. Fonte: A autora, 2020.

Quando um poço é aberto para produção, o fluxo de fluido inicial é proveniente do volume de fluido contido no próprio poço. Portanto, leva um certo tempo até que os fluidos oriundos da formação rochosa cheguem até a superfície e se estabeleça o regime transiente no meio poroso. Esse efeito é denominado de estocagem de poço, ou seja, a estocagem física no poço é um fenômeno de compressão e/ou armazenamento de fluido dentro do poço (AL-RBEAWI, 2018). Tal fenômeno acarreta, portanto, em uma semelhança qualitativa na resposta da pressão do poço, nos instantes iniciais, como essa que apareceu na Figura 18. Por isso, esse artefato numérico é chamado na literatura de Estocagem Numérica.

Em contrapartida, as duas soluções denominadas de TWI foram obtidas com o uso de um Índice Transiente de Produtividade (*Transient Well Index*), que leva em consideração os efeitos do escoamento transiente no acoplamento poço-reservatório (BLANC et al., 1999). Como consequência, as duas não apresentam o artefato numérico. No entanto, a solução TWI para o caso da estocagem no poço apresenta também um patamar. Não obstante, a sua origem agora é física e se deve à incorporação desse fenômeno no modelo. Salienta-se, também, que a curva de pressão para o modelo de Peaceman (1978), com estocagem física, possui um comportamento similar ao da curva TWI considerando a estocagem. Além disso, percebe-se que as quatro curvas se sobrepõem após transcorridos um dado intervalo de tempo, a partir do qual os efeitos da estocagem física e numérica não influenciam mais a variação de pressão.

A duração e a magnitude (diferença entre as pressões real e numérica) do efeito da estocagem numérica dependem das propriedades do sistema poço-reservatório e das escolhas feitas no que diz respeito à simulação como, por exemplo, o modelo para o acoplamento poço-reservatório. No caso da permeabilidade, quanto menor o seu valor mais acentuado será o artefato numérico em se tratando do modelo de Peaceman (1978) (hipótese do regime permanente). Assim sendo, no caso de reservatórios não convencionais de gás, os valores muito baixos da permeabilidade podem levar a erros significativos nos valores da pressão no poço, a menos que um acoplamento conside-rando os efeitos transientes seja adotado, por exemplo, para mitigar o efeito do artefato numérico.

4.2 Índice de Produtividade

Os poços são simulados a partir da imposição de uma condição de contorno interna, ou seja, nas fronteiras internas do reservatório. Em coordenadas cartesianas, a representação de poços está diretamente relacionada à utilização de técnicas de acoplamento do tipo poço-reservatório. A condição de contorno pode ser imposta via a especificação da pressão no poço (condição de Dirichlet), ou na forma de uma vazão imposta no poço (condição de Neumann) (ERTEKIN; ABOU-KASSEM; KING, 2001). Aqui, optou-se por estipular uma vazão constante (em condições padrão) no poço.

Para a representação de poços, faz-se necessário obter-se uma expressão que

relacione a pressão no meio poroso, p, com a pressão no poço, p_{wf} , e a vazão no poço, q_{sc} . Relações deste tipo podem ser obtidas a partir da resolução da equação governante, cuja variável dependente é a pressão no reservatório. Por exemplo, supõe-se inicialmente que o escoamento encontra-se em regime permanente na região próxima ao poço, ou seja, assume-se o escoamento radial de um fluido incompressível, na direção de um poço vertical de raio r_w , em uma formação rochosa com permeabilidade e espessura uniformes. Nessas condições, obtém-se (ERTEKIN; ABOU-KASSEM; KING, 2001):

$$q_{sc} = \frac{-2\pi k_H hr}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial r},\tag{19}$$

onde k_H representa o valor da permeabilidade na direção radial.

Integrando-se a Equação (19) entre o raio do poço, r_w , e um raio arbitrário, r, sendo que $r_w \leq r \leq r_e$, chega-se a uma equação que fornece a distribuição da pressão em regime permanente,

$$p = p_{wf} - \frac{q_{sc}\mu B}{2\pi k_H h} \ln\left(\frac{r}{r_w}\right).$$
⁽²⁰⁾

Para o raio igual ao raio externo $r = r_e$, onde a pressão é definida como p_e , a Equação (20), expressa em condições padrão, pode ser reescrita como

$$q_{sc} = \frac{-2\pi k_H h}{\mu B \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} \left(p_e - p_{wf}\right),\tag{21}$$

de forma que a Equação (21) fornece a produção do poço em termos das pressões externa e do poço. Assim, tem-se que a relação entre a vazão e a diferença de pressão é diretamente proporcional a um coeficiente que varia em termos das propriedades de fluido, de rocha e geométricas.

Na engenharia de reservatórios, a taxa de produção em condições padrão usualmente é expressa em termos da pressão no poço e da pressão média do reservatório (ERTEKIN; ABOU-KASSEM; KING, 2001). A partir do desenvolvimento de van Poollen, Breitenbach e Thurnau (1968), utilizando o sistema de coordenadas cilíndricas, introduz-se a pressão volumétrica média no reservatório \overline{p} ($r_w \leq r \leq r_e$) e assume-se que $r_e \gg r_w$, de modo que

$$q_{sc} = \frac{-2\pi k_H h}{\mu B \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) + s - \frac{1}{2} \right]} \left(\overline{p} - p_{wf} \right), \tag{22}$$

que diferencia-se da anterior pela introdução do fator de película (*skin factor*) s (EVER-DINGEN; HURST et al., 1949), pelo 1/2 no denominador e pela substituição de p_e por \overline{p} . A introdução do fator de película torna a Equação (22) mais geral, válida quando há variação local de pressão devida a uma mudança da permeabilidade absoluta ao redor do poço, em relação à permeabilidade absoluta do reservatório. O valor do fator s depende da permeabilidade absoluta (k), da permeabilidade ao redor do poço (k_s) e do raio da região afetada pelo fator de película (r_s) (HAWKINS JR., 1956)

$$s = \left(\frac{k}{k_s} - 1\right) \ln\left(\frac{r_s}{r_w}\right).$$

Quando $k_s < k$, o valor de *s* é positivo e indica um dano à formação⁴, caso contrário, *s* é negativo e tem-se uma estimulação. Quando s = 0, a produtividade do poço não sofre influência das variações locais do valor da permeabilidade próximo ao poço (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006).

Também, comumente, reescreve-se a Equação (22) em uma forma mais compacta, introduzida por van Poollen, Breitenbach e Thurnau (1968),

$$q_{sc} = -J_w(\overline{p} - p_{wf})$$

onde J_w é o já conhecido índice de produtividade. No caso em questão,

$$J_w = \frac{G_w}{\mu B} \tag{23}$$

onde G_w é o fator geométrico do poço,

$$G_w = \frac{2\pi kh}{\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) + s - F}$$

e o fator F assume os valores de 1/2 para o regime permanente e 3/4 para o regime pseudo-permanente (ERTEKIN; ABOU-KASSEM; KING, 2001). A representação da Equação (23) foi construída a partir de soluções analíticas. Entretanto, o conceito de índice de produtividade também é empregado no contexto da simulação numérica de reservatórios, estando o seu cálculo associado, neste caso, ao uso das técnicas de acoplamento poço-reservatório.

⁴ O dano à formação é definido como sendo o comprometimento do reservatório (produção reduzida) causado pelos fluidos utilizados durante as operações de perfuração/completação. Resulta em uma zona de permeabilidade reduzida na vizinhança do poço (*skin*) como consequência da invasão dos fluidos de perfuração na rocha reservatório.

4.3 O modelo de Peaceman para o acoplamento poço-reservatório

Viu-se que as técnicas de acoplamento poço-reservatório objetivam relacionar as pressões nas células do reservatório com a pressão no poço através do uso, por exemplo, de equações envolvendo termos de fonte/sorvedouro e o índice de produtividade (SOUZA, 2013). Alguns dos pioneiros no estudo do acoplamento poço-reservatório foram van Poollen, Breitenbach e Thurnau (1968), que introduziram uma expressão relacionando a pressão da célula (que contém o poço) com a do poço.

O escoamento ao redor do poço, do ponto de vista da geometria, é de natureza radial e melhor representado em simuladores que usam malhas cilíndricas. Por outro lado, frequentemente as simulações na escala de campo utilizam malhas cartesianas (SOUZA, 2013). Na obtenção de um modelo de acoplamento poço-reservatório, Peaceman (1978) considerou um reservatório cilíndrico e um reservatório em forma de paralelepípedo (Figura 19). O autor constatou que a metodologia para tratar da representação de poços, em malhas cartesianas, deveria considerar um fluxo de massa unidimensional e radial ao redor do poço (AZIZ; SETTARI, 1990).

Figura 19 – Acoplamento poço-reservatório



Nota: Modelos: a) sistema de coordenadas cilíndricas e b) sistema de coordenadas cartesianas. Fonte: SOUZA, 2013.

O modelo foi obtido assumindo-se um escoamento governado pela lei de Darcy, bidimensional, escrito em coordenadas cartesianas, e hipóteses simplificadoras tais como: regime permanente, meio homogêneo e isotrópico ($k_x = k_y = k_H$), $\Delta x = \Delta y$ e que a solução era simétrica. Então, combinando as equações da forma discreta da EDH, em coordenadas cartesianas, e a solução analítica obtida considerando a geometria cilíndrica ao redor do poço, Peaceman (1978) chegou à expressão para a vazão no poço e introduziu o índice de produtividade (ROSÁRIO, 2016; ROSáRIO;

$$q_{sc} = -\frac{2\pi k_H \Delta z \,(p_{i,j} - p_{wf})}{B\mu \ln\left(\frac{r_{eq}}{r_w}\right)} = -\frac{G_w}{B\mu} \,(p_{i,j} - p_{wf}) = -J_w \,(p_{i,j} - p_{wf}) \,.$$

onde $p_{i,j}$ é a pressão na célula (i,j), r_w é o raio do poço, G_w é o fator geométrico do poço e r_{eq} é o raio equivalente de Peaceman (1978), dado por

$$r_{eq} \approx 0,198\Delta x.$$

Para o índice de produtividade, considerando-se que $\Delta x \neq \Delta y$ e que $k_x \neq k_y$, Peaceman (1983) propôs a utilização de

$$J_{w,i,j,k}^{n+1} = \left[\frac{2\pi\sqrt{k_x k_y}\Delta z}{\mu B \ln\left(\frac{r_{eq}}{r_w}\right)}\right]_{i,j,k}^{n+1}$$
(24)

onde

$$r_{eq,i,j,k}^{n+1} = 0,28 \left[\frac{\sqrt{k_y/k_x} \left(\Delta x\right)^2 + \sqrt{k_x/k_y} \left(\Delta y\right)^2}{\left(k_y/k_x\right)^{1/4} + \left(k_x/k_y\right)^{1/4}} \right]_{i,j,k}^{n+1}.$$

A partir dos trabalhos de Peaceman (1978) e Peaceman (1983) vários outros modelos foram criados, buscando uma melhor representação para o acoplamento poço-reservatório e abordando situações diversas daquelas tratadas nesses artigos.

