



**Universidade do Estado do Rio de Janeiro**

Centro de Tecnologia e Ciências

Faculdade de Engenharia

Douglas Alves Martins

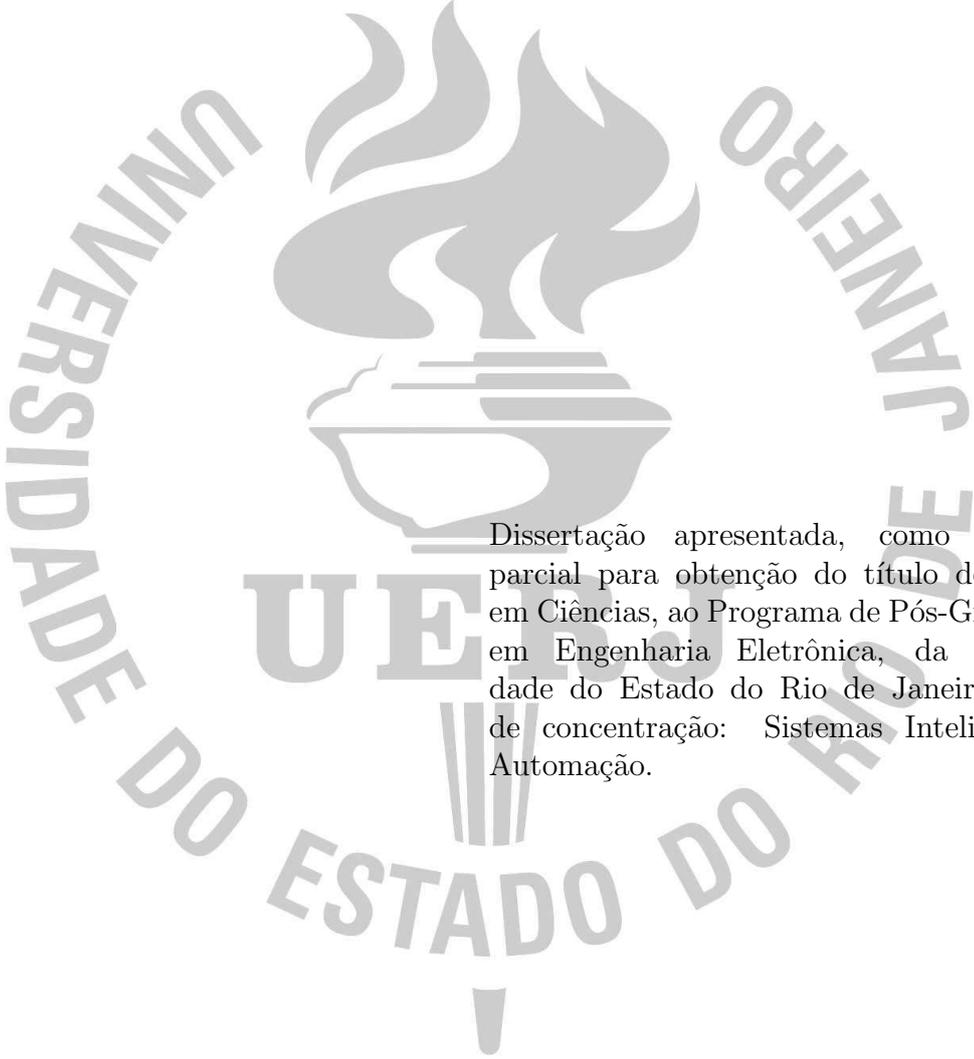
**Controle a Estrutura Variável para Atenuar Modos Ressonantes  
em Servomecanismos**

Rio de Janeiro

2015

Douglas Alves Martins

**Controle a Estrutura Variável para Atenuar Modos Ressonantes em  
Servomecanismos**



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Eletrônica, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Sistemas Inteligentes e Automação.

Orientador: Prof. Dr. José Paulo V. S. da Cunha

Rio de Janeiro

2015

## CATALOGAÇÃO NA FONTE

UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC/B

M386 Martins, Douglas Alves.  
Controle a estrutura variável para atenuar modos  
ressonantes em servomecanismos / Douglas Alves Martins. -  
2015.

120 f.

Orientador: José Paulo Vilela Soares da Cunha.  
Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado do Rio  
de Janeiro, Faculdade de Engenharia.

1. Engenharia Eletrônica. 2. Servomecanismos –  
Dissertações. 3. Frequência – Ressonância – Dissertações. 4.  
Controle por modo deslizante – Dissertações. I. Cunha, José  
Paulo Vilela Soares da. II. Universidade do Estado do Rio de  
Janeiro. III. Título.

CDU 621-52

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação, desde que citada a fonte.

---

Assinatura

---

Data

Douglas Alves Martins

**Controle a Estrutura Variável para Atenuar Modos Ressonantes em  
Servomecanismos**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Eletrônica, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Sistemas Inteligentes e Automação.

Aprovado em: 23 de setembro de 2015.

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. José Paulo V. S. da Cunha (Orientador)

Faculdade de Engenharia - UERJ

---

Prof. Dr. Tiago Roux de Oliveira

Faculdade de engenharia - UERJ

---

Prof. Dr. Antonio Carlos Ferreira

Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ

---

Prof. Dr. Eduardo Vieira Leão Nunes

Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ

Rio de Janeiro

2015

## DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho ao meu pai Francisco e à minha mãe Debora por todo o esforço e dedicação para que eu tivesse não apenas uma boa educação, mas também caráter para buscar meus objetivos com honestidade e determinação. Amo vocês!

## AGRADECIMENTO

Agradeço primeiramente a Deus.

Ao meu pai Francisco por todo o apoio e enormes esforços para me proporcionar uma educação de qualidade. O senhor sempre terá minha eterna gratidão. A minha mãe Debora por sempre acreditar em mim e me apoiar em todos os momentos da minha vida, mesmo que em alguns momentos isso tenha lhe causado tristezas pelo fato da minha mudança de cidade. Mãe, nem tenho palavras para agradecer. Ao meu irmão Danilo, que embora sinta a minha falta, nunca deixou de me transmitir muito amor e alegria em todos os momentos. A minha futura esposa Liliane por compreender a minha ausência durante a elaboração desta Dissertação e por sempre me incentivar nos momentos de fraqueza. Ao meu professor e orientador José Paulo por todo empenho ao me orientar ao longo deste trabalho e pela enorme paciência. Aprendi muito com o senhor, meus sinceros agradecimentos. Ao professor Tiago Roux pelas conversas e esclarecimentos não somente sobre disciplinas de controle mas também sobre sua perspectiva em relação a área de pesquisa e desenvolvimento, além de ter aceitado participar da banca desta Dissertação. Aos professores Nival Nunes e José Franco pelos conhecimentos passados em aula e pelas conversas de incentivo ao longo do desenvolvimento desta Dissertação. Aos professores Luis Monteiro, Maria Bellar e Germano pelo apoio e incentivo em diversas ocasiões. Aos colegas de turma Ernesto Rodrigues e Ionara Marques pelo companheirismo e apoio ao longo dessa jornada. Aos professores Antônio Carlos e Eduardo Nunes por aceitarem participar da banca de defesa desta Dissertação e por todos os comentários que contribuíram para o aprimoramento deste trabalho. Ao meu amigo dos tempos de graduação Bruno Pilon, por toda ajuda e motivação ao longo do desenvolvimento deste trabalho. Aos colegas de trabalho Lyon Aragão, Rafael Marques e toda a equipe da oprônica pelo apoio durante o desenvolvimento deste trabalho. Aos meus chefes, Arlindo Caldeira e Fábio Bandeira por todo apoio e compreensão ao longo de todos esses anos de trabalho. A professora Marcilei Silveira, orientadora da minha iniciação científica, por ter me apoiado e me guiado nos meus primeiros passos na área da pesquisa, minha gratidão. Agradeço também a todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

Nossa maior fraqueza está em desistir. O caminho mais certo de vencer é tentar mais uma vez.

*Thomas Edison*

## RESUMO

MARTINS, Douglas Alves. *Controle a Estrutura Variável para Atenuar Modos Ressonantes em Servomecanismos*. 2015. 120f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Eletrônica) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

Nesta Dissertação é mostrada experimentalmente a existência de modos ressonantes em servomotores de corrente contínua sem núcleo de ferro. Até onde se sabe, não há publicações ou documentos técnicos de fabricantes que relatam esse efeito neste tipo de motor. Foi observado também que a frequência de ressonância é variável e que possivelmente depende da temperatura interna do motor. Conforme é mostrado em simulações, técnicas tradicionais para o controle de motores podem não ser eficazes para lidar com esses modos ressonantes. Com o objetivo de amortecer a ressonância e obter o controle de velocidade e posição desses motores, são desenvolvidos controladores por modo deslizante baseados em funções de chaveamento obtidas por observadores de alto ganho. Esse controle é robusto a incertezas paramétricas e perturbações. Com o auxílio de simulações, são mostrados os pontos fortes e limitações de cada um dos controladores.

Palavras-chave: Motor sem núcleo de ferro. Modos ressonantes. Controle por modo deslizantes. Filtros de estado. Realimentação de estado. Observador de alto ganho.

## ABSTRACT

MARTINS, Douglas Alves. *Variable Structure Control to Damp Resonant Modes in Servomotors*. 2015. 120f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Eletrônica) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

In this thesis the existence of resonant modes in coreless DC servomotors is experimentally shown. As far as we know, these effects have not been previously reported in publications or technical documents by manufacturers of these type of servomotors. It has also been observed that the resonant frequency is variable and possibly dependent on the motor temperature. Traditional techniques applied in motor control can not be effective to deal with resonant modes as shown by simulations. In order to damp the resonance and control the motor shaft speed (and position), sliding mode controllers based on switching functions obtained from high gain observers are developed. These controllers are robust to parametric uncertainties and disturbances. The advantages and limitations of each controller are shown by simulations.

Keywords: Coreless DC Motor. Ironless DC Motor. Resonant Modes. Sliding Mode Control. High Gain Observer. State Filters. State Feedback Control.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Motor CC do tipo <i>ironless</i> . Imagem extraída de (PORTESCAP, 2009)...	21
Figura 2 - Circuito de armadura de um motor CC.....	22
Figura 3 - Diagrama de blocos representando o controle do motor através da tensão de armadura. ....	23
Figura 4 - Diagrama de blocos representando o controle do motor através da corrente de armadura. ....	25
Figura 5 - Representação de um sistema composto por um motor conectado a uma carga.....	25
Figura 6 - Resposta em frequência de um sistema composto por um motor conectado a uma carga com sensor no eixo do motor. ....	27
Figura 7 - Resposta em frequência de um sistema composto por um motor conectado a uma carga com sensor colocado na carga. ....	29
Figura 8 - Resposta em frequência para o controle de posição do motor através da tensão de armadura considerando a indutância da armadura. ....	30
Figura 9 - Resposta em frequência para o controle de posição do motor desprezando o efeito da indutância da armadura. ....	31
Figura 10- Resposta em frequência considerando o controle de posição da carga, desprezando o efeito da indutância de armadura.....	32
Figura 11- Bancada de experimentos. Da esquerda para direita: um gerador de funções, um amplificador de potência, motor CC sem núcleo de ferro a frente e osciloscópio digital.....	35
Figura 12- Resposta em frequência obtida experimentalmente.....	36
Figura 13- Resposta em frequência do motor obtida experimentalmente e da função de transferência identificada experimentalmente. ....	39
Figura 14- Resposta em frequência de dois modelos da dinâmica do motor: primeira ordem(2.6) e terceira ordem (2.7). ....	39
Figura 15- Diagrama de blocos de um controle proporcional de velocidade .....	41
Figura 16- Resposta ao degrau unitário de um sistema de primeira ordem com $K_p = 0, 1$ . ....	42

Figura 17- Resposta ao degrau de um sistema de primeira ordem com $K_p = 0,3$ . ....	42
Figura 18- Resposta ao degrau de um sistema de terceira ordem com $K_p = 0,1$ . ....	43
Figura 19- Resposta ao degrau de um sistema de terceira ordem com $K_p = 0,3$ . ....	43
Figura 20- Diagrama de blocos representando o controlador de ação proporcional e integral da velocidade. ....	44
Figura 21- Resposta ao degrau para o controlador de ação proporcional e integral da velocidade com ganho $K_p = 0,1$ . ....	44
Figura 22- Resposta ao degrau para o controlador de ação proporcional integral da velocidade com ganho $K_p = 0,3$ . ....	45
Figura 23- Comparação da resposta em frequência do motor com a resposta em frequência do motor compensado por um filtro passa-baixas para verificar a influência do filtro passa-baixas. ....	46
Figura 24- Diagrama de blocos para o controle proporcional de velocidade com a inclusão de um filtro passa-baixas (FPB). ....	47
Figura 25- Resposta ao degrau para o conjunto FPB e motor com $K_p = 0,3$ . ....	47
Figura 26- Resposta ao degrau para o conjunto FPB e motor com $K_p = 1,5$ . ....	48
Figura 27- Resposta ao degrau para o conjunto FPB e motor com ganho $K_p = 1,9$ . ..	48
Figura 28- Efeito da inclusão do filtro <i>notch</i> na resposta em frequência do motor. ...	49
Figura 29- Diagrama de blocos para o controle proporcional de velocidade com a inclusão de um filtro <i>notch</i> . ....	50
Figura 30- Resposta ao degrau para o conjunto filtro <i>notch</i> , motor com controle proporcional de ganho $K_p = 0,3$ . ....	50
Figura 31- Resposta ao degrau para o conjunto filtro <i>notch</i> , motor e controlador de velocidade proporcional com ganho $K_p = 1,5$ . ....	51
Figura 32- Resposta ao degrau para o conjunto filtro <i>notch</i> , motor e controlador de velocidade proporcional com ganho $K_p = 2$ . ....	51
Figura 33- Resposta em frequência do sistema com filtro <i>notch</i> para o caso em que a frequência de ressonância é alterada de 1840 Hz para 1700 Hz. ....	51
Figura 34- Resposta ao degrau para o controle proporcional de velocidade do motor utilizando um filtro <i>notch</i> com ganho $K_p = 0,9$ e frequência de ressonância do motor alterada para 1700 Hz. ....	52
Figura 35- Resposta em frequência para o conjunto filtro biquadrático e motor. ....	53

Figura 36- Diagrama de blocos para o controle proporcional de velocidade com a inclusão de um filtro biquadrático. ....	53
Figura 37- Resposta ao degrau para o controle proporcional de velocidade do motor utilizando um filtro biquadrático com ganho $K_p = 0,3$ . ....	54
Figura 38- Resposta ao degrau para o controle proporcional de velocidade do motor utilizando um filtro biquadrático com ganho $K_p = 1,5$ . ....	54
Figura 39- Resposta ao degrau para o controle proporcional de velocidade do motor utilizando um filtro biquadrático com ganho $K_p = 2,1$ . ....	55
Figura 40- Resposta em frequência do sistema com filtro biquadrático para o caso em que a frequência de ressonância é alterada de 1840 Hz para 1700 Hz. ..	55
Figura 41- Resposta ao degrau para o controle proporcional de velocidade do motor utilizando um filtro biquadrático com ganho $K_p = 0,8$ e frequência de ressonância do motor alterada para 1700 Hz. ....	56
Figura 42- Diagrama de blocos representando o controle por realimentação de estado.	59
Figura 43- Resposta ao degrau unitário para um controle de velocidade baseado em realimentação de estado. ....	59
Figura 44- Resposta ao degrau unitário para um controle de velocidade baseado em realimentação de estado para o caso em que a frequência de ressonância é alterada para 1700 Hz. ....	60
Figura 45- Resposta ao degrau unitário para um controle de velocidade baseado em realimentação de estado para o caso em que uma perturbação $d(t)$ é injetada no sinal de controle. ....	61
Figura 46- Plano de fase do sistema (motor e SMC). ....	68
Figura 47- Resposta no tempo da velocidade ( $x_1$ ) e da posição ( $x_2$ ) com um controlador SMC ( $u$ ). ....	68
Figura 48- Efeito do <i>chattering</i> na resposta do sistema com um controlador SMC considerando um termo ressonante no motor. ....	69
Figura 49- Comparação entre dois sinais de controle. A figura superior mostra o controle sem o efeito do <i>chattering</i> (sem o termo ressonante no motor) enquanto que na figura inferior o <i>chattering</i> está presente (com termo ressonante no motor). ....	69

Figura 50- Diagrama de blocos do controle por modelo de referência (IOANNOU; SUN, 2012).....	73
Figura 51- Diagrama de blocos do controlador que será utilizado nesta Dissertação. .	79
Figura 52- Comparação da resposta em frequência do motor e do modelo de referência.	84
Figura 53- Controle de velocidade: resposta ao degrau em condições nominais. ....	92
Figura 54- Controle de posição: resposta ao degrau unitário em condições nominais.	92
Figura 55- Controle de velocidade: resposta ao degrau para o caso em que $u^{nom} = 0$ .	93
Figura 56- Controle de posição: resposta ao degrau para o caso em que $u^{nom} = 0$ ...	94
Figura 57- Controle de velocidade: resposta ao degrau para o caso em que a frequência de ressonância do motor foi alterada de 1840 Hz para 1700 Hz.....	94
Figura 58- Controle de velocidade: resposta ao degrau para o caso em que o polo eletromecânico do motor foi alterado de -50 rad/s para -10 rad/s. ....	95
Figura 59- Controle de posição: resposta ao degrau para o caso em que a frequência de ressonância é alterada de 1840 Hz para 1700 Hz.....	95
Figura 60- Controle de posição: resposta ao degrau para o caso em que o polo eletromecânico é alterado de -50 rad/s para -10 rad/s.....	96
Figura 61- Controle de Velocidade: resposta ao degrau para o caso em que existe uma perturbação $d(t)$ no sinal de controle. ....	96
Figura 62- Controle de posição: resposta ao degrau para o caso em que é colocada uma perturbação no sinal de controle. ....	97
Figura 63- Resposta ao degrau com um saturador cujos limites são $\pm 10$ V no sinal de controle. ....	97
Figura 64- Controle de posição: resposta ao degrau para o caso em que um saturador é colocado no sinal de controle. ....	98
Figura 65- Controle de velocidade: Resposta ao degrau em condições nominais.....	98
Figura 66- Controle de posição: resposta ao degrau em condições nominais. ....	99
Figura 67- Controle de velocidade: resposta ao degrau para o caso em que $u^{nom} = 0$ .	100
Figura 68- Controle de velocidade: resposta ao degrau para o caso em que $u^{nom} = 0$ e o parâmetro $\delta = 1$ . ....	100
Figura 69- Controle de posição: resposta ao degrau para o caso em que $u^{nom} = 0$ ...	101

Figura 70- Controle de velocidade: resposta ao degrau para o caso em que a frequência de ressonância do motor é alterada de 1840 Hz para 1700 Hz. ...	101
Figura 71- Controle de velocidade: resposta ao degrau para o caso em que o polo eletromecânico é alterado de -50 rad/s para -10 rad/s.....	102
Figura 72- Controle de posição: resposta ao degrau para o caso em que a frequência de ressonância do motor é alterada de 1840 Hz para 1700 Hz. ....	102
Figura 73- Controle de posição: resposta ao degrau para o caso em que o polo eletromecânico é alterado de -50 rad/s para -10 rad/s.....	103
Figura 74- Controle de velocidade: resposta ao degrau para o caso em que existe uma perturbação $d(t)$ no sinal de controle.....	103
Figura 75- Controle de posição: resposta ao degrau para o caso em que existe uma perturbação $d(t)$ no sinal de controle. ....	104
Figura 76- Controle de posição: resposta ao degrau para o caso em que existe uma perturbação $d(t)$ no sinal de controle e $\delta = 1,5$ . ....	105
Figura 77- Controle de velocidade: resposta ao degrau utilizando um saturador que limita a amplitude do sinal de controle em $\pm 10$ V. ....	105
Figura 78- Controle de posição: resposta ao degrau utilizando um saturador que limita a amplitude do sinal de controle em $\pm 10$ V. ....	106
Figura 79- Controle de Velocidade: Sinais formados pelo produto termo a termo dos vetores $\bar{\theta}$ e $\omega$ utilizados para gerar o controle nominal. ....	107
Figura 80- Controle de Velocidade: Módulo dos sinais formados pelo produto termo a termo dos vetores $\bar{\theta}$ e $\omega$ utilizados para gerar a função de modulação.....	107
Figura 81- Diagrama elétrico das conexões dos equipamentos no experimento de identificação.....	117
Figura 82- Sinais de entrada e saída do motor: Frequência do sinal ajustada para 1700 Hz. Tensão de saída medida: 40,2 mV rms.....	119
Figura 83- Sinais de entrada e saída do motor: Frequência do sinal ajustada para 1840 Hz. Tensão de saída medida: 210 mV rms. ....	119
Figura 84- Sinais de entrada e saída do motor: Frequência do sinal ajustada para 2000 Hz. Tensão de saída medida: 33,8 mV rms.....	120

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros para simulação .....	27
Tabela 2 - Parâmetros do modelo de referência.....	83
Tabela 3 - Polos do HGO.....	85
Tabela 4 - Valor dos parâmetros $\theta_{max}$ e $\theta_{min}$ utilizados no controle baseado em filtros de estado com observador de alto ganho e modo deslizante.....	86
Tabela 5 - Parâmetros do $u_{nom}$ utilizados no controle baseado em filtros de estado com observador de alto ganho e modo deslizante.....	87
Tabela 6 - Parâmetros para a função de modulação utilizada no controle baseado em filtros de estado com observador de alto ganho e modo deslizante.....	87
Tabela 7 - Valores dos parâmetros $K^{min}$ e $K^{max}$ utilizados no controle por modo deslizante e observador de alto ganho.....	88
Tabela 8 - Parâmetros para o $u_{nom}$ utilizado no controle por modo deslizante e observador de alto ganho.....	88
Tabela 9 - Parâmetros para a função de modulação utilizada no controle por modo deslizante e observador de alto ganho.....	89
Tabela 10- Parâmetros do modelo de referência para controle de posição.....	89
Tabela 11- Polos do HGO para o controle de posição.....	89
Tabela 12- Parâmetros do $u_{nom}$ para o controle de posição baseado em filtros de estado com observador de alto ganho e modo deslizante.....	90
Tabela 13- Parâmetros do $u_{nom}$ para o controle de posição por modo deslizante e observador de alto ganho.....	90
Tabela 14- Parâmetros para função de modulação do controle de posição por modo deslizante e observador de alto ganho.....	91

## LISTA DE SIGLAS

CC	Corrente Contínua
FPB	Filtro Passa-Baixas
HGO	Observador de Alto Ganho ( <i>High Gain Observer</i> )
MRC	Controle por Modelo de Referência ( <i>Model Reference Control</i> )
SMC	Controle por Modo Deslizante ( <i>Sliding Mode Control</i> )
SPR	Estritamente Real Positiva ( <i>Strictly Positive Real</i> )
VSC	Controle a Estrutura Variável ( <i>Variable Structure Control</i> )

## SUMÁRIO

	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	17
	<b>Objetivos Desta Dissertação</b> .....	18
	<b>Organização da Dissertação</b> .....	18
	<b>Notação e Terminologia</b> .....	19
1	<b>MOTORES DE CORRENTE CONTÍNUA</b> .....	20
1.1	<b>Conceitos Básicos</b> .....	20
1.1.1	<u>Motores CC sem Núcleo de Ferro</u> .....	20
1.2	<b>Modelagem da Dinâmica do Motor</b> .....	21
1.2.1	<u>Controle por Tensão</u> .....	22
1.2.2	<u>Controle por Corrente</u> .....	25
1.3	<b>Ressonância em Motores CC</b> .....	25
2	<b>IDENTIFICAÇÃO DO MOTOR</b> .....	33
2.1	<b>Obtenção dos Parâmetros do Motor</b> .....	33
2.1.1	<u>Resposta em Frequência do Motor</u> .....	34
2.2	<b>Considerações Finais Sobre o Experimento de Identificação</b> .....	40
3	<b>TÉCNICAS TRADICIONAIS PARA ATENUAR OS EFEITOS DA RESSONÂNCIA</b> .....	41
3.1	<b>Efeito da Ressonância em um Controlador Proporcional de Velocidade</b> .....	41
3.2	<b>Controlador de Ação Proporcional e Integral</b> .....	43
3.3	<b>Filtro Passa-Baixas</b> .....	45
3.4	<b>Filtro <i>Notch</i></b> .....	48
3.5	<b>Filtro Biquadrático</b> .....	52
3.6	<b>Realimentação de Estado</b> .....	56
3.7	<b>Outras Técnicas Encontradas na Literatura</b> .....	61
4	<b>PROJETO E DESENVOLVIMENTO DO CONTROLE POR MODO DESLIZANTE E OBSERVADORES DE ALTO GANHO</b> .....	64
4.1	<b>Controle por Modo Deslizante (SMC)</b> .....	64

4.1.1	<u>Exemplo de Aplicação</u> .....	67
4.1.2	<u>Modo Deslizante Aplicado ao Controle de Motores Elétricos</u> .....	70
4.2	<b>Controle Baseado em Filtros de Estado</b> .....	71
4.3	<b>Equações dos Erros</b> .....	74
4.3.1	<u>Equação do Erro para o Controle com Filtros de Estado, SMC e HGO</u> .....	74
4.3.2	<u>Equação do Erro para o Controle SMC e HGO</u> .....	75
4.4	<b>Observador de Alto Ganho (HGO)</b> .....	76
4.4.1	<u>HGO para Controle com Filtros de Estado e Modo Deslizante</u> .....	78
4.4.2	<u>HGO para Controle por Modo Deslizante</u> .....	78
4.5	<b>Controlador Baseado em Filtros de Estado com Observador de Alto Ganho e Modo Deslizante</b> .....	78
4.6	<b>Controlador Baseado em Modo Deslizante e Observador de Alto Ganho</b> .....	80
5	<b>APLICAÇÃO DE CONTROLADORES A UM MOTOR SEM NÚCLEO DE FERRO COM EFEITO DA RESSONÂNCIA</b> .....	83
5.1	<b>Projeto dos Controladores</b> .....	83
5.1.1	<u>Escolha de um Modelo de Referência</u> .....	83
5.1.2	<u>Projeto do Observador de Alto Ganho</u> .....	85
5.1.3	<u>Projeto da Superfície de Deslizamento</u> .....	85
5.1.4	<u>Projeto do Controlador Baseado em Filtros de Estado com HGO e SMC</u> ...	86
5.1.5	<u>Projeto do Controlador por Modo Deslizante e Observador de Alto Ganho</u> .	88
5.1.6	<u>Projeto para o Controle de Posição</u> .....	89
5.2	<b>Resultados por Simulações</b> .....	91
5.2.1	<u>Simulações do Controle Baseado em Filtros de Estado com HGO e SMC</u> ...	91
5.2.2	<u>Simulações do Controle por Modo Deslizante e HGO</u> .....	98
5.3	<b>Discussão dos Resultados</b> .....	106
	<b>CONCLUSÃO</b> .....	110
	<b>Contribuições desta Dissertação</b> .....	112
	<b>Sugestões para Trabalhos Futuros</b> .....	113
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	114
	<b>APÊNDICE</b> .....	117

## INTRODUÇÃO

O uso de motores de corrente contínua (CC) já é bastante difundido nas mais diversas áreas tecnológicas. A baixa complexidade para controlá-los também é uma característica que os tornaram atraentes para a indústria (SEN, 1997; KRISHNAN, 2001). A demanda por um controle mais preciso, mais rápido e confiável a um custo menor, faz com que a tecnologia empregada na fabricação desses motores permaneça em constante evolução.

Uma das tecnologias empregadas em motores CC deu origem a uma classe de motores conhecidos como motores sem núcleo de ferro, também conhecidos pelo seu termo em inglês *ironless* ou *coreless* discutido em (TOLIYAT; KLIMAN, 2004, Seção 2.3.9). Como principais características esses motores possuem maior durabilidade do seu sistema de comutação e, portanto, não requerem manutenções tão frequentes quanto os motores tradicionais. De acordo com um dos fabricantes desse tipo de motor (PORTESCAP, 2009), as principais vantagens desses motores em relação aos tradicionais são: melhor dissipação térmica, menor atrito, rápida aceleração, baixo momento de inércia e menor tempo de reação.

Contudo, mesmo esses motores modernos podem apresentar comportamentos indesejados quando são colocados para operar em certas condições. Embora o motor seja de corrente contínua, em algumas aplicações esses motores podem ser controlados com uma tensão de armadura cujo sinal da amplitude (positivo ou negativo) é variado em uma determinada frequência. Dependendo da frequência pode surgir o efeito indesejável da ressonância no motor. A ressonância pode induzir vibrações e ruídos no motor, podendo comprometer seu funcionamento a longo prazo.

O problema da ressonância em motores CC tradicionais já é bastante conhecido, principalmente os casos em que a frequência de ressonância encontra-se em torno de 200 Hz (FAULHABER, 2014). Por outro lado, até onde se sabe, não há publicações ou documentos técnicos de fabricantes que relatam esse efeito da ressonância em motores CC sem núcleo de ferro. Entretanto, verificou-se nesta Dissertação que esse fenômeno ocorre nesses motores na faixa de frequência de 1700 Hz a 1840 Hz. Além disso, experimentos indicam que possivelmente essa frequência é dependente da temperatura interna do motor.

O principal problema em relação ao controle desses motores, é que os controladores

de alto ganho podem acabar excitando esses modos ressonantes, o que prejudicaria o processo a ser controlado além de poder causar danos ao motor. Para lidar com esses modos ressonantes, especialmente em casos em que a frequência de ressonância não é fixa, técnicas tradicionais baseadas em filtros não são eficazes conforme é discutido em (ELLIS; GAO, 2001). Além disso, é desejável que o controlador a ser utilizado possa lidar com incertezas quanto aos parâmetros do motor, visto que em diversas situações é comum não ter informações de todos os parâmetros, além do fato de que alguns deles tem seus valores alterados ao longo do tempo devido a desgastes mecânicos.

Com o objetivo de atender essas especificações é necessário o uso de controladores mais robustos do que os tradicionais controladores de ação proporcional e integral. Nesta Dissertação as características desejadas para o desempenho do motor, ou seja sem modos ressonantes, são especificadas através de um modelo de referência conforme é discutido em (IOANNOU; SUN, 2012). Em conjunto com o modelo de referência, um controlador por modo deslizante (UTKIN, 1993; EDWARDS; SPURGEON, 1998) é utilizado cuja função de chaveamento é gerada a partir do estado do erro estimado por um observador de alto ganho (KHALIL, 2002). A função de modulação do sinal de controle para um dos controladores avaliados é projetada a partir do uso de filtros de estado (CUNHA et al., 2009; IOANNOU; SUN, 2012) enquanto que um outro controlador terá sua função de modulação gerada a partir do estado do motor, estimado pelo observador de alto ganho, conforme também é desenvolvido para sistemas não-lineares em (OH; KHALIL, 1997). As vantagens e limitações de cada controlador são avaliadas através de simulações.

## **Objetivos desta Dissertação**

Os objetivos desta Dissertação são controlar a velocidade e a posição de servomotores de forma a obter um desempenho robusto a incertezas paramétricas e a perturbações. Além disso o controlador deverá ser capaz de amortecer os modos ressonantes.

## **Organização da Dissertação**

O **Capítulo 1** apresenta os conceitos básicos sobre motores de corrente contínua bem como o desenvolvimento do modelo dinâmico, enfatizando os modos ressonantes tendo em vista a realização do controle.

O **Capítulo 2** apresenta a identificação paramétrica obtida experimentalmente de um motor CC sem núcleo de ferro tendo em vista o modelo dinâmico que será utilizado ao longo desta Dissertação.

O **Capítulo 3** apresenta uma revisão de algumas técnicas tradicionalmente utilizadas para lidar com a ressonância em motores de corrente contínua.

O **Capítulo 4** apresenta conceitos sobre controle por modelo de referência, observador de alto ganho e controle por modo deslizante. Esses conceitos são utilizados para o desenvolvimento dos controladores utilizados nesta Dissertação.

O projeto dos controladores e sua avaliação, com auxílio de simulações, são apresentados no **Capítulo 5**.

**Conclusões** sobre o trabalho desenvolvido, bem como sugestões para trabalhos futuros, são apresentados no final desta Dissertação.

## Notação e Terminologia

A notação e a terminologia utilizadas nesta Dissertação são apresentadas a seguir:

- A norma Euclidiana de um vetor  $x$  e a norma induzida de uma matriz  $A$  são denotadas por  $\|x\|$  e  $\|A\|$ , respectivamente.
- $|v|$  denota um vetor formado pelo valor absoluto de cada um dos componentes de  $v$ .
- A matriz  $A^T$  denota a matriz transposta de  $A$ .
- Adotam-se as definições encontradas em (IOANNOU; SUN, 2012; KHALIL, 2002) para funções de transferência estritamente reais positivas (Strictly positive real-SPR).
- A estabilidade semi-global implica em uma região de atração tão grande quanto se queira, desde que limitada.
- A estabilidade global é a convergência das trajetórias do sistema à origem, para qualquer condição inicial.

## 1 MOTORES DE CORRENTE CONTÍNUA

Este capítulo apresenta na Seção 1.1 os conceitos básicos sobre motores de corrente contínua com escovas e imãs permanentes. A Seção 1.2 apresenta o desenvolvimento de modelos da dinâmica de motores CC, tradicionalmente encontrados na literatura. Ao final deste capítulo, a Seção 1.3 apresenta efeitos da ressonância em motores CC bem como a sua inclusão no modelo da dinâmica do motor.

### 1.1 Conceitos Básicos

As características construtivas dos motores de corrente contínua podem ser divididas em duas partes distintas, sendo uma fixa (estator ou campo) e outra móvel (rotor ou armadura). O coletor é o componente responsável por conectar eletricamente as bobinas do rotor através de escovas de carvão à fonte de energia elétrica permitindo a movimentação do rotor sem causar curto-circuitos. Os motores CC podem ser subdivididos em categorias de acordo com a tecnologia empregada em sua construção ou, segundo a forma com que o campo magnético é gerado. Como exemplo tem-se os motores com excitação em série, paralelo (ou *shunt*), excitação composta e motores com excitação independente. O controle de velocidade e torque em motores CC com excitação independente pode ser basicamente realizado através da tensão aplicada na armadura, sendo que nesse caso o torque permanece constante e a potência varia proporcionalmente com a velocidade, ou o controle é feito pela tensão aplicada no campo. Neste caso a potência permanece constante enquanto que conforme rotação é elevada o torque se reduz. Estudos detalhados sobre motores e outras máquinas elétricas que operam em corrente contínua podem ser encontrados em (SEN, 1997) e (KRISHNAN, 2001). A seguir serão apresentadas, de forma qualitativa, as principais características dos motores CC sem núcleo de ferro utilizados nesta Dissertação.

#### 1.1.1 Motores CC sem Núcleo de Ferro

Os motores CC sem núcleo de ferro, também conhecidos como motores *ironless* ou *coreless* (PORTESCAP, 2009), são motores com escovas e imãs permanentes que se diferenciam dos convencionais pelas bobinas de sua armadura que são enroladas em torno

delas mesmas como mostrado na Figura 1 e discutido em (TOLIYAT; KLIMAN, 2004), ou seja, não há a presença do núcleo de ferro. Ressalta-se que a tecnologia empregada na sua construção oferece maior durabilidade do seu sistema de comutação e, portanto, não requer manutenções tão frequentes quanto os motores CC tradicionais. Esses motores sem núcleo de ferro são muito utilizados nas indústrias de defesa, aeroespacial, robótica e médica. Sua ampla utilização deve-se ao fato de que sua construção e seu controle são relativamente simples, o que os tornam muito atrativos. De acordo com (PORTESCAP, 2009), as principais vantagens desses motores em relação aos tradicionais são: melhor dissipação térmica, menor atrito, rápida aceleração, baixo momento de inércia e menor tempo de reação. Além disso, de acordo com o próprio fabricante (PORTESCAP, 2009), as relações de torque e velocidade são melhor aproximadas por funções lineares.



Figura 1 - Motor CC do tipo *ironless*. Imagem extraída de (PORTESCAP, 2009).

## 1.2 Modelagem da Dinâmica do Motor

Basicamente, o controle de velocidade e do torque do motor CC pode ser feito de três formas, como é apresentado por (KRISHNAN, 2001):

- Controle por meio da corrente de armadura;
- Controle por meio da tensão de armadura;
- Controle por meio da corrente de campo;

A modelagem dinâmica para controle por meio da armadura é a mais usual e é adequada a motores com ímãs permanentes, por isso será apresentada a seguir.

