



Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia e Ciências

Faculdade de Engenharia

Julio Cesar de Castro Basilio

**SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DE UMA SUSPENSÃO
VEICULAR CONSIDERANDO SEGURANÇA E CONFORTO
DO USUÁRIO EM UM PERFIL DE ESTRADA IRREGULAR**

Rio de Janeiro

2019

Julio Cesar de Castro Basilio

**SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DE UMA SUSPENSÃO VEICULAR
CONSIDERANDO SEGURANÇA E CONFORTO DO USUÁRIO EM UM
PERFIL DE ESTRADA IRREGULAR**



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Mecânica dos Sólidos.

Orientador: Prof. José Geraldo Telles Ribeiro, DSc
Coorientador: Prof. Francisco José da Cunha Pires Soeiro, PhD

Rio de Janeiro

2019

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC/B

B312 Basílio, Julio Cesar de Castro.
Simulação e otimização de uma suspensão veicular considerando segurança e conforto do usuário em um perfil de Estrada irregular / Julio Cesar de Castro Basilio. – 2019. 162f.

Orientador: José Geraldo Telles Ribeiro.
Coorientador: Francisco José da Cunha Pires Soeiro.
Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Resistência de materiais - Teses. 3. Automóveis - Molas e suspensão - Teses. 4. Conforto humano - Teses. 5. Segurança no trânsito - Teses. 6. MATLAB (Programa de computador) - Teses. 7. Algoritmos genéticos - Teses. I. Ribeiro, José Geraldo Telles. II. Soeiro, Francisco José da Cunha Pires. III. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia. IV. Título.

CDU 620.178.5

Bibliotecária: Júlia Vieira – CRB7/6022

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta tese, desde que citada a fonte.

Assinatura

Data

Julio Cesar de Castro Basilio

**SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DE UMA SUSPENSÃO VEICULAR
CONSIDERANDO SEGURANÇA E CONFORTO DO USUÁRIO EM UM
PERFIL DE ESTRADA IRREGULAR**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Mecânica dos Sólidos.

Aprovada em 26 de setembro de 2019.

Banca Examinadora:

Prof. José Geraldo Telles Ribeiro, DSc (Orientador)
FEN-MECAN UERJ

Prof. Francisco José da Cunha Pires Soeiro, PhD (Coorientador)
PPG-EM UERJ

Prof. Mauro Speranza Neto, DSc
DEM PUC-Rio

Prof. Americo Barbosa da Cunha Junior, DSc
PPG-EM UERJ

Rio de Janeiro

2019

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais Heloiza Helena de Castro Basilio e Julio Cesar Basilio de Souza, a minha namorada e companheira Ana Claudia Rubim de Lima, aos meus irmãos Vinicius de Castro Basilio e Aline Castro Basilio de Souza.

AGRADECIMENTOS

Aos meus orientadores, professores José Geraldo Telles Ribeiro e Francisco José Da Cunha Pires Soeiro, sou muito grato por me guiar no desenvolvimento deste trabalho com apoio, ensinamento, paciência e confiança.

Aos professores, colegas e funcionários do Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica da UERJ, por compartilhar conhecimentos e experiências importantes para a minha vida pessoal e profissional.

Aos Professores Mauro Speranza Neto e Americo Barbosa da Cunha Junior, por participarem deste trabalho de pesquisa na esfera de avaliadores, contribuindo com discussões e acrescentando valor ao mesmo.

Gratidão especial à minha namorada e companheira Ana Claudia Rubim de Lima, pela ajuda, apoio, incentivo, carinho e compreensão durante todo o desenvolvimento deste estudo. Seu companheirismo foi fundamental para ir até o fim. Também aos seus pais, Wilson Roberto e Eliana, por todo o suporte dado à nós para a conclusão deste trabalho, assim como todo o incentivo e torcida para o meu sucesso.

Aos meus pais, pelo incentivo, dedicação e empenho na construção de minha educação, aos quais dedico todas as minhas vitórias já conquistadas e as futuras.

Aos meus irmãos Vinicius de Castro Basilio e Aline Castro Basilio de Souza que sempre me apoiaram nas minhas decisões, torceram pelo meu sucesso e sempre me motivaram a buscar os meus sonhos.

Aos meus amigos e familiares que sempre me ajudaram e apoiaram nos momentos necessários, especialmente a Carlos Bruno Pereira, Gabriella Lopes, Pedro Henrique Basilio, Bryan Fonseca, Inês Carreira e Barbara Aragão que me ajudaram com estadia e apoio para estar presente nas aulas e reuniões.

Por fim, a todos que contribuíram para realização deste sonho.

É precisamente na fronteira do conhecimento que a imaginação tem seu papel mais importante; o que ontem foi apenas um sonho, amanhã poderá se tornar realidade.

Marcelo Gleiser

RESUMO

BASILIO, Julio Cesar de Castro. *Simulação e otimização de uma suspensão veicular considerando segurança e conforto do usuário em um perfil de estrada irregular*. 2019. 162 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

Uma suspensão veicular passiva deve conciliar parâmetros que resultem em conforto e segurança para os usuários do veículo, entretanto, conforme apresentado neste estudo, essas características podem ser conflitantes. De acordo com a ISO 2631, o critério de conforto está relacionado à percepção humana da vibração resultante das oscilações no veículo, sendo a aceleração vertical da massa suspensa a maneira de mensurar o conforto. Literaturas científicas indicam que as irregularidades da estrada podem dificultar a capacidade de controle do veículo pelo motorista, pois oscilações maiores diminuem a força de contato entre o pneu e a pista, e conseqüentemente, diminuindo a dirigibilidade do veículo e a segurança do passeio. Para compreender melhor o comportamento de um sistema de suspensão, simulações foram realizadas no *software Matlab*[®], através do desenvolvimento matemático de um modelo simplificado de um quarto do carro, com dois graus de liberdade (GDL). Como entrada para o sistema, um modelo matemático representando classes de perfis de estrada rodoviários foi implementado, visando aproximar as análises de situações reais. A rigidez e o amortecimento da suspensão foram analisados através de dois parâmetros do sistema conhecidos como: frequência natural não amortecida e taxa de amortecimento. Definidas as massas (suspensa e não suspensa) e a rigidez do pneu, as simulações no *Matlab*[®] confirmaram o conflito entre os critérios de conforto e segurança do usuário, evidenciando a necessidade de usar métodos de otimização para encontrar os valores ideais dos parâmetros de suspensão. Como os objetivos da otimização da suspensão são minimizar a aceleração do chassi para melhorar o conforto, e ao mesmo tempo, minimizar a força dinâmica da roda e a deflexão da suspensão, para melhorar a segurança, trata-se de um problema de otimização multiobjetivo. Sendo assim, o método utilizado foi o algoritmo genéticos (GA), mais especificamente o algoritmo NSGA-II, por ser amplamente utilizado em outros estudos e estar disponível entre as ferramentas de otimização do *Matlab*[®]. Os resultados das otimizações, principalmente quando focados no conforto e na segurança, apontam para valores de frequência natural igual a 1 *Hz* e de taxa de amortecimento igual a 0,2. Isso representa valores de rigidez e amortecimento da suspensão próximos a 10000 *N/m* e a 650 *Ns/m*, respectivamente. Além disso, os resultados mostram a influência da qualidade da estrada, da velocidade de percurso e da variação da massa suspensa sobre os critérios de conforto e de segurança.

Palavras-chave: Dinâmica Veicular; Conforto e Segurança Veicular; Suspensão Passiva; Algoritmo Genético.

ABSTRACT

BASILIO, Julio Cesar de Castro. *Simulation and optimization of a vehicle suspension considering safety and user comfort on a rough road profile*. 2019. 162 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

Passive vehicle suspension should reconcile parameters that result in comfort and safety for vehicle users, however, as presented in this study, these characteristics may be conflicting. According to ISO 2631, the comfort criterion is related to the human perception of vibration resulting from oscillations in the vehicle, with sprung mass acceleration being the measure of comfort. Scientific literature indicates that road irregularities may hinder the driver's ability to control the vehicle, as greater oscillations decrease the contact force between the tire and the track, and consequently, reduce vehicle handling and ride safety. To better understand the behavior of a suspension system, simulations were performed in software *Matlab*[®], through mathematical development of a quarter car model, with two degrees of freedom (DOF). As input to the system, a mathematical model representing classes of road profiles was implemented, aiming to approximate the analysis of real situations. The stiffness and damping of the suspension were analyzed using two parameters of the system known as: undamped natural frequency and damping ratio. Defined masses (sprung and unsprung) and tire stiffness, *Matlab*[®] simulations confirmed the conflict between comfort and safety criteria, highlighting the need to use optimization methods to find the ideal values of the suspension parameters. Since the goals of suspension optimization are to minimize vertical acceleration of the sprung mass to improve comfort, while minimizing dynamic wheel force and suspension deflection to improve safety, this is a multiobjective optimization problem. Thus, the method used was the genetic algorithm (GA), more specifically the NSGA-II algorithm, being widely used in other studies and be available between *Matlab*[®] optimization tools. The results of optimizations, especially when focused on comfort and safety, point to the natural frequency values equal to 1 *Hz* and damping ratio equal to 0,2. This represents suspension stiffness and damping values close to 10000 *N/m* and 650 *Ns/m*, respectively. In addition, the results show the influence of road quality, the travel speed and the sprung mass variation on the criteria of comfort and safety.

Keywords: Vehicle Dynamics; Vehicle Comfort and Safety; Passive Suspension; Genetic Algorithm.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Gráfico da evolução do índice de fluxo de veículos nas estradas brasileiras de 2000 até 2019.	20
Figura 2 - Componentes de uma suspensão <i>MacPherson</i> , com detalhe para a parte superior.	24
Figura 3 - Tipos de molas usadas em suspensões veiculares.	25
Figura 4 - Amortecedor de tesoura de Andre-Hartford.	26
Figura 5 - Amortecedor hidráulico telescópico com pistão flutuante separando câmaras de ar e óleo.	27
Figura 6 - Eixo rígido com molas semielípticas conhecido como <i>Hotchkiss</i>	28
Figura 7 - Sistema de coordenadas e movimentação do estudo da dinâmica veicular.	31
Figura 8 - Movimentos de salto (<i>bounce</i>), arfagem (<i>pitch</i>) e rolagem (<i>roll</i>).	33
Figura 9 - Representação da massa m , da mola k e amortecedor.	34
Figura 10 - Modelos de veículos para análise da dinâmica vertical.	35
Figura 11 - Diferentes respostas do sistema, ao longo do tempo, de acordo com o valor da taxa de amortecimento.	38
Figura 12 - Direção da vibração em que o humano sentado é exposto.	42
Figura 13 - Modelo mecânico do corpo humano mostrando as faixas de frequência de ressonância das várias partes do corpo.	44
Figura 14 - Gráfico com os limites de tempo de exposição para saúde e conforto em relação a frequência e a aceleração no eixo z	45
Figura 15 - Efeitos da perda de aderência dos pneus dianteiros e traseiros causadas pela força lateral do veículo na curva.	47
Figura 16 - Efeito da transferência de carga para um lado do veículo causado pelo movimento de rolagem numa curva.	47
Figura 17 - Efeito de redução da eficácia da frenagem devido à diminuição da força de contato do pneu com o movimento de arfagem.	48
Figura 18 - Representação da aceleração vertical da roda originada pela irregularidade da via causando a redução do contato entre o pneu e o solo.	48
Figura 19 - Representação gráfica das forças dinâmica e estática sobre a roda no tempo.	49
Figura 20 - Gráfico plotado por Popp e Schiehlen (2010) indicando limites da margem de segurança R para uma viagem segura.	50
Figura 21 - Rugosidade da estrada representada por perfis de estrada que descrevem a elevação vertical no eixo longitudinal ou transversal.	52
Figura 22 - Avaliação subjetiva dos parâmetros de dirigibilidade e conforto em relação ao nível de amortecimento do sistema.	58

Figura 23 - Diagrama esquemático das interações entre o modelo e suas entradas e saídas.	59
Figura 24 - Modelo de 1/4 do veículo com 2 GDL utilizado para desenvolvimento matemático.	62
Figura 25 - Diagrama de corpo livre indicando todas as forças atuantes nas massas suspensa e não suspensa.	63
Figura 26 - Representação gráfica de dois objetivos conflitantes com a formação da Fronteira de Pareto.	70
Figura 27 - Fluxograma de um algoritmo GA implementado para otimização multiobjetivo.	71
Figura 28 - Gráfico resultado das classes de perfis de estrada utilizando o modelo definido na metodologia.	75
Figura 29 - Gráfico com os perfis de estrada obtidos no paper " <i>The vibrations induced by surface irregularities in road pavements – a Matlab[®] approach</i> ".	75
Figura 30 - Gráfico representativo do sinal degrau unitário ao sistema.	77
Figura 31 - Gráficos respostas a entrada sinal degrau em função da aceleração vertical do chassi, com a frequência natural não amortecida da massa suspensa em 1 Hz e 3 Hz.	78
Figura 32 - Gráficos respostas a entrada sinal degrau em função da força dinâmica da roda, com a frequência natural não amortecida da massa suspensa em 1 Hz e 3 Hz.	79
Figura 33 - Gráficos respostas a entrada sinal degrau em função da deflexão da suspensão, com a frequência natural não amortecida da massa suspensa em 1 Hz e 3 Hz.	80
Figura 34 - Vistas superior e em perfil (corte A-A) da lombada utilizada como entrada neste estudo.	81
Figura 35 - Plotagem no software Matlab [®] da entrada lombada, com as dimensões definidas pela resolução nº 600 do CONTRAN.	82
Figura 36 - Gráficos respostas à entrada lombada em função da aceleração vertical do chassi, com a frequência natural não amortecida da massa suspensa em 1 Hz e 3 Hz.	83
Figura 37 - Gráficos respostas à entrada lombada em função da força dinâmica da roda, com a frequência natural não amortecida da massa suspensa em 1 Hz e 3 Hz.	84
Figura 38 - Gráficos respostas à entrada lombada em função da deflexão da suspensão, com a frequência natural não amortecida da massa suspensa em 1 Hz e 3 Hz.	85

Figura 39 - Gráficos das respostas a entrada perfil de estrada com frequência natural igual a 1,5 Hz e taxa de amortecimento de 0,3.	89
Figura 40 - Gráficos das respostas a entrada perfil de estrada com frequência natural igual a 5,5 Hz e taxa de amortecimento de 0,3.	89
Figura 41 - Gráficos das respostas a entrada perfil de estrada com taxa de amortecimento igual a 0,1 e frequência natural não amortecida (massa suspensa) igual a 3 Hz.	90
Figura 42 - Gráficos das respostas a entrada perfil de estrada com taxa de amortecimento igual a 0,5 e frequência natural não amortecida (massa suspensa) igual a 3 Hz.	91
Figura 43 - Gráficos das respostas a entrada perfil de estrada com taxa de amortecimento igual a 0,9 e frequência natural não amortecida (massa suspensa) igual a 3 Hz.	91
Figura 44 - Gráfico da resposta dinâmica do sistema, em termos do valor RMS da aceleração vertical, à entrada perfil de estrada com a variação da frequência natural não amortecida f_{n_s} e da taxa de amortecimento ξ_s	93
Figura 45 - Gráfico da resposta dinâmica do sistema, em termos do valor RMS da força dinâmica da roda, à entrada perfil de estrada com a variação da frequência natural não amortecida f_{n_s} e da taxa de amortecimento ξ_s	94
Figura 46 - Gráfico da resposta dinâmica do sistema, em termos do valor RMS da deflexão da suspensão, à entrada perfil de estrada com a variação da frequência natural não amortecida f_{n_s} e da taxa de amortecimento ξ_s	95
Figura 47 - Gráfico com os valores RMS da aceleração vertical do chassi, resultado da entrada perfil de estrada e das variações da taxa de amortecimento ξ_s e da frequência natural não amortecida f_{n_s} entre 1 e 4 Hz.	96
Figura 48 - Gráfico com os valores RMS da força dinâmica da roda, resultado da entrada perfil de estrada e das variações da taxa de amortecimento ξ_s e da frequência natural não amortecida f_{n_s} entre 1 e 4 Hz.	97
Figura 49 - Gráfico com os valores RMS da deflexão da suspensão, resultado da entrada perfil de estrada e das variações da taxa de amortecimento ξ_s e da frequência natural não amortecida f_{n_s} entre 1 e 4 Hz.	97
Figura 50 - Gráficos com as respostas dinâmicas unificadas e representadas por J, resultado da entrada perfil de estrada e das variações da taxa de amortecimento ξ_s e da frequência natural não amortecida f_{n_s}	99
Figura 51 - Gráfico resultado da otimização entre as saídas aceleração vertical do chassi e força dinâmica da roda com a geração da fronteira de Pareto.	106
Figura 52 - Gráfico resultado da otimização entre as saídas aceleração vertical do chassi e deflexão da suspensão com a geração da fronteira de Pareto.	110

Figura 53 - Gráfico resultado da otimização entre as saídas força dinâmica da roda e deflexão da suspensão com a geração da fronteira de Pareto.	113
Figura 54 - Gráfico dos resultados das otimizações com diferentes velocidades de percurso, obtido através do programa <i>Excel</i> [®]	119
Figura 55 - Gráfico dos resultados das otimizações com diferentes classes de perfis de estrada (qualidade), obtido através do programa <i>Excel</i> [®]	120
Figura 56 - Gráfico dos resultados da variação da massa suspensa com apenas o motorista e também com mais quatro passageiros. O gráfico foi obtido através do programa <i>Excel</i> [®]	122
Figura 57 - Representação gráfica do comportamento dos objetivos a frequência natural não amortecida, incluindo também o comportamento do curso útil da suspensão.	124

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Relação de áreas da dinâmica veicular com seus respectivos movimentos e ações externas estudadas.	32
Tabela 2 - Tabela de frequências naturais da massa suspensa para diferentes tipos de veículos.	40
Tabela 3 - Escala de desconforto segundo as normas BS 6841 (1987) e ISO 2631 (1997).	46
Tabela 4 - Parâmetros e variáveis utilizadas no modelo simplificado.	62
Tabela 5 - Classificação das estradas de acordo com valores de $G_d(n_0)$	66
Tabela 6 - Valores de K para classificação da rugosidade da estrada, conforme a norma ISO 8608.	68
Tabela 7 - Parâmetros do modelo de um quarto do veículo utilizado nas simulações e otimizações no <i>Matlab</i> [®]	72
Tabela 8 - Parâmetros utilizados para plotagem das classes de perfis de estrada irregular, através do modelo proposto por Agostinacchio, Ciampa e Olita (2014).	74
Tabela 9 - Parâmetros e variáveis da entrada e do modelo do veículo utilizados nas simulações no <i>Matlab</i> [®]	88
Tabela 10 - Relação de informações dos parâmetros do modelo e da entrada perfil de estrada para a realização do processo de otimização.	103
Tabela 11 - Relação de informações dos parâmetros do modelo e da entrada perfil de estrada para a realização das simulações em condições mais severas.	104
Tabela 12 - Relação dos resultados ótimos dos objetivos aceleração vertical do chassi e força dinâmica da roda, contidos na fronteira de Pareto, e suas respectivas variáveis de projeto.	105
Tabela 13 - Relação dos resultados da 1 ^a otimização (aceleração vs força dinâmica) e das simulações em condições mais severas de velocidade e de estrada. Destacando as variáveis de projeto com resultados satisfatórios de conforto e segurança.	107
Tabela 14 - Relação dos resultados ótimos dos objetivos aceleração vertical do chassi e deflexão da suspensão, contidos na fronteira de Pareto, e suas respectivas variáveis de projeto.	109
Tabela 15 - Relação dos resultados da 2 ^a otimização (aceleração vs deflexão da suspensão) e das simulações em condições mais severas de velocidade e de estrada. Destacando as variáveis de projeto com resultados satisfatórios de conforto e segurança.	112

Tabela 16 - Relação dos resultados ótimos dos objetivos força dinâmica da roda e deflexão da suspensão, contidos na fronteira de Pareto, e suas respectivas variáveis de projeto.	114
Tabela 17 - Relação dos resultados da 3ª otimização (força dinâmica vs deflexão da suspensão) e das simulações em condições mais severas de velocidade e de estrada. Destacando as variáveis de projeto com resultados satisfatórios de conforto e segurança.	116
Tabela 18 - Relação de informações do modelo de 1/4 do veículo e da entrada perfil de estrada para a realização das otimizações em cada tipo de análise de influência das condições de velocidade, qualidade da estrada e variação da massa suspensa.	118
Tabela 19 - Relação de influência e influenciadores no conforto e segurança providos pela suspensão.	125
Tabela 20 - Resultados dos valores otimizados com diferentes velocidades de percurso.	160
Tabela 21 - Resultados dos valores otimizados com diferentes classes de estrada. . .	161
Tabela 22 - Resultados dos valores otimizados com massa suspensa igual a 250 kg, e os resultados com a massa suspensa igual a 315 kg utilizando as mesmas variáveis de projeto do resultado anterior.	162

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ASTM	Sociedade Americana de Testes e Materiais
BS	Instituição Britânica de Normas
COBEM	Congresso Internancional de Engenharia Mecânica
DIN	Instituto Alemão de Normalização
DNER	Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes
GA	Algoritmo Genético (Genetic Algorithm)
GDL	Grau de Liberdade
ISO	Organização Internacional de Normalização
MOPSO-CD	Otimização de Enxames de Partículas Multiobjetivas (Multi-Objective Particle Swarm Optimization – Crowding Distance)
NSGA-II	Algoritmo Genético de Ordenação Não Dominada (Non-dominated Sort Genetic Algorithm)
PSA	Algoritmos de Busca Padronizada (Pattern Search Algorithm)
PSD	Densidade Espectral de Potência (Power Spectral Density)
PSO	Algoritmo de Enxame de Partículas (Particle Swarm Optimization)
QCM	Modelo de 1/4 do Carro (Quarter Car Model)
RMS	Valor Eficaz (Root Mean Square)
SQP	Programação Quadrática Sequencial (Sequential Quadratic Program)

LISTA DE SÍMBOLOS

t	Tempo
x	Dimensão na direção x
y	Dimensão na direção y
z	Dimensão na direção z
m	Massa
m_s	Massa suspensa
m_p	Massa não suspensa
b	Coefficiente de amortecimento
\bar{b}	Coefficiente de amortecimento crítico
b_s	Coefficiente de amortecimento da suspensão
k	Rigidez da mola
k_s	Rigidez da mola da suspensão
k_p	Rigidez da mola do pneu
d_{est}	Deflexão estática da suspensão
d_s	Deflexão da suspensão
d_p	Deflexão do pneu
F_{roda}	Força total sobre a roda
F_{est}	Força estática da roda
F_{din}	Força dinâmica da roda
$F_{din_{crit}}$	Força dinâmica crítica da roda
F_{ks}	Força elástica da mola da suspensão
F_{kp}	Força elástica da mola do pneu
F_{bs}	Força de amortecimento do amortecedor da suspensão
T	Período de tempo de um ciclo
f	Frequência linear
ω	Frequência circular
ω_n	Frequência natural não amortecida (em rad/s)
ω_d	Frequência natural amortecida (em rad/s)
f_n	Frequência natural não amortecida (em $Hertz$)
f_d	Frequência natural amortecida (em $Hertz$)
f_{n_s}	Frequência natural não amortecida da massa suspensa (chassi)
f_{n_p}	Frequência natural não amortecida da massa não suspensa (roda)
ξ	Taxa de amortecimento
ξ_s	Taxa de amortecimento da massa suspensa
R	Margem de Segurança
h	Deslocamento aplicado pela rugosidade da estrada na direção vertical

h_{max}	Rugosidade máxima da estrada
z_p	Deslocamento da roda na direção z
z_s	Deslocamento do chassi na direção z
\dot{z}_p	Velocidade da roda na direção z
\dot{z}_s	Velocidade do chassi na direção z
\ddot{z}_p	Aceleração da roda na direção z
\ddot{z}_s	Aceleração do chassi na direção z
g	Aceleração da gravidade
A	Matriz de estado (dinâmica do sistema)
B	Matriz de entrada
C	Matriz de saída
D	Matriz de alimentação direta
X	Vetor de estado
\dot{X}	Derivada do vetor de estado
Y	Vetor resposta (saída)
U	Vetor de entrada
G_d	PSD dos deslocamentos verticais
G_a	PSD das acelerações verticais
n	Frequência Espacial
n_0	Frequência Espacial Convencional
n_{max}	Frequência Espacial Máxima
Δn	Faixa de Frequência
L	Comprimento do perfil de estrada na direção x
B	Intervalo de amostragem
φ	Ângulo de fase aleatório
K	Constante de classificação do perfil rodoviário, segundo a ISO 8608
v	Velocidade de percurso
J	Variável de resposta única das saídas do sistema
w_1	Peso da aceleração do chassi em J
w_2	Peso da deflexão da suspensão em J
w_3	Peso da força dinâmica da roda em J
$RMS \ddot{z}_s$	Aceleração RMS do chassi na direção z
$RMS d_s$	Deflexão RMS da suspensão
$RMS F_{din}$	Força dinâmica RMS da roda

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	19
1	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	23
1.1	Suspensões veiculares	23
1.1.1	<u>Molas</u>	24
1.1.2	<u>Amortecedores</u>	25
1.1.3	<u>Tipos e características</u>	27
1.1.3.1	Suspensões dependentes e independentes	27
1.1.3.2	Suspensões passivas e ativas	28
1.1.4	<u>Influência da roda/pneu</u>	29
1.2	Dinâmica veicular	30
1.2.1	<u>Introdução</u>	30
1.2.2	<u>Dinâmica vertical</u>	32
1.2.3	<u>Resposta dinâmica do veículo</u>	33
1.2.4	<u>Frequência natural e taxa de amortecimento</u>	36
1.2.4.1	Desacoplamento de frequência	38
1.2.4.2	Frequência, deflexão estática e curso útil	40
1.3	Avaliação e critérios de conforto	41
1.4	Avaliação e critérios de segurança	46
1.5	Perfil de estrada irregular	51
1.6	Métodos de otimização	53
2	METODOLOGIA E MODELAGEM	57
2.1	Metodologia	57
2.2	Modelagem	60
2.2.1	<u>Modelo matemático de 1/4 do veículo</u>	60
2.2.2	<u>Modelo matemático do perfil de estrada</u>	65
2.3	Algoritmos genéticos	68
2.4	Considerações e hipóteses	72
3	RESULTADOS E DISCUSSÕES	74
3.1	Teste do modelo de perfil de estrada	74
3.2	Teste do modelo matemático de 1/4 do veículo	76
3.2.1	<u>Entrada degrau unitário</u>	76
3.2.2	<u>Entrada lombada</u>	81
3.3	Simulações com entrada perfil de estrada	87
3.3.1	<u>Análise das respostas dinâmicas ao longo do tempo</u>	87
3.3.1.1	Influência da frequência natural não amortecida	88
3.3.1.2	Influência da taxa de amortecimento	90

3.3.2	<u>Análise do valor RMS das respostas dinâmicas</u>	92
3.3.3	<u>Detalhando o conflito entre conforto e segurança</u>	95
3.4	Otimização	100
3.4.1	<u>1ª Otimização: Aceleração vertical do chassi vs Força dinâmica da roda</u> .	104
3.4.2	<u>2ª Otimização: Aceleração vertical do chassi vs Deflexão da suspensão</u> . .	108
3.4.3	<u>3ª Otimização: Força dinâmica da roda vs Deflexão da suspensão</u>	111
3.4.4	<u>Otimização em condições mais severas</u>	117
3.4.4.1	Influência da velocidade de percurso	117
3.4.4.2	Influência da qualidade da estrada	120
3.4.4.3	Influência da variação da massa suspensa do veículo	121
	CONCLUSÕES	123
	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	126
	REFERÊNCIAS	127
	APÊNDICE A – Códigos usados no <i>Matlab</i> [®]	134
	APÊNDICE B – Resultados das simulações e otimizações nas análises de influência	159

INTRODUÇÃO

Relevância e justificativa

A suspensão veicular é o sistema responsável por garantir o conforto ao usuário, absorvendo os impactos e vibrações originários da pista, fornecendo estabilidade e dirigibilidade ao veículo, mantendo o contato pneu-solo. Segundo Stone e Ball (2004), o sistema de suspensão trata da interface entre a superfície da via e o corpo do veículo.

A história da suspensão e a tentativa de reduzir os efeitos negativos das irregularidades da pista antecedem a indústria automotiva. Supostamente, os primeiros veículos a utilizarem suspensão datam de 2300 anos atrás, no qual tratava-se de uma charrete. No século VIII também há registro da tentativa de fazer uma suspensão com correntes de ferro numa carruagem puxada por burros, entretanto os viajantes tinham de suportar o ruído e o balanço incessante da estrutura, subindo e descendo. Esse tipo primitivo de suspensão desde então foi utilizado, sendo substituído mais à frente por tiras de couro. Até que no século 17, ocorre o surgimento da mola de lâmina metálica em forma de C, que em conjunto com as tiras, reduziam os balanços. A partir de então, o desenvolvimento da suspensão acompanhava a evolução dos tipos de mola. Até que no início do século 20, os amortecedores foram integrados à maioria dos veículos de competição e imediatamente adotados pelos fabricantes de carros (OKABE, 2003).

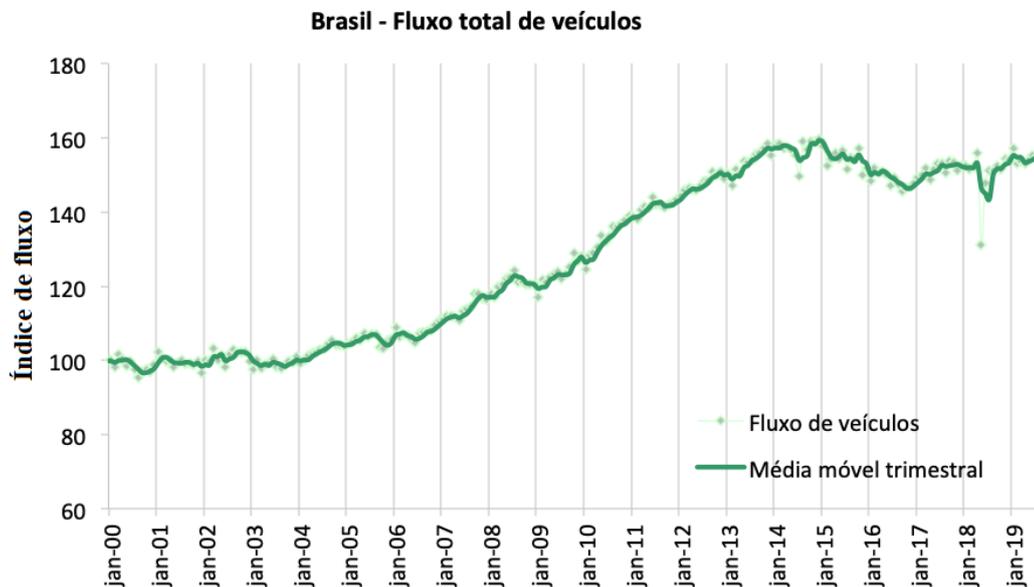
Portanto, o desenvolvimento e aprimoramento das suspensões ao longo do tempo estão diretamente ligados à antiga e contínua busca pelo conforto, para reduzir ao máximo os efeitos das irregularidades da pista. Segundo Mello (2017), as pessoas consideram que o conforto é um dos fatores mais significativos na qualidade do veículo.

Além disso, o desenvolvimento dos veículos automotores, cada vez mais com motores de potência superior, permitiu aos veículos atingir maiores velocidades. Consequentemente, as suspensões passaram a priorizar além do conforto, a segurança e a estabilidade para passageiros e cargas (PIVETA, 2012).

A qualidade das estradas é o principal responsável pela importância da suspensão ao veículo. As irregularidades estão presentes em todas as vias, sendo a quantidade e a amplitude destas imperfeições que definem a sua qualidade. No Brasil, as condições precárias das rodovias nacionais reforçam ainda mais a necessidade de soluções tecnológicas para amenizar os impactos e danos causados pela má qualidade das estradas, até pelo fato do desenvolvimento da economia brasileira estar diretamente relacionado ao transporte rodoviário de cargas.

Por outro lado, o fluxo de brasileiros, predominantemente rodoviário, exige que os veículos suportem as condições das estradas e, ao mesmo tempo, tornem mais confortável a viagem, que por muitas vezes, são muito longas devido às dimensões continentais do

Figura 1 - Gráfico da evolução do índice de fluxo de veículos nas estradas brasileiras de 2000 até 2019.



Fonte: (ABCR, 2019)

Brasil. A Figura 1 apresenta o crescente índice de fluxo de veículos (leves e pesados) ao longo dos últimos 19 anos. De janeiro de 2000 a janeiro de 2019, o fluxo total de veículo cresceu aproximadamente 50%, mesmo com o crescente desenvolvimento do transporte aeroviário. O índice é calculado com base no fluxo total de veículos que passa pelas praças pedagiadas. O número índice, cuja base média de 1999 é igual a 100, foi construído com informações de fluxo pedagiado de 33 concessionárias e é composto atualmente pelas informações das praças de 51 concessionárias.

Nas últimas décadas, as particularidades das rodovias brasileiras exigiram das montadoras estrangeiras, que antes tinham seus veículos desenhados e testados em suas matrizes, pensarem nas especificidades do Brasil. A necessidade de conhecimento na área automotiva para satisfazer o mercado interno tornou-se muito importante. Nesse contexto, o desenvolvimento de estudos sobre a suspensão vem crescendo no campo acadêmico.

A suspensão passiva tem como principal finalidade o isolamento das vibrações e ruídos gerados pelas oscilações verticais das estradas e são basicamente compostas por: buchas, eixos, amortecedores e molas. Sendo os dois últimos seus principais componentes. As molas estão relacionadas ao conforto do passageiro durante o tráfego em pista com irregularidades, principalmente devido a sua baixa rigidez em comparação com os demais componentes. O amortecedor tem como principal objetivo manter o contato do pneu com o solo, forçando o eixo/roda contra o chão, além de reduzir os deslocamentos gerados pela mola. Tais características variam de acordo com a aplicação da suspensão. Um carro

esportivo, por exemplo, tem suspensões com molas mais rígidas do que carros de passeios, para garantir um maior contato do pneu com o solo. Nos carros de passeios, entretanto, suspensões menos rígidas são prioridades, uma vez que são responsáveis pelo conforto dos usuários durante a viagem (RODRIGUES, 2005).

Em essência, a suspensão atua diretamente para garantir conforto e segurança ao usuário, características essas que tendem a ser conflitantes. Enquanto o uso de uma suspensão mais rígida melhora a estabilidade e a segurança, ela também compromete o conforto, devido às vibrações originárias das ondulações e buracos da pista serem menos absorvidas pelas molas. Já uma suspensão menos rígida para melhorar o conforto, pode comprometer a estabilidade do carro, pois irá diminuir a força sobre a roda e a aderência entre o pneu e o pavimento. Em uma frenagem brusca, por exemplo, um conjunto menos rígido na frente pode levar o carro a realizar o movimento de arfagem em demasia, onde a frente do veículo se aproxima excessivamente da pista.

Os efeitos da vibração mecânica e das irregularidades das pistas sobre o veículo e seus usuários são estudados através da dinâmica veicular, neste caso, mais especificamente na dinâmica vertical do veículo. Desta forma, a eficiência e o comportamento do sistema de suspensão podem ser analisados com o auxílio de um modelo dinâmico que forneça resultados teóricos antes de sua existência física. Com isso, são minimizados custos e prazos no projeto e construção da suspensão, permitindo a otimização e o dimensionamento prévio dos componentes, reduzindo tempo decorrentes de modificações e problemas que seriam detectados somente na experimentação do protótipo físico. Um tipo de modelo dinâmico que representa o sistema de suspensão de um veículo, classificado como clássico por ser simples e generalista, e também bastante utilizado em diversas literaturas, é o modelo de 1/4 do veículo (*quarter-car model*) com dois graus de liberdade (FREITAS, 2006).

A qualidade da via também tem relação direta com a suspensão, e consequentemente, com a análise do conforto e da segurança. Pois quanto pior a qualidade da estrada, maior serão os impactos transmitidos ao veículo. Desta forma, a utilização de sinais randômicos ou propriedades estatísticas que representam o perfil irregular das estradas tornam os estudos da dinâmica vertical do veículo mais representativos e próximos da realidade.

A aceleração da massa suspensa (chassi) e a força dinâmica sobre a massa não suspensa (roda) são as principais saídas do sistema de suspensão a serem observadas na análise de desempenho do modelo dinâmico. Isso se deve ao fato de que o conforto está ligado à percepção humana da vibração, e que a percepção da vibração depende da aceleração vertical à qual está exposto. Já a força dinâmica sobre a roda, está ligada ao critério de dirigibilidade, pois quanto maior essa força, menor o contato do pneu com o solo (POPP; SCHIEHLEN, 2010).

Objetivos

O principal desafio de um projeto de suspensão automotiva é adequar de forma equilibrada conforto e estabilidade. Com foco nisso, o presente trabalho tem como objetivo encontrar parâmetros de rigidez e amortecimento que garantam os melhores níveis de conforto e segurança (dirigibilidade), através da análise de influência dos parâmetros do sistema de suspensão, realizando simulações numéricas da dinâmica vertical com um modelo simplificado de 1/4 do veículo, principalmente em um perfil de estrada irregular, e posterior aplicação de otimização multiobjetivo, utilizando o método de algoritmos genéticos.

Para atingir este objetivo as seguintes etapas foram realizadas:

- conhecer os critérios de conforto e segurança, e como mensurá-los;
- desenvolver o modelo matemático do sistema de suspensão (modelo de 1/4 do veículo);
- obter um modelo matemático para o perfil de estrada irregular;
- definido o modelo matemático proposto por Agostinacchio, Ciampa e Olita (2014) como aquele que representa os perfis de estrada irregular do estudo, obter o gráfico dos perfis no *software Matlab*[®] para comparar com os resultados do artigo, antes de sua aplicação;
- realizar simulações numéricas do modelo de suspensão, utilizando sinais de teste (degrau unitário e entrada lombada), para analisar sua funcionalidade e comportamento;
- realizar simulações numéricas do modelo de suspensão, agora utilizando uma entrada perfil de estrada, para observar o comportamento das respostas dinâmicas ao longo do tempo, e também a influência da frequência natural e da taxa de amortecimento no valor RMS das respostas;
- realizar a otimização multiobjetivo, através do método de algoritmo genéticos (GA), mais especificamente o algoritmo NSGAI, para obter os valores ótimos dos parâmetros da suspensão;
- realizar novas otimizações, porém variando a qualidade da estrada, a velocidade de percurso e a variação da massa suspensa, para obter suas influências nos resultados, e conseqüentemente, no conforto e na segurança.

Todas as simulações numéricas e otimizações foram realizadas no *software Matlab*[®].

1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O estudo da suspensão veicular parte da compreensão de suas características e funções, conceitos da dinâmica veicular, além da análise do conforto e da segurança durante a condução, para identificar os parâmetros de maior influência na busca da melhor configuração. Também será abordado, de forma superficial, o pneu, cujas características têm importância no estudo da dinâmica vertical de um sistema de suspensão.

1.1 Suspensões veiculares

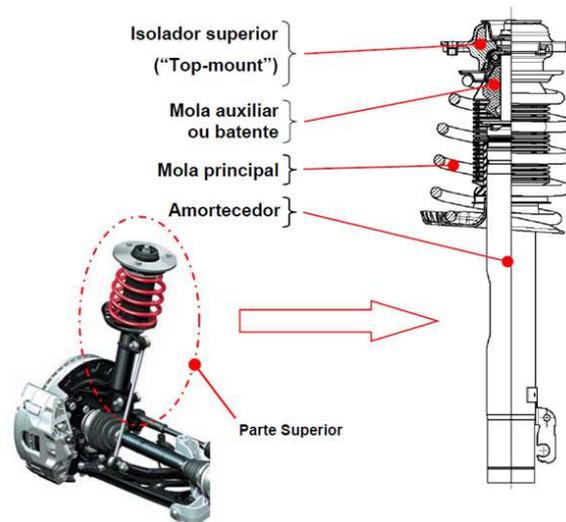
O sistema de suspensão de um veículo é de um conjunto de componentes mecânicos que conectam as rodas à estrutura do veículo. Quando em movimento, é o sistema de suspensão que mantém os ocupantes confortáveis e isolados de ruídos, solavancos e vibrações originários da estrada. É ele também o responsável por melhorar a dirigibilidade, permitindo que o motorista mantenha o controle do veículo em terrenos irregulares ou em paradas repentinas. Além disso, o sistema de suspensão impede e reduz danos e desgastes dos componentes e peças do carro (YUCHENG, 2008).

Segundo Bastow (1987), Rajamani (2006) e Gillespie (1992), as principais funções de um sistema de suspensão são:

- deixar o veículo estável em terrenos acidentados, mantendo os pneus em contato com a estrada, garantindo a segurança durante a condução;
- isolar o chassi do veículo dos distúrbios provenientes do solo, de modo a prover conforto aos tripulantes durante o passeio;
- prover boa dirigibilidade durante a realização de curvas, acelerações e frenagens;
- suportar o peso estático do veículo.

A partir de uma observação histórica, desde a época em que se usavam charretes puxadas a cavalo até os carros atuais, um grande esforço de engenharia foi dedicado ao projeto de sistemas de suspensão para melhorar a condução e o manuseio do veículo, juntamente com a segurança e o conforto do passageiro. Afinal, o desenvolvimento dos veículos e automóveis vieram antes das estradas pavimentadas e da preocupação com a qualidade das vias. A evidência da preocupação dos fabricantes de automóvel com o conforto pode ser observada na máquina *Benz Patent Motorwagen*, criado por Karl-Benz em 1886. Considerado o primeiro carro do mundo, ele não tinha sistemas como freio e transmissão, porém já contava com uma suspensão de molas elípticas na traseira para promover o conforto dos tripulantes (SABKA, 2017).

Figura 2 - Componentes de uma suspensão *MacPherson*, com detalhe para a parte superior.



Fonte: (FREITAS, 2006)

Os componentes básicos do sistema de suspensão incluem molas, amortecedores, isoladores e peças auxiliares. Atualmente, as suspensões já estão altamente avançadas tecnologicamente, porém os componentes principais e básicos de qualquer suspensão, ainda são a mola e o amortecedor, conforme apresentado na representação de uma suspensão *MacPherson* na Figura 2.

1.1.1 Molas

Os primeiros automóveis com sistemas de suspensão contavam apenas com as molas, que consistiam em finas camadas de pedaços estreitos de lâminas de aço empilhadas em uma forma elíptica. Em seguida, os diferentes tipos construtivos de molas passaram a ser implementados. As mais comuns presentes nas suspensões veiculares são: as molas helicoidais, as molas a ar e a gás, os feixes de molas e as barras de torção. A Figura 3 apresenta alguns desses tipos de molas usadas nas suspensões. As mais comuns são a do tipo helicoidal, por serem mais leves, menores e por proporcionar melhor conforto em comparação com as demais, geralmente utilizadas em suspensões *MacPherson* na dianteira de veículos de passeio de pequeno e médio porte (OKABE, 2003).

As molas são elementos mecânicos flexíveis, utilizados para sustentar a carga do veículo, e ao mesmo tempo, dar flexibilidade e absorver a energia cinética gerada pelas

Figura 3 - Tipos de molas usadas em suspensões veiculares.



Fonte: Adaptado de: (RILL, 2007)

irregularidades da pista e do movimento vertical do chassi, armazenando principalmente energia potencial por meio de deformações elásticas. Elas também resistem ao movimento da roda e respondem empurrando a roda de volta para baixo. O valor da rigidez da mola está diretamente ligado à carga recebida e inversamente proporcional à deformação elástica da mola. As molas podem ser classificadas como lineares, com deformação proporcional ao carregamento sofrido, ou não lineares, não obedecendo a Lei de Hooke (PIVETA, 2012). Neste estudo, não serão tratadas molas não lineares pela maior complexidade e pela baixa influência no resultado desejado.

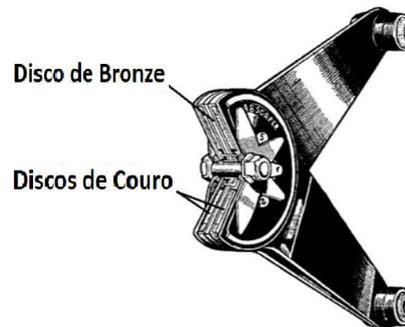
1.1.2 Amortecedores

A integração do amortecedor como elemento físico da suspensão veicular ocorreu principalmente para a resolução de um problema recorrente dos carros no início do século XX, as oscilações excessivas da mola. Com a excitação causada pela irregularidade do pavimento, a mola e o chassi ligado a ela oscilavam muito e demoravam a retornar à posição de repouso, o que era extremamente desagradável. Além disso, tal oscilação dificultava a fixação das rodas do veículo no chão, dificultando o controle direcional do automóvel, ainda mais que naquela época aumentava-se, cada vez mais, a potência de seus motores.

Os amortecedores podem ser divididos em dois tipos: o de atrito seco com elementos sólidos e o hidráulico com elementos fluídicos. Um tipo comum em épocas passadas era o amortecimento por atrito de discos sobrepostos e girando em direções opostas. Um exemplo desse tipo é o amortecedor de tesoura de Andre-Hartford, ilustrado na Figura 4, que funcionava sobre o princípio da fricção, com discos de couro embebidos em óleo e bronze intercalados, montados em uma articulação em formato de tesoura que gerava o amortecimento por meio do atrito entre esses componentes.

Entretanto, esse tipo de amortecedor parou de ser utilizado devido a sua performance limitada, pois a força de amortecimento era independente da velocidade de ex-

Figura 4 - Amortecedor de tesoura de Andre-Hartford.



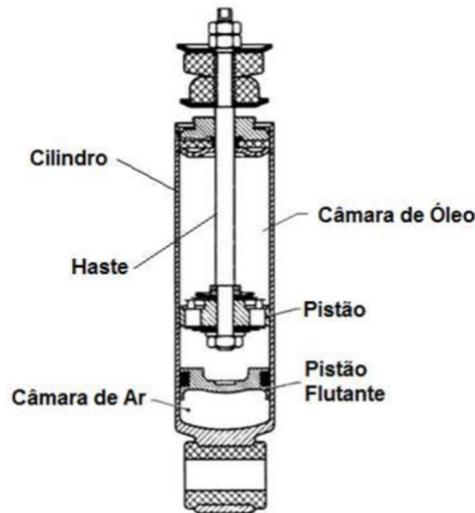
Fonte: (OLIVEIRA, 2014)

citação, diferente do que é visto nos amortecedores atuais, como o hidráulico telescópico, ilustrado na Figura 5. Os amortecedores hidráulicos telescópicos restringem os movimentos da mola e evitam que a mola continue a vibrar, dissipando a energia de oscilação. Geralmente essa dissipação é pela conversão em energia térmica e sonora, através da interação do fluido com a estrutura do amortecedor, onde o fluido hidráulico é pressionado pelo pistão a passar por orifícios presentes no interior de uma câmara, e assim causar perda de carga e diminuição das oscilações do veículo. Além disso, o amortecedor possibilita a roda permanecer fixa ao pavimento, oferecendo maior segurança ao conduzir o veículo (YUCHENG, 2008)(OLIVEIRA, 2014).

O coeficiente de amortecimento de uma suspensão está diretamente ligado à carga recebida e inversamente proporcional à sua velocidade de acionamento. Ou seja, quanto mais rápido a suspensão se move, mais resistência o amortecedor fornece. Isso permite que os choques se ajustem às condições da estrada e controlem todos os movimentos indesejados que podem ocorrer em um veículo em movimento. Segundo Piveta (2012), com um nível de amortecimento bom, um veículo volta ao estado normal de tráfego em poucos segundos. Porém, um veículo sem amortecimento ficará oscilando para cima e para baixo por um período maior, o que causará desconforto e afetará a segurança dos passageiros.

Os amortecedores também podem ser caracterizados quanto a sua dissipação, seja como linear viscoso ou progressivo (não linear). Essa característica é devida à linearidade da força de amortecimento com a velocidade relativa de acionamento. Uma suspensão real, possui amortecimento progressivo, porém neste estudo vamos considerar o modelo linear, pois como aponta Freitas (2006) em seu estudo, para análises preliminares da massa suspensa, é viável o uso de um amortecimento linear no modelo simplificado de 1/4 do veículo.

Figura 5 - Amortecedor hidráulico telescópico com pistão flutuante separando câmaras de ar e óleo.



Fonte: (OLIVEIRA, 2014)

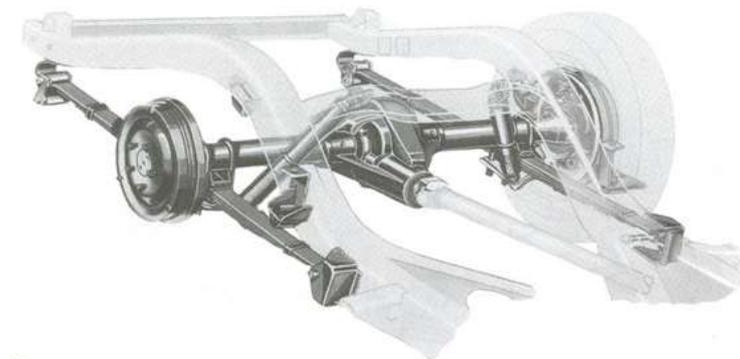
1.1.3 Tipos e características

A variedade de categorias de veículos automotivos é ampla, assim como sua segmentação por desempenho e por classes sociais. A suspensão veicular acompanha tais diferenças através do tipo, do número e da localização de molas e amortecedores, construídos e montados de acordo com o perfil de veículo desejado, além dos parâmetros da mola e do amortecedor da suspensão que são projetados especialmente para o tipo de aplicação.

1.1.3.1 Suspensões dependentes e independentes

Dentre os diferentes tipos de suspensão, destacam-se dois tipos: o sistema de suspensão dependente e o sistema de suspensão independente. O sistema dependente, tem um ou mais eixos rígidos que mantêm as rodas opostas juntas, de modo que qualquer movimento de uma roda seja transmitido para a roda oposta, eles também são chamados de eixos rígidos. Sua vantagem está na simplicidade de construção, robustez e baixo custo. Até os dias atuais são utilizados na suspensão traseira de muitos carros e na maioria dos caminhões, inclusive na frente, quando este tem tração nas quatro rodas. A Figura 6 apresenta um exemplo de eixo rígido conhecido como *Hotchkiss* com um par de molas semielípticas montado longitudinalmente no eixo.

Figura 6 - Eixo rígido com molas semielípticas conhecido como *Hotchkiss*.



Fonte: (FREITAS, 2006)

Ao contrário do sistema de suspensão dependente, as suspensões independentes permitem que cada roda se mova verticalmente sem afetar a roda oposta. A maioria dos carros de passageiros e caminhões leves usam suspensões frontais independentes, por causa das vantagens em fornecer mais espaço para o motor e pela melhor resistência às vibrações, principalmente na rolagem (*roll*), movimento que será visto mais adiante. Assim como as suspensões dependentes, existem vários modelos de suspensões independentes, sendo que a mais utilizada atualmente, principalmente na dianteira de veículos de passeio, é a suspensão *MacPherson*, que já foi apresentada na Figura 2. Sendo este tipo de suspensão ideal para ser representada no estudo do modelo simplificado de um quarto do veículo, pois tem-se uma melhor análise se a suspensão for independente (GILLESPIE, 1992)(YUCHENG, 2008)(FREITAS, 2006).