Por exemplo, foram propostos modelos para o raio equivalente: para poços descentralizados (ABOU-KASSEM; AZIZ, 1985; PEACEMAN, 1990); considerando os efeitos de interferência entre os poços (LINGEN, 1974; PEACEMAN, 1990; WILLI-AMSON; CHAPPELEAR, 1981a; WILLIAMSON; CHAPPELEAR, 1981b; PEACEMAN, 2003); levando em conta a proximidade das fronteiras (KUNIANSKY; HILLESTAD, 1980); incluindo o efeito do dano à formação e os efeitos não-Darcy provocados pelas altas velocidades de escoamento (LEE; WATTENBARGER, 1996); poços inclina-dos (MOCHIZUKI, 1995); poços horizontais (PEACEMAN, 1990; BABU et al., 1991a; BABU et al., 1991c; PEACEMAN, 1993; AL-MOHANNADI; OZ-KAN; KAZEMI, 2007) e os efeitos oriundos do regime de escoamento transiente (PE-ACEMAN, 1978; BLANC et al., 1999; AL-MOHANNADI; OZKAN; KAZEMI, 2007).

Tendo em vista a relevância do acoplamento poço-reservatório para esta tese, um maior destaque é dado, na sequência, à modelagem no âmbito da utilização de poços horizontais e da incorporação dos efeitos transientes no cálculo do índice de produtividade J_w .

4.4 Acoplamento poço-reservatório para um poço horizontal

Como foi visto na seção anterior, diversos trabalhos realizaram diferentes estudos para tentar melhorar a simulação numérica de testes de poços. A maioria deles está relacionada aos poços verticais, ao uso do índice de produtividade supondo o escoamento em regime permanente ou, ainda, a implementação do refinamento local de malha. À medida que a tecnologia avançou e novos reservatórios não convencionais foram descobertos, o poço horizontal se tornou um importante objeto de estudo na engenharia de reservatórios.

Por exemplo, Babu e Odeh (1989) determinaram o raio equivalente, para poços horizontais, usando métodos gráficos e técnicas de ajuste de curva aplicadas à solução analítica

$$r_{eq} = 0,14\sqrt[4]{k_x k_z} \left(\frac{\Delta y^2}{k_y} + \frac{\Delta z^2}{k_z}\right) \left\{\frac{1 + \exp\left[2,215 - 3,88\left(\frac{n_y n_z}{\alpha}\right)\right]}{1 + 0,533\left(\frac{\alpha}{n_z}\right)}\right\},$$

onde

$$\alpha = \left(\frac{\Delta y}{\Delta z}\right) \sqrt{\frac{k_z}{k_y}}.$$

Por sua vez, Gökta, Ertekin et al. (1999) implementaram um método de refinamento de malha local em simuladores tridimensionais, com a finalidade de modelar o desempenho da produção em poços horizontais. Entretanto, o modelo não preconiza a utilização de um raio equivalente, como é normalmente o caso nos modelos convencionais. Eles introduziram uma metodologia de refinamento de malha local, *Local Grid Refinement Methodology* (LGR), que permite o acoplamento de poços nos modelos numéricos.

Outras extensões para poço horizontais também foram desenvolvidas, tal como a utilizada por Al-Mohannadi, Ozkan e Kazemi (2007)

$$J_w = \frac{2\pi\sqrt{k_y k_z} \Delta x}{B\mu} \frac{\Delta x}{\left[1 - \left(\frac{r_w^2}{r_{eq}^2}\right)\right] \ln\left(\frac{r_{eq}}{r_w}\right)},$$

onde

$$r_{eq} = \sqrt{\frac{\Delta z \Delta y}{\pi}} \exp(-0,5)$$

para o poço posicionado paralelamente ao eixo x.

Ainda no âmbito dos poços horizontais, uma outra alternativa é dada por (BABU et al., 1991a; BABU et al., 1991b)

$$J_w = -\frac{2\pi\sqrt{k_y k_z}\Delta x}{B\mu \ln\left(\frac{r_{eq}}{r_w}\right)},$$

onde

$$r_{eq} = 0,14\sqrt[4]{k_y k_x} \sqrt{\frac{\Delta y^2}{k_y} + \frac{\Delta z^2}{k_y}} \left\{ \frac{1 + \exp\left[2,215 - 3,88\left(\frac{n_y n_y}{\alpha_H}\right)\right]}{1 + 0,533\left(\frac{\alpha_H}{n_z}\right)} \right\}$$

para um poço paralelo ao eixo x e com $\alpha_H = (\Delta y / \Delta x) \sqrt{k_z / k_y}$.

Esses são apenas alguns exemplos dentre outras metodologias possíveis (PE-ACEMAN, 1990; BABU et al., 1991c; PEACEMAN, 1993).

4.5 Acoplamento poço-reservatório e os efeitos transientes

Na Seção 4.1, observou-se que os resultados obtidos com a técnica proposta por Peaceman (1978), usando a hipótese do escoamento em regime permanente, levam ao aparecimento de um artefato numérico que não tem relação com o fenômeno de estocagem física no poço. Fundamentalmente, isto acontece devido ao uso da hipótese de regime permanente para o escoamento que é efetivamente transiente nas proximidades do poço.

Não obstante, na literatura encontram-se exemplos de técnicas de acoplamento poço-reservatório que consideram a hipótese do escoamento em regime transiente. O próprio Peaceman (1978) sugeriu um modelo considerando essa possibilidade. No decorrer dos anos, soluções analíticas obtidas para o escoamento em regime transiente vêm sendo usadas na interpretação dos resultados dos testes de pressão em poços (THEIS, 1935 apud BLANC et al., 1999). Estas soluções implicam no aparecimento da função Integral Exponencial, E_i , na determinação do Índice Transiente de Produtividade (BLANC et al., 1999)

$$TWI = \frac{4\pi kh}{\mu B \left[E_i \left(-\frac{\phi c_t \mu r_{eq}^2}{4kt} \right) - E_i \left(-\frac{\phi \mu c_t r_w^2}{4kt} \right) \right]}$$

sendo que Blanc et al. (1999) utilizaram essa equação e o mesmo raio equivalente da técnica de Peaceman (1978) (hipótese do regime permanente). O modelo ofereceu soluções mais acuradas do que aquelas da técnica original de Peaceman (1978). Porém, o seu uso pode levar a desvios quando do regime transiente no meio poroso (BLANC et al., 1999), em se tratando da determinação da pressão em um poço vertical em um reservatório fechado.

Diferentemente, Al-Mohannadi, Ozkan e Kazemi (2007) também utilizaram um índice de produtividade transiente e propuseram um raio equivalente voltado especificamente para esse regime. A solução obtida para a variação de pressão, para o escoamento radial transiente e um poço vertical, baseia-se na utilização de

$$\Delta p = \frac{q_{sc}B\mu}{L_H\sqrt{k_xk_y}} E_i \left(-\frac{\phi c_t \mu r_{eq}^2}{\sqrt{k_xk_y}t}\right).$$
(25)

e, a fim de se obter o raio equivalente em função do tempo, o método de Newton-Rapshon é utilizado

$$r_{eq_{i+1}} = r_{eq_i} - \frac{f(r_{eq_i})}{f'(r_{eq_i})},$$
(26)

onde os sobrescritos $i \in i + 1$ representam as iterações e

$$f(r_{eq_i}) = \frac{q_{sc}B\mu}{4\pi\Delta z\sqrt{k_xk_y}} E_i\left(-\frac{r_{eq_i}^2}{\frac{4t\sqrt{k_xk_y}}{\phi\mu c_t}}\right) - \Delta p,$$
(27)

onde $\Delta p = p_{ini}^{n+1} - p_c^{n+1}$, p_{ini} é a pressão inicial do reservatório e p_c é a pressão na célula que contém o poço.

Como ficou claro, o método de Newton-Raphson demanda que a derivada primeira da função seja obtida. Sabendo-se que a função $f(r_{eq_i})$ depende da avaliação da integral exponencial (OLVER, 2010),

$$E_i(f(u)) = \int_{f(u)}^{\infty} \frac{e^{f(u)}}{f(u)} du$$

e a sua derivada é dada por

$$E'_i = f'(u)\frac{e^{f(u)}}{f(u)}.$$

Então, desse resultado e fazendo-se algumas operações algébricas chega-se à expressão da derivada da função $f(r_{eq_i})$

$$f'(r_{eq_i}) = \frac{q_{sc}B\mu}{2\pi\Delta z r_{eq_i}\sqrt{k_x k_y}} \exp\left(-\frac{r_{eq_i}^2}{\frac{4t\sqrt{k_x k_y}}{\phi\mu c_t}}\right).$$
(28)

Agora, a partir da substituição das Equações (27) e (28) na Equação (26) pode-se obter a expressão para o cálculo do raio equivalente transiente, para poços verticais,

$$r_{eq_{i+1}} = \left\{ 1 - \left[\frac{q_{sc} B \mu E_i(\sigma) - 4\Delta p \pi \Delta z \sqrt{k_x k_y}}{2q_{sc} B \mu \exp(\sigma)} \right] \right\} r_{eq_i}$$

onde

$$\sigma = -\frac{r_{eq_i}^2}{4\left(\frac{\sqrt{k_x k_y}}{\phi c_t \mu}t\right)}.$$

Quando os efeitos da fronteira começam a influenciar o comportamento da pressão no poço, $r_{eq}(t)$ cresce excessivamente. Então, é recomendado que ele seja calculado pelas Equações (25), (26) e (27) enquanto $t \le t^*$, onde t^* é o tempo estimado para que efeitos de fronteira apareçam (AL-MOHANNADI; OZKAN; KAZEMI, 2007). Para $t > t^*$, toma-se $r_{eq} = r_{eq}(t^*)$, ou seja, igual ao último valor do raio equivalente transiente determinado antes da percepção dos efeitos de fronteira.