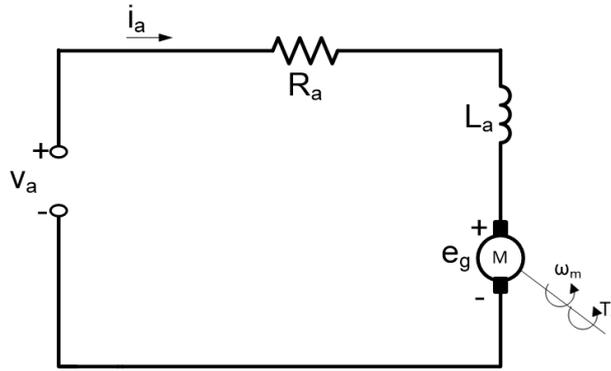


Figura 2 - Circuito de armadura de um motor CC.

A Figura 2 apresenta o circuito elétrico de armadura, cujas variáveis obedecem as seguintes equações:

$$T_e(t) = k_e i_a(t), \quad (1.1)$$

$$e_g(t) = k_b \omega_m(t), \quad (1.2)$$

$$v_a(t) = R_a i_a(t) + \frac{L_a di_a(t)}{dt} + e_g(t), \quad (1.3)$$

$$T_e(t) = \frac{J d\omega_m(t)}{dt} + B\omega_m(t) + T_l(t), \quad (1.4)$$

nas quais  $T_e(t)$  é o torque eletromagnético produzido pelo motor,  $i_a(t)$  é a corrente de armadura,  $k_e$  e  $k_b$  são constantes que dependem das características construtivas do motor,  $v_a$  é a tensão aplicada nos terminais da armadura,  $R_a$  é a resistência da armadura,  $L_a$  representa a indutância da armadura,  $e_g(t)$  é a força eletromotriz,  $J$  é o momento inércia de todo o rotor,  $B$  é a constante de atrito viscoso,  $\omega_m(t)$  é a velocidade angular do rotor (rad/s) e  $T_l(t)$  é o torque exercido pela carga. Conforme mencionado em (KRISHNAN, 2001), as grandezas  $k_e = k_b$  para motores CC.

### 1.2.1 Controle por Tensão

Considerando que não há carga conectada no motor e portanto,  $T_l(t) = 0$ , aplica-se a transformada de Laplace nas equações (1.1) a (1.4) e fazendo uso de algumas manipulações algébricas, pode-se obter a função de transferência para o controle de velocidade do motor:

$$G_v(s) = \frac{\omega_m(s)}{v_a(s)} = \frac{k_b}{(L_a s + R_a)(J s + B) + k_b^2} \text{ (rad/Vs)}. \quad (1.5)$$

A Figura 3 ilustra o controle dado pela função de transferência (1.5),

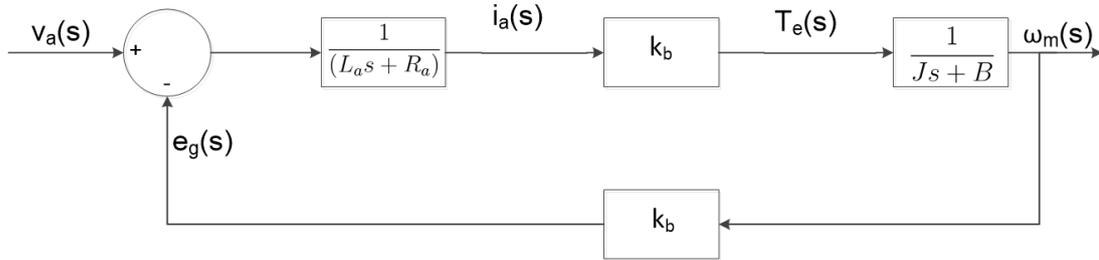


Figura 3 - Diagrama de blocos representando o controle do motor através da tensão de armadura.

na qual fica claro que quando o motor é controlado pela tensão de armadura  $v_a$ , a velocidade é diretamente proporcional à tensão de armadura.

Os pólos da função de transferência (1.5) podem ser determinados por

$$p_1, p_2 = \frac{-\left(\frac{R_a}{L_a} + \frac{B}{J}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{R_a}{L_a} + \frac{B}{J}\right)^2 - 4\left(\frac{R_a B}{J L_a} + \frac{k_b^2}{J L_a}\right)}}{2}. \quad (1.6)$$

Observa-se em (1.6) que os polos sempre possuirão a parte real negativa, indicando que o motor sempre será estável em malha aberta, o que é consistente com seu comportamento físico.

Para o controle de posição, basta acrescentar um integrador na função de transferência (1.5) conforme é apresentado abaixo:

$$G_p(s) = \frac{\theta_m(s)}{v_a(s)} = \frac{k_b}{s((L_a s + R_a)(J s + B) + k_b^2)} \text{ (rad)}. \quad (1.7)$$

onde  $\theta_m(s)$  é a posição angular do motor.

Outra abordagem comum para representar a função de transferência (1.5), é apresentá-la em termos das constantes de tempo elétrica ( $\tau_e := L_a/R_a$ ) e mecânica ( $\tau_m := J/B$ ) conforme é apresentado a seguir:

$$G_v(s) = \frac{\omega_m(s)}{v_a(s)} = \frac{k_b}{R_a B (\tau_e s + 1)(\tau_m s + 1) + k_b^2} \text{ (rad/Vs)}. \quad (1.8)$$

Contudo, é comum em livros didáticos como por exemplo (OGATA, 2011) e (NISE, 2002), além de algumas aplicações, desprezar o termo  $L_a$  pois a constante de tempo elétrica é

muito menor do que a constante de tempo mecânica e por essa razão é desprezada ( $\tau_e \approx 0$  s). Essa abordagem também é apresentada em (POMILIO, 2014). Consequentemente o controle de velocidade do motor passa a ser tratado como o controle de um sistema de primeira ordem da forma:

$$G_v(s) = \frac{k_t}{\tau s + 1}, \quad (1.9)$$

na qual:

$$\tau = \frac{R_a J}{R_a B + k_b^2}, \quad (1.10)$$

$$k_t = \frac{k_b}{R_a B + k_b^2}. \quad (1.11)$$

Definindo  $a := \tau^{-1}$  e  $k_v := k_t/\tau$  obtém-se:

$$G_v(s) = \frac{k_v}{(s + a)} \quad (\text{rad/Vs}). \quad (1.12)$$

O modelo do motor para o controle de posição é obtido adicionando-se um integrador da velocidade. Então, da função de transferência (1.12) obtém-se:

$$G_p(s) = \frac{\theta_m(s)}{v_a(s)} = \frac{k_v}{s(s + a)} \quad (\text{rad/V}). \quad (1.13)$$

Uma outra interpretação que pode ser dada para justificar essa aproximação para um sistema de primeira ordem, é que o polo que representa a dinâmica elétrica do motor é muito mais rápido que o polo devido a dinâmica mecânica. Como em muitas aplicações o motor não opera em uma frequência considerada muito alta (alguns kHz), esse polo mais rápido pode ser desprezado. Posteriormente, será mostrado que essa aproximação pode omitir alguns efeitos que surgem quando o motor está operando sob determinadas condições.

### 1.2.2 Controle por Corrente

Existem outras configurações para algumas aplicações onde o controle pode ser realizado pela corrente de armadura  $i_a$  como é apresentado em (ELLIS, 2012). A Figura 4 mostra o diagrama de blocos para esse tipo de controle.

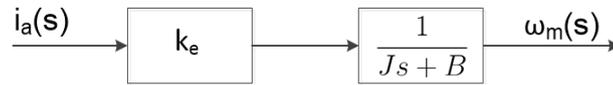


Figura 4 - Diagrama de blocos representando o controle do motor através da corrente de armadura.

A função de transferência quando o controle é feito pela corrente de armadura é:

$$G_v(s) = \frac{\omega_m(s)}{i_a(s)} = \frac{k_e}{Js + B} \text{ (rad/As)}. \quad (1.14)$$

### 1.3 Ressonância em Motores CC

O fenômeno da ressonância pode causar vibrações nos motores e, em alguns casos, ruídos também podem ser perceptíveis. Isso ocorre quando o sistema, normalmente composto por um motor e uma carga, está sendo excitado em uma determinada faixa de frequências próxima de alguma frequência de ressonância. De acordo com (ELLIS, 2012), a ressonância é usualmente causada pelos componentes pertencentes à transmissão que acopla o motor à carga. Como consequências desses efeitos, danos ao motor podem ocorrer a longo prazo. Em (ELLIS, 2012) é apresentada uma discussão sobre esse efeito em sistemas usuais na indústria. A Figura 5 ilustra um sistema composto por um motor conectado a uma carga por um eixo de transmissão.

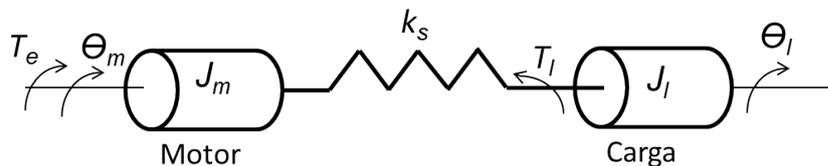


Figura 5 - Representação de um sistema composto por um motor conectado a uma carga.

Basicamente, um torque eletromagnético ( $T_e$ ) é gerado no rotor fazendo com que este entre em movimento e aplique por sua vez um torque sobre a carga por meio da

transmissão que conecta ambos. Em consequência, a carga aplica de volta um torque  $T_l$  no motor. Neste sistema, a mola representa a flexibilidade do acoplamento entre o motor e a carga, cuja constante elástica é  $k_s$ . Existe também no eixo de transmissão o amortecimento viscoso, que não está representado na figura, cuja constante é  $k_{cv}$ . As equações abaixo representam a dinâmica desse sistema.

$$T_e = J_m \ddot{\theta}_m + k_{cv}(\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_l) + k_s(\theta_m - \theta_l), \quad (1.15)$$

$$0 = J_l \ddot{\theta}_l - k_{cv}(\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_l) - k_s(\theta_m - \theta_l), \quad (1.16)$$

nas quais  $\theta_m$  e  $\theta_l$  são a posição angular do motor e da carga, respectivamente,  $J_m$  e  $J_l$  representam as inércias. A equação (1.16) representa o efeito do torque exercido pela carga acoplada ao eixo do motor. A partir das equações de movimento, obtém-se a função de transferência:

$$\frac{\theta_m(s)}{T_e(s)} = \frac{1}{(J_m + J_l)s^2} \left\{ \frac{J_l s^2 + k_{cv}s + k_s}{\left(\frac{J_m J_l}{J_m + J_l}\right) s^2 + k_{cv}s + k_s} \right\}. \quad (1.17)$$

Considerando-se que o controle do motor seja realizado pela corrente de armadura, substitui-se  $T_e$  dado pela equação (1.1) e obtém-se:

$$\frac{\theta_m(s)}{i_a(s)} = \frac{k_e}{(J_m + J_l)s^2} \left\{ \frac{J_l s^2 + k_{cv}s + k_s}{\left(\frac{J_m J_l}{J_m + J_l}\right) s^2 + k_{cv}s + k_s} \right\}. \quad (1.18)$$

Com base no que é discutido em (ELLIS, 2012), a análise a seguir será feita com base na função de transferência (1.18).

O primeiro termo da função de transferência, fora das chaves, representa uma situação em que não haveria efeito do acoplamento. O termo da direita, que está entre chaves, representa o efeito ressonante do acoplamento. Observa-se em (1.18) que para valores de baixa frequência o acoplamento não possui efeito significativo no sistema. Entretanto, em frequências mais altas o acoplamento deve ser considerado.

Para ilustrar o efeito da ressonância, a Figura 6 apresenta a resposta em frequência

de um sistema que possui a função de transferência (1.18), com os parâmetros indicados na Tabela 1. Esses parâmetros foram extraídos de (ELLIS, 2012), com exceção de  $k_e$ ,  $R_a$  e  $L_a$  que foram selecionados arbitrariamente baseado em valores encontrados em (PORTESCAP, 2013a).

Tabela 1 - Parâmetros para simulação

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Inércia do motor	$J_m$	0,002	kgm <sup>2</sup>
Inércia da carga	$J_l$	0,018	kgm <sup>2</sup>
Constante do torque	$k_e$	0,01	Nm/A
Constante elástica	$k_s$	2000	Nm/rad
Constante de amortecimento	$k_{cv}$	0,4	Nms/rad
Resistência de armadura	$R_a$	100	$\Omega$
Indutância de armadura	$L_a$	0,001	H

Vale ressaltar que os valores da Tabela 1 são apenas para ilustrar um exemplo do efeito da ressonância e portanto, não coincidem com os parâmetros obtidos na identificação do motor apresentado no Capítulo 2.

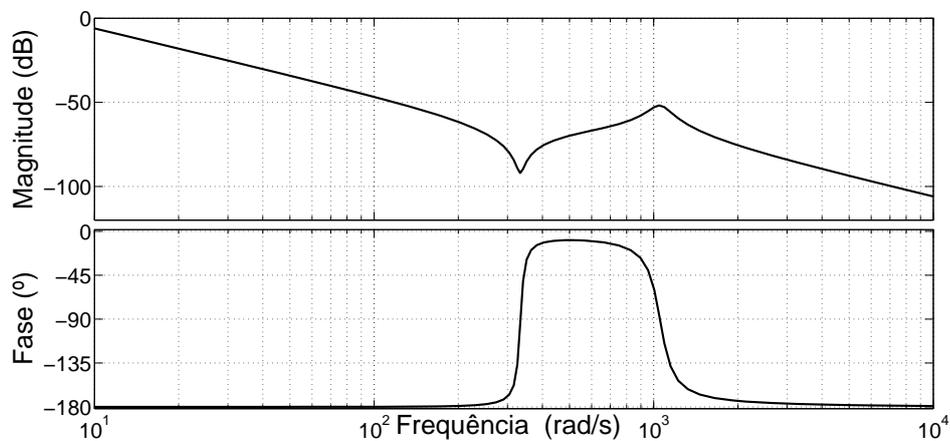


Figura 6 - Resposta em frequência de um sistema composto por um motor conectado a uma carga com sensor no eixo do motor.

De acordo com (ELLIS, 2012), a constante  $k_{cv}$  devido ao eixo de transmissão utilizado na maioria dos motores CC é muito pequeno, o que faz com que o termo referente ao acoplamento na função de transferência (1.18) tenha um comportamento similar ao de um filtro. A frequência onde o numerador de (1.18) assume seu valor mínimo é denominada de frequência antirressonante, que é próxima dos zeros complexos da função de transferência (1.18). Comparando o termo que está entre chaves no numerador da função

de transferência (1.18) com a forma  $J_l(s^2 + \zeta\omega_n s + \omega_n^2)$ , a frequência antirressonante pode ser definida por:

$$f_{ar} = \sqrt{\frac{k_s}{J_l}}. \quad (1.19)$$

Pela análise da equação (1.19), observa-se que a frequência de antirressonância não depende da inércia do motor  $J_m$ . Por outro lado, a frequência onde a magnitude do sistema atinge o pico (o denominador de (1.18) assume seu valor mínimo) é denominada de frequência de ressonância. Comparando o denominador que está entre chaves na função de transferência (1.18) com a expressão  $\left(\frac{J_m J_l}{J_m + J_l}\right)(s^2 + \zeta\omega_n s + \omega_n^2)$  define-se a frequência de ressonância como:

$$f_r = \sqrt{k_s \left(\frac{J_l + J_m}{J_l J_m}\right)}. \quad (1.20)$$

Analisando a função de transferência (1.18) e a equação (1.20), conforme é discutido em (ELLIS, 2012), fica claro que o pico de ressonância pode ser causado tanto pelo baixo amortecimento, se valor de  $k_{cv}$  for pequeno, como pelo baixo valor da relação de inércias do motor e carga, onde o efeito da ressonância é atenuado aumentando-se  $J_m$  ou reduzindo  $J_l$ .

Segundo (ELLIS, 2012), a função de transferência (1.17) que relaciona o torque eletromagnético ( $T_e$ ) com a posição angular do motor ( $\theta_m$ ), ou equivalentemente a função de transferência (1.18), é a mais comum de ser utilizada em aplicações reais pois é um sistema mais fácil de ser controlado. Entretanto, existem casos em que por diferentes razões se faz necessário controlar a posição ou velocidade da carga, ou seja, os sensores são colocados na carga em vez de serem colocados no eixo do motor, como é o usual. Dessa forma, a função de transferência que relaciona o torque do motor ( $T_e$ ) com a posição da carga ( $\theta_l$ ) é dada por:

$$\frac{\theta_l(s)}{T_e(s)} = \frac{1}{(J_m + J_l)s^2} \left\{ \frac{k_{cv}s + k_s}{\left(\frac{J_m J_l}{J_m + J_l}\right)s^2 + k_{cv}s + k_s} \right\}. \quad (1.21)$$

Alternativamente, através do controle por corrente tem-se:

$$\frac{\theta_l(s)}{\dot{i}_a(s)} = \frac{k_e}{(J_m + J_l)s^2} \left\{ \frac{k_{cv}s + k_s}{\left(\frac{J_m J_l}{J_m + J_l}\right)s^2 + k_{cv}s + k_s} \right\} \quad (1.22)$$

De acordo também com (ELLIS, 2012), um dos motivos para que esse sistema seja mais difícil de ser controlado é que, com a falta do termo  $J_l s^2$  no numerador da função de transferência (1.21)(vide (1.18)), o sistema terá um atraso de fase adicional de  $90^\circ$ . Por outro lado, observa-se que na função de transferência (1.21) não ocorre a antirressonância pois há apenas um zero real.

A Figura 7 mostra a resposta em frequência para a função de transferência (1.21).

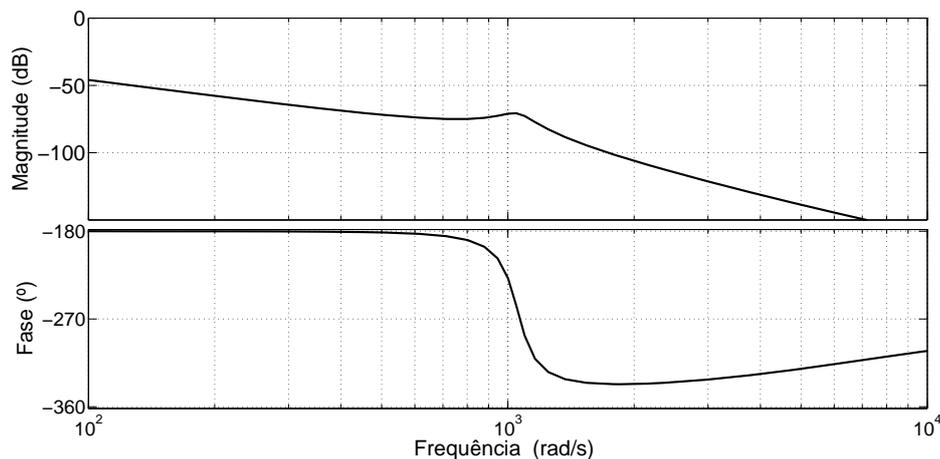


Figura 7 - Resposta em frequência de um sistema composto por um motor conectado a uma carga com sensor colocado na carga.

Além do trabalho apresentado em (ELLIS; GAO, 2001) e (ELLIS, 2012), a representação do motor através das funções de transferência (1.17) também é utilizada em (ZHENG; FENG, 2008), (HUANG; QU; XU, 2010) e (WANG; XU; SHEN, 2012).

Nesta Dissertação o controle será realizado pela tensão de armadura e portanto, com base nas equações (1.5) e (1.17) tem-se:

$$\frac{\theta_m(s)}{v_a(s)} = \frac{N(s)}{D(s)}, \quad (1.23)$$

na qual

$$N(s) = k_e(J_l s^2 + k_{cv}s + k_s), \quad (1.24)$$

e

$$\begin{aligned} D(s) = & (J_m J_l L_a) s^5 + [(R_a J_m J_l) + L_a (J_m + J_l) k_{cv}] s^4 + \\ & [R_a (J_m + J_l) k_{cv} + L_a (J_m + J_l) k_s + (J_l k_b k_e)] s^3 + \\ & [R_a (J_m + J_l) k_s + (k_b k_e k_{cv})] s^2 + (k_b k_e k_s) s. \end{aligned} \quad (1.25)$$

A resposta em frequência para essa função de transferência utilizando os parâmetros da Tabela 1 é apresentada na Figura 8:

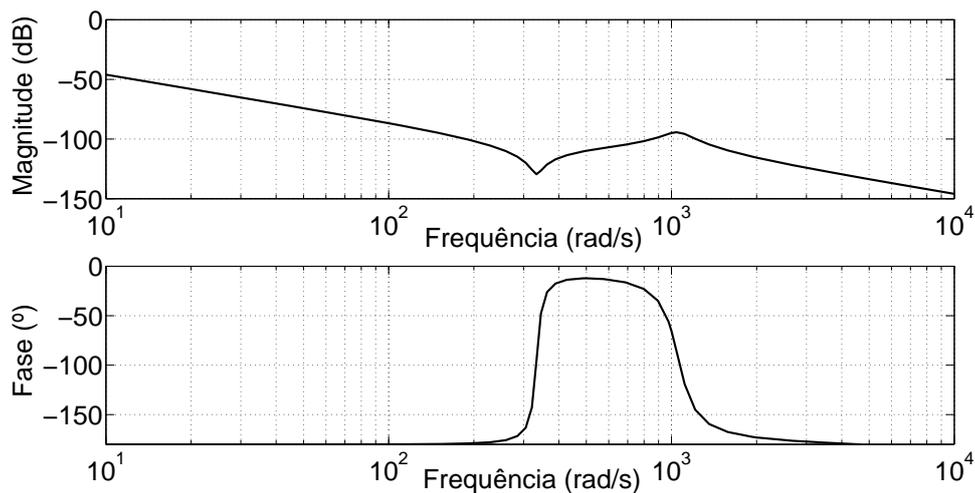


Figura 8 - Resposta em frequência para o controle de posição do motor através da tensão de armadura considerando a indutância da armadura.

Desprezando o efeito da indutância da armadura, conforme discutido na Seção 1.2.1 e considerando que o controle é feito através da tensão de armadura obtém-se a função de transferência a seguir:

$$\frac{\theta_m(s)}{v_a(s)} = \frac{k_e(J_l s^2 + k_{cv}s + k_s)}{D_1(s)} \quad (1.26)$$

na qual

$$D_1(s) = (R_a J_m J_l) s^4 + (R_a (J_m + J_l) k_{cv} + J_l k_e k_b) s^3 + (R_a (J_m + J_l) k_s + k_b k_e k_{cv}) s^2 + (k_b k_e k_s) s.$$

(1.27)

e a resposta em frequência para essa função de transferência é apresentada na Figura 9.

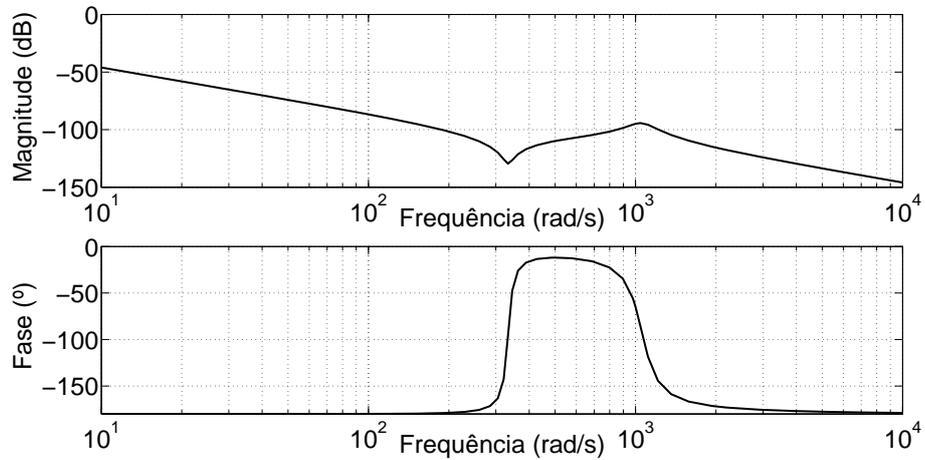


Figura 9 - Resposta em frequência para o controle de posição do motor desprezando o efeito da indutância da armadura.

Comparando a Figura 8 com a Figura 9, observa-se que o baixo valor da indutância de armadura pode ser desprezado sem afetar de forma significativa a resposta em frequência.

A função de transferência para o controle de posição da carga também desconsiderando o efeito da indutância de armadura é:

$$\frac{\theta_l(s)}{v_a(s)} = \frac{k_e(k_{cv}s + k_s)}{D_2(s)}. \quad (1.28)$$

na qual

$$D_2(s) = (R_a J_m J_l) s^4 + (R_a (J_m + J_l) k_{cv} + J_l k_e k_b) s^3 + (R_a (J_m + J_l) k_s + k_b k_e k_{cv}) s^2 + (k_b k_e k_s) s, \quad (1.29)$$

e a resposta em frequência é mostrada na Figura 10.

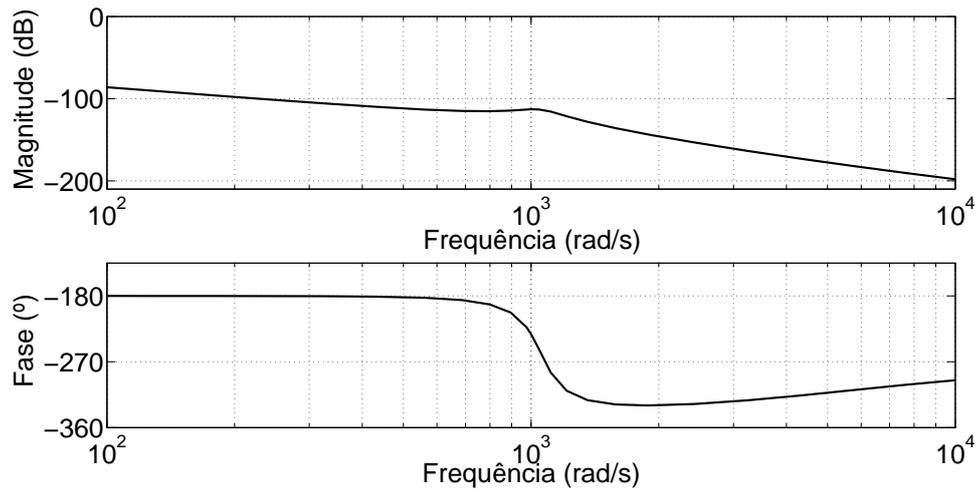


Figura 10 - Resposta em frequência considerando o controle de posição da carga, desprezando o efeito da indutância de armadura.

Será mostrado nesta Dissertação que mesmo na ausência de uma carga conectada um modo ressonante foi identificado no motor CC sem núcleo de ferro, mas sem o efeito da antirressonância. Portanto, se faz necessário o uso de um modelo dinâmico do motor diferente do representado pela função de transferência (1.26) e mais parecido com a função de transferência (1.28). Esse modelo será apresentado no próximo capítulo.

## 2 IDENTIFICAÇÃO DO MOTOR

De acordo com (AGUIRRE, 2007), a identificação de sistemas é um conjunto de procedimentos para que seja possível obter um modelo matemático que represente, pelo menos de forma aproximada, a relação entre causa e efeito presente nos dados de um sistema obtidos experimentalmente. Essa identificação se faz necessária principalmente em situações práticas quando não há tempo ou conhecimento suficientes para se desenvolver um modelo matemático a partir das equações que regem a física do processo.

Em (AGUIRRE, 2007) é apresentada uma classificação dos métodos de identificação. A primeira classe de algoritmos de identificação é a de *métodos determinísticos*. São métodos que não dão nenhum tratamento especial ao ruído presente nos dados, ainda que seja admitido que os dados estão contaminados por ruídos. Normalmente esse método é utilizado quando a relação sinal/ruído é suficientemente alta. A segunda classe de métodos de identificação é a de *métodos estocásticos*. Esses utilizam recursos a fim de reduzir os efeitos do ruído no modelo identificado e, portanto trata-se de uma metodologia com um maior grau de complexidade.

Outra classificação utilizada em (AGUIRRE, 2007) refere-se à forma do modelo identificado. Segundo essa classificação, os métodos são divididos em *métodos paramétricos* e métodos *não paramétricos*, onde os que pertencem à primeira classe são construídos em função de alguns parâmetros específicos, enquanto que aqueles que pertencem à segunda classe resultam em respostas ao impulso ou resposta em frequência, que são representações gráficas sem nenhum parâmetro específico.

Portanto, a identificação do sistema é feita pela combinação de um algoritmo com uma forma de representação do modelo. Vale ressaltar que não há forma única para realizar a identificação. É usual após obtenção de alguns modelos, submetê-los a testes de validação com o intuito de verificar qual dos modelos, entre os obtidos, apresenta um comportamento mais semelhante ao do sistema real.

### 2.1 Obtenção dos Parâmetros do Motor

Embora a modelagem da dinâmica de um motor CC seja relativamente simples e bastante difundida na literatura, como em (KRISHNAN, 2001) e (SEN, 1997), algumas características referentes ao desempenho do motor sob determinadas condições não

são representadas por alguns modelos, principalmente os que são aproximados para um sistema dinâmico de primeira ordem. Com o objetivo de apresentar um caso real de ressonância, a resposta em frequência de um motor CC sem núcleo de ferro foi obtida experimentalmente. A partir desses dados experimentais, foi obtido um modelo dinâmico a ser utilizado na análise dos controladores utilizados nesta Dissertação. Esse método de identificação é classificado como determinístico e não paramétrico. Embora essa abordagem seja susceptível a erros de medição devido aos ruídos no sistema de aquisição, os dados obtidos são suficientes para identificar e modelar as características da ressonância do motor. Além disso, um dos objetivos é que o controlador seja robusto a incertezas paramétricas e, portanto o fato do modelo representar apenas as principais características do motor é de certa forma desejável. Ressalta-se também que mesmo conhecendo os parâmetros do motor em um determinado momento, algumas características mudam com o decorrer do tempo. Um exemplo é que a frequência de ressonância pode ser alterada com o tempo devido aos desgastes mecânicos ocorridos no motor. Portanto, é desejável que os controladores utilizados nesta Dissertação apresentem robustez a esse tipo de variação paramétrica.

### 2.1.1 Resposta em Frequência do Motor

A Figura 11 mostra a bancada com os equipamentos utilizados para a medição da resposta em frequência do motor.

A constante do tacogerador que mede a velocidade do rotor, dada em unidades de Vs/rad, foi obtida em um segundo experimento com o auxílio de um fonte CC, um tacômetro óptico e um multímetro. A velocidade de rotação do motor foi medida para diferentes valores de tensão contínua aplicada na entrada do motor. Com base nos resultados experimentais, obteve-se a constante dada por  $k_g = 0,0079(\text{Vs/rad})$ . O experimento para se obter a resposta em frequência foi realizado de forma que um sinal senoidal de amplitude de 10 volts de pico fosse injetado na armadura do motor por um amplificador de potência  $v_a(j\omega)$ , para que com o auxílio de um osciloscópio digital o valor de tensão na saída de um tacogerador, proporcional à velocidade de rotação do motor  $\omega_m(j\omega)$ , pudesse ser medido. Esse processo foi repetido para diversas frequências entre 100 mHz e 10 kHz.

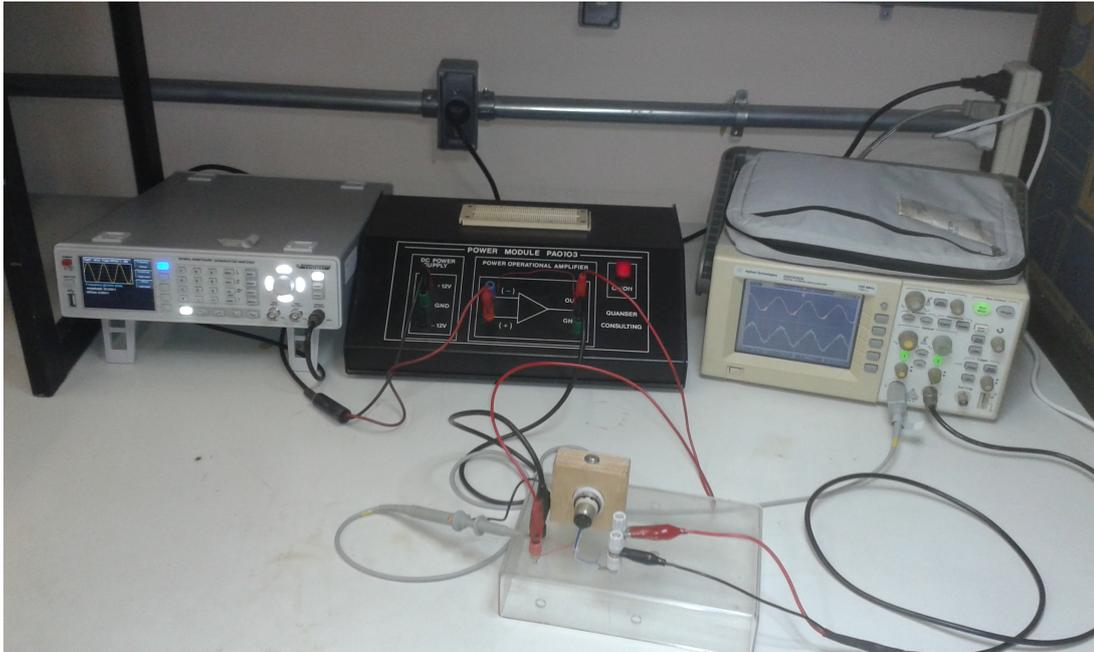


Figura 11 - Bancada de experimentos. Da esquerda para direita: um gerador de funções, um amplificador de potência, motor CC sem núcleo de ferro a frente e osciloscópio digital.

Ou seja, a resposta em frequência foi obtida para a função de transferência:

$$G_v(j\omega) = \frac{\omega_m(j\omega)}{v_a(j\omega)}. \quad (2.1)$$

Os equipamentos utilizados possuem limitações quanto a filtragem de ruídos, principalmente em alta frequência, o que acabou prejudicando as medições, especialmente as da fase do sistema.

O gráfico da resposta em frequência gerado a partir dos dados obtidos é apresentado na Figura 12.

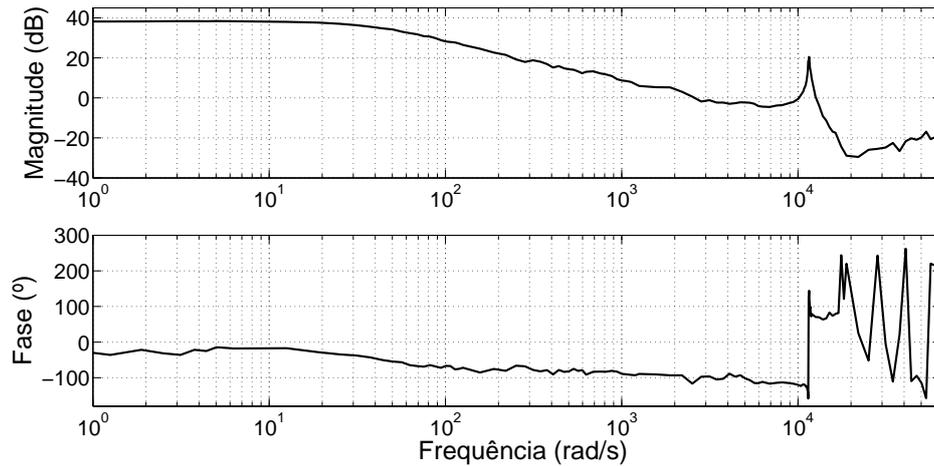


Figura 12 - Resposta em frequência obtida experimentalmente.

A resposta em frequência na Figura 12 mostra, no gráfico de magnitude, um pico de ressonância na frequência de aproximadamente 1840 Hz (11560 rad/s). No gráfico de fase, embora a presença de ruídos tenha prejudicado as medições, principalmente para altas frequências, foi possível notar que a fase também é muito alterada nesta mesma frequência. Para complementar a observação do comportamento do motor, notou-se um som agudo proveniente deste quando estava operando nesta frequência. Maiores detalhes quanto ao experimento de identificação encontram-se no Apêndice.

Portanto, com base nessas informações e em (ELLIS, 2012), é possível afirmar que existe um modo ressonante pouco amortecido quando o motor está operando na frequência de aproximadamente 1840 Hz, mesmo sem estar acoplado a uma carga.

Além disso, verifica-se na Figura 12 que não foi identificada a presença da antir-ressonância como encontrada na Figura 6. Isso sugere que a função de transferência, para esse caso em que a carga não está conectada, não possui zeros como aqueles encontrados na função de transferência (1.18) apresentada na Seção 1.3.