1.1.3.2 Suspensões passivas e ativas

Outra classificação que pode ser feita para as suspensões, é referente à tecnologia envolvida para permitir adaptações, em tempo real, à mola e ao amortecedor para entregar melhores condições de segurança e conforto para o usuário. As suspensões que possuem essa tecnologia, e permitem alcançar condições de conforto e de dirigibilidade ao mesmo tempo, utilizando algoritmos e sistemas de controles associados a sensores e atuadores, são chamadas de suspensões ativas e semi-ativas (PIVETA, 2012).

Fang et al. (2011) propõem um modelo dinâmico de sete graus de liberdade para uma suspensão semi-ativa, usando um controle de *loop* duplo. Ele consiste no controle do

loop interno e do *loop* externo. O controle do interno é obtido utilizando controle difuso (lógica *fuzzy*), isolando a vibração da massa suspensa da oscilação da massa não suspensa induzida por terrenos irregulares. O controle externo é obtido por controle linear, que estabiliza o movimento e fornece o controle de atitude à massa suspensa. Os resultados das simulações indicam que o controle proposto é muito eficaz no isolamento de vibrações.

Yagiz e Hacıoglu (2008) apresentam um projeto de controle *backstepping* para uma suspensão ativa veicular. A partir de um modelo de veículo completo não linear, com sete graus de liberdade, esse controle é utilizado pois oferece um procedimento sistemático para a construção das funções de Lyapunov e leis de controle de *feedback*, garantindo a estabilidade do sistema e uma melhoria do conforto na condução. Além disso, alguns problemas de implementação relacionados ao projeto do controlador são abordados para melhorar a aplicabilidade e o desempenho do controlador. Posteriormente, a eficiência do controlador é avaliada nos domínios do tempo e da frequência. As respostas no tempo e as respostas na frequência, com diferentes condições da estrada, indicaram que o controlador projetado tem eficiência, resultando em maior conforto na condução dos passageiros.

Entretanto, apesar de serem eficientes, elas têm altíssimos custos devido ao valor dos sensores e atuadores que a compõem. Desta forma, a maioria dos veículos fabricados atualmente ainda utilizam as chamadas suspensões passivas, que não utilizam atuadores e sensores para adaptar as condições da mola e do amortecedor. Isso se deve à sua relativa simplicidade, confiabilidade e baixos custos envolvidos na manutenção. Sendo assim, o projeto de uma suspensão passiva deve ter o compromisso em estabelecer a melhor relação entre conforto e segurança do veículo.

1.1.4 Influência da roda/pneu

O sistema de suspensão é compreendido entre o chassi e o solo, também chamado de suspensão primária, incluindo a roda como massa não suspensa e o pneu como elemento elástico. O conhecimento das forças e momentos gerados pelas rodas no chão é essencial para entender a dinâmica de veículos. Esse papel importante é devido aos pneus serem os primeiros elementos elásticos entre o chassi e a pista, tendo como função o isolamento de irregularidades da estrada, principalmente aquelas de amplitudes inferiores e de alta frequência, que não são amortecidas efetivamente pela suspensão. Além disso, a deflexão do pneu, assim como a força de contato com o solo, está vinculada à dirigibilidade e à segurança na condução, devido a sua influência no contato entre o pneu e o solo (RODRIGUES, 2005) (GILLESPIE, 1992).

Um solavanco na estrada faz com que a roda se mova para cima e para baixo perpendicularmente à superfície da estrada, experimentando uma aceleração vertical ao passar por uma imperfeição. Sem uma estrutura intermediária (suspensão), toda a energia

vertical da roda é transferida para o chassi, que se move na mesma direção. Em tal situação, as rodas podem perder completamente o contato com a estrada. Isso evidencia a necessidade de um sistema que absorva a energia da roda acelerada verticalmente, permitindo que o chassi e o corpo permaneçam sem serem perturbados enquanto as rodas seguem as colisões na estrada.

Diniz (2014) destacou a existência de trabalhos voltados para determinação da rigidez e do amortecimento do pneu, a influência da sua pressão interna, geometria e tipo de arranjo, evidenciando a sua complexidade e não linearidade. Entretanto, ele aponta que Matthews e Talamo (1965) evidenciam que mesmo que o pneu tenha as características dinâmicas de não linearidade, existe a proximidade do modelo real com a hipótese de linearidade para a rigidez e amortecimento do pneu, sendo satisfatório para representar a dinâmica do veículo.

Estudos apontam que o pneu possui uma rigidez elástica de $200.000N/m$, assim como demais referências utilizam valores em torno deste. O amortecimento do pneu, nos estudos anteriores referenciados, não é representado no modelo clássico de 1/4 do veículo por ser muito pequeno em comparação ao amortecimento da suspensão, tendo pouca influência nas análises para esse modelo (FREITAS, 2006) (SOUSA; AVILA, 2017) (VERROS; NATSIAVAS; PAPADIMITRIOU, 2005).

1.2 Dinâmica veicular

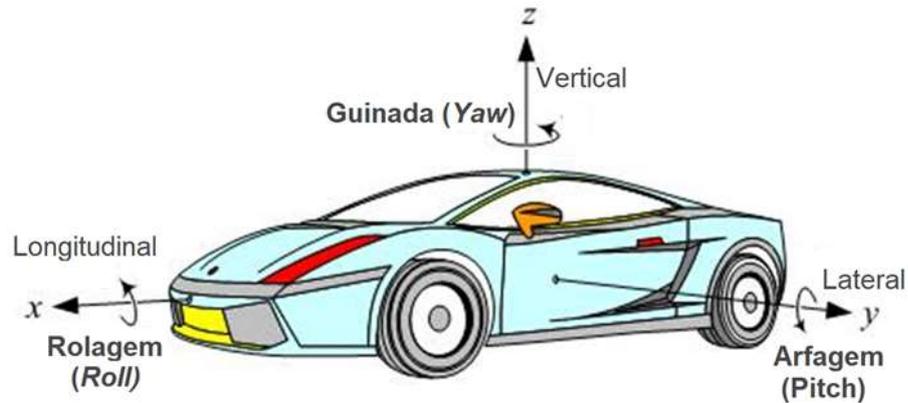
1.2.1 Introdução

Rodrigues (2005) classifica a dinâmica veicular como a reunião de definições e fenômenos analíticos e experimentais usados para compreender o comportamento do veículo a diversas situações de movimentos. Vargas (2011) parte da definição de dinâmica como sendo o estudo do movimento e dos esforços causados por ele. Conseqüentemente, na dinâmica veicular trata-se do movimento do veículo e de suas partes (observado através do deslocamento, velocidade e aceleração), originado pelas forças e momentos aplicados pelo ambiente e comandos do motorista.

Oliveira (2014) afirmam que a dinâmica veicular, com o intuito de simplificar seus estudos e análises, é comumente dividida em três áreas: dinâmica lateral, dinâmica longitudinal e dinâmica vertical. A Figura 7 apresenta o sistema de coordenadas, convencionado pelo padrão europeu (ISO 4130 e DIN 70000), relacionando as áreas de estudo e suas respectivas movimentações características.

Na dinâmica longitudinal são estudados os movimentos de translação longitudinal no eixo x , originados pela aceleração ou desaceleração do veículo. Assim como, a rotação em torno do eixo y (arfagem ou *pitch*), em resposta aos torques aplicados às rodas durante

Figura 7 - Sistema de coordenadas e movimentação do estudo da dinâmica veicular.



Fonte: Adaptado de: (JAZAR, 2008)

a aceleração ou frenagem. O desempenho de condução dos automóveis à médias e altas velocidades, assim como situações de aclave/declive e distribuição de carga nos eixos do veículo são analisados por meio da dinâmica longitudinal.

A dinâmica lateral estuda a estabilidade e o comportamento do veículo, principalmente em curvas, através do movimento de translação lateral no eixo y e nas rotações em torno do eixo z (guinada ou *yaw*) e do eixo x (rolagem ou *roll*), como resultado da atuação (esterçamento) no volante. Situações quando o veículo sai de frente ou de traseira (derrapagem) são analisadas nesta área.

Já a dinâmica vertical compreende as análises do movimento de translação vertical no eixo z (salto ou *bounce*), assim como as rotações em torno do eixo x (rolagem ou *roll*) e do eixo y (arfagem ou *pitch*), devido às irregularidades do terreno. Nesta área são analisadas as características dos componentes do veículo, como componentes estruturais do chassi e suspensões, sempre visando a segurança e o conforto.

A Tabela 1, baseada nas informações de (MERLING, 2007) e (VARGAS, 2011), apresenta uma relação entre as solicitações externas e seus respectivos movimentos de reação, em cada área da dinâmica veicular. Assim como estudos relacionados a elas.

Existem situações que envolvem mais de uma área da dinâmica combinadas e estudadas simultaneamente. Entretanto, esses tipos de análises demandam maior complexidade dos modelos numéricos dos veículos.

Tabela 1 - Relação de áreas da dinâmica veicular com seus respectivos movimentos e ações externas estudadas.

Dinâmica	Solicitação Externa	Movimento	Alguns estudos relacionados
Longitudinal	Aceleração e Desaceleração	Translação no eixo x	<ul style="list-style-type: none"> • Desempenho de condução dos automóveis à médias e altas velocidades; • Situações de aclave/declive; • Distribuição de carga nos eixos do veículo.
	Torques aplicados às rodas	Rotação em torno do eixo y (arfagem ou <i>pitch</i>)	
Lateral	Realização de uma cova	Translação no eixo y	<ul style="list-style-type: none"> • Estabilidade; • Esterçamento em baixa e alta velocidade (Controle); • Comportamento do veículo em curvas.
		Rotação em torno do eixo z (guinada ou <i>yaw</i>)	
		Rotação em torno do eixo x (rolagem ou <i>roll</i>)	
Vertical	Oscilações do terreno	Translação no eixo z (salto ou <i>bounce</i>)	<ul style="list-style-type: none"> • Conforto (redução das vibrações); • Segurança de condução (dirigibilidade ou <i>Handling</i>).
		Rotação em torno do eixo x (rolagem ou <i>roll</i>)	
		Rotação em torno do eixo y (arfagem ou <i>pitch</i>)	

Fonte: O autor, 2019.

1.2.2 Dinâmica vertical

Dentre os movimentos de rolagem (*roll*) e arfagem (*pitch*), retratados na Figura 8, Freitas (2006) destaca algumas grandezas de interesse da dinâmica vertical relacionadas ao salto (*bounce*): o deslocamento do centro de gravidade do chassi (massa suspensa) e da roda (massa não suspensa) e a deflexão da suspensão e da roda. Além disso, outras grandezas relacionadas as anteriores também são de interesse da dinâmica vertical, principalmente a este estudo, como a variação da força de contato entre o pneu e o solo e as acelerações das massas suspensa e não suspensa, assim como as frequências naturais do veículo.

Para conhecer e mensurar esses parâmetros, é necessário entender a vibração, fenômeno da dinâmica vertical resultado das oscilações verticais, e os modelos dinâmicos que são utilizados como ferramentas de predição nesses sistemas. Segundo Diniz (2014), a vibração causada por fontes excitadoras é a resposta dinâmica do veículo, sendo uma forma de caracterizar o comportamento dinâmico do veículo.

Figura 8 - Movimentos de salto (*bounce*), arfagem (*pitch*) e rolagem (*roll*).



Fonte: O autor, 2019.

1.2.3 Resposta dinâmica do veículo

A dinâmica vertical teve seus primeiros estudos focados nos modos de vibração verticais, com o intuito de melhorar o conforto dos ocupantes dos automóveis da época, que cada vez mais experimentavam maiores velocidades em perfis de estradas de qualidades distintas, expondo os passageiros à vibrações geradas pelas irregularidades da via, que não eram filtradas pela suspensão (DUARTE, 2010).

Em geral, as vibrações mecânicas são o resultado da transformação contínua da energia cinética para energia potencial e de energia potencial para energia cinética, alternadamente. Desta forma, o elemento mecânico que armazena a energia cinética é chamado de massa, e o elemento que armazena energia potencial é chamado de mola. Se o valor total da energia mecânica, soma das energias cinética e potencial, diminuir durante a vibração, existe um elemento mecânico que dissipa a energia, que é chamado de amortecedor (JAZAR, 2008). A Figura 9 apresenta os símbolos que representam a massa, a mola e o amortecedor em modelos dinâmicos simplificados.

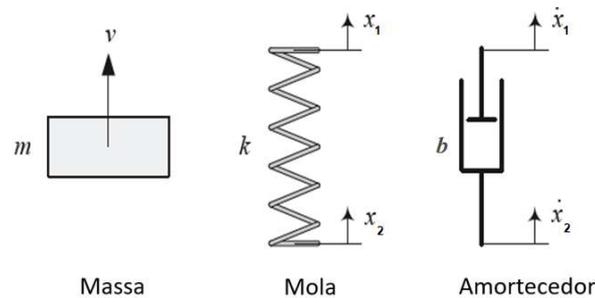
Segundo Rao (2011), as oscilações de energia cinética aparecem como um movimento periódico (ciclo), caracterizado pelo período T , que é o tempo requerido para um ciclo completo de vibração, e pela frequência de oscilação f , que é o número de ciclos em um T , i.e.,

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}, \quad (1)$$

onde ω denota a velocidade angular do movimento cíclico, medido em radianos por segundo (*rad/s*). Esse parâmetro é chamado de frequência circular, para distinguir da frequência linear, medido em ciclos por segundo (*Hz*).

A vibração pode ser classificada em dois tipos: livre e forçada. A vibração livre é caracterizada pela ausência de força externa ou excitação ao sistema, basta um dos estados cinemáticos (movimento, velocidade ou aceleração) não ser zero que ocorre a

Figura 9 - Representação da massa m , da mola k e amortecedor.



Fonte: Adaptado de: (JAZAR, 2008).

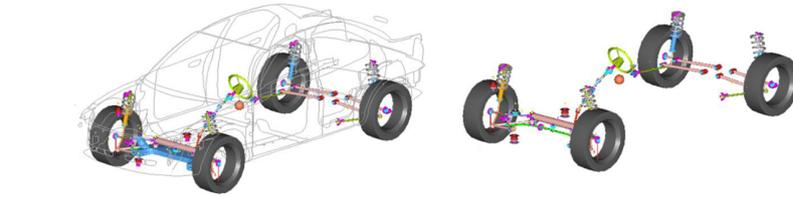
oscilação. Se aplicada qualquer força externa ou excitação, o movimento resultante do sistema é chamado de vibração forçada, podendo ser de quatro tipos diferentes: harmônica, periódica, transitória ou aleatória. Neste estudo, será utilizado sempre a vibração forçada nas análises. Entretanto, como se trata de uma suspensão veicular, a vibração aleatória é a que irá trazer resultados mais próximos da realidade.

Para obter as respostas dinâmicas do veículo, foram desenvolvidas, ao longo do tempo, ferramentas de modelagem matemática que permitem um estudo mais detalhado do comportamento vertical do veículo. Segundo Popp e Schiehlen (2010), para a modelagem é aconselhável decompor o sistema total veicular em subsistemas, como sistema de propulsão, sistema de orientação e sistema de suspensão, com interfaces entre forças e movimentos claramente definidos. No caso do sistema de suspensão veicular, existem os modelos que são mais simples (um ou dois graus de liberdade) ou aqueles mais complexos (múltiplos graus de liberdade). Drehmer (2012) afirma que os modelos veiculares procuram representar matematicamente a dinâmica de um veículo real submetido a uma excitação. A Figura 10 apresenta alguns modelos para análise dinâmica da suspensão veicular, tais como: multicorpos, veículo inteiro (*full vehicle*), metade do carro (*half car*) e um quarto do carro (*quarter car*).

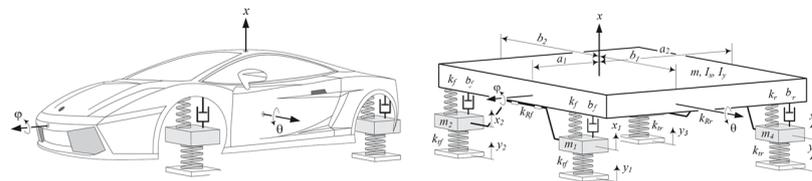
Rauh (2003) defende que um modelo matemático deve ser o mais simples possível e, portanto, utilizar o mínimo de recursos computacionais em sua simulação, para satisfazer ao estudo proposto.

Segundo Jazar (2008), o modelo de um quarto de carro (QCM – *Quarter car model*), mostrado na Figura 10d, é o modelo mais empregado para análises e simulações de um sistema de suspensão veicular em fases iniciais de projeto. Trata-se de um modelo com dois graus de liberdade (GDL), sendo que cada massa corresponde a um grau de liberdade.

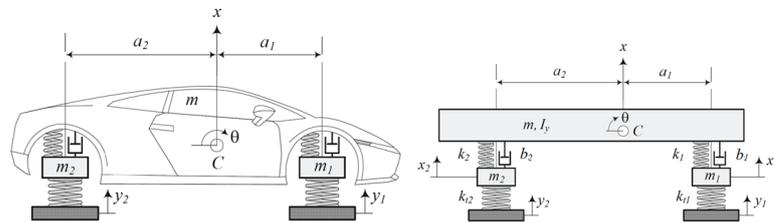
Figura 10 - Modelos de veículos para análise da dinâmica vertical.



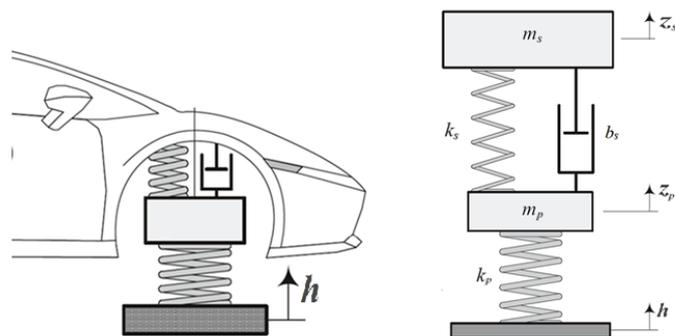
(a) Modelo multicorpos.



(b) Modelo veículo inteiro.



(c) Modelo metade do carro.



Chamado também de modelo simplificado ou modelo clássico, ele permite apenas o estudo do movimento vertical, não sendo possível análises dos movimentos rotacionais de rolagem e arfagem. Este será o modelo utilizado para as simulações e otimizações realizadas neste estudo.

São cinco os elementos mecânicos que compõem o modelo de um quarto do carro: duas partículas (massas), duas molas, um amortecedor. As partículas caracterizam a massa suspensa e a massa não suspensa. A massa suspensa consiste em 1/4 da massa de tudo aquilo que é suportado pela suspensão, carroceria, motor, bancos, componentes elétricos, transmissão, entre outros. Já a massa não suspensa é aquela que está em contato direto com o solo e engloba o sistema de suspensão, rodas, eixos e outros componentes ligados ao conjunto roda e pneu. Por sua vez, as molas representam: a rigidez da suspensão e a rigidez do pneu. Sendo que uma mola e um amortecedor suportam a massa suspensa e são chamados de suspensão principal. Enquanto a mola que sustenta a massa não suspensa representa a característica elástica do pneu em contato com o solo.

1.2.4 Frequência natural e taxa de amortecimento

Muito utilizadas em estudos que envolvem as respostas dinâmicas, a frequência natural não amortecida f_n e a taxa de amortecimento ξ , são os principais fatores usados para caracterizar e analisar o comportamento do sistema dinâmico. Além de permitir estudar os efeitos de parâmetros específicos da suspensão em seu desempenho, como a rigidez e o amortecimento, com o qual estão relacionados.

Se um sistema após uma excitação inicial for deixado para vibrar por conta própria, a frequência com que ele irá oscilar sem forças externas será a sua frequência natural. Além disso, um sistema vibratório com n graus de liberdade terá n frequências naturais de vibração (RAO, 2011).

A frequência natural de um sistema com 1 GDL é definido como:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ (rad/s) ,} \quad (2)$$

ou

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ (Hertz) .} \quad (3)$$

A variável ω_n medida em radianos por segundo e a variável f_n medida em ciclos por segundo (*Hertz*), conforme as Eqs. (2) e (3), são chamadas de frequência natural e frequência angular não amortecidas, respectivamente, uma vez que o amortecimento é ignorado. Vale ressaltar, que esta frequência é função apenas da massa m e da rigidez k .

Quando o problema de vibração livre deixa de ser somente um sistema massa-mola e passa a ter um amortecimento, como nas suspensões veiculares, sua solução depende do coeficiente de amortecimento crítico \bar{b} , dado por:

$$\bar{b} = 2\sqrt{m k} . \quad (4)$$

E pelo parâmetro adimensional denominado taxa de amortecimento ξ , dado pela razão entre o amortecimento real b e o seu amortecimento crítico \bar{b} :

$$\xi = \frac{b}{\bar{b}} = \frac{b}{2\sqrt{m k}} . \quad (5)$$

Desta forma, na presença do amortecimento, além da frequência natural não amortecida f_n , o sistema será caracterizado também por:

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} , \quad (6)$$

ou

$$f_d = f_n \sqrt{1 - \xi^2} . \quad (7)$$

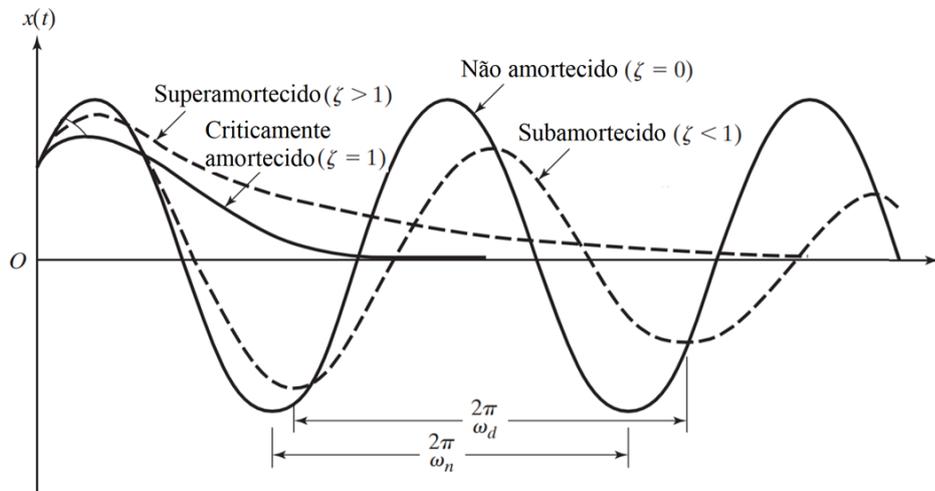
A variável f_d em *Hertz* (ou ω_d em *rad/s*) é chamada de frequência natural amortecida. Dependendo do valor da taxa de amortecimento ξ , o sistema pode apresentar ou não um movimento oscilatório na frequência f_d . Baseado nisso, considerando que $\xi \neq 0$, são observadas três situações:

- sistema subamortecido: $0 < \xi < 1$;
- sistema criticamente amortecido: $\xi = 1$;
- sistema superamortecido: $\xi > 1$.

A Figura 11 representa os três casos acima, além da ausência de amortecimento, através das suas respectivas respostas $x(t)$ a uma excitação ao longo do tempo. Para $\xi = 0$ a resposta oscila sem atenuar-se ao longo do tempo. Diferente do que ocorre quando $0 < \xi < 1$ (subamortecido), onde a resposta harmônica vai atenuando ao longo do tempo. Já em sistemas onde $\xi \geq 1$ (criticamente amortecido ou superamortecido), onde não ocorrem respostas oscilatórias, a resposta tende a zero ao longo do tempo, e quanto maior o amortecimento, mais demorado será a atenuação.

O caso subamortecido é muito importante no estudo das vibrações mecânicas, pois é o único caso que leva a um movimento oscilatório atenuando ao longo do tempo. Este caso está presente na maioria dos automóveis, principalmente, aqueles de passeio. Segundo Gillespie (1992), a taxa de amortecimento ξ ideal para os carros de passeio se situa na faixa de 0,2 a 0,4.

Figura 11 - Diferentes respostas do sistema, ao longo do tempo, de acordo com o valor da taxa de amortecimento.



Fonte: (RAO, 2011)

No estudo sobre o papel de um sistema de suspensão, principalmente relacionado a sua taxa de amortecimento, na dirigibilidade e segurança de um veículo, Calvo, Diaz e Roman (2005) dizem que a taxa de amortecimento de uma suspensão veicular também se encontra na faixa entre 0,2 e 0,4. Além disso, a partir desta faixa, eles apresentam uma relação entre o tipo de carro e a sua respectiva taxa de amortecimento normalmente utilizada. Para eles os carros confortáveis, ou seja, carros de passeio, possuem taxas que ficam entre 0,20 e 0,25. Já nos carros semi-esportivos e esportivos, as taxas ficam entre 0,25 e 0,35. Enquanto que para carros de corrida, a taxa de amortecimento utilizada é entre 0,35 e 0,40.

Sendo assim, considerando essa faixa de taxa de amortecimento, a frequência natural não amortecida será levemente diferente da amortecida e por isso, em alguns estudos, a frequência natural não amortecida é utilizada para caracterizar o comportamento dinâmico (NICOLAZZI, 2004).

1.2.4.1 Desacoplamento de frequência

Popp e Schiehlen (2010) apontam a inconsistência dos requisitos de uma suspensão veicular, que por um lado, deve manter a altura do chassi constante sem acelerações vibracionais durante o trajeto, e por outro lado, deve possibilitar que as rodas acompanhem o perfil irregular da estrada sem atrasos, resultando numa carga constante da roda com o solo. Segundo ele, este problema pode ser resolvido através do desacoplamento de frequência, partindo de um modelo de um quarto de carro, com dois graus de liberdade,

no qual a frequência natural do chassi f_{n_s} (massa suspensa) deve ser a mais baixa possível, enquanto que a frequência natural das rodas f_{n_p} (massa não suspensa) deve ser a mais alta possível. Para que isso ocorra, a rigidez do pneu deve ser muito maior que a rigidez da suspensão. Sendo assim, as duas frequências naturais não amortecidas da suspensão de um quarto do carro podem ser determinados a partir de:

$$f_{n_s} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_s}{m_s}}, \quad (8)$$

e

$$f_{n_p} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_p}{m_p}}. \quad (9)$$

Rajamani (2006), em seu livro, comparou como o desacoplamento da frequência influencia na obtenção das frequências naturais do sistema. A partir do mesmo modelo utilizado por Popp e Schiehlen (2010) (e que será utilizado neste estudo), considerando que a rigidez do pneu é muito maior que a da suspensão, ele calculou as duas frequências naturais de diferentes modos. Primeiro utilizando as Eqs. (8) e (9), obtidas a partir de aproximações devido a grande diferença entre a rigidez do pneu e da suspensão. Depois realizou os cálculos através do *Matlab*[®] das frequências naturais normalmente. O resultado utilizando o desacoplamento (com aproximação) apresentou uma variação abaixo de 5% quando comparado o resultado sem aproximação.

Como forma de validar este método, o mesmo comparativo foi realizado com o modelo utilizado nesta dissertação, onde os cálculos das frequências naturais foram feitos através das Eqs. (8) e (9), e também pela obtenção dos autovalores associados às matrizes de massa e rigidez do modelo. Com os mesmos parâmetros utilizados nas simulações e otimizações, a diferença entre as frequências naturais encontradas pelos dois métodos de cálculo não ultrapassaram 2% de variação.

A Tabela 2 apresenta as faixas de frequência natural da massa suspensa, para movimento vertical, comumente utilizadas em alguns tipos de veículos. Segundo Merling (2007), para veículos de passageiros, a massa suspensa apresenta como frequência ideal de 1 a 1,33 Hz , enquanto para veículos de passageiros mais esportivos a faixa fica entre 1,33 e 1,67 Hz . Para aplicações esportivas, priorizando mais a segurança e dirigibilidade do que o conforto, a frequência fica acima de 1,67 Hz , podendo chegar a 3 Hz ou mais.

Segundo Diniz (2014), a frequência natural da massa suspensa para veículos de passeio corresponde entre 1,0 a 1,2 Hz , para movimento vertical (*bounce*). Recomendando, neste caso, acelerações verticais da massa suspensa de zero a 0,4 g para rodagem suave, de 0,4 a 0,6 g para rodagem normal e maior que 0,6 g para rodagem de maior impacto (esportiva ou fora de estrada).

Tabela 2 - Tabela de frequências naturais da massa suspensa para diferentes tipos de veículos.

Frequência Natural (Hz)	Aplicação
$< 0,833$	Perigoso. A massa suspensa do veículo ganha muito movimento.
$1 - 1,33$	Para veículos de rua visando o conforto.
$1,33 - 1,67$	Para veículos de rua visando a esportividade.
$1,67 - 2,1$	Para veículos de corrida.
$2,1 - 2,9$	Para veículos de corrida mais solicitados.
$> 2,9$	Para veículos de Fórmula 1.

Fonte: (MERLING, 2007)

1.2.4.2 Frequência, deflexão estática e curso útil

O isolamento entre a massa suspensa e a estrada irregular pode ser melhorado usando uma suspensão com rigidez baixa, reduzindo assim a sua frequência natural e melhorado o conforto do usuário. No entanto, além de reduzir a dirigibilidade, problemas com o dimensionamento da mola são causados, devido ao grande movimento relativo entre as massas suspensas e não suspensas. Sendo assim, é importante que em um projeto de sistemas de suspensão seja considerado o curso da suspensão máximo e a deflexão estática. Quando a massa vibra em uma direção vertical, é possível calcular a deflexão estática, dada pela variável d_{est} , através apenas da frequência natural da massa suspensa, não precisando saber a rigidez da mola e nem a massa m_s . Como a força estática sobre a suspensão é o peso da massa suspensa, é possível obter a deflexão estática da seguinte maneira:

$$d_{est} = \frac{g}{4 \pi^2 f_{n_s}^2}, \quad (10)$$

onde g é igual aceleração da gravidade em m/s^2 e f_{n_s} é a frequência natural não amortecida da massa suspensa. Sendo assim, para uma frequência natural de cerca de 1 Hz , considerada ideal para veículos rodoviários, é necessária uma deflexão estática da mola de aproximadamente 254 mm . Já com uma frequência de $1,4 \text{ Hz}$, a deflexão estática reduz pela metade, resultando em aproximadamente 127 mm . Segundo Gillespie (1992), com uma rigidez baixa o suficiente para produzir uma frequência de 1 Hz , pelo menos 127 mm de curso devem estar disponíveis para absorver uma carga associada a uma aceleração vertical de $0,5g$, sem atingir o fim de curso da suspensão. Isso implica que, para acelerações relativamente modestas impostas pelo solo, o curso da suspensão precisa ser relativamente grande para valores de frequências de $1,0 \text{ Hz}$. Para ele, a maioria dos carros grandes tem um curso de suspensão utilizável na faixa de 177 a 203 mm aproximadamente. Em carros pequenos e compactos, o curso pode ser reduzido para 127 a 152 mm (JAZAR, 2008).

Nicolazzi (2004) aponta o problema do uso de baixas frequências naturais em veículos pequenos, onde a deflexão estática será alta e o espaço disponível para o curso de suspensão será pequeno, limitando assim o uso de frequências naturais muito baixas. Desta forma, o conforto do veículo pode ser prejudicado, pois para atender o espaço disponível para o curso da suspensão, usa-se frequências mais altas e conseqüentemente molas mais rígidas.

1.3 Avaliação e critérios de conforto

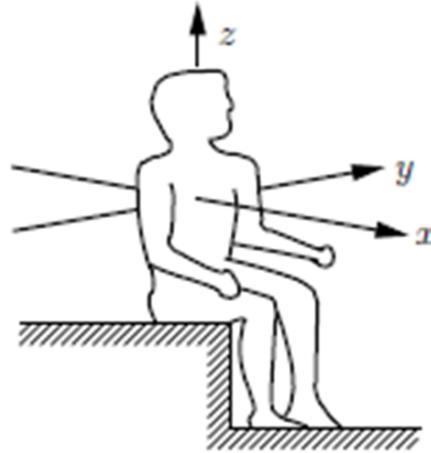
Definir o conforto em um veículo é algo complexo e subjetivo, pois o critério pode mudar de acordo com a sensibilidade do usuário e com o tempo. Mello (2017) exemplifica isso dizendo que, geralmente, pessoas mais jovens procuram carros com maior potência, onde é necessário que a suspensão seja mais rígida a fim de se adequar a essa condição, enquanto pessoas com mais idade tendem a exigir maior conforto. Além disso, a situação momentânea e psicológica do motorista e dos passageiros também interferem na percepção do conforto.

Okabe (2003) em seu estudo sobre o projeto de uma suspensão veicular, demonstra historicamente a preocupação com o conforto através do surgimento e desenvolvimento da suspensão ao longo do tempo, tão antigo quanto o surgimento dos primeiros veículos. Além disso, ele evidencia também o crescente investimento das montadoras na garantia de um bom conforto para os usuários, pois sabem de sua importância na percepção de qualidade do veículo.

O conforto depende principalmente do comportamento dinâmico do corpo do veículo, ou seja, da massa suspensa. Sendo suas movimentações verticais (*bounce*) e rotacionais (*pitch* e *roll*) responsáveis pela vibração na qual o veículo, e conseqüentemente, o passageiro e o motorista ficam expostos.

As vibrações que afetam o conforto e são transmitidas ao veículo e a seus usuários, geralmente possuem duas origens diferentes: as fontes a bordo e as fontes rodoviárias. As fontes a bordo, também chamadas de ruído, são originadas por componentes do próprio veículo, como o motor, por exemplo. As vibrações causadas por estas fontes resultam em frequências entre 25 *Hz* e 20 *kHz*, faixa com os limiares inferior e superior das frequências sensíveis ao ouvido humano. As fontes rodoviárias, como o próprio nome propõem, são as vibrações causadas pelas imperfeições da pista. Com isso, muitos estudos utilizam o termo "ride" para se referir as excitações vibracionais geradas pela estrada, que resultam em frequências de 0 a 25 *Hz* no veículo. Por essa faixa compreender as frequências mais sensíveis ao corpo humano, as excitações causadas pela estrada são os fatores mais importantes que afetam o conforto do passageiro e do motorista no veículo (SARAMI, 2009).

Figura 12 - Direção da vibração em que o humano sentado é exposto.



Fonte: (POPP; SCHIEHLEN, 2010)

Popp e Schiehlen (2010) afirmam que o conforto do usuário durante o passeio está ligado a percepção humana das vibrações originárias das irregularidades da pista, onde experimentos relacionados à ergonomia (vibrações ocupacionais) mostram que essa percepção das vibrações depende da aceleração, na direção horizontal (x, y) ou vertical (z), conforme a Figura 12. Entretanto, como o modelo utilizado possui apenas dois graus de liberdade e apenas uma massa suspensa, a aceleração vertical é a única que será observada. Ou seja, o movimento de rolagem e arfagem não serão abordados no presente estudo, somente o movimento na direção vertical (*bounce*) será avaliado com relação ao conforto.

Para quantificar o conforto, ou seja, a aceleração vertical da massa suspensa, alguns métodos de medição são propostos por diferentes literaturas. O método de medição mais utilizado é através do valor eficaz (RMS) da aceleração, definido como:

$$a_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T a(t)^2 dt}, \quad (11)$$

onde a aceleração RMS, dada pela variável a_{RMS} em m/s^2 , é obtida através do tempo total da amostra T , da aceleração da massa suspensa $a(t)$ e pelo tempo t (SARAMI, 2009).

O uso de valor quadrático médio (RMS - *Root Mean Square*) ou valor eficaz, na especificação dos níveis de vibração, é por causa do número de frequências transmitidas a um humano, que raramente é exposto a uma única frequência. Ele possibilita avaliar a média de energia contida no movimento oscilatório, mostrando o potencial de dano da vibração (RAO, 2011).

Popp e Schiehlen (2010) propõem outros métodos de avaliação quantitativa do conforto. Um deles é através de uma forma ponderada de acelerações da Eq. (11) ao invés da aceleração simples da massa suspensa. Neste método o propósito é considerar o fator de ponderação, dado por uma curva, criado com base na sensibilidade humana para diferentes frequências de vibração.

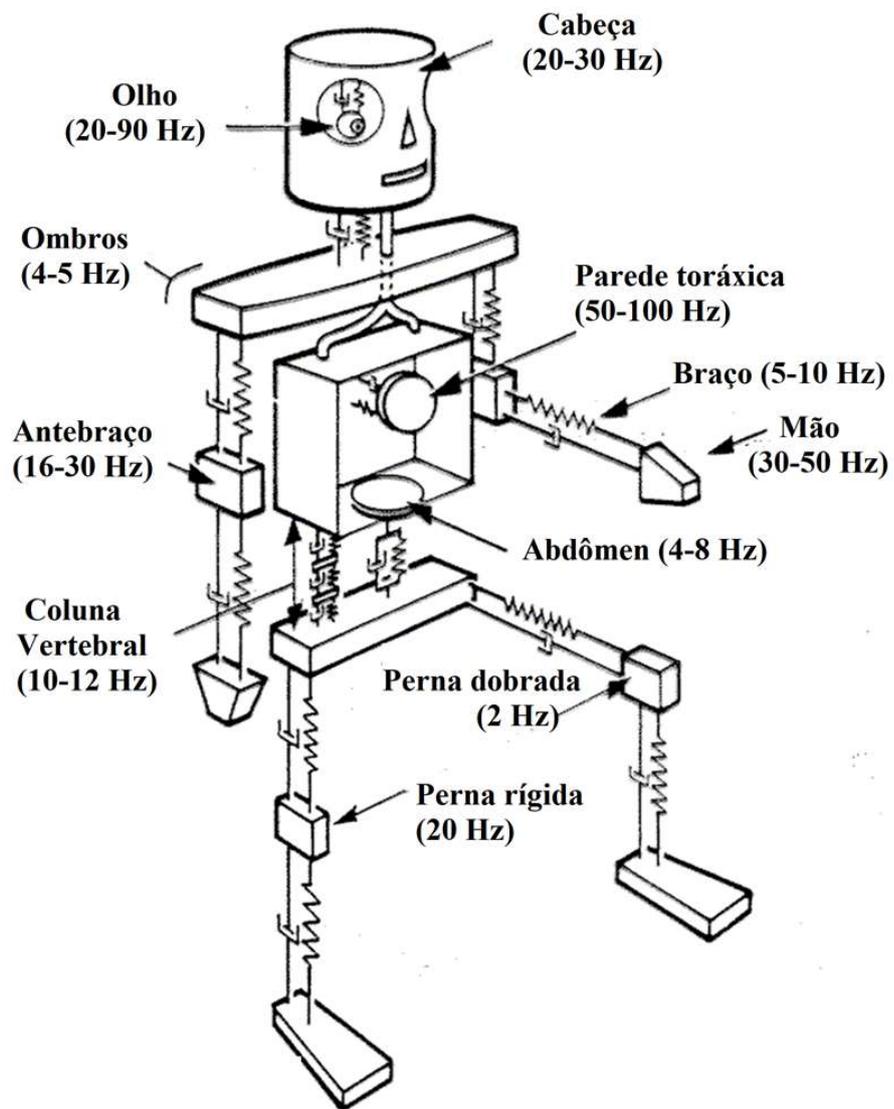
Os métodos mencionados e outros tipos de avaliação da exposição humana à vibração são definidas pelas normas internacionais ISO 5349 (INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION, 2001) e ISO 2631 (INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION, 1997), tanto para avaliação do conforto, quanto para a saúde. Segundo Kaderli (2010), a ISO 5349 é utilizada para avaliação da exposição humana à vibração transmitida ao sistema mão-braço pelo volante dos veículos. Conhecidas também como vibrações de extremidades, situam-se na faixa de 6,3 a 1250 Hz . Enquanto a norma ISO 2631 caracteriza a exposição humana à vibração do corpo inteiro, geralmente utilizadas nas atividades de transporte para análise da vibração no assento e no encosto, mais especificamente em uma faixa de frequência de 0,5 a 80 Hz . Vale ressaltar, que o presente trabalho estuda somente a vibração resultado do movimento global do veículo, ou seja, a exposição à vibração do corpo inteiro.

Além disso, com relação ao tempo de exposição, Lopes (2012) afirma que a repetição diária das exposições do corpo às vibrações causa danos à saúde e podem ser classificadas em duas classes de frequências vibratórias:

- vibrações com frequências inferiores a 1 Hz . Maior impacto no aparelho vestibular do ouvido, causando náuseas, vômitos e mal-estar. Essas manifestações podem ser chamadas de mal do movimento ou cinetose, e geralmente ocorrem em barcos, aeronaves e veículos terrestres devido às variações de aceleração no aparelho auditivo;
- vibrações de baixas e médias frequências (acima de 1 Hz). Refletem principalmente na coluna vertebral, causando diversas patologias, mas também em outras partes do corpo, causando desde dores abdominais às perturbações da visão e da função respiratória.

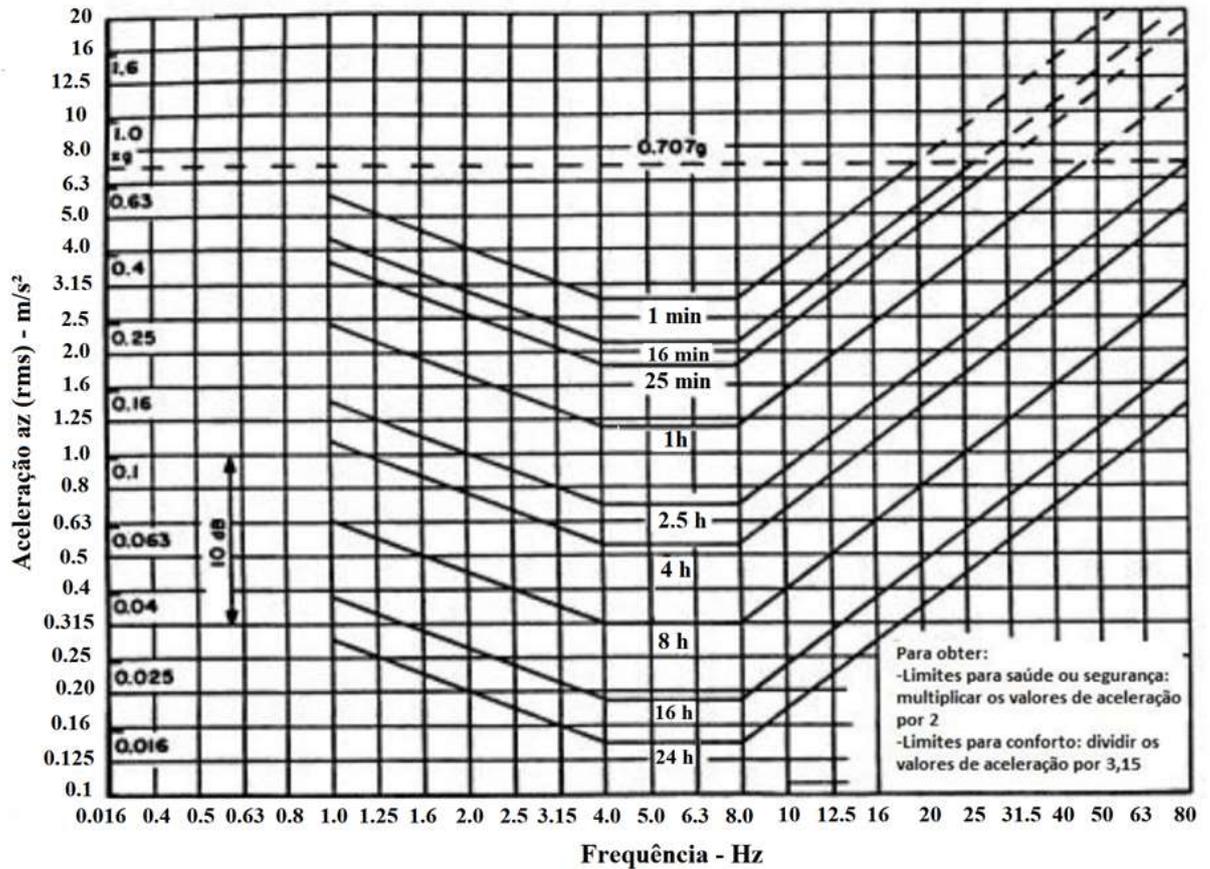
Para entender o conforto, é necessário entender a sensibilidade do corpo humano às vibrações. Sua complexa estrutura biomecânica (ossos, articulações, músculos e outros órgãos) permitem que cada parte do corpo tenha a capacidade de amortecer ou amplificar as vibrações, dependendo da faixa de frequência a que é exposta. As amplificações acontecem devido a um fenômeno chamado ressonância, quando partes do corpo passam a vibrar em frequências próximas às suas respectivas frequências naturais. Em 1998, um engenheiro chamado *Sven-Olof Emanuelsson*, apresentou a Figura 13 para mostrar as várias ressonâncias no corpo humano. Nela o corpo humano é considerado um sistema mecânico complexo, de múltiplos graus de liberdade, podendo ser representado por sistemas mola-amortecedor (LOPES, 2012)(PEREIRA, 2009).

Figura 13 - Modelo mecânico do corpo humano mostrando as faixas de frequência de ressonância das várias partes do corpo.



Fonte: Adaptado de: (POWERSTANDARDS, 2005)

Figura 14 - Gráfico com os limites de tempo de exposição para saúde e conforto em relação a frequência e a aceleração no eixo z.



Fonte: (BALBINOT, 2001)

Corroborando com as faixas de frequência de ressonância apresentadas, Popp e Schiehlen (2010) e Rao (2011), afirmam que uma excitação vertical entre 4 e 8 Hz é percebida como desagradável, pois nesta faixa de frequência ocorre a ressonância do estômago. Além das ressonâncias de cada parte do corpo humano, os seguintes efeitos podem ser observados em diferentes frequências: enjoo (0,1 - 1 Hz), visão embaçada (2 - 20 Hz), distúrbio de fala (1 - 20 Hz), interferência em tarefas (0,5 - 20 Hz) e fadiga (0,2 - 15 Hz).

A ISO 2631 possui métodos que estabelecem limites do tempo de exposição à vibração para determinadas frequências, relacionados a conforto e saúde. A Figura 14 representa um desses métodos, onde ele relaciona as frequências na faixa de 1 a 80 Hz e a aceleração RMS no eixo z (vertical), com o limiar de tempo de exposição. Devem ser observados os limites para o conforto e para a saúde, pois utilizam a mesma curva, porém a legenda do gráfico utiliza fatores diferentes para calcular o tempo específico para cada um. Geralmente, o tempo limite para o conforto será menor do que para a saúde (BALBINOT, 2001).

Tabela 3 - Escala de desconforto segundo as normas BS 6841 (1987) e ISO 2631 (1997).

Aceleração vertical (RMS)	Nível de percepção
Menor do que $0,315 \text{ m/s}^2$	Confortável
Entre $0,315 \text{ m/s}^2$ a $0,63 \text{ m/s}^2$	Levemente confortável
Entre $0,5 \text{ m/s}^2$ a $1,0 \text{ m/s}^2$	Pouco confortável
Entre $0,8 \text{ m/s}^2$ a $1,6 \text{ m/s}^2$	Desconfortável
Entre $1,25 \text{ m/s}^2$ a $2,5 \text{ m/s}^2$	Muito desconfortável
Maior do que $2,5 \text{ m/s}^2$	Extremamente desconfortável

Fonte: Adaptado de: (DREHMER, 2012)

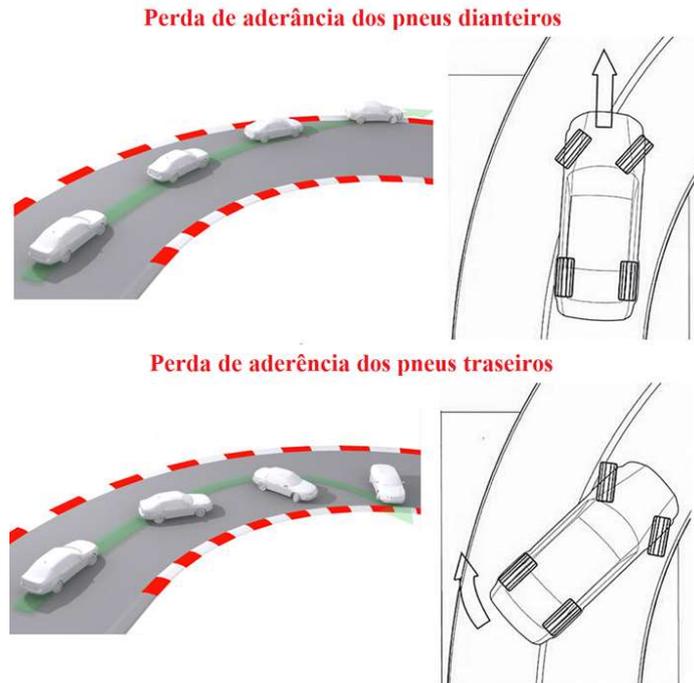
Drehmer (2012), em seu estudo, utiliza somente a aceleração RMS para comparação e obtenção dos índices de conforto. Desta forma, a Tabela 3, obtida pela norma britânica BS 6841 (BRITISH STANDARDS INSTITUTION, 1987) e pela ISO 2631, utiliza os valores eficazes (RMS) da aceleração vertical como indicador do nível de percepção da pessoa ao conforto. Vale ressaltar que os limites estabelecidos anteriormente foram obtidos por estudos e experiências, e que eles são valores médios para os seres humanos, podendo ocorrer alguma variação dependendo do indivíduo.

1.4 Avaliação e critérios de segurança

Chamada pelos termos manuseio, dirigibilidade, estabilidade ou aderência na rodovia (*road holding*), a segurança na condução em diversas literaturas é definida como um sistema de malha fechada, onde o motorista controla e modifica as interações do veículo com o pavimento e o ambiente (VIEIRA, 2010)(SILVA, 2004).

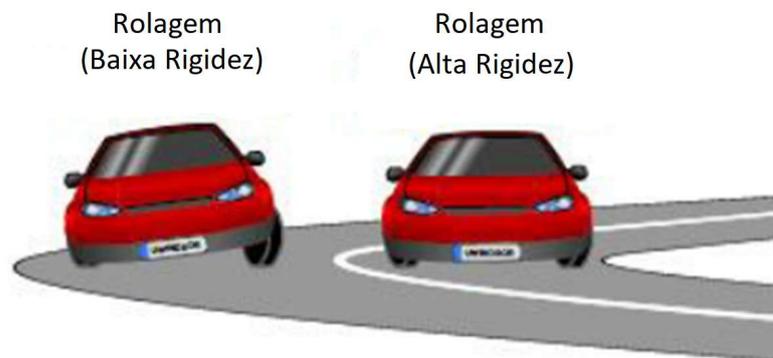
O estudo da interação entre o pneu e o solo é fundamental para a compreensão das características de dirigibilidade do veículo, pois é através deste contato que são aplicadas as principais forças e momentos que afetam o seu movimento. Assim como no conforto, a segurança da condução pode ser afetada pelas vibrações causadas pelos movimentos do chassi (massa suspensa) e da roda (massa não suspensa). Os movimentos do chassi são produzidos pela mudança direcional, principalmente em trajetórias curvilíneas, onde as forças laterais afetam os movimentos de guinada, podendo ocasionar o deslizamento do pneu e derrapagem do veículo (ver Fig.15), e de rolagem, que devido a mudança de carga nos pneus de um lado do veículo (ver Fig.16), pode causar uma redução das forças de contato do pneu. Além disso, o movimento do chassi também pode ser produzido pela aceleração ou frenagem brusca, criando um estado crítico de manuseio. Por exemplo, quando um veículo freia rapidamente, ocorre a transferência de peso de trás para a frente devido ao movimento de arfagem, reduzindo a força de contato do pneu na traseira (ver Fig.17), e conseqüentemente, a efetividade da frenagem (SPINOLA, 2003)(SARAMI, 2009).