4.6 Acoplamento poço-reservatório no contexto desta tese

A fim de se alcançar os objetivos deste trabalho, deve-se empregar uma estratégia de acoplamento poço-reservatório que contemple o escoamento em regime transiente e incorpore, ainda, os efeitos de escorregamento e de adsorção do gás. Assim sendo, o modelo estará adequado para a sua aplicação ao escoamento de gás natural em reservatórios não convencionais. Então, o modelo implementado usa a permeabilidade aparente (JIANG; YOUNIS, 2015) e não a permeabilidade absoluta no cálculo do índice de produtividade e do raio equivalente.

Em função do interesse no escoamento em reservatórios convencionais, o modelo aqui empregado é próprio para o uso de poços horizontais e incorpora os efeitos transientes (BLANC et al., 1999),

$$J_{w,i,j,k}^{n+1,v} = \left\{ \frac{4\pi\sqrt{k_{app,z}k_{app,y}}\Delta x}{\mu B \left[E_1 \left(\frac{\phi\mu c_t r_w^2}{4t\sqrt{k_{app,z}k_{app,y}}} \right) - E_1 \left(\frac{\phi c_t \mu r_{eq}^2}{4t\sqrt{k_{app,z}k_{app,y}}} \right) \right] \right\}_{i,j,k}^{n+1}$$
(29)

onde c_t é a compressibilidade total ($c_{\phi} + c_g$).

Nele, o raio equivalente também é calculado usando o método de Newton-Raphson (ROSÁRIO et al., 2019)

$$r_{eq_{i+1}} = r_{eq_i} - \frac{f(r_{eq_i})}{f'(r_{eq_i})},$$
onde $E_1(u) = -E_i(-u)$ (BARRY; PARLANGE; LI, 2000).

4.6.1 Integral exponencial

As integrais exponenciais devem ser avaliadas em um amplo intervalo, contemplando os valores mais baixos da permeabilidade. Via de regra, elas são aproximadas utilizando-se séries de potências. Neste trabalho, a integral exponencial $E_1(x)$ é avaliada usando-se um ajuste polinomial, conforme sugerido por Segletes (1998). Ela deve ser calculada de modo a fornecer valores acurados para todos os valores de interesse do seu argumento. Portanto, a forma escolhida é a fornecida por Segletes (1998):

$$E_1(u) = \int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t} dt \approx e^{-u} \ln\left\{1 + \frac{1}{u} - \left[\frac{1}{u} - \ln\left(1 + \frac{1}{u}\right)\right]g(u)\right\},$$
(30)

onde g(u) é dada por

$$g(u) = \frac{u^2 + 4,054u + 6,207(1 - e^{-\gamma_E})}{u^2 + \left(4,054 + \frac{5}{3}\right)u + 6,207\left[1 + \frac{0,5032u}{(1 + 29,3u)^2}\right]} \quad 0 < x < \infty.$$

onde γ_E é a exponencial da constante de Euler. A expressão adotada, Equação (30), é uma das que tem o maior número de termos dentre as fornecidas por Segletes (1998). Em contrapartida, ela possui um baixo erro percentual (± 0,00511%) e uma faixa de aplicação mais abrangente (u>0).

Concluindo, o valor de TWI, dado pela Equação (29), é obtido através da sua forma reescrita em termos de E_1 e, de forma análoga, as demais equações também são reescritas em termos de E_1 . Para a equação da queda de pressão tem-se que

$$\Delta p = -\frac{q_{sc}B\mu}{L_H\sqrt{k_xk_y}} E_1\left(\frac{\phi c_t\mu r_{eq}^2}{t\sqrt{k_xk_y}}\right)$$
(31)

e o método de Newton-Raphson é aplicado na determinação do raio equivalente a partir da Equação (31)

$$f(r_{eq_i}) = -\frac{q_{sc}B\mu}{4\pi\Delta z\sqrt{k_xk_y}} E_1\left(\frac{r_{eq_i}^2}{\frac{4t\sqrt{k_xk_y}}{\phi\mu c_t}}\right) - \Delta p.$$

O critério para a mudança no cálculo do raio equivalente baseia-se no tempo necessário para que o regime pseudo-permanente seja alcançado. Utilizando-se o conceito de tempo adimensional e empregando-se como referência à área normal *A*

(a área de drenagem do poço em um campo ou reservatório já desenvolvido) ao eixo *z* do reservatório (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006), tem-se que

$$t_{DA} = \frac{kt}{\phi\mu c_t A}$$

supondo-se que o poço produtor está localizado no centro do reservatório e que tem uma área de drenagem na forma de um quadrado. Para $t_{DA} < 0,09$ o reservatório se comporta como sendo infinito (regime transiente no meio poroso) e a partir de t_{DA} = 0,1 atinge-se o regime pseudo-permanente (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006).

O produto μc_t foi calculado utilizando-se as condições iniciais de pressão e temperatura e assumindo-se a hipótese de que o produto seja aproximadamente constante (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006).

5 **RESULTADOS NUMÉRICOS**

Este capítulo tem como finalidade apresentar e discutir os resultados obtidos com a simulação numérica do escoamento de gás empregando o sistema de coordenadas cartesianas. O simulador utilizado neste trabalho foi codificado em linguagem de programação C padrão, no aplicativo ECLIPSE, usando o *software* de controle de versões GIT e o sistema operacional Linux OpenSUSE. Os resultados focam na análise transiente de testes de pressão (BOURDET, 2002).

Primeiramente, na Seção 5.1 são introduzidos os grupos de teste e apresentada a tabela contendo os parâmetros definidos como padrão para todas as simulações. Os resultados das simulações numéricas da produção de gás natural, através de um poço horizontal, encontram-se na Seção 5.2. São considerados os efeitos do escorregamento (permeabilidade aparente), da adsorção (balanço de massa) e o acoplamento poço-reservatório para o escoamento em regime permanente. A seguir, na Seção 5.3, tem-se os resultados utilizando agora um poço vertical e a incorporação dos efeitos transientes no acoplamento poço-reservatório. Por fim, na Seção 5.4 encontram-se aqueles do modelo mais completo, objetivo deste trabalho, que consiste na produção de gás em um poço horizontal levando em conta os efeitos do escorregamento (permeabilidade aparente) e da adsorção (permeabilidade aparente e balanço de massa) e o acoplamento poço-reservatório apropriado para o escoamento transiente.

5.1 Grupos de testes realizados

A apresentação dos resultados foi dividida em três grupos de testes, em função de como se dá a produção de gás no reservatório:

- considerando os efeitos do escorregamento no cálculo da permeabilidade aparente e da adsorção no balanço de massa, utilizando um poço horizontal e empregando um acoplamento poço-reservatório baseado na hipótese do escoamento em regime permanente (ROSÁRIO et al., 2018);
- através de um poço vertical, presença do efeito de escorregamento e usando um acoplamento poço-reservatório com a incorporação dos efeitos transientes (ROSÁRIO et al., 2017);

 levando em conta os efeitos do escorregamento e da adsorção no cálculo da permeabilidade aparente e de adsorção no balanço de massa, empregando um poço horizontal e um acoplamento poço-reservatório incorporando os efeitos transientes.

Inicialmente, apresenta-se na Tabela 2 os parâmetros que são comuns aos três grupos. Em todas as simulações usa-se um passo de tempo inicial, Δt_i , um passo de tempo final, Δt_f e um fator, $F_{\Delta t}$, responsável pela razão do crescimento do passo de tempo. A simulação começa utilizando o passo de tempo inicial e o valor do incremento de tempo é modificado pela sua multiplicação pela razão de crescimento, de modo a se obter o próximo Δt . Esse procedimento é mantido até que o seu valor alcance o do passo de tempo final pré-estabelecido. O tempo final de produção é dado por t_{max} .

	•	
Parâmetro	Valor	Unidade
$F_{\Delta t}$	1,1	-
$p_{ini} \; \mathbf{e} \; p^0$	6,0 $ imes$ 10 3	psi
p_L	1.100	psi
p_{sc}	14,65	psi
r_w	0,1	ft
R	10.731	J/kmol/K
tol_1 (PCG)	1,0 $ imes$ 10 $^{-5}$	
tol_2 (Picard)	1,0 $ imes$ 10 $^{-3}$	
T	609,67	°R
V_L	0,2 $ imes$ 10 $^{-4}$	ft ³ /lbm
$ ho_r$	2,0 $ imes$ 10 2	lbm/ft ³
au	1,41	-

Tabela 2 – Parâmetros	comuns aos
três grupos	de teste

Fonte: A autora, 2020.

5.2 Grupo 1

Nesta seção, analisa-se o comportamento da pressão em um poço produtor horizontal, de comprimento L_{wf} , quando do escoamento monofásico de gás em um reservatório do tipo *shale gas*. Os resultados incorporam os efeitos do escorregamento na determinação de k_{app} e da adsorção (na conservação de massa) e o acoplamento poço-reservatório admite a hipótese do escoamento em regime permanente (ROSÁ-RIO et al., 2018). A Tabela 3 contém os parâmetros padrões para as simulações do Grupo 1. Esses são os dados utilizados, salvo menção em contrário.

	•	
Parâmetro	Valor	Unidade
c_{ϕ}	$1,0 imes 10^{-3}$	psi^{-1}
k_x , $k_y \in k_z$	5,0 $ imes$ 10 $^{-5}$	Darcy
$L_x \in L_y$	2.400	ft
L_z	80,0	ft
L_{wf}	600,0	ft
n_x	128	-
n_y	129	-
n_z	9	-
Q_{sc}	-20,0 $ imes$ 10 3	scf/dia
t_{max}	1.825	dias
γ_g	0,6	-
Δt_i	0,01	dias
Δt_f	10	dias
$\phi \; {f e} \; \phi^0$	0,1	-

Tabela 3 –	Parâmetros	para	0
	Grupo 1		

Fonte: A autora, 2018

Os resultados de todas as simulações numéricas realizadas podem ser vistos nas Figuras 20-25. Em todas elas verifica-se, nos instantes iniciais, o aparecimento do artefato numérico, proveniente do cálculo do raio equivalente sem levar em conta os efeitos transientes. A sua duração e magnitude dependem da malha utilizada e dos valores de alguns parâmetros físicos. Já foi dito que ele acarreta no aparecimento de uma região (espécie de um patamar) na qual a pressão no poço, p_{wf} , cai muito lentamente. Entretanto, sabe-se que esse comportamento não corresponde à variação real esperada. Ele é menos significativo para malhas mais refinadas, para maiores permeabilidades e para menores valores da viscosidade. Então, como nos reservatórios do tipo *shale gas* as permeabilidades são muito baixas, o efeito do artefato numérico (ou estocagem numérica) será pronunciado. Quando a influência da estocagem numérica desaparece, captura-se adequadamente o regime conhecido como radial inicial, que é caracterizado pela primeira reta inclinada no gráfico e, na sequência, surgem os outros regimes de escoamento típicos para um poço horizontal.