Este tipo de ressonância encontrada no motor CC sem núcleo de ferro e sem carga, até onde se sabe, não é mencionada na documentação técnica do fabricante (PORTESCAP, 2009). O fabricante do motor utilizado menciona a existência da ressonância (em torno de algumas centenas de Hz) em seus motores de passo como em (PORTESCAP, 2013b). Contudo, na classe dos motores sem núcleo de ferro não é mencionado nenhuma informação quanto a esse efeito. O documento técnico (FAULHABER, 2014) de outro fabricante apenas afirma que existe o efeito da ressonância em todos os motores de passo

(*stepper motors*) e que essa ressonância está situada em torno de 200 Hz. Entretanto, em um manual de um servomecanismo (QUANSER, 2011), que utiliza um motor sem núcleo de ferro do fabricante *Faulhaber*, faz um alerta para não utilizar sinais de controle com alta frequência pois isso causará danos ao motor. Contudo, não são apresentadas mais informações sobre a relação entre os sinais de alta frequência e os danos causados ao motor. Além disso, não foram encontradas publicações referentes ao tipo de ressonância aqui descrita.

Portanto, uma função de transferência que represente o efeito da ressonância mas que não possua zeros pode ser representada por:

$$G_{res}(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad (2.2)$$

na qual  $\omega_n$  é a frequência de ressonância e  $\zeta$  é o fator de amortecimento.

A função de transferência (2.2) pode ser vista como uma adaptação do termo referente ao acoplamento apresentado na função de transferência (1.28) da Seção 1.3 quando o coeficiente de amortecimento  $k_{cv} = 0$ . Uma possível explicação é que os componentes internos ao motor, nesse caso a armadura e o próprio eixo de rotação, se comportam de forma similar a um sistema composto por um rotor (representado pela armadura) conectado a uma carga (representada pelo eixo do motor). Como o controle é feito em relação à velocidade (ou posição) do eixo do motor, justifica-se uma função de transferência similar a (1.28) na qual não há o efeito da antirressonância.

Portanto a função de transferência (2.2) deve ser incluída em (1.12) de forma que a função de transferência para o controle de velocidade é:

$$G_v(s) = \frac{k_v}{(s+a)} \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}. \quad (2.3)$$

Definindo  $k_p := k_v\omega_n^2$ , tem-se:

$$G_v(s) = k_p \frac{Z_p(s)}{R_p(s)} = \frac{k_p}{(s+a)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}. \quad (2.4)$$

Consequentemente para o controle de posição, a função de transferência é:

$$G_p(s) = \frac{k_p}{s(s+a)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}. \quad (2.5)$$

Dado que não foram encontradas informações sobre os parâmetros do motor utilizado nesta Dissertação, se faz necessário obter os valores de alguns parâmetros a partir da resposta em frequência da Figura 12. Com base em (NISE, 2002), é possível estimar dois parâmetros importantes relacionados ao termo ressonante: A frequência de ressonância,  $\omega_n = 11560$  rad/s e o fator de amortecimento  $\zeta = 0,02$ .

Para o caso em que o motor é modelado como um sistema de primeira ordem, poucas informações podem ser adicionadas e a função de transferência (1.12) é dada por:

$$G_v(s) = \frac{3165}{s + 50}. \quad (2.6)$$

Por outro lado, modelando-se o motor como um sistema de terceira ordem, mais informações podem ser adicionadas ao modelo, ( $\zeta$  e  $\omega_n$ ), aproximando-se mais do motor real. Dessa forma, a função de transferência (2.4) com coeficientes numéricos, evidenciando os polos, é dada por:

$$G_v(s) = \frac{423 \times 10^9}{(s + 50)(s + 301 + 11557j)(s + 301 - 11557j)}. \quad (2.7)$$

Em consequência, para o controle de posição obtém-se a função de transferência:

$$G_p(s) = \frac{423 \times 10^9}{s(s + 50)(s + 301 + 11557j)(s + 301 - 11557j)}. \quad (2.8)$$

A Figura 13 apresenta uma comparação entre a resposta em frequência do motor obtida experimentalmente e a resposta do modelo. Contudo, a parte em que o ruído prejudicou muito a medição (acima de 2700 Hz) foi retirada do gráfico para facilitar a visualização.

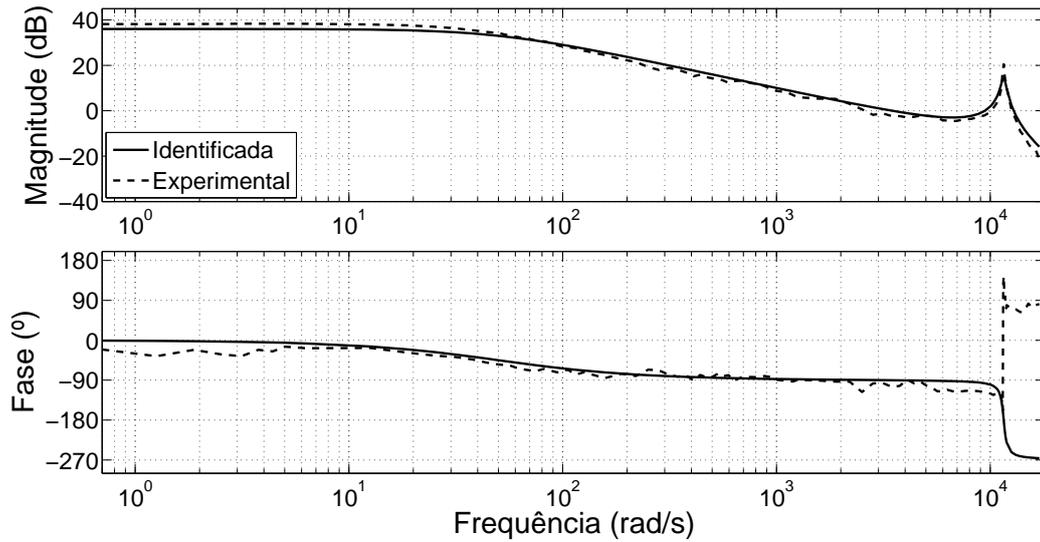


Figura 13 - Resposta em frequência do motor obtida experimentalmente e da função de transferência identificada experimentalmente.

Analisando a Figura 13 é possível afirmar que o modelo proposto apresenta um comportamento semelhante ao do motor real e, portanto, será adotado nas simulações presentes nesta Dissertação.

A Figura 14 apresenta uma comparação entre os modelos de primeira ordem e terceira ordem. Fica evidente que os efeitos do modo ressonante só aparecem em frequências altas, acima de 1,3 kHz aproximadamente.

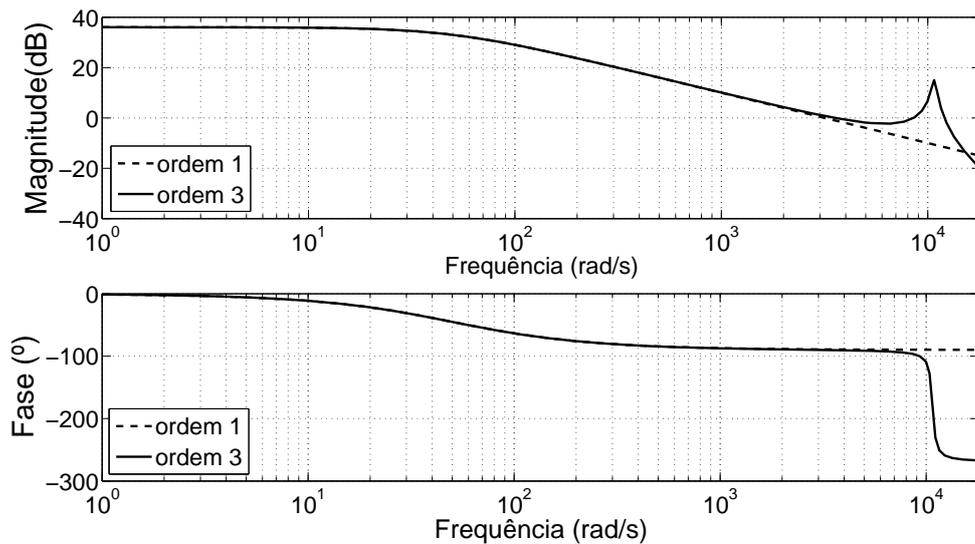


Figura 14 - Resposta em frequência de dois modelos da dinâmica do motor: primeira ordem(2.6) e terceira ordem (2.7).

Esses resultados também encontram-se em (MARTINS; CUNHA, 2015).

## 2.2 Considerações Finais Sobre o Experimento de Identificação

O experimento de identificação dos parâmetros do motor realizado nesta Dissertação foi repetido algumas vezes para confirmar a uniformidade dos resultados obtidos. Contudo, foi observado que a frequência de ressonância não se manteve constante em todos os experimentos. A frequência de ressonância variou entre 1710 Hz a 1840 Hz. Posteriormente, verificou-se que a causa dessa variação da frequência de ressonância poderia estar relacionada com a temperatura do motor, que aumenta conforme o motor é mantido em operação. Dentro do escopo que foi planejado para esta Dissertação, não houve tempo hábil e nem recursos para a realização de mais experimentos a fim de apurar melhor as causas da mudança da frequência de ressonância. Por essa razão, o controlador deve ser robusto a variação da frequência de ressonância.

O próximo capítulo apresenta as técnicas mais comuns para lidar com os efeitos da ressonância descrita na Seção (1.3) encontradas em diferentes publicações.

### 3 TÉCNICAS TRADICIONAIS PARA ATENUAR OS EFEITOS DA RESSONÂNCIA

Neste capítulo são apresentados através de simulações os efeitos da ressonância em um sistema de malha fechada através do uso de um controlador proporcional de velocidade. Para representar o motor, será utilizado o modelo dinâmico definido pela função de transferência (2.7). Além disso, em todos os casos apresentados ao longo desta Dissertação o termo  $u$  representa o sinal de controle que é feito através da tensão aplicada na armadura do motor  $v_a(t)$ . Posteriormente, serão apresentadas algumas técnicas tradicionais de controle, encontradas em publicações, utilizadas para lidar com os modos ressonantes conforme discutido na Seção 1.3. A fim de avaliar e regular o transitório, o sinal de referência será do tipo degrau. Alguns desses resultados também são encontrados em (MARTINS; CUNHA, 2015).

#### 3.1 Efeito da Ressonância em um Controlador Proporcional de Velocidade

Além da comparação entre as respostas em frequência de sistemas de primeira e terceira ordem conforme apresentada na Figura 14 da Seção 2.1.1, uma comparação através de um simples controle proporcional de velocidade para ambos os modelos pode evidenciar os efeitos da ressonância. O digrama de blocos que ilustra esse controlador é mostrado na Figura 15, onde  $\omega_r(t)$  é o sinal de referência,  $e(t)$  é o erro entre o sinal de entrada e o sinal de saída  $\omega_m(t)$ ,  $K_p$  é o ganho proporcional e  $u(t)$  é o sinal de controle. O modelo de primeira ordem é representado pela função de transferência (2.6) e o modelo de terceira ordem é representado pela função de transferência (2.7).

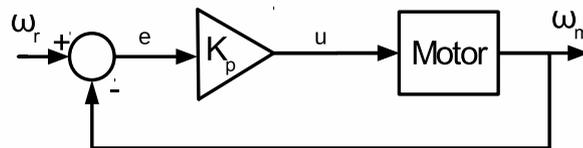


Figura 15 - Diagrama de blocos de um controle proporcional de velocidade

Para o modelo de primeira ordem, foi aplicado um degrau cujo valor de referência  $\omega_r = 50$  rad/s enquanto que o ganho  $K_p$  foi ajustado com o valor 0,1 no primeiro teste e

0,3 no segundo teste. Os resultados são apresentados a seguir:

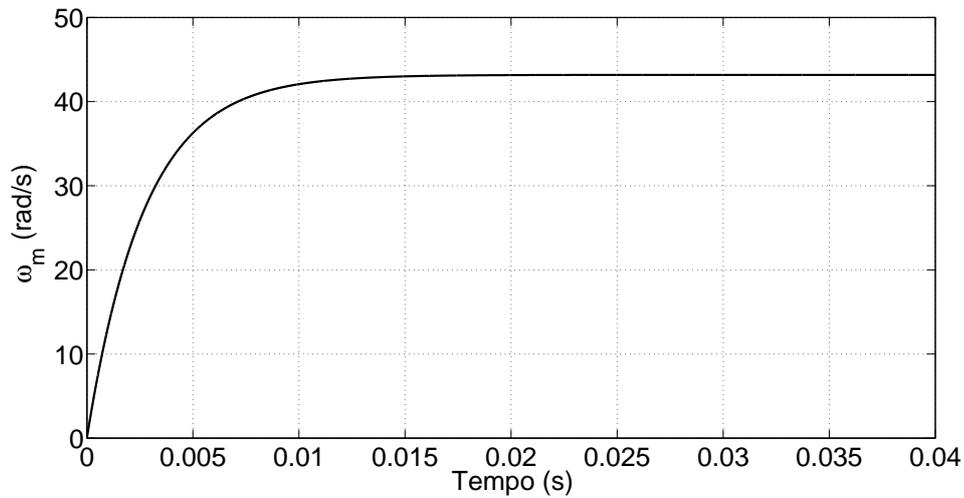


Figura 16 - Resposta ao degrau unitário de um sistema de primeira ordem com  $K_p = 0,1$ .

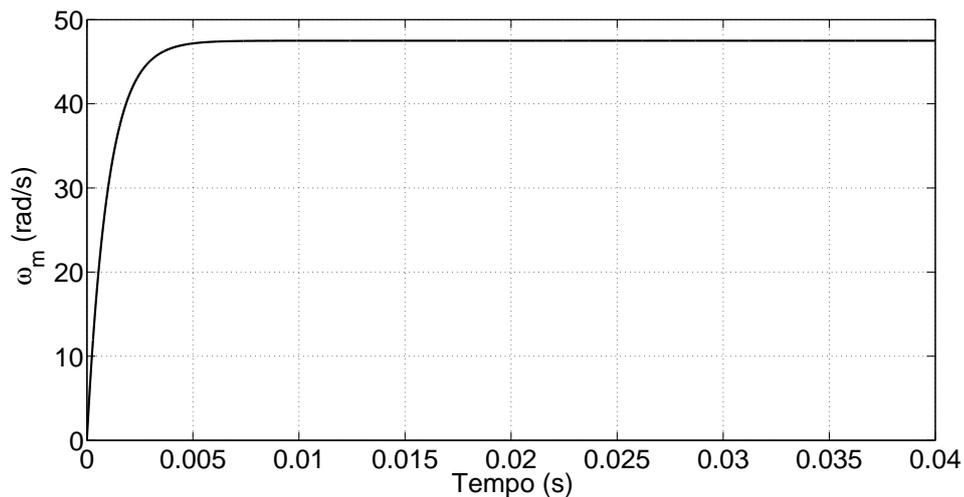


Figura 17 - Resposta ao degrau de um sistema de primeira ordem com  $K_p = 0,3$ .

Verifica-se que para o modelo de primeira ordem o aumento do ganho  $K_p$  melhora a resposta ao degrau, ou seja, a resposta fica mais rápida quando o ganho é aumentado. Para o caso do modelo de terceira ordem o ganho  $K_p$  foi ajustado para 0,1 no primeiro teste e 0,3 no segundo teste. Os resultados para cada simulação são apresentados a seguir:

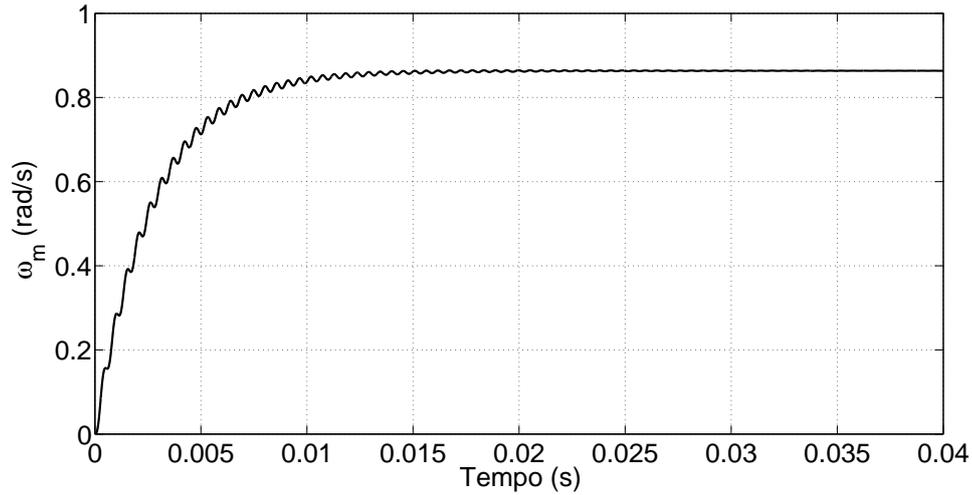


Figura 18 - Resposta ao degrau de um sistema de terceira ordem com  $K_p = 0,1$ .

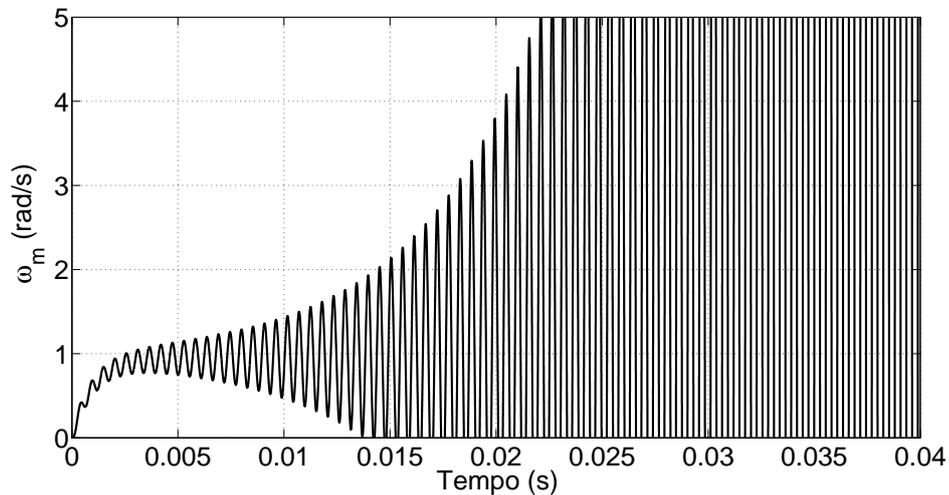


Figura 19 - Resposta ao degrau de um sistema de terceira ordem com  $K_p = 0,3$ .

Observa-se que um aumento no ganho  $K_p$  do sistema de terceira, em malha fechada, causa instabilidade ao sistema. Portanto, o desempenho desse sistema em malha fechada não pode ser arbitrariamente melhorado com um simples aumento do ganho.

### 3.2 Controlador de Ação Proporcional e Integral

Um controlador bastante aplicado na indústria para o controle de velocidade dos motores é o controlador de ação Proporcional e Integral (PI) apresentados em (OGATA, 2011) e (NISE, 2002). O diagrama de blocos que representa o uso desse controlador é apresentado na Figura 20.

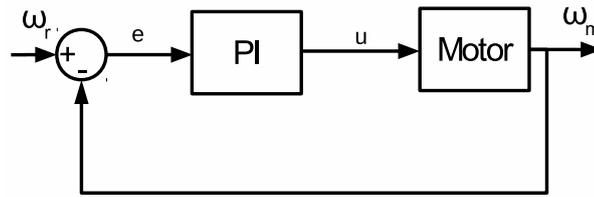


Figura 20 - Diagrama de blocos representando o controlador de ação proporcional e integral da velocidade.

Seja  $e(s) = \omega_r(s) - \omega_m(s)$ . A lei de controle para este controlador é dada por:

$$u(s) = \left( K_p + \frac{K_i}{s} \right) e(s), \quad (3.1)$$

onde  $K_p$  é o ganho proporcional,  $K_i = \frac{K_p}{T_i}$  é o ganho da ação integral sendo que  $T_i$  é a constante de integração.

Após ajustar os parâmetros  $K_p = 0,1$  e  $K_i = 50$  obteve-se a resposta ao degrau, cuja a referência é  $\omega_r = 50 \text{ rad/s}$ , para o caso em que o controlador PI é utilizado em conjunto com o motor. O resultado é apresentado na Figura 21.

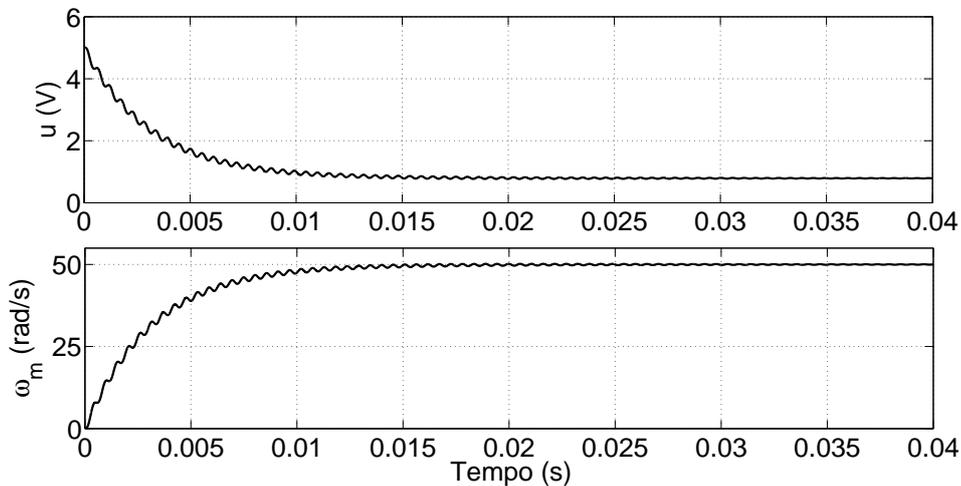


Figura 21 - Resposta ao degrau para o controlador de ação proporcional e integral da velocidade com ganho  $K_p = 0,1$ .

Em regime permanente a amplitude das oscilações é da ordem de  $0,02 \text{ rad/s}$ , o que é um valor aceitável. Posteriormente, alterou-se o ganho proporcional para  $K_p = 0,3$ . A resposta ao degrau é apresentada na Figura 22.

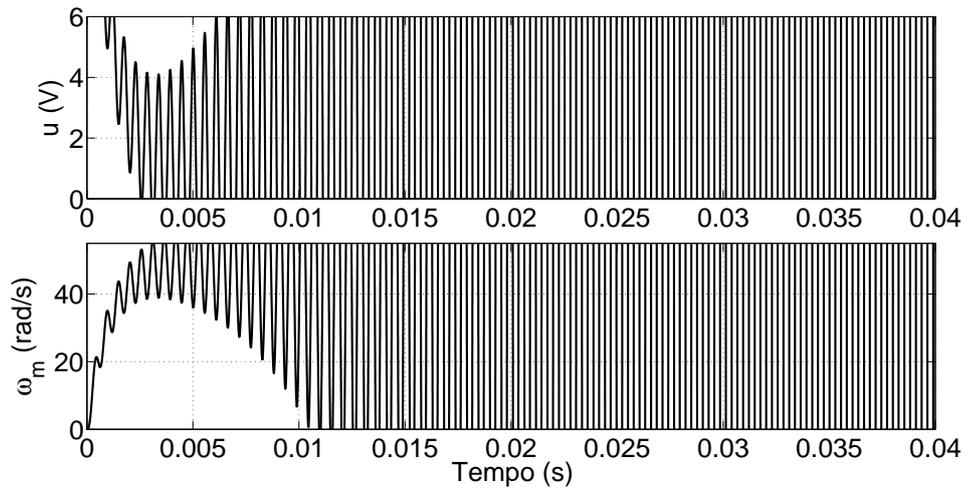


Figura 22 - Resposta ao degrau para o controlador de ação proporcional integral da velocidade com ganho  $K_p = 0,3$ .

A Figura 21 mostra que o controlador PI produz um resultado em que o valor final está mais próximo do valor desejado, ou seja, o controlador PI faz com que o erro de estado estacionário seja menor, o que já era esperado devido a ação integral do controlador. Contudo, além do transitório oscilatório, o sistema apresenta oscilações em regime permanente o que também é indesejado. Além disso, a Figura 22 mostra que um aumento no ganho proporcional faz com que o sistema fique instável.

Portanto, os resultados indicam que o controlador PI pode não ser usado uma boa solução para atenuar os efeitos da ressonância e manter o sistema estável.

### 3.3 Filtro Passa-Baixas

Segundo (ELLIS; GAO, 2001), o método mais utilizado na indústria para lidar com a ressonância em motores é a utilização de um filtro passa-baixas (FPB). O filtro é ajustado para reduzir o ganho na frequência de ressonância, aumentando assim a margem de ganho. A grande vantagem desse método é a facilidade de sua implementação, bastando ajustar a frequência de corte para um valor abaixo da frequência de ressonância. Uma das desvantagens desse filtro é que ele causa um atraso na fase.

A seguir, será apresentada a resposta em frequência de um sistema composto por um filtro passa-baixas e um motor caracterizado pela função de transferência (2.7).

A função de transferência do filtro passa-baixas é dada por:

$$F_{pb}(s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c}. \quad (3.2)$$

onde  $\omega_c$  é a frequência de corte do filtro, em rad/s, que deve estar abaixo da frequência de ressonância do motor.

Portanto, a função de transferência do sistema compensado é obtida multiplicando as funções de transferência (3.2) e (2.7).

Para o caso em que a frequência de ressonância do motor é  $\omega_n = 11560$  rad/s ou seja, 1840 Hz, adota-se a frequência de corte do filtro como  $\omega_c = 3142$  rad/s. A função de transferência do sistema compensado é dada por:

$$F_{PB}(s) \times G_v(s) = \frac{3142}{(s + 3142)} \frac{423 \times 10^9}{(s + 50)(s + 301 + 11557j)(s + 301 - 11557j)}. \quad (3.3)$$

A resposta em frequência para esse sistema é apresentada na Figura 23.

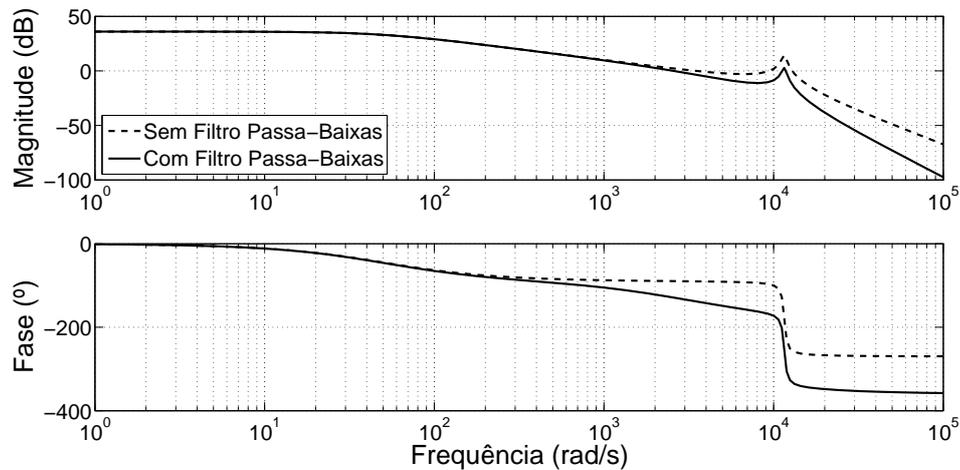


Figura 23 - Comparação da resposta em frequência do motor com a resposta em frequência do motor compensado por um filtro passa-baixas para verificar a influência do filtro passa-baixas.

Conforme pode ser observado na Figura 23, o filtro passa baixas atenua a resposta em alta frequência e, conseqüentemente, desloca o pico de ressonância para baixo, mas não o elimina. Além disso, o filtro provocou um atraso na fase do sistema.

Uma outra forma de visualizar o efeito do filtro passa-baixas é através da resposta ao degrau da mesma forma como foi apresentado na Seção 3.1. A Figura 24 apresenta o diagrama de blocos do controle de velocidade com a inclusão do filtro.

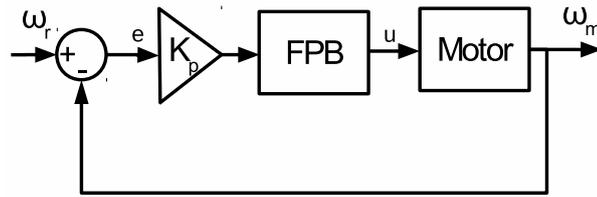


Figura 24 - Diagrama de blocos para o controle proporcional de velocidade com a inclusão de um filtro passa-baixas (FPB).

Selecionando  $K_p = 0,3$ , o mesmo valor para o qual a instabilidade foi verificada na Seção 3.1, obtém-se a resposta ao degrau, cujo o valor de referência é 50 rad/s, apresentada na Figura 25.

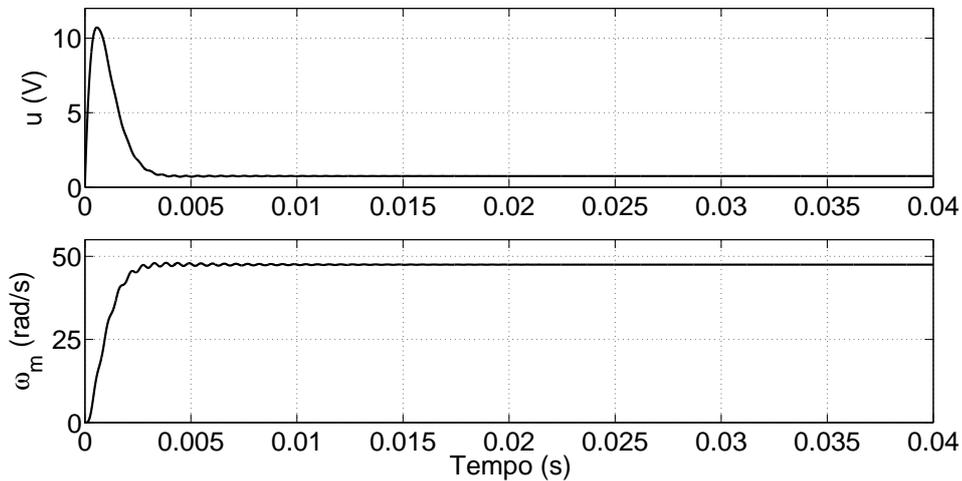


Figura 25 - Resposta ao degrau para o conjunto FPB e motor com  $K_p = 0,3$ .

Observa-se na Figura 25 que o sistema não fica instável embora apresente pequenas oscilações durante o transitório. Testes mostraram que com ganhos maiores que  $K_p = 1$  essas oscilações afetam o desempenho significativamente (Figura 26), podendo deixar o sistema instável caso o ganho proporcional seja ajustado para  $K_p = 1,9$ , conforme pode ser observado na Figura 27.

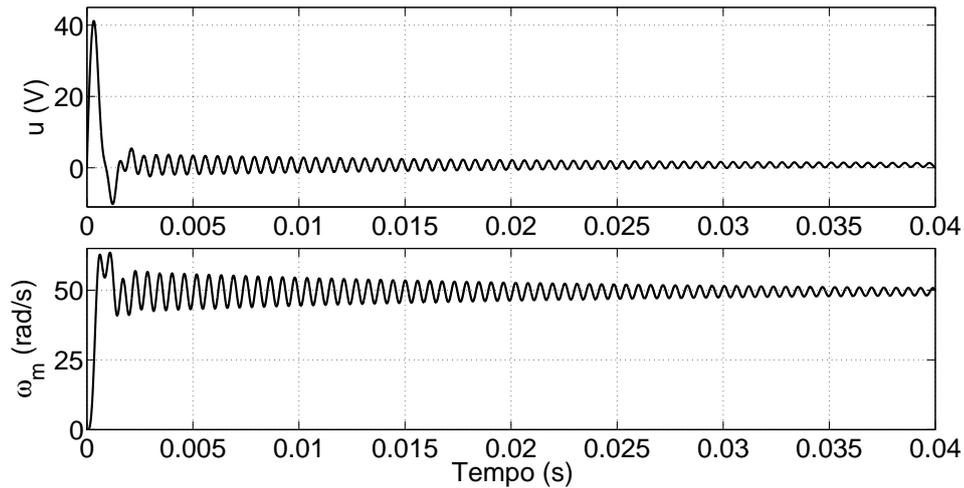


Figura 26 - Resposta ao degrau para o conjunto FPB e motor com  $K_p = 1,5$ .

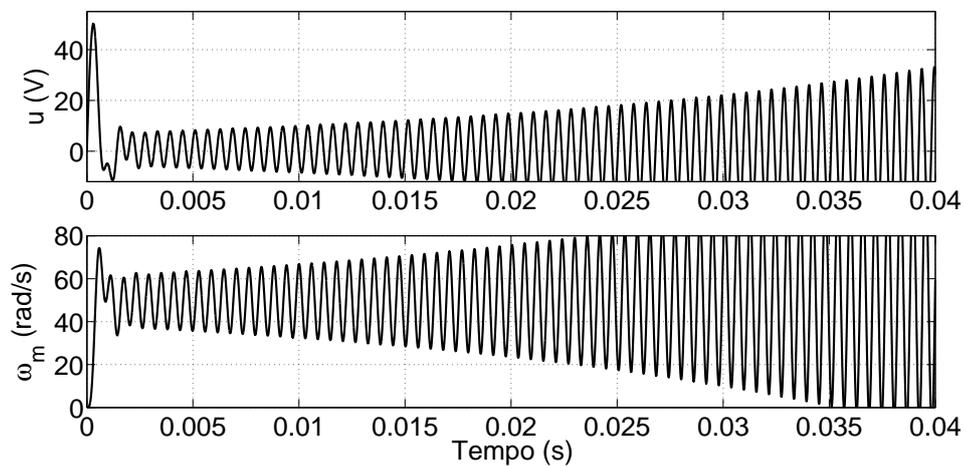


Figura 27 - Resposta ao degrau para o conjunto FPB e motor com ganho  $K_p = 1,9$ .

Portanto, para atenuar os efeitos da ressonância, o uso deste filtro não é um método muito eficiente.

### 3.4 Filtro *Notch*

Assim como o filtro passa baixas, o filtro *notch* também é utilizado para aumentar a margem de ganho em malha aberta quando o sistema atinge a frequência de ressonância. Contudo, segundo (ELLIS; GAO, 2001) é possível ajustar o filtro de tal forma que os efeitos na fase sejam menores do que quando o filtro passa-baixas é utilizado. Esse filtro também é analisado em (ELLIS; GAO, 2001).

Em termos de implementação em sistemas físicos reais, uma desvantagem do uso

desse filtro é a necessidade de conhecer com certa precisão a frequência de ressonância do sistema. Isso torna-se um problema porque conforme o sistema é utilizado, desgastes em alguns componentes podem provocar uma alteração na frequência de ressonância fazendo com que seja necessário um reajuste nos parâmetros do filtro. Além disso, mesmo dois motores novos e do mesmo modelo podem apresentar frequências de ressonância diferentes. Portanto, o ajuste do filtro teria que ser realizado para cada caso individualmente.

A seguir será mostrado o efeito do filtro *notch* quando utilizado em conjunto com o motor definido pela função de transferência (2.7).

O filtro *notch* utilizado possui a seguinte função de transferência:

$$F_{not}(s) = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + 2\zeta\omega_c s + (\omega_c)^2}, \quad (3.4)$$

onde o fator de amortecimento  $\zeta = 0,3$  permite ajustar a resposta em frequência do filtro, enquanto que  $\omega_c = 11560$  rad/s é a frequência de corte do filtro que deve coincidir com a frequência de ressonância do motor.

De forma semelhante ao caso do filtro passa-baixas, a função de transferência do sistema composto por um motor e um filtro *notch* é dada por:

$$F_{not}(s) \times G_v(s) = \frac{s^2 + (11560)^2}{s^2 + 6937s + (11560)^2} \times \frac{423 \times 10^9}{(s + 50)(s + 301 + 11557j)(s + 301 - 11557j)}. \quad (3.5)$$

A Figura 28 apresenta a resposta em frequência para o sistema com filtro *notch*.

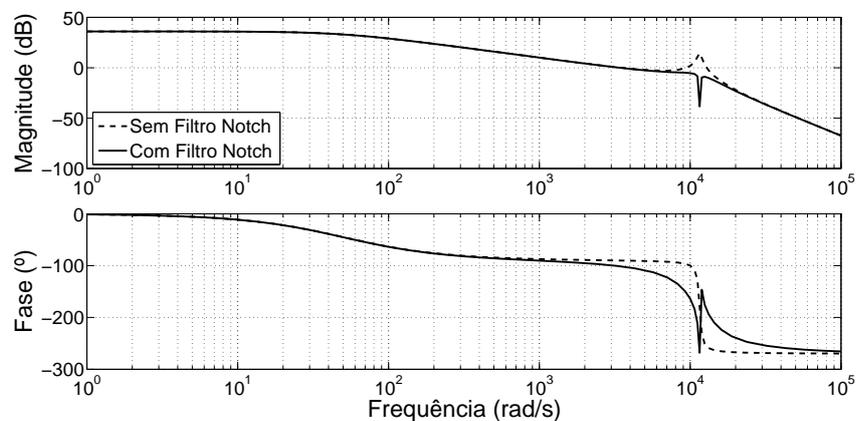


Figura 28 - Efeito da inclusão do filtro *notch* na resposta em frequência do motor.