Figura 15 - Efeitos da perda de aderência dos pneus dianteiros e traseiros causadas pela força lateral do veículo na curva.



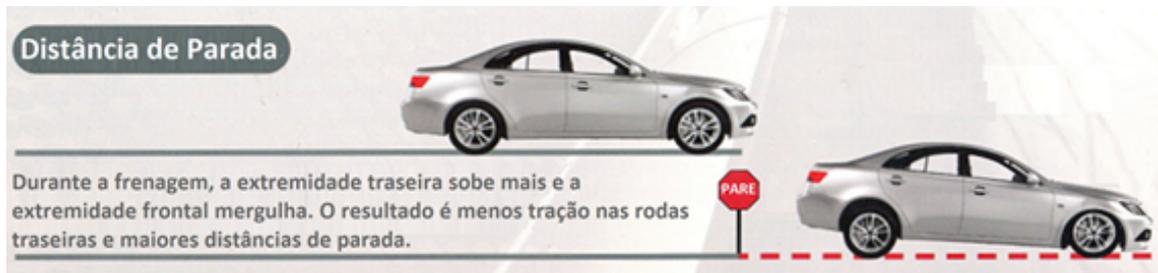
Fonte: (TOC AUTOMOTIVE COLLEGE., 2019)

Figura 16 - Efeito da transferência de carga para um lado do veículo causado pelo movimento de rolagem numa curva.



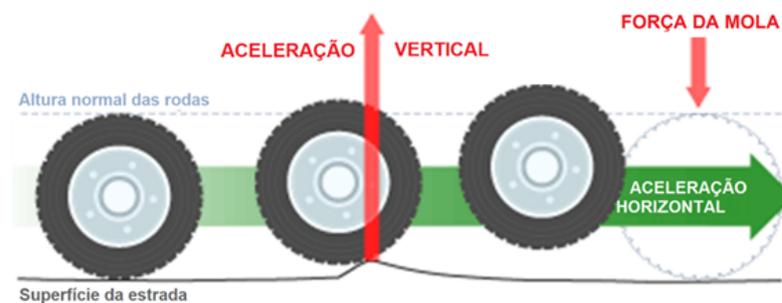
Fonte: Adaptado de: (BHANAGE; PADMANABHAN, 2015)

Figura 17 - Efeito de redução da eficácia da frenagem devido à diminuição da força de contato do pneu com o movimento de arfagem.



Fonte: Adaptado de: (BUYAUTOPARTS, 2019)

Figura 18 - Representação da aceleração vertical da roda originada pela irregularidade da via causando a redução do contato entre o pneu e o solo.

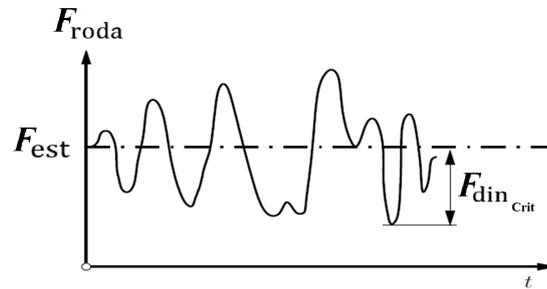


Fonte: Adaptado de: (HOWSTUFFWORKS, 2018)

O movimento puramente vertical do chassi e das rodas é afetado principalmente pela irregularidade da superfície da estrada, produzindo movimentos de elevação da roda (*bounce*) que reduzem a força de contato do pneu com a pista, e conseqüentemente, o controle do sistema de direção e manuseio do veículo. A Figura 18 representa a elevação da roda que reduz o controle do veículo pelo motorista, causado pela rugosidade da via (SARAMI, 2009).

A capacidade de manuseio de um veículo depende de vários componentes, sendo o sistema de suspensão um de seus principais responsáveis. Os parâmetros da suspensão e do pneu, como rigidez e amortecimento, devem garantir uma resistência ao movimento do chassi, e ao mesmo tempo, controlar a vibração das rodas. Em um modelo simplificado de 1/4 do veículo, os movimentos guinada, arfagem e rolagem não são analisados, devido ao sistema possuir apenas 2 GDL na direção vertical. Entretanto, em todas as situações críticas de manuseio citadas, a força normal sobre o pneu a partir do solo tem influência na dirigibilidade, sendo possível analisar seu comportamento pela dinâmica vertical.

Figura 19 - Representação gráfica das forças dinâmicas e estáticas sobre a roda no tempo.



Fonte: Adaptado de: (POPP; SCHIEHLEN, 2010)

Não existe um padrão para quantificar ou formular a dirigibilidade do veículo, porém pelo que foi visto, a força de contato entre o pneu e o solo é uma forma de conhecer a capacidade de manuseio. Sendo assim, para uma condução segura, esta força deve variar o mínimo possível, pois uma alta variação reduz a capacidade do controle de direção pelo motorista.

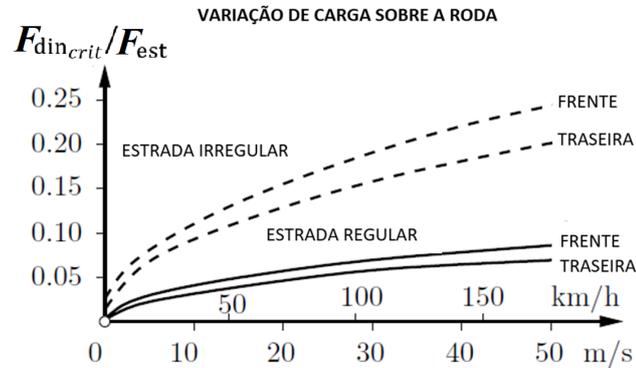
Popp e Schiehlen (2010) também afirma que a força de contato do pneu pode ser usada para a quantificação da segurança. Para ele, a carga sobre a roda, dado pela variável F_{roda} , é um dos critérios para a segurança da condução, e que essa força é composta por duas outras forças: estática e dinâmica. A força estática é originária do peso do veículo, e nesta análise, se mantém constante ao longo do tempo. A força dinâmica é gerada pela vibração do veículo devido às irregularidades da via. A Figura 19 representa a variação da força sobre a roda de acordo com o tempo, e com as forças estática e dinâmica, representadas pelas variáveis F_{est} e F_{din} , respectivamente. De acordo com o gráfico da Figura 19, a força total mínima sobre a roda é dada por:

$$F_{roda} = F_{est} - F_{din_{crit}} \quad , \quad (12)$$

onde $F_{din_{crit}}$ é a força dinâmica crítica, ou seja, é o seu maior valor que causa a maior variação da força sobre a roda. Sendo assim, quanto menor for a força dinâmica crítica da roda significa menor variação da força sobre a roda, e conseqüentemente, melhor manuseio. Já uma força dinâmica maior, aumenta a variação e reduz o contato do pneu com o solo. Para estradas com uma superfície aleatoriamente perturbada, as variações da carga dinâmica da roda podem ser determinadas a partir de simulações numéricas. Neste estudo, será utilizado o valor eficaz (RMS). A partir disso, Popp e Schiehlen (2010) propuseram um fator adimensional chamado margem de segurança, dado por:

$$R = \frac{F_{est} - F_{din_{crit}}}{F_{est}} \quad . \quad (13)$$

Figura 20 - Gráfico plotado por Popp e Schiehlen (2010) indicando limites da margem de segurança R para uma viagem segura.



Fonte: Adaptado de: (POPP; SCHIEHLEN, 2010)

A variável R representa a margem de segurança, que nada mais é que a taxa de variação da força da roda em relação à força estática. No mesmo estudo, Popp e Schiehlen (2010) indicam que para uma viagem segura, mesmo no pior dos casos (estrada irregular, roda dianteira e velocidade alta), a margem de segurança deve ficar próxima de 75%, ou seja, $R = 1 - F_{din_crit}/F_{est} \approx 0,75$, conforme apresentado pelo gráfico da Figura 20.

Sarami (2009) também propõem um fator para quantificar o manuseio, chamado RLF - (*Radlastfaktor*). Ele consiste na razão entre as forças dinâmicas e estáticas, sendo que um maior valor deste fator significa maior variação no contato do pneu, implicando em menor dirigibilidade. Neste mesmo estudo, Ulrich (1983) é citado afirmando que para uma condução segura em tratores, o valor do RLF deve ser inferior a 0,33.

Chi, He e Naterer (2008), Rill (2007) e Sun et al. (2012) utilizam a força de deflexão do pneu para representar a força dinâmica da roda/pneu, ou seja, a força dinâmica será igual a rigidez do pneu k_p multiplicado pela diferença entre o deslocamento da roda e a entrada (rugosidade da estrada), podendo ser escrita como:

$$F_{din} = k_p(z_p - h), \quad (14)$$

sendo z_p o deslocamento da roda na direção vertical, e h o deslocamento aplicado pela rugosidade da estrada, considerando a Figura 10d como referência para um modelo de um quarto de carro. Enquanto isso, a força estática é dada pelo peso do veículo (considerando a aceleração da gravidade igual $9,81 \text{ m/s}^2$).

1.5 Perfil de estrada irregular

O desempenho na condução do veículo, ou seja, uma viagem com conforto e segurança para o usuário, são influenciados principalmente pelas propriedades de rugosidade e atrito da rodovia. Com isso, faz-se necessário a utilização de um modelo de estrada realista para análises mais aproximada do real comportamento dinâmico da suspensão (RILL, 2007).

Os pavimentos utilizados pelos automóveis são desenvolvidos para resistir a esforços oriundos do tráfego, proporcionando rolamento rápido, seguro, econômico e confortável aos veículos. Entretanto, mesmo com o crescente desenvolvimento tecnológico, as estradas, em geral, possuem vários níveis de irregularidades, que podem aumentar devido ao desgaste e falta de manutenção. Barella (2008) reuniu as definições de irregularidade do pavimento da norma brasileira DNER PRO 164/1994 e da norma americana ASTM 867-04, para apresentar a seguinte definição:

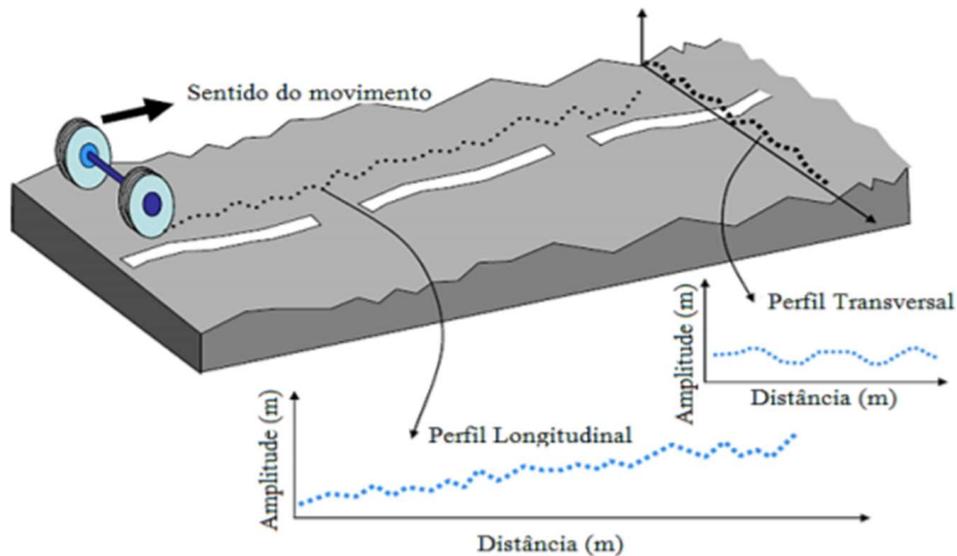
A irregularidade longitudinal de um pavimento representa o conjunto dos desvios indesejáveis de sua superfície, que atrapalha o rolamento rápido e suave dos veículos, gera insegurança e onera seus usuários, além de acelerar a degradação do pavimento (BARELLA, 2008, p. 27 e 28).

Um pavimento com alta irregularidade prejudica sua própria funcionalidade. Seja na rapidez do rolamento, pois quanto pior a qualidade da via, menor a velocidade de percurso. Na segurança, pois uma estrada irregular diminui a dirigibilidade. Na economia, devido ao aumento do consumo de combustível e da necessidade de manutenções no veículo. Por último, talvez o mais evidente dos prejuízos, o conforto, facilmente sentido pelo usuário (BARELLA, 2008).

As rugosidades da estrada constituem a principal fonte indutora da vibração e ruídos nos veículos que nela trafegam, onde a rugosidade pode ser descrita por um perfil de elevação ao longo do qual o veículo trafega. Para um modelo de estrada ser realista deve pelo menos fornecer um perfil de estrada, descrito como uma elevação vertical ao longo do eixo longitudinal da pista, conforme exemplifica a Figura 21. Perfis de estrada englobam desde buracos resultantes de falhas do pavimento até variações aleatórias na superfície da via, mas também obstáculos controlados como lombadas e emendas de pista como em pontes e viadutos (DUARTE, 2010) (DINIZ, 2014) (RILL, 2007).

Tais perfis de pistas são muito utilizados e desenvolvidos para teste e otimização de componentes da indústria automotiva, como o estudo da performance da suspensão, por exemplo. Os perfis de pista utilizados para o estudo da dinâmica vertical dos veículos podem ser classificados, basicamente, em dois tipos: discretos e aleatórios. O perfil de pista do tipo discreto possui elevações conhecidas durante todo o seu comprimento, podendo ser descrita com exatidão e excitando o veículo em frequência conhecida. Exemplos de obstáculos conhecidos neste tipo de pista são a lombada e o degrau, que avaliam

Figura 21 - Rugosidade da estrada representada por perfis de estrada que descrevem a elevação vertical no eixo longitudinal ou transversal.



Fonte: (UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL, 2017)

movimentos isolados do veículo. O perfil de pista aleatório, como o próprio nome diz, representa entradas aleatórias que proporcionam amplas faixas de variações de espectro de frequências de excitação, tentando representar a superfície da via como ela realmente é, tornando mais realista as análises que o utilizam (DINIZ, 2014).

Nos primeiros estudos sobre o desempenho de veículos em estradas irregulares eram utilizadas funções simples, como ondas senoidais e funções degrau como excitações do solo. Porém, é conhecido que a superfície de uma estrada geralmente não é representada por funções simples e, portanto, pistas do tipo discretas não podem servir como uma base válida para estudar o comportamento real do veículo. Atualmente, existem diversas publicações científicas que utilizam diferentes métodos para descrever os tipos de pistas aleatórias (TAGHIRAD; ESMAILZADEH, 1998).

Huang et al. (2015) propôs um sistema de suspensão de veículos com capacidade de captação de energia e uma metodologia analítica para o design ideal do sistema. O método de otimização forneceu diretrizes de projeto para determinar os coeficientes de rigidez e amortecimento, visando o desempenho ideal em termos de condução, conforto e regeneração de energia. O desempenho do sistema de suspensão e o método de otimização foram avaliados experimentalmente em um modelo de um quarto de carro sob excitação estocástica, definida pelos perfis de estrada padrão (ISO 8608). Tais perfis foram caracterizados em termos de densidade espectral de potência (PSD – *Power Spectral Density*) do deslocamento vertical da pista, que são considerados como entradas estocásticas típicas.

Cunha, Felix e Balthazar (2017) utilizam um modelo estocástico de incertezas para tratar da dinâmica não linear de um veículo pulverizador de torre para pomares, pois devido a irregularidades do solo oscilações são provocadas, afetando negativamente a pulverização. Utilizando o método de Monte Carlo para calcular a propagação de incertezas através do modelo estocástico, simulações revelaram grandes vibrações laterais na operação do veículo. Isso aproxima o modelo do problema real, possibilitando análises para possíveis soluções.

Sousa e Avila (2017) realizam otimizações dos parâmetros da suspensão através de simulações numéricas em um modelo de um quarto do veículo submetido a diferentes tipos de excitações que representam o perfil de estrada. Dentre as entradas do modelo, as irregularidades do terreno foram representadas por um perfil de pista baseada numa distribuição Gaussiana.

Dharankar, Hada e Chandel (2016) também utilizam a densidade espectral de potência (PSD) na geração numérica do perfil de pista para simulação da suspensão veicular, comparando os métodos de filtragem de ruído branco e o de superposição de harmônicos, onde são usados para gerar os perfis de elevação de estrada correspondentes aos tipos de estrada da ISO 8608 através de simulação numérica. Este estudo sugere que, é apropriado gerar o perfil da estrada primeiro no domínio espacial e depois simular o veículo a uma determinada velocidade sobre esse perfil para obter a solução no domínio do tempo. Isso resulta em vantagens como redução no tempo de simulação e o uso do mesmo perfil para comparar os resultados da simulação de suspensão com diferentes parâmetros. Além disso, uma vez que a elevação e o gradiente do perfil da estrada são gerados e salvos para uma classe de estrada, ele pode ser usado para obter o perfil das demais classes.

1.6 Métodos de otimização

Rao (2009) conceitua a otimização como o ato de obter o melhor resultado sob determinadas circunstâncias. Trazendo esse conceito para o projeto de um sistema qualquer na engenharia, significa que a otimização é definida como o processo de encontrar as condições que fornecem o valor máximo ou mínimo de uma função composta por variáveis de decisões. Variáveis essas que podem expressar o esforço que deseja ser minimizado ou o benefício que deseja ser maximizado nas decisões tomadas pelos engenheiros. A demanda cada vez maior das indústrias para reduzir os custos de produção, levou engenheiros a buscarem métodos de tomada de decisão para projetar e produzir produtos de forma econômica e suficiente. Impulsionados pelo rápido avanço da tecnologia dos computadores, que conseqüentemente, aumentou o tamanho e a complexidade dos problemas que exigem tomadas de decisão rápidas e precisas, os métodos de otimização passaram a ser amplamente usados. Não há um único método que resolva todos os problemas de oti-

mização de maneira eficiente. Por isso, vários métodos de otimização foram desenvolvidos para resolver diferentes tipos de problemas de otimização.

Em projetos de sistema de suspensão, ferramentas de otimização são amplamente usados, buscando a sua melhor eficiência, principalmente em fatores como conforto e segurança. Além disso, o conflito entre tais fatores aumenta a complexibilidade do problema, reforçando o uso de métodos de otimização. Com isso, vários pesquisadores investigaram tal conflito, para encontrar o melhor equilíbrio entre os requisitos, inclusive alguns apontando qual o melhor método a ser utilizado.

Gundogdu (2007) apresenta em seu artigo a otimização de um assento veicular em um sistema com quatro graus de liberdade, usando o método de algoritmos genéticos (*Genetic Algorithm* ou GA) para determinar o conjunto de parâmetros com melhor desempenho para a saúde e o conforto do motorista. O modelo representa uma roda, considerando sua massa e a rigidez do pneu, uma suspensão, a massa do chassi (massa suspensa), o assento com sua rigidez e amortecimento, e o corpo humano representado por um sistema de dois graus de liberdade, dividido em duas massas concentradas e ligados por propriedades elásticas e de amortecimento. São utilizados em uma função multiobjetivo a deflexão do pneu e da suspensão, e também o fator de aceleração da cabeça e o fator de crista, de forma a minimizar a força transmitida para a região lombar e para minimizar a aceleração da cabeça e parte superior do corpo. Como conclusão, o estudo considera a escolha de um conjunto de parâmetros com uma rigidez de mola de suspensão menor para minimizar a frequência natural da massa suspensa, porque as entradas de aceleração de estrada aumentam a amplitude em frequências mais altas. Para ele portanto, o melhor isolamento é alcançado mantendo a frequência natural o mais baixa possível.

Chi, He e Naterer (2008) apresentaram um estudo comparativo de três tipos de métodos de otimização diferentes, chamados algoritmos genéticos (GA), algoritmos de busca padronizada (PSA) e programação sequencial quadrática (SQP), para a otimização de projetos de suspensões veiculares com base no modelo de um quarto do veículo. Considerando como critérios de projeto a aceleração vertical da massa suspensa, o espaço de trabalho da suspensão e a carga dinâmica do pneu, o estudo mostrou que o emprego dos métodos GA e PSA são mais confiáveis do que o SQP, pois este último é afetado pelos mínimos locais da função objetivo.

Castro (2013) usou métodos de otimização como Evolução Diferencial, *Generalized Pattern Search*, *Mesh Adaptive Pattern Search* e *Nelder Mead*, na estimação dos parâmetros dinâmicos do veículo. Esses parâmetros são aplicados ao modelo matemático com 4 GDL no *Matlab*[®] para calibração do modelo. Com isso, são realizadas simulações com o veículo executando diferentes manobras como forma de testar a robustez do método e a coerência dos parâmetros estimados. Dentre os métodos de otimização aplicados para estimação dos parâmetros, o *Nelder Mead* apresentou o melhor desempenho, com erros menores que os demais métodos.

Ozcan, Sonmez e Guvenç (2013) realizou um processo de otimização em um modelo de um quarto de carro, para representar a suspensão independente dianteira, e em um modelo de meio carro, usado para representar a suspensão do eixo sólido traseiro de um veículo comercial leve. Os parâmetros dessas suspensões possuem características não lineares de rigidez e amortecimento. O método utilizado nestes modelos é o algoritmo SQP da caixa de ferramentas de otimização do *Matlab*[®], com pesquisa de linha quase-Newton. O algoritmo SQP pertence à família de algoritmos de busca local, no qual convergem para o ideal mais próximo, pois dependem dos valores iniciais das variáveis de projeto. Os resultados das simulações numéricas mostram que o algoritmo SQP pode encontrar de maneira eficiente e confiável a otimização na vizinhança do ponto inicial. As características de suspensão otimizadas não lineares são obtidas primeiro usando modelos de parâmetros agrupados de menor complexidade. Em seguida, o desempenho das unidades de suspensão otimizadas é verificado usando o modelo Carmaker de maior fidelidade e mais realista. Um módulo de software interativo é desenvolvido para facilitar o processo de otimização de suspensão não linear. Vale ressaltar que foram utilizados o valor RMS da aceleração para analisar o conforto, baseado na ISO 2631, assim como a utilização de um modelo representativo do perfil de estrada, baseado na norma ISO 8608.

Mitra et al. (2016) também utiliza o algoritmo genético (GA) como técnica de otimização, visando melhorar e solucionar o conflito entre o conforto do passeio (RC) e a segurança na estrada (RH). O modelo utilizado possui 4 graus de liberdade, representando um quarto do veículo em conjunto com o assento e o corpo do motorista. Através da otimização por algoritmo genético, da caixa de ferramentas (*toolbox*) do *Matlab*[®], foram obtidos os parâmetros ótimos do sistema, apresentados através do gráfico de Pareto. Com uma análise posterior no *Simulink*[®], comparando e evidenciando o aumento do conforto no modelo otimizado em relação ao não otimizado.

Drehmer, Casas e Gomes (2016) otimiza os parâmetros do sistema de suspensão em diferentes perfis de irregularidades de pista aleatórios para garantir conforto e segurança ao motorista. O modelo do veículo possui 8 GDL e o modelo biodinâmico do motorista 4 GDL, totalizando doze graus de liberdade no modelo completo do veículo utilizado. A otimização multiobjetivo dos parâmetros da suspensão, frente ao conflito entre o conforto (mensurado pela aceleração RMS do assento e o curso da suspensão) e a segurança (mensurada pela aderência à pista), utilizou o algoritmo de enxame de partículas (PSO), e o comparou com o algoritmo determinístico de programação quadrática sequencial (SQP). Em seguida, um estudo sobre as incertezas no comportamento do sistema é realizado, através da análise de intervalo em outras variáveis que não foram otimizadas, como a rigidez do pneu e a densidade espectral de potência da pista (PSD), para verificar a robustez dos resultados.

Nagarkar, Patil e Patil (2016) utilizou um modelo com 8 graus de liberdade para a otimização e análise dos critérios de conforto e segurança. O modelo é composto de

um quarto do carro com 4 GDL, incluindo a estrutura do banco e a almofada do assento do motorista, acoplado a um modelo biomecânico de 4 GDL, representando o motorista. Utilizando como critério a ser otimizado as acelerações RMS no modelo biomecânico, juntamente com a deflexão do espaço de trabalho da suspensão e a força dinâmica no pneu, foram utilizados o algoritmo genético de ordenação não dominada (*Non-dominated Sort Genetic Algorithm* ou NSGA-II) e a otimização de enxames de partículas multiobjetivas (*Multi-Objective Particle Swarm Optimization – Crowding Distance* ou MOPSO-CD). Devido a seus múltiplos GDL e, conseqüentemente, vários critérios de projeto a serem otimizados, a utilização destes métodos multiobjetivos tiveram sucesso no estudo, com o detalhe que o algoritmo MOPSO-CD levou menos tempo de computação comparado ao NSGA-II para otimização.

Sousa e Avila (2017) melhorou a eficiência do sistema de suspensão através da análise da dinâmica vertical de um modelo de um quarto do veículo, com dois graus de liberdade, submetido a uma otimização através de algoritmos genéticos (*Matlab*[®]). Observando a aceleração RMS do chassi e o deslocamento RMS do curso da suspensão, utilizados para mensurar o conforto, a otimização aplicando o algoritmo genético se mostrou satisfatória, auxiliando nas escolhas dos parâmetros do projeto da suspensão, a rigidez associada a mola da suspensão, e o coeficiente de amortecimento associado ao amortecedor.

2 METODOLOGIA E MODELAGEM

2.1 Metodologia

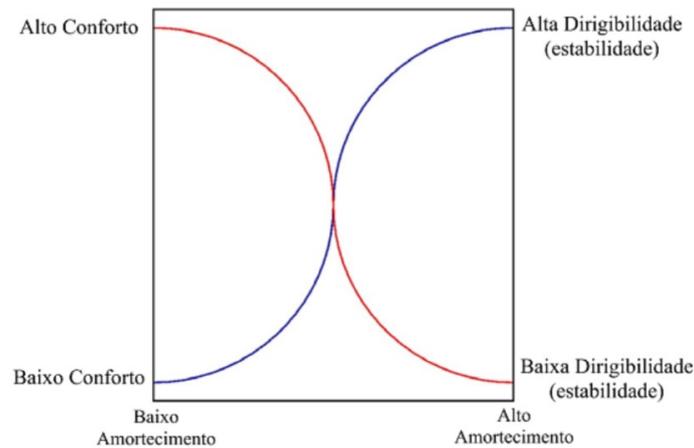
Este estudo tem como objetivo compreender o comportamento do veículo e de seu sistema de suspensão durante o percurso em uma estrada minimamente irregular, principalmente sob o aspecto do conforto percebido pelo usuário e da segurança de condução do veículo quando exposto às oscilações originárias das imperfeições da via. Para avaliar tais aspectos de conforto e segurança, devem ser observadas as respostas dinâmicas do sistema na forma de aceleração vertical do chassi, força dinâmica da roda e deflexão elástica da suspensão, de acordo com os parâmetros frequência natural não amortecida e taxa de amortecimento, relacionados com a massa suspensa e com a rigidez e o amortecimento da suspensão. Entretanto, a busca pela rigidez e amortecimento da suspensão que proporcionem melhor conforto e segurança trazem também alguns conflitos. Por exemplo, enquanto a rigidez da suspensão é alta, visando uma menor oscilação do pneu, forçando a roda contra o solo, e assim, melhorando a dirigibilidade do veículo. o conforto é prejudicado, pois com uma maior rigidez, a transmissibilidade da rugosidade da via é maior, e conseqüentemente, o passageiro fica mais exposto às vibrações. Por outro lado, quando a rigidez é baixa, o usuário fica mais confortável, porém diminui a capacidade de dirigibilidade. Sendo assim, é essencial o uso de ferramentas da engenharia que ajude a solucionar este conflito, melhorando o desempenho do sistema de suspensão.

A Figura 22 ilustra uma situação parecida apresentada por Simon (1998), a partir de estudos realizados para analisar a influência do amortecimento da suspensão nessas duas características. Esse conflito bastante típico consiste na minimização do curso da suspensão e no subseqüente aumento da aceleração RMS transmitida pela carroceria.

O desempenho do sistema de suspensão em isolar as vibrações e ao mesmo tempo manter um contato entre o pneu e o solo pode ser avaliado de forma experimental, utilizando um protótipo físico, mas também de forma teórica, utilizando um modelo dinâmico. A vantagem deste último, é a possibilidade de previsão do desempenho do sistema de suspensão antes de sua existência física. Isso permite a otimização da suspensão e o dimensionamento prévio da mola e do amortecedor. Porém, é fundamental a criação de um modelo dinâmico que forneça resultados teóricos próximos da realidade. Deste modo, a evolução de processamento dos computadores e o desenvolvimento de ferramentas computacionais para modelagem e simulação de sistemas mecânicos permitem realizar, na fase de projeto, a simulação numérica de veículos e de seu sistema de suspensão, com custos consideravelmente menores em relação à construção de protótipos físicos.

Sun et al. (2012) utilizam simulações numéricas no domínio do tempo de um modelo matemático de suspensão de veículo com quatro graus de liberdade, sendo excitado por um

Figura 22 - Avaliação subjetiva dos parâmetros de dirigibilidade e conforto em relação ao nível de amortecimento do sistema.



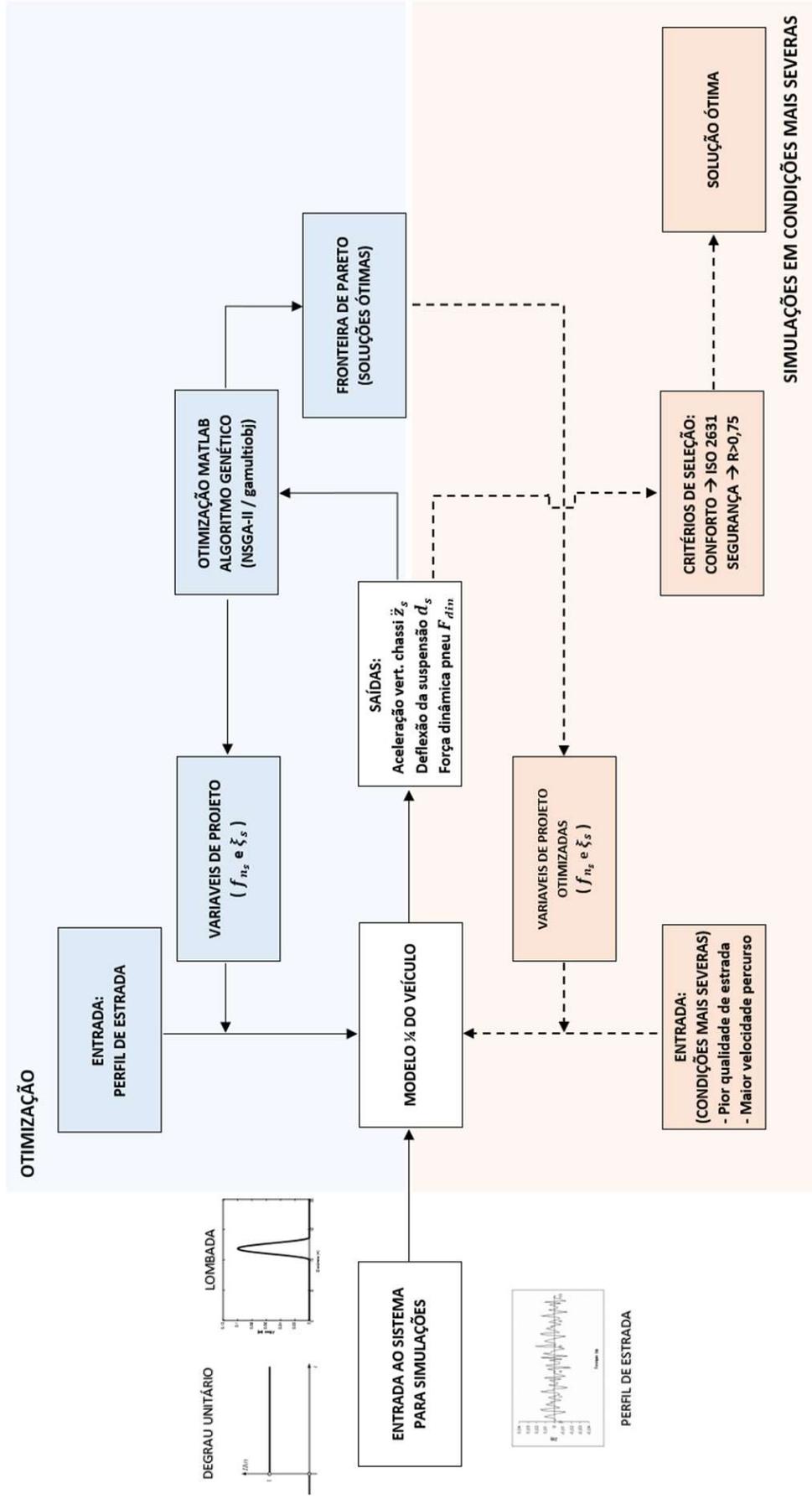
Fonte: (SIMON, 1998)

modelo matemático, obtido por PSD, que representa o perfil de estrada. Nas simulações são observados três índices: a deflexão dinâmica da suspensão, a aceleração vertical da carroceria e a carga dinâmica do pneu. Através das análises destes três índices foram observados a influência do sistema de suspensão, principalmente relativo ao coeficiente de amortecimento na estabilidade e manobrabilidade do veículo.

As simulações deste estudo serão executadas no *software Matlab*[®], pois possibilita que o sistema seja analisado em um ambiente controlado, com facilidade de compreender, manipular e examinar o seu comportamento. Inclusive, a escolha desse software é dada também pela disponibilidade de métodos de otimização entre suas ferramentas. A Figura 23 apresenta as interações entre o modelo, seus parâmetros, suas entradas e saídas, e as ferramentas de análise do comportamento do sistema de suspensão.

Sendo assim, o primeiro passo é construir um modelo a partir do qual pode-se obter previsões sobre o seu comportamento. Assim, o sistema físico real é traduzido em um modelo matemático que deve incorporar duas características conflitantes: realismo e simplicidade. O modelo deve ter uma aproximação razoável do sistema real, incorporando a maioria de seus aspectos relevantes, e ao mesmo tempo, não deve ser tão complexo para impedir a sua compreensão e manipulação. Baseado nisso, o modelo de 1/4 do veículo, se apresenta como ideal para obter análises de conforto e segurança, através da dinâmica vertical, e ao mesmo tempo possui apenas 2 GDL, simplificando sua compreensão matemática. Além disso, para tornar o modelo e suas análises mais realistas, as entradas a este modelo também devem se aproximar da realidade. Assim, a utilização de um modelo matemático que represente a superfície rugosa das estradas deve ser desenvolvida.

Figura 23 - Diagrama esquemático das interações entre o modelo e suas entradas e saídas.



Em seguida, o modelo deve ser testado e avaliado, verificando seus limites e suas capacidades de utilização, e se suas respostas dinâmicas comportam-se de maneira plausível, de acordo com os parâmetros da suspensão estabelecidos. Sendo assim, as excitações ao sistema, ou seja, os parâmetros de entrada, devem ser o mais simples possível para facilitar a compreensão das saídas. A verificação pode ser através de comparação com a literatura científica. Vale ressaltar que as saídas do modelo são as suas soluções matemáticas para um conjunto de parâmetros do sistema e entradas a eles definidos. Além disso, o modelo matemático que representa a superfície de estrada também deve ser testado e verificado.

De posse do modelo matemático do sistema e da excitação a ele, simulações numéricas são realizadas para avaliar o seu comportamento em diversas configurações de parâmetros, tentando entender a influência da frequência natural e da taxa de amortecimento, no conforto e na segurança do veículo. Para isso, devem ser realizadas avaliações, tanto em função do tempo, onde o comportamento do sistema é analisado durante toda a faixa de percurso, quanto em função do valor eficaz (RMS), onde as respostas dinâmicas ao longo do tempo são representadas por um único valor. Desta forma, é possível estabelecer um conjunto de parâmetros de suspensão ideais, além de compreender a necessidade de ferramentas de otimização para detalhar ainda mais tais valores ideais para veículos de passeio. Os resultados obtidos destas simulações também serão confrontados com outros estudos, principalmente com aqueles que apontam o mesmo conflito aqui exposto.

Como as soluções das simulações apenas descrevem o comportamento do veículo à distintas configurações de parâmetros do sistema, é necessário a utilização de um método de otimização que aponte entre as diversas configurações de frequência natural e taxa de amortecimento, qual é o par de parâmetros que indicam o melhor nível de conforto e segurança, e conseqüentemente, qual os valores ideais de rigidez e coeficiente amortecimento da suspensão. O método de algoritmos genéticos (GA), muito utilizado em outros estudos, é ideal para este estudo pois ele apresenta na fronteira de Pareto, uma gama de resultados viáveis, podendo ser ainda mais reduzidos através de novas simulações, entretanto em condições mais severas. Abrindo caminho para novas otimizações, porém agora para analisar a influência das condições mais severas, como velocidade alta, estrada mais rugosa e variação da massa suspensa, no comportamento do sistema.

2.2 Modelagem

2.2.1 Modelo matemático de 1/4 do veículo

A simplicidade do modelo unido com informações qualitativamente corretas colaboram para que ele seja amplamente empregado na indústria automotiva, principalmente na fase de concepção (VERROS; NATSIAVAS; PAPADIMITRIOU, 2005).

Uma representação menos sofisticada, porém bastante empregada na simulação isolada da dinâmica vertical de um veículo é representar o chassi como uma massa suspensa com uma mola e um amortecedor em cada canto, representando a suspensão, ligados às massas concentradas que seriam as rodas. Modelos como este último são largamente utilizados em estudos de controle da dinâmica vertical do veículo (REBELLO, 1999).

Sarami (2009) utilizou o modelo de um quarto do carro, representando uma das quatro unidades de suspensão do veículo, para definir os parâmetros fundamentais de um sistema de suspensão, assim como serviu como base para derivação do veículo completo. Trata-se de um modelo simplificado com massas concentradas e elementos linearizados, que apesar das simplificações, muitos trabalhos utilizam este modelo para originar ideias para o sistema de suspensão, como estratégias de controle para suspensões ativas e semi-ativas.

Sousa e Avila (2017) também utilizam o modelo simplificado de 1/4 do veículo, com dois graus de liberdade, para aumentar a eficiência do sistema de suspensão através de técnicas de otimização dos parâmetros da suspensão: rigidez da mola e coeficiente de amortecimento da suspensão. Para atingir essa eficiência foram considerados como objetivos o conforto e a dirigibilidade, através da análise das vibrações originárias do movimento de salto, movimento este que o modelo em questão tem capacidade de representar.

Por ser amplamente utilizado em diversos estudos, principalmente nas análises do sistema de suspensão relativas ao conforto e segurança do veículo, este estudo utiliza o modelo simplificado de 1/4 do veículo, com 2 GDL, apresentado na Figura 24. Neste modelo o automóvel é dividido em quatro partes, ou seja, cada parte é associada a uma roda e suspensão. Os parâmetros fundamentais de um sistema de suspensão são definidos por este modelo e apresentados na Tabela 4. Vale ressaltar que, assim como Sousa e Avila (2017) e Chi, He e Naterer (2008), este modelo representa apenas a elasticidade do pneu através da sua rigidez, desprezando o amortecimento do pneu.

A partir das coordenadas definidas na Figura 7, onde o movimento vertical das massas é tido como positivo quando para cima, e assumindo que o modelo utilizado (Figura 24) não está em equilíbrio estático, ou seja, a entrada h é positiva e diferente de zero, o diagrama de corpo livre é representado pela Figura 25.

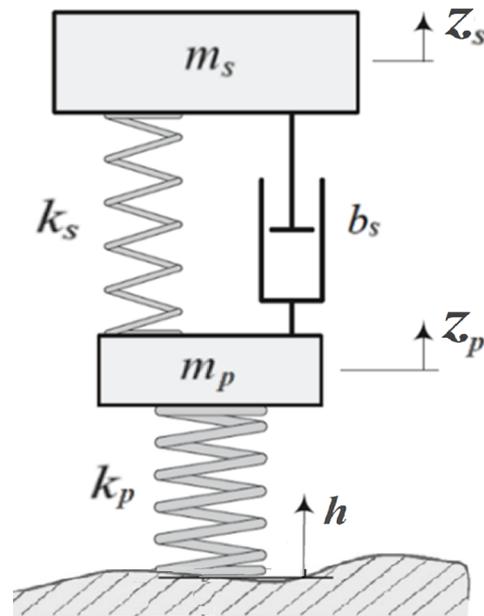
Portanto, aplicando a segunda lei de Newton para a massa suspensa e a massa não suspensa, as equações diferenciais do comportamento dinâmico do veículo são obtidas. Primeiro para a massa suspensa:

$$m_s \ddot{z}_s = F_{ks} + F_{bs} \quad , \quad (15)$$

e depois para a massa não suspensa:

$$m_p \ddot{z}_p = F_{kp} - F_{ks} - F_{bs} \quad . \quad (16)$$

Figura 24 - Modelo de 1/4 do veículo com 2 GDL utilizado para desenvolvimento matemático.



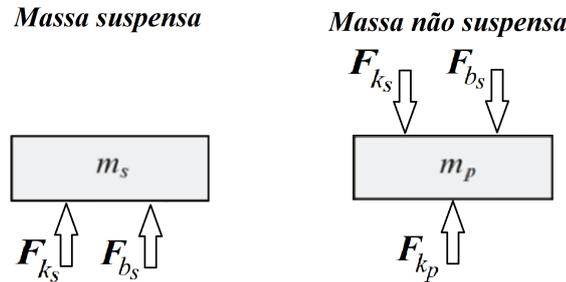
Fonte: Adaptado de: (JAZAR, 2008).

Tabela 4 - Parâmetros e variáveis utilizadas no modelo simplificado.

Variável	Unidades	Descrição
m_s	kg	Massa suspensa (1/4 do veículo, exceto eixos e rodas)
m_p	kg	Massa não suspensa (massa da roda e do pneu)
k_s	N/m	Constante de rigidez da suspensão
b_s	Ns/m	Coefficiente de amortecimento da suspensão
k_p	N/m	Constante de rigidez do pneu
z_s	m	Deslocamento vertical da massa suspensa
z_p	m	Deslocamento vertical da massa não suspensa
h	m	Deslocamento de entrada da estrada
$(z_p - z_s)$	m	Deflexão da suspensão
$(h - z_p)$	m	Deflexão do pneu

Fonte: O autor, 2019.

Figura 25 - Diagrama de corpo livre indicando todas as forças atuantes nas massas suspensa e não suspensa.



Fonte: O autor, 2019.

As forças elásticas da mola da suspensão F_{k_s} e do pneu F_{k_p} e a força de amortecimento do amortecedor da suspensão F_{b_s} atuam sobre as massas suspensas e não suspensas e são calculadas da seguinte maneira:

$$F_{k_s} = k_s(z_p - z_s) , \quad (17)$$

$$F_{k_p} = k_p(h - z_p) , \quad (18)$$

$$F_{b_s} = b_s(\dot{z}_p - \dot{z}_s) . \quad (19)$$

Logo:

$$m_s \ddot{z}_s = k_s(z_p - z_s) + b_s(\dot{z}_p - \dot{z}_s) . \quad (20)$$

$$m_p \ddot{z}_p = k_p(h - z_p) - k_s(z_p - z_s) - b_s(\dot{z}_p - \dot{z}_s) . \quad (21)$$

Obtidas as equações de movimento, são definidas as principais respostas (saídas) do sistema a excitação da estrada h ao longo do tempo t . Baseado nos objetivos deste estudo, é necessário que as saídas a serem observadas sejam a aceleração vertical da massa suspensa \ddot{z}_s , para analisar o conforto do usuário do veículo, a força dinâmica da roda F_{din} , para analisar a segurança na condução e o contato pneu-solo, e a deflexão da suspensão d_s , para observar a relação entre os dois objetivos dentro dos limites de projeto (geometria). Conforme apresentado ao longo deste trabalho, a força dinâmica da roda e a deflexão da suspensão são obtidas através de:

$$F_{din} = F_{k_p} = k_p(h - z_p) , \quad (22)$$

$$d_s = (z_p - z_s) . \quad (23)$$

Para simplificar a resolução das equações que caracterizam o comportamento do sistema de suspensão, as Eqs. (20) e (21) foram colocadas na forma matricial, ou seja, na

forma de equações de estado, cujas equações são dadas por:

$$\begin{aligned}\dot{X} &= AX + BU \quad , \\ Y &= CX + DU \quad ,\end{aligned}\tag{24}$$

onde:

- A – matriz de estado (dinâmica do sistema);
- B – matriz de entrada;
- C – matriz de saída;
- D – matriz de alimentação direta;
- X – vetor de estado;
- \dot{X} – derivada do vetor de estado;
- Y – vetor resposta (saída);
- U – vetor de entrada.

Definindo o vetor de estado e o vetor resposta como:

$$X = \begin{pmatrix} z_p \\ \dot{z}_p \\ z_s \\ \dot{z}_s \end{pmatrix},\tag{25}$$

$$Y = \begin{pmatrix} \ddot{z}_s \\ d_s \\ F_{din} \end{pmatrix},\tag{26}$$

a forma matricial pode ser desenvolvida reorganizando as Eqs. (20) e (21), isolando as variáveis de estado e obtendo as matrizes das equações de estado. Considerando $h(t)$ como o vetor de entrada, o modelo matemático do sistema será dado por:

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} \dot{z}_p \\ \ddot{z}_p \\ \dot{z}_s \\ \ddot{z}_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_p+k_s}{m_p} & -\frac{b_s}{m_p} & \frac{k_s}{m_p} & \frac{b_s}{m_p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s}{m_s} & \frac{b_s}{m_s} & -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{b_s}{m_s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_p \\ \dot{z}_p \\ z_s \\ \dot{z}_s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{k_p}{m_p} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} h(t)\tag{27}$$

$$Y = \begin{pmatrix} \ddot{z}_s \\ d_s \\ F_{din} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{k_s}{m_s} & \frac{b_s}{m_s} & -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{b_s}{m_s} \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -k_p & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_p \\ \dot{z}_p \\ z_s \\ \dot{z}_s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ k_p \end{pmatrix} h(t)\tag{28}$$

Vale ressaltar, que assim como Popp e Schiehlen (2010) e Rajamani (2006), as simulações e otimizações deste estudo utilizam o desacoplamento das frequências para analisar os parâmetros da suspensão através de suas frequências naturais e taxa de amortecimento, principalmente da massa suspensa, que está relacionada a rigidez e amortecimento da suspensão e não tem seu valor pré-definido, como será visto mais adiante. Desta forma, as análises podem ser feitas através da vibração, comparando com as frequências naturais que indicam o desconforto do passageiro. Sendo assim, a frequência natural não amortecida e a taxa de amortecimento da massa suspensa são representadas por:

$$f_{n_s} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_s}{m_s}} \quad , \quad (29)$$

e

$$\xi_s = \frac{b_s}{2\sqrt{m_s k_s}} \quad . \quad (30)$$

2.2.2 Modelo matemático do perfil de estrada

Agostinacchio, Ciampa e Olita (2014), em seu estudo sobre as vibrações induzidas por irregularidades superficiais em estrada, descrevem a superfície de uma estrada como a combinação de um grande número de solavancos periódicos, uns mais longos e outros mais curtos, com diferentes amplitudes. Pressupondo que uma determinada estrada tem propriedades estatísticas iguais ao longo da seção analisada, a norma internacional ISO 8608 (INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION, 2016), que descreve metodologias a serem usadas para a geração do perfil de superfície de estrada, é utilizada para desenvolver um modelo matemático representativo para diferentes perfis de rugosidade das rodovias caracterizados por diferentes níveis de irregularidade. O mesmo modelo de perfil de estrada será utilizado por este estudo como entrada ao sistema para as simulações e otimizações.

A ISO 8608 baseia-se na comparação entre o *PSD* medido e as classes de perfis estabelecidas por ela, definidas por uma série de *PSD's* artificiais. Ela possui conceitos fundamentais como frequência espacial n , também chamada de número de onda, que é definida em ciclos por metro, ao contrário da unidade *Hertz* (ciclos/segundo), perfil da estrada h , que é a variação da altura da superfície de estrada, e a densidade espectral de potência (*PSD*), que é a função utilizada para descrever de maneira estocástica a rugosidade da via. Existem dois métodos que utilizam os dados medidos no local para geração do perfil de rugosidade real da estrada, o que os diferencia são a forma como esses dados são utilizados para obter o perfil. Enquanto o primeiro método utiliza o cálculo do *PSD* dos deslocamentos verticais G_d , o segundo utiliza o cálculo do *PSD* das acelerações

Tabela 5 - Classificação das estradas de acordo com valores de $G_d(n_0)$.

Classe de Estrada	Qualidade do Pavimento	$G_d(n_0)(10^{-6}m^3)$	
		Limite Inferior	Limite Superior
A	Muito Bom	-	32
B	Bom	32	128
C	Médio	128	512
D	Ruim	512	2048
E	Muito Ruim	2048	8192
F	Péssimo	8192	32768
G	Péssimo	32768	131072
H	Péssimo	131072	-
$n_0 = 0,1 \text{ ciclos/m}$			

Fonte: Adaptado de: ISO 8608 (INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION, 2016)

G_a do perfil em termos de variação de inclinação da superfície da estrada por unidade de distância percorrida. O primeiro e o segundo método estão correlacionados via:

$$G_a(n) = (2\pi n)^4 G_d(n) . \quad (31)$$

Para facilitar a comparação dos diferentes perfis de rugosidade, a ISO 8608 propõe uma classificação que se baseia, como já foi dito, na sua PSD , calculada em correspondência de valores convencionais de frequência espacial $n_0 = 0,1$ ciclos/metro. Desta forma, a Tabela 5 utiliza os valores estabelecidos por $G_d(n_0)$ para classificar os perfis em 8 classes de estrada, sendo a classe A com menor grau de rugosidade e, portanto, para efeitos de produção de vibrações, consideradas da melhor qualidade. E por outro lado, a classe H inclui todas as estradas com alto grau de rugosidade, consideradas de péssima qualidade. Em simulações, a ISO 8608 prevê que o perfil de rugosidade da superfície da estrada pode ser definido usando a equação:

$$G_d(n) = G_d(n_0) \sqrt{\frac{n}{n_0}} , \quad (32)$$

onde os valores de $G_d(n_0)$ devem ser derivados da Tabela 5 com base na classe de estrada que está sendo considerada. Assim é possível a identificação da classe de perfil de rugosidade real, calculando-se a densidade espectral de potência do perfil real na correspondência de n_0 .