Na Figura 20 mostra-se os valores obtidos sob um refinamento espacial da malha computacional. É visível que exceto para os instantes iniciais da produção, quando surgem os patamares provocados pelo artefato numérico, consequência da técnica de acoplamento poço-reservatório utilizada (regime permanente) (PEACEMAN, 1978), as soluções se aproximam umas das outras à medida que a malha é refinada e tendem a ficarem sobrepostas. Nota-se, também, que com a diminuição dos incrementos de espaço a extensão temporal do artefato diminui. Portanto, fora do intervalo impactado por ele, verifica-se que a solução numérica aproxima-se da convergência numérica.



Figura 20 – Refinamento espacial da malha computacional (Grupo 1)

Para as diferentes razões de crescimento $F_{\Delta t}$ (Figura 21), percebe-se que as curvas de pressão são praticamente as mesmas, ou seja, não houve alteração significativa dos resultados. Na simulação de reservatórios frequentemente se utiliza inicialmente pequenos incrementos de tempo, para que seja possível descrever acuradamente os fenômenos que ocorrem no início da produção. Enquanto a simulação avança o seu valor aumenta até que o valor limite pré-estabelecido para o incremento de tempo seja atingido.

Em função dos testes realizados e como não se está particularmente interessado na influência do artefato, optou-se por começar as simulações com um passo de tempo de 0,01 dia, uma razão de crescimento igual a 1,1 e um valor limite para o incremento de tempo de 10 dias.

Fonte: ROSÁRIO et al., 2018.



Figura 21 – Variação da razão do crescimento de Δt (Grupo 1)

Também foram realizadas simulações utilizando-se diferentes valores da permeabilidade da rocha e da densidade do gás, no intuito de se estudar a influência desses parâmetros na variação da pressão do poço produtor, Figuras 22 a 23.

Da lei de Darcy sabe-se que a velocidade de escoamento do fluido depende diretamente da permeabilidade e inversamente da viscosidade. Analisando-se primeiramente o efeito da permeabilidade intrínseca do reservatório, na Figura 22 vê-se que para os menores valores da permeabilidade tem-se a maior queda de pressão. Esse comportamento já era esperado, devido ao fato do fluido encontrar uma maior resistência ao escoamento no meio poroso. Como foi imposta uma vazão constante para a produção, um maior gradiente de pressão será exigido para que a vazão seja mantida constante.

Vale salientar que a permeabilidade é uma das propriedades de maior importância para o escoamento em meios porosos. No caso de reservatórios onde ocorre o escorregamento do gás, o modelo adotado preconiza que o valor da permeabilidade intrínseca altera o número de Knudsen, *Kn*. À medida que os seus valores diminuem o número de Knudsen aumentará, contribuindo para o crescimento da permeabilidade aparente, Equação (6). Então, a permeabilidade aparente será maior do que a permeabilidade intrínseca e haverá uma menor queda de pressão para uma vazão estipu-

Fonte: ROSÁRIO et al., 2018.

Figura 22 – Variação da permeabilidade (Grupo 1)



Fonte: ROSÁRIO et al., 2018.

lada. Em se tratando de um reservatório não convencional, cuja permeabilidade intrínseca é extremamente baixa, o escorregamento pode favorecer a produção. Por outro lado, devido à baixa permeabilidade, o artefato numérico terá uma duração maior. Assim sendo, os resultados calculados para os instantes iniciais não serão acurados.

Contrariamente ao que acontece para a variação da permeabilidade, menores valores da viscosidade levam a menores queda de pressão (Figura 23). Tal comportamento é fisicamente correto, pois para menores valores da viscosidade o fluido sofrerá uma menor resistência ao escoamento. Logo, uma menor suplementação de energia será necessária para manter a vazão de produção constante. Em contrapartida, da lei de Darcy modificada verifica-se que maiores valores de M_g levam a maiores quedas de pressão. Entretanto, eles também tendem a aumentar o número de Knudsen que, por consequência, aumenta o valor da permeabilidade aparente. Como resultado, tem-se uma menor queda de pressão no poço. Porém, para uma maior viscosidade ter-se-á uma redução de Kn (PESSANHA, 2018). Como em todas as simulações foram consideradas vazões prescritas, as maiores quedas de pressão estão atreladas aos menores valores da permeabilidade e aos maiores valores da densidade do gás (maiores viscosidades).

Continuando, na Figura 24 são exibidos os resultados determinados a partir da

Figura 23 – Variação da densidade (Grupo 1)



Fonte: ROSÁRIO et al., 2018.

variação dos valores da vazão. Conforme o esperado, as maiores vazões acarretam nas maiores queda de pressão por causa da relação, uma vez que a vazão é diretamente proporcional à diferença das pressões entre do reservatório e do poço.

Já na Figura 25, são expostos os valores calculados da pressão no poço sob diferentes circunstâncias:

- 1. sem os efeitos do escorregamento e da adsorção;
- 2. com os efeitos do escorregamento e da adsorção;
- 3. somente com os efeitos do escorregamento;
- 4. somente com os efeitos da adsorção.

A curva cuja legenda é Darcy refere-se ao modelo de escoamento que considera a permeabilidade aparente igual à permeabilidade absoluta (sem escorregamento) e sem adsorção. Observa-se que ela resulta na maior queda de pressão. Em contrapartida, os efeitos combinados do escorregamento e da adsorção levam às menores quedas de pressão, chegando a uma diferença de aproximadamente 66% em relação ao caso precedente. A curva proveniente da modificação apenas do termo de acúmulo, para se introduzir os efeitos da adsorção, mostra uma menor queda de

Figura 24 – Variação da vazão (Grupo 1)



Fonte: ROSÁRIO et al., 2018.





Fonte: ROSÁRIO et al., 2018.

pressão quando comparada com o resultado daquela denominada de Darcy, ou seja, a energia consegue ser preservada por um maior tempo. Entretanto, quando se considera apenas a influência do escorregamento via a permeabilidade aparente, percebese uma diferença mais pronunciada com relação ao resultado proveniente do modelo que não considera os efeitos do escorregamento e da adsorção. A curva de pressão está mais próxima daquela do modelo que combina os efeitos do escorregamento na permeabilidade aparente e da adsorção no termo de acúmulo.

Em função desses resultados fica clara, sem sombra de dúvidas, a importância da incorporação dos efeitos do escorregamento e da adsorção quando da simulação do escoamento de gás em reservatórios do tipo *shale gas*. Apesar do artefato numérico que aparece devido ao uso da técnica de Peaceman (1983) para o acoplamento poço-reservatório, e a sua maior duração em função das características do reservatório, vale salientar que essa técnica é de uso corrente nos simuladores comerciais e em aplicações acadêmicas. A sua abrangência envolve uma larga classe de problemas em engenharia de reservatórios e é apropriada para se avaliar, por exemplo, a produção de longa duração em reservatórios convencionais.

5.3 Grupo 2

Na sequência, objetivou-se a determinação da pressão em um poço produtor vertical, que penetra toda a formação, quando do escoamento monofásico em reservatórios do tipo *shale gas* incluindo, somente, o efeito do escorregamento (ROSÁRIO et al., 2017). Nos testes realizados considerou-se:

- 1. o modelo de acoplamento poço-reservatório com a incorporação dos efeitos transientes no índice de produtividade e no raio equivalente, seguindo a estratégia de solução que emprega o método de Newton-Raphson e a função E_1 no cálculo do r_{ea} ;
- 2. o modelo de acoplamento poço-reservatório de Peaceman (1983), com a hipótese do regime permanente, com o índice de produtividade dado pela Equação (24) e $r_{eq} = 0, 198\Delta x$.

Pode ser visto na Tabela 4 o número de células n_x , n_y e n_z empregadas na geração das diferentes malhas utilizadas na discretização do reservatório.

Assim como no caso do grupo anterior, a Tabela 5 contém os parâmetros utilizados na definição do caso padrão para o segundo grupo. Salvo menção em contrário,

(Grupo 2)					
Malha	1	2	3	4	5
$n_x = n_y$	11	21	41	81	161
$n_{\tilde{z}}$	3	3	3	3	3

Tabela 4 – I	Refinamento de	malha
((Grupo 2)	

Fonte: A autora, 2017

eles são os utilizados em todas as simulações desta seção. No que diz respeito às condições de contorno, impôs-se fluxo nulo nas fronteiras externas do reservatório.

Grupo 2				
Parâmetro	Unidade			
c_{ϕ}	$1,0 imes 10^{-3}$	psi^{-1}		
k_x , $k_y \in k_z$	5,0 $ imes$ 10 $^{-5}$	Darcy		
$L_x \ \mathbf{e} \ L_y$	2.000	ft		
L_z	50,0	ft		
n_x	81	-		
n_y	81	-		
n_z	3	-		
Q_{sc}	-1,0 $ imes$ 10 3	scf/dia		
t_{max}	1.000	dias		
γ_q	0,8	-		
$\check{\Delta t_i}$	0,1	dias		
Δt_f	20	dias		
$\phi \dot{\mathbf{e}} \phi^0$	0,05	-		

Tabela 5 – Parâmetros para o	
Grupo 2	

Os resultados do estudo do refinamento de malha podem ser vistos nas Figuras 26 e 27. Para o modelo de Peaceman (1983) (Figura 26), foi-se capaz de observar a convergência numérica dos resultados conforme a malha é refinada, ou seja, as soluções numéricas tendem a ficar cada vez mais próximas umas das outras, com exceção dos instantes iniciais. Nesse caso, já foi dito, tem-se o aparecimento da estocagem numérica, ocasionada pelo uso do modelo original de Peaceman (1983) que utiliza a hipótese do regime permanente. Constata-se, também, que o refinamento de malha influencia na duração do artefato numérico. Quanto mais refinada for a malha, menor será a magnitude do fenômeno de estocagem numérica. Por exemplo, para a Malha 1 ($n_x = n_y = 11$), nota-se que o artefato numérico durou aproximadamente 300 dias, enquanto que para a Malha 5 ($n_x = n_y =$ 161) a duração foi de aproximadamente 1 dia.