Analisando a Figura 28, observa-se que o filtro *notch* é mais efetivo para atenuar o pico de ressonância do que o filtro passa-baixas.

A seguir é apresentada a resposta ao degrau, cujo valor de referência é  $\omega_r = 50$  rad/s, para o controle proporcional de velocidade da Figura 29 utilizando um filtro *notch* para o caso em que  $K_p = 0,3$ .

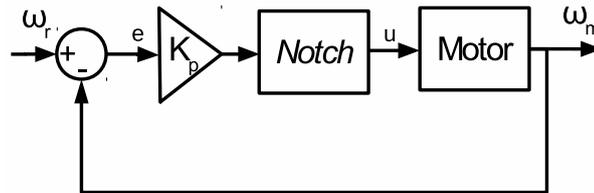


Figura 29 - Diagrama de blocos para o controle proporcional de velocidade com a inclusão de um filtro *notch*.

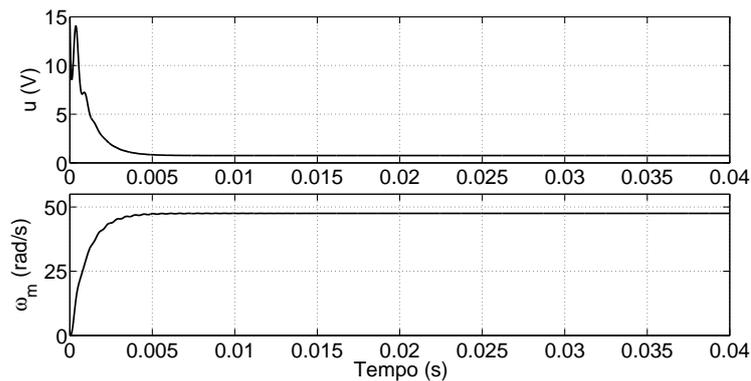


Figura 30 - Resposta ao degrau para o conjunto filtro *notch*, motor com controle proporcional de ganho  $K_p = 0,3$ .

A Figura 30 mostra que o sistema passa a ser estável, embora apresente um transitório um pouco oscilatório. Testes mostraram que o transitório da resposta ao degrau torna-se mais oscilatório quando o ganho proporcional  $K_p$  é aumentado (Figura 31), podendo tornar o sistema instável quando o ganho  $K_p$  é superior a 1,9 como pode ser observado na Figura 32.

Além disso, como a frequência de ressonância do motor utilizado nesse trabalho não é fixa, o filtro *notch* não é indicado neste caso já que esse precisaria ser reajustado para cada frequência de ressonância.

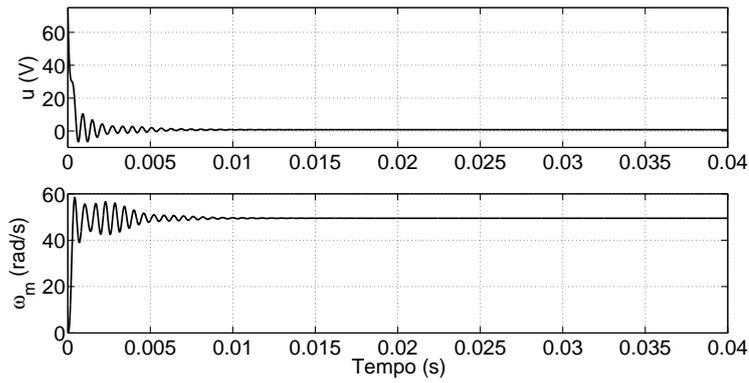


Figura 31 - Resposta ao degrau para o conjunto filtro *notch*, motor e controlador de velocidade proporcional com ganho  $K_p = 1,5$ .

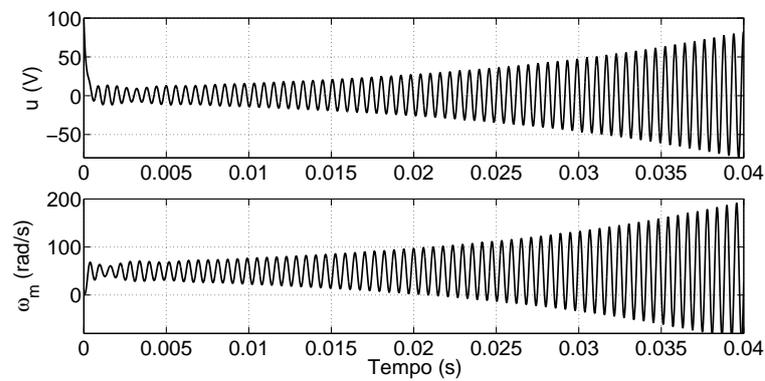


Figura 32 - Resposta ao degrau para o conjunto filtro *notch*, motor e controlador de velocidade proporcional com ganho  $K_p = 2$ .

A Figura 33 ilustra o que acontece quando a frequência de ressonância é alterada de 1840 Hz para 1700 Hz.

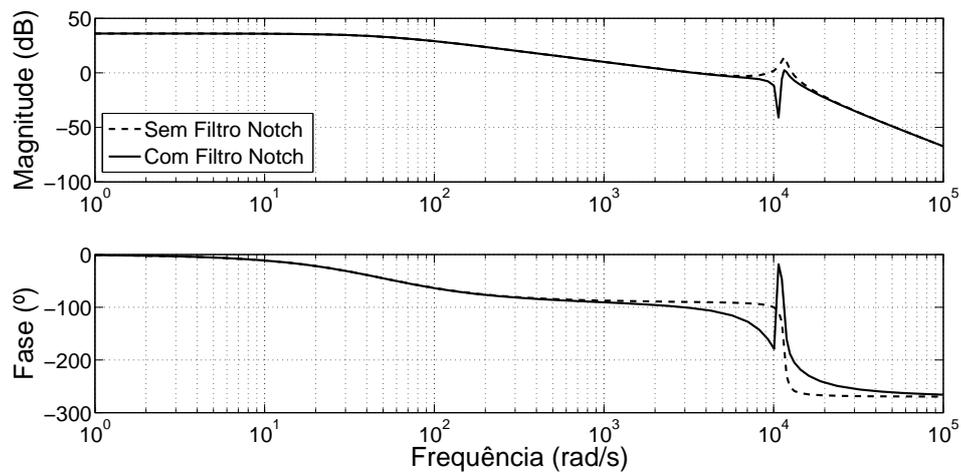


Figura 33 - Resposta em frequência do sistema com filtro *notch* para o caso em que a frequência de ressonância é alterada de 1840 Hz para 1700 Hz.

Como pode ser observado na Figura 33, o filtro *notch* perde sua eficácia quando a frequência de ressonância é alterada em relação ao seu valor nominal. Além disso, testes para obter a resposta ao degrau mostraram que para valores de  $K_p$  superior a 0,8 o sistema torna-se instável conforme é mostrado na Figura 34.

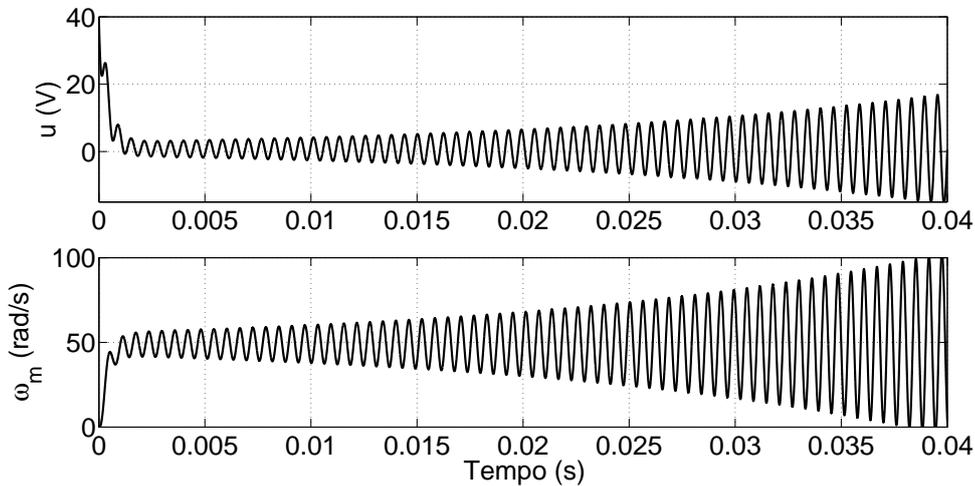


Figura 34 - Resposta ao degrau para o controle proporcional de velocidade do motor utilizando um filtro *notch* com ganho  $K_p = 0,9$  e frequência de ressonância do motor alterada para 1700 Hz.

Portanto, para casos em que a frequência de ressonância é variável como foi exposto na Seção 2.1.1, o filtro *notch* não pode ser adotado como uma medida eficaz para lidar com a ressonância.

### 3.5 Filtro Biquadrático

O filtro biquadrático é semelhante ao filtro *notch* mas com a possibilidade de selecionar zeros mais amortecidos na sua função de transferência de forma independente da seleção dos seus polos (ELLIS, 2012).

A função de transferência do filtro utilizado é dada por:

$$F_{biq}(s) = \frac{s^2 + bs + \omega_c^2}{s^2 + 2\zeta\omega_c s + \omega_c^2}. \quad (3.6)$$

onde  $b \geq 0$  é um parâmetro para ajustar o amortecimento dos zeros do filtro.

A função de transferência do filtro conectado em cascata com o motor com  $b = 500$  rad/s

é dada por:

$$F_{Biq}(s) \times G_v(s) = \frac{s^2 + 500s + (11560)^2}{s^2 + 6937s + (11560)^2} \times \frac{423 \times 10^9}{(s + 50)(s + 301 + 11557j)(s + 301 - 11557j)} \quad (3.7)$$

A resposta em frequência para esse sistema é apresentado pela Figura 35.

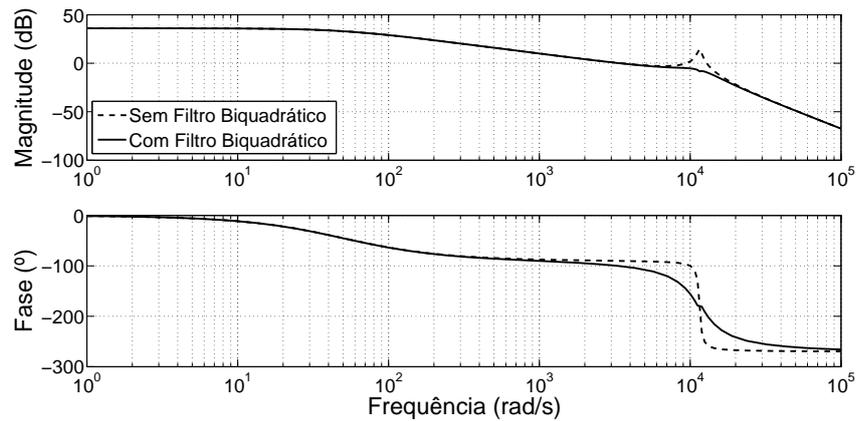


Figura 35 - Resposta em frequência para o conjunto filtro biquadrático e motor.

O uso do filtro biquadrático também foi capaz de atenuar o pico de ressonância de uma forma mais efetiva que o filtro passa baixas. Além disso, a resposta em frequência atenuou o pico de ressonância sem criar um pico para baixo (antirressonância) como acontece no caso do filtro *notch* (Figura 28).

A seguir, a resposta ao degrau, cujo valor de referência é  $\omega_r = 50$  rad/s, para o controle proporcional de velocidade com ganho  $K_p = 0,3$  conforme a Figura 36 é apresentado pela Figura 37.

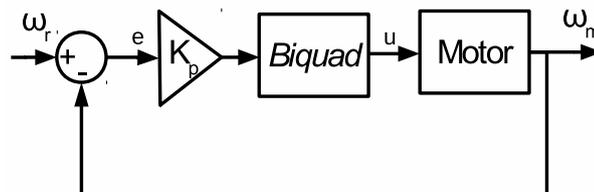


Figura 36 - Diagrama de blocos para o controle proporcional de velocidade com a inclusão de um filtro biquadrático.

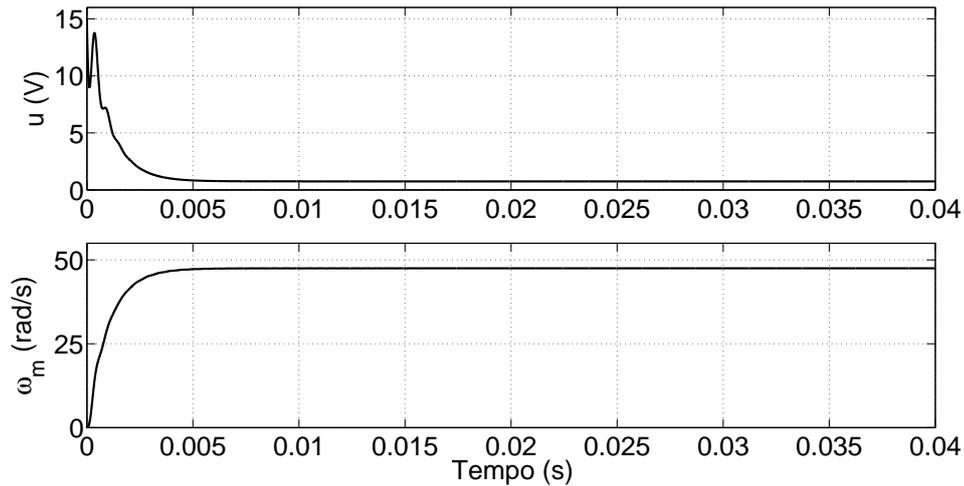


Figura 37 - Resposta ao degrau para o controle proporcional de velocidade do motor utilizando um filtro biquadrático com ganho  $K_p = 0,3$ .

Da mesma forma que ocorreu com o filtro *notch*, o sistema passou a ser estável com um ganho  $K_p = 0,3$ . Semelhante também ao filtro *notch*, com valores de  $K_p$  acima de 1 o transitório já fica mais oscilatório (Figura 38) e o sistema fica instável para valores de  $K_p$  superiores a 2 (Figura 39).

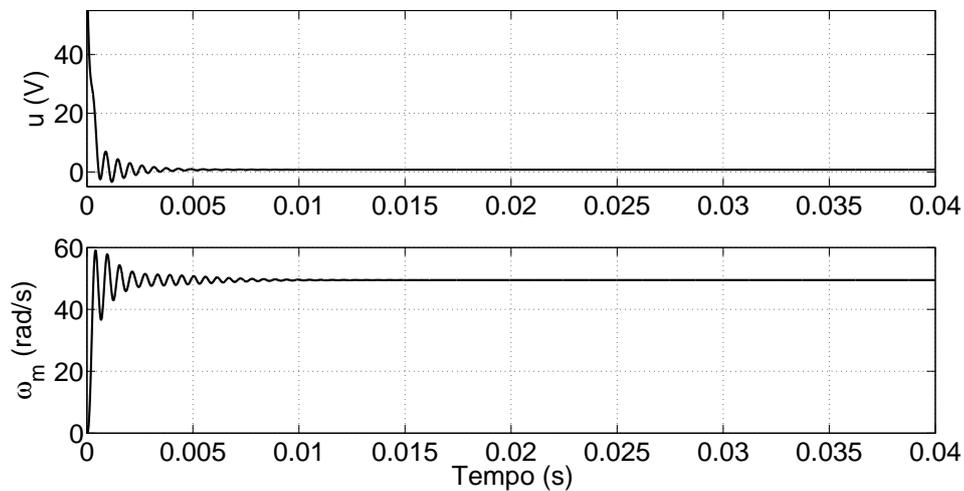


Figura 38 - Resposta ao degrau para o controle proporcional de velocidade do motor utilizando um filtro biquadrático com ganho  $K_p = 1,5$ .

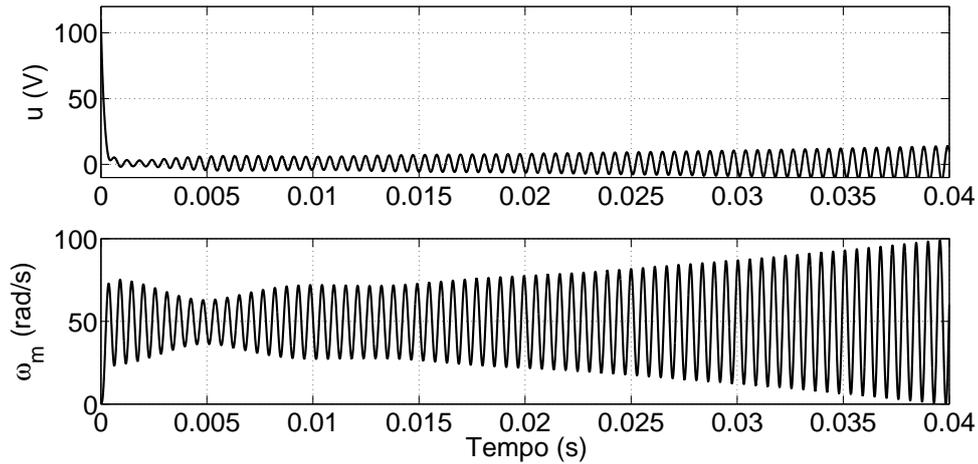


Figura 39 - Resposta ao degrau para o controle proporcional de velocidade do motor utilizando um filtro biquadrático com ganho  $K_p = 2,1$ .

A Figura 40 apresenta a resposta em frequência para o caso em que a frequência de ressonância é alterada de 1840 Hz para 1700 Hz

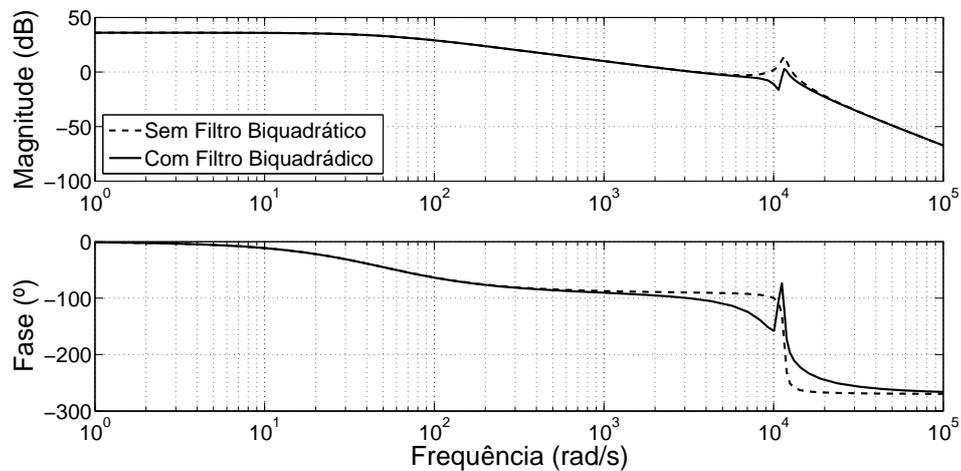


Figura 40 - Resposta em frequência do sistema com filtro biquadrático para o caso em que a frequência de ressonância é alterada de 1840 Hz para 1700 Hz.

A Figura 40 mostra que a alteração na frequência de ressonância afeta de forma indesejável a resposta em frequência do sistema. Além disso, quando o efeito da alteração na frequência de ressonância é testada no controle proporcional de velocidade, verificou-se que o sistema fica instável para valores de  $K_p$  maiores que 0,7 o que evidencia uma piora no desempenho do sistema (Figura 41).

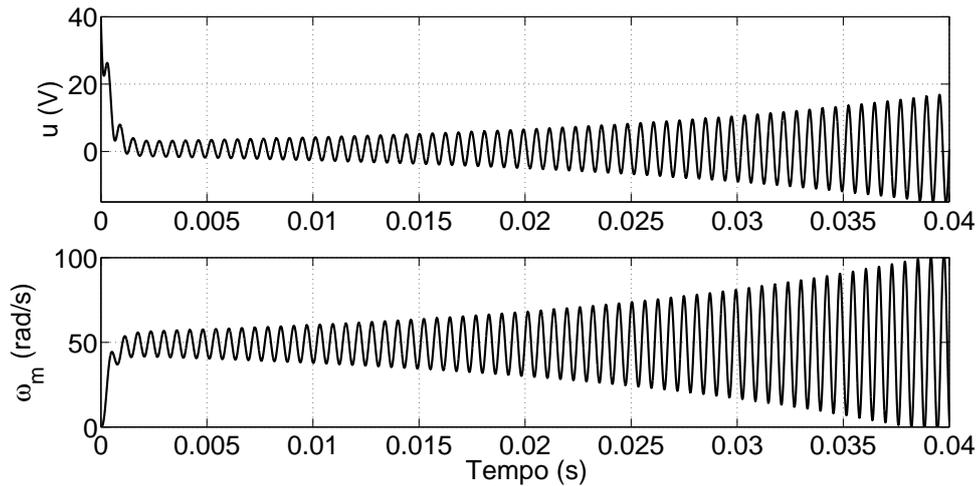


Figura 41 - Resposta ao degrau para o controle proporcional de velocidade do motor utilizando um filtro biquadrático com ganho  $K_p = 0,8$  e frequência de ressonância do motor alterada para 1700 Hz.

Portanto nenhum dos filtros apresentados aqui podem ser utilizados como boas soluções para o problema dos modos ressonantes em motores CC. Essa conclusão também mencionada em (ELLIS; GAO, 2001), cuja a proposta para lidar com os modos ressonantes é baseado em uma técnica de realimentação da aceleração utilizando um observador denominado *Extended-Luenberger-Observer*.

### 3.6 Realimentação de Estado

A realimentação de estado é uma técnica bem difundida na literatura referente a teoria de controle apresentada em (CHEN, 1999), (OGATA, 2011) e (NISE, 2002). Embora não tenham sido encontradas publicações específicas que utilizam a realimentação de estado para lidar com problemas de ressonância em motores, cabe aqui uma avaliação dessa técnica.

O controle por realimentação de estado é uma técnica que permite o posicionamento dos polos de um sistema, em malha fechada, na posição desejada pelo projetista, fazendo com que o sistema tenha um comportamento mais próximo do desejável.

Contudo, em sistemas reais é comum não ter todas as variáveis de estado disponíveis, como por exemplo, é comum ter um sensor de velocidade no motor mas o uso de um conjunto de sensores, incluindo o de posição e um de aceleração, já é algo muitas vezes inviável. Para lidar com a falta de informação de um determinada variável de estado do sistema, utiliza-se observadores de estado (KAILATH, 1980) para estimar as variáveis de

estado indisponíveis para medição.

Com o objetivo de focar no problema da ressonância, será admitido que todas as variáveis de estado do sistema estão disponíveis e portanto, não será necessário o uso de observadores nesta análise.

Seja a representação da função de transferência (2.4) no espaço de estado dada por:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{3.8}$$

onde  $u$  é o sinal de controle e as matrizes (A, B e C) representam a realização da função de transferência do motor (2.4) em uma variação da forma canônica controlável:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_3 & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_p \end{bmatrix}, \quad C = [1 \ 0 \ 0],$$

onde  $a_3, a_2, a_1$  são os coeficientes do polinômio do denominador,  $R_p(s)$ , da função de transferência do motor (2.4) na forma  $s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3$ .

Baseado nos valores numéricos da função de transferência (2.7) tem-se:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -668 \times 10^7 & -133 \times 10^6 & -654 \end{bmatrix}; \\ B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 423 \times 10^9 \end{bmatrix}; \\ C &= [1 \ 0 \ 0]. \end{aligned}$$

A lei de controle dada pela técnica de realimentação de estados, apresentada em

(CHEN, 1999), é dada por:

$$u = -Kx + K_r r, \quad (3.9)$$

$$K_r = \frac{1}{C(A - BK)^{-1}B}, \quad (3.10)$$

onde  $r$  é o sinal de referência,  $K$  é o vetor de ganho responsável pelo posicionamento dos polos e  $K_r$  é um ganho escalar utilizado para se obter ganho CC unitário fazendo com que o valor da saída  $y$  tenda a ser igual a  $r$ .

Portanto, o sistema em malha fechada passa a ser representado por:

$$\dot{x} = (A - BK)x + BK_r r. \quad (3.11)$$

Para o caso do controle de velocidade do motor com ressonância, representado pela função de transferência (2.7), é desejável que os polos sejam mais amortecidos. Para que isso seja possível, projeta-se uma matriz de ganho  $K$  de forma que os autovalores da matriz formada por  $(A - BK)$  possua os autovalores desejados.

Para ilustrar o efeito dessa técnica, adotou-se como polos desejados:

$$(-100 \text{ rad/s}), (-7591 + 7594j \text{ rad/s}) \text{ e } (-7591 - 7594j \text{ rad/s}),$$

o que produz um vetor  $K$  dado por:  $K = [0,079 \quad 1 \times 10^{-5} \quad 4 \times 10^8]^T$  e  $K_r = 0,095$ .

A Figura 42 representa o diagrama de blocos que implementa o controlador com realimentação de estado.

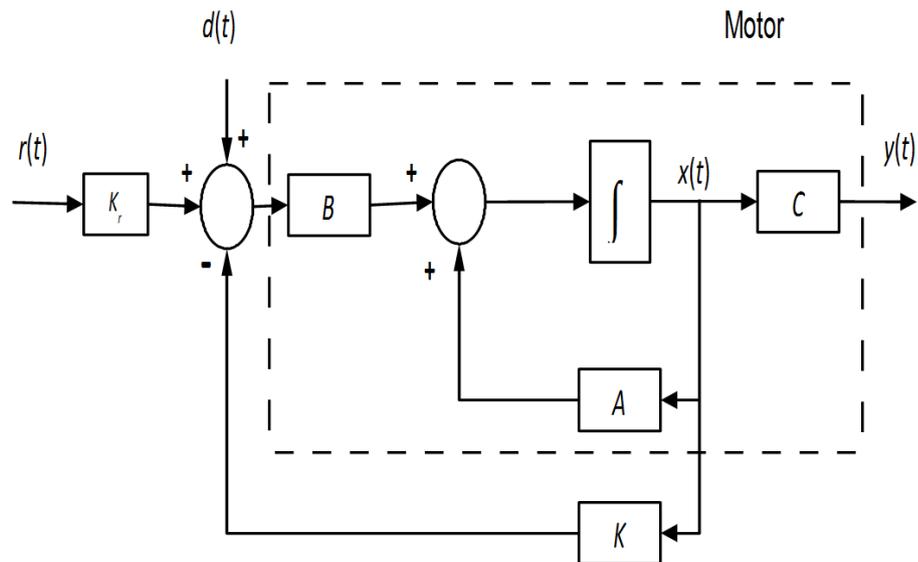


Figura 42 - Diagrama de blocos representando o controle por realimentação de estado.

Onde  $r(t)$  é sinal de referência,  $d(t)$  representa a perturbação no sinal de controle,  $x(t)$  é o estado do motor e  $y(t)$  é a saída, que neste caso é a velocidade do motor  $\omega_m$  em rad/s.

A seguir será avaliada a resposta ao degrau, cujo valor de referência é 50 rad/s, desse sistema para o caso sem perturbação no sinal de controle,  $d(t) = 0$ , e com a frequência de ressonância de 1840 Hz obtida experimentalmente. O resultado é mostrado na Figura 43.

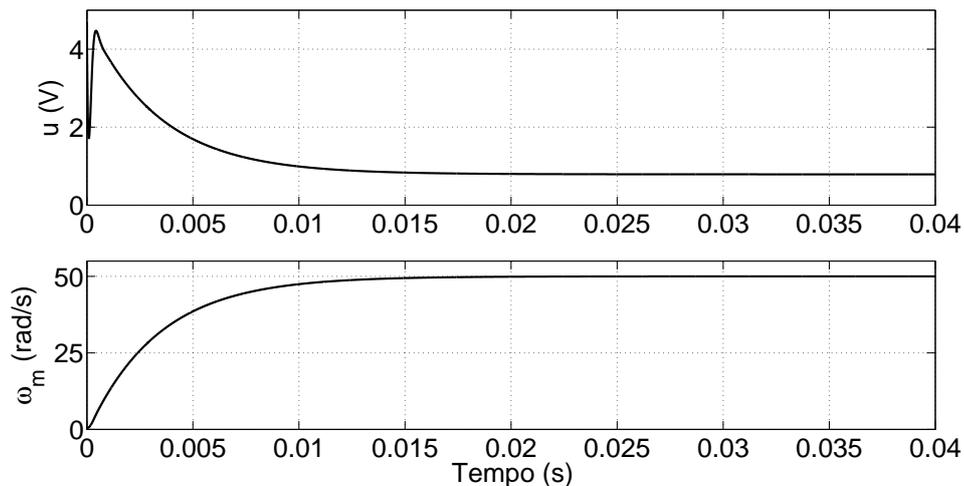


Figura 43 - Resposta ao degrau unitário para um controle de velocidade baseado em realimentação de estado.

A Figura 43 mostra que a técnica de posicionamento de polos é um método eficaz para lidar com o modo ressonante do motor. A escolha de polos mais amortecidos mostrou-se ser mais eficaz do que o uso de filtros ou controladores de ação proporcional e integral.

Para simular uma incerteza paramétrica, a frequência de ressonância da planta foi alterada para 1700 Hz. A Figura 44 mostra a resposta em frequência para essa situação.

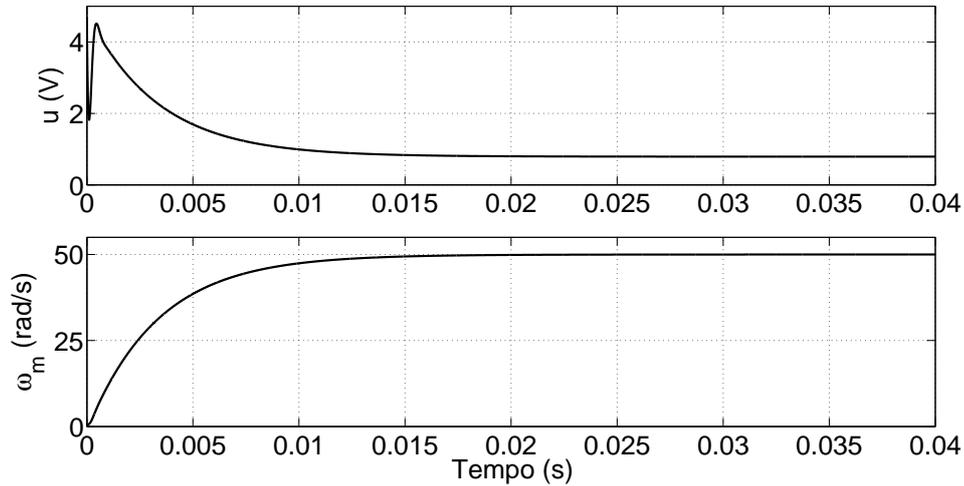


Figura 44 - Resposta ao degrau unitário para um controle de velocidade baseado em realimentação de estado para o caso em que a frequência de ressonância é alterada para 1700 Hz.

O resultado da simulação mostrou que o controle por realimentação de estado é capaz de lidar com a variação na frequência de ressonância mantendo constante a resposta em regime permanente.

Como último teste, uma perturbação  $d(t)$  senoidal com amplitude de 0,5 V e frequência de 20 Hz será aplicada no sinal de controle conforme pode ser visto na Figura 42. O resultado é apresentado na Figura 45.

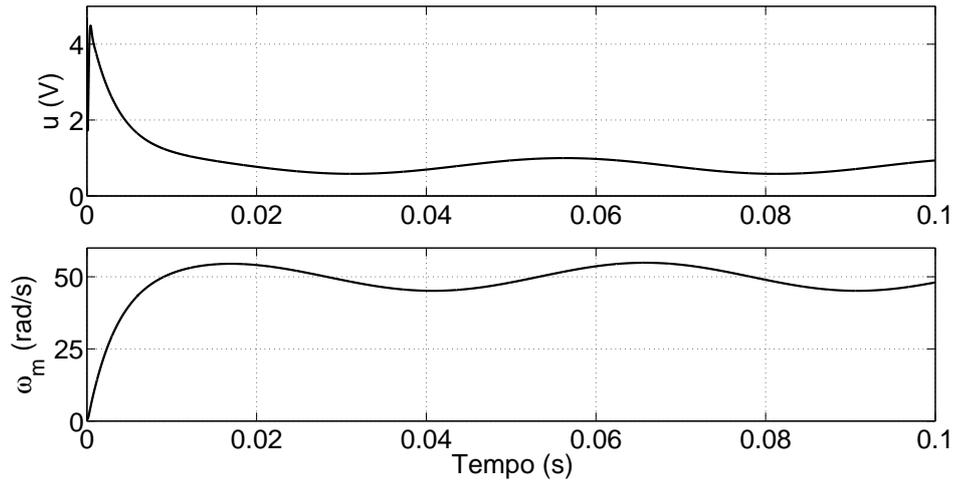


Figura 45 - Resposta ao degrau unitário para um controle de velocidade baseado em realimentação de estado para o caso em que uma perturbação  $d(t)$  é injetada no sinal de controle.

A Figura 45 mostra que o controlador por realimentação de estado não é capaz de lidar com perturbações no sinal de controle.

Essa sensibilidade a perturbações na entrada pode acabar inviabilizando o uso dessa técnica dado que em condições reais seria necessário um condicionamento de sinal de forma que todo ruído gerado pelos sensores, caso fosse possível ter um sensor para cada variável de estado do motor, pudesse ser anulado. Para o caso em que não se tem todas as variáveis de estados do motor disponíveis para medição, que na prática é o caso mais comum, seria necessário o uso de um observador de estado. Nesse caso, o projeto dos observadores deve ser feito de forma a garantir robustez a incertezas e perturbações.

Por essas razões é necessário o uso de controlador mais robusto, capaz de lidar não apenas com os modos ressonantes mas que também seja robusto a incertezas paramétricas e a perturbações no sinal de controle.

### 3.7 Outras Técnicas Encontradas na Literatura

Além do tradicional uso de filtros para lidar com os efeitos da ressonância, que foi mostrado aqui ser pouco eficiente, existem outras técnicas que fazem o uso dos filtros em conjunto com alguma outra estrutura afim de melhorar o desempenho de um sistema que possua modos ressonantes.

Em (ELLIS; LORENZ, 2000) e (ELLIS; GAO, 2001) é discutido o problema da ressonância em um servomotor conectado a uma carga. Uma análise sobre a utilização de

filtros passa-baixa, *notch* e biquadrático é apresentada onde também é concluído que o uso desses filtros não seria uma boa solução para lidar com a ressonância. Em (ELLIS; GAO, 2001) é apresentada uma proposta utilizando a realimentação da aceleração do motor, estimada por um tipo de observador de estado denominado *Extended-Luenberger-Observer*. A matriz de ganho dos observadores é formada por um bloco contendo um ganho proporcional e um integrador. Os resultados apresentados nesse trabalho, bem como a própria conclusão dos autores, indicam que o método apresentado é mais eficaz do que o uso de filtros. Contudo, ao final do trabalho é sugerido que é necessário continuar o desenvolvimento e que um controlador não linear poderá ser capaz de melhorar o desempenho do sistema com cargas que apresentem ressonância.

Em (YANG; WANG, 2014) é discutido o efeito da ressonância em sistemas compostos por um servomotor síncrono de imã permanente conectado a uma carga. Esse trabalho apresenta uma proposta baseada em um filtro *notch* adaptativo. A partir da medição do erro de velocidade, o controlador detecta a frequência de ressonância e ajusta a frequência de corte do filtro de acordo a mudança na frequência de ressonância. A frequência de ressonância dos dois sistemas testados é de 80 Hz e 380 Hz. Embora os resultados experimentais apresentados sejam eficientes, não há informações suficientes para reproduzir o experimento. Além disso, não é analisado o caso em que perturbações possam surgir na entrada do sinal de controle.

No trabalho (WANG; XU; SHEN, 2012) é feito o uso de um controlador baseado em um filtro *notch* adaptativo em conjunto com um filtro passa-baixa, também adaptativo, além de um controlador proporcional de velocidade. Ambos os filtros são ajustados por um conjunto de regras. As regras utilizadas não estão claras de forma que não é possível reproduzir o experimento. Os resultados da simulação mostram eficácia desse sistema para casos em que a frequência de ressonância está no intervalo de 100 Hz a 500 Hz. Incertezas paramétricas e perturbações não são abordadas neste trabalho.