Com base no nisso, Agostinacchio, Ciampa e Olita (2014) propõem um perfil de estrada artificial a partir de uma representação estocástica, em função da PSD dos deslocamentos verticais $G_d(n)$. Tal representação é obtida inicialmente partindo de um perfil de estrada contínuo, para um valor definido de frequência espacial n , dentro de uma banda

de frequência Δn , e é expressa através da equação a seguir:

$$G_d(n) = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Psi x^2}{\Delta n} , \quad (33)$$

onde Ψx^2 é o valor médio quadrático do componente do sinal para a frequência espacial n , dentro da faixa de frequência Δn . Discretizando a Eq. (33), o sinal do perfil de estrada é descrito como uma sequência de pontos de elevação uniformemente espaçados, ou seja, com um perfil de comprimento L e um intervalo de amostragem B , a frequência espacial máxima será $n_{max} = \frac{1}{B}$, sendo a frequência espacial discretizada n_i igualmente espaçada por $\Delta n = \frac{1}{L}$.

Considerando que o valor genérico da frequência espacial n_i pode se considerado como o produto de i com Δn . A forma discreta do sinal é dada então por:

$$G_d(n_i) = \frac{\Psi x^2(i\Delta n, \Delta n)}{\Delta n} , \quad (34)$$

com i variando de 0 a $N = \frac{n_{max}}{\Delta n}$.

Se o perfil de estrada pode ser descrito através de uma função harmônica simples como:

$$h(x) = \sum A_i \cos(2\pi n_i x + \varphi) = \sum A_i \cos(2\pi i \Delta n x + \varphi) , \quad (35)$$

onde A_i é a amplitude, n_i é a frequência espacial e φ é o ângulo de fase, é possível demonstrar que o valor médio quadrático deste sinal harmônico é

$$\Psi x^2 = \frac{A_i^2}{2} , \quad (36)$$

donde

$$G_d(n_i) = \frac{A_i^2}{2 \Delta n} . \quad (37)$$

Desta forma, a função harmônica simples do perfil de estrada, assumindo um ângulo de fase aleatório φ_i , é descrito da seguinte forma:

$$h(x) = \sum_{i=0}^N A_i \cos(2\pi i \Delta n x + \varphi) = \sum_{i=0}^N \sqrt{2 \Delta n G_d(i \Delta n)} \cos(2\pi i \Delta n x + \varphi). \quad (38)$$

Sendo assim, a partir da Eq. (32), Agostinacchio, Ciampa e Olita (2014) propõem um perfil de estrada artificial através da classificação da ISO descrito como

$$h(x) = \sum_{i=0}^N \sqrt{\Delta n} 2^K 0,001 \left(\frac{n_0}{i \Delta n}\right) \cos(2\pi i \Delta n x + \varphi_i) , \quad (39)$$

Tabela 6 - Valores de K para classificação da rugosidade da estrada, conforme a norma ISO 8608.

Classe de Estrada		
Limite Inferior	Limite Superior	K
A	B	3
B	C	4
C	D	5
D	E	6
E	F	7
F	G	8
G	H	9

Fonte: Adaptado de: ISO 8608 (INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION, 2016)

onde i varia de 0 a $N = \frac{n_{max}}{\Delta n}$ e os demais itens correspondem a:

- L : Comprimento do perfil da estrada;
- B : Intervalo de amostragem;
- n_{max} : Frequência espacial máxima de amostragem teórica ($\frac{1}{B}$);
- Δn : Intervalo de n_i igualmente espaçados ($\Delta n = \frac{1}{L}$);
- x : é a variável do eixo longitudinal de 0 a L ;
- K : Valor constante de acordo com a classificação do perfil rodoviário ISO (ver Tabela 6).
- φ_i : Ângulo de fase aleatório seguindo uma distribuição probabilística uniforme dentro da faixa de 0 a 2π .

2.3 Algoritmos genéticos

Neste estudo, o método de otimização a ser utilizado deve ser capaz de tratar problemas multiobjetivos, uma vez que se tem como objetivos o conforto e a segurança, observados através dos valores RMS da aceleração vertical do chassi, da força dinâmica da roda e da deflexão da suspensão. Sendo assim, o método de otimização multiobjetivo que será aplicado no modelo de um quarto do veículo é o método de algoritmo genético (GA). Visto que foi observado sua constante utilização nos estudos e artigos científicos sobre sistema de suspensão, além de estar entre os métodos disponíveis nas ferramentas

(*toolbox*) do *Matlab*[®], mesmo software que será utilizado para as simulações numéricas no modelo. O método no *software Matlab*[®] é representado pelo código '*gamultiobj*' e usa um algoritmo genético elitista controlado, uma variante do algoritmo NSGA-II (algoritmo genético de ordenação não dominada) que será explicado mais adiante.

O algoritmo genético, inventado por Holland em 1975, são algoritmos computadorizados de busca e otimização baseados na mecânica da genética natural e seleção natural. Os elementos básicos da genética natural, reprodução, cruzamento e mutação, são usados no procedimento de busca genética (RAO, 2009). Sousa e Avila (2017) explicita a lógica no qual o algoritmo é baseado:

O algoritmo define um grupo de indivíduos a serem selecionados, cada um com sua característica definida ou adaptabilidade, esse grupo se desenvolve, através da programação de operações genéticas. As operações significam que os indivíduos sofram cruzamentos e mutações, gerando um novo grupo de indivíduos que passaram pelos princípios Darwinianos de reprodução e sobrevivências dos mais aptos. O papel do algoritmo é procurar o indivíduo que melhor se encaixa na solução, de forma a otimizar a função objetivo (SOUSA;AVILA, 2017, p. 6)

Os projetos são representados por indivíduos de uma população em uma dada geração. No método GA a reprodução entre os indivíduos é permitida e os mais bem adaptados serão mais empregados, pois uma combinação das características mais favoráveis resulta numa população mais adaptada. E quanto mais gerações, melhores serão os resultados para a função objetivo.

Golbert em 1989 sugeriu a utilização do conceito de não dominância para geração de uma nova população de indivíduos, principalmente em problemas com dois ou mais objetivos conflitantes, onde buscasse produzir um conjunto de soluções ótimas que representem as melhores relações de troca entre os objetivos. Uma solução não dominada é quando algum dos objetivos que a compõem, não pode ser melhorado sem piorar algum dos outros objetivos. O conjunto de soluções não dominadas formam a chamada fronteira de Pareto, que tem seu conceito demonstrado na forma gráfica através da Figura 26, onde representa a relação típica entre dois objetivos conflitantes (SCHAR Dong, 2011).

Dentre os algoritmos que utilizam o conceito de não dominância, destaca-se o algoritmo genético de ordenação não dominada (*Non-dominated Sort Genetic Algorithm* ou NSGA), mais especificamente o NSGA-II, que é um algoritmo multiobjetivo que utiliza a estratégia dos algoritmos genéticos e usa mecanismos elitistas, de preservação de diversidade e ênfase em soluções não dominadas. O principal passo no NSGA-II é que o algoritmo gera uma população de filhos a partir da população de pais e o procedimento de classificação é realizado na população resultante dessa união. Aplicando a classificação não dominada, na geração de uma nova população é escolhida apenas a metade, selecionando as soluções não dominadas com a maior diversidade para a fronteira de Pareto, e descartando o restante das soluções. Um GA elitista sempre favorece indivíduos com melhor valor de aptidão, já um GA elitista controlado favorecem indivíduos que podem

Figura 26 - Representação gráfica de dois objetivos conflitantes com a formação da Fronteira de Pareto.



Fonte: (SCHARDONG, 2011)

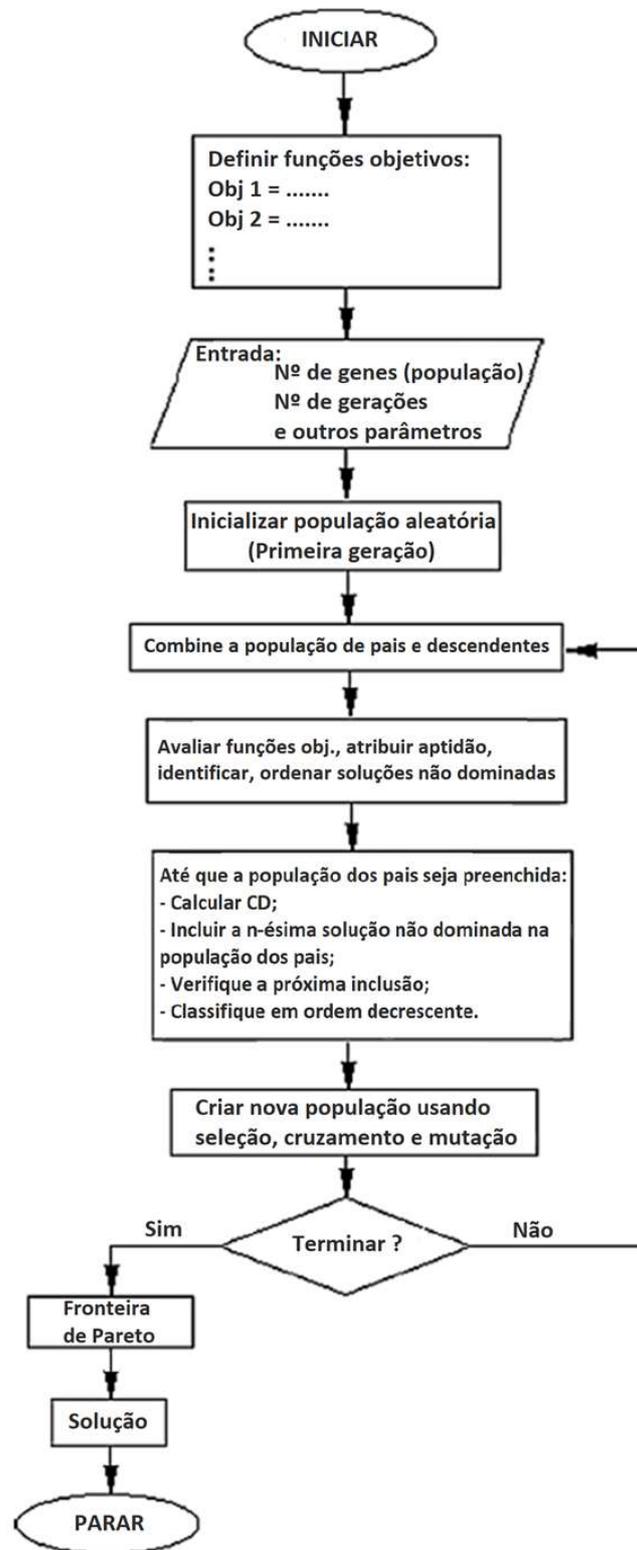
ajudar a aumentar a diversidade da população, mesmo que tenham um valor menor de aptidão. Para manter a diversidade da população, importante para a convergência em uma fronteira de Pareto, é utilizado um parâmetro de distância de aglomeração (*crowding distance* ou CD), controlando os membros da elite da população à medida que o algoritmo avança. O parâmetro CD favorece indivíduos que estão relativamente distantes, pois estão em uma região menos densamente povoada. A Figura 27 apresenta um típico fluxograma da implementação do algoritmo genético NSGA-II para resolução do problema multiobjetivo (YANG, 2010)(NAGARKAR; PATIL; PATIL, 2016).

Um problema de otimização multiobjetivo pode ser descrito matematicamente da seguinte maneira:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimizar} \\ \quad f(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_M(\mathbf{x})] \\ \text{Sujeito a} \\ \quad g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \quad i = 1, \dots, n \\ e \\ \quad x_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, p, \end{array} \right. \quad (40)$$

onde, o vetor $\mathbf{x}^* = [x_1^*, \dots, x_p^*]$ é a solução ótima do problema de otimização e satisfaz a Eq. (40), $g_i(\mathbf{x})$ são as restrições do problema, M o número de objetivos, n o número de restrições e p o número de variáveis de projeto. As restrições, que podem ser de igualdade e/ou desigualdade, definem a região ou espaço viável do problema.

Figura 27 - Fluxograma de um algoritmo GA implementado para otimização multiobjetivo.



Fonte: (NAGARKAR; PATIL; PATIL, 2016)

Tabela 7 - Parâmetros do modelo de um quarto do veículo utilizado nas simulações e otimizações no *Matlab*[®].

Parâmetros do Modelo	
Massa total do veículo	1000 kg
Massa suspensa - 1/4 do veículo (m_s)	250 kg
Massa da roda + pneu (m_p)	40 kg
Rigidez do pneu (k_p)	200000 N/m
Rigidez da suspensão (k_s)	Obtida através de f_{n_s} (variável nas simulações numéricas)
Coefficiente de amortecimento da suspensão (b_s)	Obtida através de ξ_s (variável nas simulações numéricas)

Fonte: O autor, 2019.

2.4 Considerações e hipóteses

Para aplicação do modelo de dois graus de liberdade, representando um quarto do veículo, são realizadas algumas hipóteses e simplificações, justamente por se tratar de uma ferramenta de pré-projeto. Desta forma, neste estudo são considerados que:

- o modelo e seus parâmetros são lineares;
- o modelo não prevê completamente a dinâmica de um veículo, pois não é capaz de representar os movimentos de arfagem (*pitch*), guinada (*yaw*) e rolagem (*roll*);
- o modelo não considera o amortecimento no pneu, por ser muito pequeno em comparação com o amortecimento da suspensão;
- considera-se apenas as excitações provenientes do solo;
- o veículo desloca-se numa trajetória retilínea;
- o modelo utiliza o desacoplamento de frequência para o cálculo da frequência natural não amortecida da massa suspensa;
- em condições normais de simulação e otimização o veículo se desloca a uma velocidade de 30 m/s com o perfil de estrada irregular com classe A-B ($K = 2$);
- o modelo representa um veículo de passeio leve com uma suspensão passiva.

Sendo assim, para realização da simulação e otimização no *software Matlab*[®], são considerados os dados do veículo e do sistema de suspensão contidos na Tabela 7. Ela apresenta características retiradas de um dos veículos mais leves do mercado brasileiro, assim como dados de outros textos científicos, como (FREITAS, 2006) e (VERROS; NAT-SIAVAS; PAPADIMITRIOU, 2005).

Vale ressaltar, que os parâmetros de rigidez da suspensão k_s e coeficiente de amortecimento da suspensão b_s , são representados pela frequência natural não amortecida f_{n_s} e pela taxa de amortecimento ξ_s (ambos referente à massa suspensa) e que estes são variados durante as simulações e otimizações para observar o comportamento da suspensão através das respostas dinâmicas resultantes. Nos resultados e conclusões a frequência natural sempre se refere a frequência natural não amortecida da massa suspensa. Os dados e parâmetros de entrada ao modelo são relacionados e apresentados nos itens de cada resultado e simulação deste projeto. Os códigos completos e algoritmos usados no *Matlab*[®] para realização das simulações e das otimizações estão disponíveis no Apêndice 1 deste estudo.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1 Teste do modelo de perfil de estrada

O modelo matemático genérico para o perfil de estrada artificial foi definido, entretanto é necessário que esse modelo seja testado e avaliado para verificar seus limites e a sua capacidade de utilização no estudo. Além disso, a simulação serve para a definição da classe de estrada que é ideal para o estudo do sistema de suspensão. Sendo assim, utilizando o modelo matemático do perfil de estrada, definido na Eq. (40), foi realizado a plotagem do gráfico com os perfis de estrada em função da altura da rugosidade $h(x)$ e do comprimento da estrada L , variando entre as classes A-B, B-C, C-D e D-E. Para em seguida, realizar a comparação com os perfis de estrada obtidos por Agostinacchio, Ciampa e Olita (2014) em seu artigo. Em ambos os casos, foram utilizados os parâmetros definidos na Tabela 8, ou seja, o comprimento da estrada é igual a 250 m, frequência espacial igual a 0,1 m/s^{-1} e frequência espacial máxima de 4 m/s^{-1} . As Figuras 28 e 29 apresentam os gráficos com os perfis obtidos pelo modelo de entrada definido neste estudo e com os perfis obtidos pela referência utilizada para obter tal modelo, respectivamente.

Ambos os gráficos apresentam as classes de estrada com rugosidades máximas bastante próximas. Entretanto, para que os resultados se aproximassem, os valores de K utilizados foram diferentes em uma unidade. Isto é, enquanto o valor de $K = 3$ no paper representa a classe A-B, o valor de K neste projeto para representar a mesma classe deverá ser igual 2, e assim por diante. Desta forma, os resultados de rugosidade máxima obtidos foram:

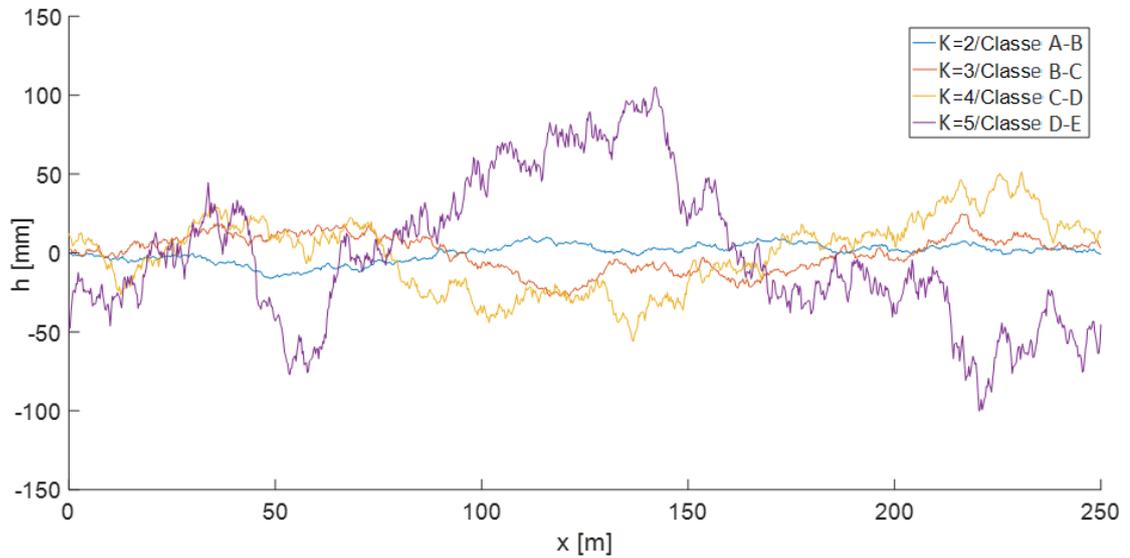
- Classe A-B – h_{max} – 15 mm;
- Classe B-C – h_{max} – 25 mm;
- Classe C-D – h_{max} – 50 mm;
- Classe D-E – h_{max} – 100 mm.

Tabela 8 - Parâmetros utilizados para plotagem das classes de perfis de estrada irregular, através do modelo proposto por Agostinacchio, Ciampa e Olita (2014).

Entrada Perfil de Estrada (Condição Normal)	
Classe de perfil de estrada (K)	$K = 2$ (Classe A-B) até $K = 5$ (Classe D-E)
Comprimento da pista (L)	250 m
Frequência espacial (n_0)	0,1 m/s^{-1}
Frequência espacial máxima (n_{max})	4 m/s^{-1}

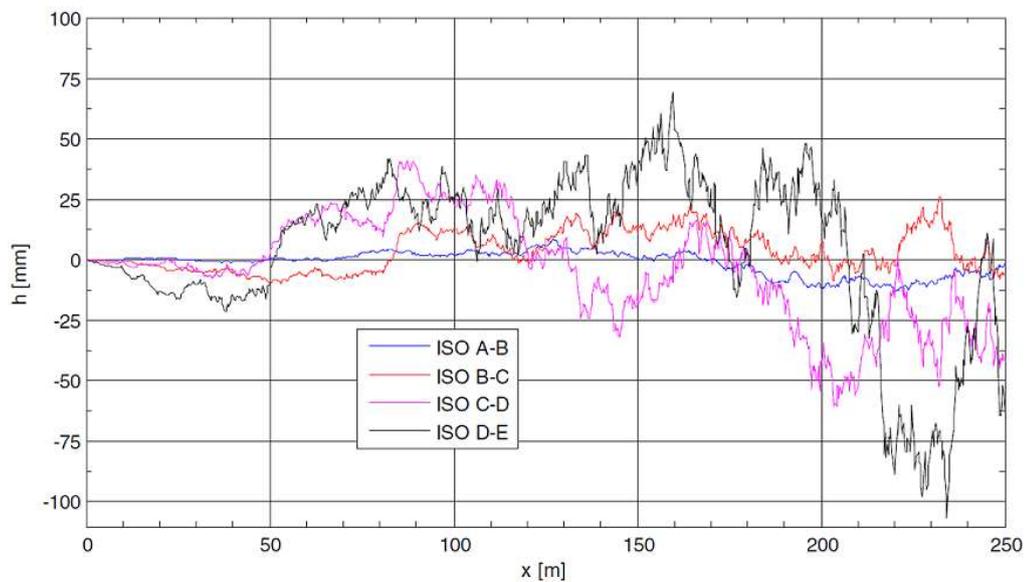
Fonte: O autor, 2019.

Figura 28 - Gráfico resultado das classes de perfis de estrada utilizando o modelo definido na metodologia.



Fonte: O autor, 2019.

Figura 29 - Gráfico com os perfis de estrada obtidos no paper "The vibrations induced by surface irregularities in road pavements – a Matlab[®] approach".



Fonte: (AGOSTINACCHIO; CIAMPA; OLITA, 2014)

A partir destes resultados, fica evidenciado a capacidade de reprodução do perfil de estrada utilizando um modelo proposto por outra referência e também sua utilização como entrada para o sistema de suspensão nas simulações e análises de seu comportamento. A classe de estrada A-B é definida para ser utilizada nas análises deste estudo e considerada como normal em comparação com as demais, visto que sua rugosidade não ultrapassa 15 *mm*.

3.2 Teste do modelo matemático de 1/4 do veículo

Assim como realizado no modelo de perfil de estrada, o modelo matemático de 1/4 do veículo deve ser testado para explorar suas capacidades e verificar seus limites. Observando também se os resultados possuem comportamentos compatíveis com aqueles já vistos em outras literaturas.

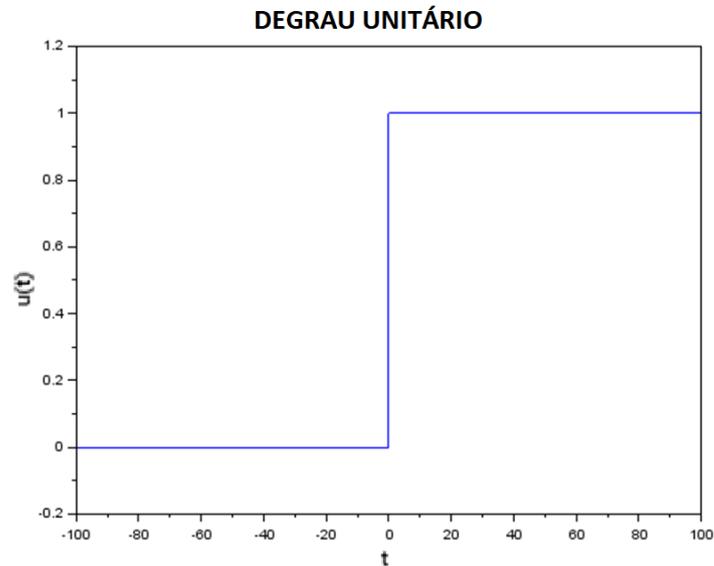
Utilizando o modelo matemático definido nas Eqs. (27) e (28), foi aplicado a ele sinais de teste para analisar suas respostas e compreender o comportamento característico dele à cada variação dos parâmetros da suspensão. Os tipos de sinais de teste utilizados foram o degrau unitário e o sinal lombada. Segundo Ogata (2009), utilizando sinais de testes uma análise simplificada do sistema pode ser obtida facilmente, uma vez que esses sinais são funções de tempo muito simples.

Lembrando que nessas simulações numéricas, será realizada a análise do comportamento ao longo do tempo, ou seja, o veículo está percorrendo uma estrada a uma velocidade de 30 *m/s* e tem sua base excitada por um degrau unitário ou por uma lombada. Assim, será observado a saída ou resposta dinâmica para cada configuração de parâmetros da suspensão, com a frequência natural f_{n_s} variando entre 1 e 3 Hz e com as taxas de amortecimento ξ_s iguais a: 0,1, 0,3, 0,5, 0,7 e 0,9. As saídas a serem observadas serão a aceleração vertical do chassi \ddot{z}_s , força dinâmica da roda F_{din} e deflexão da suspensão d_s . Neste caso, a observação será durante um percurso de 100 *m*. Os demais parâmetros do veículo estão relacionados na Tabela 7.

3.2.1 Entrada degrau unitário

A excitação degrau unitário (também conhecida como função de *Heaviside*) utilizada nesta simulação é obtida através do comando `step` do *software Matlab*[®]. Ele calcula a resposta de um sistema no domínio do tempo a uma entrada em degrau unitário, principalmente para observar o regime transiente do sistema após a excitação. O sinal degrau unitário é ilustrado na Figura 30. Esta função é dependente do tempo. Para valores de tempo menor que 0, a função vale 0, já para valores maiores ou iguais a 0, ela vale 1.

Figura 30 - Gráfico representativo do sinal degrau unitário ao sistema.



Fonte: (ELETRICACOMSCILAB, 2017)

Sendo representada por:

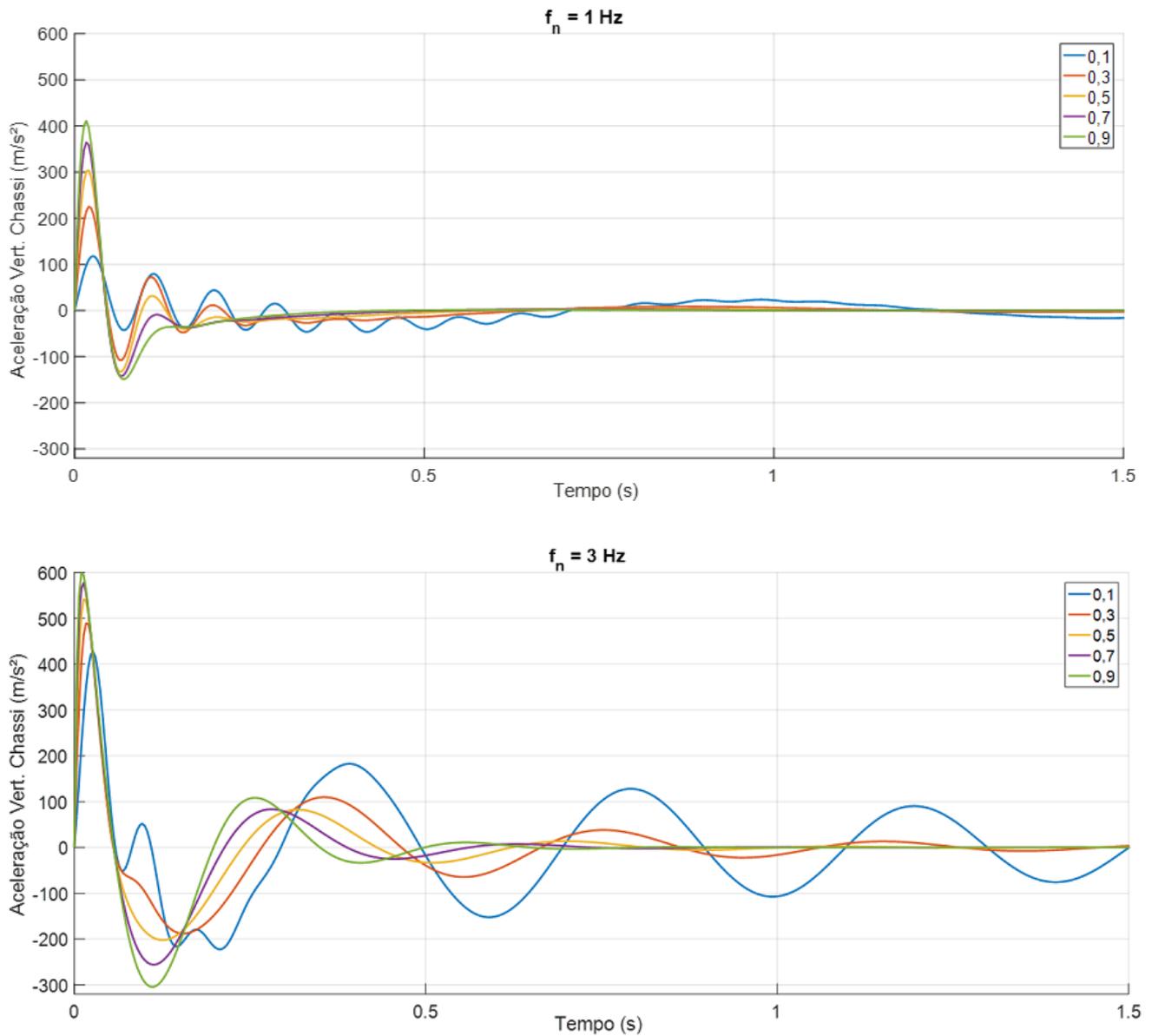
$$u(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0. \end{cases} \quad (41)$$

Com os parâmetros do modelo definidos e a entrada através do comando *step*, a solução com os resultados da variação dos parâmetros da suspensão à entrada degrau unitário são apresentados nos gráficos das Figuras 31, 32 e 33.

A Figura 31 mostra que a frequência natural afeta tanto a intensidade da aceleração do chassi, como o tempo de oscilação. Neste caso, quanto maior a frequência, maior será a aceleração e o tempo de oscilação. Do ponto de vista das literaturas referenciadas neste estudo, uma suspensão com maior rigidez, e conseqüentemente, maior frequência, é pior para o conforto do usuário. Este gráfico reproduz exatamente isso, pois quanto maior a aceleração devido a uma frequência alta, pior o conforto.

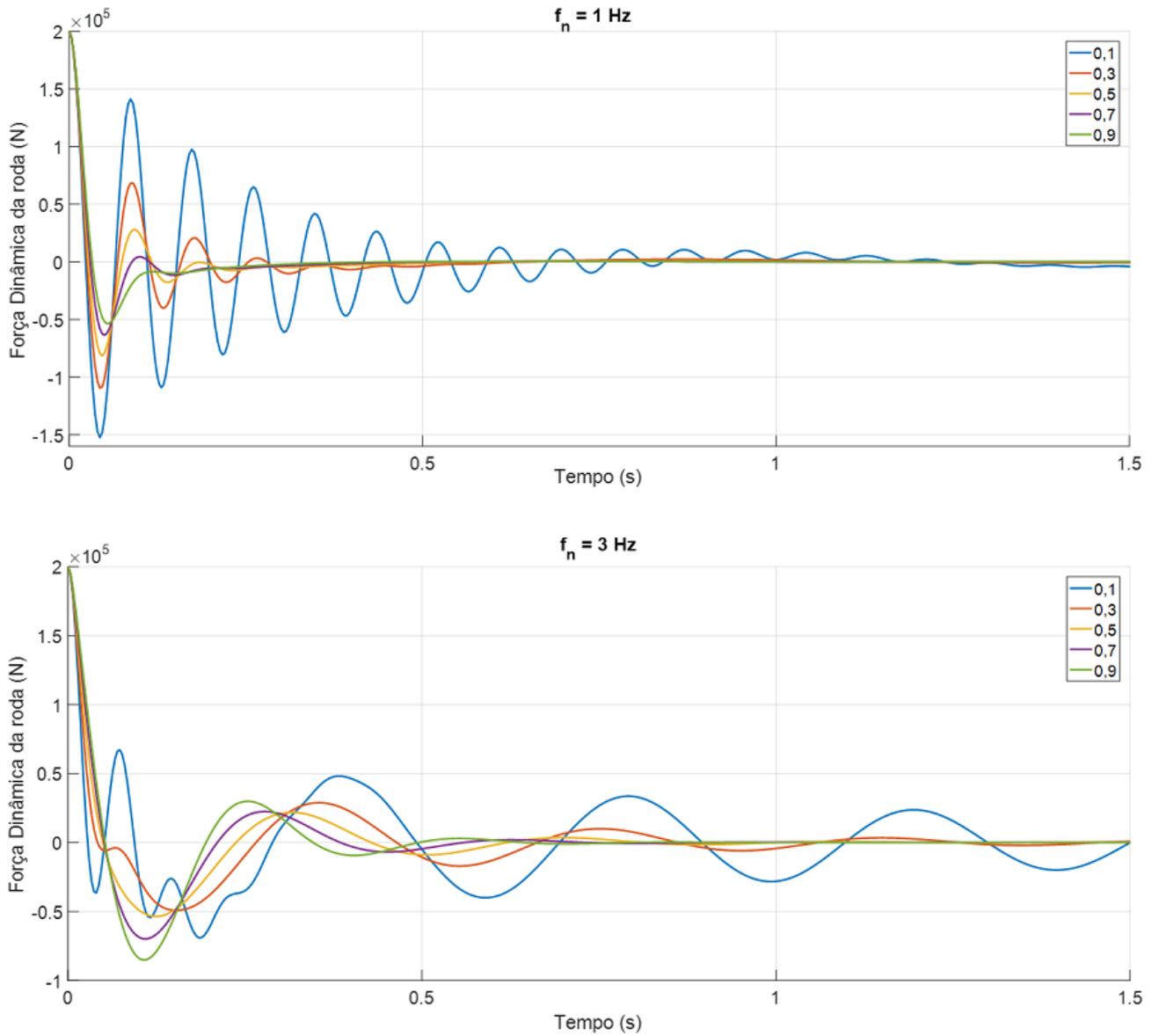
Na Figura 32 a frequência natural também afeta o tempo de oscilação e a intensidade da força dinâmica da roda. Porém, neste caso, o aumento da frequência reduz a intensidade da força. Para entender melhor é necessário verificar o comportamento com outras frequências além de 1 e 3 *Hz*. Já a taxa de amortecimento numa frequência de 1 *Hz*, quanto menor o valor, maior a intensidade da força. Enquanto que para a frequência de 3 *Hz*, não tem uma lógica clara, já que as taxas no valor de 0,3 e 0,5 apresentaram menor intensidade da força dinâmica.

Figura 31 - Gráficos respostas a entrada sinal degrau em função da aceleração vertical do chassi, com a frequência natural não amortecida da massa suspensa em 1 Hz e 3 Hz.



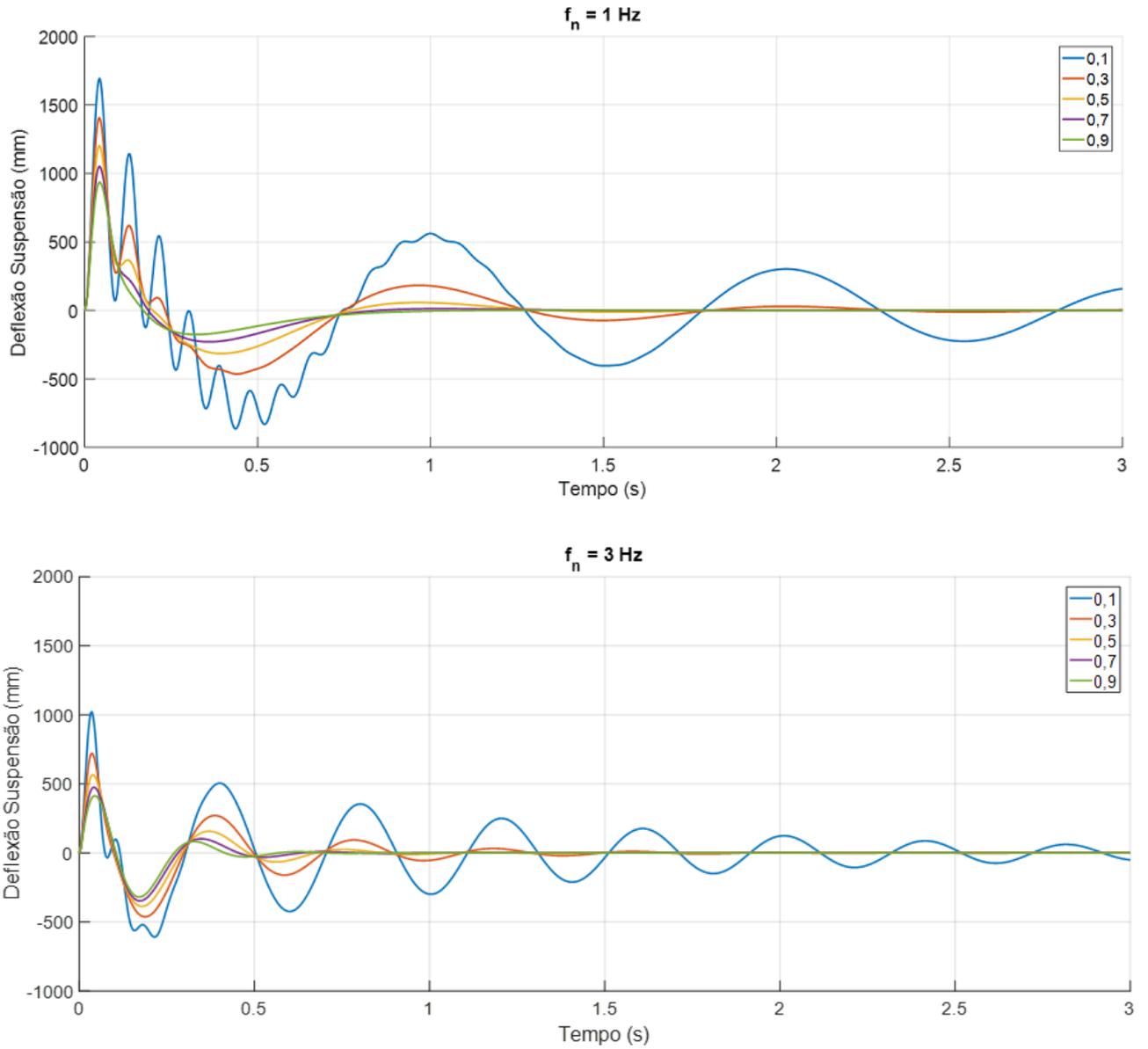
Fonte: O autor, 2019.

Figura 32 - Gráficos respostas a entrada sinal degrau em função da força dinâmica da roda, com a frequência natural não amortecida da massa suspensa em 1 Hz e 3 Hz.



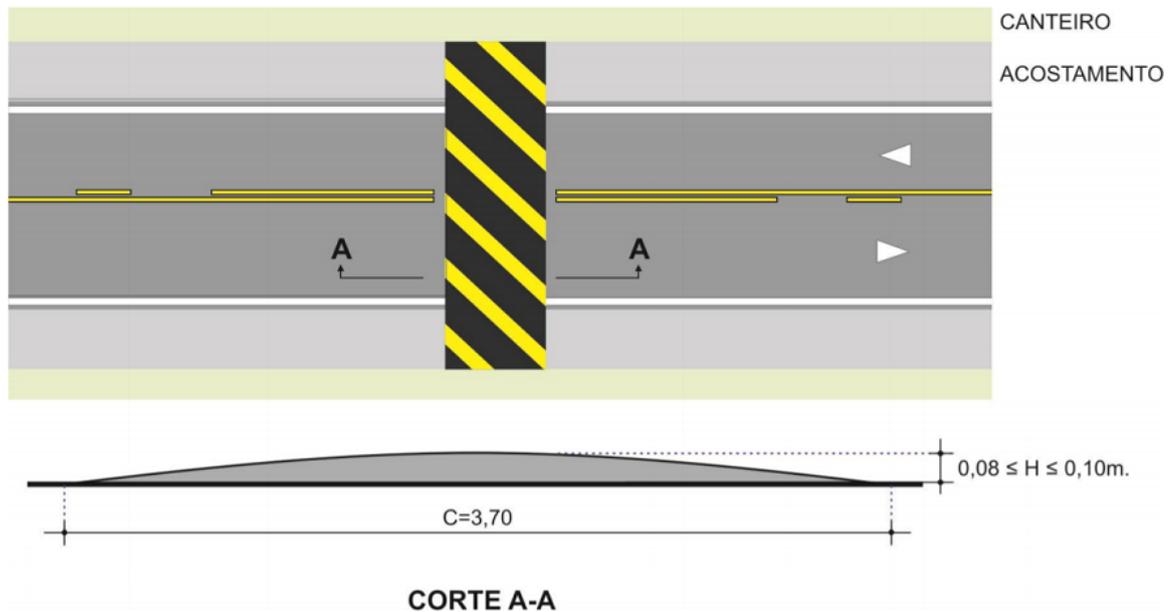
Fonte: O autor, 2019.

Figura 33 - Gráficos respostas a entrada sinal degrau em função da deflexão da suspensão, com a frequência natural não amortecida da massa suspensa em 1 Hz e 3 Hz.



Fonte: O autor, 2019.

Figura 34 - Vistas superior e em perfil (corte A-A) da lombada utilizada como entrada neste estudo.



Fonte: (CONSELHO NACIONAL DE TRANSITO, 2016)

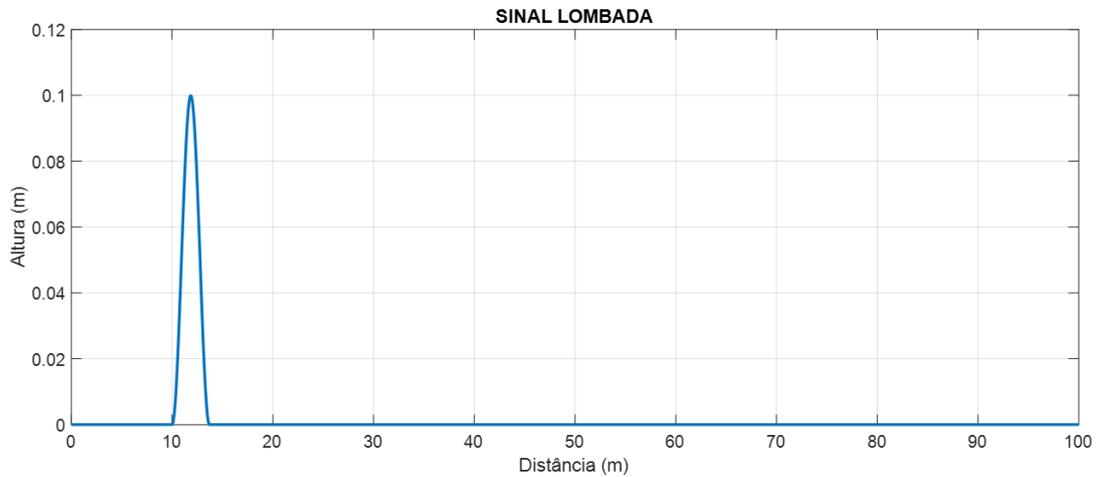
Assim como no gráfico da força dinâmica da roda, a intensidade da deflexão da suspensão também é afetada pela frequência natural, onde quanto maior a frequência menor a deflexão da suspensão, como mostrado na Figura 33. Porém nesse caso, apesar de oscilar mais com uma frequência maior, o tempo de acomodação após a excitação é mais rápida com uma frequência maior, ao contrario do que acontece nas outras duas respostas dinâmicas. Sendo assim, uma baixa frequência natural da massa suspensa dificulta o retorno da suspensão a sua posição estática, prejudicando a segurança na condução, principalmente em curvas.

3.2.2 Entrada lombada

A excitação através de uma entrada lombada é utilizada justamente para reproduzir as características impostas pelas ondulações transversais da uma via. A entrada lombada aplicado nas simulações a seguir possui $0,1 \text{ m}$ de altura e $3,7 \text{ m}$ de comprimento, estando em acordo com o tipo A da resolução nº 600 do CONTRAN (CONSELHO NACIONAL DE TRANSITO, 2016), conforme Figura 34.

Sendo assim, a Eq. (42) é usada para representar uma lombada ao longo de um trecho de uma estrada de 100 m . A Figura 35 mostra a entrada lombada obtida pela

Figura 35 - Plotagem no *software Matlab*[®] da entrada lombada, com as dimensões definidas pela resolução n^o 600 do CONTRAN.



Fonte: O autor, 2019.

plotagem do gráfico no *software Matlab*[®].

$$h(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x < 10 \\ 0,1 \sin^2 \frac{\pi(x-10)}{3,7}, & 10 \leq x \leq 13,7 \\ 0, & x > 13,7 \end{cases} \quad (42)$$

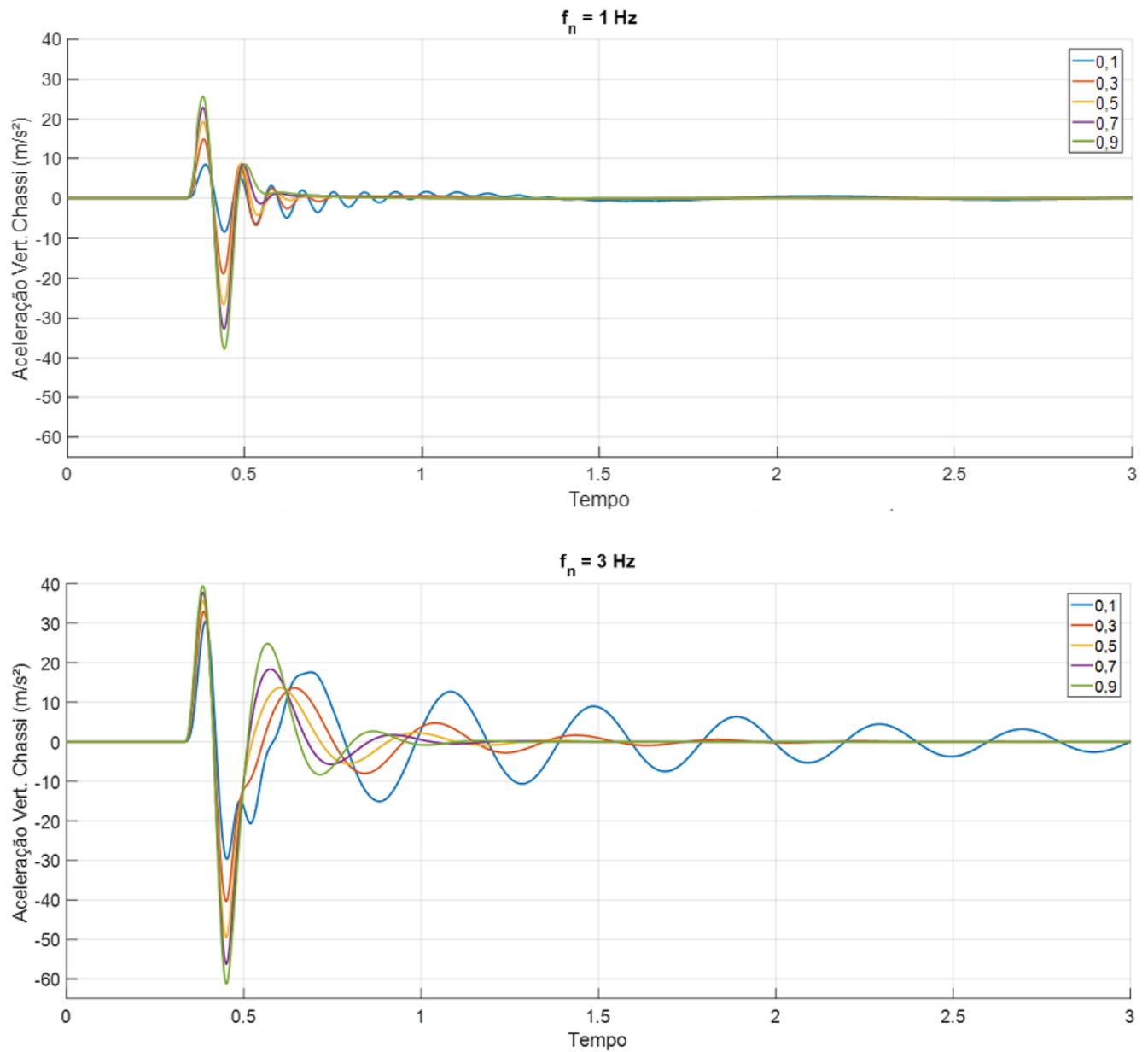
Quando o veículo está se deslocando ao longo da estrada, o seu deslocamento é dado pelo produto entre a velocidade e o tempo durante o trecho percorrido. Logo, é possível reformular a Eq. (42), escrevendo da seguinte maneira:

$$h(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < \frac{10}{v} \\ 0,1 \sin^2 \frac{\pi(vt-10)}{3,7}, & \frac{10}{v} \leq t \leq \frac{13,7}{v} \\ 0, & t > \frac{13,7}{v} \end{cases} \quad (43)$$

Considerando a velocidade de percurso $v = 30 \text{ m/s}$, a excitação lombada é aplicada ao modelo de um quarto do veículo, com os parâmetros definidos na Tabela 7. Então, variando a frequência natural e a taxa de amortecimento, conforme já descrito nesse item, as soluções com os resultados em termos das respostas dinâmicas à entrada lombada são apresentadas nos gráficos da Figura 36, 37 e 38.

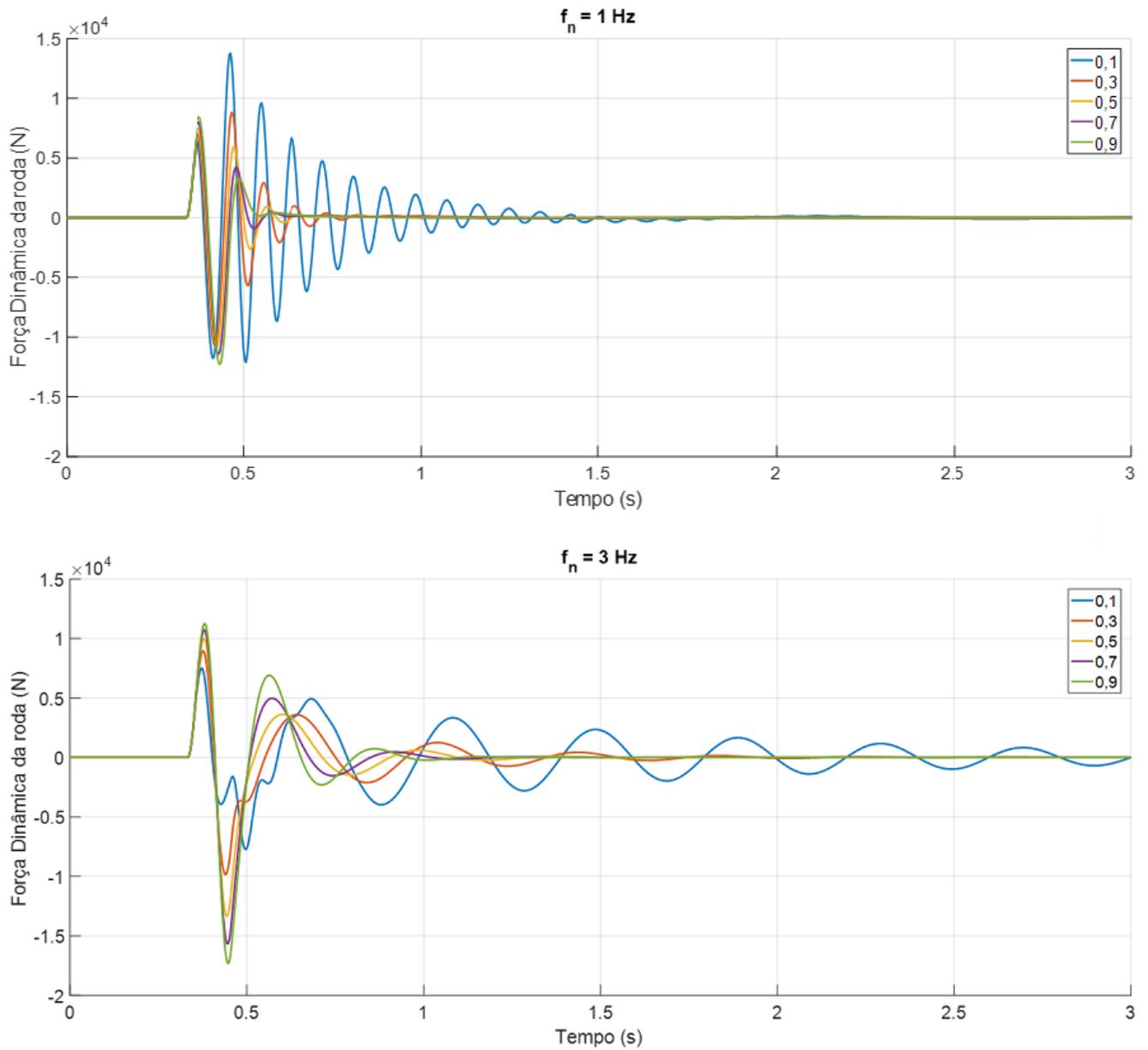
Os gráficos da Figura 36 apresentam o aumento da aceleração vertical do chassi, em valores de frequência natural e taxas de amortecimento mais altas. Sendo assim, para o melhor conforto dos passageiros do veículo ao passar por uma lombada a 30 m/s , menor deve ser a frequência natural e a taxa de amortecimento. Além disso, o tempo de acomodação aumenta com a frequência.