Fonte: A autora, 2017



Figura 26 – Modelo de Peaceman (1983) para o cálculo de J_w (Grupo 2)

Um comportamento diferente é constatado quando emprega-se a técnica de acoplamento poço-reservatório que incorpora os efeitos transientes (Figura 27). Nesse caso, a variação de pressão apresenta uma variação compatível com o previsto pelos resultados reais. Apesar deles coincidirem para os tempos iniciais, não foi observada uma convergência numérica como aquela do caso do modelo de Peaceman (1983). Os resultados não encontram-se sobrepostos para os tempos longos, embora as diferenças não sejam significativas. Vale ressaltar que, na literatura, existem relatos parecidos sobre a questão da convergência com o uso de técnicas transientes para o acoplamento poço-reservatório (AL-MOHANNADI; OZKAN; KAZEMI, 2007), indicando uma possível perda de acurácia quando do uso de malhas muito refinadas. Entretanto, não são numerosos estes relatos e esse assunto ainda carece de uma discussão mais aprofundada.

Uma outra observação importante é a de que o modelo transiente para o acoplamento viabiliza a utilização de uma malha mais grossa, uma vez que é quase imperceptível a diferença entre as curvas de pressão calculadas. Assim sendo, o esforço computacional pode ser reduzido. Em função dessa análise, definiu-se que para as demais simulações seria utilizada a Malha 4 ($n_x = n_y = 81$).

Findo o estudo de refinamento de malha, refez-se um estudo comparativo dos

Fonte: ROSÁRIO et al., 2017.



Figura 27 – Modelo transiente para o cálculo de J_w (Grupo 2)

modelos que incorporam ou não os efeitos do escorregamento e usam os dois modelos de acoplamento poço-reservatório. Os resultados da Figura 28 foram determinados a partir do modelo de Peaceman (1983) e nota-se a presença do artefato numérico nas duas simulações, com e sem os efeitos do escorregamento. Ao se levar em conta o escorregamento, o valor da permeabilidade aparente é maior do que o da permeabilidade intrínseca, levando, consequentemente, a uma menor queda de pressão. Destaca-se o fato de que o modelo original de Peaceman (1983) acarreta numa maior duração do artefato numérico, em se tratando do escoamento sem escorregamento, devido ao menor valor da permeabilidade (ROSÁRIO et al., 2017).

As mesmas tendências são mantidas no que diz respeito à queda de pressão quando utiliza-se o modelo transiente para a determinação do índice de produtividade J_w (Figura 29). Não obstante, agora não verifica-se o aparecimento do artefato numérico.

Fonte: ROSÁRIO et al., 2017.



Figura 28 – Modelo de Peaceman (1983) para o cálculo de J_w (Grupo 2)

Fonte: ROSÁRIO et al., 2017.





Fonte: ROSÁRIO et al., 2017.

A fim de se fazer uma análise de sensibilidade, também foram realizadas simulações, incorporando os efeitos transientes no acoplamento poço-reservatório, considerando diferentes valores para a permeabilidade da rocha e a densidade do fluido, Figuras 30 e 31. Uma vez mais, nota-se que em ambos os gráficos não é constatado o surgimento do artefato numérico e o comportamento das curvas de pressão é compatível, desde o início da produção, com os oriundos dos testes de pressão em campo.

A Figura 30 traz os resultados calculados variando-se os valores da permeabilidade. Como a vazão é prescrita e mantida constante, um maior gradiente de pressão é necessário para que produção permaneça a mesma para os valores mais baixos da permeabilidade. Por outro lado, quanto maiores valores da densidade mais lentamente o fluido escoará no interior do reservatório e, então, um maior gradiente de pressão também será necessário para manter-se a vazão de produção inalterada (Figura 31).





Fonte: ROSÁRIO et al., 2017.





Fonte: ROSÁRIO et al., 2017.

5.4 Grupo 3

Por fim, aborda-se o problema da produção de gás em reservatórios do tipo *shale gas* através de um poço produtor horizontal, de comprimento L_{wf} . Trata-se do escoamento monofásico, em um modelo considerando os efeitos do escorregamento e da adsorção na determinação de k_{app} , incluindo a adsorção no balanço de massa (JIANG; YOUNIS, 2015; LI et al., 2016). As seguintes situações são propostas:

- acoplamento poço-reservatório onde o índice de produtividade e o raio equivalente são calculados tendo em conta os efeitos transientes. Além disso, o método de Newton-Raphson e a função E₁ são utilizados no cálculo do r_{eq} (BLANC et al., 1999; AL-MOHANNADI; OZKAN; KAZEMI, 2007);
- 2. acoplamento poço-reservatório assumindo a hipótese do escoamento em regime permanente (PEACEMAN, 1983), índice de produtividade dado pela Equação (24) e raio equivalente igual a $0,198\Delta x$.

A Tabela 6 apresenta os parâmetros padrões de simulação para o Grupo 3. Eles são mantidos inalterados, salvo menção em contrário. Assim como para o Grupo 2, as fronteiras externas do reservatório são consideradas como sendo seladas (não há fluxo mássico através das mesmas).

•	
Valor	Unidade
$1,0 imes 10^{-4}$	psi^{-1}
5,0 $ imes$ 10 $^{-7}$	Darcy
6.000	ft
100,0	ft
1.000	ft
96	-
97	-
17	-
-1,0 $ imes$ 10 3	scf/dia
7.300	dias
0,6	-
0,01	dias
10	dias
0,1	-
	$\begin{tabular}{ l l l l l l l l l l l l l l l l l l l$

Tabela 6 – Parâmetros para o Grupo 3

Fonte: A autora, 2020

5.4.1 <u>Refinamento de malha</u>

Para o estudo do refinamento de malha, a Tabela 7 apresenta o número de células empregadas na geração das diferentes malhas utilizadas. O poço horizontal é discretizado por n_w células, enquanto que a formação rochosa portadora é discretizada por n_x , n_y e n_z células, respectivamente. Na obtencão dos resultados empregouse uma malha não-uniforme nas proximidades do poço, com Δy_w e Δz_w sendo os espaçamentos (ft) da malha para as células que representam o poço de produção horizontal no plano yz.

Nas Figuras 32, 33 e 34 são apresentados os resultados para o estudo do refinamento de malha, em gráficos da pressão do poço em função do tempo de produção, para os dois tipos de acoplamento mencionados.

Quando utiliza-se o modelo com a hipótese do escoamento em regime permanente próximo ao poço (PEACEMAN, 1983), nota-se novamente o aparecimento do

Malha	n_x	n_y	n_z	n_w	$\Delta y_w = \Delta z_w$
1	12	13	3	4	80
2	24	25	5	8	40
3	48	49	9	16	20
4	96	97	17	32	10
5	192	193	33	66	5

Tabela 7 – Refinamento de malha (Grupo 3)

Fonte: A autora, 2020

artefato numérico nos primeiros instantes de produção na Figura 32 para uma malha uniforme e na Figura 33 para uma malha não-uniforme. A duração e a magnitude desse efeito dependem do número de células da malha e dos parâmetros físicos. Eles são menos significativos para malhas mais refinadas, maiores permeabilidades e menores valores de viscosidade, como já foi destacado.



Figura 32 – Refinamento de malha: malha uniforme (Grupo 3)

Nota: Índice de produtividade considerando o regime permanente. Fonte: A autora, 2020.

Foi considerado, agora, um reservatório com uma permeabilidade 100 vezes menor do que as dos Grupos 1 e 2. Um tempo maior de produção também foi proposto, a fim de se capturar as características de um reservatório do tipo *shale gas*. Portanto, para uma malha uniforme (Figura 32), a pressão do poço diminui lentamente e tem-se aproximadamente uma reta horizontal nos instantes iniciais de produção. No entanto, esse comportamento não corresponde ao observado em um escoamento realístico. Como a permeabilidade é pequena nos reservatórios *shale gas*, a influência



Figura 33 – Refinamento de malha: malha não-uniforme (Grupo 3)

Nota: Índice de produtividade considerando o regime permanente. Fonte: A autora, 2020.

do artefato numérico é mais pronunciada. Por outro lado, com o passar do tempo, seu efeito é atenuado e é possível reproduzir com maior acurácia os regimes de escoamento, começando com o radial inicial (BOURDET, 2002). Porém, aqui, como a permeabilidade é ainda muito pequena não foi possível capturar os regimes de escoamento para o tempo de produção estipulado.

Para um refinamento usando uma malha não-uniforme (Figura 33), verifica-se que o artefato numérico tem uma duração mais curta. Entretanto, em compensação, um maior esforço computacional é requerido. Por exemplo, para a Malha 5 as simulações demandam 2 horas e 48 minutos de execução para que t_{max} seja alcançado com uma malha uniforme, enquanto que uma malha não-uniforme ele só é atingido em 154 horas! Passado o período de influência do artefato numérico, percebe-se que há evidências da convergência numérica à medida que a malha é refinada.

Agora, quando utiliza-se um acoplamento poço-reservatório considerando os efeitos transientes no índice de produtividade, os resultados não contêm mais o artefato numérico (Figura 34). Nesse caso, a pressão no poço exibe o comportamento físico esperado.

Cabe ressaltar que o modelo transiente para o acoplamento poço-reservatório admite o uso de malhas mais grossas, uma vez que a diferença de pressão é praticamente imperceptível quando comparamos os resultados obtidos com as Malhas 4 e 5.



Figura 34 – Refinamento de malha: malha uniforme (Grupo 3)

Nota: Índice de produtividade considerando o regime transiente. Fonte: A autora, 2020.

Assim, adota-se a Malha 4 com a intenção de se reduzir o esforço computacional.

5.4.2 Análise de sensibilidade

Nesta seção faz-se uma análise de sensibilidade a partir dos relutados obtidos com o modelo mais completo apresentado neste trabalho. Todas as simulações são realizadas usando o acoplamento poço-reservatório transiente e assumindo diferentes valores para a permeabilidade da rocha, a densidade do fluido, a vazão prescrita e o volume de Langmuir. Novamente, enfatiza-se que os resultados não são mais impactados pelo artefato numérico.

Primeiramente, pretende-se analisar as variações de pressão no poço horizontal sob diferentes cenários (Figura 35):

- 1. lei de Darcy clássica;
- 2. adsorção contabilizada apenas via o termo fonte;
- 3. efeitos do escorregamento no cálculo da permeabilidade aparente;
- efeitos da adsorção e do escorregamento na permeabilidade aparente e da adsorção via o termo fonte.