Em (ZHENG; FENG, 2008), a solução para lidar com modos ressonantes em sistemas formados por um motor síncrono de imã permanente conectado a uma carga é dada através de um controle por modo deslizante terminal de alta ordem (*High-order Terminal Sliding Mode*). É mostrado que um controlador de ação proporcional e integral não é capaz de lidar com as oscilações, especialmente durante o transitório, causadas

pela ressonância. Além disso, um observador é utilizado para estimar a velocidade e o torque angular da carga, fazendo com que não seja necessário o uso de um transdutor de velocidade como os que são usados em soluções baseadas em realimentação da aceleração. Provas matemáticas são apresentadas em relação a lei de controle. Os resultados da simulação indicam que o desempenho também é superior em relação ao uso de filtros *notch*. Segundo os autores, esse tipo de controlador também oferece robustez quanto a incertezas paramétricas e a perturbações. Entretanto não foram apresentadas simulações com o objetivo de testar a robustez.

Nos trabalhos citados neste capítulo, bem como em outras publicações com técnicas similares a essas e não mencionadas aqui, o efeito da ressonância ocorre em baixas frequências (algumas centenas de hertz) em sistemas formados por um motor conectado a uma carga.

Portanto, até onde se sabe, não há publicações que abordam o efeito da ressonância em alta frequência (na ordem de kHz), especialmente em motores CC sem núcleo de ferro para o caso em que não há uma carga conectada. Para esse caso, discutido no Capítulo 2, é necessário o desenvolvimento de um controlador capaz de atenuar os modos ressonantes, oferecendo uma resposta estável e sem oscilações, além de ser robusto à incertezas paramétricas e à perturbações. A teoria que suporta o desenvolvimento desse controlador será apresentada no próximo capítulo.

## 4 PROJETO E DESENVOLVIMENTO DO CONTROLE POR MODO DESLIZANTE E OBSERVADORES DE ALTO GANHO

Este capítulo apresenta a base teórica para o desenvolvimento de dois controladores que serão avaliados quanto ao desempenho para o controle de velocidade e posição de um motor CC sem núcleo de ferro, que apresenta o efeito da ressonância conforme foi identificado no Capítulo 2.

Neste capítulo, o sinal de controle  $u(t)$  é a tensão  $v_a(t)$  aplicada na armadura do motor.

### 4.1 Controle por Modo Deslizante (SMC)

De acordo com (EDWARDS; SPURGEON, 1998), os primeiros trabalhos relacionados ao estudo de controladores a estrutura variável (*Variable Structure Control-VSC*) foram realizados durante a década de 1960 na Rússia por Emel'yanov e Barbashin. Contudo, somente na década de 1970 que esses estudos tiveram uma maior divulgação, quando Itkis e Utkin publicaram seus trabalhos em inglês.

No VSC existe um conjunto de leis de controle das quais uma lei é selecionada, de acordo com alguma condição específica na qual se encontra o estado do sistema, através de uma função de chaveamento. Em outras palavras, existe uma lei de controle para cada região de operação do sistema.

Cada lei de controle faz com que o estado do sistema seja levado a uma região no espaço de estado denominada superfície de chaveamento. A interseção entre todas as superfícies de chaveamento é denominada superfície deslizante (*Sliding surface*). Essa superfície deve ser projetada de forma que o estado do sistema tenha o comportamento dinâmico desejado.

Quando o estado do sistema atinge a superfície deslizante, a mudança da lei de controle ocorre em alta frequência (teoricamente infinita), de forma que o estado do sistema fica confinado nesta superfície. Esse modo de operação é denominado controle por modo deslizante (*Sliding Mode Control-SMC*) (SPURGEON, 2014).

A grande vantagem da utilização do SMC é que quando o estado do sistema atinge a superfície deslizante, sua evolução passa a não depender mais dos parâmetros da planta e não é afetada por perturbações, tornando o sistema mais robusto conforme é apresentado

em (UTKIN, 1993) e (EDWARDS; SPURGEON, 1998). Uma outra propriedade desse tipo de controlador é que ocorre uma redução na ordem do sistema conforme também é mostrado em (EDWARDS; SPURGEON, 1998).

Conforme é apresentado em (YOUNG; UTKIN; OZGUNER, 1996), o projeto desse controlador consiste em duas etapas:

- Definição da superfície deslizante para qual o estado do sistema será levado. Essa superfície define as características de desempenho desejadas para o sistema.
- Determinação da lei de controle que fará com que o estado do sistema seja levado para a superfície deslizante.

O comportamento descrito anteriormente é dito ser o modo deslizante ideal. Na prática, existem imperfeições como atrasos e histereses no chaveamento. Além disso, a frequência de chaveamento não é infinita. Isso faz com que o estado do sistema oscile na vizinhança da superfície deslizante. Esse fenômeno oscilatório é conhecido como *chattering* e pode na prática causar ruídos, desgastes de peças, vibrações etc. Contudo, existem técnicas que são utilizadas para reduzir esses efeitos, como é discutido em (UTKIN; GULDNER; SHIJUN, 1999) e (EDWARDS; SPURGEON, 1998).

Do ponto de vista matemático, os sistemas de controle a estrutura variável são representados por equações diferenciais com lado direito descontínuo. Para este tipo de equações, as teorias convencionais de existência e unicidade de soluções não podem ser aplicadas. Uma estratégia comumente utilizada é o uso da definição de Filippov para a solução dessas equações diferenciais com o lado direito descontínuo conforme é discutido em (UTKIN, 1993). Outro método também é apresentado em (UTKIN, 1993; EDWARDS; SPURGEON, 1998) e denominado **controle equivalente**. Essencialmente, o controle equivalente é o sinal controle contínuo por partes necessário para manter o modo deslizante ideal sobre a superfície deslizante.

Considere o sistema com  $m$  entradas:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{4.1}$$

onde  $A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  e  $B \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  tem posto completo com  $1 \leq m \leq n$ .

Seja  $s : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^m$  uma função linear representada por:

$$s(x) = Sx, \quad (4.2)$$

onde  $S \in \mathfrak{R}^{m \times n}$  é uma matriz de posto completo. Esta é denominada **função de chaveamento**.

**Definição 1** (EDWARDS; SPURGEON, 1998, Página 33)

*Supondo que exista um tempo finito  $t_s$  tal que a solução de (4.1) representada por  $x(t)$  satisfaça:*

$$s(t) = 0 \text{ para todo } t \geq t_s.$$

*então o modo deslizante foi alcançado para todo  $t \geq t_s$ .*

Portanto, a superfície deslizante é dada por  $s(t) = Sx(t) = 0$ . Ou seja, durante o modo deslizante:

$$S\dot{x}(t) = SAx(t) + SBu(t) = 0 \quad (4.3)$$

para todo  $t \geq t_s$ . Sendo  $S$  uma matriz tal que  $SB$  seja uma matriz quadrada não singular:

**Definição 2** (EDWARDS; SPURGEON, 1998, Página 34): *O controle equivalente associado ao sistema definido em (4.1), representado por  $u_{eq}$ , é definido como única solução para a equação algébrica dada por:*

$$u_{eq}(t) = -(SB)^{-1}SAx(t) \quad (4.4)$$

Para que o sistema entre em modo deslizante, deve existir um domínio envolvendo a superfície no qual as trajetórias do sistema apontem na sua direção. Matematicamente isso pode ser expresso da seguinte forma:

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \dot{s} < 0 \quad \lim_{s \rightarrow 0^-} \dot{s} > 0 \quad (4.5)$$

em algum domínio  $\Omega \in \mathfrak{R}^n$ . Neste caso a superfície de deslizamento seria:

$$D = S \cap \Omega = \{x \in \Omega : s(x) = 0\} \quad (4.6)$$

De forma mais sucinta, porém equivalente, a condição (4.5) pode ser representada por:

$$\dot{s}s < 0 \quad (4.7)$$

As condições (4.5) e (4.7) são denominadas **condições de atratividade** e também são abordadas em (EDWARDS; SPURGEON, 1998).

#### 4.1.1 Exemplo de Aplicação

Como exemplo de aplicação, considere um motor CC modelado pelo sistema de segunda ordem representado no espaço de estado (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 1997, Apêndice A).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u. \quad (4.8)$$

A superfície de deslizamento é dada por:

$$\sigma(x) = Sx(t) = 0 \quad (4.9)$$

onde  $S \in \mathbb{R}^2$  é um vetor que define a superfície de deslizamento.

O sinal de controle  $u$  é gerado pela função de chaveamento.

$$u = -\rho \operatorname{sgn}(\sigma(x)), \quad (4.10)$$

onde  $\rho(t)$  é denominada função de modulação, que deve ser projetada para garantir que a superfície deslizante seja alcançada e, então, assegurar a manutenção do modo deslizante.

A Figura 46 mostra o plano de fase para esse sistema com  $\rho = 1$ . Observa-se que a partir de uma condição inicial qualquer, a trajetória do estado do sistema é direcionada para a superfície deslizante. Quando o estado atinge essa superfície, ele desliza sobre ela. Nesta situação o sistema torna-se robusto a incertezas e perturbações.

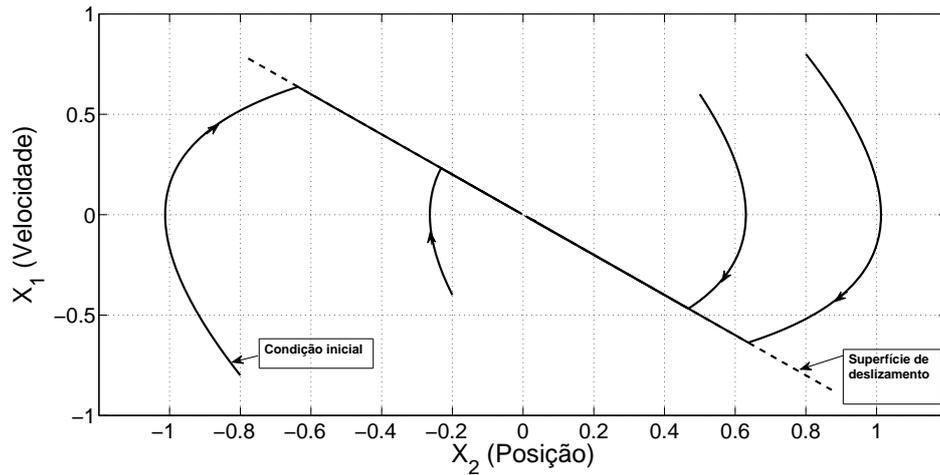


Figura 46 - Plano de fase do sistema (motor e SMC).

A Figura 47 mostra o comportamento do sistema (4.8) quando este é submetido ao controle por modo deslizante.

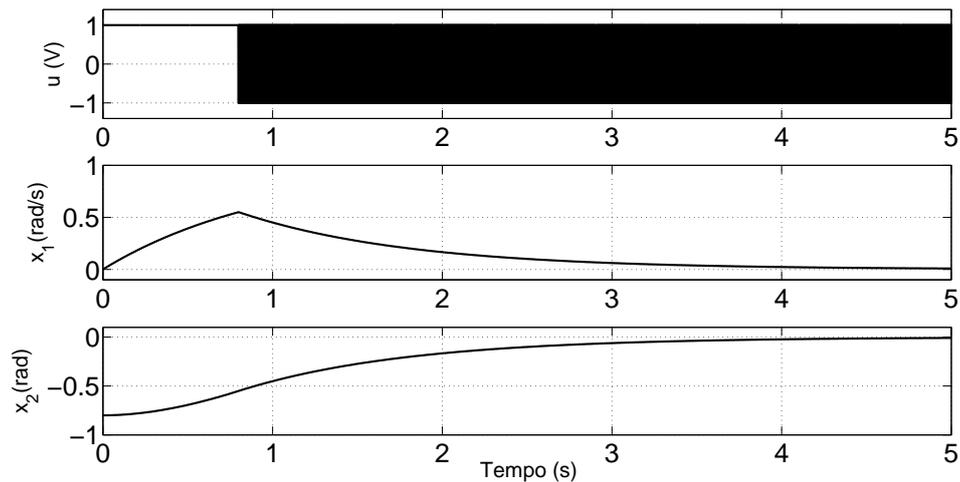


Figura 47 - Resposta no tempo da velocidade ( $x_1$ ) e da posição ( $x_2$ ) com um controlador SMC ( $u$ ).

Observa-se na Figura 47 que quando o estado alcança a superfície deslizante, aproximadamente em 0,8 segundos, o sinal de controle começa a chavear em alta frequência com o objetivo de manter o estado do sistema sobre a superfície deslizante.

Adicionando-se em cascata um termo ressonante, definido na função de transferência (2.2) com  $w_n = 300 \text{ rad/s}$  e  $\zeta = 0,02$ , junto ao motor (4.8), surge o efeito *chattering* no sistema conforme pode ser observado na Figura 48.

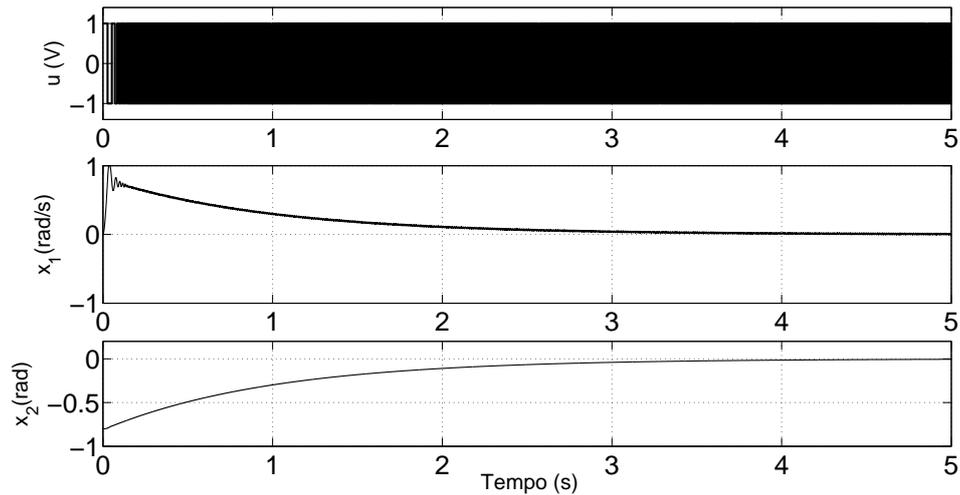


Figura 48 - Efeito do *chattering* na resposta do sistema com um controlador SMC considerando um termo ressonante no motor.

Conforme pode ser observado na Figura 48, o efeito do *chattering* faz com que o estado do sistema apresente um indesejável comportamento oscilatório que na prática pode causar ruídos, vibrações e desgastes nas peças do motor. Ampliando a imagem que apresenta o sinal de controle da Figura 47 e da Figura 48 é possível observar a diferença da frequência de chaveamento em cada caso, evidenciando que para o caso em que existe o efeito do *chattering* a frequência é menor ou seja, não pode ser considerada idealmente infinita. Esse resultado é mostrado na Figura 49.

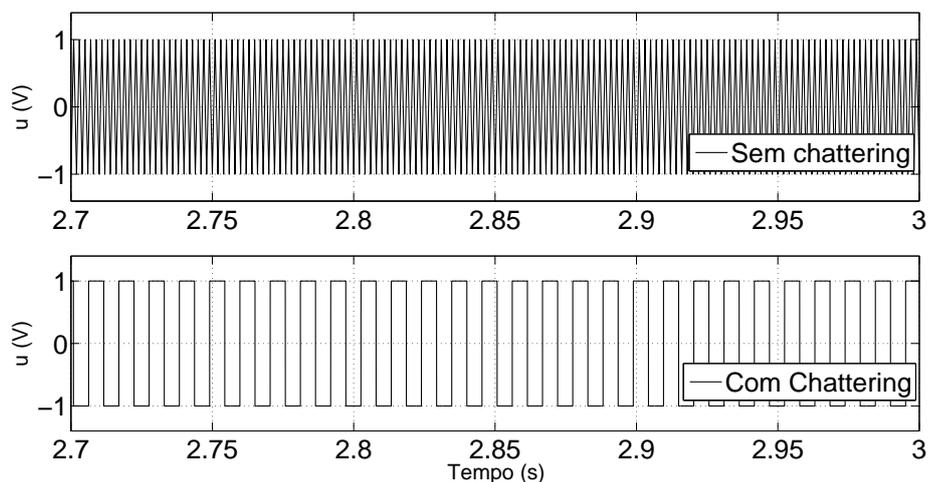


Figura 49 - Comparação entre dois sinais de controle. A figura superior mostra o controle sem o efeito do *chattering* (sem o termo ressonante no motor) enquanto que na figura inferior o *chattering* está presente (com termo ressonante no motor).

Portanto, o controlador deve ser projetado de modo que esse efeito possa ser reduzido conforme é discutido em (UTKIN; GULDNER; SHIJUN, 1999; EDWARDS; SPUR-

GEON, 1998).

#### 4.1.2 Modo Deslizante Aplicado ao Controle de Motores Elétricos

A aplicação do modo deslizante para controle de motores é um assunto já bem difundido na literatura. Em (UTKIN, 1993) e (UTKIN; GULDNER; SHIJUN, 1999) é apresentada a teoria para aplicação do controle por modo deslizante em sistemas eletromecânicos. Os autores em (KORONKI; HASHIMOTO; UTKIN, 1998) também mostram uma aplicação do modo deslizante voltada para o controle de torção de um eixo flexível.

Em (CHEN; TANG, 1999) é proposto um controle por corrente baseado em modo deslizante para ser aplicado em um acionamento do tipo *Pulse Width Modulation* (PWM) de um motor CC sem escovas. Esse trabalho apresenta um algoritmo alternativo para implementar um método conhecido por controle equivalente cuja teoria pode ser encontrada em (EDWARDS; SPURGEON, 1998). O algoritmo pode ser implementado utilizando circuitos lógicos e os resultados experimentais mostram a eficiência do método.

Em (MAHESWARARAO; BABU; AMARESH, 2011) é apresentada uma comparação entre um controlador PI e um controlador baseado em modo deslizante para o controle de velocidade de um motor CC. Simulações para diferentes valores de velocidade de referência e torque da carga mostram que o controlador baseado em modo deslizante apresenta um melhor desempenho quando comparado a um controlador PI.

Um controlador que combina duas técnicas de controle por modo deslizante, *Terminal Sliding Mode* e *High-order Sliding Mode*, é utilizado em (WANG et al., 2011) para o controle de posição, sem utilizar um sensor, de um veículo elétrico com motor CC sem escovas. A proposta do trabalho é combinar as vantagens das duas técnicas e fazer uma comparação de desempenho com um controlador PID tradicionalmente utilizado nesse tipo de aplicação.

Em (JEONG; KIM; PARK, 2012), a técnica *Terminal Sliding Mode* é utilizada para o controle de sistemas com motor CC. O objetivo é obter um menor tempo de convergência.

No trabalho (LAVANYA; BRISILLA; SANKARANARAYANAN, 2012) é proposto um controle de velocidade baseado na técnica *High-order Sliding Mode* para um motor CC de ímã permanente. Simulações e resultados experimentais demonstram a eficiência da lei de controle proposta. Ao final do trabalho, os autores sugerem o aprimoramento

da lei de controle para lidar com variações na carga.

Os autores em (MURTAZA; BHATTI, 2012) apresentam uma comparação entre três técnicas de controle por modo deslizante com o objetivo de controlar a velocidade de um motor CC: *Sliding Mode Control*, *Integral Sliding Mode Control* e *Dynamic Sliding Mode Control*. Análise e simulações são apresentadas mostrando as principais características de cada técnica, bem como o efeito de cada uma na redução do *chattering*.

Controle de velocidade para *drives* de motores CC utilizando modo deslizante também é encontrado em (AMBESANGE; KAMBLE; MORE, 2013). Diferentes situações envolvendo mudanças nos parâmetros e na velocidade são simuladas. Uma comparação com o controlador PI também é apresentada.

Técnicas mais complexas envolvendo controle por modo deslizante de um motor CC pode ser encontrada, por exemplo, em (HSU, 2014). Nesse trabalho, o controlador apresentado é desenvolvido com base em conceitos de redes neurais e controle por modo deslizante. Simulações e resultados experimentais mostram a eficácia do trabalho proposto.

Portanto, o uso de técnicas de controle baseadas em modo deslizante para controle de motores é uma área que está em constante desenvolvimento, onde diversas variações dessa técnica podem ser estudadas e aplicadas de acordo com a necessidade.

## 4.2 Controle Baseado em Filtros de Estado

Uma forma de fazer com que uma planta tenha o desempenho desejado, por meio de um controlador, é através do uso de um modelo de referência, ou seja, um modelo semelhante a planta mas com as características de desempenho desejadas pelo projetista. Essa estratégia de controle é conhecida como controle por modelo de referência (*Model Reference Control-MRC*). Portanto o MRC, apresentado em (IOANNOU; SUN, 2012) e (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 1995), tem por objetivo fazer com que a saída da planta  $y$  rastreie a saída do modelo  $y_m$ , ou seja, o sinal de erro  $e = y - y_m$  deverá convergir para zero conforme o tempo tende ao infinito.

Seja a função de transferência da planta representada por:

$$G_p(s) = k_p \frac{Z_p(s)}{R_p(s)}. \quad (4.11)$$

Onde  $Z_p(s)$  e  $R_p(s)$  são polinômios mônicos e  $k_p$  é uma constante denominada como ganho de alta frequência. Seja o modelo de referência definido como:

$$W_m(s) = k_m \frac{Z_m(s)}{R_m(s)}. \quad (4.12)$$

onde  $Z_m(s)$  e  $R_m(s)$  são polinômios mônicos e  $k_m$  é uma constante.

O controle  $u$  proposto em (IOANNOU; SUN, 2012) requer algumas considerações:

- P1.**  $Z_p(s)$  é um polinômio mônico Hurwitz de grau  $m_p$ .
- P2.**  $n = n_p$  é o maior grau do polinômio  $R_p(s)$ .
- P3.** O grau relativo é definido como  $n^* = n_p - m_p$ .
- P4.** O sinal de  $k_p$  é conhecido.
- P5.**  $Z_m(s)$  e  $R_m(s)$  são polinômios mônicos Hurwitz de grau  $q_m$ ,  $p_m$  respectivamente, onde  $p_m \leq n_p$ .
- P6.** O grau relativo  $n_m^* = p_m - q_m$  deve ser igual a  $n^*$ .

Seja  $r$  o sinal de referência, a lei de controle para malha fechada é apresentada a seguir:

$$u = \theta_1^{*T} \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)} u + \theta_2^{*T} \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)} y + \theta_3^* y + \theta_4^* r \quad (4.13)$$

que é equivalente a forma apresentada em (CUNHA et al., 2009):

$$u = \theta^{*T} \omega, \quad (4.14)$$

$$\theta^{*T} = [\theta_1^{*T} \ \theta_2^{*T} \ \theta_3^* \ \theta_4^*], \quad (4.15)$$

$$\omega = [\omega_1^T \ \omega_2^T \ y \ r]^T, \quad (4.16)$$

sendo que os filtros de estados são definidos como

$$\omega_1 = \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)} u, \quad \omega_2 = \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)} y, \quad (4.17)$$

onde

$$\alpha(s) \equiv \alpha_{n-2}(s) = [s^{n-2}, s^{n-3}, \dots, s, 1] \quad \text{para } n \geq 2.$$

$\alpha(s) \equiv 0$  para  $n = 1$ .

$\theta_3^*$  e  $\theta_4^* \in \mathfrak{R}^1$ ,  $\theta_1^*$  e  $\theta_2^* \in \mathfrak{R}^{n-1}$  são parâmetros constantes.  $\Lambda(s)$  é um polinômio mônico Hurwitz arbitrário de grau  $n - 1$  que contém  $Z_m(s)$ , ou seja,  $\Lambda(s) = \Lambda_0(s)Z_m(s)$ , implicando que  $\Lambda_0$  seja um polinômio mônico Hurwitz arbitrário de grau  $n - 1 - q_m$ .

A Figura 50 mostra a lei de controle proposta em (IOANNOU; SUN, 2012) através de um diagrama de blocos.

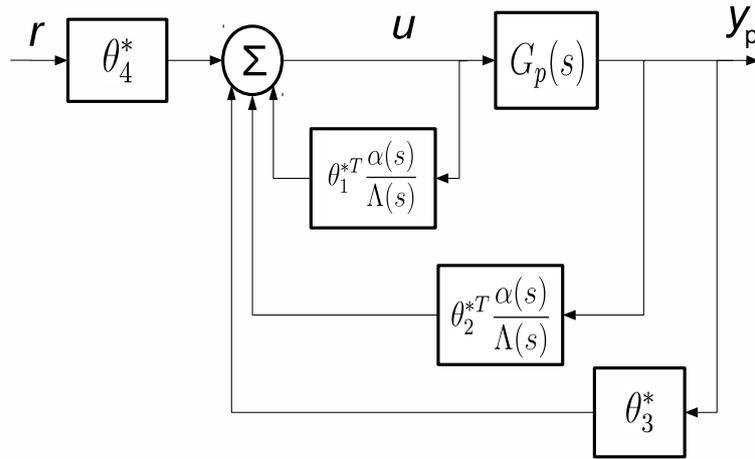


Figura 50 - Diagrama de blocos do controle por modelo de referência (IOANNOU; SUN, 2012).

Portanto os parâmetros da lei de controle devem ser selecionados de forma que a saída da planta siga a saída do modelo de referência, ou seja:

$$\frac{\theta_4^* k_p Z_p \Lambda^2}{\Lambda[(\Lambda - \theta_1^{*T} \alpha) R_p - k_p Z_p (\theta_2^{*T} \alpha + \theta_3^* \Lambda)]} = k_m \frac{Z_m}{R_m} \quad (4.18)$$

Atribuindo o valor do parâmetro  $\theta_4^* = \frac{k_m}{k_p}$  obtém-se a seguinte equação Diofantina:

$$(\Lambda - \theta_1^{*T} \alpha) R_p - k_p Z_p (\theta_2^{*T} \alpha + \theta_3^* \Lambda) = Z_p \Lambda_0 R_m \quad (4.19)$$

A solução da equação (4.19) fornece os parâmetros de controle  $\theta^{*T}$ .

### 4.3 Equações dos Erros

Neste trabalho, o erro de saída será definido como:

$$e(t) := y(t) - y_m(t). \quad (4.20)$$

onde  $y(t)$  é a saída da planta e  $y_m(t)$  é a saída do modelo de referência. A equação do estado do erro é importante para que se possa analisar qual deverá ser o desempenho do sistema de controle para que o erro venha a convergir para zero ou para um valor residual aceitável. Nesta Seção serão apresentadas duas formas de representar a equação do estado do erro. A primeira forma será utilizada para a análise do controlador cuja função de modulação é obtida de filtros de estado conforme apresentado na Seção 4.2. A segunda forma será utilizada para análise do controlador cuja a função de modulação é gerada a partir do estado da planta estimado por um observador de alto ganho que será apresentado posteriormente.

Além disso, será considerada também a presença de uma perturbação aditiva na entrada da planta,  $d(t)$ , contínua por partes. A perturbação não é medida para a realização do controle, mas é conhecido seu majorante

$$|d(t)| \leq \bar{d}(t) < \bar{d}_{sup} < +\infty, \quad \forall t \geq 0. \quad (4.21)$$

No caso do motor, a perturbação na entrada pode representar o torque de carga aplicado no seu eixo.

#### 4.3.1 Equação do Erro para o Controle com Filtros de Estado, SMC e HGO

Considere o estado do sistema  $x := [x_p^T, \omega_1^T, \omega_2^T]^T \in \mathbb{R}^{3n-2}$ , onde  $x_p \in \mathbb{R}^n$  é o estado da planta, e a realização não-mínima  $\{A_c, B_c, C_o\}$  de  $W_m(s)$  com o vetor de estado  $x_m \in \mathbb{R}^{3n-2}$ . Então, o estado do erro é definido como  $x_e = x - x_m$ . Se os parâmetros da planta e a perturbação de entrada  $d(t)$  são perfeitamente conhecidos, a equação de estado do erro é dada por:

$$\dot{x}_e = A_c x_e + B_c (\theta_4^*)^{-1} [u - \theta^{*T} \omega + w_d(t) * d(t)], \quad (4.22)$$

$$e = C_o x_e. \quad (4.23)$$

onde o termo  $w_d(t)$  é a resposta impulsiva de  $W_d(s) = 1 - \theta_1^{*T} \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)}$  e serve para cancelar o efeito da perturbação. O desenvolvimento completo da equação do estado do erro é apresentado em (IOANNOU; SUN, 2012; CUNHA et al., 2009).

Para o caso em que a perturbação  $d(t)$  é desconhecida utiliza-se o seu majorante  $\bar{d}(t)$  que em alguns casos é adotado como uma constante cujo valor é maior ou igual ao valor máximo que  $d(t)$  pode assumir.

#### 4.3.2 Equação do Erro para o Controle SMC e HGO

Considere o estado da planta  $x_p$  e do modelo de referência  $x_m$ . Dado que o estado do erro é definido como  $x_e = x_p - x_m$ , é possível obter, com algumas manipulações algébricas, a seguinte equação para o estado do erro:

$$\begin{aligned}\dot{x}_e &= A_m x_e + (A - A_m)x_p + Bu - B_m r, \\ e &= C_m x_e,\end{aligned}\tag{4.24}$$

onde  $\{A_m, B_m, C_m\}$  representam a realização mínima do modelo de referência  $W(s)$  e  $\{A, B, C\}$  representam a realização mínima da planta, onde para este caso  $C = C_m$ . Além disso,  $u$  representa o sinal de controle e  $r$  o sinal de referência.

Para uma melhor análise do desempenho do sinal de controle  $u$ , a perturbação  $d(t)$  é inserida e a equação (4.24) é reescrita com base na forma canônica de Brunovsky (KHALIL, 2002):

$$\begin{aligned}\dot{x}_e &= (A_c + B_c a_{cm})x_e + B_c b_0 \left( u - \frac{b_{m0}}{b_0} r + \frac{(a_c - a_{cm})}{b_0} x_p + d(t) \right), \\ e &= C_c x_e,\end{aligned}\tag{4.25}$$

onde:

$$\begin{aligned}
A_c &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, & B_c &= \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, & C_c &= [1 \ 0 \ \cdots \ 0], \\
a_c &= [-a_0 \ -a_1 \ \cdots \ -a_{n-1}], \\
a_{cm} &= [-a_{m0} \ -a_{m1} \ \cdots \ -a_{m-1}],
\end{aligned}$$

sendo que  $a_c$  e  $a_{cm}$  são formados pelos coeficientes dos polinômios do denominador de ordem  $n$  e  $m$  das funções de transferência da planta e do modelo de referência respectivamente, na forma  $s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0$ . Os parâmetros  $b_0$  e  $b_{m0}$  representam neste caso os ganhos de alta frequência das funções de transferência da planta,  $k_p$ , e do modelo de referência,  $k_m$ , respectivamente.

#### 4.4 Observador de Alto Ganho (HGO)

Quando a informação de uma determinada variável de estado do sistema não está diretamente acessível, seja por falta de um sensor ou devido a alguma característica da própria construção do sistema, a técnica de controle mais comum para se obter essa informação é através do uso de observadores de estado conforme apresentado em (KAILATH, 1980) e (CHEN, 1999).

Contudo, é comum que o modelo da planta apresente incertezas paramétricas que, em conjunto com possíveis perturbações, podem afetar o desempenho do sistema. Para casos como esses uma alternativa é o uso de observadores de estado com um alto ganho (*High Gain Observer-HGO*) com o objetivo de tornar o sistema robusto a incertezas e perturbações conforme é apresentado, por exemplo, em (OH; KHALIL, 1997) e (KHALIL, 2002).

Nesta Dissertação, como o estado do erro  $x_e$  definido na Seção 4.3 não está disponível, será utilizado o estado estimado  $\hat{x}_e$  pelo HGO. O estado estimado  $\hat{x}_e$  será obtido a partir do estado do modelo de referência  $x_m$  dado que este não possui incertezas. De forma similar, essa estratégia também é utilizada em (OH; KHALIL, 1997) e (CUNHA et al., 2009).

O projeto do HGO desta Dissertação é baseado na teoria tradicional de observadores e posicionamento de autovalores (CHEN, 1999). Considere o polinômio:

$$P(s) = \left(s - \frac{\lambda_1}{\epsilon}\right) \left(s - \frac{\lambda_2}{\epsilon}\right) \dots \left(s - \frac{\lambda_n}{\epsilon}\right), \quad (4.26)$$

onde  $\{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$  ( $\Re(\lambda_i) < 0, \forall i$ ) são os autovalores especificados do observador quando  $\epsilon = 1$ . O parâmetro  $\epsilon \in (0, 1]$  é a constante que permite elevar a magnitude de todos os autovalores de maneira uniforme conforme  $\epsilon \rightarrow +0$ .

Os autovalores do observador são as raízes do polinômio característico

$$\lambda(s) = \det(sI - A_m + LC_m), \quad (4.27)$$

onde o vetor de ganho do observador  $L \in \mathbb{R}^n$  deve ser calculado de forma que  $\lambda(s) = P(s)$  dado pela equação (4.26).

A seguir serão apresentadas algumas propriedades do uso do HGO.

Conforme  $\epsilon \rightarrow +0$  na equação (4.26), a norma do ganho de realimentação do observador ( $\|L\|$ ) aumenta fazendo com que incertezas e perturbações afetem pouco o estado estimado  $\hat{x}_e$ . Além disso, o transitório inicial torna-se mais rápido à medida que o ganho é aumentado. Essas são as principais vantagens de se utilizar o observador de alto ganho.

Por outro lado, o aumento da norma do ganho do observador, quando  $\epsilon \rightarrow +0$ , pode resultar também no aumento do pico do erro de estimação durante o transitório inicial. Esse fenômeno é denominado como *peaking* e pode causar instabilidade no controle de sistemas não-lineares. Em sistemas lineares esse fenômeno também é indesejável pois poderia demandar muita potência, saturar ou danificar atuadores. Uma análise mais detalhada quanto ao uso do HGO e do fenômeno *peaking* é apresentada em (CUNHA et al., 2009).

#### 4.4.1 HGO para Controle com Filtros de Estado e Modo Deslizante

O estado da equação do erro desenvolvida na Seção 4.3.1 é estimado pelo HGO

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_e &= A_m \hat{x}_e + B_m \theta_{4\text{nom}}^{-1} U - L \tilde{e}, \\ \tilde{e} &= C_m \hat{x}_e - e,\end{aligned}\tag{4.28}$$

onde  $\{A_m, B_m, C_m\}$  representam a realização mínima do modelo de referência  $W_m(s)$ ,  $\theta_{4\text{nom}}$  é o valor nominal de  $\theta_4^*$ ,  $L \in \mathbb{R}^n$  é o vetor de ganho do observador e  $U$  é o sinal de controle gerado pela estrutura variável que será definido na Seção 4.5.

#### 4.4.2 HGO para Controle por Modo Deslizante

O estado da equação do erro desenvolvida na Seção 4.3.2 é estimado pelo HGO

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_e &= A_m \hat{x}_e + B_m U - L \tilde{e}, \\ \tilde{e} &= C_m \hat{x}_e - e,\end{aligned}\tag{4.29}$$

onde  $U$  é o sinal de controle gerado pela estrutura variável que será definido na Seção 4.6.

A seguir, serão apresentados os dois controladores que serão avaliados para o controle de velocidade e posição de um motor CC sem núcleo de ferro com modos ressonantes.

### 4.5 **Controlador Baseado em Filtros de Estado com Observador de Alto Ganho e Modo Deslizante**

O primeiro controlador a ser avaliado nesta Dissertação combina o controlador baseado em filtros de estado e o controle por modo deslizante cuja a função de chaveamento é gerada a partir do estado do erro estimado pelo observador de alto ganho. Um controlador com essa estrutura é apresentado em (CUNHA et al., 2009). Nesta Dissertação esse controlador será adaptado para aplicação em um motor CC sem núcleo de ferro que apresenta o efeito da ressonância conforme é representado pela função de transferência (2.7), para o controle de velocidade, e pela função de transferência (2.8), para o controle de posição. A Figura 51 mostra o diagrama de blocos do controlador que será utilizado nesta Dissertação.

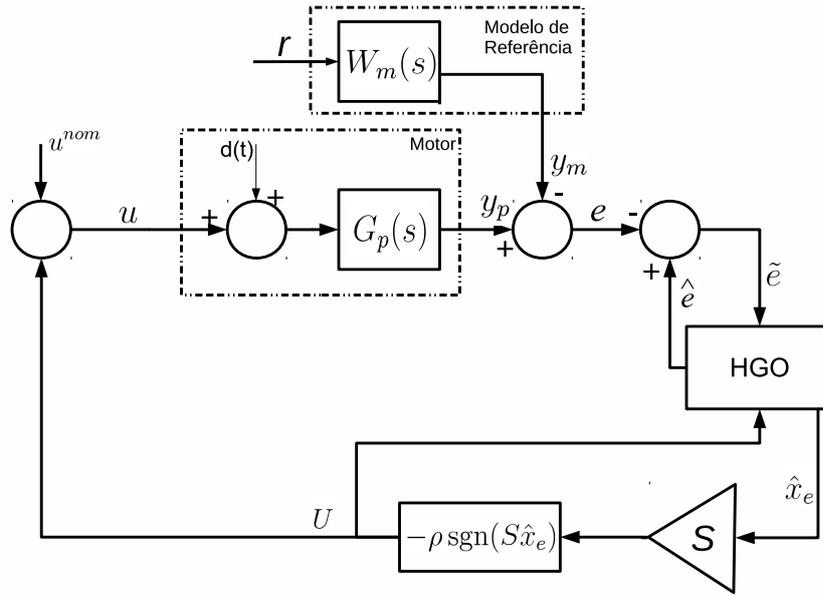


Figura 51 - Diagrama de blocos do controlador que será utilizado nesta Dissertação.