Figura 36 - Gráficos respostas à entrada lombada em função da aceleração vertical do chassi, com a frequência natural não amortecida da massa suspensa em 1 Hz e 3 Hz.



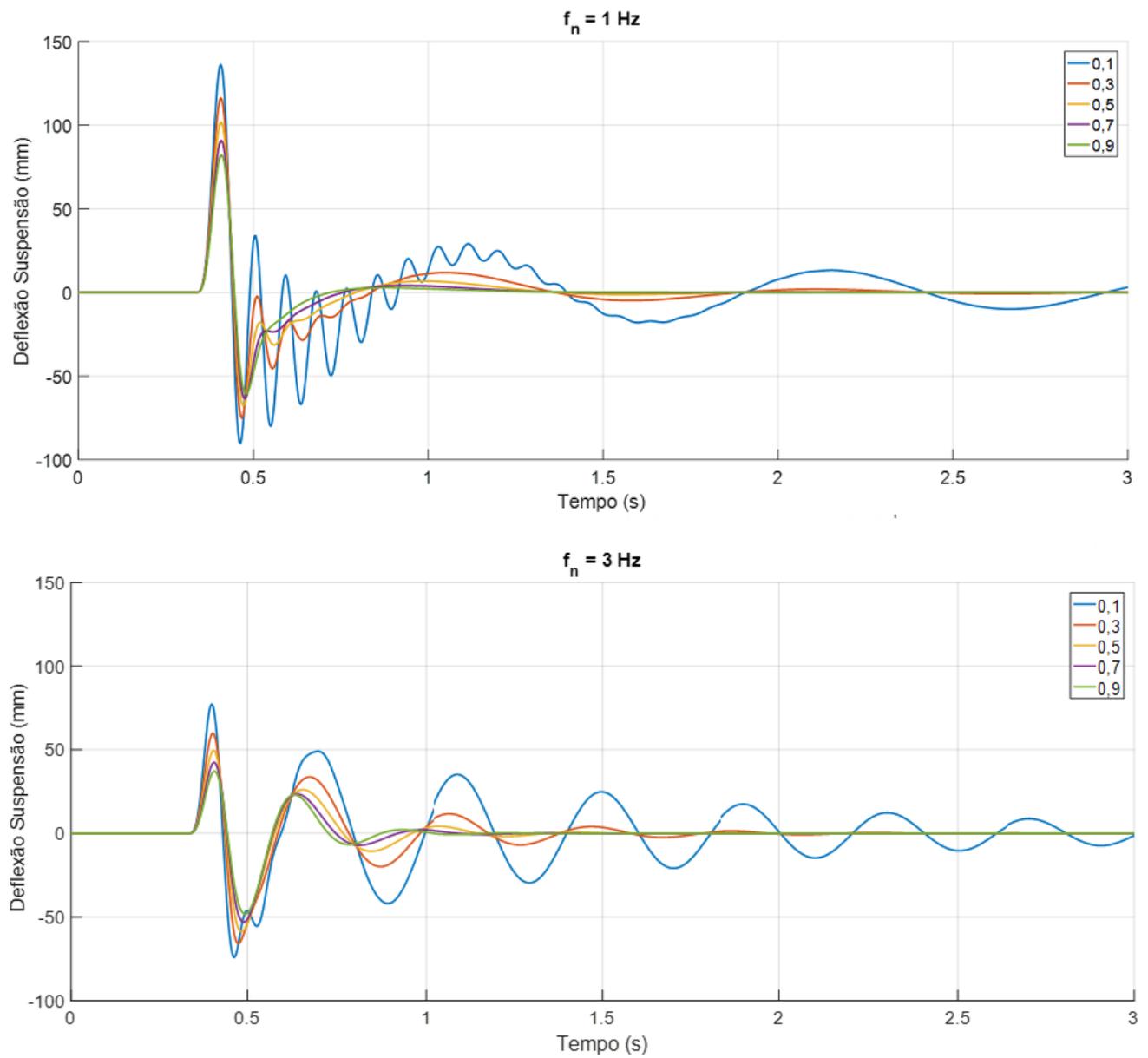
Fonte: O autor, 2019.

Figura 37 - Gráficos respostas à entrada lombada em função da força dinâmica da roda, com a frequência natural não amortecida da massa suspensa em 1 Hz e 3 Hz.



Fonte: O autor, 2019.

Figura 38 - Gráficos respostas à entrada lombada em função da deflexão da suspensão, com a frequência natural não amortecida da massa suspensa em 1 Hz e 3 Hz.



Fonte: O autor, 2019.

Ao contrário do que acontece na entrada degrau, os gráficos da força dinâmica da roda na Figura 37 apresentam um pequeno aumento da força dinâmica com o aumento da frequência natural. Já a variação da taxa de amortecimento num primeiro momento, quanto maior a taxa, maior o valor da força. Enquanto que após a excitação, apesar de não ser muito evidente, as taxas com menor valor apresentam forças dinâmicas maiores devido à demora de acomodação da curva. Apesar de a frequência maior aumentar a força dinâmica, quando analisamos a amplitude das curvas, frequências mais baixas resultam em amplitudes de força mais baixas. Sendo assim, uma frequência natural maior favorece a segurança por um lado, pois reduz as amplitudes da força dinâmica da roda mais rápido, e por outro lado piora a segurança, devido ao tempo maior para parar de oscilar.

A Figura 38 traz o comportamento da deflexão da suspensão com a variação da frequência natural e da taxa de amortecimento, apresentando que para uma menor deflexão, maior deve ser a frequência natural e a taxa de amortecimento. Já o tempo de acomodação, que no degrau unitário é menor numa frequência maior, demora mais para parar e retornar ao ponto estático quando a frequência é maior na entrada lombada, mesmo que seja pequena a diferença de tempo entre 1 e 3 Hz . Logo, se o espaço disponível para o curso da suspensão no veículo for pequeno, quanto maior a frequência melhor será para o projeto, visto que o tempo de acomodação não é muito afetado entre 1 e 3 Hz .

Desta forma, um aumento da frequência natural resulta numa aceleração mais alta, uma força dinâmica mais baixa e uma deflexão da suspensão mais baixa, e em algumas exceções como a deflexão da suspensão a entrada degrau, tem o tempo de acomodação mais rápido. Ou seja, a frequência mais alta resulta num pior conforto e numa condição melhor de dirigibilidade, evidenciando o conflito entre as características esperadas da suspensão e relatado em diversas literaturas.

São necessárias mais simulações para entender esse conflito e a influência dos parâmetros da suspensão, porém é possível afirmar que o modelo matemático de 1/4 do veículo se apresenta útil para a continuidade do estudo, pois apresentou como resultados das simulações comportamentos esperados numa análise puramente teórica e de observação da realidade. Na simulação com a deflexão da suspensão, por exemplo, foi verificado que quanto maior a frequência, menor a deflexão. E isso é o que acontece teoricamente, visto que uma maior frequência significa maior rigidez da mola, e então uma menor deflexão. O mesmo pode ser constatado com a taxa de amortecimento, que quando possui valores mais altos, retornam mais rapidamente ao ponto estável do sistema, representando o funcionamento do amortecedor da suspensão.

3.3 Simulações com entrada perfil de estrada

Testados os limites do modelo matemático do veículo e também a capacidade da entrada perfil de estrada, simulações que reproduzem o veículo em uma estrada com irregularidades podem ser realizadas. Com isso, há uma aproximação do comportamento do veículo e da suspensão com a realidade, pois passa a ser utilizado como entrada as excitações que caracterizam a rugosidade do percurso realizado pelo veículo, ao contrário do que ocorre com o sinal degrau e na entrada lombada. Isso possibilita dois tipos de análises distintas, no qual são estudados a influência dos parâmetros no conforto e na segurança do veículo:

- análise do comportamento das respostas dinâmicas ao longo do tempo;
- análise do valor eficaz (RMS) das respostas dinâmicas de acordo com os parâmetros da suspensão: frequência natural não amortecida e taxa de amortecimento.

Ao modelo matemático desenvolvido nas Eqs. (27) e (28), com os parâmetros do veículo definidos na Tabela 7, é aplicado a entrada perfil de estrada irregular proposta por Agostinacchio, Ciampa e Olita (2014) e definida pela Eq. (39). Os modelos matemáticos do sistema e da entrada são reproduzidos e executadas as suas soluções de acordo com a variação dos parâmetros restantes do veículo, que são a frequência natural e taxa de amortecimento, obtidas pelas Eqs. (8) e (9). As soluções de cada configuração são lidas através da aceleração vertical do chassi, da força dinâmica da roda e da deflexão da suspensão, respostas dinâmicas escolhidas para compreender o conforto e a segurança. Todas as simulações numéricas deste item ocorrem exatamente da mesma maneira descrita acima, o que muda são as diferentes configurações de frequência f_{n_s} e taxa de amortecimento ξ_s , e também como são lidas as saídas do sistema (soluções), se em valores em função do tempo ou em um único valor RMS. Os códigos (algoritmos) utilizados no *Matlab*[®] estão disponíveis no Apêndice 1. A Tabela 9 apresenta os parâmetros da entrada e do modelo, assim como as variáveis e as respostas dinâmicas a serem analisadas nas simulações.

3.3.1 Análise das respostas dinâmicas ao longo do tempo

Não foram realizados plotagens semelhantes ao utilizado com o sinal degrau, devido ao perfil de estrada apresentar uma curva muito irregular graficamente. Então os gráficos serão plotados com uma curva de cada resposta dinâmica, em função do tempo, para um determinado par de frequência natural e taxa de amortecimento. Primeiramente foram fixados alguns valores de taxa de amortecimento e variado os valores de frequência, e vice-versa. Desta forma, as simulações se dividiram para compreender a influência de cada parâmetro.

Tabela 9 - Parâmetros e variáveis da entrada e do modelo do veículo utilizados nas simulações no *Matlab*®.

Entrada perfil de estrada	Modelo de 1/4 do veículo	Saída	
Classe de perfil de estrada $K = 2$ (Classe A-B)	Massa suspensa $m_s = 250 \text{ kg}$	Em função do tempo	Valor Eficaz
Comprimento da pista $L = 250 \text{ m}$	Massa não suspensa $m_p = 40 \text{ kg}$		
Velocidade de percurso $v = 30 \text{ m/s}$	Rigidez do pneu $k_p = 200000 \text{ N/m}$	\ddot{z}_s	RMS \ddot{z}_s
Frequência espacial $n_0 = 0,1 \text{ m/s}^{-1}$	Rigidez da suspensão $k_s \Rightarrow f_{n_s}$ (Variável na simulação)	F_{din}	RMS F_{din}
Frequência espacial máxima $n_{max} = 4 \text{ m/s}^{-1}$	Coef. amortecimento suspensão $b_s \Rightarrow \xi_s$ (Variável na simulação)	d_s	RMS d_s

Fonte: O autor, 2019.

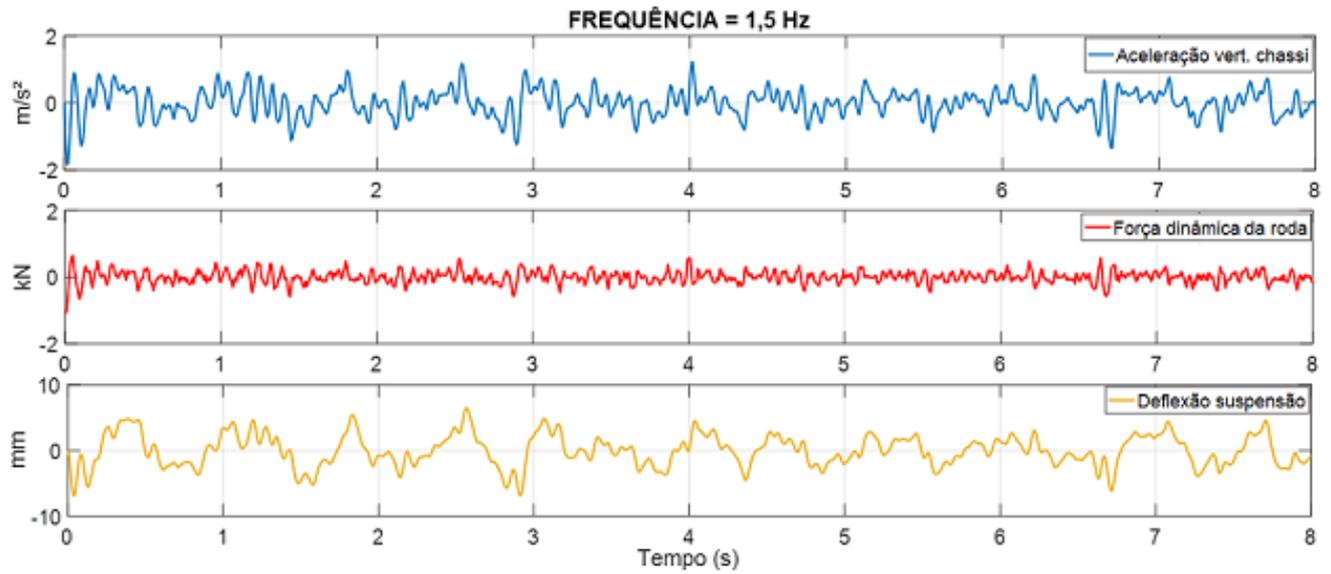
3.3.1.1 Influência da frequência natural não amortecida

Primeiro foram realizadas simulações com uma taxa de amortecimento ξ_s fixa em 0,3 e a frequência natural f_{n_s} variando entre os valores de 1,5 *Hz* e 5,5 *Hz*. Desta forma, foram obtidas as soluções representadas pelos gráficos nas Figuras 39 e 40. Assim foi possível avaliar o comportamento das respostas em função do tempo com a mudança de frequência.

Os gráficos da Figura 39 e 40 apresentam os mesmos comportamentos com a entrada lombada, onde o aumento da frequência natural resulta também no aumento da aceleração vertical do chassi e da força dinâmica da roda e numa redução da deflexão da suspensão. A aceleração do chassi na frequência de 1,5 *Hz* apresenta um valor de pico (em módulo) de aproximadamente 2 m/s^2 , enquanto na frequência de 5,5 *Hz* apresenta valores próximos de 5 m/s^2 . Já a força dinâmica na frequência de 1,5 *Hz* apresenta valor de pico (em módulo) de aproximadamente 1 *kN*, enquanto na frequência de 5,5 *Hz* apresenta valores próximos de 2 *kN*. No caso da deflexão da suspensão, ocorre uma redução, já que na frequência de 1,5 *Hz* a deflexão atinge valores próximos a 8 *mm*, e na frequência de 5,5 *Hz* os picos não ultrapassam 5 *mm*.

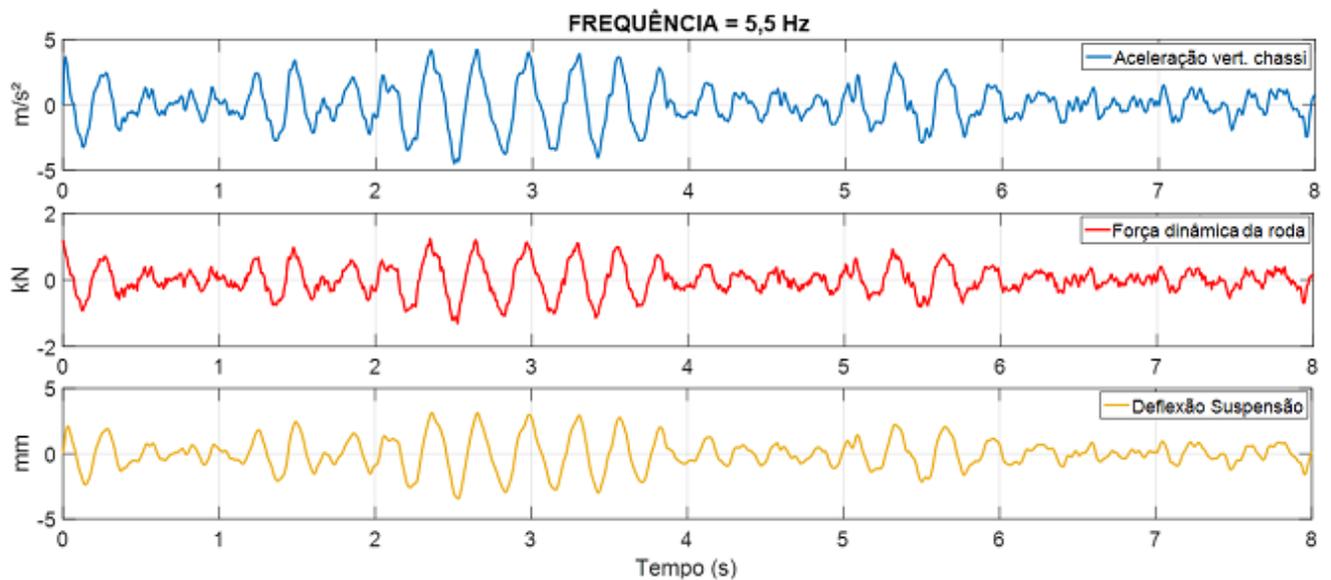
No caso do perfil de estrada, em resumo, quanto maior a frequência natural pior será o conforto e a segurança, quando analisados a aceleração e a força dinâmica da roda. No entanto, valores baixos de frequência natural resultam numa deflexão maior da suspensão, exigindo maior espaço disponíveis nos veículos para um curso útil que atenda tal deflexão. O contrário do que ocorre em carros de passeio mais leves, geralmente compactos e com um espaço limitado para a suspensão. Isso acontece devido a suspensão ter que disponibilizar uma geometria para que ocorra uma deflexão estática e uma deflexão dinâmica, e quanto menor a frequência, maior o espaço ocupado pela deflexão estática.

Figura 39 - Gráficos das respostas a entrada perfil de estrada com frequência natural igual a $1,5 \text{ Hz}$ e taxa de amortecimento de $0,3$.



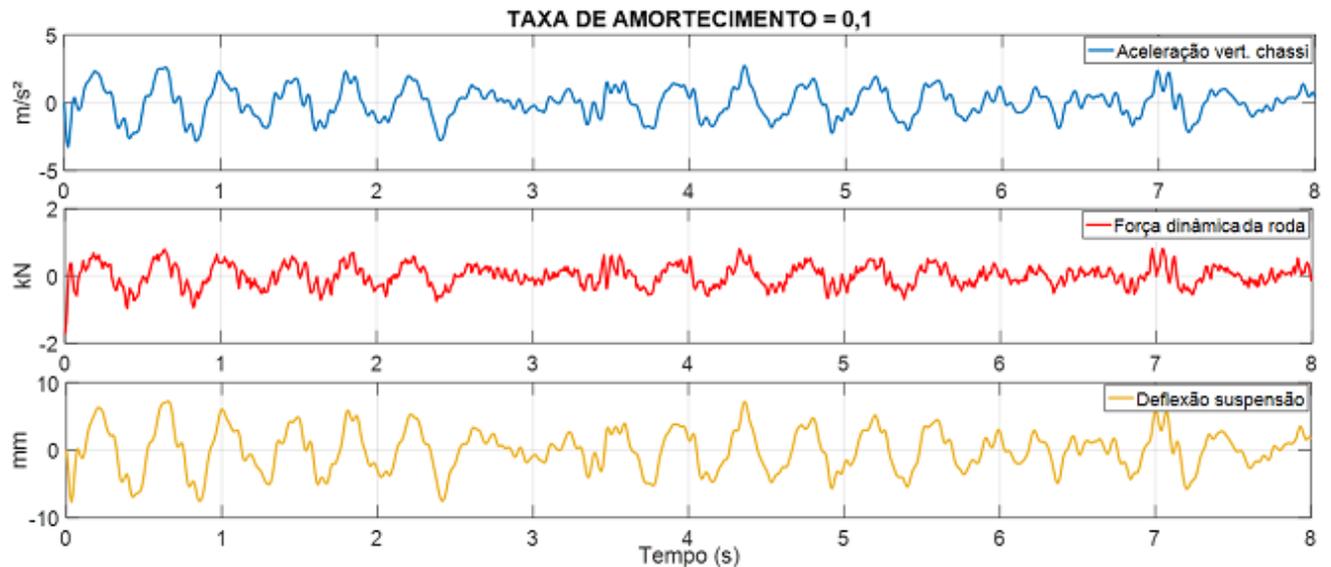
Fonte: O autor, 2019.

Figura 40 - Gráficos das respostas a entrada perfil de estrada com frequência natural igual a $5,5 \text{ Hz}$ e taxa de amortecimento de $0,3$.



Fonte: O autor, 2019.

Figura 41 - Gráficos das respostas a entrada perfil de estrada com taxa de amortecimento igual a 0,1 e frequência natural não amortecida (massa suspensa) igual a 3 Hz.



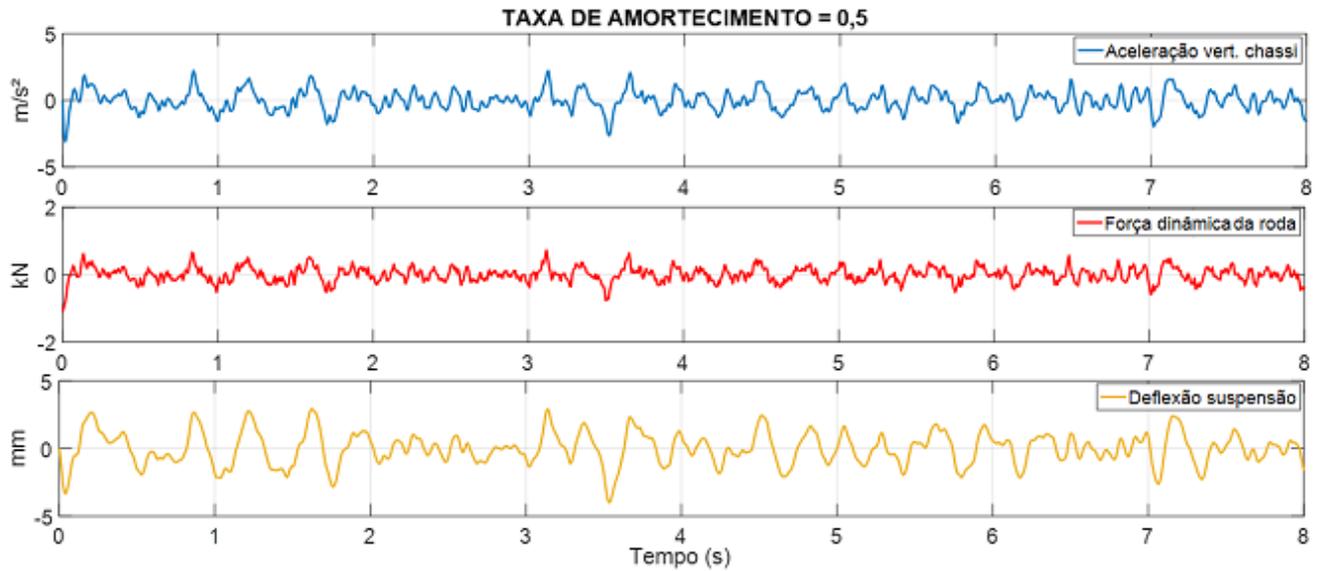
Fonte: O autor, 2019.

Neste caso, como se trata de um perfil de estrada representando baixas rugosidades da pista, não constatamos altas deflexões da suspensão, estando todas dentro de limites aceitáveis. Porém no caso de lombadas ou buracos a deflexão é maior e deve ser observada. Isso pode ser evidenciado no gráfico da Figura 38, onde a deflexão da suspensão a uma entrada lombada atinge valores de entre 100 e 150 mm para frequência natural igual a 1 Hz, e valores entre 60 e 80 mm para valores de frequência natural igual a 3 Hz, considerando taxa de amortecimento menores. Gillespie (1992), como já foi citado neste estudo, afirma que em carros pequenos e compactos, o curso da suspensão fica entre 127 a 152 mm. Desta forma, fica evidenciado que valores de frequência natural abaixo de 1 Hz são limitados pelas características dimensionais de um projeto de suspensão, visto que nas simulações com entrada lombada a deflexão da suspensão fica próximo do limite de curso normalmente utilizados em carros compactos.

3.3.1.2 Influência da taxa de amortecimento

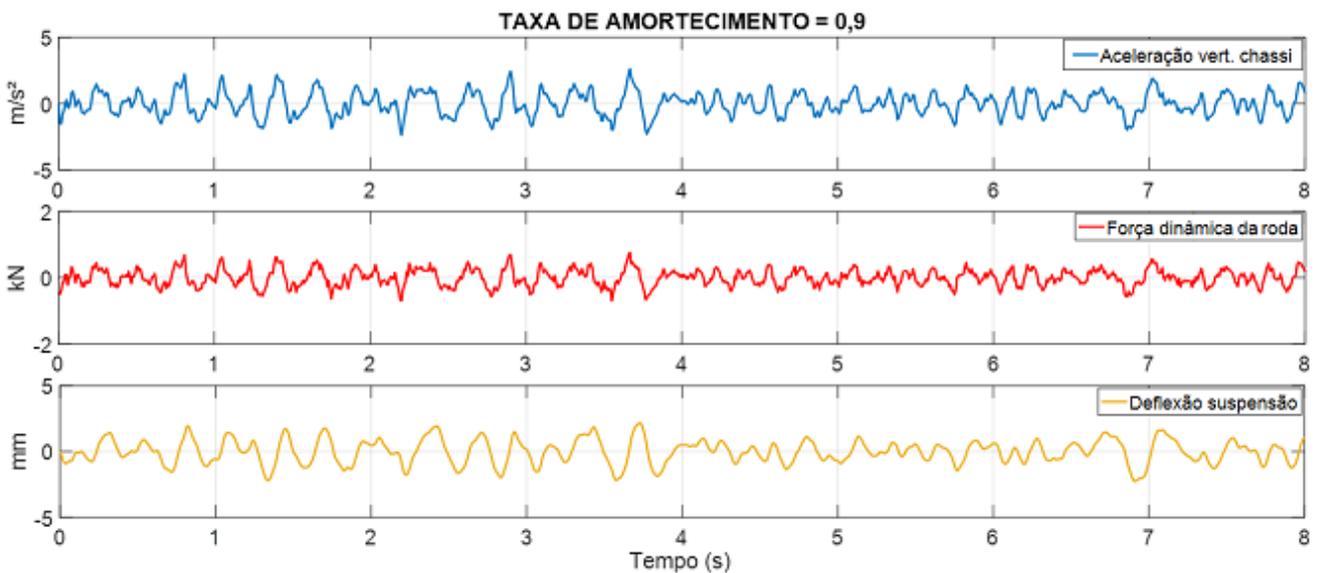
Em seguida foram realizadas simulações com uma frequência natural não amortecida f_{n_s} fixa em 3 Hz e a taxa de amortecimento ξ_s variando entre os valores de 0,1, 0,5 e 0,9, conforme as soluções representadas pelos gráficos das Figuras 41, 42 e 43. Permitindo avaliar o comportamento das respostas em função do tempo com a variação da taxa de amortecimento.

Figura 42 - Gráficos das respostas a entrada perfil de estrada com taxa de amortecimento igual a 0,5 e frequência natural não amortecida (massa suspensa) igual a 3 Hz.



Fonte: O autor, 2019.

Figura 43 - Gráficos das respostas a entrada perfil de estrada com taxa de amortecimento igual a 0,9 e frequência natural não amortecida (massa suspensa) igual a 3 Hz.



Fonte: O autor, 2019.

Os gráficos das Figuras 41, 42 e 43 mostram que ao contrário do que foi visto com a frequência natural, a variação da taxa de amortecimento não tem grande influência na alteração dos valores da força dinâmica ao longo do percurso. Em ambos, a taxa de amortecimento igual a 0,5, aparentemente apresenta amplitudes menores, porém a diferenciação somente será possível verificar com mais detalhes na análise de valor eficaz (RMS). Já com a deflexão da suspensão, pode ser observado mais claramente, que ocorre a redução das amplitudes quanto maior for a taxa de amortecimento. Quando a taxa de amortecimento está em 0,1, a deflexão se aproxima de 10 *mm*, enquanto que nas taxas de amortecimento 0,5 e 0,9 a deflexão não ultrapassa 5 *mm*.

A influencia da taxa de amortecimento nas respostas dinâmicas com uma entrada perfil de estrada, quando observada sem a variação da frequência natural, demonstra que a taxa afeta principalmente a deflexão da suspensão. O aumento da taxa de amortecimento resulta na redução do curso da suspensão, melhorando a dirigibilidade e as condições dimensionais do projeto de suspensão. Porém, esse aumento interfere no conforto, com o aumento da aceleração, como vimos nas simulações degrau e lombada. Nas duas simulações iniciais, frequência menores indicam melhor a interferência da taxa de amortecimento na amplitude das respostas.

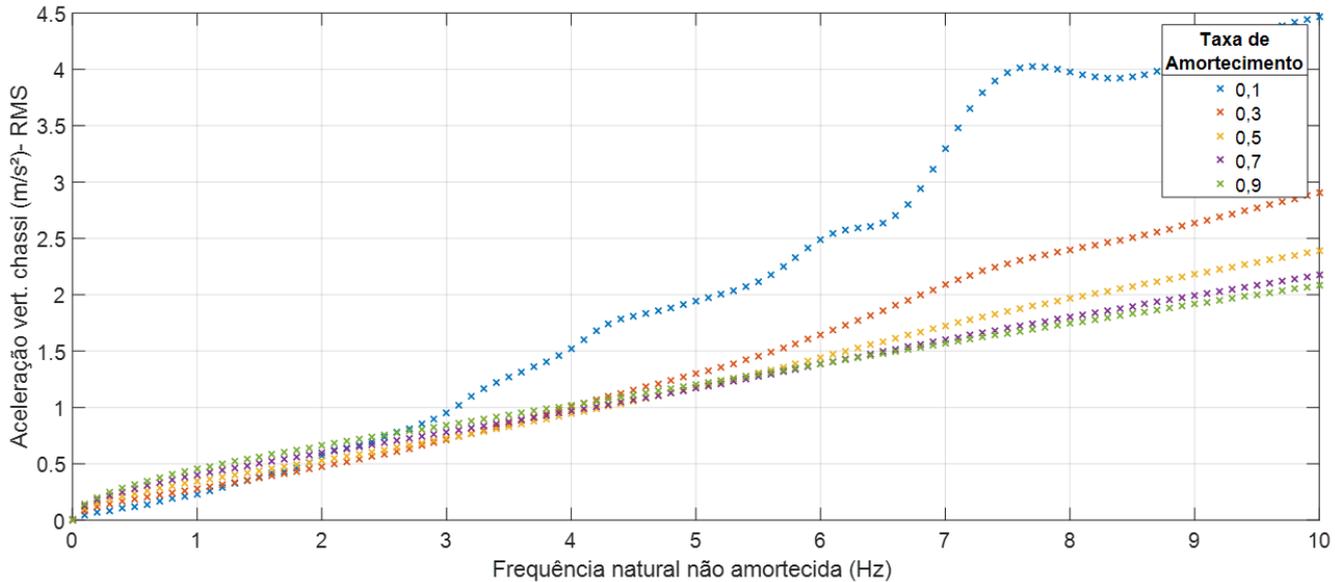
3.3.2 Análise do valor RMS das respostas dinâmicas

Diferente da análise em uma excitação degrau ou lombada, que possui apenas uma única excitação durante um intervalo de tempo, quando se utiliza uma entrada perfil de estrada, a melhor maneira para analisar o comportamento das saídas do sistema é calculando a média das amplitudes das respostas dinâmicas ao longo do trecho analisado. Para isso, o uso do valor eficaz (RMS) é fundamental para analisar os resultados ao longo do tempo em um único valor. Logo, novas simulações são realizadas com a entrada perfil de estrada, porém agora com a análise do valor RMS das saídas (aceleração, força dinâmica e deflexão da suspensão) em função da variação da frequência natural e da taxa de amortecimento. Os parâmetros da entrada e do modelo do veículo são os mesmos que foram apresentados na Tabela 9.

Inicialmente, as simulações foram realizadas variando a frequência natural f_{n_s} de 0 a 10 *Hz*, para as seguintes taxas de amortecimento ξ_s : 0,1, 0,3, 0,5, 0,7 e 0,9. Desta forma, será possível verificar a influência dessas duas variáveis nas respostas dinâmicas do modelo, num mesmo gráfico. Os gráficos das Figuras 44, 45 e 46 apresentam os resultados das simulações em termos das respostas dinâmicas: aceleração vertical do chassi, força dinâmica da roda e deflexão da suspensão, respectivamente.

O gráfico com a resposta dinâmica dada pelo valor RMS da aceleração vertical do chassi, mostrado pela Figura 44, permite visualizar a influência da frequência natural

Figura 44 - Gráfico da resposta dinâmica do sistema, em termos do valor RMS da aceleração vertical, à entrada perfil de estrada com a variação da frequência natural não amortecida f_{n_s} e da taxa de amortecimento ξ_s .

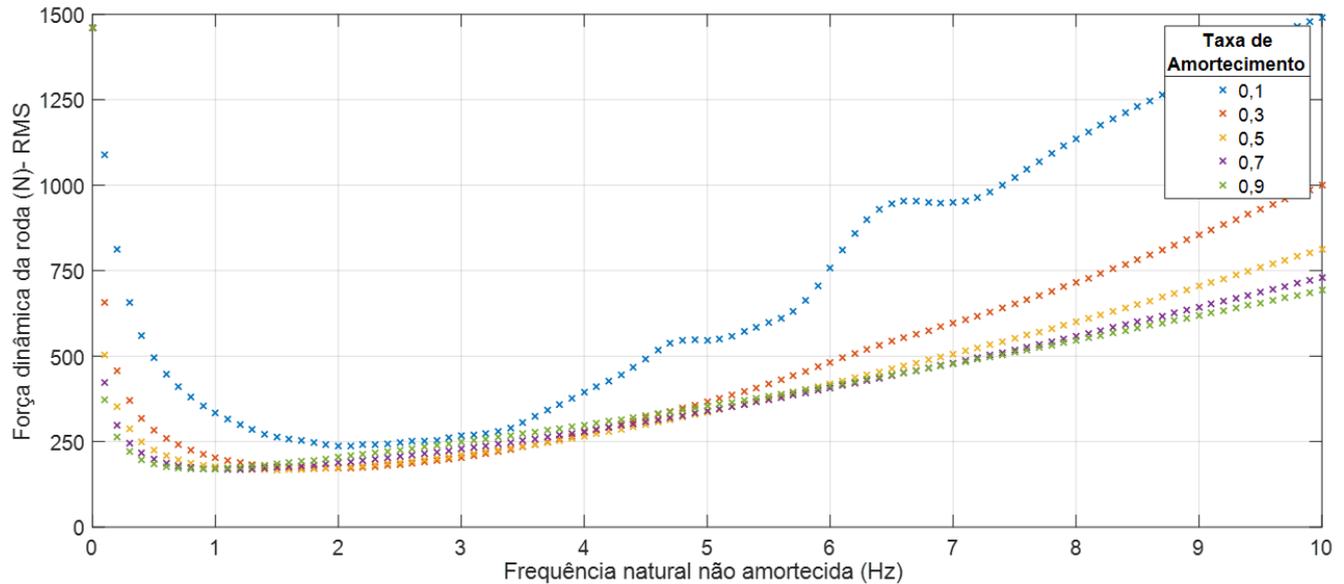


Fonte: O autor, 2019.

no crescimento da aceleração, ou seja, quanto menor a frequência natural menor será a aceleração e melhor o conforto. Numa proporção menor, o mesmo acontece com a taxa de amortecimento, onde até 4 Hz quanto menor a taxa de amortecimento, menor é a aceleração vertical. Entretanto a partir de 4 Hz ocorre exatamente o contrário. Neste caso, destaca-se também os resultados quando utilizado a taxa de amortecimento igual a 0,1, onde a partir da frequência natural acima de 1 Hz , aumenta significativamente o valor da aceleração em comparação com as demais taxas.

A Figura 45 apresenta os resultados à entrada perfil de estrada e as variações da frequência natural e da taxa de amortecimento, em termos do valor RMS da força dinâmica da roda. Seu comportamento pode ser dividido basicamente em antes e depois de 1 Hz . Para as frequências naturais abaixo de 1 Hz , tem-se valores altíssimos de força dinâmica da roda, o que é ruim para a segurança da condução, pois reduz o contato pneu-solo. A cada vez que a frequência natural se aproxima mais de 1 Hz , a força dinâmica reduz mais. Já para as frequências naturais acima de 1 Hz , a força dinâmica da roda volta a crescer, porém muito mais lento do que quando comparado com as frequências abaixo de 1 Hz . Para os resultados que utilizam as taxas de amortecimento iguais a 0,1 e 0,3, a força dinâmica continua a reduzir até a frequência natural de 2 Hz , e volta a crescer a partir desse ponto. Ressaltando que a taxa de amortecimento igual a 0,1 é a que resulta em maiores valores de força dinâmica, enquanto as demais taxas resultam em

Figura 45 - Gráfico da resposta dinâmica do sistema, em termos do valor RMS da força dinâmica da roda, à entrada perfil de estrada com a variação da frequência natural não amortecida f_{n_s} e da taxa de amortecimento ξ_s .

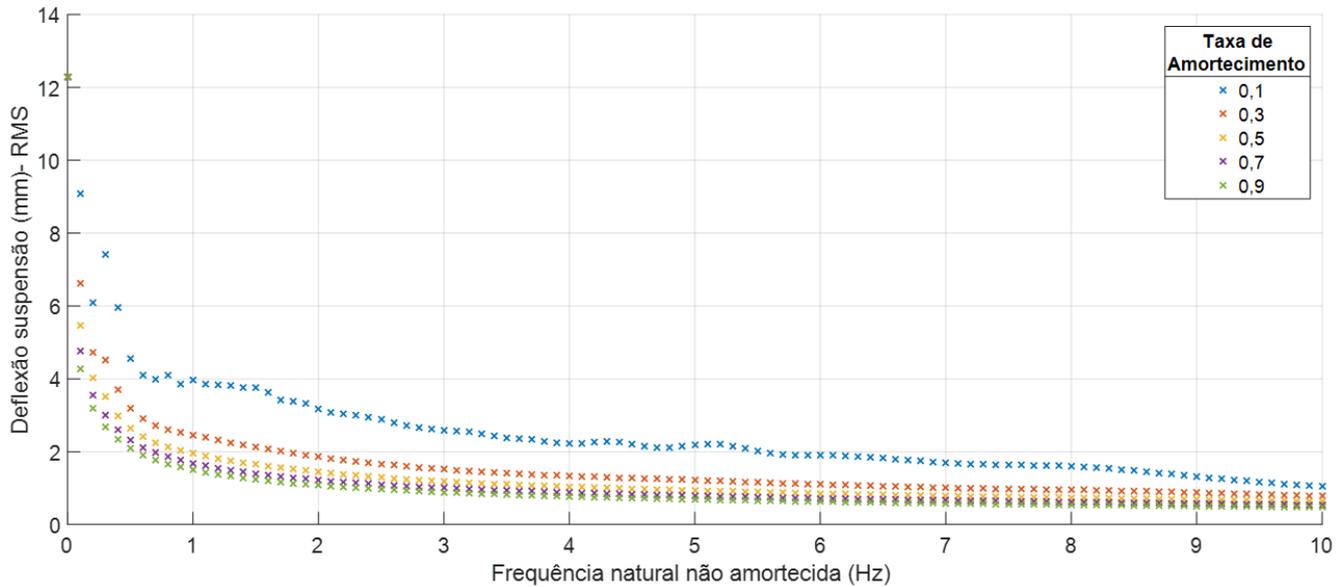


Fonte: O autor, 2019.

valores de força bem próximas. Sendo assim, para uma boa dirigibilidade e segurança na condução, valores de frequência natural devem estar acima de 1 Hz e até no máximo 2 Hz , em taxas de amortecimento entre $0,1$ e $0,3$, para resultar em valores RMS baixos de força dinâmica da roda.

O comportamento do valor RMS da deflexão da suspensão, representada no gráfico da Figura 46, à uma entrada perfil de estrada e as variações da frequência natural e da taxa de amortecimento, detalha melhor as análises sobre a redução da deflexão e como as variáveis influenciam para que isso ocorra. Assim como no gráfico da força dinâmica RMS, frequências abaixo de 1 Hz resultam em valores RMS altos de deflexão da suspensão. Neste caso, quanto maior a frequência natural, menor é a deflexão da suspensão. Porém, a partir de 1 Hz a redução do valor RMS da deflexão da suspensão ocorre mais lentamente. Em uma proporção menor do que a frequência natural, o crescimento da taxa de amortecimento também resulta em valores menores de deflexão da suspensão. Esclarecendo a influência da taxa de amortecimento no valor de deflexão da suspensão, que não havia ficado claro nas simulações anteriores. Sendo assim, quanto maior a frequência natural e a taxa de amortecimento, melhor será para a segurança, pois o veículo terá níveis menores de movimentos de rolagem e arfagem, e melhor será também para o projetista, que precisará de um espaço menor para o curso de suspensão.

Figura 46 - Gráfico da resposta dinâmica do sistema, em termos do valor RMS da deflexão da suspensão, à entrada perfil de estrada com a variação da frequência natural não amortecida f_{n_s} e da taxa de amortecimento ξ_s .



Fonte: O autor, 2019.

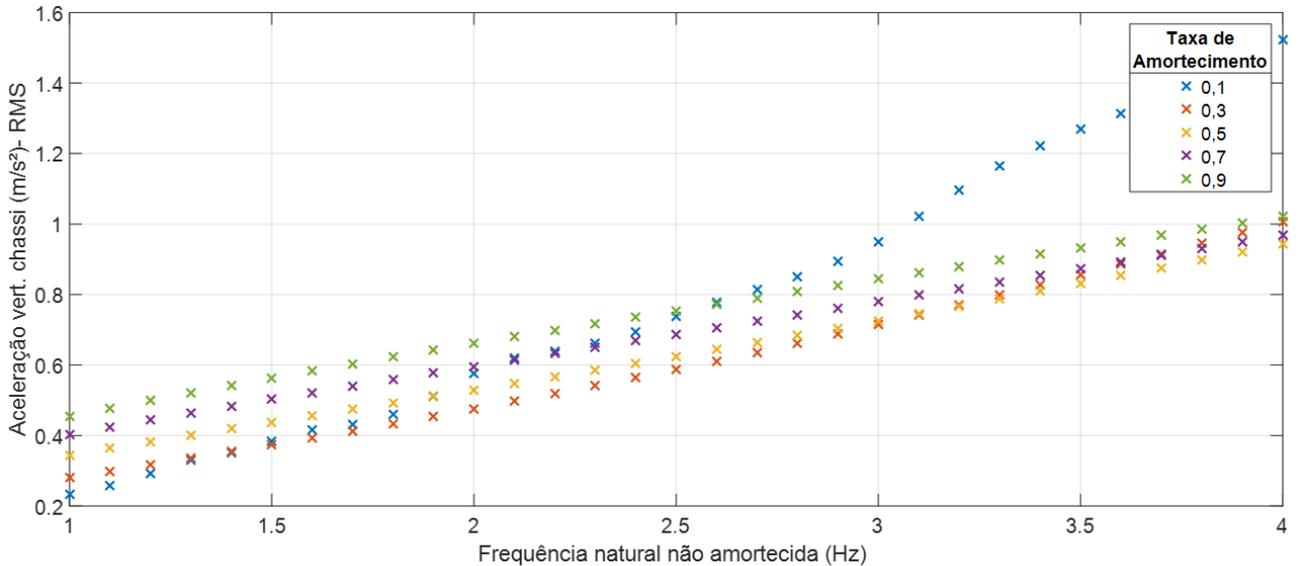
Vale ressaltar, que os resultados foram próximos daqueles obtidos nas entradas mais simples como o degrau e a lombada, porém analisando o valor RMS permite uma análise mais completa e simplificada (através de um único gráfico para cada saída) do comportamento das respostas dinâmicas às variações da frequência natural e da taxa de amortecimento.

3.3.3 Detalhando o conflito entre conforto e segurança

Os resultados apresentados nas simulações, até o momento, apontaram exatamente o conflito entre o conforto e a segurança relatado durante toda a introdução da dissertação. Para visualizar o conflito graficamente, novas simulações serão realizadas, porém com faixas de frequências naturais menores, desconsiderando as faixas de frequência que foram constatadas como inviáveis para um projeto de suspensão.

Baseado nas faixas de ressonância do corpo humano e também nos estudos de Popp e Schiehlen (2010) e Rao (2011), não serão consideradas faixas de frequência natural f_{n_s} entre 4 e 8 Hz pois são desconfortáveis para seres humanos, visto que coincidem com a frequência de ressonância de regiões do corpo humano. Além disso, serão desconsideradas as frequências naturais abaixo de 1 Hz , pois como pode ser visto nos gráficos das Figuras

Figura 47 - Gráfico com os valores RMS da aceleração vertical do chassi, resultado da entrada perfil de estrada e das variações da taxa de amortecimento ξ_s e da frequência natural não amortecida f_{n_s} entre 1 e 4 Hz.



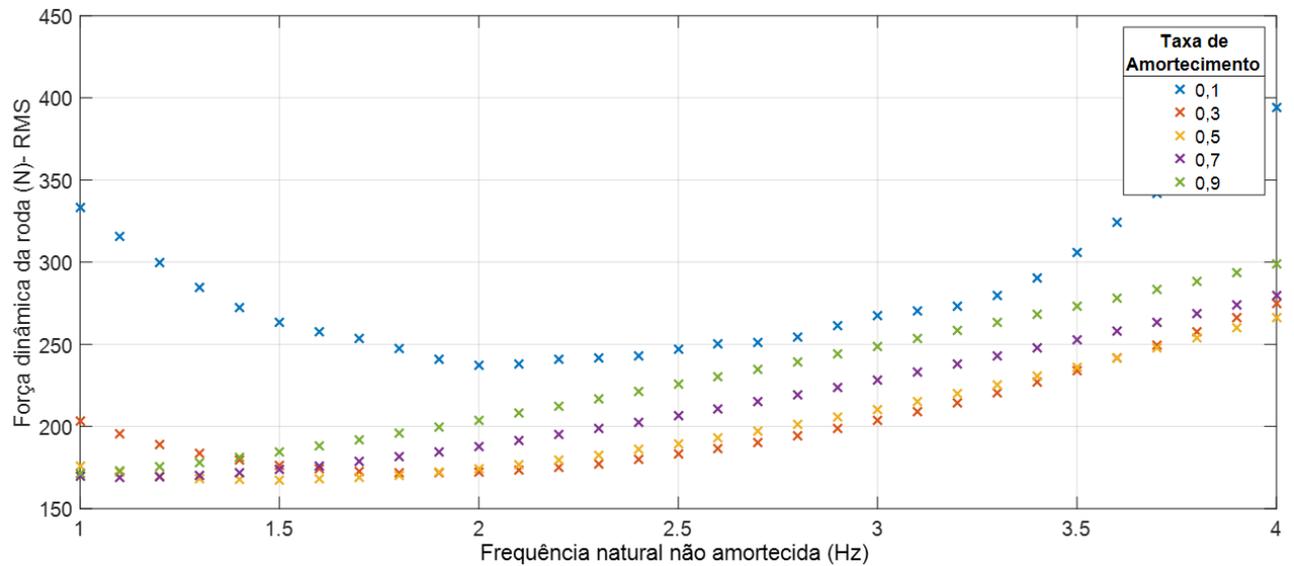
Fonte: O autor, 2019.

45 e 46, tais frequências resultam em valores altos de força dinâmica da roda e também de deflexão da suspensão, o que prejudica a segurança na condução (dirigibilidade). A limitação do tamanho do curso da suspensão comparado com os resultados de deflexão da suspensão à entrada lombada utilizando uma frequência natural de 1 Hz (ver Figura 38) também reforçam a necessidade de se trabalhar com frequências naturais maiores ou igual a 1 Hz. Por último, a simulação com sinal degrau indica que quanto menor a frequência natural, maior o tempo de oscilação da deflexão da suspensão, ou melhor, maior o tempo para a massa suspensa estabilizar, prejudicando a segurança do veículo, principalmente em curvas.

Sendo assim, as novas simulações foram realizadas variando a frequência natural não amortecida f_{n_s} de 1 a 4 Hz, para as mesmas taxas de amortecimento ξ_s : 0,1, 0,3, 0,5, 0,7 e 0,9. Os gráficos das Figuras 47, 48 e 49 apresentam os resultados das simulações em termos das respostas dinâmicas: aceleração vertical do chassi, força dinâmica da roda e deflexão da suspensão, respectivamente. Os parâmetros da entrada e do modelo do veículo são os mesmos que foram apresentados na Tabela 9 e utilizados na simulação anterior, o que muda é a faixa no qual a frequência natural irá variar.