Figura 35 – Influência dos efeitos do escorregamento e da adsorção (Grupo 3)

A dessorção do gás tem um grande impacto no comportamento da pressão do poço, pois à medida que a pressão cai no reservatório o gás adsorvido na rocha começa a se desprender, sendo liberado e produzido. Portanto, a permeabilidade aparente vai mudando conforme a pressão vai decrescendo, devido ao efeito da adsorção no cálculo da permeabilidade aparente. Analisando os resultados individualmente, percebe-se que quando se contabiliza o gás adsorvido apenas via o termo fonte ("Adsorção"), ou seja, sem considerar a contribuição da adsorção na modificação da permeabilidade aparente, os valores se sobrepõem aos determinados utilizando a lei de Darcy clássica ("Darcy"). De acordo com Jiang e Younis (2015), a liberação de gás adsorvido no meio poroso é importante e, portanto, a sua contribuição deve ser considerada via a permeabilidade aparente.

Em se tratando do caso que considera apenas a contribuição do escorregamento na determinação da permeabilidade aparente ("Escorregamento"), a queda de pressão no poço é menor do que todas as demais, devido ao fato de que a permeabilidade aparente é maior do que a permeabilidade intrínseca do meio poroso, permitindo um maior fluxo mássico através do meio poroso para um mesmo gradiente de pressão.

O gás adsorvido nas paredes dos poros diminui a área da secção transversal por onde escoa o fluido, impactando diretamente a permeabilidade do reservatório. Assim sendo, quando considera-se a contribuição da adsorção também no cômputo da permeabilidade aparente ("Adsorcão e escorregamento"), observou-se que a queda

Fonte: A autora, 2020.

de pressão é menor do aquelas das curvas de "Darcy" e de "Adsorção", mas, maior do que a queda de pressão do modelo que leva em conta apenas o escorregamento na determinação da permeabilidade aparente ("Escorregamento"), ou seja, os resultados estão de acordo com o que acontece na produção de gás.

Para **o problema em questão**, viu-se que os efeitos provenientes da adsorção, via o termo fonte, não foram suficientes para reduzir a perda de pressão, visto que a sua curva de pressão coincide com a de "Darcy". Por conseguinte, em função dos valores intermediários da curva de "Adsorção e escorregamento", pode-se inferir que a adição dos efeitos da adsorção no cálculo da permeabilidade aparente tem um efeito oposto ao do escorregamento. Portanto, a contribuição da adsorção nem sempre resulta em aumento da permeabilidade aparente. Essa questão poderia ter sido melhor respondida com a curva de pressão simulada levando em conta somente a adsorção na avaliação da permeabilidade aparente, assim como feito recentemente no trabalho de Pessanha et al. (2020). Entretanto, os autores não usaram um índice de produtividade transiente e consideraram a produção através de um poço vertical.

Em seguida, foram gerados resultados para diferentes valores da permeabilidade intrínseca, *k*, sabendo-se que o valor da permeabilidade aparente, Equação (8), é diretamente proporcional ao seu valor. Relembrando que, daqui em diante, os efeitos do escorregamento e da adsorção modificam o valor da permeabilidade aparente e o balanço de massa e voltam a ser considerados simultaneamente.

As curvas de pressão no poço são apresentadas na Figura 36. Realizadas todas as simulações, mantida a taxa de produção constante, constata-se que os menores valores da permeabilidade levam às maiores quedas de pressão no poço.

Segundo Li et al. (2016), uma maior queda de pressão significa que mais gás estará sendo dessorvido. Em contrapartida, uma maior quantidade de gás liberado implicará a diminuição na taxa da queda de pressão no poço, uma vez que existirá mais gás passível de ser produzido. Li et al. (2016) também chegaram à conclusão de que o cômputo geral do efeito do gás adsorvido na variação da pressão não é tão óbvio quando se considera os tempos finais de produção, em oposição ao que se dá nos tempos iniciais.

Em relação à densidade do gás, diferentemente da permeabilidade, quanto maior o seu valor maior será a queda de pressão no poço (veja a Figura 37). Isso acontece porque o valor da viscosidade é diretamente proporcional ao valor da densidade. Então, para os maiores valores da viscosidade o fluido sofrerá uma maior resistência ao escoamento no interior do reservatório.



Figura 36 – Diferentes permeabilidades (Grupo 3)





Figura 37 – Diferentes densidades (Grupo 3)

Legenda: Distribuição da pressão no poço, para diferentes valores de densidade. Fonte: A autora, 2020.

Vale salientar que a densidade é empregada no cálculo da pressão e a temperatura pseudocríticas, ambas utilizadas na correlação explícita que fornece o fator de correção Z, além de ser empregada na determinação da massa específica do gás através da equação de estado para um gás real.

Além disso, o número de Knudsen depende diretamente da densidade, ou seja, maiores valores de γ_g (M_g) resultarão em maiores valores de Kn. Por outro lado, com relação à viscosidade, para maiores valores da mesma ter-se-á uma redução dos valores de Kn. Então, dependendo das condições reinantes no reservatório o aumento de γ pode aumentar ou diminuir o valor do número de Knudsen.

Agora, da lei de Darcy modificada, como maiores valores de γ levam a maiores valores de μ , sabe-se que a resistência ao escoamento também será maior. Então, existirão efeitos se contrapondo, em função dos valores da densidade, da viscosidade e da permeabilidade aparente (número de Knudsen). Entretanto, pelo que se viu, o efeito da viscosidade na lei de Darcy modificada é o mais significativo.

Trata-se, agora, das variações de pressão decorrentes da alteração da vazão de produção, Q_{sc} . A Figura 38 mostra os resultados para a pressão no poço produtor horizontal. Com o aumento da vazão, uma maior quantidade de fluido será retirado do reservatório em um mesmo intervalo de tempo, levando, assim, a uma maior queda de pressão. Logo, essas variações estão de acordo com o que deveria-se esperar para um caso real.





Legenda: Distribuição da pressão no poço, para diferentes valores de vazões. Fonte: A autora, 2020.

Por último, na Figura 39, tem-se as curvas para os testes realizados com diferentes valores do volume de Langmuir. Verifica-se, para todo o período de produção, que as curvas encontram-se sobrepostas. Mesmo quando a pressão no poço começa a cair de forma acentuada, os resultados para os diferentes valores de V_L mantém-se os mesmos. Entende-se que para as condições presentes os valores testados não foram suficientes para que fossem observadas mudanças significativas.

Bem entendido que maiores volumes de Langmuir implicam o maior volume total de gás passível de ser produzido (gás adsorvido no sólido acrescido do gás inicialmente livre nos poros). Assim, quanto maior o volume de gás adsorvido, menor será a queda de pressão para uma taxa de produção fixa, uma vez que haverá um maior volume de gás que poderá ser extraído do reservatório. Por outro lado, quanto maior for o volume de gás adsorvido, menor será o valor da permeabilidade intrínseca modificada pela adsorção k' (Equação (9)) e, consequentemente, a permeabilidade aparente.



Figura 39 – Diferentes volumes de Langmuir (Grupo 3)

Legenda: Distribuição da pressão no poço, para diferentes valores de V_L . Fonte: A autora, 2020.

CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Quando se tem por objetivo o cálculo da pressão no poço, o modelo de acoplamento poço-reservatório surge como um componente chave em um simulador numérico de reservatórios utilizando coordenadas cartesianas. Por exemplo, as técnicas de acoplamento poço-reservatório são utilizadas na simulação de testes de pressão em poços de petróleo. Nos últimos anos, os reservatórios não convencionais, apresentando baixas permeabilidades, tornaram-se muito importantes e técnicas específicas, como o uso poços horizontais e o fraturamento hidráulico, veem sendo adotados no sentido de viabilizarem a produção nos mesmos. Nesse cenário, a escolha apropriada da técnica de acoplamento poço-reservatório assume um papel significativo na simulação, no sentido de possibilitar a eliminação da estocagem numérica. Ela é introduzida em consequência do uso do acoplamento poço-reservatório levando em conta a hipótese do escoamento em regime permanente na vizinhança do poço (PEACEMAN, 1978)

Conclusões

O presente estudo visou à simulação numérica do escoamento de gás em reservatórios com o objetivo de otimizar as operações de recuperação. O trabalho deixou claro a relevância dos reservatórios para a indústria de óleo e gás, devido às descobertas de grandes reservas nas últimas décadas. Os reservatórios do tipo *shale gas* enquadram-se nesse perfil e possuem baixas permeabilidade absoluta e porosidade, implicando a necessidade do uso de técnicas especiais para viabilizar a sua produção. Por outro lado, quando do escoamento de gás nesses reservatórios é comum se deparar com os fenômenos do escorregamento e da adsorção do gás.

Os resultados aqui apresentados justificaram o uso de um modelo mais completo quando do estudo de reservatórios *shale gas*. Portanto, a principal contribuição deste trabalho é a implementação do acoplamento poço-reservatório assumindo a hipótese do regime de escoamento transiente na proximidade do poço, considerando os efeitos de escorregamento e de adsorção na resposta de pressão no reservatório e no poço. O raio equivalente transiente foi calculado via o método de Newton-Raphson e a integral exponencial E_1 mediante o uso de um polinômio. Foram investigadas a variação da pressão em poços verticais e horizontais em reservatórios do tipo *shale gas*. Também foram investigados os efeitos do refinamento de malhas uniforme e nãouniforme e realizada uma análise de sensibilidade. Portanto, buscou-se na literatura um modelo que incorporasse os efeitos do escorregamento e da adsorção do gás. No modelo adotado, o fenômeno do escorregamento é contabilizado a partir da introdução de uma permeabilidade aparente que é função do número de Knudsen (FLORENCE et al., 2007). No que diz respeito à adsorção, ela é incorporada utilizando-se a isoterma de Langmuir e levada em conta, também, no cálculo da permeabilidade aparente (LI et al., 2016; JIANG; YOUNIS, 2015).

Na resolução numérica, utilizou-se o método das Diferenças Finitas e uma técnica de acoplamento poço-reservatório que incorpora os efeitos transientes, baseada nas técnicas propostas em Blanc et al. (1999). O raio equivalente é em função do tempo e é calculado usando o método de Newton-Raphson (ROSÁRIO, 2016), sendo a função integral exponencial avaliada usando um ajuste polinomial (SEGLE-TES, 1998). Na discretização, foram empregadas aproximações do tipo diferenças centradas no espaço e atrasada no tempo, além de uma formulação totalmente implícita no tempo. O método do tipo Gradientes Conjugados Pré-condicionado foi o escolhido para se obter, iterativamente, a solução do sistema linearizado de equações algébricas.