A lei de controle para este controlador é dada por:

$$u = u^{nom} + U, \quad (4.30)$$

$$u^{nom} = \theta^{nomT} \omega, \quad (4.31)$$

$$U = -\rho \operatorname{sgn}(S \hat{x}_e), \quad (4.32)$$

onde  $\theta^{nomT}$  é o valor nominal de  $\theta^{*T}$  definido na equação (4.15),  $\omega$  é definido na equação (4.16) e  $\rho$  é a função de modulação que deve satisfazer a desigualdade dada por:

$$\rho \geq \delta + \bar{\theta}^T |\omega| + \bar{W}_d \bar{d}_{sup}, \quad (4.33)$$

$$\bar{\theta} = [\bar{\theta}_1, \dots, \bar{\theta}_{2n}], \quad |\omega| = [|\omega_1|, \dots, |\omega_{2n}|], \quad (4.34)$$

$$\bar{\theta}_j \geq |\theta^* - \theta^{nom}| \quad (j = 1, \dots, 2n), \quad (4.35)$$

onde  $\delta \geq 0$  é uma constante arbitrária,  $\bar{W}_d \geq \left| 1 - \theta_1^{*T} \frac{\alpha(0)}{\Lambda(0)} \right|$  e  $\bar{d}_{sup}$  é o majorante da perturbação definido na equação (4.21).

Uma das condições para garantir a estabilidade é que a superfície deslizante deve ser projetada de forma que a função de chaveamento  $S \hat{x}_e$  seja estritamente real positiva (*Strictly Positive Real-SPR*) conforme é demonstrado em (CUNHA et al., 2009), onde  $\hat{x}_e$  é o estado do erro estimado pelo HGO conforme foi definido na equação (4.28).

A análise da estabilidade de um controlador com modos deslizantes e HGO semelhante a este é apresentada em (CUNHA et al., 2009, Theorem 2), que prova que o estado da equação do erro ( $x_e$ ), o erro de estimação do observador ( $\tilde{x}_e$ ) e o erro de saída ( $e$ ) convergem exponencialmente para um conjunto residual de ordem  $\epsilon$ . Outra vantagem dessa técnica é que devido ao fato de que a função de modulação é gerada por filtros de estado e não pelo HGO diretamente, o efeito do *peaking* não ocorre no sinal de controle, embora possa ocorrer no estado do HGO.

O uso do controle nominal ( $u_{nom}$ ) pode permitir a redução da amplitude da função de modulação  $\rho$  se a incerteza  $\|\theta^{*T} - \theta^{nomT}\|$  for pequena.

#### 4.6 Controlador Baseado em Modo Deslizante e Observador de Alto Ganho

O segundo controlador que será avaliado nesta Dissertação, combina a técnica de realimentação do estado da planta estimado pelo HGO, para gerar o controle nominal, com o controle por modo deslizante, sendo que a função de modulação é gerada pelo estado do erro estimado pelo HGO ao invés de se utilizar filtros de estado como no controlador apresentado anteriormente. Conforme foi discutido na Seção 3.6, a técnica de controle por realimentação de estado tradicional não seria uma solução eficaz porque não é robusta para lidar com perturbações na entrada. Portanto, uma abordagem interessante seria tornar essa técnica, que já apresenta bons resultados em condições nominais e livre de perturbações, mais robusta a incertezas e perturbações. Isso pode ser feito utilizando a realimentação do estado da planta estimado pelo HGO em conjunto com o controle por modo deslizante. O estado da planta estimado pelo HGO é definido por:

$$\hat{x}_p = \hat{x}_e + x_m. \quad (4.36)$$

O diagrama de blocos para este controlador é o mesmo que foi apresentado na Figura 51. A diferença está na definição das leis de controle  $U$  e  $u^{nom}$  conforme a seguir:

$$u = U + u^{nom}, \quad (4.37)$$

$$u^{nom} = -K^{nom}\hat{x}_p + K_r^{nom}r, \quad (4.38)$$

$$U = -\rho \text{sgn}(S\hat{x}_e), \quad (4.39)$$

onde  $r$  é o sinal de referência,  $K^{nom}$  é o vetor de ganho responsável pelo posicionamento dos autovalores e  $K_r^{nom}$  é um ganho escalar utilizado para que o valor da saída  $y$  tenda a ser igual a  $r$  para o caso nominal.

Conforme discutido na Seção (4.3.2) é desejável que o sinal de controle  $u$  satisfaça a desigualdade:

$$|u| \geq \left| \frac{b_{m0}}{b_0} \right| |r| + \left| \frac{(a_c - a_{cm})}{b_0} \right| |x_p| + \bar{d}(t). \quad (4.40)$$

Com base na equação (4.40) tem-se para o  $u_{nom}$ :

$$K_r^{nom} = \frac{b_{m0}}{b_0}, \quad K^{nom} = \frac{(a_c - a_{cm})}{b_0}. \quad (4.41)$$

Em relação ao sinal de controle  $U$ , semelhante ao que é usado em (OH; KHALIL, 1997), a função de modulação  $\rho$  é definida como:

$$\rho = \delta + \bar{K}|\hat{x}_p| + \bar{K}_r|r| + \bar{d}(t), \quad (4.42)$$

$$\bar{K} = [\bar{K}_1, \dots, \bar{K}_n], \quad \bar{K}_j \geq |K - K^{nom}| \quad (j = 1, \dots, n), \quad (4.43)$$

$$\bar{K}_r = [\bar{K}_{r1}, \dots, \bar{K}_{rn}], \quad \bar{K}_{rj} \geq |K_r - K_r^{nom}| \quad (j = 1, \dots, n). \quad (4.44)$$

onde  $K$  e  $K_r$  são calculados para diversas combinações de parâmetros incertos como apresentado na Seção 3.6 e  $\bar{d}(t)$  é o majorante da perturbação definido na equação (4.21).

A constante arbitrária  $\delta$  deve satisfazer a desigualdade  $\delta \geq c\epsilon$ , onde  $c > 0$  compensa o efeito do erro de estimação do estado.

Assim como no controlador da Seção 4.5, o uso do  $u^{nom}$  tem por objetivo permitir a redução da amplitude da função de modulação  $\rho$ .

De forma semelhante ao controlador apresentado na Seção 4.5, o estado da equação do erro ( $x_e$ ), o erro de estimação do observador ( $\tilde{x}_e$ ) e o erro de saída ( $e$ ) convergem exponencialmente para um conjunto residual de ordem  $\epsilon$ . Contudo, devido ao uso do HGO para gerar a função de modulação, o efeito do *peaking* pode ocorrer no sinal de controle. Uma estratégia para evitar esse efeito é limitar globalmente a amplitude do sinal de controle por meio de saturação. Entretanto, essa abordagem faria com que o sistema tenha estabilidade semi-global. Essa abordagem é encontrada em (OH; KHALIL, 1997)

para sistemas não-lineares e também é discutida em (CUNHA et al., 2009). Entretanto, no controle de um motor elétrico real, o sinal de controle é naturalmente limitado, visto que a amplitude da tensão do acionamento do motor é limitada pela fonte de alimentação.

Com base no que foi exposto neste capítulo, no Capítulo 5 serão projetados e comparados dois controladores para um motor CC sem núcleo de ferro que apresenta modos ressonantes que foi apresentado nos Capítulos 1 e 2.

## 5 APLICAÇÃO DE CONTROLADORES A UM MOTOR SEM NÚCLEO DE FERRO COM EFEITO DA RESSONÂNCIA

Este capítulo apresenta o projeto e a avaliação dos dois controladores desenvolvidos no Capítulo 4 para o controle de velocidade do motor CC sem núcleo de ferro, representado pela função de transferência (2.7). O controle de posição do motor, representado pela função de transferência (2.8), também será avaliado.

### 5.1 Projeto dos Controladores

O projeto de ambos controladores possuem diversas etapas em comum, como o modelo de referência, HGO e a superfície deslizante utilizada. A diferença entre os dois controladores propostos está na função de modulação do controle por modo deslizante e no controle nominal  $u^{nom}$  conforme foi discutido no Capítulo 4. Inicialmente será abordado o controle de velocidade do motor. Posteriormente o conceito será estendido para o controle de posição cujos parâmetros dos controladores serão apresentados na Seção 5.1.6.

#### 5.1.1 Escolha de um Modelo de Referência

O Modelo de referência deverá apresentar o comportamento desejável pelo projetista e satisfazer as condições apresentadas na Seção 4.2, obedecendo a estrutura da função de transferência (4.12) e (2.3). Para o caso do motor CC sem núcleo de ferro que apresenta o efeito da ressonância, definido pela função de transferência (2.7), é desejável que seus polos complexos sejam mais amortecidos.

Com esse objetivo, adota-se os valores numéricos para os parâmetros do motor conforme apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 - Parâmetros do modelo de referência.

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Polo eletromecânico	$a$	-300	rad/s
Fator de amortecimento	$\zeta$	0,7	-
Constante do ganho CC do termo de primeira ordem	$k_v$	300	-
Frequência de ressonância	$\omega_n$	11561	rad/s

Não há zeros na função de transferência do modelo de referência, assim como na função de transferência do motor (2.7) e, portanto,  $Z_m(s) = 1$ . Com esses parâmetros e com base na função de transferência (4.12) obtém-se:

$$W_m(s) = \frac{k_m}{R_m(s)} = \frac{13,37 \times 10^9}{(s + 300)(s + 6936 - 9249j)(s + 6936 + 9249j)}. \quad (5.1)$$

A Figura 52 mostra uma comparação entre as respostas em frequência do motor e do modelo de referência.

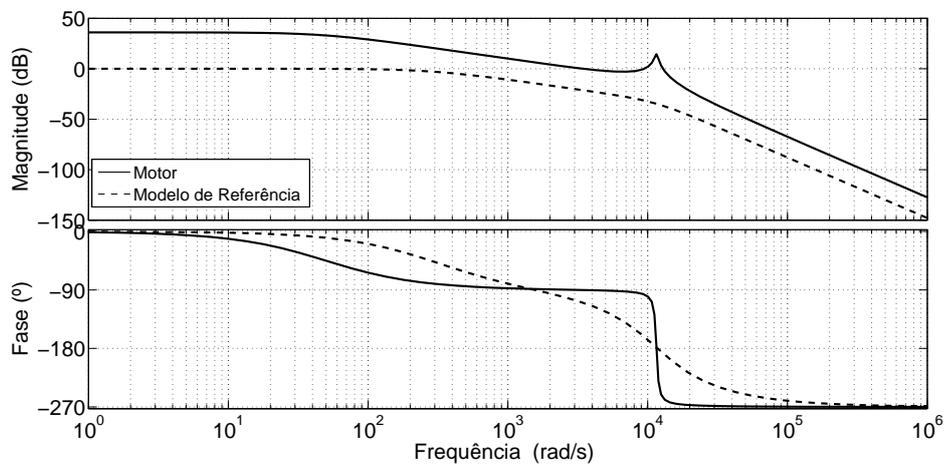


Figura 52 - Comparação da resposta em frequência do motor e do modelo de referência.

O modelo de referência possui um comportamento bastante similar ao do motor mas com seus polos complexos mais amortecidos e portanto, sem o efeito da ressonância.

A realização mínima de  $W_m(s)$  em uma forma similar à canônica controlável é dada por:

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_{m3} & -a_{m2} & -a_{m1} \end{bmatrix}, \quad B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_m \end{bmatrix}, \quad C_m = [1 \ 0 \ 0],$$

onde  $a_{m3}$ ,  $a_{m2}$ ,  $a_{m1}$  são os coeficientes do polinômio do denominador,  $R_m(s)$ , da função de transferência do motor (4.12) na forma  $s^3 + a_{m1}s^2 + a_{m2}s + a_{m3}$ .

Baseado nos valores numéricos da função de transferência (5.1) tem-se:

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -401 \times 10^8 & -138 \times 10^6 & -165 \times 10^3 \end{bmatrix}$$

$$B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 401 \times 10^8 \end{bmatrix}$$

$$C_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### 5.1.2 Projeto do Observador de Alto Ganho

O observador de alto ganho (HGO) utilizado nesta dissertação, definido na equação (4.28), é baseado na realização mínima do modelo de referência  $W_m(s)$ , apresentado na Seção 5.1.1. Este HGO foi projetado de forma que a norma do seu ganho possa ser ajustado através do parâmetro  $\epsilon$  conforme mostrado na equação (4.26), onde seus autovalores especificados para o caso em que  $\epsilon = 1$  são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 - Polos do HGO.

Polo	Valor	Unidade
$\lambda_1$	$-8 \times 10^3$	rad/s
$\lambda_2$	$-9 \times 10^3$	rad/s
$\lambda_3$	$-10 \times 10^3$	rad/s

Esses autovalores são reais e mais rápidos que os autovalores do modelo de referência. Com esses autovalores e selecionando o parâmetro  $\epsilon = 0,01$  obteve-se a matriz de ganho  $L$  através da equação (4.27):

$$L = [268 \times 10^4 \quad 238 \times 10^{10} \quad 682 \times 10^{15}]^T.$$

### 5.1.3 Projeto da Superfície de Deslizamento

Conforme foi discutido na Seção 4.5, a função de chaveamento  $S\hat{x}_e$  deve ser SPR. Uma forma de se atingir esse objetivo é escolhendo um vetor  $S$  cujos autovalores sejam iguais aos polos complexos do modelo de referência. Portanto, com bases nos polos complexos do modelo de referência  $W_m(s)$ , tem-se o vetor  $S$  dada por:

$$S = [1 \quad 162 \times 10^2 \quad 134 \times 10^6].$$

#### 5.1.4 Projeto do Controlador Baseado em Filtros de Estado com HGO e SMC

Para se obter os parâmetros do sinal de controle  $u_{nom}$ , definido em (4.31), é necessário obter a solução da equação Diofantina (4.19) apresentada na Seção 4.2 e fazendo uso da equação a seguir:

$$\theta^{nom} = \frac{(\theta^{*max} + \theta^{*min})}{2}, \quad (5.2)$$

onde  $\theta^{*max}$  e  $\theta^{*min}$  são os valores máximos e mínimos obtidos da solução da equação (4.19) que foi calculada diversas vezes, sendo que em cada situação a frequência de ressonância da planta era alterada para valores entre 1700 Hz e 2000 Hz. Os valores são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 - Valor dos parâmetros  $\theta_{max}$  e  $\theta_{min}$  utilizados no controle baseado em filtros de estado com observador de alto ganho e modo deslizante.

Parâmetro	Valor Mínimo	Valor Máximo
$\theta_1^T$	$[-15864 \quad -6464 \times 10^4]$	$[-15802 \quad -3594 \times 10^4]$
$\theta_2^T$	$[-5937 \quad -1200 \times 10^4]$	$[3615 \quad -1108 \times 10^4]$
$\theta_3$	$[4, 75]$	$[4, 96]$
$\theta_4$	$[0, 086]$	$[0, 106]$

Com os valores numéricos das funções de transferência do motor (2.7) e do modelo de referência (5.1) obtém-se os dados fornecidos na Tabela 5.

Tabela 5 - Parâmetros do  $u_{nom}$  utilizados no controle baseado em filtros de estado com observador de alto ganho e modo deslizante.

Parâmetro	Valor
$\theta_{1nom}^T$	$[-15833 \quad -5029 \times 10^4]$
$\theta_{2nom}^T$	$[-1161 \quad -1154 \times 10^4]$
$\theta_{3nom}$	$[4, 85]$
$\theta_{4nom}$	$[0, 096]$
$\alpha(s)$	$[s \quad 1]$
$\Lambda(s) = \Lambda_0(s)Z_m(s) = \Lambda_0(s)$	$s^2 + 3500s + 250 \times 10^4$

onde o polinômio  $\Lambda_0(s)$ , cujos polos são  $-1 \times 10^3$  rad/s e  $-2,5 \times 10^3$  rad/s, foram adotados arbitrariamente conforme foi discutido na Seção 4.2.

A função de modulação é projetada a partir da equação (4.33) cujo parâmetro  $\bar{\theta}$  é dado por

$$\bar{\theta} = \theta^{*max} - \theta^{nom}, \quad (5.3)$$

enquanto que os parâmetros  $\delta = e$  e  $\bar{d}(t)$  são adotados conforme indicado na Tabela 6.

Tabela 6 - Parâmetros para a função de modulação utilizada no controle baseado em filtros de estado com observador de alto ganho e modo deslizante.

Parâmetro	Valor
$\bar{\theta}_1^T$	$[31, 2 \quad 1435 \times 10^4]$
$\bar{\theta}_2^T$	$[4777 \quad 46 \times 10^4]$
$\bar{\theta}_3$	$[0, 103]$
$\bar{\theta}_4$	$[0, 099]$
$\delta$	$0, 2$
$\bar{d}(t)$	$0$

### 5.1.5 Projeto do Controlador por Modo Deslizante e Observador de Alto Ganho

O controle nominal,  $u^{nom}$ , para este controlador é projetado de forma semelhante ao projeto do controlador por realimentação de estado apresentado na Seção 3.6. A diferença é que os valores dos parâmetros  $K^{nom}$  e  $K_r^{nom}$  foram obtidos a partir da média aritmética do valor máximo,  $K^{max}$ , e do valor mínimo,  $K^{min}$ , dos valores de  $K$  e  $K_r$  calculados para diferentes situações do motor nas quais a frequência de ressonância foi alterada a cada cálculo, no intervalo de 1700 Hz à 2000 Hz. Ou seja

$$K^{nom} = \frac{(K^{max} + K^{min})}{2}, \quad (5.4)$$

$$K_r^{nom} = \frac{(K_r^{max} + K_r^{min})}{2}. \quad (5.5)$$

Os valores são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 - Valores dos parâmetros  $K^{min}$  e  $K^{max}$  utilizados no controle por modo deslizante e observador de alto ganho.

Parâmetro	Valor Mínimo	Valor Máximo
$K$	$[0,074 \quad -0,00006 \quad 0,00000003]^T$	$[0,095 \quad 0,00006 \quad 0,00000004]^T$
$K_r$	0,0898	0,1110

Os valores obtidos para  $K^{nom}$  e  $K_r^{nom}$  são apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 - Parâmetros para o  $u_{nom}$  utilizado no controle por modo deslizante e observador de alto ganho.

Parâmetro	Valor
$K^{nom}$	$[0,084 \quad 0,00003 \quad 0,00000004]^T$
$K_r^{nom}$	0,1004

A função de modulação é projetada a partir da equação (4.42) cujo parâmetro  $\bar{K}$  é dado por:

$$\bar{K} = K^{*max} - K^{nom}, \quad \bar{K}_r = K_r^{*max} - K_r^{nom}. \quad (5.6)$$

enquanto que os parâmetros  $\delta =$  e  $\bar{d}(t)$  são adotados conforme indicado na Tabela 9.

Tabela 9 - Parâmetros para a função de modulação utilizada no controle por modo deslizante e observador de alto ganho.

Parâmetro	Valor
$\bar{K}$	$[0,01 \quad 4 \times 10^5 \quad 4 \times 10^{-9}]^T$
$\bar{K}_r$	0,01
$\delta$	0,2
$\bar{d}(t)$	0

### 5.1.6 Projeto para o Controle de Posição

O projeto apresentado para se obter o controle de velocidade é diretamente estendido para o controle de posição. As tabelas a seguir fornecem os parâmetros necessários.

Tabela 10 - Parâmetros do modelo de referência para controle de posição.

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Polo referente ao integrador da velocidade	–	-100	rad/s
Polo eletromecânico	$a$	-300	rad/s
Fator de amortecimento	$\zeta$	0,7	-
Constante do ganho CC do termo de primeira ordem	$k_v$	300	-
Frequência de ressonância	$\omega_n$	11561	rad/s

A partir da Tabela 10, obtém-se a função de transferência do modelo de referência dado por:

$$W_m(s) = k_m \frac{Z_m(s)}{R_m(s)} = \frac{13,37 \times 10^9}{(s + 100)(s + 300)(s + 6936 - 9249j)(s + 6936 + 9249j)} \quad (5.7)$$

A seguir, são fornecidos os parâmetros para o projeto do HGO:

Tabela 11 - Polos do HGO para o controle de posição.

Polo	Valor	Unidade
$\lambda_1$	$-7 \times 10^3$	rad/s
$\lambda_2$	$-8 \times 10^3$	rad/s
$\lambda_3$	$-9 \times 10^3$	rad/s
$\lambda_4$	$-10 \times 10^3$	rad/s

A partir dos valores da Tabela 11 e selecionando  $\epsilon = 0,01$  obteve-se o vetor de ganho  $L$  do HGO dada por:

$$L = [338 \times 10^4 \quad 425 \times 10^{10} \quad 234 \times 10^{16} \quad 4,7 \times 10^{23}]^T.$$

Utilizando os mesmos conceitos aplicados ao controle de velocidade, o vetor  $S$  utilizado no controle por modo deslizante é dado por:

$$S = [1 \quad 16485 \quad 138 \times 10^6 \quad 40 \times 10^9].$$

A Tabela 12 apresenta os parâmetros necessários para gerar o termo  $u^{nom}$  aplicado ao controle baseado em filtros de estado com observador de alto ganho e modo deslizante.

Tabela 12 - Parâmetros do  $u_{nom}$  para o controle de posição baseado em filtros de estado com observador de alto ganho e modo deslizante.

Parâmetro	Valor
$\theta_{1nom}^T$	$[-159 \times 10^2 \quad -313 \times 10^6 \quad 290 \times 10^9]$
$\theta_{2nom}^T$	$[-185 \times 10^7 \quad -928 \times 10^{10} \quad -7,71 \times 10^6]$
$\theta_{3nom}$	$[895 \times 10^2]$
$\theta_{4nom}$	$[10]$
$\alpha(s)$	$[s^2 \quad s \quad 1]$
$\Lambda(s) = \Lambda_0(s)Z_m(s) = \Lambda_0(s)$	$s^3 + 19500s^2 + 1035 \times 10^5s + 85 \times 10^9$

onde o polinômio  $\Lambda_0(s)$ , cujos polos são  $-1 \times 10^3$  rad/s,  $-8,5 \times 10^3$  rad/s e  $-10 \times 10^3$  rad/s, foram adotados arbitrariamente conforme foi discutido na Seção 4.2.

Para o controle por modo deslizante e observador de alto ganho, o termo  $u^{nom}$  é gerado com base nos valores da Tabela 13.

Tabela 13 - Parâmetros do  $u_{nom}$  para o controle de posição por modo deslizante e observador de alto ganho.

Parâmetro	Valor
$K^{nom}$	$[10 \quad 0,2 \quad 3,5 \times 10^{-5} \quad 4 \times 10^{-8}]^T$
$K_r^{nom}$	10

A função de modulação  $\rho$  é gerada a partir dos dados da Tabela 14.

Tabela 14 - Parâmetros para função de modulação do controle de posição por modo deslizante e observador de alto ganho.

Parâmetro	Valor
$\bar{K}$	$[1,06 \quad 0,014 \quad 3,7 \times 10^{-5} \quad 4,3 \times 10^{-9}]^T$
$\bar{K}_r$	1,06
$\delta$	0,2

Com os parâmetros definidos, a próxima seção apresentará as simulações e uma avaliação dos resultados obtidos para o controle de velocidade e de posição do motor CC sem núcleo de ferro.

## 5.2 Resultados por Simulações

Esta seção apresenta as simulações para avaliar os dois controladores definidos na Seção 5.1. Em todas as simulações apresentadas nesta seção, o sinal de referência para o controle de velocidade é do tipo degrau para que seja possível também avaliar e regular o transitório. A amplitude do sinal de referência é de 100 rad/s e o estado inicial do motor é  $x_0 = [20 \text{ rad/s} \quad 0 \quad 0]$ . Para o controle de posição o sinal de referência é um degrau unitário e o estado inicial é  $x_0 = [0,2 \text{ rad} \quad 0 \quad 0 \quad 0]$ . Em todas as figuras,  $u$  representa o sinal de controle,  $y$  a saída do motor que pode representar a velocidade  $\omega_m(t)$  ou a posição angular  $\theta_m$ , enquanto que  $y_m$  representa a saída do modelo de referência que pode ser a velocidade ou a posição conforme será indicado pelas unidades de grandeza de cada gráfico da simulação. Além disso, para os casos em que existe perturbação  $d(t)$  no sistema (vide Figura 51 da Seção 4.5), esta é uma senoide com frequência de 20 Hz e amplitude de 1 V.

O método de integração utilizado em todas as simulações é o Euler e o passo de amostragem adotado é de 1 microssegundo.

### 5.2.1 Simulações do Controle Baseado em Filtros de Estado com HGO e SMC

A resposta ao degrau, referente ao controle de velocidade, para este tipo de controlador em condições nominais, ou seja, sem incertezas e perturbações é apresentada na Figura 53.

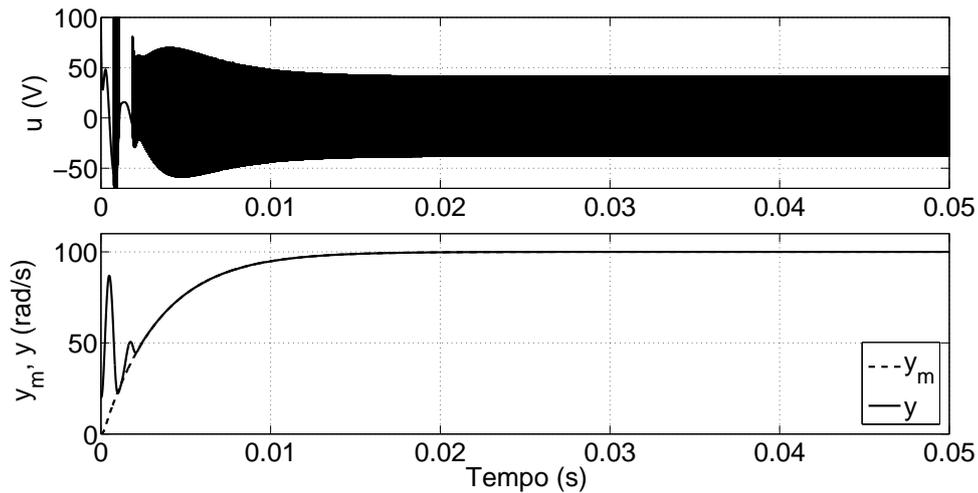


Figura 53 - Controle de velocidade: resposta ao degrau em condições nominais.

Observa-se que com este controlador a saída do motor foi capaz de rastrear a saída do modelo de referência. O erro na saída, definido como  $e(t) = y - y_m$ , ficou em torno de 0.0015 rad/s. Contudo, a amplitude do sinal de controle mostrou-se ser bastante elevada, o que prejudicaria uma aplicação real pois este tipo de motor é controlado com uma tensão em torno de 3 a 10 V aproximadamente. Além disso, foi observado um pico de aproximadamente 200 V durante o transitório.

A Figura 54 apresenta a resposta ao degrau para o controle de posição, também sob condições nominais.

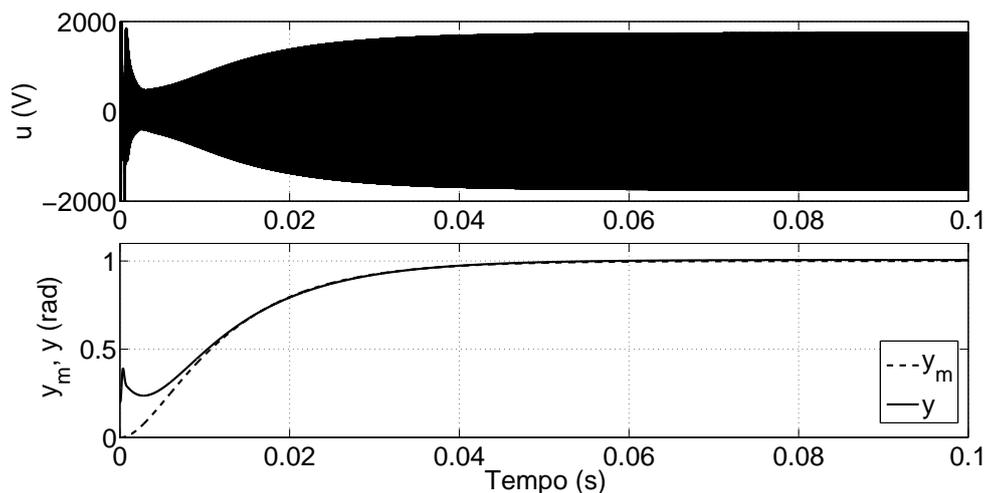


Figura 54 - Controle de posição: resposta ao degrau unitário em condições nominais.

Da mesma forma que para o controle de velocidade, o controlador de posição foi capaz de fazer com que a saída do motor seguisse a saída do modelo de referência, embora a amplitude do sinal de controle tenha ficado ainda mais elevada, próximo a 2 kV. O pico

do transitório também ficou mais evidente, próximo a 4 kV. Em termos práticos, mesmo o rastreamento sendo bem sucedido, esses valores de tensão são inaceitáveis.

A seguir, retirando-se o efeito do  $u^{nom}$  obteve-se a resposta ao degrau apresentada na Figura 55.

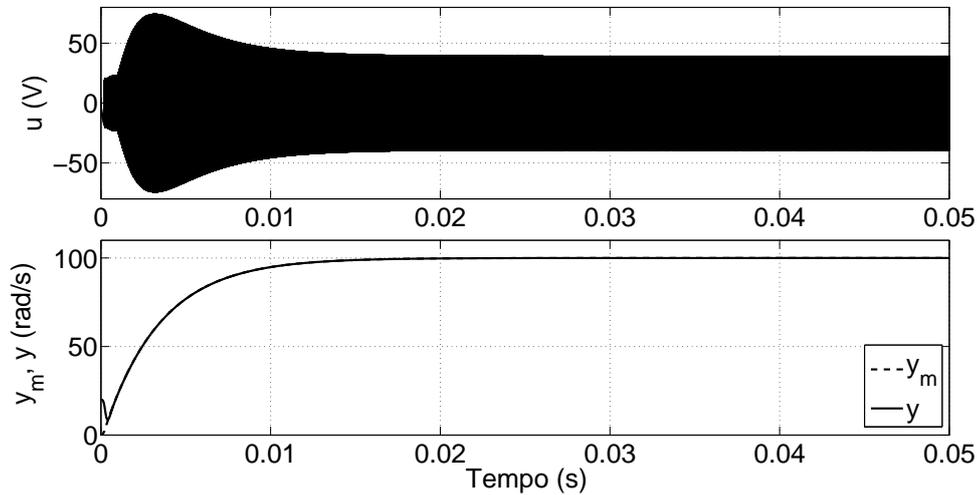


Figura 55 - Controle de velocidade: resposta ao degrau para o caso em que  $u^{nom} = 0$ .

Para o caso em que  $u^{nom} = 0$  a amplitude do pico do sinal de controle durante o transitório e durante o regime permanente diminuiu embora ainda tenha permanecido em patamares elevados para uma aplicação real. Portanto, o termo  $u^{nom}$  não está contribuindo para reduzir a amplitude da função de modulação como era desejado e por isso não será mais utilizado nas próximas simulações. Além disso, a saída da planta alcançou a saída do modelo de referência mais rapidamente. No caso do controle de posição, observa-se uma redução da amplitude do pico de tensão que ocorre no transitório, mas a amplitude do sinal de controle durante o regime permanente permaneceu elevada como mostra a Figura 56.

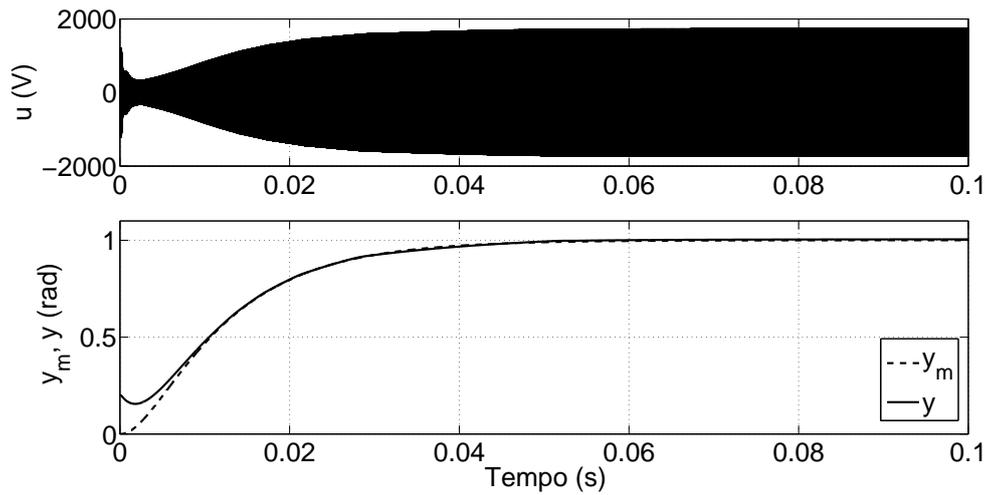


Figura 56 - Controle de posição: resposta ao degrau para o caso em que  $u^{nom} = 0$ .

Dando continuidade a avaliação deste controlador, foram simuladas respostas ao degrau sob condições de incerteza dos parâmetros do motor conforme é apresentado nas figuras a seguir:

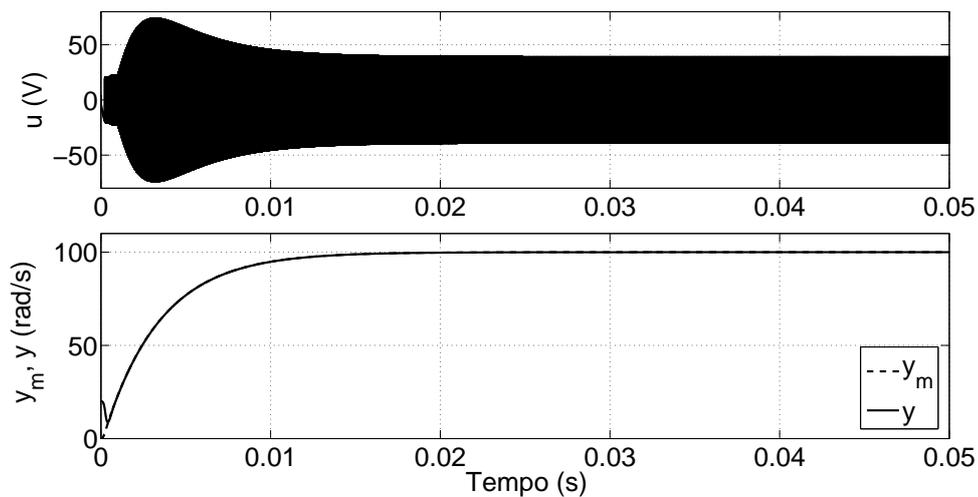


Figura 57 - Controle de velocidade: resposta ao degrau para o caso em que a frequência de ressonância do motor foi alterada de 1840 Hz para 1700 Hz.

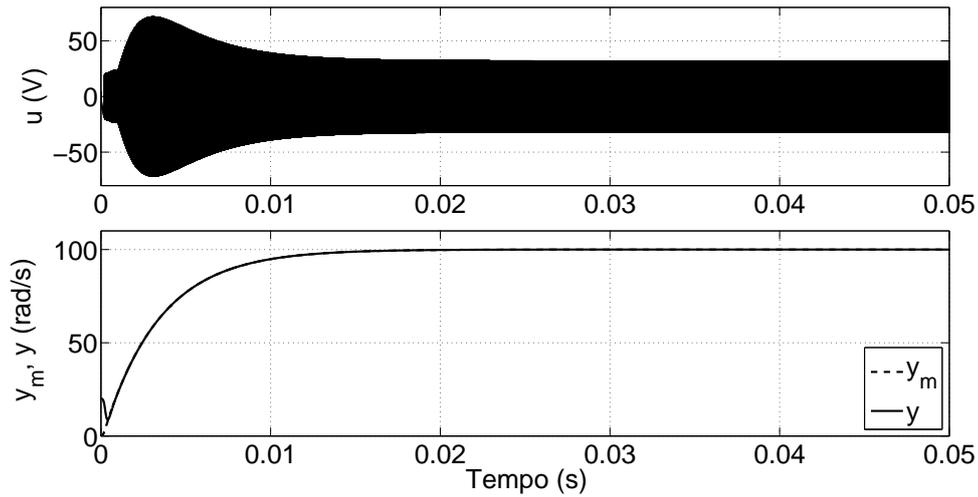


Figura 58 - Controle de velocidade: resposta ao degrau para o caso em que o polo eletromecânico do motor foi alterado de  $-50$  rad/s para  $-10$  rad/s.