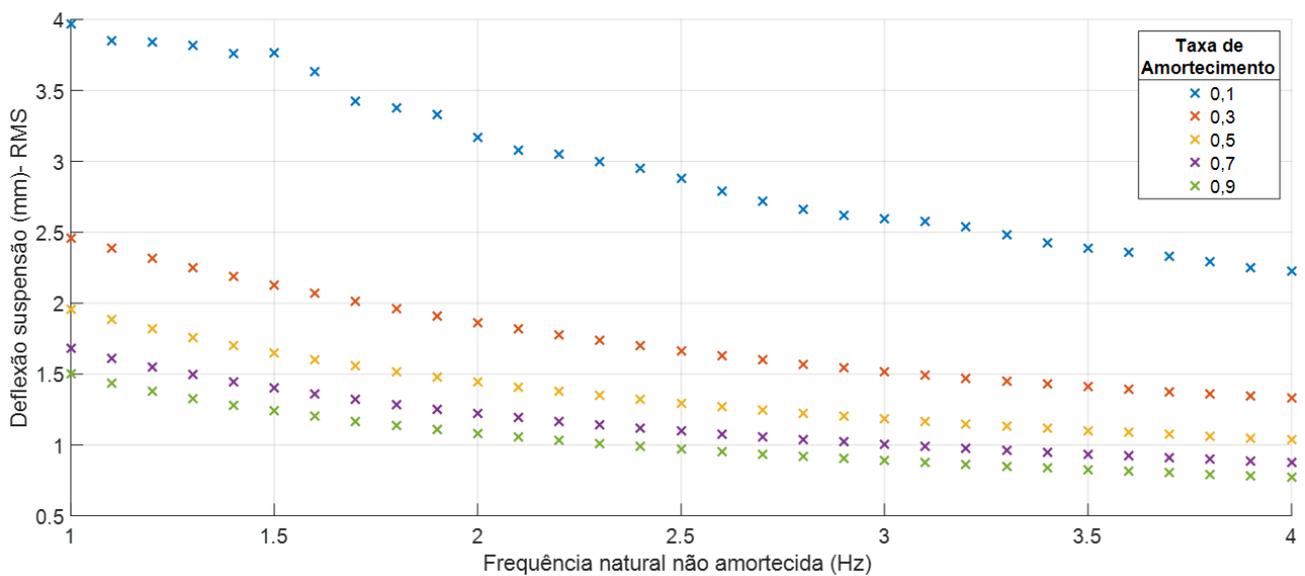
Quando observado os gráficos da aceleração do chassi e da deflexão da suspensão, representados nas Figuras 47 e 49, respectivamente, as curvas com os valores RMS de cada resposta dinâmica ao longo da frequência natural de 1 a 4 Hz são completamente invertidas. Isto é, enquanto a aceleração da massa suspensa aumenta com crescimento

Figura 48 - Gráfico com os valores RMS da força dinâmica da roda, resultado da entrada perfil de estrada e das variações da taxa de amortecimento ξ_s e da frequência natural não amortecida f_{n_s} entre 1 e 4 Hz.



Fonte: O autor, 2019.

Figura 49 - Gráfico com os valores RMS da deflexão da suspensão, resultado da entrada perfil de estrada e das variações da taxa de amortecimento ξ_s e da frequência natural não amortecida f_{n_s} entre 1 e 4 Hz.



Fonte: O autor, 2019.

da frequência natural, a deflexão da suspensão diminui. Essas características invertidas entre as duas respostas dinâmicas são representadas também quando observado a taxa de amortecimento. Pois quanto maior a taxa, maior a aceleração e menor a deflexão da suspensão. O comportamento contrario das saídas do sistema evidencia o conflito entre o conforto do usuário e a segurança na condução. Isso porque um bom conforto será obtido em frequências naturais próximas a 1 Hz e taxas de amortecimento menores que resultam em acelerações baixas, enquanto que para a segurança, as frequências naturais e as taxas de amortecimento maiores resultam numa deflexão menor, minimizando movimentos que reduzem a estabilidade e dirigibilidade do veículo.

Esse conflito se repete também entre os gráficos da aceleração e da força dinâmica da roda, gráficos das Figuras 47 e 48 respectivamente. Mais especificamente entre as frequências naturais de 1 a 2 Hz e as taxas de amortecimento entre $0,1$ e $0,3$, onde quanto maior a frequência natural, maior a aceleração do chassi e menor a força dinâmica da roda. Ou seja, as acelerações baixas que resultam em um nível de conforto bom, exigem frequências naturais próximas de 1 Hz e taxas de amortecimento próximas a $0,1$. Enquanto que para um melhor contato entre a roda e a pista, e assim um melhor controle do veículo (segurança), a frequência natural deve ser próxima a 2 Hz e a taxa de amortecimento próxima a $0,3$, resultando no menor valor possível de força dinâmica da roda.

Esta última análise dá uma ideia da provável região onde está localizado os valores ideais dos parâmetros de frequência natural f_{n_s} e taxa de amortecimento ξ_s . Entretanto, somente com a utilização de ferramentas matemáticas, como os métodos de otimização, é possível chegar em um único conjunto de variáveis de projeto ótimas e viáveis para o projeto de suspensão.

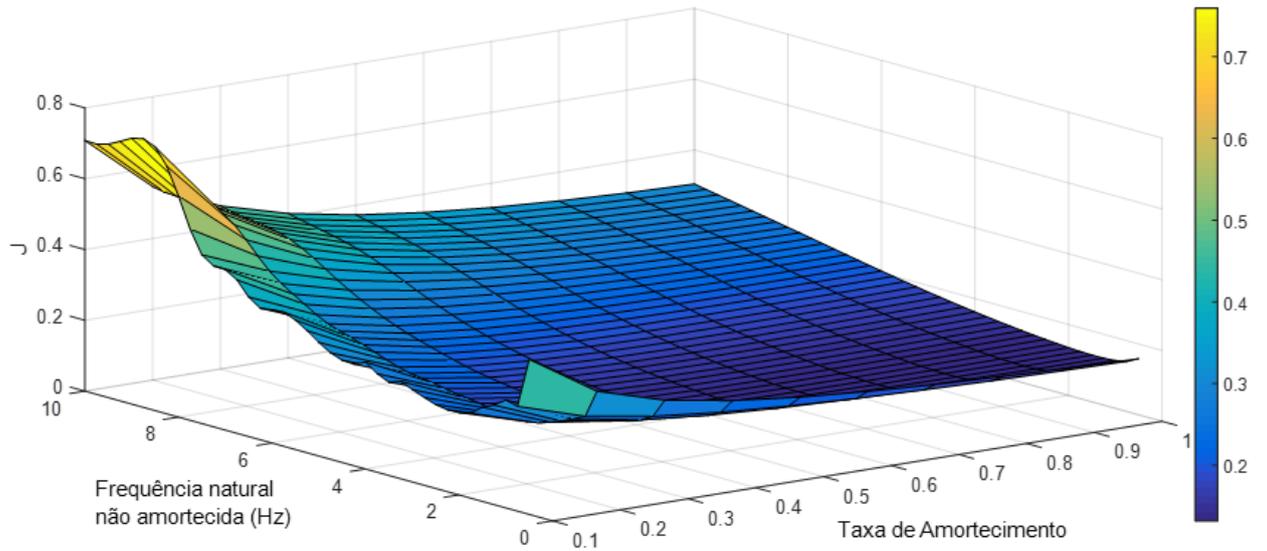
Uma outra forma de visualizar a região entre 1 Hz e 4 Hz como a ideal, foi realizando uma nova simulação no software *Matlab*[®] agregando todas as saídas interessantes para o estudo em uma única variável de saída J , resultado da equação a seguir.

$$J = w1 \frac{\ddot{z}_s}{\max(\ddot{z}_s)} + w2 \frac{d_s}{\max(d_s)} + w3 \frac{F_{din}}{\max(F_{din})}, \quad (44)$$

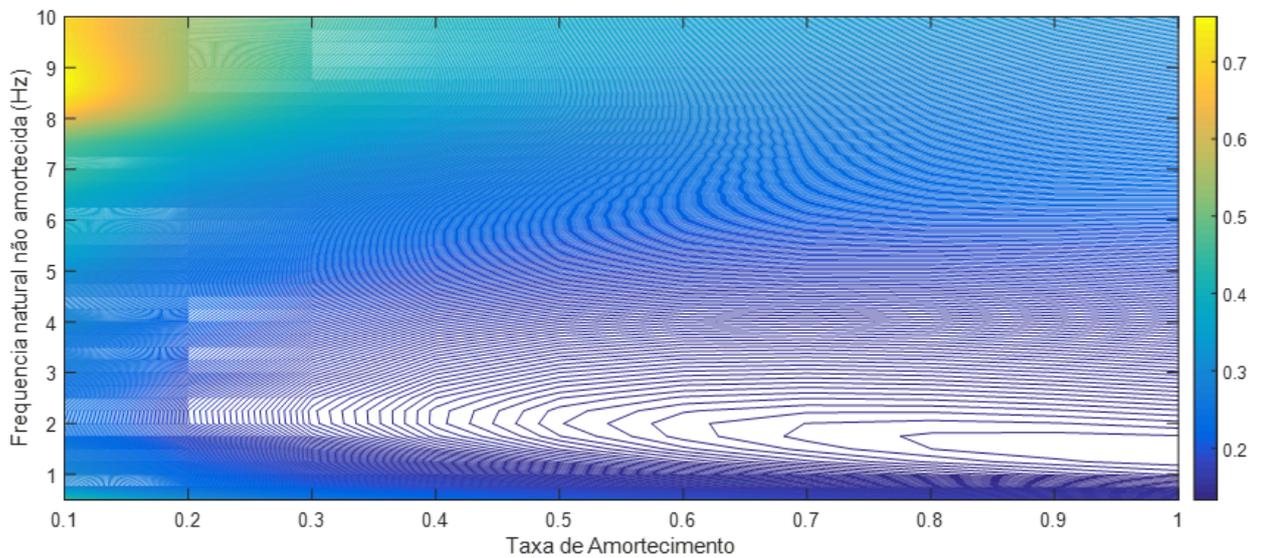
onde, as variáveis $w1$, $w2$ e $w3$ representam os pesos do valor RMS da aceleração vertical do chassi, do valor RMS da força dinâmica da roda e do valor RMS da deflexão da suspensão, respectivamente. Nesta simulação, é considerado o mesmo peso ($w1 = w2 = w3 = 1$) para todas as respostas dinâmicas do sistema.

Assim como nas simulações anteriores com a entrada perfil de estrada, os parâmetros estão disponíveis na Tabela 9. Logo, variando a frequência natural f_{n_s} entre 0 e 10 Hz e a taxa de amortecimento ξ_s entre 0 e 1 , foram obtidos os resultados mostrados no gráfico da Figura 50 e representados de duas formas diferentes: gráfico de superfície (Fig. 50a) e gráfico de contornos (Fig. 50b).

Figura 50 - Gráficos com as respostas dinâmicas unificadas e representadas por J , resultado da entrada perfil de estrada e das variações da taxa de amortecimento ξ_s e da frequência natural não amortecida f_{n_s} .



(a) Gráfico de superfície dos resultados (*surf plot*).



(b) Gráfico de contornos dos resultados (*contour plot*).

Fonte: O autor, 2019.

O gráfico de superfície dos resultados, mostrado na Figura 50a, apresenta na região com a cor azul escura os menores valores de resposta dinâmica J . Ou seja, é nesta região formada pela frequência natural e taxa de amortecimento que resulta nos menores valores de respostas dinâmicas, e assim em melhores índices de conforto e segurança para o veículo e seus passageiros. O gráfico de contornos dos resultados, representado no gráfico da Figura 50b, facilita a visualização dos valores de frequência natural e taxa de amortecimento que delimitam essa região ideal para o conforto e a segurança em um projeto de suspensão, onde a frequência natural fica em torno de 1 a 4 Hz e a taxa de amortecimento a partir de 0,2. Porém, nesta análise não são considerados as restrições de conforto, conforme estabelecido pela ISO 2631, e nem as restrições de segurança, baseadas nos estudos de Popp e Schiehlen (2010). Reforçando a necessidade de métodos de otimização para solucionar o problema conflitante entre as características da suspensão, pois eles permitem impor restrições as respostas dinâmicas e as variáveis de projeto (f_{n_s} e ξ_s).

3.4 Otimização

Neste trabalho, o problema de otimização multiobjetivo trata do projeto de um sistema de suspensão, para um veículo de passeio, que concilie as características (objetivos) de conforto e segurança durante a viagem em uma via com irregularidades conhecidas. Para isso, devem ser encontrados a combinação entre os valores de rigidez da mola da suspensão e do coeficiente de amortecimento do amortecedor da suspensão que produzam a solução mais eficiente para cumprir com os dois objetivos simultaneamente. Esses parâmetros da suspensão são as variáveis do projeto a serem otimizadas.

Para esta análise e otimização, as variáveis de projeto serão representadas pelos parâmetros do sistema de suspensão: a taxa de amortecimento ξ_s e a frequência natural f_{n_s} , ambos relacionados a massa suspensa. Assim, definindo os valores das massas suspensa e não suspensa, e a rigidez do pneu, é possível encontrar os valores de taxa de amortecimento e de frequência natural do sistema que minimizam a aceleração vertical do chassi e a perda de contato entre o pneu e o solo, via força dinâmica da roda e deflexão da suspensão, e conseqüentemente, projetar a suspensão ideal que concilia o conforto do usuário com a dirigibilidade e segurança de condução.

As restrições de projetos são definidas para evitar projetos inviáveis, ou seja, evitar valores indesejados de variáveis de projeto. Na otimização existem alguns tipos de restrições, entre elas, são destacadas as seguintes: restrições laterais, restrições de comportamento, restrições de desigualdade e restrições de igualdade. Analisando as informações sobre conforto do usuário e a vibração gerada pela aceleração vertical do chassi, constata-se que a frequência natural deve ser acima de 1 Hz , devido a enjoo ocasionados pela

ressonância do sistema vestibular do ouvido, e abaixo de $4 Hz$, um vez que o organismo humano é muito sensível a vibrações na faixa de 4 a $8 Hz$. Tais informações também são evidenciadas pelas simulações anteriores. Logo, tem-se que a restrição de uma das variáveis é dada por:

$$1Hz \leq f_{n_s} \leq 4Hz . \quad (45)$$

Já a restrição da outra variável de projeto, a taxa de amortecimento, é dada pelo intervalo entre:

$$0,1 \leq \xi_s \leq 0,9 . \quad (46)$$

Uma vez que o sistema tratado no estudo é subamortecido, ou seja, com ξ_s menor que 1. Além disso, valores próximos a zero e a um não são favoráveis na conciliação dos objetivos, pois um sistema muito amortecido pode gerar desconforto, e um sistema pouco amortecido pode gerar muita oscilação e pouco dirigibilidade.

A definição de uma ou mais funções objetivo, é essencial para o método de otimização, uma vez que elas representam o critério que deve ser utilizado para se comparar diferentes projetos. Desta forma, são dois os objetivos a serem atingidos: o conforto e a segurança. Conforme foi visto anteriormente, a forma de alcançar o primeiro objetivo é minimizar o valor RMS da aceleração do chassi (massa suspensa), para assim obter o melhor conforto para o usuário. Já o segundo objetivo, será obtido através da minimização do valor RMS da força dinâmica da roda, garantindo assim menores variações do contato entre o pneu e a estrada, resultando numa boa capacidade de dirigibilidade e segurança na condução do veículo. O valor RMS da deflexão da suspensão, tida como o curso da suspensão, afeta tanto o conforto, quanto a segurança. Uma deflexão maior da suspensão pode resultar em maiores oscilações, e conseqüentemente, maior dificuldade no controle direcional do veículo. Um curso muito pequeno pode afetar o conforto, pois a mola deverá ser mais rígida e a vibração será percebida com maior facilidade pelo usuário. Além disso, um curso maior é restringido pela altura do veículo e o espaço entre o chassi e o eixo. Logo, as funções objetivo são dadas pelo vetor resposta do modelo matemático, definido nas Eqs. (25) e (26), onde:

- $\ddot{z}_s (f_{n_s}, \xi_s)$ é a função objetivo do valor RMS da aceleração vertical do chassi;
- $F_{din} (f_{n_s}, \xi_s)$ é a função objetivo do valor RMS da força dinâmica da roda;
- $d_s (f_{n_s}, \xi_s)$ é a função objetivo do valor RMS da deflexão da suspensão.

Como são dois objetivos e três funções objetivos, são realizadas as otimizações duas a duas, já que a deflexão da suspensão pode ser analisada pelo conforto e pela segurança.

Assim, o problema de otimização multiobjetivo será descrito como:

$$\begin{aligned}
 & \text{Encontre } \vec{X}^* = \left\{ \begin{array}{c} f_{n_s} \\ \xi_s \end{array} \right\} , \\
 & \text{que minimiza } \ddot{z}_s(f_{n_s}, \xi_s), F_{din}(f_{n_s}, \xi_s) \text{ e } d_s(f_{n_s}, \xi_s) . \\
 & \text{Sujeito a :} \\
 & 1Hz \leq f_{n_s} \leq 4Hz , \\
 & 0,1 \leq \xi_s \leq 0,9 .
 \end{aligned} \tag{47}$$

O método de otimização multiobjetivo definido foi o método de algoritmo genético (GA), mais especificamente a função '*gamultiobj*' disponível nas ferramentas (*toolbox*) do *Matlab*[®], *software* onde será realizado o processo de otimização. Esse código utiliza o algoritmo genético de ordenação não dominada (NSGA-II), no qual trata-se de um algoritmo genético elitista controlado, conforme explicitado nos itens anteriores deste estudo. Como solução, a otimização irá produzir um gráfico com os resultados formando uma fronteira de Pareto. Para isso, a função '*gaplotpareto*' deve ser usada para visualizar o gráfico. Além disso, é necessário um tamanho de população maior que o padrão (15), então o tamanho utilizado é 60. O código completo utilizado na otimização, com as funções citadas anteriormente, está disponibilizado no Apêndice 1.

Rao (2009) diz que, em geral, não existe nenhum vetor de solução \vec{X}^* que minimize todas as funções de objetivo simultaneamente. Assim, a solução ótima de Pareto é usado neste problema de otimização multiobjetivo. Uma solução viável X é chamada Pareto ótimo se não houver outra solução viável Y que reduza alguma função objetivo sem causar um aumento simultâneo em pelo menos uma outra função objetivo.

Conforme vimos, o algoritmo NSGA-II vai gerar um conjunto de soluções ótimas de Pareto. Então algum critério ou regra adicional para selecionar apenas uma solução ou um pequeno intervalo de soluções deve ser utilizado. A tabela de escala de desconforto estabelecida pela ISO 2631, define um critério de seleção relacionado ao conforto. Segundo a Tabela 3 deste estudo, o ideal é que a aceleração esteja abaixo de $0,315 \text{ m/s}^{-1}$ para que o resultado seja considerado como confortável. Outro critério de seleção é a margem de segurança R , a qual relaciona a força dinâmica da roda e o peso suspenso (chassi). Conforme visto anteriormente, para que uma viagem seja considerada segura, o valor de margem de segura deve ser maior que 0,75 ou 75%. Isso quer dizer que, a força dinâmica da roda deve ser menor que 25% do peso da massa suspensa, ou seja:

$$F_{din_{crit}} \leq 0,25 F_{est} . \tag{48}$$

Se a massa suspensa tem 250 *kg*, logo se tem o seguinte critério:

$$F_{din_{crit}} \leq 625 \text{ N} . \tag{49}$$

Tabela 10 - Relação de informações dos parâmetros do modelo e da entrada perfil de estrada para a realização do processo de otimização.

Dados para Otimização			
Entrada perfil de estrada	Modelo de 1/4 do veículo		Saída
Classe de perfil de estrada $K = 2$ (Classe A-B)	Massa suspensa $m_s = 250 \text{ kg}$		Fronteira de Pareto
Comprimento da pista $L = 250 \text{ m}$	Massa não suspensa $m_p = 40 \text{ kg}$		
Velocidade de percurso $v = 30 \text{ m/s}$	Rigidez do pneu $k_p = 200000 \text{ N/m}$		RMS \ddot{z}_s x RMS F_{din}
Frequência espacial $n_0 = 0,1 \text{ m/s}^{-1}$	Variável de Projeto	$1 \text{ Hz} \leq f_{n_s} \leq 4 \text{ Hz}$	RMS \ddot{z}_s x RMS d_s
Frequência espacial máxima $n_{max} = 4 \text{ m/s}^{-1}$		$0,1 \leq \xi_s \leq 0,9$	RMS F_{din} x RMS d_s

Fonte: O autor, 2019.

Além disso, esses critérios são utilizados também para as simulações em condições mais severas realizadas com as variáveis de projeto (frequência natural e taxa de amortecimento) que resultaram nas respostas dinâmicas contidas na fronteira de Pareto. As condições ditas mais severas estão relacionadas a velocidade de percurso e a classe (qualidade) da estrada. Primeiro, é realizado uma simulação com uma velocidade de percurso maior de 40 m/s e registrado seus resultados. Em seguida, outra simulação é realizada mantendo a velocidade de 40 m/s , porém agora com uma entrada perfil de estrada de classe B-C ($K = 3$), ou seja, estrada com pior qualidade e com rugosidades maiores. Com os resultados registrados, utiliza-se os critérios de seleção de conforto e segurança para destacar as melhores respostas dinâmicas (menores) e descartar os demais resultados que ultrapassam os critérios. Assim, será possível obter mais detalhadamente os valores das variáveis de projeto que resultam o melhor conforto e a melhor segurança, mesmo que em condições mais severas.

Lembrando que as simulações e otimizações utilizam os mesmos parâmetros do modelo das simulações anteriores (ver Tabela 9). Sendo que na otimização também são utilizados os mesmos parâmetros da entrada perfil de estrada em condições normais, ou seja, velocidade de percurso de 30 m/s e classe de estrada A-B ($K = 2$). Já para as simulações em condições piores, os parâmetros da entrada alterados são a velocidade e a classe do perfil de estrada, conforme explicado no parágrafo anterior. A Tabela 10, referente a otimização, e Tabela 11, referente as simulações em condições mais severas, apresentam os parâmetros do modelo e da entrada perfil de estrada, assim como as variáveis de projeto e a saída de cada operação.

Tabela 11 - Relação de informações dos parâmetros do modelo e da entrada perfil de estrada para a realização das simulações em condições mais severas.

Dados para simulações em condições mais severas		
Entrada perfil de estrada	Modelo de 1/4 do veículo	Saída
Comprimento da pista $L = 250 \text{ m}$	Massa suspensa $m_s = 250 \text{ kg}$	RMS \ddot{z}_s
Frequência espacial $n_0 = 0,1 \text{ m/s}^{-1}$	Massa não suspensa $m_p = 40 \text{ kg}$	RMS F_{din}
Frequência espacial máxima $n_{max} = 4 \text{ m/s}^{-1}$	Rigidez do pneu $k_p = 200000 \text{ N/m}$	RMS d_s
1ª Condição: Classe do perfil de estrada $K = 2$ (Classe A-B) Velocidade de percurso $v = 40 \text{ m/s}$	Variáveis de projeto otimizadas (fronteira de Pareto) <ul style="list-style-type: none"> • f_{n_s} (resultado otimização) • ξ_s (resultado otimização) 	
2ª Condição: Classe do perfil de estrada $K = 3$ (Classe B-C) Velocidade de percurso $v = 40 \text{ m/s}$		

Fonte: O autor, 2019.

3.4.1 1ª Otimização: Aceleração vertical do chassi vs Força dinâmica da roda

Definido o método e os dados a serem utilizados, a primeira otimização foi entre os valores RMS das funções objetivos: aceleração vertical do chassi \ddot{z}_s e força dinâmica da roda F_{din} . Entre as três otimizações que serão realizadas, essa é aquela que melhor representa o confronto entre os objetivos conforto e segurança, pois ambas possuem critérios bem definidos, seja por norma ou por estudos científicos.

Utilizando a ferramenta 'gamultiobj' e os códigos do *Matlab*[®] referentes à otimização, relacionados no Apêndice 1, são obtidos os resultados ótimos de aceleração da massa suspensa e de força dinâmica da roda. Tais resultados são expressos através do gráfico da fronteira de Pareto, representado na Figura 51, e também pela Tabela 12, com a relação dos resultados e os seus respectivos valores de frequência natural e taxa de amortecimento, assim como a rigidez e o amortecimento da suspensão relacionados a eles.

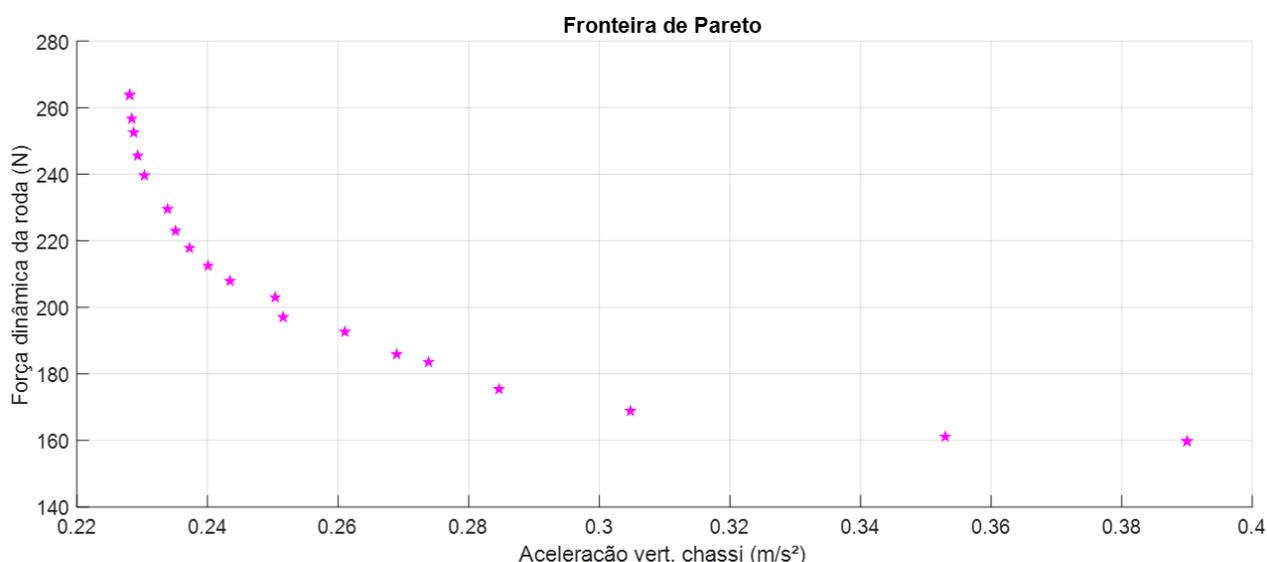
Percebe-se através do gráfico da Figura 51 que quase todos os resultados estão dentro dos critérios de conforto e segurança. A Tabela 12 que enumera os resultados, facilitando essa análise, mostra que apenas os resultados nº 19, 20 e 21 ficaram acima de $0,315 \text{ m/s}^2$, critério para o melhor conforto, segundo a ISO 2631. Já para as forças dinâmicas, todas ficaram abaixo de 625 N , indicando que todos os resultados são satisfatórios para a segurança, nas condições em que foram realizadas as otimizações.

Tabela 12 - Relação dos resultados ótimos dos objetivos aceleração vertical do chassi e força dinâmica da roda, contidos na fronteira de Pareto, e suas respectivas variáveis de projeto.

N ^o	Resultados da fronteira de Pareto (1 ^a Otimização)							Objetivo 1	Objetivo 2
	Freq. Natural Não Amortec. $f_{n_s} (Hz)$	Taxa de Amortecimento ξ_s	Rigidez da Suspensão $k_s (N/m)$	Coef. de Amort. Suspensão $b_s (Ns/m)$	Aceleração vert. chassi $\ddot{z}_s (m/s^2)$	Força din. da roda $F_{dim} (N)$	Variáveis de projeto		
1	1,00	0,12	9870	369	0,23	263,84			
2	1,00	0,12	9870	369	0,23	263,84			
3	1,00	0,13	9884	394	0,23	256,77			
4	1,00	0,13	9887	409	0,23	252,54			
5	1,00	0,14	9880	437	0,23	245,56			
6	1,00	0,15	9879	464	0,23	239,56			
7	1,01	0,16	9995	514	0,23	229,53			
8	1,00	0,18	9893	552	0,24	222,90			
9	1,00	0,19	9892	585	0,24	217,80			
10	1,00	0,20	9900	623	0,24	212,42			
11	1,00	0,21	9953	659	0,24	207,87			
12	1,02	0,22	10326	702	0,25	202,89			
13	1,00	0,24	9888	761	0,25	196,96			
14	1,03	0,25	10508	810	0,26	192,57			
15	1,03	0,28	10493	900	0,27	185,90			
16	1,04	0,29	10739	935	0,27	183,61			
17	1,00	0,35	9924	1098	0,28	175,36			
18	1,02	0,40	10313	1279	0,30	168,93			
19	1,08	0,51	11526	1739	0,35	161,14			
20	1,20	0,55	14234	2072	0,39	159,83			
21	1,20	0,55	14234	2072	0,39	159,83			

Fonte: O autor, 2019.

Figura 51 - Gráfico resultado da otimização entre as saídas aceleração vertical do chassi e força dinâmica da roda com a geração da fronteira de Pareto.



Fonte: O autor, 2019.

Observando os resultados abaixo de $0,315 \text{ m/s}^2$, os valores de frequência natural ficam próximos de 1 Hz . Enquanto que para a taxa de amortecimento, os resultados variam entre 0,1 e 0,4. Como forma de reduzir esse elevado número de resultados viáveis da fronteira de Pareto, são realizados alguns procedimentos levando em consideração os critérios de seleção, priorizando os resultados abaixo de $0,315 \text{ m/s}^2$ e 625 N .

O procedimento trata de utilizar as variáveis de projeto, obtidas nos resultados da otimização, no modelo matemático da suspensão e realizar novas simulações com a entrada perfil de estrada, porém agora em umas condições mais severas. Para assim, obter os resultados das variáveis de projeto ótimas em outras condições. Os dados das simulações estão relacionados na Tabela 11, assim como os valores de frequência natural e taxa de amortecimento relacionados na Tabela 12.

Sendo assim, são realizadas simulações na primeira condição mais severa, no qual trata-se da mesma classe de perfil de estrada (Classe A-B ou $K = 2$) utilizada na otimização, porém com o veículo trafegando numa velocidade igual a 40 m/s . Após as simulações, os resultados em termos de aceleração e força dinâmica da roda são registrados. Em seguida, são realizadas novas simulações (2ª condição) em situações mais severas que a anterior. Nesta, a velocidade de percurso de 40 m/s é mantida, porém a classe de perfil de estrada utilizado é a classe B-C ($K = 3$), de pior qualidade e rugosidades maiores. Os resultados obtidos também são registrados e reunidos na Tabela 13 juntos com os demais resultados, inclusive aqueles da otimização. Na tabela os resultados que ficam acima dos critérios de conforto e segurança são identificados com asteriscos.

Tabela 13 - Relação dos resultados da 1ª otimização (aceleração vs força dinâmica) e das simulações em condições mais severas de velocidade e de estrada. Destacando as variáveis de projeto com resultados satisfatórios de conforto e segurança.

Nº	Variáveis de Projeto				Condição Normal		1ª Cond.: $K = 2; v = 40 \text{ m/s}$		2ª Cond.: $K = 3; v = 40 \text{ m/s}$	
	$f_{n_s}(Hz)$	ζ_s	$k_s(N/m)$	$b_s(Ns/m)$	$\ddot{z}_s(m/s^2)$	$F_{din}(N)$	$\ddot{z}_s(m/s^2)$	$F_{din}(N)$	$\ddot{z}_s(m/s^2)$	$F_{din}(N)$
1	1,00	0,12	9870	369	0,23	263,84	0,26	347,27	0,65**	812,42*
2	1,00	0,12	9870	369	0,23	263,84	0,26	347,27	0,65**	812,42*
3	1,00	0,13	9884	394	0,23	256,77	0,27	341,39	0,61*	735,07*
4	1,00	0,13	9887	409	0,23	252,54	0,26	331,96	0,55*	773,10*
5	1,00	0,14	9880	437	0,23	245,56	0,27	322,19	0,58*	703,24*
6	1,00	0,15	9879	464	0,23	239,56	0,28	315,02	0,63**	721,56*
7	1,01	0,16	9995	514	0,23	229,53	0,28	302,68	0,58*	629,32*
8	1,00	0,18	9893	552	0,24	222,90	0,28	290,76	0,56*	579,81
9	1,00	0,19	9892	585	0,24	217,80	0,28	280,45	0,56*	556,59
10	1,00	0,20	9900	623	0,24	212,42	0,30	297,70	0,58*	554,61
11	1,00	0,21	9953	659	0,24	207,87	0,30	279,72	0,64*	587,38
12	1,02	0,22	10326	702	0,25	202,89	0,30	267,24	0,66*	576,16
13	1,00	0,24	9888	761	0,25	196,96	0,30	249,97	0,62*	519,29
14	1,03	0,25	10508	810	0,26	192,57	0,31*	245,08	0,64**	506,39
15	1,03	0,28	10493	900	0,27	185,90	0,33*	241,39	0,65**	475,52
16	1,04	0,29	10739	935	0,27	183,61	0,33*	233,13	0,76**	540,77
17	1,00	0,35	9924	1098	0,28	175,36	0,37*	239,61	0,69**	443,29
18	1,02	0,40	10313	1279	0,30	168,93	0,38*	218,52	0,74**	425,10
19	1,08	0,51	11526	1739	0,35*	161,14	0,45*	209,62	0,89***	415,40
20	1,20	0,55	14234	2072	0,39*	159,83	0,47*	194,31	0,93***	388,76
21	1,20	0,55	14234	2072	0,39*	159,83	0,47*	199,01	0,93***	388,76

Índice de conforto (m/s^2)	Escala		Indicador	Índice de Segurança (N)		Escala	Indicador
	Menor que 0,315	Confortável		Menor que 625	Seguro		
0,315 - 0,63	Levemente confortável		Nenhum	Menor que 625		Seguro	Nenhum
0,5 - 1	Pouco confortável		*	Maior que 625		Inseguro	*
0,8 - 1,6	Desconfortável		***				

Fonte: O autor, 2019.

Com os resultados tabelados, foram destacadas as variáveis de projeto com resultados que ultrapassaram os índices de conforto e segurança, ou aqueles que mais ultrapassaram, nos casos em que nenhum resultado fica dentro dos critérios. Primeiramente, foram destacados os valores de aceleração acima de $0,315 \text{ m/s}^2$ nos resultados originais da otimização (nº 19, 20 e 21). Em seguida, aumentando a velocidade de percurso para 40 m/s , foram destacados os resultados dessa 1ª condição mais severa com acelerações acima de $0,315 \text{ m/s}^2$ (nº 14, 15, 16, 17 e 18). Por último, mantendo a velocidade de percurso em 40 m/s , foi utilizado um perfil de estrada mais críticos ($k = 3$), para assim destacar os valores de força acima de 625 N (nº 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7). Além disso, essa última condição não apresentou nenhum valor de aceleração abaixo de $0,315 \text{ m/s}^2$, porém aqueles mais próximos estão entre os resultados que não foram destacados em nenhuma das condições anteriores. A Tabela 13 explicita exatamente as análises descritas anteriormente.

Os resultados da otimização que se comportaram melhor em condições mais severas, seja em uma velocidade superior, ou numa estrada de pior qualidade, foram aqueles com frequência natural em torno de $1,00 \text{ Hz}$ e taxa de amortecimento em torno de $0,20$. Conseqüentemente, valores de rigidez da suspensão próximos a 10.000 N/m e coeficiente de amortecimento entre 550 a 750 Ns/m .

3.4.2 2ª Otimização: Aceleração vertical do chassi vs Deflexão da suspensão

A segunda otimização realizada foi entre os valores RMS das funções objetivos da aceleração vertical do chassi \ddot{z}_s e da deflexão da suspensão d_s . Essa otimização confronta o conforto e a segurança, principalmente pelo valor da frequência natural, pois frequências próximas a 1 Hz resultam em baixas acelerações, o que é bom para o conforto, e maiores deflexões da suspensão, ruim para a segurança devido a instabilidade que vai sendo criada com os momentos gerados. Já para frequências maiores, acontece exatamente o contrário.

Sendo assim, realizando a otimização, são obtidos os resultados ótimos de aceleração da massa suspensa e de deflexão da suspensão. Os resultados são apresentados pela Figura 52, que mostra o gráfico de Pareto, e também pela Tabela 14 com a relação enumerada dos melhores resultados obtidos, junto com seus respectivos valores de frequência natural e taxa de amortecimento, assim como a rigidez e o amortecimento da suspensão relacionados a esses parâmetros.

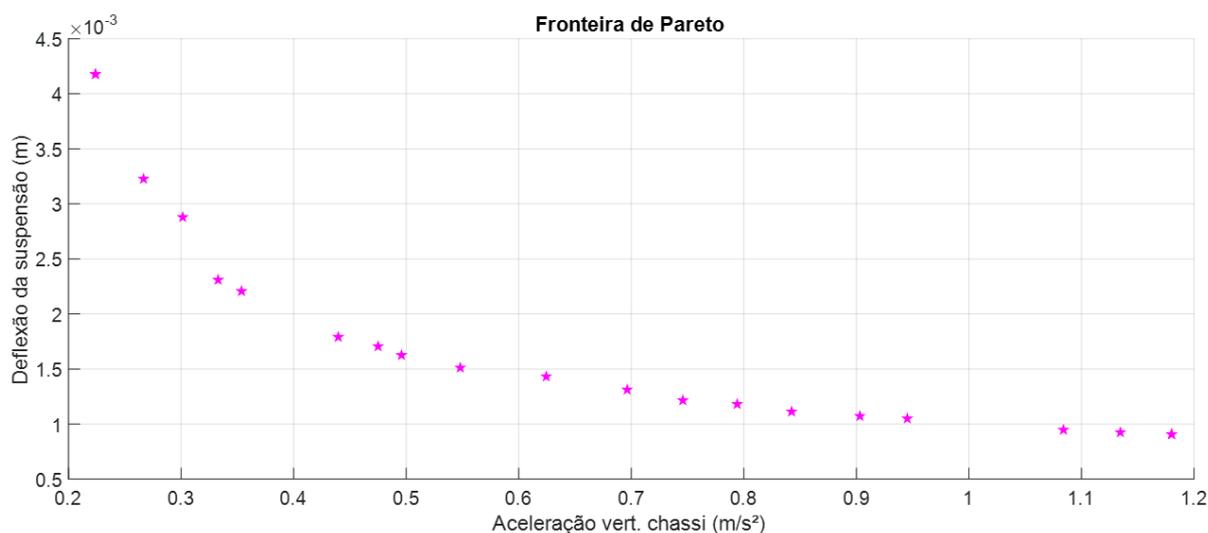
Diferente do que aconteceu na primeira otimização, a maioria dos resultados do gráfico de Pareto (Figura 52) ficam acima da aceleração de $0,315 \text{ m/s}^2$, considerada boa para o conforto. Outra diferença também, é a maior variação dos valores de frequência natural na relação dos resultados, variando entre 1 e 4 Hz . Isso acontece porque, diferente da força dinâmica da roda, a deflexão da suspensão precisa de valores de frequência natural maiores para que seja minimizada.

Tabela 14 - Relação dos resultados ótimos dos objetivos aceleração vertical do chassi e deflexão da suspensão, contidos na fronteira de Pareto, e suas respectivas variáveis de projeto.

Resultados da fronteira de Pareto (2ª Otimização)									
Nº	Freq. Natural Não Amortec. f_{n_s} (Hz)	Variáveis de projeto				Objetivo 1		Objetivo 2	
		Taxa de Amortecimento ξ_s	Rigidez da Suspensão k_s (N/m)	Coef. de Amort. Suspensão b_s (Ns/m)	Aceleração vert. chassi \ddot{z}_s (m/s ²)	Deflexão da Suspensão d_s (mm)			
1	1,00	0,10	9870	315	0,22	4,18			
2	1,00	0,10	9870	315	0,22	4,18			
3	1,07	0,20	11397	665	0,27	3,23			
4	1,14	0,26	12934	925	0,30	2,88			
5	1,05	0,42	10876	1375	0,33	2,31			
6	1,09	0,45	11806	1550	0,35	2,31			
7	1,11	0,70	12079	2448	0,44	1,79			
8	1,25	0,71	15395	2777	0,47	1,71			
9	1,19	0,82	14042	3055	0,50	1,62			
10	1,36	0,85	18184	3618	0,55	1,51			
11	1,94	0,69	37002	4208	0,62	1,43			
12	2,19	0,73	47415	5041	0,70	1,31			
13	2,14	0,88	45093	5928	0,75	1,21			
14	2,50	0,80	61701	6305	0,79	1,18			
15	2,55	0,89	64143	7130	0,84	1,12			
16	2,88	0,86	81636	7771	0,90	1,07			
17	3,10	0,84	94926	8178	0,95	1,05			
18	3,59	0,90	127236	10148	1,08	0,95			
19	3,81	0,90	142958	10751	1,13	0,93			
20	4,00	0,90	157538	11296	1,18	0,91			
21	4,00	0,90	157538	11296	1,18	0,91			

Fonte: O autor, 2019.

Figura 52 - Gráfico resultado da otimização entre as saídas aceleração vertical do chassi e deflexão da suspensão com a geração da fronteira de Pareto.



Fonte: O autor, 2019.

Outro comportamento dos resultados que também pode ser observada é o crescimento da taxa de amortecimento em conjunto com a frequência natural, justamente para compensar minimamente o crescimento dos valores da aceleração.

Logo, somente os resultados nº 1, 2, 3 e 4 ficaram abaixo de $0,315 \text{ m/s}^2$, todos com valores de frequência natural próximo de 1 Hz . Enquanto que para a taxa de amortecimento, os resultados variam entre 0,1 e 0,26. Como forma de identificar o melhor resultado entre esses quatro resultados, são realizados os mesmos procedimentos da otimização anterior, levando em consideração também os critérios de seleção, priorizando os resultados abaixo de $0,315 \text{ m/s}^2$ e 625 N .

O procedimento trata de utilizar as variáveis de projeto, obtidas nos resultados da otimização, no modelo matemático da suspensão e realizar novas simulações com a entrada perfil de estrada, porém agora em umas condições mais severas. Para assim, obter os resultados das variáveis de projeto ótimas em outras condições. Os dados das simulações estão relacionados na Tabela 11, assim como os valores de frequência natural e taxa de amortecimento relacionados na Tabela 14. Foram incluídos os resultados da força dinâmica da roda nessas novas simulações para ter critérios de segurança na escolha do melhor resultado. Este estudo não possui critério de segurança relacionado à deflexão da suspensão, visto que é abordado somente a dinâmica vertical de 1/4 do veículo, sem os movimentos de rolagem e arfagem que produzem os momentos prejudiciais a estabilidade e segurança do veículo.

Sendo assim, são realizadas simulações na primeira condição mais severa, a qual trata da mesma classe de perfil de estrada (Classe A-B ou $K = 2$) utilizada na otimização,

porém com o veículo trafegando numa velocidade igual a 40 m/s . Após as simulações, os resultados em termos de aceleração, força dinâmica da roda e deflexão da suspensão são registrados. Em seguida, são realizadas novas simulações (2º condição) em situações mais severas que a anterior. Nesta, a velocidade de percurso de 40 m/s é mantido, porém a classe de perfil de estrada utilizado é a classe B-C ($K = 3$), de pior qualidade e rugosidades maiores. Os resultados obtidos também são registrados e reunidos na Tabela 15 juntos com os demais resultados, inclusive aqueles da otimização. Na tabela os resultados que ficam acima dos critérios de conforto e segurança são identificados com asteriscos, conforme a própria legenda contida na tabela.

A partir dos resultados tabelados, foram destacadas as variáveis de projeto que resultam em respostas dinâmicas que ultrapassam os índices de conforto e segurança, ou aqueles que mais ultrapassam, nos casos em que nenhum resultado fica dentro dos critérios. Primeiramente, foram destacados os valores de aceleração acima de $0,315 \text{ m/s}^2$ nos resultados originais da otimização (nº 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 e 21). Em seguida, aumentando a velocidade de percurso para 40 m/s , foram destacados também os resultados dessa 1ª condição mais severa com acelerações acima de $0,315 \text{ m/s}^2$ (nº 4 e os demais destacados anteriormente). Por último, mantendo a velocidade de percurso em 40 m/s , foi utilizado um perfil de estrada mais crítico ($k = 3$ ou classe B-C), para assim destacar os valores de força acima de 625 N (nº 1 e 2). Além disso, essa última condição não apresentou nenhum valor de aceleração abaixo de $0,315 \text{ m/s}^2$, porém foram considerados aqueles mais confortáveis dentre os resultados que não foram destacados nesta ou em nenhuma das condições anteriores. A Tabela 15 explicita exatamente as análises descritas anteriormente.

O resultado da otimização que se comporta melhor em condições mais severas, seja em uma velocidade superior, ou numa estrada de pior qualidade, foi aquele com frequência natural igual a $1,07 \text{ Hz}$ e taxa de amortecimento de $0,20$. Conseqüentemente, valores de rigidez da suspensão e coeficiente de amortecimento igual a 11397 N/m e 665 N/m , respectivamente.

3.4.3 3ª Otimização: Força dinâmica da roda vs Deflexão da suspensão

A terceira otimização é entre os valores RMS das funções objetivos da força dinâmica da roda F_{din} e da deflexão da suspensão d_s . Essa otimização inicialmente não prioriza o conforto, visto que a aceleração vertical do chassi não entra como função a ser minimizada. Entretanto, a força dinâmica também cria um conflito com a deflexão da suspensão em frequências naturais mais altas, pois a partir de 2 Hz os valores de força crescem.

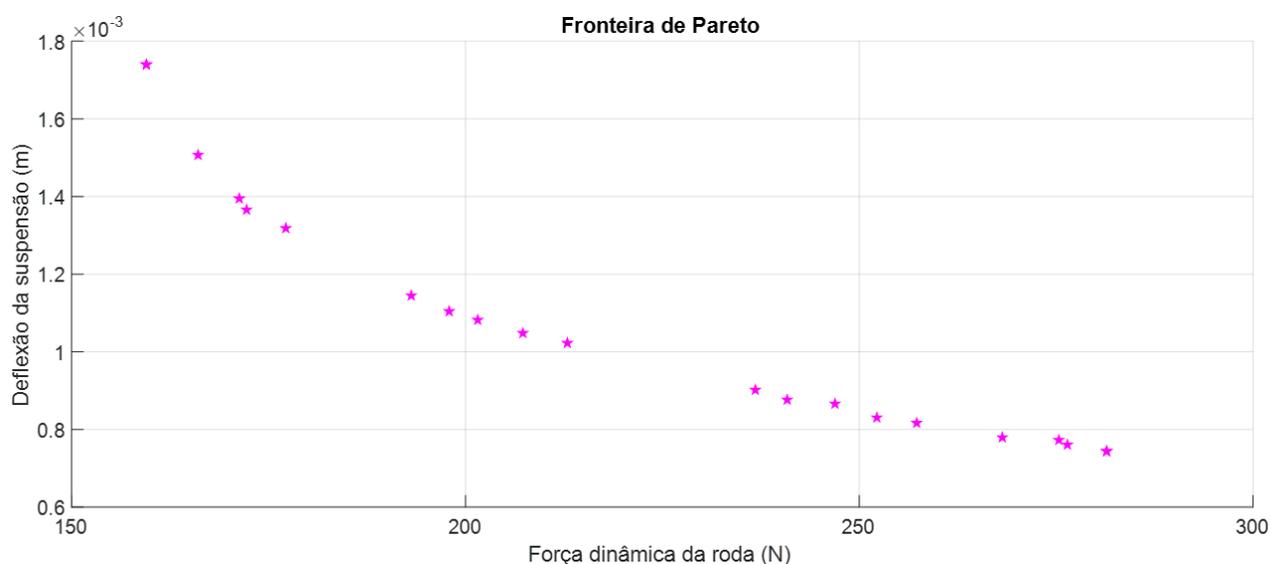
Tabela 15 - Relação dos resultados da 2ª otimização (aceleração vs deflexão da suspensão) e das simulações em condições mais severas de velocidade e de estrada. Destacando as variáveis de projeto com resultados satisfatórios de conforto e segurança.

Nº	Variáveis de Projeto				Condição Normal		1ª Cond.: $K = 2; v = 40 \text{ m/s}$		2ª Cond.: $K = 3; v = 40 \text{ m/s}$		
	$f_{n_s}(Hz)$	$k_s(N/m)$	$b_s(N_s/m)$	$\ddot{z}_s(m/s^2)$	$d_s(mm)$	$\ddot{z}_s(m/s^2)$	$d_s(mm)$	$F_{din}(N)$	$\ddot{z}_s(m/s^2)$	$d_s(mm)$	$F_{din}(N)$
1	1,00	0,10	9870	0,22	4,18	0,26	5,00	366,71	0,49*	9,2	727,17*
2	1,00	0,10	9870	0,22	4,18	0,26	5,00	366,71	0,49*	9,2	727,17*
3	1,07	0,20	11397	0,27	3,23	0,31	3,70	273,41	0,61*	7,5	530,08
4	1,14	0,26	12934	0,30	2,88	0,34*	2,90	234,21	0,68**	6,4	461,06
5	1,05	0,42	10876	0,33	2,31	0,42*	2,50	234,84	0,81***	5,3	439,65
6	1,09	0,45	11806	0,35	2,31	0,42*	2,50	207,00	0,82***	4,8	405,64
7	1,11	0,70	12079	0,44	1,79	0,51**	1,90	198,71	1,01***	3,9	396,25
8	1,25	0,71	15395	0,47	1,71	0,55**	1,80	205,39	1,09***	3,7	398,98
9	1,19	0,82	14042	0,50	1,62	0,59**	1,80	210,48	1,12***	3,4	397,17
10	1,36	0,85	18184	0,55	1,51	0,72**	1,90	246,15	1,23***	3,2	416,84
11	1,94	0,69	37002	0,62	1,43	0,68**	1,50	213,31	1,35***	2,9	424,44
12	2,19	0,73	47415	0,70	1,31	0,75**	1,30	227,32	1,59***	2,7	483,19
13	2,14	0,88	45093	0,75	1,21	0,80***	1,20	239,96	1,61***	2,5	484,72
14	2,50	0,80	61701	0,79	1,18	0,98***	1,40	294,71	1,74***	2,5	517,07
15	2,55	0,89	64143	0,84	1,12	0,94***	1,20	278,00	1,94***	2,5	575,18
16	2,88	0,86	81636	0,90	1,07	0,99***	1,10	290,35	2,02***	2,3	593,91
17	3,10	0,84	94926	0,95	1,05	0,97***	1,00	282,42	1,97***	2,1	569,93
18	3,59	0,90	127236	1,08	0,95	1,12***	0,93	321,76	2,42***	2,1	698,56*
19	3,81	0,90	142958	1,13	0,93	1,14***	0,90	325,85	2,40***	1,9	687,93*
20	4,00	0,90	157538	1,18	0,91	1,23***	0,91	351,10	2,34***	1,7	671,35*
21	4,00	0,90	157538	1,18	0,91	1,23***	0,91	351,10	2,34***	1,7	671,35*

Índice de conforto (m/s^2)	Escala		Indicador	Índice de Segurança (N)		Escala	Indicador
	Menor que 0,315	Confortável		Menor que 625	Seguro		
0,315 - 0,63	Levemente confortável		Nenhum	Menor que 625		Seguro	Nenhum
0,5 - 1	Pouco confortável		*	Maior que 625		Inseguro	*
0,8 - 1,6	Desconfortável		***				

Fonte: O autor, 2019.

Figura 53 - Gráfico resultado da otimização entre as saídas força dinâmica da roda e deflexão da suspensão com a geração da fronteira de Pareto.



Fonte: O autor, 2019.

Sendo assim, através da otimização no *Matlab*[®], são obtidos os resultados ótimos de força dinâmica da roda e de deflexão da suspensão. Os resultados são apresentados pela Figura 53, que mostra o gráfico de Pareto, e também pela Tabela 16, que enumera e lista os melhores resultados obtidos, junto com seus respectivos valores de frequência natural e taxa de amortecimento, assim como a rigidez e o amortecimento da suspensão relacionados a esses parâmetros.

Todos os resultados do gráfico de Pareto (Figura 53) ficam abaixo do valor da força dinâmica crítica de 625 N , critério que indica a segurança de condução do veículo. Na falta do objetivo de minimização da aceleração, os resultados tendem a ter valores de frequências naturais e taxas de amortecimento mais altos. Enquanto as frequências variam entre $1,4$ a 4 Hz , a taxa de amortecimento varia de $0,5$ a $0,9$.