A fim de comparação, obteve-se resultados utilizando um modelo de acoplamento poço-reservatório que considera a hipótese de regime permanente. Observouse, então, que a estocagem numérica era mais duradora e intensa por causa das baixas permeabilidades dos reservatórios *shale gas*. Uma redução da sua duração foi possível de ser alcançada quando do uso conjunto do refinamento de malha e malhas não-uniformes. Em contrapartida, houve um aumento considerável do esforço computacional.

Nos casos avaliados, a importância da permeabilidade absoluta nos resultados foi comprovada. Quanto menor o seu valor maiores serão o número de Knudsen e o impacto na permeabilidade aparente, o que resultaria em uma redução da queda de pressão no poço produtor. Entretanto, da lei de Darcy modificada sabe-se que a resistência ao escoamento também será maior. Assim sendo, existe um contraposição de efeitos. Já no caso da viscosidade, também existe efeitos contrários visto que um aumento seu implica um maior número de Knudsen (aumento da permeabilidade aparente) e uma maior dificuldade de deslocamento do fluido. Assim sendo, o resultado dos seus efeitos na queda de pressão depende das condições de escoamento consideradas que, em geral, podem mudar à medida que o tempo evolui.

Em se tratando da adsorção, o seu efeito benéfico se traduz no maior volume de gás disponível para a produção a partir da sua liberação, contribuindo para a di-

minuição da queda de pressão. Não obstante, ela pode ter um impacto negativo no cálculo da permeabilidade aparente. Com relação ao balanco de massa, o efeito da adsorção via o termo fonte adicionado à equação da continuidade não contribuiu significativamente, **nos casos estudados**, para a redução da queda de pressão.

Ainda, do ponto de vista do custo computacional, verificou-se que a não linearidade introduzida via a permeabilidade aparente influencia na determinação do índice de produtividade, podendo levar a um processo de convergência mais lento, quando do uso do método de Newton-Raphson na avaliação do raio equivalente. Concluindo, os efeitos obtidos com a previsão dos efeitos oriundos da incorporação da adsorção e do escorregamento, no cálculo da permeabilidade aparente, e do poço horizontal, na eliminação do artefato numérico, puderam ser constatados em função da redução na queda de pressão e no comportamento da pressão do poço, que estava em conformidade com os observados em campo.

Trabalhos futuros

Tendo-se em vista os resultados obtidos nesta tese e as discussões realizadas, algumas sugestões para trabalhos futuros puderam ser propostas.

Inicia-se com a codificação e a simulação empregando um modelo mais completo para a determinação da permeabilidade aparente considerando, simultaneamente, a influência dos efeitos do escorregamento, da adsorção e inerciais/turbulentos.

Uma outra possibilidade seria a incorporação do fenômeno da estocagem física nos poços produtores, bem como realizar algum estudo com um poço horizontal hidraulicamente fraturado.

Também seria importante efetuar a simulação numérica do escoamento bifásico água-gás, em um reservatório contendo poços injetores e produtores.

Por último, sugere-se a implementação de uma versão mais eficiente do método de Newton-Raphson para o cálculo do raio equivalente, visando a uma redução do custo computacional, incluindo neste contexto uma discussão mais detalhada sobre o critério para a mudança na forma de se calcular o raio equivalente, quando os efeitos de fronteira se fazem presentes.

REFERÊNCIAS

ABOU-KASSEM, J. H.; AZIZ, K. Analytical well models for reservoir simulation. *Society of Petroleum Engineers Journal, Paper SPE 11719*, v. 25, n. 4, p. 573–579, 1985.

AL-KOBAISI, M. et al. A hybrid numerical-analytical model of finite-conductivity vertical fractures intercepted by a horizontal well. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE International Petroleum Conference in Mexico*. [S.I.], 2004.

AL-MOHANNADI, N.; OZKAN, E.; KAZEMI, H. Grid-system requirements in numerical modeling of pressure-transient tests in horizontal wells. *Society of Petroleum Engineers Journal, Paper SPE 92041-PA*, v. 10, n. 2, p. 122–131, 2007.

AL-RBEAWI, S. Analytical models & type-curve matching techniques for reservoir characterization using wellbore storage dominated flow regime. *Petroleum*, Elsevier, v. 4, n. 2, p. 223–239, 2018.

ALI, W. *Modeling Gas Production from Shales and Coal-Beds*. Tese (Doutorado) — Stanford University, 2012.

ANDRADE, L. L. de Pinho Rolemberg de. *Propriedades Físico-Químicas de Fluidos de Reservatórios*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2018.

AZIZ, M.; SETTARI, A. *Petroleum Reservoir Simulation*. New York, USA: Elsevier Applied Science, 1990.

BABU, D. K.; ODEH, A. S. Productivity of a horizontal well. *Society of Petroleum Engineers Reservoir Engineering*, v. 4, n. 4, p. 417–421, 1989.

BABU, D. K. et al. Numerical simulation of horizontal wells. In: . Bahrain: Society of Petroleum Engineers Annual Technical Conference and Exhibition, 16-19 November, Paper SPE 21425, 1991.

BABU, D. K. et al. The relation between wellblock and wellbore pressures in numerical simulation of horizontal wells. *Society of Petroleum Engineers Reservoir Engineering, Paper SPE 20161*, v. 6, n. 3, p. 324–328, 1991.

BABU, D. K. et al. Supplement to paper SPE 20161, The relation between wellblock and wellbore pressure in numerical simulation of horizontal wells – General formulas for arbitrary well locations in grids. *Society of Petroleum Engineers Journal, Paper SPE 23525*, 1991.

BARRETT, R. et al. *Templates for the Solution of Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods*. [S.I.], 2006.

BARRY, D. A.; PARLANGE, J. Y.; LI, L. Approximation for the exponential integral (Theis well function). *Journal of Hydrology*, Elsevier, v. 227, n. 1, p. 287–291, 2000.

BENZI, M. Preconditioning techniques for large linear systems: a survey. *Journal of computational Physics*, Elsevier, v. 182, n. 2, p. 418–477, 2002.

BESTOK, A.; KARNIADAKIS, G. E. A model for flows in channels, pipes, ans ducts at micro and nano scales. *Microscale Thermophysical Engineering*, v. 3, p. 43–77, 1999.

BLANC, G. et al. Transient productivity index for numerical well test simulations. *Reservoir Characterization-Recent Advances, R. Schatzinger and J. Jordan, eds.*, p. 163–174, 1999.

BOURDET, D. *Well Test Analysis: the use of advanced interpretation models.* Amsterdam, The Netherlands: Elsevier, 2002.

CHEN, J. et al. Determinants of global nnatura gas consumption and import-export flows. *Energy Econ*, 2018.

CHEN, Z.; YOUQIAN, Z. Well flow models for various numerical methods. *International Journal of Numerical Analysis and Modeling*, v. 6, n. 3, p. 375–388, 2009.

CHUNG, C. L. *Simulação de reservatórios de óleo leve com poço horizontal hidraulicamente fraturado*. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto Politécnico, 2015.

COLLINS, D. A. et al. Field-scale simulation of horizontal wells with hybrid grids. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE Symposium on Reservoir Simulation*. [S.I.], 1991.

CRAFT, B.; HAWKINS, M. *Applied petroleum reservoir engineering*. [S.I.]: Englewood Cliffs, NJ:. Prentice Hall, 1991.

DANDEKAR, A. *Petroleum Reservoir Rock and Fluid Properties*. [S.I.]: CRC press, 2013.

DARCY, H. Les fontaines publiques de la ville de Dijon. Exposition et application des principes à suivre et des formules à employer dans les questions de distribution d'eau. [S.I.]: Victor Dalmont, 1856.

DELGADO, F. et al. O shale gas à espreita no Brasil: desmistificando a exploração dos recursos de baixa permeabilidade. FGV Energia, 2019.

DRANCHUK, P. M.; ABOU-KASSEM, J. H. Calculation of Z factors for natural gases using equations of state. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, v. 14, p. 34–36, 1975.

DUMKWU, F.; AKAND, I.; CARLSON, E. S. Review of well models and assessment of their impacts on numerical reservoir simulation performance. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, p. 174–186, 2012.

EIA. International Energy Outlook. [S.I.], 2017.

EPE. Balanço energético nacional 2019: ano base 2018. *Rio de Janeiro*, Empresa de Pesquisa Energética, 2019.

ERTEKIN, T.; ABOU-KASSEM, J. H.; KING, G. R. *Basic Applied Reservoir Simulation*. [S.I.]: Society of Petroleum Engineers, Richardson, USA., 2001.

EVERDINGEN, A. V.; HURST, W. et al. The application of the laplace transformation to flow problems in reservoirs. *Journal of Petroleum Technology*, Society of Petroleum Engineers, v. 1, n. 12, p. 305–324, 1949.

FARIA, F. A. D. et al. Estimating greenhouse gas emissions from future amazonian hydroelectric reservoirs. *Environmental Research Letters*, IOP Publishing, v. 10, n. 12, p. 124019, 2015.

FIOREZE, M. et al. Gás natural: potencialidades de utilização no Brasil. *Revista Eletrônica em Gestão, Educação e Tecnologia Ambiental*, v. 10, p. 2251–2265, 2013.

FLETCHER, C. A. *Computational Techniques for Fluid Dynamics*. [S.I.]: Springer, 1991.

FLORENCE, F. A. et al. Improved permeability prediction relations for low permeability sands. *Society of Petroleum Engineers*, 2007.

GÖKTA, B.; ERTEKIN, T. et al. Implementation of a local grid refinement technique in modeling slanted, undulating horizontal and multi-lateral wells. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. [S.I.], 1999.

HAWKINS JR., M. F. A note on the skin effect. *Journal of Petroleum Technology, Trans., AIME*, v. 8, n. 12, p. 65–66, 1956.

HELLER, R.; ZOBACK, M. Adsorption of methane and carbon dioxide on gas shale and pure mineral samples. *Journal of unconventional oil and gas resources*, Elsevier, v. 8, p. 14–24, 2014.

HESTENES, M.; STIEFEL, E. Methods of conjugate gradients for solving linear systems. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, v. 49, n. 6, p. 409–436, 1950.

HUBBERT, M. K. Darcy's Law and the field equations of the flow of underground fluids. *Transactions of Society of Petroleum Engineers of AIME (Journal of Petroleum Technology)*, v. 207, p. 222–239, 1956.

JIANG, J.; YOUNIS, R. M. A multimechanistic multicontinuum model for simulating shale gas reservoir with complex fractured system. *Fuel*, v. 161, p. 333–344, 2015.

JING, W. et al. Influences of adsorption/desorption of shale gas on the apparent properties of matrix pores. *Petroleum Exploration and Development*, Elsevier, v. 43, n. 1, p. 158–165, 2016.