A Figura 57 e a Figura 58 mostram que o sistema é robusto a incertezas tanto em relação a frequência de ressonância como em relação ao polo eletromecânico. A mesma robustez foi observada no controle de posição como é mostrado na Figura 59 e na Figura 60.

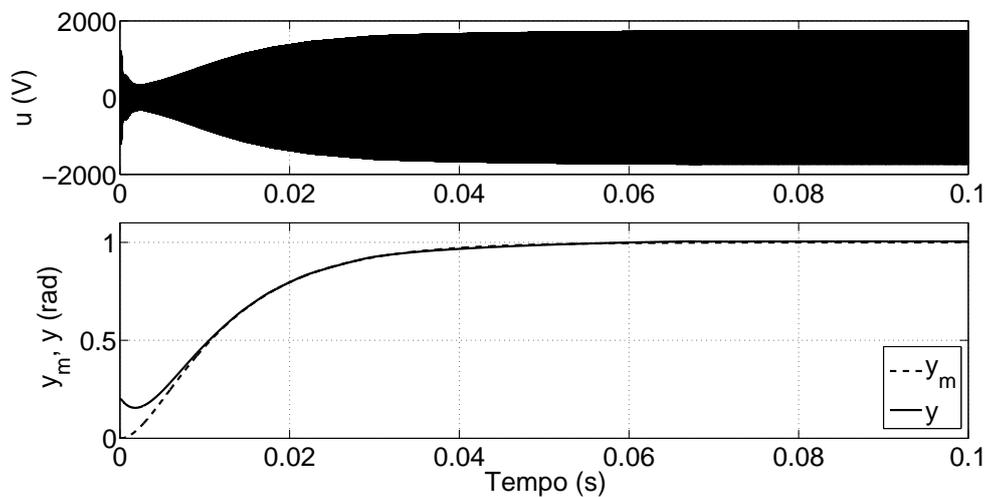


Figura 59 - Controle de posição: resposta ao degrau para o caso em que a frequência de ressonância é alterada de  $1840$  Hz para  $1700$  Hz.

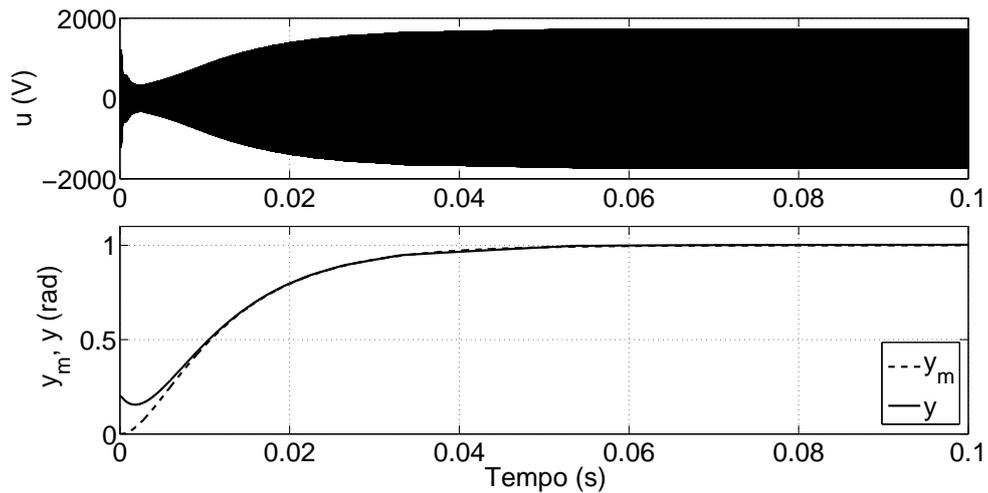


Figura 60 - Controle de posição: resposta ao degrau para o caso em que o polo eletromecânico é alterado de  $-50$  rad/s para  $-10$  rad/s.

A Figura 61 mostra a resposta ao degrau na presença de uma perturbação senoidal no sistema.

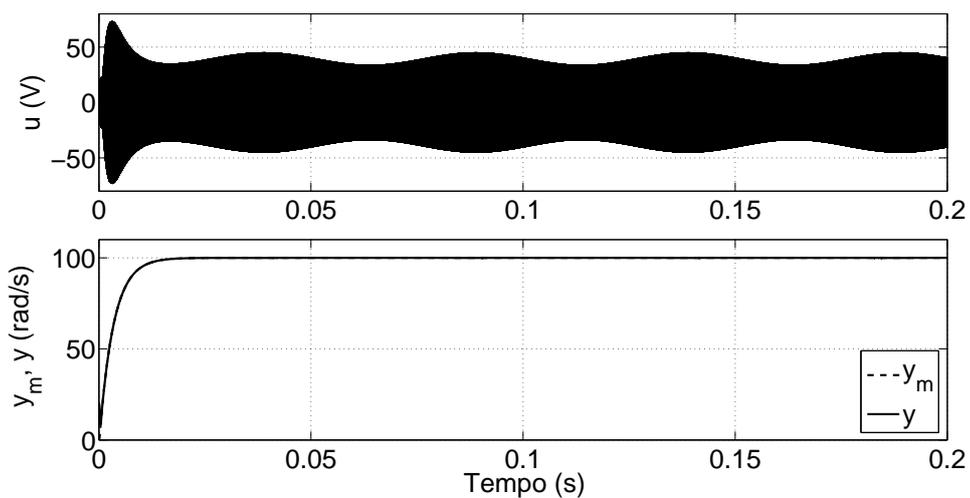


Figura 61 - Controle de Velocidade: resposta ao degrau para o caso em que existe uma perturbação  $d(t)$  no sinal de controle.

A Figura 61 mostra que o controlador é robusto o bastante para lidar com perturbações de entrada, embora a amplitude do sinal de controle continue elevada.

Para o controle de posição a robustez foi mantida como pode ser observado na Figura 62.

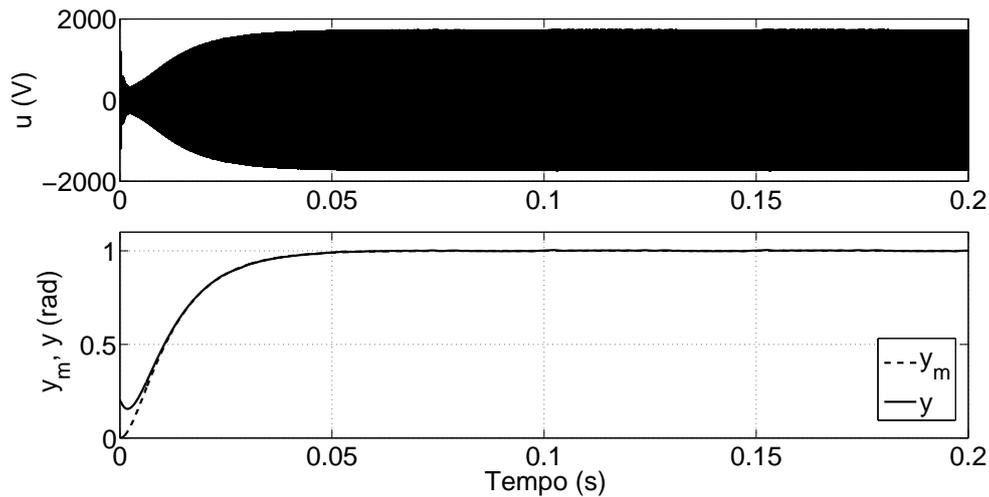


Figura 62 - Controle de posição: resposta ao degrau para o caso em que é colocada uma perturbação no sinal de controle.

Observa-se também que devido ao elevado valor de amplitude no sinal de controle, não foi necessário incluir um majorante  $\bar{d}(t)$  na função de modulação.

Uma possível solução para lidar com a alta amplitude do sinal de controle é através do uso de um saturador para que o sinal de controle não exceda um limite máximo desejado. A Figura 63 mostra a resposta ao degrau com o uso de um saturador no sinal de controle:

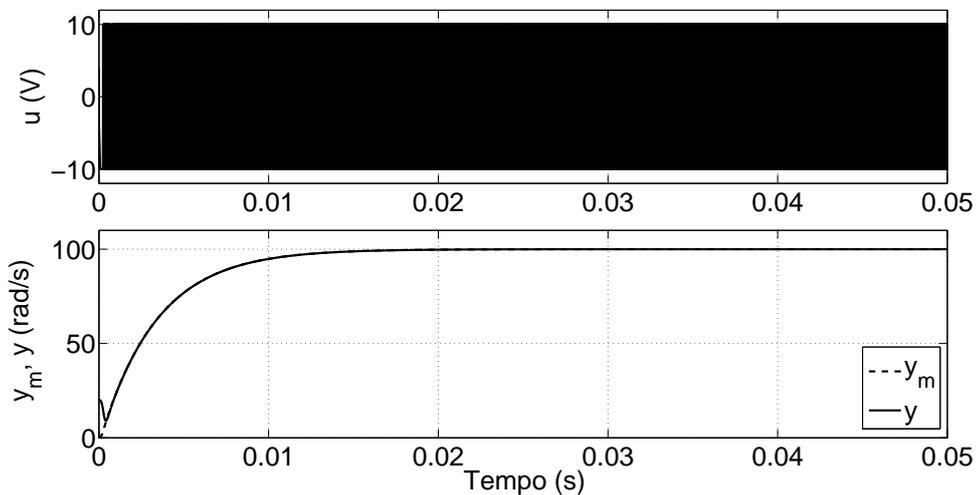


Figura 63 - Resposta ao degrau com um saturador cujos limites são  $\pm 10$  V no sinal de controle.

No controle de posição também foi utilizado um saturador cujos limites são  $\pm 10$  V no sinal de controle conforme é mostrado na Figura 64.

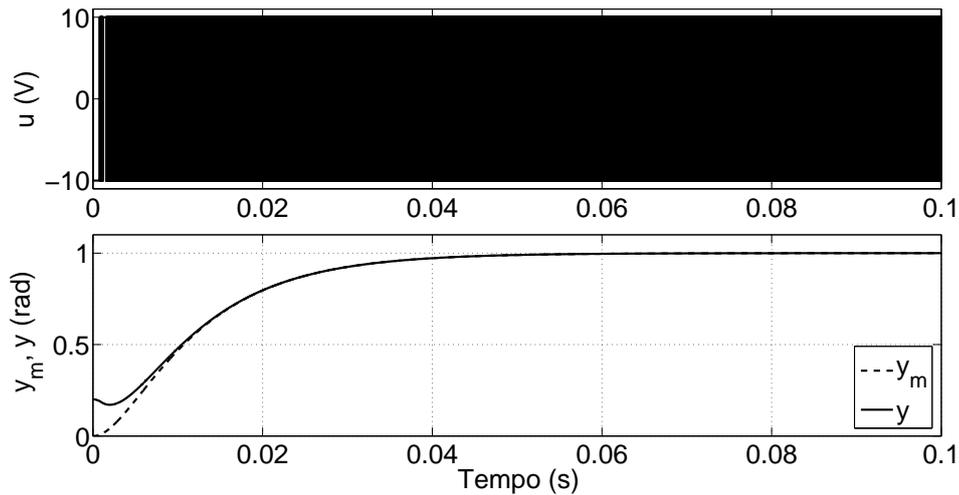


Figura 64 - Controle de posição: resposta ao degrau para o caso em que um saturador é colocado no sinal de controle.

Outras simulações que reproduzem alguns desses resultados, sem o uso do saturador, são apresentadas em (MARTINS; CUNHA, 2015). Portanto, embora o objetivo de controle seja alcançado, essa técnica produz um sinal de controle com amplitude elevada de modo que isso possa ser indesejado em aplicações reais. Como possível solução, o uso de um saturador no sinal de controle apresentou uma resposta satisfatória.

### 5.2.2 Simulações do Controle por Modo Deslizante e HGO

A resposta ao degrau para este segundo tipo de controlador proposto nesta Dissertação em condições nominais, ou seja, sem incertezas e perturbações é apresentada na figura a seguir:

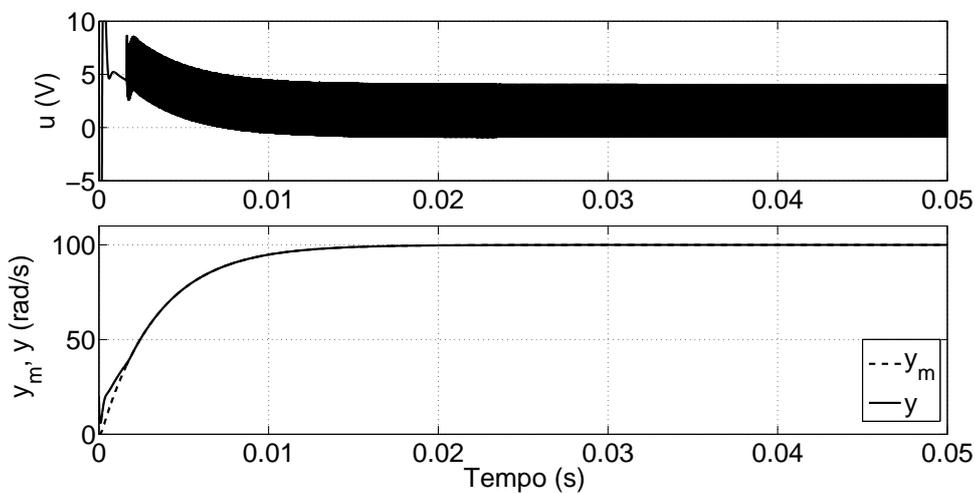


Figura 65 - Controle de velocidade: Resposta ao degrau em condições nominais.

A Figura 65 mostra que o motor foi capaz de rastrear a saída do modelo de referência. O sinal de controle apresentou duas características importantes: primeiramente ocorreu um pico de aproximadamente 6 kV no instante inicial e em seguida a amplitude do sinal de controle manteve-se chaveando em torno de -1 e 5 V aproximadamente, o que representa um valor significativamente menor que o apresentado pelo controlador avaliado na Seção 5.2.1.

O pico de 6 kV no instante inicial é causado pelo HGO cujo o fenômeno é conhecido por *peaking*, apresentado no Capítulo 4 e também discutido em (CUNHA et al., 2009).

A Figura 66 mostra a resposta ao degrau para o controle de posição:

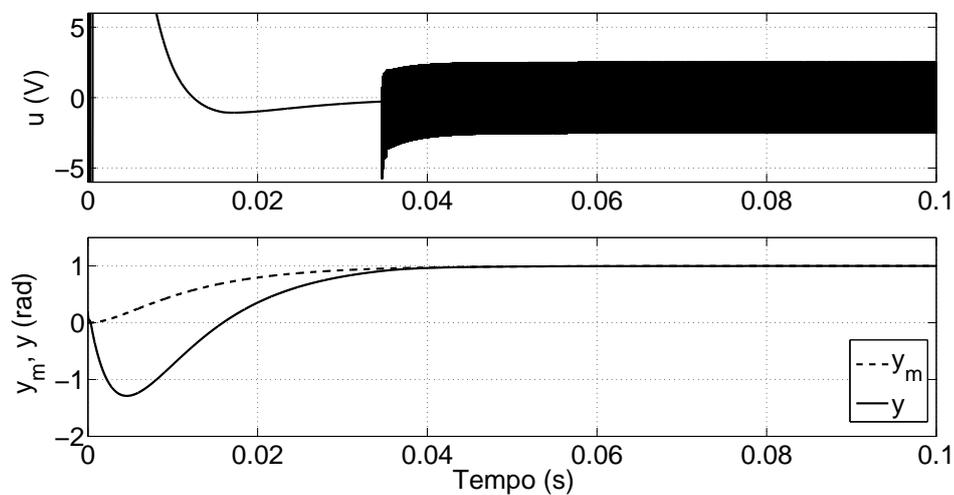


Figura 66 - Controle de posição: resposta ao degrau em condições nominais.

No caso do controle de posição, embora a saída do motor tenha seguido a saída do modelo de referência, o efeito do *peaking* foi ainda maior que 600 kV.

A seguir, retirando-se o efeito do  $u^{nom}$  obteve-se a resposta ao degrau apresentada na Figura 67.

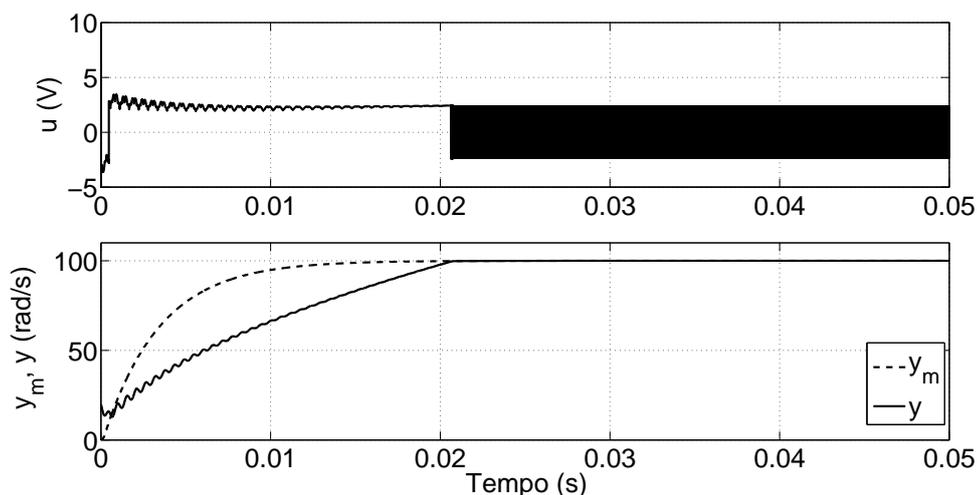


Figura 67 - Controle de velocidade: resposta ao degrau para o caso em que  $u^{nom} = 0$ .

A Figura 67 mostra que a saída da planta levou mais tempo para conseguir seguir a saída do modelo de referência. Em seguida, ainda mantendo  $u^{nom} = 0$ , o parâmetro  $\delta$  da função de modulação  $\rho$  foi aumentado de 0,2 para 1, ou seja, aumentou-se a amplitude da função de modulação. O resultado é apresentado na Figura 68.

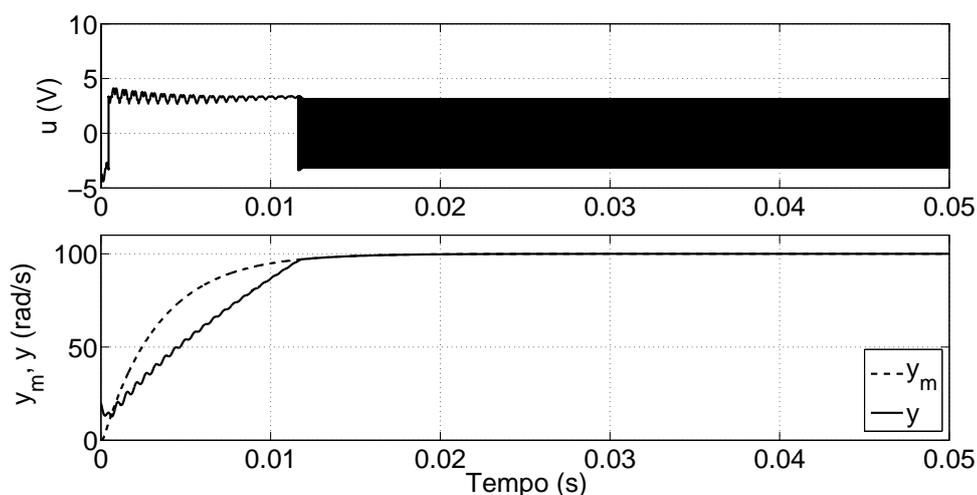


Figura 68 - Controle de velocidade: resposta ao degrau para o caso em que  $u^{nom} = 0$  e o parâmetro  $\delta = 1$ .

A Figura 68 mostra que aumentando a amplitude da função de modulação, através do parâmetro  $\delta$ , a saída do motor passa a rastrear a saída do modelo de referência de forma mais rápida, embora ainda com uma velocidade inferior ao caso em que o  $u^{nom}$  está presente. Portanto, fica constatado que o  $u^{nom}$  contribui para a redução da amplitude da função de modulação. Vale ressaltar, que o efeito do *peaking* permanece dado que este é causado pelo HGO.

A Figura 69 mostra o resultado para o controle de posição.

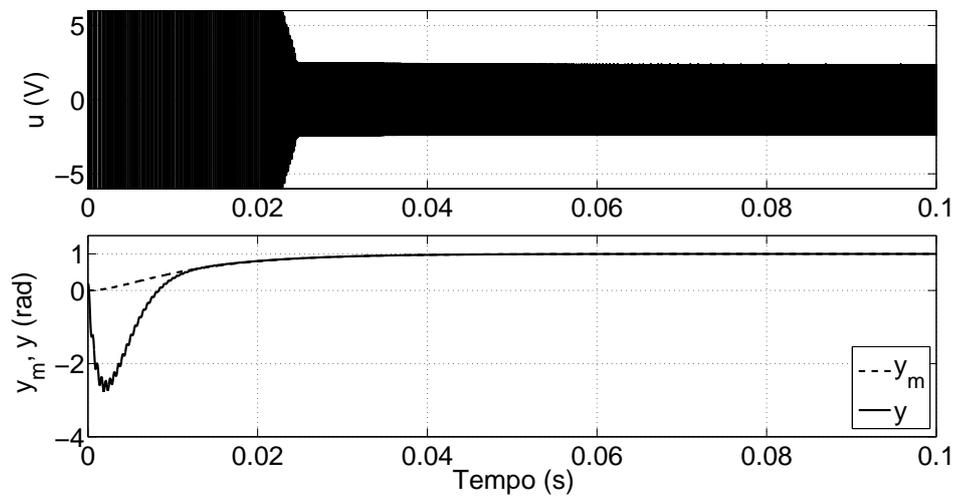


Figura 69 - Controle de posição: resposta ao degrau para o caso em que  $u^{nom} = 0$ .

Observa-se que a saída da planta consegue seguir a saída do modelo mesmo quando  $u_{nom} = 0$ . Contudo durante o transitório, o sinal de controle apresentou mais oscilações. Portanto, pode-se dizer que o componente  $u^{nom}$  contribui de forma positiva na resposta ao degrau.

Dando continuidade a avaliação deste controlador, foram simuladas respostas ao degrau para o motor sob condições de incertezas e perturbação no sistema conforme é apresentado nas figuras a seguir:

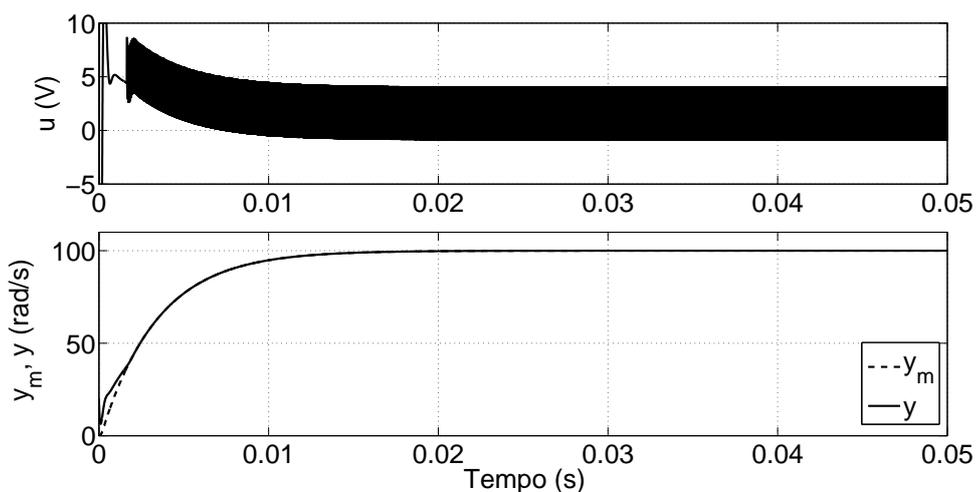


Figura 70 - Controle de velocidade: resposta ao degrau para o caso em que a frequência de ressonância do motor é alterada de 1840 Hz para 1700 Hz.

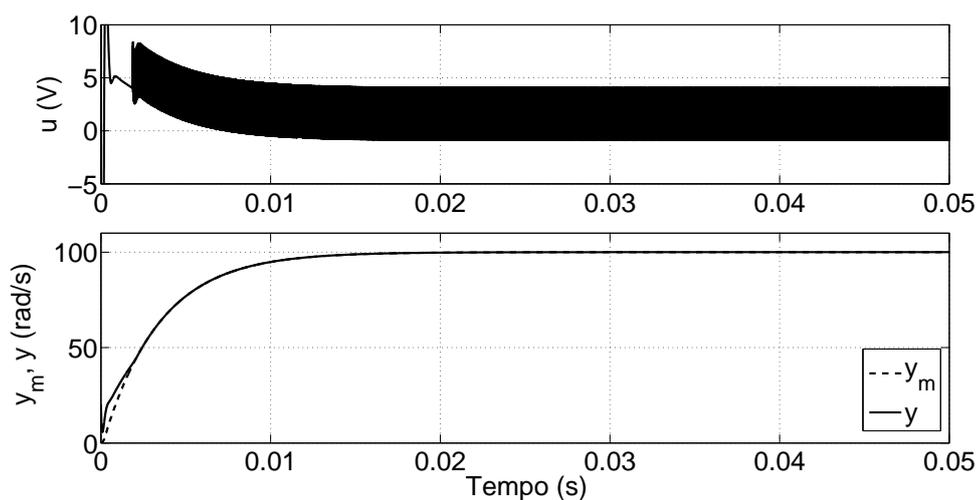


Figura 71 - Controle de velocidade: resposta ao degrau para o caso em que o polo eletromecânico é alterado de  $-50$  rad/s para  $-10$  rad/s.

A Figura 70 e a Figura 71 mostram que o sistema é robusto a incertezas tanto em relação a frequência de ressonância como em relação ao polo eletromecânico.

Para o caso do controle de posição, o sistema também mostrou-se robusto conforme é mostrado a seguir:

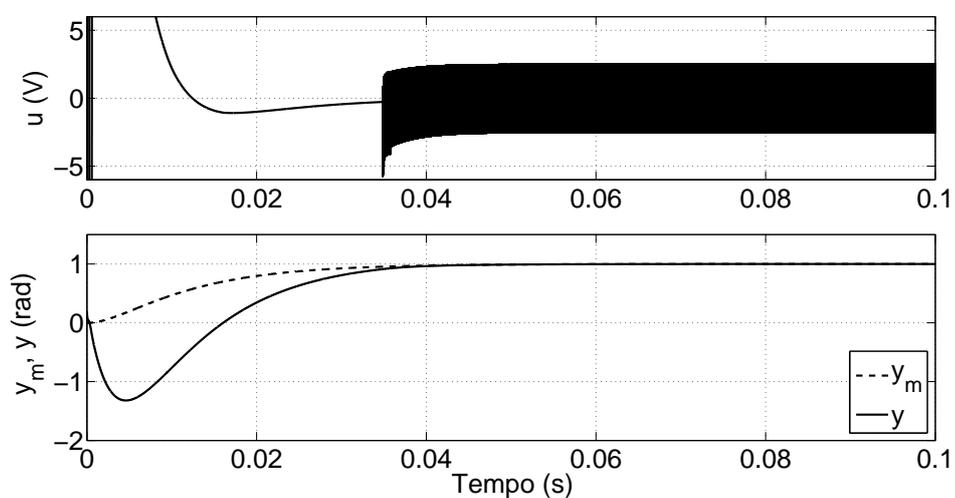


Figura 72 - Controle de posição: resposta ao degrau para o caso em que a frequência de ressonância do motor é alterada de  $1840$  Hz para  $1700$  Hz.

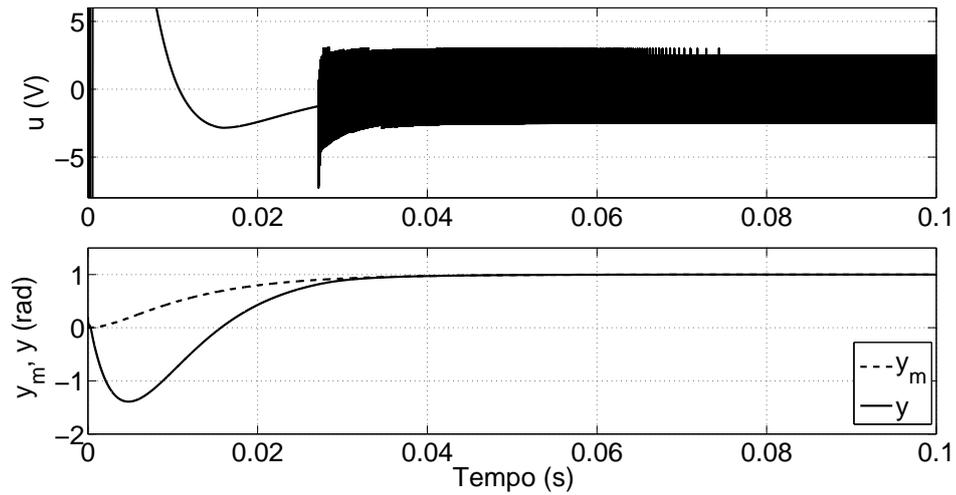


Figura 73 - Controle de posição: resposta ao degrau para o caso em que o polo eletromecânico é alterado de  $-50$  rad/s para  $-10$  rad/s.

Em seguida uma perturbação senoidal é injetada no sinal de controle. O resultado é mostrado na Figura 74.

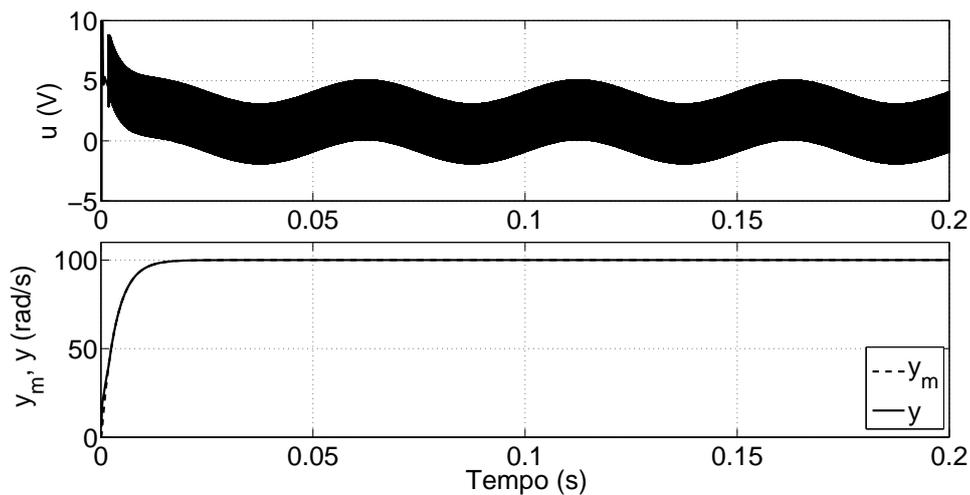


Figura 74 - Controle de velocidade: resposta ao degrau para o caso em que existe uma perturbação  $d(t)$  no sinal de controle.

A Figura 74 mostra que o controlador foi capaz de atenuar o efeito da perturbação presente no sinal de controle. O erro na saída ficou em torno de  $\pm 0,01$  rad/s.

No caso do controle de posição:

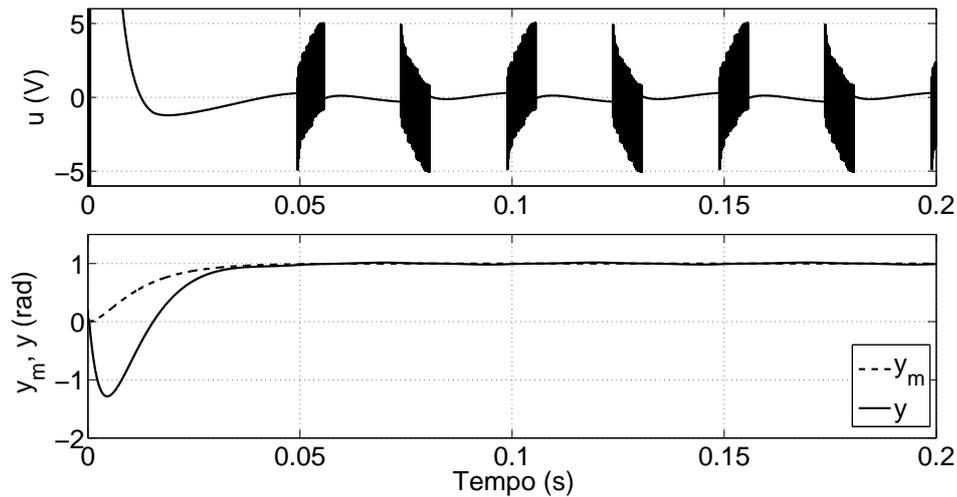


Figura 75 - Controle de posição: resposta ao degrau para o caso em que existe uma perturbação  $d(t)$  no sinal de controle.

A Figura 75 mostra que o controlador foi capaz de atenuar o efeito da perturbação com erro de saída em torno de  $\pm 0,02$  rad. Contudo, observa-se que o modo deslizante deixa de atuar durante alguns instantes indicando que a amplitude da função de modulação  $\rho$  não está satisfazendo a desigualdade mostrada em (4.42). Uma forma de solucionar esse problema é incluindo um majorante  $\bar{d}(t)$  na função de modulação. Neste trabalho o majorante será representado por uma constante e portanto, a inclusão desse termo equivale a aumentar o valor do parâmetro  $\delta$ . Como a amplitude máxima da perturbação é de 1 V, o majorante deverá ter pelo menos esse mesmo valor, mas como a função de modulação é gerada a partir de um estado estimado, deve-se levar em conta que existe também um erro de estimação e portanto é interessante que o valor do majorante seja superior a amplitude máxima da perturbação conforme é mostrado na Figura 76 onde  $\delta$  é aumentado de 0,2 para 1,5.

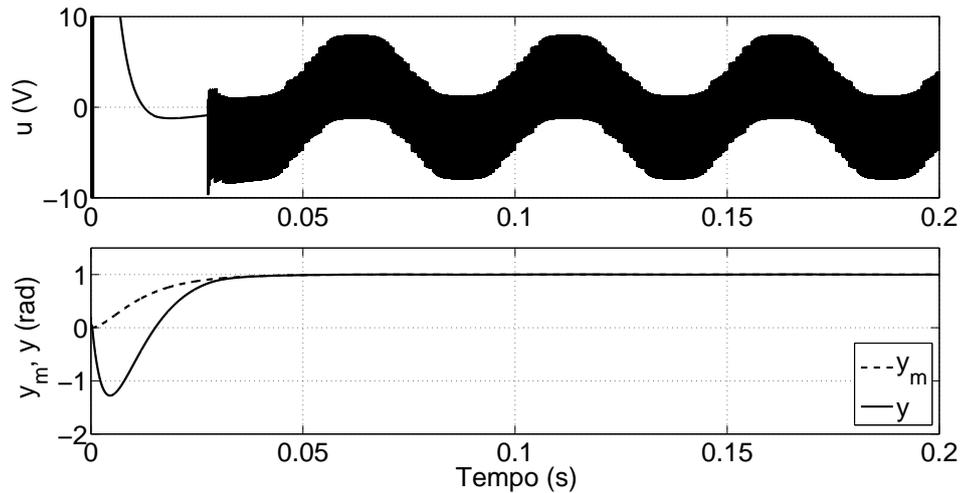


Figura 76 - Controle de posição: resposta ao degrau para o caso em que existe uma perturbação  $d(t)$  no sinal de controle e  $\delta = 1,5$ .

A Figura 76 mostra que o aumento do parâmetro  $\delta$  surtiu efeito e o modo deslizante foi mantido.

O efeito do *peaking* pode ser atenuado reduzindo-se a magnitude do observador de alto ganho. Contudo, isso pode fazer com que o sistema seja mais sensível a incertezas e perturbações. Como alternativa, pode-se adotar o uso de um saturador no sinal de controle da mesma forma que foi utilizado na Seção 5.2.1.

A Figura 77 mostra a resposta ao degrau em condições nominais para o caso em que existe um saturador no sinal de controle.