Sendo assim, a princípio todos os resultados se apresentam viáveis, o que prejudica a definição, minimamente aproximada, de valores de frequência natural e taxa de amortecimento ideais para o projeto de suspensão. Como forma de reduzir esse número elevado de resultados viáveis, são realizados os mesmos procedimentos das duas otimizações anteriores, levando em consideração também os critérios de seleção, priorizando os resultados abaixo de $0,315\text{ m/s}^2$ e 625 N .

O procedimento utiliza as variáveis de projeto, obtidas nos resultados da otimização, no modelo matemático da suspensão e realiza novas simulações com a entrada perfil de estrada, porém agora em umas condições mais severas. Para assim, obter os resultados das variáveis de projeto ótimas em outras condições.

Tabela 16 - Relação dos resultados ótimos dos objetivos força dinâmica da roda e deflexão da suspensão, contidos na fronteira de Pareto, e suas respectivas variáveis de projeto.

N ^o	Resultados da fronteira de Pareto (3 ^a Otimização)									
	Variáveis de projeto					Objetivo 1		Objetivo 2		
	Freq. Natural Não Amortec. f_{n_s} (Hz)	Taxa de Amortecimento ξ_s	Rigidez da Suspensão k_s (N/m)	Coef. de Amort. Suspensão b_s (Ns/m)	Força dinâmica da roda F_{din} (N)	Deflexão da Suspensão d_s (mm)				
1	1,39	0,51	18937	2231	159,44	1,74				
2	1,39	0,51	18937	2231	159,44	1,74				
3	1,80	0,55	31818	3101	166,08	1,51				
4	1,81	0,64	32220	3626	171,27	1,39				
5	1,74	0,69	30030	3757	172,24	1,37				
6	1,91	0,68	36098	4077	177,22	1,32				
7	2,04	0,83	41007	5325	193,16	1,15				
8	2,07	0,88	42283	5700	197,96	1,10				
9	2,18	0,86	47112	5925	201,59	1,08				
10	2,34	0,85	54252	6287	207,33	1,05				
11	2,55	0,82	64243	6577	212,98	1,02				
12	3,10	0,83	94586	8111	236,83	0,90				
13	3,09	0,88	94435	8544	240,85	0,88				
14	3,37	0,82	111950	8640	246,96	0,87				
15	3,34	0,89	109853	9325	252,24	0,83				
16	3,48	0,88	119372	9585	257,28	0,82				
17	3,68	0,90	133655	10393	268,14	0,78				
18	3,94	0,85	152940	10488	275,34	0,77				
19	3,89	0,88	149594	10823	276,47	0,76				
20	3,98	0,90	155959	11235	281,43	0,74				
21	3,98	0,90	155959	11235	281,43	0,74				

Fonte: O autor, 2019.

Os dados das simulações estão relacionados na Tabela 11, assim como os valores de frequência natural e taxa de amortecimento relacionados na Tabela 16. Foram incluídos os resultados da aceleração vertical do chassi nessas novas simulações para ter critérios de conforto na escolha do melhor resultado, visto que até o momento foi apenas priorizada a segurança.

Sendo assim, são realizadas simulações na primeira condição mais severa, no qual trata-se da mesma classe de perfil de estrada (Classe A-B ou $K = 2$) utilizada na otimização, porém com o veículo trafegando numa velocidade igual a 40 m/s . Após as simulações, os resultados em termos de aceleração, força dinâmica da roda e deflexão da suspensão são registrados. Em seguida, são realizadas novas simulações (2ª condição) em situações mais severas que a anterior. Nesta, a velocidade de percurso de 40 m/s é mantida, porém a classe de perfil de estrada utilizado é a classe B-C ($K = 3$), de pior qualidade e rugosidades maiores. Os resultados obtidos também são registrados e reunidos na Tabela 17 juntos com os demais resultados, inclusive aqueles da otimização. Na tabela os resultados que ficam acima dos critérios de conforto e segurança são identificados com asteriscos, conforme a própria legenda contida na tabela.

Com todos os resultados tabelados, foram destacadas as variáveis de projeto com resultados que ultrapassaram os índices de conforto e segurança, ou aqueles que mais ultrapassam, nos casos em que nenhum resultado fica dentro dos critérios. Primeiro, vale reforçar que, entre os resultados originais da otimização nenhum é destacado. Em seguida, foram destacados os valores de força acima de 625 N (nº 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 e 21) na 2ª condição mais severa, com velocidade de percurso em 40 m/s e com um perfil de estrada mais críticos ($K = 3$ ou classe B-C). Por último, na 1ª condição mais severa, apenas com velocidade de percurso de 40 m/s , na condição de estrada normal ($K = 2$ ou classe A-B), foram destacados valores de aceleração acima de $0,315 \text{ m/s}^2$ (nº 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 e 21), exceto os dois primeiros (nº 1 e 2), visto que como todos ficaram acima de $0,315 \text{ m/s}^2$, eles apresentaram o nível mais baixo de aceleração. A Tabela 17 explicita exatamente as análises descritas anteriormente.

O resultado da otimização entre a força dinâmica da roda e a deflexão da suspensão, que possui o melhor comportamento, inclusive em condições mais severas, seja em uma velocidade superior, ou numa estrada de pior qualidade, foi aquele com frequência natural igual a $1,39 \text{ Hz}$ e taxa de amortecimento de $0,51$. Conseqüentemente, valores de rigidez da suspensão e coeficiente de amortecimento igual a 18937 N/m e 2231 Ns/m , respectivamente, ou próximos a eles. Fica evidenciado que os valores de deflexão da suspensão, quando otimizados, e a ausência da otimização da aceleração, resultam em configurações de frequência natural e taxa de amortecimento mais elevados. Entretanto esse resultado pode ser considerado como insatisfatório, visto que para velocidades acima de 30 m/s apresenta acelerações acima do índice ideal de conforto, ao contrário das demais otimizações.

Tabela 17 - Relação dos resultados da 3ª otimização (força dinâmica vs deflexão da suspensão) e das simulações em condições mais severas de velocidade e de estrada. Destacando as variáveis de projeto com resultados satisfatórios de conforto e segurança.

Nº	Variáveis de Projeto						Condição Normal			1ª Cond.: $K = 2$; $v = 40$ m/s			2ª Cond.: $K = 3$; $v = 40$ m/s		
	$f_{n_s}(Hz)$	ξ_s	$k_s(N/m)$	$b_s(N_s/m)$	$F_{din}(N)$	$d_s(mm)$	$F_{din}(N)$	$d_s(mm)$	$\ddot{z}_s(m/s^2)$	$F_{din}(N)$	$d_s(mm)$	$\ddot{z}_s(m/s^2)$	$F_{din}(N)$	$d_s(mm)$	$\ddot{z}_s(m/s^2)$
1	1,39	0,51	18937	2231	159,44	1,74	195,71	2,00	0,50*	383,40	3,70	0,97***			
2	1,39	0,51	18937	2231	159,44	1,74	195,71	2,00	0,50*	383,40	3,70	0,97***			
3	1,80	0,55	31818	3101	166,08	1,51	201,25	1,70	0,60*	432,01	3,50	1,25***			
4	1,81	0,64	32220	3626	171,27	1,39	222,88	1,70	0,68**	409,39	3,20	1,27***			
5	1,74	0,69	30030	3757	172,24	1,37	210,34	1,60	0,65**	416,38	3,20	1,29***			
6	1,91	0,68	36098	4077	177,22	1,32	231,17	1,50	0,71**	460,98	3,20	1,45***			
7	2,04	0,83	41007	5325	193,16	1,15	229,98	1,30	0,75**	457,86	2,60	1,50***			
8	2,07	0,88	42283	5700	197,96	1,10	240,00	1,30	0,79**	469,18	2,50	1,55***			
9	2,18	0,86	47112	5925	201,59	1,08	237,76	1,20	0,79**	502,00	2,60	1,66***			
10	2,34	0,85	54252	6287	207,33	1,05	246,07	1,20	0,83***	507,56	2,40	1,70***			
11	2,55	0,82	64243	6577	212,98	1,02	258,22	1,20	0,87***	504,72	2,30	1,71***			
12	3,10	0,83	94586	8111	236,83	0,90	288,52	1,10	0,99***	583,68	2,10	2,01***			
13	3,09	0,88	94435	8544	240,85	0,88	302,85	1,10	1,04***	628,98*	2,20	2,15***			
14	3,37	0,82	111950	8640	246,96	0,87	298,14	1,00	1,03***	652,40*	2,30	2,27***			
15	3,34	0,89	109853	9325	252,24	0,83	304,88	0,99	1,06***	686,19*	2,20	2,37***			
16	3,48	0,88	119372	9585	257,28	0,82	308,27	0,97	1,07***	633,46*	2,00	2,20***			
17	3,68	0,90	133655	10393	268,14	0,78	324,44	0,93	1,13***	676,61*	1,90	2,34***			
18	3,94	0,85	152940	10488	275,34	0,77	334,84	0,93	1,17***	724,19*	2,00	2,53***			
19	3,89	0,88	149594	10823	276,47	0,76	346,99	0,95	1,21***	746,07*	2,10	2,59***			
20	3,98	0,90	155959	11235	281,43	0,74	349,23	0,91	1,22***	691,70*	1,80	2,42***			
21	3,98	0,90	155959	11235	281,43	0,74	349,23	0,91	1,22***	691,70*	1,80	2,42***			

Índice de conforto (m/s^2)	Escala		Indicador	Índice de Segurança (N)		Escala	Indicador
	Menor que 0,315	Confortável		Menor que 625	Seguro		
0,315 - 0,63	Levemente confortável		Nenhum	Menor que 625	Seguro	Nenhum	
0,5 - 1	Pouco confortável		*	Menor que 625	Inseguro	*	
0,8 - 1,6	Desconfortável		***				

Fonte: O autor, 2019.

3.4.4 Otimização em condições mais severas

Nas otimizações realizadas anteriormente, foram utilizados procedimentos para selecionar os melhores resultados em situações com condições de estrada piores e a velocidades mais altas. Foi possível constatar, que tais condições atuam de forma a piorar o conforto e a segurança. Baseado nisso, aproveitando os modelos matemáticos de 1/4 do veículo e da entrada perfil de estrada, assim como o método de algoritmos genéticos do *Matlab*[®], são realizadas novas otimizações, porém agora em condições como:

- diferentes velocidades de percurso;
- diferentes classes de perfis de estrada;
- e variação da massa suspensa do veículo.

Isso permite avaliar as influências da velocidade de percurso, da qualidade da estrada e da variação do peso carregado pelo veículo sobre os critérios de conforto e segurança. Para isso, as funções objetivo escolhidas para essas simulações são os valores RMS da aceleração vertical do chassi e da força dinâmica da roda. A Tabela 18 apresenta os parâmetros do modelo e do perfil de estrada, assim como as variações das variáveis de projeto e o das diferentes condições estudadas.

Desta forma, cada tipo de análise de influência terá várias otimizações a serem realizadas. Na análise de influência da velocidade de percurso são realizadas cinco otimizações, uma para cada valor de velocidade. Para a análise de influência da qualidade da estrada são quatro as otimizações a serem realizadas, uma para cada classe de estrada. Já na análise de influência da variação da massa suspensa são apenas 2 otimizações, uma considerando o carro apenas com o motorista, onde a massa do veículo totaliza 1000 *kg*, sendo a massa suspensa de 1/4 do carro igual a 250 *kg*. E outra considerando o veículo cheio, ou seja, com mais 4 passageiros de 65 *kg* cada, assim a massa total passa para 1260 *kg*, e a massa suspensa de 1/4 do veículo para 315 *kg*.

3.4.4.1 Influência da velocidade de percurso

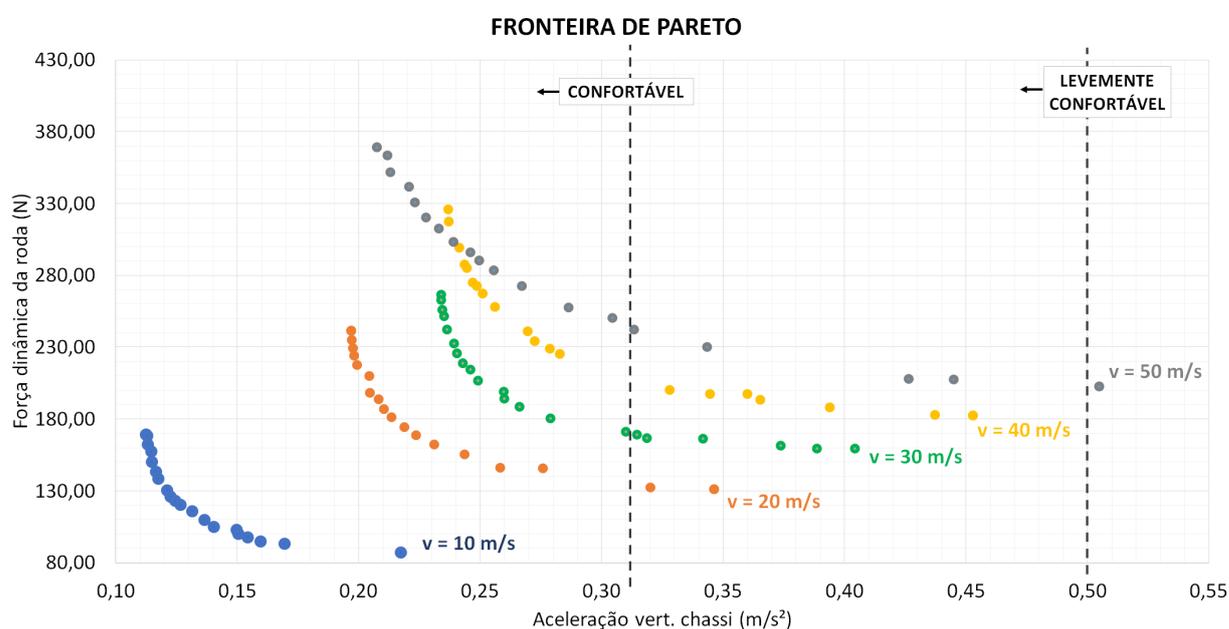
A primeira análise de influência realizada é a da velocidade de percurso, no qual é observado como o aumento da velocidade em que o veículo se desloca interfere no melhor resultado de aceleração vertical do chassi, para o conforto, e no melhor resultado de força dinâmica da roda, para a segurança. Não são analisadas as variáveis de projeto que resultam nas respostas dinâmicas do sistema, permitindo que seja realizado apenas uma análise gráfica dos resultados.

Tabela 18 - Relação de informações do modelo de 1/4 do veículo e da entrada perfil de estrada para a realização das otimizações em cada tipo de análise de influência das condições de velocidade, qualidade da estrada e variação da massa suspensa.

Dados Entrada Perfil de Estrada	Dados Modelo de 1/4 do Veículo			
Comprimento da pista: $L = 250 \text{ m}$	Massa não suspensa: $m_p = 40 \text{ kg}$			
Frequência espacial: $n_0 = 0,1 \text{ m/s}^{-1}$	Rigidez do pneu: $k_p = 200000 \text{ N/m}$			
Frequência espacial máxima: $n_{max} = 4 \text{ m/s}^{-1}$	Variáveis de Projeto	$1 \text{ Hz} \leq f_{n_s} \leq 4 \text{ Hz}$		
		$0,1 \leq \xi_s \leq 0,9$		
Influência da velocidade de percurso				
Classe do perfil de estrada: $K = 2$ (Classe A-B)	Massa suspensa: $m_s = 250 \text{ kg}$			
Velocidade de percurso: $v = 10 \text{ m/s}$ $v = 20 \text{ m/s}$ $v = 30 \text{ m/s}$ $v = 40 \text{ m/s}$ $v = 50 \text{ m/s}$				
Influência da qualidade da estrada				
Velocidade de percurso: $v = 30 \text{ m/s}$			Massa suspensa: $m_s = 250 \text{ kg}$	
Classe do perfil de estrada: $K = 2$ (Classe A-B) $K = 3$ (Classe B-C) $K = 4$ (Classe C-D) $K = 5$ (Classe D-E)				
Influência da variação da massa suspensa				
Velocidade de percurso: $v = 30 \text{ m/s}$	Massa suspensa			
Classe do perfil de estrada: $K = 2$ (Classe A-B)	Apenas o motorista: $m_s = 250 \text{ kg}$ Motorista + 4 passageiros: $m_s = 315 \text{ kg}$			

Fonte: O autor, 2019.

Figura 54 - Gráfico dos resultados das otimizações com diferentes velocidades de percurso, obtido através do programa *Excel*[®].



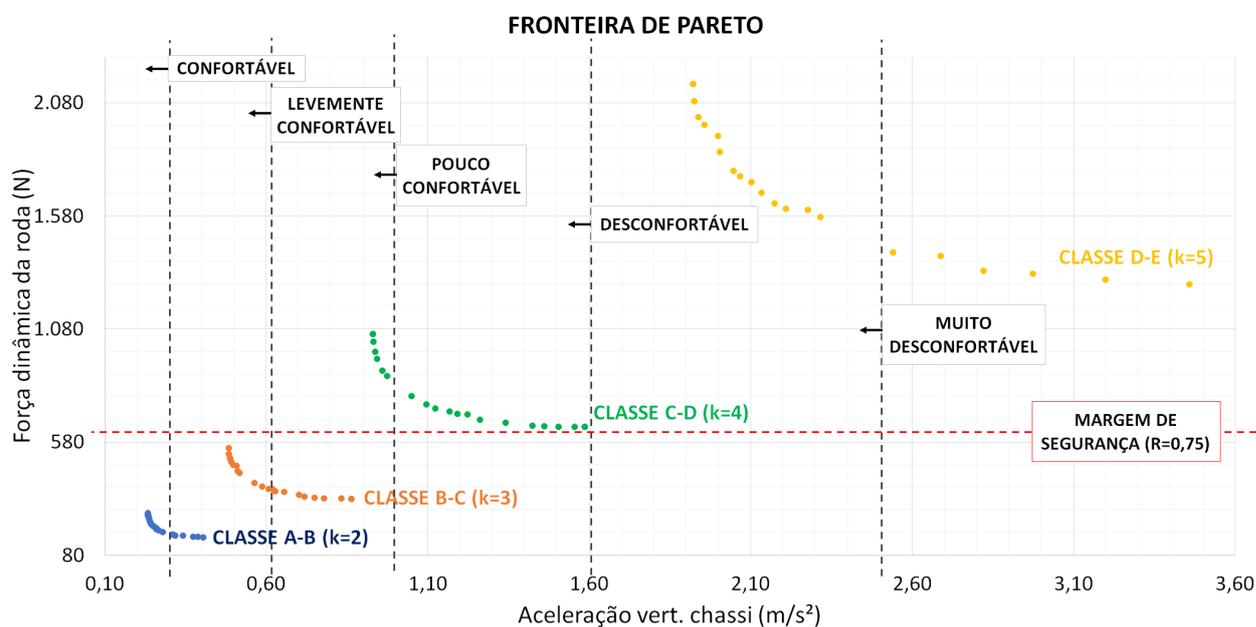
Fonte: O autor, 2019.

Realizada as otimizações em cada velocidade de percurso (10 m/s à 50 m/s), em um perfil de estrada de classe A-B ($K = 2$) e com os parâmetros do modelo e da entrada definidos na Tabela 18, os resultados da otimização foram planilhados para análise e posterior criação de um único gráfico que reúna todos os resultados. O gráfico da Figura 54 foi criado utilizando o programa *Excel*[®], onde é representado a fronteira de Pareto de cada velocidade de percurso. A tabela com os resultados de cada otimização está disponível no Apêndice 2.

A Figura 54 apresenta claramente a influência negativa do aumento da velocidade nas respostas dinâmicas do sistema, diminuindo cada vez mais o número de resultados viáveis para o modelo. A cada aumento de 10 m/s na velocidade, ocorre um aumento da aceleração vertical do chassi e uma redução de resultados ótimos abaixo de 0,315 m/s^2 . Além disso, mesmo que todos os resultados estejam abaixo de 625 N , ocorre um aumento da força dinâmica da roda gradativamente. Isso leva a concluir que, os projetistas durante o processo de desenvolvimento e escolha dos parâmetros da suspensão, deve levar em conta a velocidade no qual esse veículo irá trafegar. Isto é, o tipo ou modelo de veículo no qual a suspensão irá integrar, passeio ou esportivo, por exemplo.

Outra conclusão que pode ser feita, é que para perfis de estrada com classe A-B ($K = 2$), existem parâmetros da suspensão que resultam nos melhores índices de conforto ($< 0,315 m/s^2$) e de segurança ($< 625 N$), desde que as velocidades de tráfego não excedam os 50 m/s aqui simulados.

Figura 55 - Gráfico dos resultados das otimizações com diferentes classes de perfis de estrada (qualidade), obtido através do programa *Excel*[®].



Fonte: O autor, 2019.

3.4.4.2 Influência da qualidade da estrada

Em seguida, a análise de influência realizada foi a da qualidade da estrada, no qual é verificado a interferência do pavimento onde o veículo trafega nos resultados ótimos de aceleração vertical do chassi e de força dinâmica da roda. Assim como anteriormente, não são analisadas as variáveis de projeto que resultam nas respostas dinâmicas do sistema, pois essa avaliação já foi realizada nas otimizações iniciais desse projeto.

Realizada as otimizações em cada classe de perfil de estrada ($K=2$ à $K=5$), conforme definido por Agostinacchio, Ciampa e Olita (2014), considerando o veículo trafegando em uma velocidade $30 m/s$ e utilizando os parâmetros do modelo e da entrada definidos na Tabela 18, os resultados da otimização foram planilhados para análise e criação de um único gráfico que reúna todos os resultados. O gráfico da Figura 55 foi criado utilizando o programa *Excel*[®], e representa a fronteira de Pareto de cada classe de perfil de estrada. A tabela com os resultados de cada otimização está no Apêndice 2.

Diferente do que foi visto no gráfico das velocidades de percurso, o gráfico da Figura 55 com os resultados das fronteiras de Pareto, originárias das otimizações utilizando diferentes classe de estrada, tem somente a classe de perfil de estrada A-B ($K = 2$) com resultados abaixo de $0,315 m/s^2$. Mostrando que quanto pior a qualidade de estrada, maior a aceleração vertical do chassi e a força dinâmica da roda. Além disso, fica evidente que a influência da qualidade da estrada é superior a influência da velocidade. Entre-

tanto é interessante entender a combinação das duas condições, o que abre espaço para o desenvolvimento de novos estudos.

Outro destaque importante, é que as classes C-D ($K = 4$) e D-E ($K = 5$) não apresentaram resultados dentro da margem de segurança, ou seja, abaixo de $625 N$. Desta forma, para um percurso seguro e minimamente confortável nestas classes de estrada, pode ser afirmado que a velocidade de percurso deve ser inferior a $30 m/s$.

3.4.4.3 Influência da variação da massa suspensa do veículo

Além da influência da velocidade de percurso e da qualidade do perfil de estrada, a variação da massa suspensa do veículo pode ser analisada também, visto que essa variação de massa é normal e faz parte da rotina de qualquer veículo de passageiros. Na análise de influência da variação da massa suspensa é verificado a interferência da variação nos resultados ótimos de aceleração vertical do chassi, para o conforto, e de força dinâmica da roda, para a segurança.

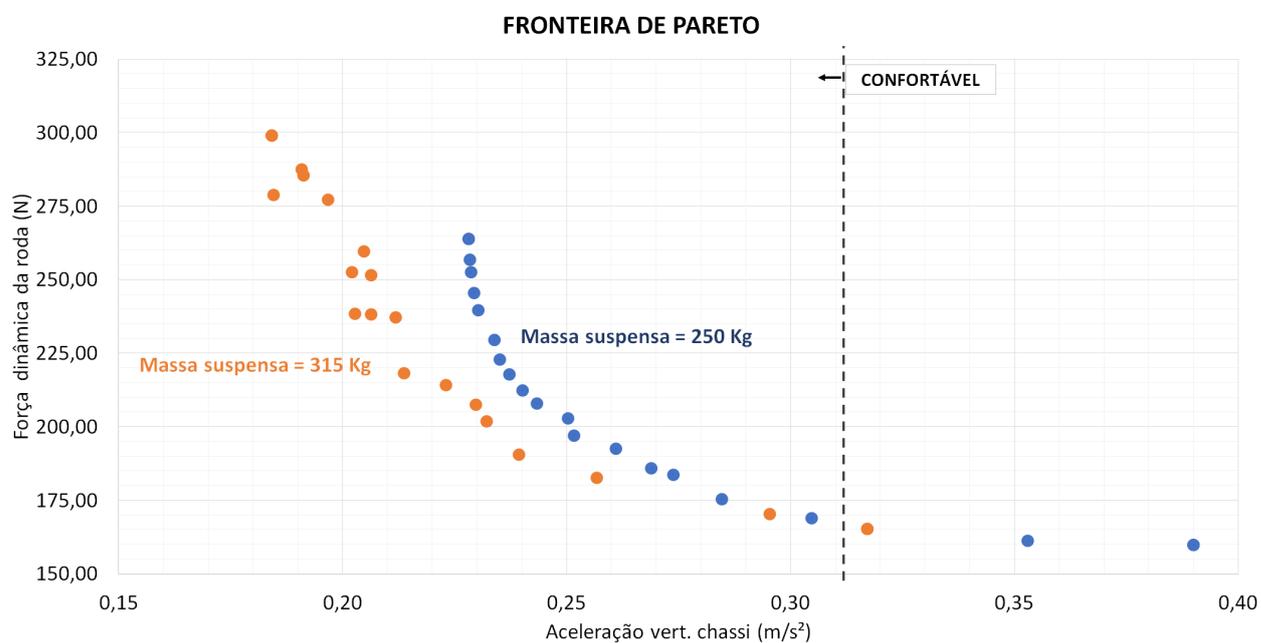
Para isso, é considerado que o carro somente com o motorista totaliza $1000 kg$, resultando numa massa suspensa de $1/4$ do veículo de $250 kg$. Com o veículo cheio, ou seja, com mais 4 passageiros de $65 kg$ cada, a massa suspensa passa para $1260 kg$. Logo, a massa suspensa de $1/4$ do veículo passa para $315 kg$.

Sendo assim, é realizada a otimização do veículo somente com o motorista, ou seja, com a massa suspensa de $250 kg$, através dos algoritmos genéticos do *Matlab*[®], utilizando a classe de perfil de estrada A-B ($K = 2$), com velocidade de percurso de $30 m/s$ e os parâmetros do modelo e da entrada definidos na Tabela 18. Os resultados ótimos e seus respectivos valores de rigidez e amortecimento da suspensão são obtidos e registrados.

A partir dos parâmetros da suspensão, rigidez e amortecimento, de cada resultado ótimo são realizadas simulações no *Matlab*[®] nas mesmas condições de pista e velocidade para o modelo de $1/4$ do veículo. Porém agora com o valor de massa suspensa superior, igual a $315 kg$. Os novos resultados da simulação, em termos de aceleração da massa suspensa e força dinâmica da roda, com o veículo mais pesado são obtidos e em seguida registrados para comparação com o resultado da otimização. Utilizando o programa *Excel*[®], o gráfico reunindo os dois resultados foi criado e representado com a fronteira de Pareto de cada massa suspensa, conforme mostra o gráfico da Figura 56. A tabela com os resultados de cada otimização e simulação está disponível no Apêndice 2.

A partir do gráfico da Figura 56, é possível constatar que um veículo mais leve influencia negativamente no conforto e na segurança da condução. Com o veículo mais pesado, as acelerações obtidas na otimização ficaram quase todas na zona de conforto ideal, abaixo de $0,315 m/s^2$, apesar da força dinâmica da roda ter aumentado dentro da margem de segurança.

Figura 56 - Gráfico dos resultados da variação da massa suspensa com apenas o motorista e também com mais quatro passageiros. O gráfico foi obtido através do programa *Excel*[®].



Fonte: O autor, 2019.

Logo, para um projeto de suspensão é de extrema importância considerar a variação da massa suspensa, principalmente se essa variação for significativa. Uma saída para esse problema pode ser trabalhar sempre com a situação mais leve, garantindo assim, que numa situação mais pesada, os resultados estarão dentro dos critérios de conforto e segurança.

CONCLUSÕES

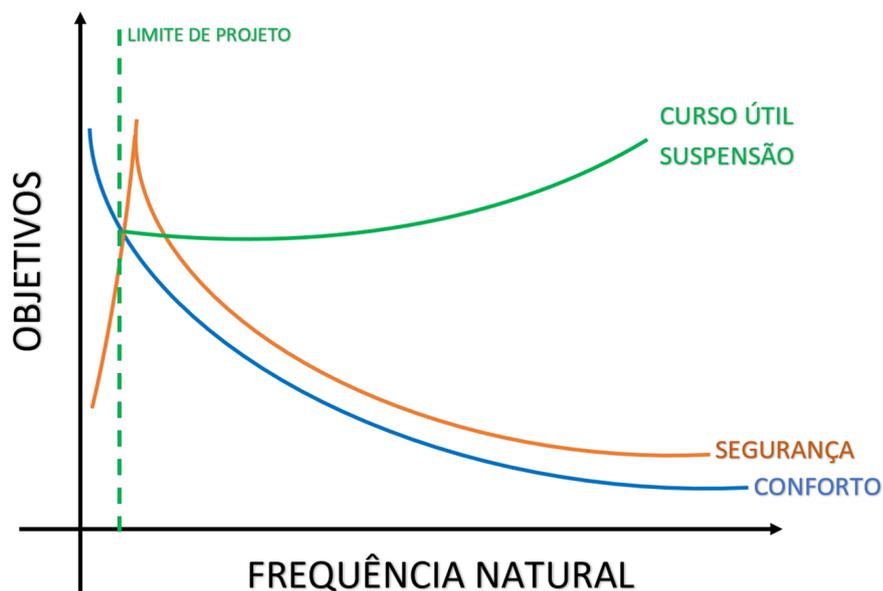
Conforme apresentado nos resultados das simulações e otimizações, o modelo de um quarto de carro mostrou-se representativo para estudos preliminares de projeto de suspensão. O modelo reproduziu perfeitamente o conflito entre os critérios de conforto e de segurança, tanto quando aplicados a ele sinais mais simples (entradas degrau e lombada), como quando utilizado a entrada perfil de estrada. Os resultados da deflexão da suspensão na simulação que utiliza entrada lombada, por exemplo, demonstra o impasse em utilizar uma suspensão menos rígida, para priorizar o conforto, e ter um espaço limitado para o curso da suspensão, conforme apontou Gillespie (1992). E mesmo que tenha o espaço disponível para a deflexão da suspensão, a segurança é prejudicada, pois podem ampliar movimentos como a rolagem e arfagem.

Quanto ao perfil de estrada irregular, foi possível utilizar o modelo matemático retirado do artigo de Agostinacchio, Ciampa e Olita (2014) e reproduzir os diferentes perfis de estrada, assim como os obtidos pelos autores, para aplicação nas simulações e otimizações realizadas no *Matlab*[®], tornando os resultados obtidos mais próximos da realidade. Além disso, utilizando o perfil de estrada, análises mais detalhas sobre tais critérios, permitiram restringir ainda mais a região no qual se pode trabalhar com as variáveis de projeto, frequência natural não amortecida e taxa de amortecimento, ficando dentro dos valores aceitáveis de conforto e segurança.

As otimizações realizadas através do método de algoritmos genéticos (GA) no *software Matlab*[®], considerando a massa suspensa do modelo igual a 250 *kg*, a rigidez do pneu em 200000 *N/m* e a massa não suspensa igual a 40 *kg*, a faixa ideal de frequência natural não amortecida ficou próxima de 1 *Hz* e de taxa de amortecimento próxima a 0,2. Isso representa valores de rigidez e amortecimento da suspensão próximos a 10000 *N/m* e a 650 *Ns/m*, respectivamente. Lembrando que o veículo percorreu uma estrada de classe A-B, com comprimento de 250 *m* e a uma velocidade 30 *m/s*. A frequência natural próxima a 1 *Hz* resulta nos menores valores de aceleração e força dinâmica da roda, por isso os resultados ficaram próximos a essa frequência. Por pior que seja para a deflexão da suspensão, a única restrição imposta por ela é que seja acima de 1 *Hz*, devido ao curso da suspensão em casos como as lombadas. Além disso, os resultados que possuem frequências e taxas de amortecimento maiores, quando submetidos a condições mais severas são os mais prejudicados. Vale destacar, que o tempo de computação gasto pelo *Matlab*[®] para atingir o resultado final de cada otimização foi de aproximadamente 2 minutos. O que é satisfatório se comparado aos estudos que envolvem modelos mais complexos.

Fica evidenciado também que a frequência natural não amortecida possui um impacto maior nos resultados, quando comparado com a taxa de amortecimento. A partir disso, e principalmente do comportamento dos resultados nas simulações utilizando o

Figura 57 - Representação gráfica do comportamento dos objetivos a frequência natural não amortecida, incluindo também o comportamento do curso útil da suspensão.



Fonte: O autor, 2019.

valor RMS, foi elaborado a Figura 57 com o gráfico entre os objetivos do estudo e a frequência natural não amortecida. Além disso, é incluído o comportamento do curso útil da suspensão, que tem relação com a deflexão da suspensão, de acordo com a frequência natural. Esse gráfico é apenas um esboço do comportamento dos resultados em relação a frequência natural e aos objetivos de conforto e segurança que se pretende atingir.

Durante o estudo, com as simulações e otimizações, foi possível identificar as influências positivas e negativas das variáveis da suspensão e do sistema, como a frequência natural não amortecida e taxa de amortecimento, além das condições externas ao sistema como a velocidade de percurso, qualidade da estrada e variação da massa suspensa. Sendo assim, a Tabela 19 apresenta um resumo da influência de cada item para o conforto e segurança do usuário.

Sendo assim, um projetista de uma suspensão veicular, utilizando os métodos e os resultados obtidos neste estudo, consegue obter os parâmetros ideais da suspensão de forma aproximada, apenas tendo como informações as massas suspensas e não suspensas e a rigidez do pneu.

O artigo (BASILIO; RIBEIRO; SOEIRO, 2019) é parte integrante desse projeto e foi aceito para o 25th Congresso Internacional de Engenharia Mecânica, o COBEM 2019, realizado em Uberlândia/MG. Neste artigo são apresentados alguns dos resultados obtidos nesta dissertação.

Tabela 19 - Relação de influência e influenciadores no conforto e segurança providos pela suspensão.

ITEM INFLUENTE	INFLUÊNCIA NO CONFORTO	INFLUÊNCIA NA SEGURANÇA
Frequência natural não amortecida	Quanto menor a frequência natural não amortecida, menor a aceleração e melhor o conforto.	Considerando a deflexão da suspensão, quanto maior a frequência natural, menor a deflexão e melhor a segurança. Obs.: Pode ser utilizado como limite inferior da frequência, o espaço disponível para o curso da suspensão, visto que menor a frequência, menor a rigidez e maior a deflexão.
		Considerando a força dinâmica da roda, a região ideal para a segurança é entre 1 e 2 Hz. Até 2 Hz, quanto maior a frequência natural não amortecida, menor a força dinâmica sobre a roda e melhor a segurança. Já para valores acima de 2 Hz, quanto maior a frequência, menor a segurança.
Taxa de amortecimento	Quanto menor a taxa de amortecimento menor a aceleração e melhor o conforto. Obs.: Isso é válido para valores de taxa acima de 0,1.	Até 1,5 Hz, quanto menor a taxa de amortecimento, maior a força dinâmica. Após 1,5 Hz, quanto menor a taxa de amortecimento menor a força dinâmica e melhor a segurança. Exceto para valores de taxa menor ou igual a 0,1, que sempre apresentam valores de força dinâmica maiores.
Velocidade de percurso	Quanto menor a velocidade de percurso, melhor será o conforto durante a viagem.	Quanto menor a velocidade de percurso, melhor será a segurança na condução.
Qualidade da estrada	Quanto melhor a qualidade da estrada, melhor será o conforto do usuário.	Quanto melhor a qualidade da estrada, melhor será a segurança na viagem.
Variação da massa suspensa	Quanto menor a variação da massa suspensa, melhor será o conforto do usuário. Isso porque quanto maior a massa suspensa, menor a aceleração e mais confortável será para o usuário.	Quanto menor a variação da massa suspensa, melhor será a segurança do usuário. Isso porque quanto maior a massa suspensa, menor será a força dinâmica, mais seguro será para o usuário.

Fonte: O autor, 2019.

SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Por se tratar de um modelo mais simples, o estudo possibilita a evolução do projeto de diversas formas. Abaixo, seguem algumas sugestões para evolução futura do projeto:

- Realizar o estudo em um modelo completo do carro, com mais graus de liberdade. Com isso, outros comportamentos da dinâmica veicular (*roll*, *yaw* e *pitch*) seriam considerados e analisados. Além de diferentes configurações de parâmetros da suspensão entre a dianteira e a traseira, em função da distribuição do peso do veículo, inclusive em condições de carregamento assimétrico;
- Realizar simulações com diversas configurações de parâmetros, em um momento priorizando o conforto, e em outro a segurança. E assim, cada configuração estaria vinculado a um tipo ou categoria de veículo, como por exemplo: esportivo, fora de estrada, passeio, SUV, entre outros.
- Aplicar nos modelos deste estudo, parâmetros de rigidez e amortecimento não lineares, e fazer um comparativo da influência da não linearidade, seja em modelos mais simples, como em modelos mais completos;
- Com o estudo utilizando modelos mais completos e complexos, será necessário métodos de simulação e otimização que melhor se adapte a pesquisa, considerando o custo, a rapidez e a qualidade das informações fornecidas. Para a avaliação de funções objetivos custosas (alto custo computacional ou econômico), uma alternativa pode ser a utilização de um modelo reduzido (*surrogate*), que aproxima o cálculo da função *fitness* no algoritmo de otimização, acelerando o tempo de simulação. Também chamado de meta-modelos, existem diversas técnicas que podem ser analisadas para aplicação no projeto, como representações construídas a partir de redes neurais artificiais, expansões de polinômios de caos e krigagem (*kriging*).

REFERÊNCIAS

- ABCR. Índice ABCR. 2019. Site da Associação Brasileira de Concessionárias de Rodovias. Disponível em: <https://abcr.org.br/indice/indice-abcr-do-mes>. Acesso em: 19 ago. 2019.
- AGOSTINACCHIO, M.; CIAMPA, D.; OLITA, S. The vibrations induced by surface irregularities in road pavements - a matlab approach. *European Transport Research Review*, v. 6, n. 3, p. 267–275, Sept. 2014.
- BALBINOT, A. *Caracterização dos níveis de vibração em motoristas de ônibus: um enfoque no conforto e na saúde*. 281 p. Tese (Doutorado) — Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul., Porto Alegre, RS, Brasil, 2001. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/2482>. Acesso em: 19 ago. 2019.
- BARELLA, R. M. *Contribuição para a Avaliação da Irregularidade Longitudinal de Pavimentos com Perfilômetros Inerciais*. 362 p. Tese (Doutorado) — Escola Politécnica, Universidade de São Paulo., São Paulo, SP, Brasil, 2008. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3138/tde-31032008-172407/pt-br.php>. Acesso em: 19 ago. 2019.
- BASILIO, J. C. C.; RIBEIRO, J. G. T.; SOEIRO, F. J. C. P. Modeling and optimizing a vehicle suspension considering user safety and comfort in an irregular road. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING (COBEM), 25th., 2019, Uberlandia. *COB-2019-0774*. Uberlandia/MG, Brasil: ABCM, 2019. p. 1–11.
- BASTOW, D. *Car Suspension and Handling*. 2nd. ed. London, UK: Pentech Press Limited, 1987.
- BHANAGE, A.; PADMANABHAN, K. Static and fatigue simulation of automotive anti roll bar before dbtt. *International Journal of Applied Engineering Research*, v. 10, n. 71, p. 472–476, Aug. 2015.
- BOTOSSO, A. C. *Avaliação do efeito da rigidez estrutural sobre a dinâmica veicular*. 141 p. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica, Universidade de São Paulo., São Paulo, SP, Brasil, 2015. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3151/tde-24012016-141414/en.php>. Acesso em: 19 ago. 2019.
- BRITISH STANDARDS INSTITUTION. *BS 6841: Guide to measurement and evaluation of human exposure to whole-body mechanical vibration and repeated shock*. London, United Kingdom, 1987.
- BUYAUTOPARTS. How Can You Tell if Your Shocks and Struts are Worn Out? 2019. Site de venda de peças automotivas. Disponível em: <https://www.buyautoparts.com/howto/how-can-you-tell-if-your-shocks-and-struts-are-worn-out.htm>. Acesso em: 19 ago. 2019.

CALVO, J. A.; DIAZ, V.; ROMAN, J. L. S. Establishing inspection criteria to verify the dynamic behaviour of the vehicle suspension system by a platform vibrating test bench. *International Journal of Vehicle Design*, v. 38, n. 4, p. 290–306, Jan. 2005.

CASTRO, A. A. *Identificação de parâmetros e calibração do modelo dinâmico de um veículo terrestre*. 78 p. Dissertação (Mestrado) — Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro., Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2013. Disponível em: <https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/colecao.php?strSecao=resultado&nrSeq=23514@1>. Acesso em: 07 out. 2019.

CHI, Z.; HE, Y.; NATERER, G. F. Design optimization of vehicle suspensions with a quarter-car vehicle model. *Transactions of the CSME*, v. 32, n. 2, p. 297–312, Jun. 2008.

CONSELHO NACIONAL DE TRANSITO. Resolução nº 600, de 24 de maio de 2016. *Estabelece os padrões e critérios para a instalação de ondulação transversal (lombada física) em vias públicas, disciplinada pelo parágrafo único do art. 94 do Código de Trânsito Brasileiro e proíbe a utilização de tachas, tachões e dispositivos similares implantados transversalmente à via pública*, Ministério das Cidades, Brasília, DF, 2016. Disponível em: <https://infraestrutura.gov.br/resolucoes-contran.html>. Acesso em: 15 ago. 2019.

CUNHA, A.; FELIX, J. L. P.; BALTHAZAR, J. M. Quantification of parametric uncertainties induced by irregular soil loading in orchard tower sprayer nonlinear dynamics. *Journal of Sound and Vibration*, v. 408, p. 252–269, Nov. 2017.

DHARANKAR, C. S.; HADA, M. K.; CHANDEL, S. Numerical generation of road profile through spectral description for simulation of vehicle suspension. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 39, n. 6, p. 1957–1967, Jun. 2016.

DINIZ, D. D. S. *Estudo da dinâmica vertical em suspensão duplo A de um veículo off-road tipo baja*. 138 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Campina Grande., Campina Grande, PB, Brasil, 2014.

DREHMER, L. R. C. *Otimização de Parâmetros Concentrados de Suspensão para Conforto e Segurança Veicular*. 98 p. Dissertação (Mestrado) — Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul., Porto Alegre, RS, Brasil, 2012. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/61012>. Acesso em: 19 ago. 2019.

DREHMER, L. R. C.; CASAS, W. J. P.; GOMES, H. M. Otimização multiobjetivo de parâmetros concentrados de suspensão para conforto e segurança veicular em dinâmica vertical. *Asociación Argentina de Mecánica Computacional*, v. 34, n. 39, p. 2729–2754, Nov. 2016.

DUARTE, M. D. R. *Simulação de ride primário e secundário através do uso de carregamento de pista*. 127 p. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo., São Carlos, SP, Brasil, 2010. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18149/tde-19012011-130255/pt-br.php>. Acesso em: 16 ago. 2019.

ELETRICACOMSCILAB. Função Degrau Unitário. 2017. Site de soluções computacionais para problemas da Engenharia Elétrica. Disponível em: <https://eletricacomscilab.blogspot.com/2017/09/funcao-degrau-unitario-o-que-e-funcao.html>. Acesso em: 19 ago. 2019.

FANG, Z. et al. Semi-active suspension of a full-vehicle model based on double-loop control. *Procedia Engineering - International Workshop on Automobile, Power and Energy Engineering*, v. 16, p. 428–437, Nov. 2011.

FREITAS, L. M. *Estudo da Dinâmica Vertical de uma Suspensão Veicular do Tipo MacPherson*. 122 p. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo., São Carlos, SP, Brasil, 2006. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18149/tde-19012011-114031/pt-br.php>. Acesso em: 15 ago. 2019.

GILLESPIE, T. D. *Fundamentals of vehicle dynamics*. 1st. ed. Warrendale, PA, USA: SAE International, R – 114, 1992.

GUNDOGDU, O. Optimal seat and suspension design for a quarter car with driver model using genetic algorithms. *International Journal of Industrial Ergonomics*, v. 37, n. 4, p. 327–332, Apr. 2007.

HOWSTUFFWORKS. How car suspensions work. 2018. Site de informações gerais. Disponível em: <https://auto.howstuffworks.com/car-suspension.htm>. Acesso em: 19 ago. 2019.

HUANG, B.; HSIEH, C.-Y.; GOLNARAGHI, F.; MOALLEM, M. Development and optimization of an energy-regenerative suspension system under stochastic road excitation. *Journal of Sound and Vibration*, v. 357, p. 16–34, Nov. 2015.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. *ISO 2631-1: Mechanical vibration and shock – evolution of human exposure of whole-body vibration – part 1: General requirements*. Geneva, Switzerland, 1997.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. *ISO 5349: Mechanical vibration - measurement and evaluation of human exposure to hand-transmitted vibration - part 1: General requirements*. Geneva, Switzerland, 2001.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. *ISO 8608: Mechanical vibration - road surface profiles - reporting of measured data*. Geneva, Switzerland, 2016.

JAZAR, R. N. *Vehicle Dynamics: Theory and Application*. 1st. ed. New York, USA: Springer, 2008.

KADERLI, F. *Análise do Conforto quanto à Vibração em Veículos de Passeio*. 22 p. — Dissertação (Graduação) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil, 2010. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/27511>. Acesso em: 19 ago. 2019.

LOPES, J. L. Análise de vibração ocupacional de corpo inteiro em máquinas colhedoras de cana-de-açúcar. *Revista ABHO (Associação Brasileira de Higienistas Ocupacionais)*, v. 26, p. 6–16, Mar. 2012.

- MATTHEWS, J.; TALAMO, J. D. C. Ride comfort for tractor operators: Iii. investigation of tractor dynamics by analogue computer simulation. *Journal of Agricultural Engineering Research*, v. 10, n. 2, p. 93–108, Oct. 1965.
- MELLO, M. H. B. *Medição e análise do conforto veicular e qualidade de vias*. 65 p. Dissertação (Mestrado) — Curso de Engenharia Automotiva, Universidade Federal de Santa Catarina., Joinville, SC, Brasil, 2017. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/181687?show=full>. Acesso em: 15 ago. 2019.
- MERLING, M. C. C. *Uma abordagem gerencial para o procedimento de projeto de suspensões de veículos terrestres*. 174 p. Dissertação (Mestrado) — Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro., Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2007. Disponível em: <https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/colecao.php?strSecao=resultado&nrSeq=11506@1>. Acesso em: 19 ago. 2019.
- MITRA, A. C. et al. Optimization of passive vehicle suspension system by genetic algorithm. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON VIBRATION PROBLEMS, 12., 2015, Guwahati. *Procedia Engineering*. Guwahati, India: Elsevier, 2016. p. 1158–1166.
- NAGARKAR, M. P.; PATIL, G. J. V.; PATIL, R. N. Z. Optimization of nonlinear quarter car suspension–seat–driver model. *Journal of Advanced Research*, Cairo, v. 7, n. 6, p. 991–1007, Nov. 2016.
- NICOLAZZI, L. C. *Dinâmica Veicular: Curso de especialização em engenharia automotiva*. 1st. ed. Florianópolis, SC, Brasil: FIAT/UFSC, 2004.
- OGATA, K. *Modern Control Engineering*. 5th. ed. New Jersey, USA: Prentice Hall, 2009.
- OKABE, E. P. *Metodologia de projeto para desenvolvimento de suspensão veicular*. 158 p. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil, 2003. Disponível em: <http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/264482>. Acesso em: 15 ago. 2019.
- OLIVEIRA, F. S. D. *Projeto de um Amortecedor para Protótipo de Veículo Fora*. 79 p. — Dissertação (Graduação) – Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2014. Disponível em: <http://monografias.poli.ufrj.br/monografias/monopoli10010280.pdf>. Acesso em: 19 ago. 2019.
- OZCAN, D.; SONMEZ, U.; GUVENÇ, L. Optimisation of the nonlinear suspension characteristics of a light commercial vehicle. *International Journal of Vehicular Technology*, v. 2013, n. ID 562424, p. 16, 2013.
- PEREIRA, C. C. G. *Curvas de percepção e conforto humano para vibrações verticais*. 149 p. Dissertação (Mestrado) — Departamento de Engenharia Civil. Universidade Federal de Ouro Preto., Ouro Preto, MG, Brasil, 2009. Disponível em: <https://www.repositorio.ufop.br/handle/123456789/2253>. Acesso em: 19 ago. 2019.
- PIVETA, A. *Análise de desempenho de suspensão convencional e hidropneumática considerando a variabilidade dos parâmetros*. 126 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica., Campinas, SP,

- Brasil, 2012. Disponível em: <http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/265930>. Acesso em: 15 ago. 2019.
- POPP, K.; SCHIEHLEN, W. *Ground Vehicle Dynamics*. English. New York, USA: Springer, 2010.
- POWERSTANDARDS. Mechanical Resonances in the human body. 2005. Site de informações sobre engenharia elétrica. Disponível em: <https://www.powerstandards.com/ven/mechanical-resonances-in-the-human-body/>. Acesso em: 19 ago. 2019.
- RAJAMANI, R. *Vehicle dynamics and control*. 1st. ed. New York, USA: Springer, 2006.
- RAO, S. S. *Engineering Optimization: Theory and Practic*. 4th. ed. New Jersey, USA: John Wiley and Sons, 2009.
- RAO, S. S. *Mechanical Vibrations*. 5th. ed. New Jersey, USA: Prentice Hall, 2011.
- RAUH, J. Virtual development of ride and handling characteristics for advanced passenger cars. *Vehicle System Dynamics*, v. 40, n. 1-3, p. 135–155, Aug. 2003.
- REBELLO, A. L. F. *Modelagem e simulação de um veículo automotivo usando uma metodologia de sistema multicorpos aproximada*. 126 p. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo., São Carlos, SP, Brasil, 1999.
- RILL, G. *Vehicle Dynamics: Short Course in Brazil*. 1st. ed. Regensburg, Germany: University of Applied Sciences, 2007.
- RODRIGUES, J. F. S. *Cálculo e avaliação dos parâmetros da rigidez auxiliar a rolagem de uma suspensão dianteira mecânica*. 91 p. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil, 2005. Disponível em: <https://www.automotiva-poliusp.org.br/wp-content/uploads/2013/08/Rodrigues-Jo%C3%A3o-Felipe-Susin.pdf>. Acesso em: 15 ago. 2019.
- SABKA, M. R. R. *Análise computacional de um controlador PID aplicado a uma suspensão ativa veicular*. 93 p. — Dissertação (Graduação) – Curso de Engenharia Automotiva, Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, SC, Brasil, 2017. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/182028>. Acesso em: 16 ago. 2019.
- SARAMI, S. *Development and Evaluation of a Semi-active Suspension System for Full Suspension Tractors*. 214 p. Tese (Doutorado) — Technical University of Berlin., Berlin, Germany, 2009.
- SCHARDONG, A. *Aplicação de algoritmos evolucionários à gestão integrada de sistemas de recursos hídricos*. 185 p. Tese (Doutorado) — Escola Politécnica, Universidade de São Paulo., São Paulo, SP, Brasil, 2011. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3147/tde-05082011-150339/pt-br.php>. Acesso em: 19 ago. 2019.
- SILVA, M. M. *Análise de dirigibilidade de um veículo comercial leve em ambiente multicorpos considerando flexibilidade do quadro*. 100 p. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo., São Carlos, SP, Brasil, 2004. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18135/tde-22102015-162325/pt-br.php>. Acesso em: 19 ago. 2019.