KLINKENBERG, L. The permeability of porous media to liquids and gases. In: AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE. *Drilling and production practice*. [S.I.], 1941. p. 200–2013.

KUNIANSKY, J.; HILLESTAD, J. G. Reservoir simulation using bottomhole pressure boundary conditions. *Society of Petroleum Engineers Journal, Paper SPE 8767-PA*, v. 20, n. 6, p. 473–486, 1980.

LEAL, F. I.; REGO, E. E.; RIBEIRO, C. de O. Levelized cost analysis of thermoelectric generation in Brazil: a comparative economic and policy study with environmental implications. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, Elsevier, v. 44, p. 191–201, 2017.

LEAL, F. I.; REGO, E. E.; RIBEIRO, C. de O. Natural gas regulation and policy in Brazil: Prospects for the market expansion and energy integration in mercosul. *Energy policy*, Elsevier, v. 128, p. 817–829, 2019.

LEE, A. L.; GONZALEZ, M. H.; EAKIN, B. E. The viscosity of natural gases. Petroleum technology. *Transactions of AIME*, v. 18, p. 997–1000, 1966.

LEE, J.; ROLLINS, J. B.; SPIVEY, J. P. *Pressure transient testing*. [S.I.]: Richardson, Tex.: Henry L. Doherty Memorial Fund of AIME, Society of ..., 2003.

LEE, J.; WATTENBARGER, R. A. *Gas Reservoir Engineering*. Richardson, USA: Society of Petroleum Engineers, 1996. v. 5.

LI, D.; ZHANG, L.; LU, D. Effect of distinguishing apparent permeability on flowing gas composition, composition change and composition derivative in tight-and shale-gas reservoir. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Elsevier, v. 128, p. 107–114, 2015.

LI, D. et al. Effect of adsorption and permeability correction on transient pressures in organic rich gas reservoirs: Vertical and hydraulically fractured horizontal wells. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, v. 31, p. 214–225, 2016.

LINGEN, P. L. Description of Groningen gas well perfomance suitable for medium and long term planning. In: . Amsterdam, Netherlands: Society of Petroleum Engineers European Spring Meeting, Paper SPE 4816, 1974.

LOUCKS, R. G. et al. Morphology, genesis, and distribution of nanometer-scale pores in siliceous mudstones of the mississippian Barnett shale. *Journal of sedimentary research*, v. 79, n. 12, p. 848–861, 2009.

MCGLADE, C.; SPEIRS, J.; SORRELL, S. Unconventional gas–a review of regional and global resource estimates. *Energy*, Elsevier, v. 55, p. 571–584, 2013.

MOCHIZUKI, S. Well productivity for arbitrary inclined well. In: . San Antonio, Texas, USA: Society of Petroleum Engineers Reservoir Simulation Symposium, 12-15 February, Paper SPE 29133 MS, 1995.

NAKAJIMA, L. et al. *Otimização de Desempenho de Poços Horizontais no desenvolvimento de Campos de Petróleo*. 128 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, 2003.

OLVER, F. W. J. *NIST handbook of mathematical functions*. [S.I.]: Cambridge University Press, 2010.

PEACEMAN, D. Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation. *Society of Petroleum Engineers Journal*, v. 18, n. 3, p. 183–194, 1978.

PEACEMAN, D. W. Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation with nonsquare grid blocks and anisotropic permeability. *Society of Petroleum Engineers Journal, Paper SPE 10528*, v. 23, p. 531–543, 1983.

PEACEMAN, D. W. Interpretation of wellblock pressures in numerical reservoir simulation: Part 3 – off-center and multiple wells within a wellblock. *Society of Petroleum Engineers Reservoir Engineering, Paper SPE 16976*, v. 5, n. 2, p. 227–232, 1990.

PEACEMAN, D. W. Representation of a horizontal well in numerical reservoir simulation. *Society of Petroleum Engineers Advanced Technology Series, Paper SPE 21217-PA*, v. 1, n. 1, p. 7–16, 1993.

PEACEMAN, D. W. A new method for calculating well indexes for multiple wellblocks with arbitrary rates in numerical reservoir simulation. In: . Houston, Texas, USA: [s.n.], 2003.

PESSANHA, M. L. de O. *Estudo comparativo de modelos não-Darcy para shale gas.* [S.I.], 2018.

PESSANHA, M. L. de O. et al. Comparative study and sensitivity analysis in simulation of non-darcy flow in shale gas reservoirs. *International Journal of Advanced Engineering Research and Science (IJAERS)*, v. 7, n. Issue-11, p. n/a, 2020.

PETROLEUM & GAS ENGINEERING. *Drilling fluids engineering*. Disponível em: http://petroleumandgasengineering.blogspot.com/. Acesso em: 25 ago, 2020.

QI, Q.; ZHU, W. The three-zone composite productivity model for a multi-fractured horizontal shale gas well. In: IOP PUBLISHING. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. [S.I.], 2018. v. 121, n. 5, p. 052051.

ROSA, A.; CARVALHO, R.; XAVIER, J. *Engenharia de reservatórios de petróleo*. [S.I.]: Interciência, 2006.

ROSÁRIO, R. C. D. *Simulação numérica de reservatórios de óleo incorporando efeitos transientes no índice de produtividade*. Dissertação (Mestrado) — Instituto Politécnico, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Nova Friburgo, Brasil, 2016.

ROSÁRIO, R. C. D. et al. Atenuação da estocagem numérica usando refinamento de malha na simulação da produção em reservatórios do tipo *Shale Gas. Revista de Engenharia da Universidade Católica de Petrópolis*, v. 13, p. 78–96, 2019.

ROSÁRIO, R. C. D. et al. Análise da simulação de reservatório shale gas considerando efeitos de escorregamento e adsorção em poços horizontais. In: *8a Conferência Sul em Modelagem Computacional*. [S.I.: s.n.], 2018.

ROSÁRIO, R. C. D. et al. Simulação numérica de reservatórios do tipo shale gas empregando índice de produtividade transiente. In: *XX Encontro Nacional de Modelagem Computacional*. [S.I.: s.n.], 2017.

ROSÁRIO, R. C. D. do. Transporte de Solutos em Solos Não-Saturados. [S.I.], 2014.

ROSÁRIO, R. C. D. do et al. Numerical simulation of shale gas production using transient well index and incorporating the gas slippage phenomenon. In: *XL Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, ABMEC*. [S.I.: s.n.], 2019.

ROSáRIO, R. C. D. do; SOUZA, G. de; SOUTO, H. P. A. A comparative study of some well-reservoir coupling models in the numerical simulation of oil reservoirs. *International Journal of Advanced Engineering Research and Science (IJAERS)*, v. 7, n. Issue-9, p. 126–148, 2020.

SAAD, Y. *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*. 2. ed. Philadelphia: SIAM, 2003.

SEGLETES, S. B. A Compact Analytical Fit to the Exponential Integral E1 (x). [S.I.], 1998.

SOUZA, G. D. Acoplamento Poço-reservatório na Simulação Numérica de *Reservatórios de Gás.* Tese (Doutorado) — Universidade Estadual do Norte Fluminense, Macaé, Brasil, 2013.

SUÁREZ, A. A. The expansion of unconventional production of natural gas: tight gas, gas shale and coal bed methane. In: AL-MEGREN, D. H. (Ed.). *Advances in Natural Gas Technology*. ISBN: 978-953-51-0507-7: InTech, 2012.

TAVARES, A. L. L. O gás Natural na matriz energética brasileira e a contribuição do pré-sal no fornecimento deste importante combustível. [S.I.], 2014.

THEIS, C. V. The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using ground-water storage. *EoS, Transactions American Geophysical Union*, Wiley Online Library, v. 16, n. 2, p. 519–524, 1935.

TIAB, D.; DONALDSON, E. *Petrophysics: Theory and Practice of Measuring Reservoir Rock and Fluid Transport Properties*. [S.I.]: Gulf professional publishing, 2011.

VAN POOLLEN, H. K.; BREITENBACH, E. A.; THURNAU, D. H. Treatment of individual wells and grids in reservoir modeling. *Society of Petroleum Engineers Journal, Paper SPE 2022-PA*, v. 8, n. 4, p. 341–346, 1968.

VIEIRA, P. L. et al. Gás natural: benefícios ambientais no estado da bahia. *Salvador: Solisluna Design e Editora*, 2005.

VILLAZON, M. et al. Parametric investigation of shale gas production considering nano-scale pore size distribution, formation factor, and non-darcy flow mechanisms. *Society of Petroleum Engineers*, 2011.

WANG, C. *Pressure transient analysis of fractured wells in shale reservoirs*. Dissertação (Mestrado) — Colorado School of Mines (Petroleum Engineering), 2013.

WANG, F. P.; REED, R. M. et al. Pore networks and fluid flow in gas shales. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE annual technical conference and exhibition*. [S.I.], 2009.

WANG, M. et al. Lean gas huff and puff process for Eagle Ford shale: Methane adsorption and gas trapping effects on eor. *Fuel*, Elsevier, v. 248, p. 143–151, 2019.

WERNECK, L. F. Implementação Paralelizada de Métodos de Resolução de Sistemas Algébricos na Simulação de Reservatórios de Gás. Dissertação (Mestrado) — Instituto Politécnico, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Nova Friburgo, Brasil, 2016.

WHITAKER, S. Flow in porous media I: A theoretical derivation of Darcy's Law. *Transport in Porous Media*, v. 1, n. 1, p. 3–25, 1986.

WHITAKER, S. *The Method of Volume Averaging*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1999.

WILLIAMSON, A. S.; CHAPPELEAR, J. E. Representing wells in numerical reservoir simulation: Part I- theory. *Society of Petroleum Engineers Journal, Paper SPE 7697-PA*, v. 21, n. 3, p. 323–338, 1981.

WILLIAMSON, A. S.; CHAPPELEAR, J. E. Representing wells in numerical reservoir simulation: Part II- implementation. *Society of Petroleum Engineers Journal, Paper SPE 9770-PA*, v. 21, n. 3, p. 339–344, 1981.

ZHANG, R.-h. et al. Numerical simulation of water flooding in natural fractured reservoirs based on control volume finite element method. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Elsevier, v. 146, p. 1211–1225, 2016.

ZHANG, R.-h. et al. Research on transient flow theory of a multiple fractured horizontal well in a composite shale gas reservoir based on the finite-element method. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, Elsevier, v. 33, p. 587–598, 2016.

ZHAO, L. *Horizontal well simulation with local grid refinement*. Tese (Doutorado) — Texas A & M University, 1994.