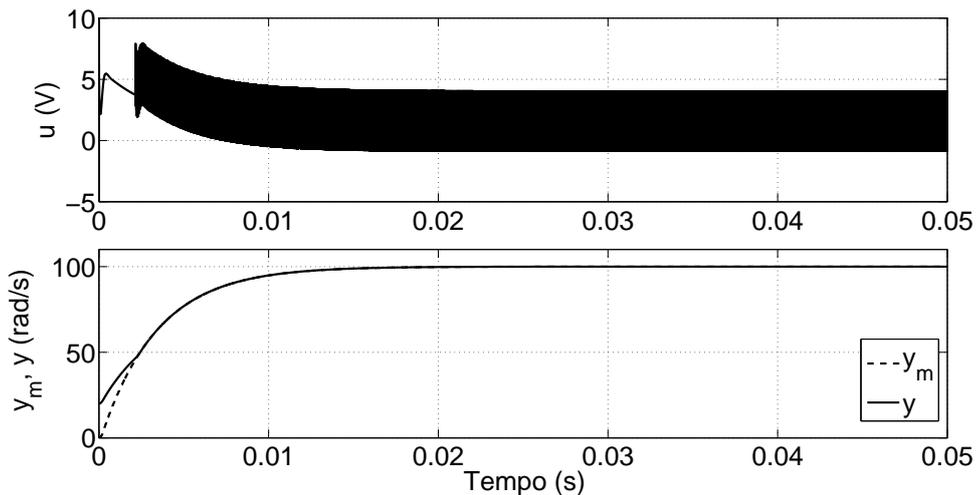


Figura 77 - Controle de velocidade: resposta ao degrau utilizando um saturador que limita a amplitude do sinal de controle em  $\pm 10$  V.

A Figura 78 mostra o resultado para o caso em que o saturador é utilizado no controle de posição.

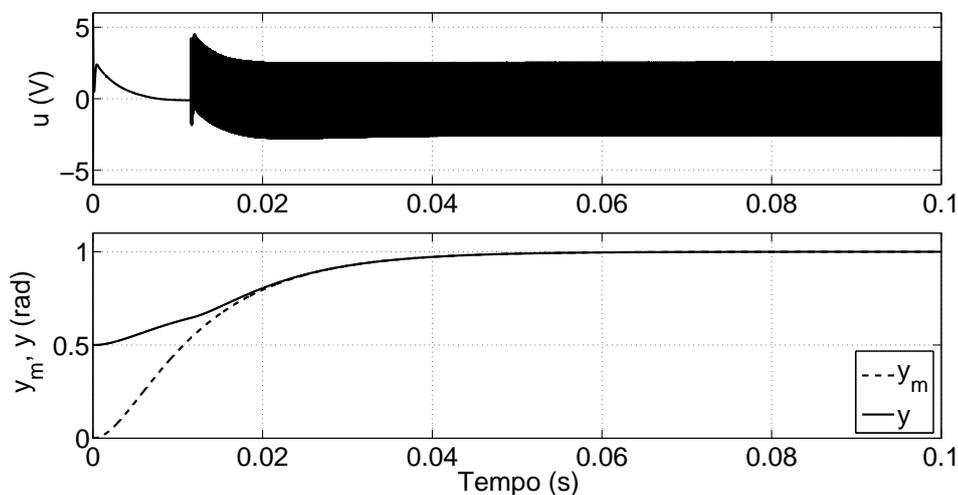


Figura 78 - Controle de posição: resposta ao degrau utilizando um saturador que limita a amplitude do sinal de controle em  $\pm 10$  V.

A Figura 77 e a Figura 78 mostram que com o uso do saturador, o efeito do *peaking* deixa de afetar o transitório do sinal de controle. Além disso, observa-se que a amplitude do sinal de controle em regime permanente é menor que a amplitude do sinal controle gerada pelo controlador baseado em filtros de estado avaliado na Seção 5.2.1. Vale ressaltar que a abordagem de limitar globalmente a amplitude do sinal de controle também é discutida em (OH; KHALIL, 1997) e isso faz com que o sistema tenha estabilidade semi-global conforme é discutido em (CUNHA et al., 2009).

### 5.3 Discussão dos Resultados

Neste capítulo foram avaliados dois controladores. No primeiro deles, os filtros de estado são utilizados para gerar a função de modulação,  $\rho$ , enquanto que o estado do erro estimado,  $\hat{x}_e$ , pelo observador de alto ganho é utilizado para gerar a função de chaveamento do controle por modo deslizante. Os resultados das simulações mostraram que este controlador é capaz de lidar com os modos ressonantes bem como as incertezas paramétricas referentes à frequência de ressonância e ao polo eletromecânico. Contudo, a amplitude do sinal de controle pode ser considerada muito elevada (chaveamento em torno de  $\pm 20$  V) para uma aplicação real neste tipo de servomotor, que é tipicamente

controlado com valores de tensão em torno de 3 a 10 V. Além disso, o uso do controle nominal,  $u^{nom}$ , mostrou-se ineficiente para contribuir com a redução da amplitude da função de modulação, pois esta função isoladamente apresentou amplitude bastante elevada. Observou-se também que devido a essa elevada amplitude do sinal de controle, não foi necessário adicionar um majorante,  $\bar{d}(t)$ , na função de modulação para lidar com a perturbação no sinal de controle.

A razão para a elevada amplitude do sinal de controle está relacionada com os filtros de estado conforme pode ser visto na Figura 79 e na Figura 80 para o caso do controle de velocidade sob condições nominais que foi apresentado na Figura 53.

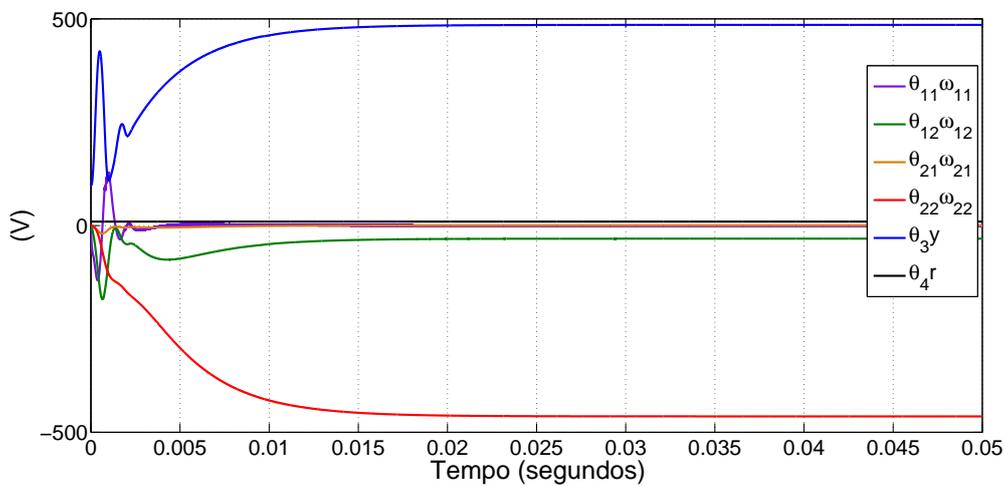


Figura 79 - Controle de Velocidade: Sinais formados pelo produto termo a termo dos vetores  $\bar{\theta}$  e  $\omega$  utilizados para gerar o controle nominal.

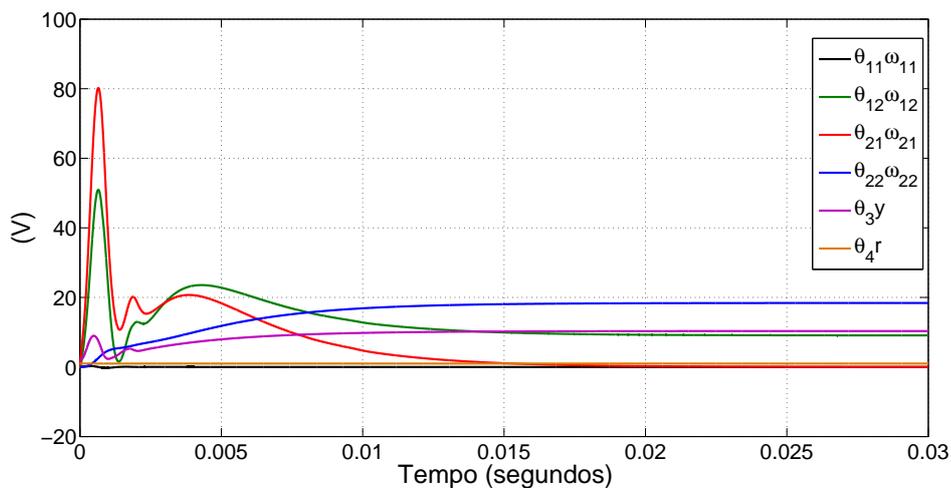


Figura 80 - Controle de Velocidade: Módulo dos sinais formados pelo produto termo a termo dos vetores  $\bar{\theta}$  e  $\omega$  utilizados para gerar a função de modulação.

onde cada termo é obtido a partir das equações (4.13) à (4.17).

Como a função de modulação é formada a partir de valores absolutos,  $|\omega|$ , esses valores de grande amplitude se somam e conseqüentemente contribuem para um aumento da magnitude da função de modulação. Diversos testes foram realizados com o objetivo de projetar um filtro de estado que pudesse gerar uma amplitude menor da função de modulação, mas não foi possível encontrar uma relação direta entre o projeto dos filtros, modelo de referência e a amplitude da função de modulação.

Vale mencionar que em (CUNHA et al., 2009) o efeito dos filtros de estado sobre a amplitude do sinal de controle não é observado devido ao fato de que o exemplo avaliado é de grau relativo 2 sem modos ressonantes. Por outro lado, os resultados obtidos estão de acordo com (CUNHA et al., 2009) no sentido de que não há o efeito do *peaking* durante o transitório da resposta ao degrau. Para atenuar a amplitude do sinal de controle, um saturador foi utilizado conforme foi mostrado na Figura 63.

No segundo controlador proposto nesta Dissertação, a função de modulação é gerada a partir do estado da planta estimado,  $\hat{x}_p$ , pelo observador de alto ganho, enquanto que a função de chaveamento, assim como no primeiro controlador, também é gerada pelo estado do erro estimado,  $\hat{x}_e$ , pelo observador de alto ganho. Os resultados das simulações mostraram que o controlador foi capaz de lidar com os modos ressonantes bem como com as incertezas paramétricas e perturbações. Outra observação relevante é que o uso do  $u^{nom}$  contribuiu para a redução da amplitude da função de modulação. Verificou-se também que a amplitude do sinal de controle ficou consideravelmente menor do que a amplitude do sinal do controlador cuja função de modulação é obtida a partir dos filtros de estado. Entretanto este controlador apresentou o fenômeno do *peaking* devido ao uso observador de alto ganho para gerar a função de modulação conforme também é discutido em (CUNHA et al., 2009; OH; KHALIL, 1997). Para lidar com esse efeito uma opção seria diminuir o ganho do HGO. Contudo isso implicaria em uma redução da robustez do sistema a incertezas e perturbações. Outra opção é limitar globalmente a amplitude do sinal de controle, o que pode ser feito com o uso de um saturador pagando-se o preço de que a estabilidade do sistema passará a ser semi-global o que em termos práticos não inviabiliza o uso deste controlador. A Figura 77 mostrou, que usando um saturador, o efeito do *peaking* foi eliminado.

Portanto, após eliminar o *peaking* com um saturador, o controlador por modo des-

lizante e observador de alto ganho utiliza uma menor amplitude de tensão para controlar o motor do que o controlador baseado em filtros de estado com observador de alto ganho e modo deslizante. Isso faz com que o segundo controlador seja mais viável para uma aplicação real.

## CONCLUSÃO

Nesta Dissertação foi abordado o efeito da ressonância em motores CC sem núcleo de ferro no seu controle em malha fechada. Na identificação experimental dos modos ressonantes observou-se que a frequência de ressonância ocorre em valores acima de 1600 Hz. Não foi encontrada na literatura qualquer informação sobre modos ressonantes em motores CC sem núcleo de ferro. Ressalta-se que alguns fabricantes de servomecanismos que fazem uso de motores CC sem núcleo de ferro apenas aconselham não usar sinais de alta frequência e controladores de alto ganho a fim de evitar possíveis danos ao motor (QUANSER, 2011).

Outro fato relevante encontrado durante os experimentos foi que a frequência de ressonância é variável. Testes mostraram que com o passar do tempo de operação a frequência de ressonância decaiu de 1840 Hz iniciais para valores em torno de 1700 Hz, o que pode indicar uma possível dependência da temperatura, uma vez que o motor aquece durante o experimento. Devido ao tempo e recursos laboratoriais limitados, não foi possível avaliar com detalhes se de fato existe alguma relação entre a frequência de ressonância e a temperatura interna do motor.

Após a identificação do efeito da ressonância, foi elaborado um modelo matemático capaz de reproduzir fielmente o comportamento do motor, especialmente em relação aos modos ressonantes. Foi realizada uma comparação entre esse modelo (terceira ordem) e o modelo tradicionalmente encontrado na literatura (primeira ordem), a fim de mostrar que o modelo de primeira ordem é inadequado ao estudo de sistemas de controle com alto ganho ou estrutura variável. O modelo de terceira ordem foi utilizado para avaliar o desempenho de algumas técnicas baseadas em filtros e realimentação de estado, usuais na literatura (ELLIS; GAO, 2001) para lidar com modos ressonantes de baixa frequência ( $< 500$  Hz), dado que não foram encontradas publicações que abordam a ressonância em alta frequência ( $> 1$  kHz) que pode ocorrer em motores CC sem núcleo de ferro.

A maneira utilizada para especificar o desempenho desejado para o motor, ou seja sem modos ressoantes, foi através de um modelo de referência usual em controladores adaptativos (IOANNOU; SUN, 2012). O erro de saída da velocidade (ou posição), dado pela diferença entre do sinal de saída motor e do sinal de saída do modelo de referência, foi utilizado pelos controladores projetados neste trabalho para estimar o estado da equação

do erro,  $\hat{x}_e$  e, conseqüentemente, o estado do motor  $\hat{x}_p$  através de um observador de alto ganho.

Em seguida, para lidar com os modos ressonantes foram avaliados dois controladores. O primeiro utiliza filtros de estado para gerar a função de modulação do sinal de controle enquanto que o estado do erro estimado pelo observador de alto ganho é usado para gerar a função de chaveamento do controle por modo deslizante. Uma estratégia semelhante é abordada em (CUNHA et al., 2009) para o controle de um motor aproximado para um sistema de segunda ordem sem modos ressonantes. O segundo controlador utiliza o estado do erro estimado pelo observador de alto ganho para gerar a função de chaveamento do controle por modo deslizante enquanto que a função de modulação é gerada a partir do estado do motor também estimado pelo observador de alto ganho. Um controle similar a esse foi desenvolvido para sistemas não-lineares em (OH; KHALIL, 1997). Para uma análise completa, os controladores foram projetados para controlar a velocidade (sistema de terceira ordem) e a posição (sistema de quarta ordem) do motor.

Os resultados de simulações mostraram que ambos os controladores são capazes de atenuar os modos ressonantes e são robustos a incertezas paramétricas e a perturbações no sinal de controle. Contudo, o controlador cuja a função de modulação é gerada por filtros de estado apresentou um sinal de controle com uma amplitude muito maior do que o sinal de controle gerado pelo controlador cuja função de modulação é gerada a partir do estado estimado pelo observador de alto ganho. Por outro lado, o controlador cuja função de modulação é gerada a partir do estado estimado pelo observador de alto ganho apresentou o fenômeno indesejável do *peaking* no início do transitório. Esse fenômeno devido ao uso do HGO também é confirmado em (CUNHA et al., 2009).

Utilizando-se um saturador em ambos os controladores, verificou-se que o fenômeno indesejável do *peaking* presente no controlador cuja função de modulação é gerada a partir do estado estimado pelo observador de alto ganho foi eliminado, embora essa estratégia faça com que o sistema tenha estabilidade semi-global conforme é discutido em (OH; KHALIL, 1997; CUNHA et al., 2009). Contudo, essa estabilidade semi-global não impede o uso deste controlador dado que no controle de um motor elétrico real o sinal de controle é naturalmente limitado, visto que a amplitude da tensão do acionamento do motor é limitada pela fonte de alimentação. De maneira similar, a alta amplitude gerada pelo controlador baseado em filtros de estado com observador de alto ganho e modo deslizante

também foi limitada com um saturador sem afetar o desempenho do sistema.

Avaliando-se o conjunto dos resultados obtidos é possível afirmar que o uso de um saturador no controlador com função de modulação gerada a partir do estado estimado pelo HGO demandaria menos potência para controlar o motor do que o controlador cuja função de modulação é gerada a partir de filtros de estado.

Vale ressaltar que a falta de resultados experimentais utilizando os controladores propostos nesta Dissertação deve-se a limitações dos equipamentos de aquisição de sinais disponíveis no laboratório.

### Contribuições desta Dissertação

As principais contribuições desta Dissertação podem ser divididas em duas partes:

A primeira delas está relacionada com a identificação do efeito da ressonância em motores CC sem núcleo de ferro em uma faixa de frequência acima de 1,6 kHz. Até onde se sabe, não há trabalhos publicados ou informações técnicas de fabricantes a respeito desses modos ressonantes em motores CC sem núcleo de ferro.

A segunda parte da contribuição desta Dissertação está relacionada ao uso de dois controladores aplicados a um sistema de grau relativo 3 (velocidade) e 4 (posição) com modos ressonantes. Os resultados mostraram que embora para alguns casos o controlador baseado em filtros de estado funcione bem como apresentado em (CUNHA et al., 2009), neste trabalho verificou-se que a amplitude do sinal de controle permanece muito grande quando comparada com a amplitude do sinal gerado pelo controlador por modo deslizante e observador de alto ganho. Contudo este último controlador apresenta o indesejável fenômeno do *peaking*, que pode ser evitado limitando a amplitude do sinal de controle, embora isso faça com que o sistema tenha estabilidade semi-global conforme também é feito em (OH; KHALIL, 1997) para sistemas não-lineares, o que não é um impedimento para controle de um motor elétrico real visto que o sinal de controle é naturalmente limitado. Vale ressaltar que parte dos resultados obtidos nesta Dissertação foram apresentados no *IEEE International Symposium on Industrial Electronics* (MARTINS; CUNHA, 2015).

## Sugestões para Trabalhos Futuros

Como trabalhos a serem desenvolvidos no futuro, sugere-se os seguintes tópicos:

- Experimentos em um sistema físico com os controladores apresentados a fim de validar sua efetividade e identificar possíveis necessidades de aprimoramento.
- Estudo para projetar os filtros de estado de forma que a função de modulação não gere uma amplitude do sinal controle tão elevada em sistemas com modos ressonantes.
- Avaliar outras técnicas para eliminar o *peaking* sem o uso de saturadores no controlador cuja função de modulação é gerada a partir do estado estimado pelo HGO como por exemplo, a abordagem apresentada em (OLIVEIRA; PEIXOTO; HSU, 2013).
- Realizar experimentos para identificar a relação entre a frequência de ressonância e a temperatura interna de motores CC sem núcleo de ferro.

## REFERÊNCIAS

- AGUIRRE, L. A. *Introdução à identificação de sistemas—Técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*. Belo Horizonte: editora UFMG, 2007.
- AMBESANGE, S.; KAMBLE, S.; MORE, D. Application of sliding mode control for the speed control of DC motor drives. In: *Control Applications (CCA), 2013 IEEE International Conference on*. Hyderabad: IEEE, 2013. p. 832–836.
- ÅSTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. *Adaptive Control*. New York: Dover Publications, 1995.
- ÅSTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. *Computer-controlled systems: theory and design*. London: Prentice-Hall, 1997.
- CHEN, C.-T. *Linear system theory and design*. New York: Oxford University Press, Inc., 1999.
- CHEN, J.; TANG, P.-C. A sliding mode current control scheme for pwm brushless dc motor drives. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 14, n. 3, p. 541–551, May 1999.
- CUNHA, J. P. V. et al. Peaking free variable structure control of uncertain linear systems based on a high-gain observer. *Automatica*, Elsevier, v. 45, n. 5, p. 1156–1164, 2009.
- EDWARDS, C.; SPURGEON, S. *Sliding mode control: theory and applications*. London: Taylor and Francis Ltd., 1998.
- ELLIS, G. *Control system design guide: using your computer to understand and diagnose feedback controllers*. San Diego: Butterworth-Heinemann, 2012.
- ELLIS, G.; GAO, Z. Cures for low-frequency mechanical resonance in industrial servo systems. In: *Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE*. Chicago: IEEE, 2001. v. 1, p. 252–258 vol.1.
- ELLIS, G.; LORENZ, R. Resonant load control methods for industrial servo drives. In: *Industry Applications Conference, 2000. Conference Record of the 2000 IEEE*. Rome: IEEE, 2000. v. 3, p. 1438–1445 vol.3.
- FAULHABER. *Technical Information*. Faulhaber, 2014. Disponível em: [http://www.faulhaber.com/fileadmin/user\\_upload\\_global/support/Knowledge\\_Base/technical\\_info/FR\\_TECHNICAL\\_INFORMATION.pdf](http://www.faulhaber.com/fileadmin/user_upload_global/support/Knowledge_Base/technical_info/FR_TECHNICAL_INFORMATION.pdf).
- HSU, C. Intelligent total sliding-mode control with dead-zone parameter modification for a dc motor driver. *Control Theory Applications, IET, IEEE*, v. 8, n. 11, p. 916–926, July 2014.
- HUANG, L.; QU, D.; XU, F. Adjustable inertia ratio control for low-frequency torsional resonance suppression in industrial servo system. In: *Measuring Technology and Mechatronics Automation (ICMTMA), 2010 International Conference on*. Changsha City: IEEE, 2010. v. 1, p. 432–435.

- IOANNOU, P. A.; SUN, J. *Robust adaptive control*. New York: Courier Dover Publications, 2012.
- JEONG, S.-K.; KIM, B.-R.; PARK, K.-B. Terminal sliding mode control system with minimum convergence time for dc motor systems. In: *Control, Automation and Systems (ICCAS), 2012 12th International Conference on*. JeJu Island: IEEE, 2012. p. 55–58.
- KAILATH, T. *Linear systems*. New Jersey: Prentice-Hall, 1980. v. 1.
- KHALIL, H. K. *Nonlinear systems*. New Jersey: Prentice-hall, 2002.
- KORONKI, P.; HASHIMOTO, H.; UTKIN, V. Direct torsion control of flexible shaft in an observer-based discrete-time sliding mode. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 45, n. 2, p. 291–296, 1998.
- KRISHNAN, R. *Electric motor drives: modeling, analysis, and control*. New Jersey: Prentice Hall, 2001.
- LAVANYA, M.; BRISILLA, R.; SANKARANARAYANAN, V. Higher order sliding mode control of permanent magnet DC motor. In: *Variable Structure Systems (VSS), 2012 12th International Workshop on*. Mumbai, Maharashtra: IEEE, 2012. p. 226–230.
- MAHESWARARAO, U.; BABU, Y.; AMARESH, K. Sliding mode speed control of a DC motor. In: *Communication Systems and Network Technologies (CSNT), 2011 International Conference on*. Katra, Jammu: IEEE, 2011. p. 387–391.
- MARTINS, D. A.; CUNHA, J. P. V. Damping resonant modes in DC motors using sliding mode control. In: *Proceedings of the 2015 IEEE 24th International Symposium on Industrial Electronics*. Buzios-RJ: IEEE, 2015. p. 72–77.
- MURTAZA, G.; BHATTI, A. Control of dc motors using sliding mode. In: *Applied Sciences and Technology (IBCAST), 2012 9th International Bhurban Conference on*. Islamabad: IEEE, 2012. p. 37–42.
- NISE, N. *Engenharia de sistemas de controle*. Rio de Janeiro: LTC, 2002.
- OGATA, K. *Engenharia de controle moderno*. Rio de Janeiro: Pearson Prentice Hall, 2011.
- OH, S.; KHALIL, H. K. Nonlinear output-feedback tracking using high-gain observer and variable structure control. *Automatica*, Elsevier, v. 33, n. 10, p. 1845–1856, 1997.
- OLIVEIRA, T. R.; PEIXOTO, A. J.; HSU, L. Peaking free output-feedback exact tracking of uncertain nonlinear systems via dwell-time and norm observers. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, John Wiley & Sons, Ltd, v. 23, n. 5, 2013.
- POMILIO, J. *Eletrônica de Potência*. 2014. Disponível em: <http://www.dsce.fee.unicamp.br/~antenor/pdf/eltpot/cap4.pdf>.
- PORTESCAP. *Brush DC Motor Basics*. Portescap, 2009. Disponível em: [http://www.portescap.com/sites/default/files/wp\\_brush\\_dc\\_motor\\_basics\\_0.pdf](http://www.portescap.com/sites/default/files/wp_brush_dc_motor_basics_0.pdf).
- PORTESCAP. *Athlonix Specifications*. Portescap, 2013. Disponível em: [http://www.portescap.com.br/sites/default/files/12gs88\\_athlonix\\_specifications.pdf](http://www.portescap.com.br/sites/default/files/12gs88_athlonix_specifications.pdf).

- PORTESCAP. *P010 064 Specifications*. Portescap, 2013. Disponível em: [http://www.portescap.com/sites/default/files/p010\\_064\\_specifications\\_0.pdf](http://www.portescap.com/sites/default/files/p010_064_specifications_0.pdf).
- QUANSER. *User Manual SRV02-Rotary Servo Base Unit-Set Up and Configuration*. 2011. Disponível em: [http://eecs.ucf.edu/~abehal/eel4612/lab/General/SRV02\\_User\\_Manual.pdf](http://eecs.ucf.edu/~abehal/eel4612/lab/General/SRV02_User_Manual.pdf).
- SEN, P. C. *Principles of electric machines and power electronics*. New Jersey: John Wiley & Sons, 1997.
- SPURGEON, S. Sliding mode control: a tutorial. In: *Control Conference (ECC), 2014 European*. Strasbourg: IEEE, 2014. p. 2272–2277.
- TOLIYAT, H. A.; KLIMAN, G. B. *Handbook of electric motors*. New York: CRC press, 2004.
- UTKIN, V. Sliding mode control design principles and applications to electric drives. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 40, n. 1, p. 23–36, Feb 1993.
- UTKIN, V.; GULDNER, J.; SHIJUN, M. *Sliding mode control in electro-mechanical systems*. London: Taylor and Francis Ltd., 1999. v. 34.
- WANG, W.; XU, J.; SHEN, A. Detection and reduction of middle frequency resonance for industrial servo. In: *Information Science and Technology (ICIST), 2012 International Conference on*. Hubei: IEEE, 2012. p. 153–160.
- WANG, Y. et al. Position-sensorless hybrid sliding-mode control of electric vehicles with brushless dc motor. *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 60, n. 2, p. 421–432, Feb 2011.
- YANG, S.-M.; WANG, S.-C. The detection of resonance frequency in motion control systems. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 50, n. 5, p. 3423–3427, Sept 2014.
- YOUNG, K.; UTKIN, V.; OZGUNER, U. A control engineer's guide to sliding mode control. In: *Variable Structure Systems, 1996. VSS '96. Proceedings., 1996 IEEE International Workshop on*. Tokyo: IEEE, 1996. p. 1–14.
- ZHENG, J.; FENG, Y. High-order terminal sliding mode based mechanical resonance suppressing method in servo system. In: *Systems and Control in Aerospace and Astronautics, 2008. ISSCAA 2008. 2nd International Symposium on*. Shenzhen: IEEE, 2008. p. 1–6.

## APÊNDICE

### Procedimentos Adotados para Obter a Resposta em Frequência do Motor CC

No experimento de identificação apresentado no Capítulo 2 foram utilizados os seguintes equipamentos:

- Gerador de funções: *ROHDE & SCHWARZ: 50 MHz Arbitrary Generator HMF2550*;
- Amplificador de potência: *QUANSER-Power Module PAO103*;
- Osciloscópio Digital: *AGILENT TECHNOLOGIES DSO3102A- 100 MHz*;
- Motor CC sem núcleo de ferro: *ESCAPE 23HL 11 216E 204 68*

Os equipamentos foram dispostos conforme foi mostrado na Figura 11 do Capítulo 2.

Para a obtenção da resposta em frequência, o gerador de funções foi ajustado de forma que fosse produzida na sua saída um sinal do tipo senoidal com amplitude fixa de 10 V de pico. Com o auxílio do osciloscópio, foram medidas as tensões rms (*root mean square*) da entrada e da saída: tensão de armadura  $v_a$  utilizando o canal 1 (Ch1) equipado com uma ponta de prova atenuadora ( $10\times$ ) e tensão de saída do tacogerador utilizando o canal 2 (Ch2). Além das tensões de entrada e saída, foi medido o atraso entre o sinal de entrada e o de saída no instante de subida do sinal (parâmetro denominado  $t_{delay}$  no osciloscópio utilizado). A Figura 81 mostra o diagrama elétrico das conexões dos equipamentos.

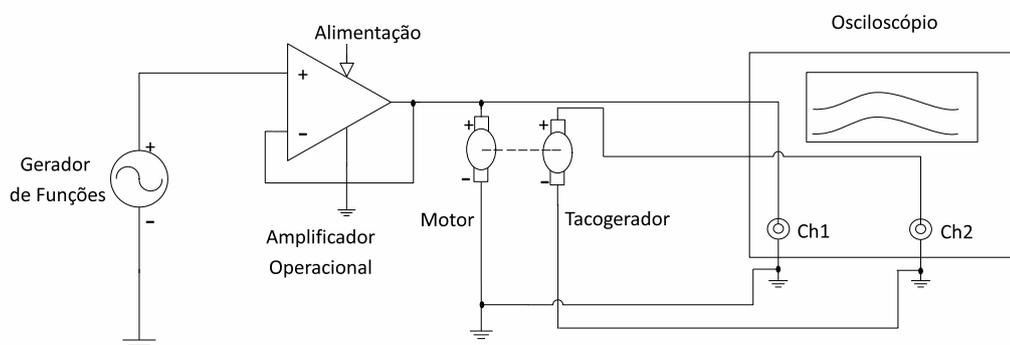


Figura 81 - Diagrama elétrico das conexões dos equipamentos no experimento de identificação.

Esse procedimento foi executado repetidas vezes onde em cada repetição o único parâmetro alterado foi a frequência do sinal senoidal do gerador de funções. As frequências foram selecionadas em ordem crescente iniciando-se em 100 mHz e terminado em 10 kHz.

Para obter o gráfico da magnitude da resposta em frequência, utilizou-se os valores de tensão em rms da entrada  $V_{in}$  e da saída  $V_{out}$  para cada valor de frequência a fim de se obter o ganho conforme a equação a seguir:

$$G = 20 \log \frac{V_{out}}{V_{in} k_g},$$

na qual  $k_g$  é o ganho do tacogerador conforme apresentado na Seção 2.1.1.

O gráfico de fase da resposta em frequência foi obtido usando o atraso entre o sinal de entrada e o de saída no instante de subida do sinal  $t_{delay}$  e o período ( $T$ ) do sinal utilizado em cada repetição do experimento. O ângulo de fase é calculado pela seguinte equação:

$$\Theta = -\frac{t_{delay}}{T} \times 360^\circ.$$

Da Figura 82 à Figura 84, são apresentadas as imagens de telas do osciloscópio quando as frequências do sinal senoidal foram ajustadas para: 1700 Hz, 1840 Hz e 2000 Hz. O objetivo é mostrar o comportamento do sinal de entrada (traço superior) e da saída do motor (traço inferior) na região em que se encontra a frequência de ressonância (1840 Hz). A fim de obter uma melhor visualização, intencionalmente as escalas não foram ajustadas a cada mudança de frequência.

Portanto, fica claro o pico de ressonância na frequência de 1840 Hz.

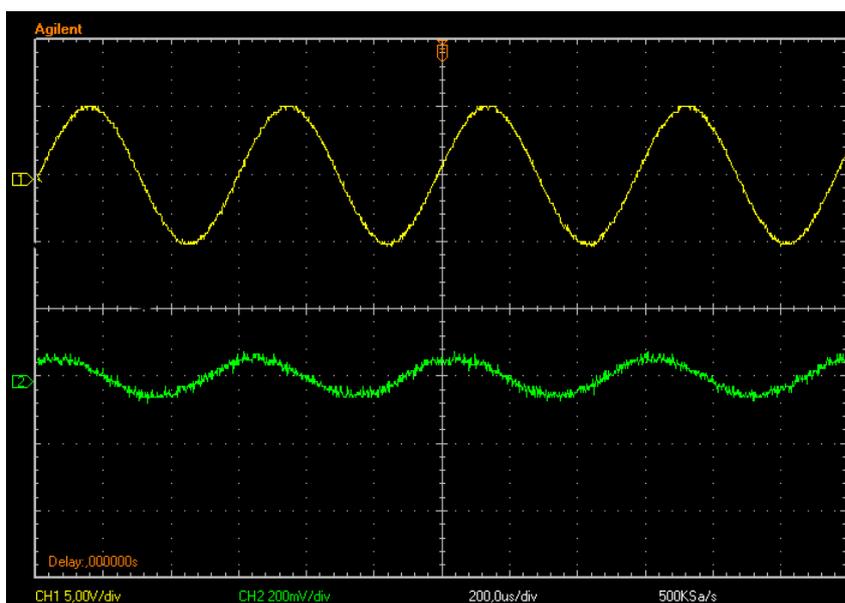


Figura 82 - Sinais de entrada e saída do motor: Frequência do sinal ajustada para 1700 Hz. Tensão de saída medida: 40,2 mV rms.

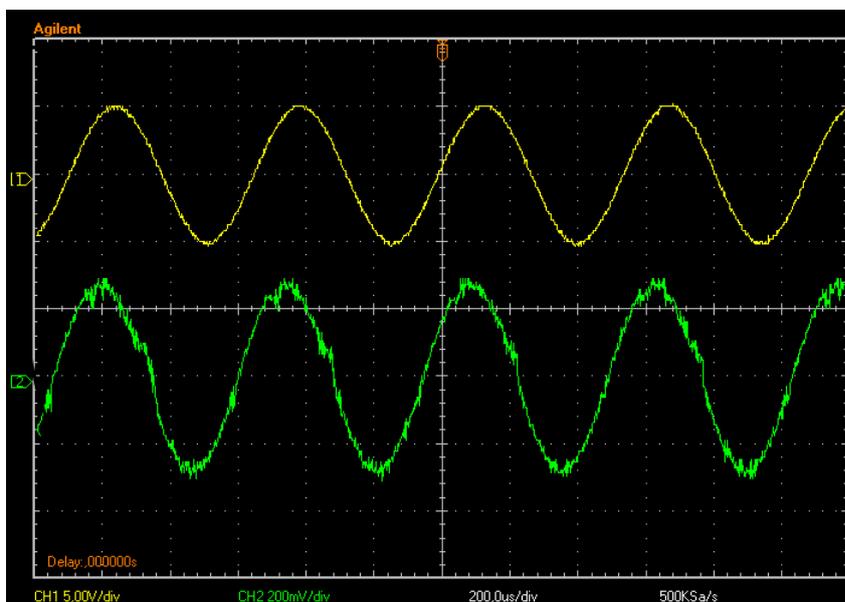


Figura 83 - Sinais de entrada e saída do motor: Frequência do sinal ajustada para 1840 Hz. Tensão de saída medida: 210 mV rms.

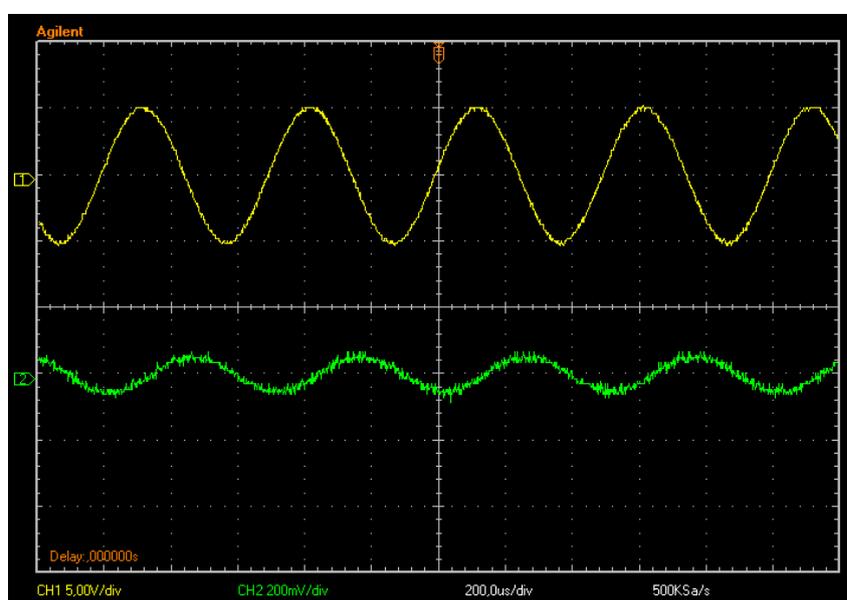


Figura 84 - Sinais de entrada e saída do motor: Frequência do sinal ajustada para 2000 Hz. Tensão de saída medida: 33,8 mV rms.