- SIMON, D. E. *Experimental evaluation of semiactive magnetorheological primary suspensions for heavy truck applications*. 150 p. Dissertação (Mestrado) — Virginia Polytechnic Institute and State University., Blacksburg, VA, EUA, 1998. Disponível em: <https://vtechworks.lib.vt.edu/handle/10919/37032>. Acesso em: 16 ago. 2019.
- SOUSA, D.; AVILA, S. Otimização dos parâmetros da suspensão para um modelo de um quarto de veículo. *Revista Interdisciplinar de Pesquisa Em Engenharia*, v. 13, n. 2, p. 178–194, Jan. 2017. Disponível em: <http://periodicos.unb.br/index.php/ripe/article/view/21643/19957>. Acesso em: 19 ago. 2019.
- SPINOLA, A. d. L. *Modelagem e Controle Não Linear da Direção de um Veículo Terrestre*. 140 p. Dissertação (Mestrado) — Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro., Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2003. Disponível em: <https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/colecao.php?strSecao=resultado&nrSeq=5109@1>. Acesso em: 16 ago. 2019.
- STONE, R.; BALL, J. K. *Automotive Engineering Fundamentals*. 1st. ed. Warrendale, PA, USA: SAE International, R-199, 2004.
- SUN, X.; CHU, Y.; FAN, J.; YANG, Q. Research of simulation on the effect of suspension damping on vehicle ride. *Energy Procedia - International Conference on Future Electrical Power and Energy Systems*, v. 17, n. Part A, p. 145–151, 2012.
- TAGHIRAD, H. D.; ESMAILZADEH, E. Automobile passenger comfort assured through lqg/lqr active suspension. *Journal of Vibration and Control*, v. 4, n. 5, p. 603–618, Sept. 1998.
- TOC AUTOMOTIVE COLLEGE. Understeer vs Oversteer. 2019. Site de uma empresa de educação automotiva profissional. Disponível em: <https://www.toc.edu.my/news-event/understeer-vs-oversteer>. Acesso em: 19 ago. 2019.
- ULRICH, A. *Untersuchung zur Fahrdynamik von Traktoren mit und ohne Anbaugerat*. 156 p. Tese (Doutorado) — Inst. für Maschinenkonstruktion, Universität Magdeburg., Magdeburg, Germany, 1983.
- UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL. Desenvolvido pelo Instituto de Materiais Cerâmicos. 2017. Curso de Tribologia - Atrito, desgaste, lubrificação e ferramenta de caracterização e de desenvolvimento de pavimentos cerâmicos. Disponível em: <https://www.ucs.br/site/midia/arquivos/18-04-levantamento-e-carac.pdf>. Acesso em: 19 ago. 2019.
- VARGAS, V. A. *Efeitos da flexibilidade estrutural em simulações de dinâmica lateral de veículo de transporte de carga*. 132 p. Dissertação (Mestrado) — Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul., Porto Alegre, RS, Brasil, 2011. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/34760>. Acesso em: 19 ago. 2019.
- VERROS, G.; NATSIAVAS, S.; PAPADIMITRIOU, C. Design optimization of quarter-car models with passive and semiactive suspensions under random road excitation. *Journal Vibration and Control*, v. 11, n. 5, p. 581–606, May 2005.

VIEIRA, J. L. M. *Estudo de dirigibilidade de veículos longos combinados*. 98 p. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo., São Carlos, SP, Brasil, 2010. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18149/tde-19012011-101607/pt-br.php>. Acesso em: 19 ago. 2019.

YAGIZ, N.; HACIOGLU, Y. Backstepping control of a vehicle with active suspensions. *Control Engineering Practice*, v. 16, n. 12, p. 1457–1467, Dec. 2008.

YANG, X. *Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms*. 2nd. ed. Frome, UK: Luniver Press, 2010.

YUCHENG, L. Recent innovations in vehicle suspension systems. *Recent Patents on Mechanical Engineering*, v. 1, n. 3, p. 206–210, Oct. 2008.

APÊNDICE A – Códigos usados no *Matlab*[®]

A.1 Teste do modelo matemático do perfil de estrada

```

%===== UERJ - PPG-EM =====
% MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DE UMA SUSPENSÃO VEICULAR CONSIDERANDO
% SEGURANÇA E CONFORTO DO USUÁRIO EM UMA ESTRADA IRREGULAR
%
%
%-----TESTE MODELO MATEMÁTICO DO PERFIL DE ESTRADA -----
%
%
% AUTOR: JULIO BASILIO Ago/2019
%=====

%-----DADOS DA ENTRADA PERFIL DE ESTRADA-----
% Comprimento do perfil da estrada (m)
L=250;
%Faixa de frequência (m/s-)
dn=1/L;
%Frequência Espacial (ciclos/m)
no=0.1;
%Frequência Espacial Máxima (m/s-)
nmax=4;
%Número de Pontos
N=nmax/dn;
%Intervalo de amostragem
B=L/N;
%Selecione o valor de classificação de rugosidade ISO
K=2;%Classe A-B
K=3;%Classe B-C
K=4;%Classe C-D
K=5;%Classe D-E

%-----MODELO DE PERFIL DE ESTRADA(EQ.42)-----
x=0:B:L;
h=zeros(size(x));
fi=2*pi*rand(size(x));

```

```

for i=1:N
    h=h+sqrt(dn)*(2^K)*(0.001)*no/(i*dn)*cos(2*pi*i*dn*x+fi(i));
end

%-----PLOTAGEM DO GRÁFICO-----
hold on;
plot(x,h*1000);grid;figure(gcf);
legend('K=2/Classe A-B','K=3/Classe B-C','K=4/Classe C-D','K=5/Classe D-E');
xlabel('x[m]');ylabel('h[mm]');

```

A.2 Teste do modelo matemático de 1/4 do veículo

A.2.1 Entrada degrau unitário

```

%===== UERJ - PPG-EM =====
% MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DE UMA SUSPENSÃO VEICULAR CONSIDERANDO
% SEGURANÇA E CONFORTO DO USUÁRIO EM UMA ESTRADA IRREGULAR
%
%
%----- TESTE MODELO MATEMÁTICO DE 1/4 DO VEÍCULO -----
%----- COM SINAL DEGRAU UNITÁRIO -----
%
% AUTOR: JULIO BASILIO                               Ago/2019
%=====

%----- DADOS DE ENTRADA -----
% Intervalo de percurso observado (m)
x=0:0.1:100;
% Velocidade de percurso (m/s)
v=30;
% Tempo de percurso observado (s)
t=x/v;

%----- DADOS DO MODELO DE 1/4 DO VEICULO -----
% Massa suspensa (kg)
ms=250;
% Massa não suspensa (kg)

```

```

mp=40;
% Rigidez do pneu (N/m)
kp=200000;
% Rigidez da suspensão (N/m) e Coef. de amortecimento suspensão (Ns/m)
% Através das variáveis de projeto a seguir.

%----- VARIÁVEIS DE PROJETO APLICADAS -----

% Configuração (1) %
% Frequência natural não amortecida (Massa suspensa)-(Hz):
fn=1; % Aplicar os símbolos % para 3 Hz

% Configuração (2) %
% Frequência natural não amortecida (Massa suspensa)-(Hz):
%fn=3; % Retirar os símbolos % para 3 Hz

% Taxa de amortecimento:
si=0.1;%Aplicar simbolo % no si=0.1 e retirar no si=0.3 para nova rodagem.
%si=0.3;%Aplicar simbolo % no si=0.3 e retirar no si=0.5 para nova rodagem.
%si=0.5;%Aplicar simbolo % no si=0.5 e retirar no si=0.7 para nova rodagem.
%si=0.7;%Aplicar simbolo % no si=0.7 e retirar no si=0.9 para nova rodagem.
%si=0.9;%Retornar os símbolos % conforme a primeira rodagem.

%----- MODELO MATEMÁTICO DE 1/4 DO VEICULO -----

%----- Cálculo da Rigidez da suspensão -----
ks=(2*pi*fn)^2*ms;

%----- Cálculo do Coef. de amortecimento -----
bs=2*si*sqrt(ks*ms);

%----- Modelo na forma de Eq. de Estado -----
A=[0 1 0 0;-(kp+ks)/mp -bs/mp ks/mp bs/mp;0 0 0 1;ks/ms bs/ms -ks/ms -bs/ms];
B=[0;kp/mp;0;0];
C=[ks/ms bs/ms -ks/ms -bs/ms;1 0 -1 0;-kp 0 0 0];
D=[0;0;kp];

```

```

%----- Cálculo da solução com a Entrada step -----
sys=ss(A,B,C,D);
h=step(sys,t);

%----- Resultado das respostas dinâmicas (Saídas)-----

% Aceleração vertical do chassi (m/s) %
As=h(:,1);

% Deflexão da suspensão (m) %
Ds=h(:,2);

% Força dinâmica da roda (N) %
F=h(:,3);

%-----PLOTAGEM DO GRÁFICO-----
% Para obter o gráfico das resposta dinâmica desejada, retirar o simbolo %
% dos comandos de plotagem e inclui-los nos indesejados.

hold on;
plot(t,As);grid;figure(gcf);
title('f_n = 1 Hz');% Aplicar o simbolo % para gráfico de 3 Hz
%title('f_n = 3 Hz');% Retirar o simbolo % para gráfico de 3 Hz
legend('0,1','0,3','0,5','0,7','0,9');
xlabel('Tempo (s)');ylabel('Aceleração Vert. Chassi (m/s)');

%hold on;
%plot(t,F);grid;figure(gcf);
%title('f_n = 1 Hz');% Aplicar o simbolo % para gráfico de 3 Hz
%title('f_n = 3 Hz');% Retirar o simbolo % para gráfico de 3 Hz
%legend('0,1','0,3','0,5','0,7','0,9');
%xlabel('Tempo (s)');ylabel('Força Din. da roda (N)');

%hold on;
%plot(t,Ds*1000);grid;figure(gcf);
%title('f_n = 1 Hz');% Aplicar o simbolo % para gráfico de 3 Hz
%title('f_n = 3 Hz');% Retirar o simbolo % para gráfico de 3 Hz
%legend('0,1','0,3','0,5','0,7','0,9');
%xlabel('Tempo (s)');ylabel('Deflexão Suspensão (mm)');

```

A.2.2 Entrada lombada

```

%===== UERJ - PPG-EM =====
% MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DE UMA SUSPENSÃO VEICULAR CONSIDERANDO
% SEGURANÇA E CONFORTO DO USUÁRIO EM UMA ESTRADA IRREGULAR
%
%
%----- TESTE MODELO MATEMÁTICO DE 1/4 DO VEÍCULO -----
%----- COM SINAL DE ENTRADA LOMBADA -----
%
% AUTOR: JULIO BASILIO                               Ago/2019
%=====

%----- DADOS DE ENTRADA -----

% Intervalo de percurso observado (m)
x=0:0.1:100;
% Velocidade de percurso (m/s)
v=30;
% Tempo de percurso observado (s)
t=x/v;
% Formula da Entrada Lombada (m)--> Conforme Resolução nº600 do CONTRAN
h=[zeros(1,100) 0.1*sin(pi*(v*t(101:138)-x(101)))/(x(138)-x(101))).^2
zeros(1,length(t)-138)];

%----- DADOS DO MODELO DE 1/4 DO VEICULO -----
% Massa suspensa (kg)
ms=250;
% Massa não suspensa (kg)
mp=40;
% Rigidez do pneu (N/m)
kp=200000;
% Rigidez da suspensão (N/m) e Coef. de amortecimento suspensão (Ns/m)
% Através das variáveis de projeto a seguir.

%----- VARIAVEIS DE PROJETO APLICADAS -----

% Configuração (1) %
% Frequencia natural não amortecida (Massa suspensa)-(Hz):

```

```

fn=1; % Aplicar os simbolos % para 3 Hz

% Configuração (2) %
% Frequencia natural não amortecida (Massa suspensa)-(Hz):
%fn=3; % Retirar os simbolos % para 3 Hz

% Taxa de amortecimento:
si=0.1;%Aplicar simbolo % no si=0.1 e retirar no si=0.3 para nova rodagem.
%si=0.3;%Aplicar simbolo % no si=0.3 e retirar no si=0.5 para nova rodagem.
%si=0.5;%Aplicar simbolo % no si=0.5 e retirar no si=0.7 para nova rodagem.
%si=0.7;%Aplicar simbolo % no si=0.7 e retirar no si=0.9 para nova rodagem.
%si=0.9;%Retornar os simbolos % conforme a primeira rodagem.

%----- MODELO MATEMATICO DE 1/4 DO VEICULO -----

%----- Cálculo da Rigidez da suspensão -----
ks=(2*pi*fn)^2*ms;

%----- Cálculo do Coef. do amortecimento -----
bs=2*si*sqrt(ks*ms);

%----- Modelo na forma de Eq. de Estado -----
A=[0 1 0 0;-(kp+ks)/mp -bs/mp ks/mp bs/mp;0 0 0 1;ks/ms bs/ms -ks/ms -bs/ms];
B=[0;kp/mp;0;0];
C=[ks/ms bs/ms -ks/ms -bs/ms;1 0 -1 0;-kp 0 0 0];
D=[0;0;kp];

%----- Cálculo da solução com a Entrada Lombada -----
sys=ss(A,B,C,D);
y=lsim(sys,h,t);

%----- Resultado das respostas dinâmicas (Saídas) -----

% Aceleração vertical do chassi (m/s) %
As=y(:,1);

% Deflexão da suspensão (m) %
Ds=y(:,2);

```

```

% Força dinâmica da roda (N) %
F=y(:,3);

%-----PLOTAGEM DO GRÁFICO-----

% Para obter o gráfico das resposta dinâmica desejada, retirar o simbolo %
% dos comandos de plotagem e inclui-los nos indesejados.

hold on;
plot(t,As);grid;figure(gcf);
title('f_n = 1 Hz');% Aplicar o simbolo % para gráfico de 3 Hz
%title('f_n = 3 Hz');% Retirar o simbolo % para gráfico de 3 Hz
legend('0,1','0,3','0,5','0,7','0,9');
xlabel('Tempo (s)');ylabel('Aceleração Vert. Chassi (m/s)');

%hold on;
%plot(t,F);grid;figure(gcf);
%title('f_n = 1 Hz');% Aplicar o simbolo % para gráfico de 3 Hz
%title('f_n = 3 Hz');% Retirar o simbolo % para gráfico de 3 Hz
%legend('0,1','0,3','0,5','0,7','0,9');
%xlabel('Tempo (s)');ylabel('Força Din. da roda (N)');

%hold on;
%plot(t,Ds*1000);grid;figure(gcf);
%title('f_n = 1 Hz');% Aplicar o simbolo % para gráfico de 3 Hz
%title('f_n = 3 Hz');% Retirar o simbolo % para gráfico de 3 Hz
%legend('0,1','0,3','0,5','0,7','0,9');
%xlabel('Tempo (s)');ylabel('Deflexão Suspensão (mm)');

```

A.3 Simulações com entrada perfil de estrada

A.3.1 Análise ao longo do tempo

```

%===== UERJ - PPG-EM =====
% MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DE UMA SUSPENSÃO VEICULAR CONSIDERANDO
% SEGURANÇA E CONFORTO DO USUÁRIO EM UMA ESTRADA IRREGULAR
%

```

```

%
%----- SIMULAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO DE 1/4 DO VEÍCULO -----
%----- COM ENTRADA PERFIL DE ESTRADA (ANALISE AO LONGO DO TEMPO) -----
%
% AUTOR: JULIO BASILIO                                     Ago/2019
%=====
%-----DADOS DA ENTRADA PERFIL DE ESTRADA-----

% Comprimento do perfil da estrada (m)
L=250;
%Faixa de frequência (m/s-)
dn=1/L;
%Frequencia Espacial (ciclos/m)
no=0.1;
%Frequencia Espacial Máxima (m/s-)
nmax=4;
%Número de Pontos
N=nmax/dn;
%Intervalo de amostragem
B=L/N;
%Selecione o valor de classificação de rugosidade ISO
K=2;%Classe A-B

%-----MODELO DE PERFIL DE ESTRADA(EQ.42)-----
x=0:B:L;
h=zeros(size(x));
fi=2*pi*rand(size(x));
for i=1:N
    h=h+sqrt(dn)*(2^K)*(0.001)*no/(i*dn)*cos(2*pi*i*dn*x+fi(i));
end

%----- DADOS DE ENTRADA -----

% Velocidade de percurso (m/s)
v=30;
% Tempo de percurso observado (s)
t=x/v;

```

```

%----- DADOS DO MODELO DE 1/4 DO VEICULO -----
% Massa suspensa (kg)
ms=250;
% Massa não suspensa (kg)
mp=40;
% Rigidez do pneu (N/m)
kp=200000;
% Rigidez da suspensão (N/m) e Coef. de amortecimento suspensão (Ns/m)
% Através das variáveis de projeto a seguir.

%----- VARIAVEIS DE PROJETO APLICADAS -----

%----- Influência da Frequência Natural Não Amortecida -----

% Taxa de amortecimento:
si=0.3;
% Frequencia natural não amortecida (Massa suspensa)-(Hz):
fn=1.5; % Aplicar os simbolos % para 5.5 Hz
%fn=5.5; % Retirar os simbolos % para 5.5 Hz

%----- Influência da Taxa de Amortecimento -----

% Frequencia natural não amortecida (Massa suspensa)-(Hz):
fn=3;
% Taxa de amortecimento:
si=0.1;%Aplicar simbolo % no si=0.1 e retirar no si=0.5 para nova rodagem.
%si=0.5;%Aplicar simbolo % no si=0.5 e retirar no si=0.9 para nova rodagem.
%si=0.9;%Retornar os simbolos % conforme a primeira rodagem.

%----- MODELO MATEMATICO DE 1/4 DO VEICULO -----

%----- Cálculo da Rigidez da suspensão -----
ks=(2*pi*fn)^2*ms;

%----- Cálculo do Coef. do amortecimento -----
bs=2*si*sqrt(ks*ms);

%----- Modelo na forma de Eq. de Estado -----

```

```

A=[0 1 0 0;-(kp+ks)/mp -bs/mp ks/mp bs/mp;0 0 0 1;ks/ms bs/ms -ks/ms -bs/ms];
B=[0;kp/mp;0;0];
C=[ks/ms bs/ms -ks/ms -bs/ms;1 0 -1 0;-kp 0 0 0];
D=[0;0;kp];

%----- Cálculo da solução com a Entrada Perfil de Estrada -----
sys=ss(A,B,C,D);
y=lsim(sys,h,t);

%----- Resultado das respostas dinâmicas (Saídas) -----

% Aceleração vertical do chassi (m/s) %
As=y(:,1);

% Deflexão da suspensão (m) %
Ds=y(:,2);

% Força dinâmica da roda (N) %
F=y(:,3);

%-----PLOTAGEM DO GRÁFICO-----

% Para obter o gráfico das resposta dinâmica desejada, retirar o simbolo %
% dos comandos de plotagem e inclui-los nos indesejados.

subplot (3,1,1)
plot(t,As);grid;figure(gcf);
legend('Aceleração vert. chassi');ylabel('(m/s)');

%----- Influência da Frequência Natural Não Amortecida -----
title('FREQUÊNCIA = 1,5 HZ');
%title('FREQUÊNCIA = 5,5 HZ');

%----- Influência da Taxa de Amortecimento -----
%title('TAXA DE AMORTECIMENTO = 0,1');
%title('TAXA DE AMORTECIMENTO = 0,5');
%title('TAXA DE AMORTECIMENTO = 0,9');

subplot (3,1,2)

```

```
plot(t,F/1000);grid;figure(gcf);
legend('Força dinâmica da roda');ylabel('(kN)');
```

```
subplot (3,1,3)
plot(t,Ds*1000);grid;figure(gcf);
legend('Deflexão Suspensão');
xlabel('Tempo (s)');ylabel('(mm)');
```

A.3.2 Análise pelo valor RMS

```
%===== UERJ - PPG-EM =====
% MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DE UMA SUSPENSÃO VEICULAR CONSIDERANDO
% SEGURANÇA E CONFORTO DO USUÁRIO EM UMA ESTRADA IRREGULAR
%
%
%----- SIMULAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO DE 1/4 DO VEÍCULO -----
%----- COM ENTRADA PERFIL DE ESTRADA (ANALISE PELO VALOR RMS) -----
%
% AUTOR: JULIO BASILIO                               Ago/2019
%=====

%-----DADOS DA ENTRADA PERFIL DE ESTRADA-----

% Comprimento do perfil da estrada (m)
L=250;
%Faixa de frequência (m/s^-1)
dn=1/L;
%Frequencia Espacial (ciclos/m)
no=0.1;
%Frequencia Espacial Máxima (m/s^-1)
nmax=4;
%Número de Pontos
N=nmax/dn;
%Intervalo de amostragem
B=L/N;
%Selecione o valor de classificação de rugosidade ISO
K=2;%Classe A-B
```

```

%-----MODELO DE PERFIL DE ESTRADA(EQ.42)-----
x=0:B:L;
h=zeros(size(x));
fi=2*pi*rand(size(x));
for i=1:N
    h=h+sqrt(dn)*(2^K)*(0.001)*no/(i*dn)*cos(2*pi*i*dn*x+fi(i));
end

%----- DEMAIS DADOS DE ENTRADA -----

% Velocidade de percurso (m/s)
v=30;
% Tempo de percurso observado (s)
t=x/v;

%----- DADOS DO MODELO DE 1/4 DO VEICULO -----
% Massa suspensa (kg)
ms=250;
% Massa não suspensa (kg)
mp=40;
% Rigidez do pneu (N/m)
kp=200000;
% Rigidez da suspensão (N/m) e Coef. de amortecimento suspensão (Ns/m)
% Através das variáveis de projeto a seguir.

%----- VARIAVEIS DE PROJETO APLICADAS -----

% Frequencia natural não amortecida (Massa suspensa)-(Hz):
fn=0:0.1:10;
% Taxa de amortecimento:
si=0.1:0.2:0.9;

%----- Detalhando o conflito entre conforto e segurança -----

% Frequencia natural não amortecida (Massa suspensa)-(Hz):
%fn=1:0.1:4;
% Taxa de amortecimento:
%si=0.1:0.2:0.9;

```

```

%----- MODELO MATEMATICO DE 1/4 DO VEICULO -----

for i=1:length(fn)
    ks=(2*pi*fn(i))^2*ms;%----- Cálculo da Rigidez da suspensão -----
    for j=1:length(si)
        bs=2*si(j)*sqrt(ks*ms);%---- Cálculo do Coef. do amortecimento -----

%----- Modelo na forma de Eq. de Estado -----
A=[0 1 0 0;-(kp+ks)/mp -bs/mp ks/mp bs/mp;0 0 0 1;ks/ms bs/ms -ks/ms -bs/ms];
B=[0;kp/mp;0;0];
C=[ks/ms bs/ms -ks/ms -bs/ms;1 0 -1 0;-kp 0 0 0];
D=[0;0;kp];

%----- Cálculo da solução com a Entrada Perfil de Estrada -----
sys=ss(A,B,C,D);
y=lsim(sys,h,t);

%----- Resultado das respostas dinâmicas (Saídas) -----

% Aceleração vertical do chassi (m/s) %
As(:,i,j)=y(:,1);
as(i,j)=rms(abs(As(:,i,j))));

% Deflexão da suspensão (m) %
Ds(:,i,j)=y(:,2);
ds(i,j)=rms(Ds(:,i,j));

% Força dinâmica da roda (N) %
F(:,i,j)=y(:,3);
f(i,j)=rms(F(:,i,j));

end
end

%-----PLOTAGEM DO GRÁFICO-----

% Para obter o gráfico das resposta dinâmica desejada, retirar o simbolo %
% dos comandos de plotagem e inclui-los nos indesejados.

```

```

plot(fn,as);grid;figure(gcf);
legend('0,1','0,3','0,5','0,7','0,9');
xlabel('Frequência natural não amortecida (Hz)');
ylabel('Aceleração vert. chassi (m/s)- RMS');

%hold on;
%plot(fn,ds*1000);grid;figure(gcf);
%legend('0,1','0,3','0,5','0,7','0,9');
%xlabel('Frequência natural não amortecida (Hz)');
%ylabel('Deflexão suspensão (mm)- RMS');

%plot(fn,f);grid;figure(gcf);
%legend('0,1','0,3','0,5','0,7','0,9');
%xlabel('Frequência natural não amortecida (Hz)');
%ylabel('Força dinâmica sobre a roda (N)- RMS');

```

A.3.3 Gráficos de curvas e de contorno

```

%===== UERJ - PPG-EM =====
% MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DE UMA SUSPENSÃO VEICULAR CONSIDERANDO
% SEGURANÇA E CONFORTO DO USUÁRIO EM UMA ESTRADA IRREGULAR
%
%
%----- SIMULAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO DE 1/4 DO VEÍCULO -----
%--- COM ENTRADA PERFIL DE ESTRADA (UNIFICAÇÃO DAS RESPOSTAS DINÂMICAS) ---
%
% AUTOR: JULIO BASILIO                               Ago/2019
%=====

%-----DADOS DA ENTRADA PERFIL DE ESTRADA-----

% Comprimento do perfil da estrada (m)
L=250;
%Faixa de frequência (m/s-)
dn=1/L;
%Frequencia Espacial (ciclos/m)
no=0.1;

```

```

%Frequencia Espacial Máxima (m/s-)
nmax=4;
%Número de Pontos
N=nmax/dn;
%Intervalo de amostragem
B=L/N;
%Selecione o valor de classificação de rugosidade ISO
K=2;%Classe A-B

%-----MODELO DE PERFIL DE ESTRADA(EQ.42)-----
x=0:B:L;
h=zeros(size(x));
fi=2*pi*rand(size(x));
for i=1:N
    h=h+sqrt(dn)*(2^K)*(0.001)*no/(i*dn)*cos(2*pi*i*dn*x+fi(i));
end

%----- DEMAIS DADOS DE ENTRADA -----

% Velocidade de percurso (m/s)
v=30;
% Tempo de percurso observado (s)
t=x/v;

%----- DADOS DO MODELO DE 1/4 DO VEICULO -----
% Massa suspensa (kg)
ms=250;
% Massa não suspensa (kg)
mp=40;
% Rigidez do pneu (N/m)
kp=200000;
% Rigidez da suspensão (N/m) e Coef. de amortecimento suspensão (Ns/m)
% Através das variáveis de projeto a seguir.

%----- VARIAVEIS DE PROJETO APLICADAS -----

% Frequencia natural não amortecida (Massa suspensa)-(Hz):
fn=0.5:0.25:10;
% Taxa de amortecimento:

```

```

si=0.1:0.1:1;

%----- MODELO MATEMATICO DE 1/4 DO VEICULO -----

for i=1:length(fn)
    ks=(2*pi*fn(i))^2*ms;%----- Cálculo da Rigidez da suspensão -----
    for j=1:length(si)
        bs=2*si(j)*sqrt(ks*ms);%---- Cálculo do Coef. do amortecimento -----

%----- Modelo na forma de Eq. de Estado -----
A=[0 1 0 0;-(kp+ks)/mp -bs/mp ks/mp bs/mp;0 0 0 1;ks/ms bs/ms -ks/ms -bs/ms];
B=[0;kp/mp;0;0];
C=[ks/ms bs/ms -ks/ms -bs/ms;1 0 -1 0;-kp 0 0 0];
D=[0;0;kp];

%----- Cálculo da solução com a Entrada Perfil de Estrada -----
sys=ss(A,B,C,D);
y=lsim(sys,h,t);

%----- Resultado das respostas dinâmicas (Saídas) -----

% Aceleração vertical do chassi (m/s) %
As(:,i,j)=y(:,1);
as(i,j)=rms(abs(As(:,i,j))));

% Deflexão da suspensão (m) %
Ds(:,i,j)=y(:,2);
ds(i,j)=rms(Ds(:,i,j));

% Força dinâmica da roda (N) %
F(:,i,j)=y(:,3);
f(i,j)=rms(F(:,i,j));

end
end

%----- Cálculo da variável J (unificação das respostas dinâmicas) -----
[X,Y]=meshgrid(si,fn);
a1=1/3;a2=1/3;a3=1/3;

```

```
J=a1*as./max(max(as))+a2*ds./max(max(ds))+a3*f./max(max(f));
```

```
%-----PLOTAGEM DO GRÁFICO-----
```

```
figure(1);
surf(X,Y,J);figure(gcf);
title('a');xlabel('Taxa de Amortecimento');
ylabel('Frequencia natural não amortecida (Hz)');
zlabel('J');
```

```
figure(2);
contour(X,Y,J,600);figure(gcf);
title('b');xlabel('Taxa de Amortecimento');
ylabel('Frequencia natural não amortecida (Hz)');
zlabel('J');
```

A.4 Otimização por Algoritmo Genético

Para execução da otimização utilizando o método de algoritmo genético no *Matlab*[®] é necessário a criação de 4 (quatro) arquivos. Um deles é o **Entrada.m**, onde é definido a entrada perfil de estrada e criando um arquivo .mat na pasta local dos demais arquivos.

Em seguida é utilizado o arquivo **Calcula-Respostas.m**, onde é chamado a entrada perfil de estrada e recebido os valores das variáveis de projeto f_{n_s} e ξ_s para obter os resultados das respostas dinâmicas analisadas nas funções objetivas a serem otimizadas e definidas no próximo arquivo. Este arquivo será uma *Function* que será utilizada no último arquivo.

Neste arquivo, nomeado como **Funcoes-Objetivo.m**, são definidas as funções objetivos, ou seja, a combinação das duas respostas dinâmicas a serem otimizadas, tornando o arquivo também uma *Function* que será utilizada pelo último arquivo que realiza a otimização por algoritmo genético.

Após ter todos os arquivos salvos e abertos no editor, o arquivo **Otimiza-GA.m** é o responsável por executar o processo de otimização através da função *gamultiobj*, ativando as *Functions* definidas nos arquivos anteriores e definindo as restrições das variáveis. Logo, para obter os resultados e o gráfico de Pareto, este último arquivo deve ser executado.

A.4.1 Arquivo Entrada.m

```

%===== UERJ - PPG-EM =====
% MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DE UMA SUSPENSÃO VEICULAR CONSIDERANDO
% SEGURANÇA E CONFORTO DO USUÁRIO EM UMA ESTRADA IRREGULAR
%
%----- DEFINIÇÃO DA ENTRADA PERFIL DE ESTRADA -----
%----- CRIAÇÃO DO ARQUIVO h2h.mat -----
%
% AUTOR: JULIO BASILIO                               Ago/2019
%=====

%-----DADOS DA ENTRADA PERFIL DE ESTRADA-----
% Comprimento do perfil da estrada (m)
L=250;
%Faixa de frequência (m/s-)
dn=1/L;
%Frequencia Espacial (ciclos/m)
no=0.1;
%Frequencia Espacial Máxima (m/s-)
nmax=4;
%Número de Pontos
N=nmax/dn;
%Intervalo de amostragem
B=L/N;
%Selecione o valor de classificação de rugosidade ISO
K=2;%Classe A-B

%-----MODELO DE PERFIL DE ESTRADA(EQ.42)-----
x=0:B:L;
h=zeros(size(x));
fi=2*pi*rand(size(x));
for i=1:N
    h=h+sqrt(dn)*(2^K)*(0.001)*no/(i*dn)*cos(2*pi*i*dn*x+fi(i));
end
save h2h.mat

```

A.4.2 Arquivo Calcula-Respostas.m

```

%===== UERJ - PPG-EM =====
% MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DE UMA SUSPENSÃO VEICULAR CONSIDERANDO
% SEGURANÇA E CONFORTO DO USUÁRIO EM UMA ESTRADA IRREGULAR
%
%
%----- CALCULO DAS RESPOSTAS DINÂMICAS -----
%----- CRIAÇÃO DA "FUNCTION" Calcula_Respostas(fn,si) -----
%
% AUTOR: JULIO BASILIO                                Ago/2019
%=====

% Retirar o simbolo % naquela function que contém as respostas dinâmicas
% a serem otimizadas.

function [as,f]=Calcula_Respostas(fn,si)
%function [as,ds]=Calcula_Respostas(fn,si)
%function [f,ds]=Calcula_Respostas(fn,si)

%-----DADOS DA ENTRADA PERFIL DE ESTRADA-----
load h2h.mat

%----- DEMAIS DADOS DE ENTRADA -----

% Velocidade de percurso (m/s)
v=30;
% Tempo de percurso observado (s)
t=x/v;

%----- DADOS DO MODELO DE 1/4 DO VEICULO -----
% Massa suspensa (kg)
ms=250;
% Massa não suspensa (kg)
mp=40;
% Rigidez do pneu (N/m)
kp=200000;
% Rigidez da suspensão (N/m) e Coef. de amortecimento suspensão (Ns/m)
% Através das variáveis de projeto a seguir.

```

```

%----- MODELO MATEMATICO DE 1/4 DO VEICULO -----

%----- Cálculo da Rigidez da suspensão -----
ks=(2*pi*fn)^2*ms;

%----- Cálculo do Coef. do amortecimento -----
bs=2*si*sqrt(ks*ms);

%----- Modelo na forma de Eq. de Estado -----
A=[0 1 0 0;-(kp+ks)/mp -bs/mp ks/mp bs/mp;0 0 0 1;ks/ms bs/ms -ks/ms -bs/ms];
B=[0;kp/mp;0;0];
C=[ks/ms bs/ms -ks/ms -bs/ms;1 0 -1 0;-kp 0 0 0];
D=[0;0;kp];

%----- Cálculo da solução com a Entrada Perfil de Estrada -----
sys=ss(A,B,C,D);
y=lsim(sys,h,t);

%----- RESULTADO DAS RESPOSTAS DINÂMICAS (SAÍDAS) -----

%Incluir o simbolo % naquela resposta que não será otimizada.

% Aceleração vertical do chassi (m/s) %
as=rms(y(N/2+1:N,1));

% Deflexão da suspensão (m) %
%ds=rms(y(N/2+1:N,2));

% Força dinâmica da roda (N) %
f=rms(y(N/2+1:N,3));

end

```

A.4.3 Arquivo Funcoes-Objetivo.m

```

%===== UERJ - PPG-EM =====
% MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DE UMA SUSPENSÃO VEICULAR CONSIDERANDO
% SEGURANÇA E CONFORTO DO USUÁRIO EM UMA ESTRADA IRREGULAR
%
%----- DEFINIÇÃO DAS FUNÇÕES OBJETIVOS -----
%----- CRIAÇÃO DA "FUNCTION" Funcoes_Objetivo(fn,si) -----
%
% AUTOR: JULIO BASILIO                               Ago/2019
%=====
%----- ACELERAÇÃO vs FORÇA DINAMICA -----
% Para otimização pelo método de Algoritmo Genético entre a aceleração e a
% força dinâmica , criar um arquivo com o nome "Funcoes_Objetivo.m" e com
% somente os comandos abaixo ativados (sem o simbolo %).

function [F]=Funcoes_Objetivo(fn,si)
[as,f]=Calcula_Respostas(fn,si);
F(1)=as; F(2)=f;
end
%----- ACELERAÇÃO vs DEFLEXÃO DA SUSPENSÃO -----
% Para otimização pelo método de Algoritmo Genético entre a aceleração e a
% deflexão da suspensão, criar um arquivo com o nome "Funcoes_Objetivo.m"
% e com somente os comandos abaixo ativados (sem o simbolo %).

%function [F]=Funcoes_Objetivo(fn,si)
%[as,ds]=Calcula_Respostas(fn,si);
%F(1)=as; %F(2)=ds;
%end
%----- FORÇA DINÂMICA vs DEFLEXÃO DA SUSPENSÃO -----
% Para otimização pelo método de Algoritmo Genético entre a força dinâmica
% e a deflexão, criar um arquivo com o nome "Funcoes_Objetivo.m" e com
% somente os comandos abaixo ativados (sem o simbolo %).

%function [F]=Funcoes_Objetivo(fn,si)
%[f,ds]=Calcula_Respostas(fn,si);
%F(1)=f; F(2)=ds;
%end

```

A.4.4 Arquivo Otimiza-GA.m

```

%===== UERJ - PPG-EM =====
% MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DE UMA SUSPENSÃO VEICULAR CONSIDERANDO
% SEGURANÇA E CONFORTO DO USUÁRIO EM UMA ESTRADA IRREGULAR
%
%
%----- OTIMIZAÇÃO ALGORITMO GENÉTICO -----
%----- EXECUÇÃO DA FUNÇÃO "gamultiobj" -----
%
% AUTOR: JULIO BASILIO                               Ago/2019
%=====

clear all;

%----- EXECUÇÃO DA FUNCTION Funcoes_Objetivo -----
fun=@(x)Funcoes_Objetivo(x(1),x(2));

%----- DEFINIÇÃO DOS LIMITES (RESTRIÇÕES) -----

% Limite Inferior das variáveis de projeto
lb=[1 0.1];

% Limite Superior das variáveis de projeto
ub=[4 0.9];

%----- EXECUÇÃO DA FUNÇÃO gamultiobj -----
options = optimoptions('gamultiobj','PopulationSize',60,'PlotFcn',@gaplotpareto);
[x,fval] = gamultiobj(fun,2,[],[],[],[],lb,ub,options);

% Retirar o simbolo % naquela function que contém as respostas dinâmicas
% a serem otimizadas.
[as,f]=Calcula_Respostas(x(1),x(2));
%[as,ds]=Calcula_Respostas(x(1),x(2));
%[f,ds]=Calcula_Respostas(x(1),x(2));

[F]=Funcoes_Objetivo(x(1),x(2));

```

A.5 Simulação em condição mais severa

```

%===== UERJ - PPG-EM =====
% MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DE UMA SUSPENSÃO VEICULAR CONSIDERANDO
% SEGURANÇA E CONFORTO DO USUÁRIO EM UMA ESTRADA IRREGULAR
%
%
%----- SIMULAÇÃO EM CONDIÇÕES MAIS SEVERAS COM OS VALORES DE -----
%---- FREQUÊNCIA NATURAL E TAXA DE AMORTECIMENTO OBTIDOS NA OTIMIZAÇÃO ----
%
% AUTOR: JULIO BASILIO                               Ago/2019
%=====

%-----DADOS DA ENTRADA PERFIL DE ESTRADA-----

% Comprimento do perfil da estrada (m)
L=250;
%Faixa de frequência (m/s-)
dn=1/L;
%Frequência Espacial (ciclos/m)
no=0.1;
%Frequência Espacial Máxima (m/s-)
nmax=4;
%Número de Pontos
N=nmax/dn;
%Intervalo de amostragem
B=L/N;

%----- CONDIÇÕES MAIS SEVERAS -----

% Primeira Condição Mais Severa -----
%----- Valor de classificação de rugosidade ISO
K=2;%Classe A-B
%----- Velocidade de percurso (m/s)
v=40;

% Segunda Condição Mais Severa -----
%----- Valor de classificação de rugosidade ISO
K=3;%Classe B-C

```

```

%----- Velocidade de percurso (m/s)
v=40;

%-----MODELO DE PERFIL DE ESTRADA(EQ.42)-----
x=0:B:L;
h=zeros(size(x));
fi=2*pi*rand(size(x));
for i=1:N
    h=h+sqrt(dn)*(2^K)*(0.001)*no/(i*dn)*cos(2*pi*i*dn*x+fi(i));
end

%----- DEMAIS DADOS DE ENTRADA -----

% Tempo de percurso observado (s)
t=x/v;

%----- DADOS DO MODELO DE 1/4 DO VEICULO -----
% Massa suspensa (kg)
ms=250;
% Massa não suspensa (kg)
mp=40;
% Rigidez do pneu (N/m)
kp=200000;
% Rigidez da suspensão (N/m) e Coef. de amortecimento suspensão (Ns/m)
% Através das variáveis de projeto a seguir.

%----- VARIÁVEIS DE PROJETO APLICADAS -----

% Frequência natural não amortecida (Massa suspensa)-(Hz):
fn=0:1:10;

% Taxa de amortecimento:
si=0.1:0.2:0.9;

%----- Detalhando o conflito entre conforto e segurança -----

% Freqüencia natural não amortecida      |      Taxa de amortecimento:
% (Massa suspensa)-(Hz):                 |
%      --> fn <--                         |      --> si <--

```

```

%                                     |
%   (Inserir os valores das variáveis de projeto obtidos na otimização)
%                                     |
%                                     |

%----- MODELO MATEMÁTICO DE 1/4 DO VEICULO -----

%----- Cálculo da Rigidez da suspensão -----
ks=(2*pi*fn)^2*ms;

%----- Cálculo do Coef. do amortecimento -----
bs=2*si*sqrt(ks*ms);

%----- Modelo na forma de Eq. de Estado -----
A=[0 1 0 0;-(kp+ks)/mp -bs/mp ks/mp bs/mp;0 0 0 1;ks/ms bs/ms -ks/ms -bs/ms];
B=[0;kp/mp;0;0];
C=[ks/ms bs/ms -ks/ms -bs/ms;1 0 -1 0;-kp 0 0 0];
D=[0;0;kp];

%----- Cálculo da solução com a Entrada Lombada -----
sys=ss(A,B,C,D);
y=lsim(sys,h,t);

%----- Resultado das respostas dinâmicas (Saídas) -----

% Aceleração vertical do chassi (m/s) %
As=y(:,1);

% Deflexão da suspensão (m) %
Ds=y(:,2);

% Força dinâmica da roda (N) %
F=y(:,3);

```

APÊNDICE B – Resultados das simulações e otimizações nas análises de influência

Tabela 20 - Resultados dos valores otimizados com diferentes velocidades de percurso.

Nº	$v = 10 \text{ m/s}$				$v = 20 \text{ m/s}$				$v = 30 \text{ m/s}$				$v = 40 \text{ m/s}$				$v = 50 \text{ m/s}$			
	$f_{n,s}$ Hz	ξ_s	\dot{z}_s m/s^2	F_{din} N																
1	1,00	0,10	0,11	169	1,00	0,13	0,20	242	1,00	0,15	0,23	267	1,01	0,13	0,24	326	1,00	0,10	0,21	369
2	1,00	0,10	0,11	169	1,00	0,13	0,20	242	1,00	0,15	0,23	263	1,01	0,14	0,24	317	1,00	0,10	0,21	369
3	1,01	0,10	0,11	168	1,00	0,13	0,20	242	1,00	0,16	0,23	256	1,01	0,15	0,24	299	1,03	0,10	0,21	363
4	1,00	0,11	0,11	162	1,00	0,13	0,20	235	1,00	0,16	0,24	252	1,01	0,16	0,24	287	1,00	0,11	0,21	352
5	1,01	0,11	0,11	158	1,00	0,14	0,20	229	1,00	0,18	0,24	242	1,01	0,17	0,24	285	1,07	0,11	0,22	342
6	1,01	0,13	0,11	150	1,00	0,15	0,20	224	1,01	0,19	0,24	233	1,01	0,18	0,25	275	1,03	0,12	0,22	331
7	1,01	0,14	0,12	143	1,00	0,16	0,20	218	1,00	0,20	0,24	226	1,01	0,18	0,25	273	1,01	0,14	0,23	320
8	1,00	0,15	0,12	138	1,03	0,17	0,20	210	1,00	0,22	0,24	219	1,01	0,19	0,25	267	1,04	0,14	0,23	313
9	1,01	0,17	0,12	130	1,00	0,19	0,20	198	1,01	0,23	0,25	214	1,02	0,20	0,26	258	1,03	0,15	0,24	303
10	1,00	0,18	0,12	126	1,02	0,20	0,21	194	1,00	0,25	0,25	207	1,04	0,23	0,27	241	1,10	0,15	0,25	296
11	1,01	0,19	0,12	123	1,01	0,22	0,21	187	1,04	0,26	0,26	199	1,01	0,25	0,27	234	1,08	0,16	0,25	290
12	1,01	0,20	0,13	120	1,01	0,23	0,21	181	1,00	0,29	0,26	194	1,01	0,26	0,28	229	1,06	0,17	0,26	284
13	1,04	0,21	0,13	116	1,02	0,25	0,22	174	1,00	0,31	0,27	189	1,01	0,27	0,28	225	1,01	0,20	0,27	273
14	1,05	0,23	0,14	110	1,02	0,27	0,22	169	1,00	0,35	0,28	181	1,04	0,37	0,33	200	1,06	0,22	0,29	258
15	1,01	0,27	0,14	105	1,05	0,29	0,23	162	1,14	0,37	0,31	171	1,20	0,33	0,34	198	1,21	0,20	0,30	250
16	1,14	0,25	0,15	103	1,13	0,30	0,24	155	1,13	0,39	0,31	169	1,31	0,30	0,36	197	1,17	0,23	0,31	242
17	1,09	0,29	0,15	100	1,14	0,36	0,26	146	1,01	0,48	0,32	167	1,28	0,33	0,37	193	1,25	0,25	0,34	230
18	1,07	0,32	0,15	98	1,41	0,28	0,28	146	1,34	0,35	0,34	166	1,36	0,35	0,39	188	1,34	0,36	0,43	208
19	1,01	0,38	0,16	95	1,50	0,43	0,32	132	1,45	0,39	0,37	161	1,38	0,46	0,44	183	1,50	0,32	0,44	208
20	1,20	0,33	0,17	93	1,69	0,43	0,35	131	1,42	0,46	0,39	160	1,40	0,49	0,45	183	1,52	0,43	0,50	203
21	1,48	0,43	0,22	87	1,69	0,43	0,35	131	1,45	0,49	0,40	159	1,40	0,49	0,45	183	1,52	0,43	0,50	203

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 21 - Resultados dos valores otimizados com diferentes classes de estrada.

Nº	K = 2 Classe A-B			K = 3 Classe B-C			K = 4 Classe C-D			K = 5 Classe D-E		
	f_{n_s} Hz	ζ_s	\dot{z}_s m/s ²	F_{din} N	f_{n_s} Hz	ζ_s	\dot{z}_s m/s ²	F_{din} N	f_{n_s} Hz	ζ_s	\dot{z}_s m/s ²	F_{din} N
1	1,00	0,15	0,23	266,58	1,00	0,14	0,48	551,57	1,00	0,14	0,93	1057,24
2	1,00	0,15	0,23	262,89	1,00	0,15	0,49	527,19	1,00	0,14	0,93	1057,24
3	1,00	0,16	0,23	255,88	1,00	0,16	0,49	508,71	1,00	0,15	0,93	1022,70
4	1,00	0,16	0,24	251,66	1,00	0,17	0,49	491,75	1,00	0,16	0,94	979,33
5	1,00	0,18	0,24	242,13	1,00	0,18	0,50	480,81	1,00	0,17	0,94	947,76
6	1,01	0,19	0,24	232,63	1,03	0,18	0,51	473,97	1,00	0,19	0,96	896,37
7	1,00	0,20	0,24	225,70	1,00	0,21	0,51	449,94	1,01	0,20	0,97	871,04
8	1,00	0,22	0,24	218,87	1,00	0,22	0,52	441,99	1,02	0,26	1,05	781,60
9	1,01	0,23	0,25	214,31	1,01	0,29	0,56	397,84	1,02	0,30	1,10	746,62
10	1,00	0,25	0,25	206,87	1,03	0,32	0,59	383,05	1,02	0,33	1,12	728,96
11	1,04	0,26	0,26	199,10	1,05	0,34	0,61	373,39	1,06	0,33	1,17	714,48
12	1,00	0,29	0,26	194,08	1,12	0,31	0,62	372,80	1,07	0,35	1,19	705,16
13	1,00	0,31	0,27	188,74	1,01	0,39	0,63	363,08	1,12	0,34	1,22	701,09
14	1,00	0,35	0,28	180,51	1,21	0,32	0,66	359,90	1,05	0,41	1,26	679,26
15	1,14	0,37	0,31	171,15	1,30	0,35	0,70	346,04	1,11	0,44	1,34	665,07
16	1,13	0,39	0,31	169,12	1,19	0,43	0,72	339,57	1,12	0,50	1,42	653,35
17	1,01	0,48	0,32	166,55	1,23	0,46	0,75	334,27	1,16	0,50	1,46	650,61
18	1,34	0,35	0,34	166,44	1,40	0,41	0,78	331,53	1,18	0,53	1,51	647,88
19	1,45	0,39	0,37	161,32	1,65	0,35	0,83	330,93	1,16	0,58	1,56	646,09
20	1,42	0,46	0,39	159,60	1,53	0,48	0,86	327,00	1,19	0,59	1,59	645,88
21	1,45	0,49	0,40	159,26	1,53	0,48	0,86	327,00	1,19	0,59	1,59	645,88

Fonte: O autor, 2019.

Tabela 22 - Resultados dos valores otimizados com massa suspensa igual a 250 kg, e os resultados com a massa suspensa igual a 315 kg utilizando as mesmas variáveis de projeto do resultado anterior.

Nº	$m_s = 250kg$		Variáveis de Projeto				$m_s = 315kg$	
	\ddot{z}_s m/s^2	F_{din} N	f_{n_s} Hz	ξ_s	k_s N/m	b_s Ns/m	\ddot{z}_s m/s^2	F_{din} N
1	0,23	263,84	1,00	0,12	9870	369	0,18	299,16
2	0,23	263,84	1,00	0,12	9870	369	0,18	299,16
3	0,23	256,77	1,00	0,13	9884	394	0,19	287,60
4	0,23	252,54	1,00	0,13	9887	409	0,19	285,55
5	0,23	245,56	1,00	0,14	9880	437	0,18	278,95
6	0,23	239,56	1,00	0,15	9879	464	0,20	277,21
7	0,23	229,53	1,01	0,16	9995	514	0,20	259,56
8	0,24	222,90	1,00	0,18	9893	552	0,20	252,68
9	0,24	217,80	1,00	0,19	9892	585	0,21	251,58
10	0,24	212,42	1,00	0,20	9900	623	0,21	238,13
11	0,24	207,87	1,00	0,21	9953	659	0,20	238,36
12	0,25	202,89	1,02	0,22	10326	702	0,21	237,14
13	0,25	196,96	1,00	0,24	9888	761	0,21	218,24
14	0,26	192,57	1,03	0,25	10508	810	0,22	214,23
15	0,27	185,90	1,03	0,28	10493	900	0,23	207,50
16	0,27	183,61	1,04	0,29	10739	935	0,23	201,77
17	0,28	175,36	1,00	0,35	9924	1098	0,24	190,45
18	0,30	168,93	1,02	0,40	10313	1279	0,26	182,57
19	0,35	161,14	1,08	0,51	11526	1739	0,30	170,27
20	0,39	159,83	1,20	0,55	14234	2072	0,32	165,31
21	0,39	159,83	1,20	0,55	14234	2072	0,32	165,31

Fonte: O autor, 2019.