



**Universidade do Estado do Rio de Janeiro**  
Centro de Tecnologia e Ciências  
Faculdade de Engenharia

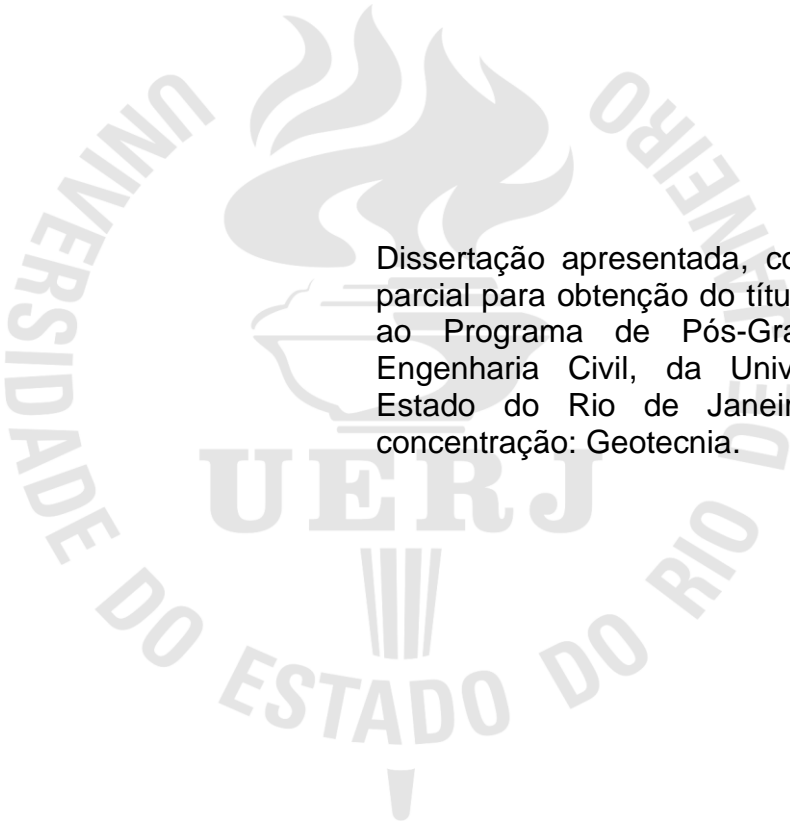
Leidiane Dantas de Araujo

**Estudo da variação do coeficiente de restituição na resposta das  
encostas às quedas de blocos**

Rio de Janeiro  
2021

Leidiane Dantas de Araujo

**Estudo da variação do coeficiente de restituição na resposta das encostas às quedas de blocos**



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Geotecnia.

Orientador: Prof. Dr. Armando Prestes De Menezes Filho

Rio de Janeiro

2021

CATALOGAÇÃO NA FONTE  
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC/B

A663 Araujo, Leidiane Dantas de.  
Estudo da variação do coeficiente de restituição na resposta das encostas às quedas de blocos / Leidiane Dantas de Araujo. – 2021.  
155f.

Orientador: Armando Prestes de Menezes Filho.  
Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia.

1. Engenharia civil - Teses. 2. Taludes (Mecânica do solo) - Teses. 3. Deslizamentos (Geologia) - Teses. 4. Mecânica de rochas - Teses. I. Menezes Filho, Armando Prestes de. II. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia. III. Título.

CDU 624.131.537

Bibliotecária: Júlia Vieira – CRB7/6022

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta tese, desde que citada a fonte.

  
Assinatura

14 de Julho de 2021

Data

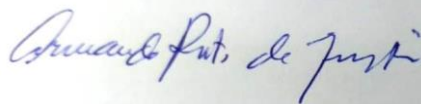
Leidiane Dantas de Araujo

**Estudo da variação do coeficiente de restituição na resposta das encostas às quedas de blocos**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Geotecnia.

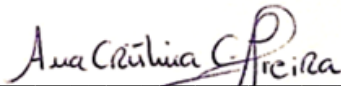
Aprovado em: 14 de julho de 2021.

Banca Examinadora:



---

Prof. Dr. Armando Prestes De Menezes Filho (Orientador)  
Faculdade de Engenharia – UERJ



---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Ana Cristina Castro Fontenla Sieira  
Faculdade de Engenharia – UERJ



---

Prof. Dr. Rogério Luiz Feijó  
Faculdade de Engenharia – UERJ



---

Prof. Dr. Antonio Claudio Soares  
Universidade Federal Fluminense – UFF

Rio de Janeiro

2021

## DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais, por me encorajarem a lutar.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, por ser a minha fonte de fé e otimismo na vida.

A minha mãe Irene, pelo amor incondicional que sempre me ofereceu e por lutar para que eu tivesse condições muito superiores as que ela teve. E que mesmo não estando mais presente fisicamente continua sendo essencial na minha vida.

Ao meu pai Francisco, por todo suporte e compreensão nos momentos difíceis que eu precisei enfrentar.

Ao meu irmão Dudu, por ser a aproximação mais bonita que eu tenho com os nossos pais e na qual eu nunca quero perder.

Ao meu marido Lucas, a pessoa que me faz ser alguém melhor todos os dias, por toda parceria ao longo desses anos.

Ao meu grande mestre Armando Prestes, a quem tanto admiro, pela amizade e generosidade, dando estímulos que foram indispensáveis para o desenvolvimento desta dissertação.

A Fernanda Ignacio e a Alana Ribeiro por me concederem de uma forma tão gentil e carinhosa as informações de suas pesquisas.

Aos professores Ana Cristina, Rogério Feijó e Antonio Claudio por dedicarem seu tempo e conhecimento para contribuir com esta dissertação.

A UERJ, local que me proporcionou experiências incríveis na graduação e agora no mestrado.

A FAPERJ, pela concessão da bolsa de estudo, cujo suporte financeiro foi fundamental para a concretização desta pesquisa.

Todas as vitórias ocultam uma abdicação.

*Simone De Beauvoir*

## RESUMO

ARAUJO, Leidiane Dantas de. *Estudo da variação do coeficiente de restituição na resposta das encostas às quedas de blocos*. 2021. 155f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2021.

As encostas rochosas, por sua natureza, são suscetíveis a movimentação de massas causada pelo intemperismo e/ou por influência humana, podendo desencadear a queda de blocos rochosos em grandes volumes e com velocidades elevadas, ocasionando desastres durante a sua trajetória. O objetivo deste trabalho é analisar e comparar, utilizando-se a teoria do Caos, que é um campo de estudo para sistemas complexos e de alta sensibilidade às condições iniciais, se a queda de blocos derivados de encostas rochosas com superfícies côncavas e/ou convexas apresentam uma resposta diferente de comportamento caótico diante da variação de coeficientes de restituição, com a aplicação no programa *RocFall*. Assim, como na pesquisa de Ignacio (2019), os resultados apresentaram que os movimentos de massa do tipo queda de blocos podem ser estudados pela Teoria do Caos. Mais especificamente, o comportamento fraco ou fortemente caótico está associado à forma geométrica das superfícies de encostas côncavas e/ou convexas estudadas. Os estudos sugerem ainda que, quanto menor o valor dos coeficientes de restituição normal e tangencial - e, por conseguinte, maior o amortecimento dos choques sucessivos dos blocos - para as quatro encostas rochosas de diferentes geometrias, maior é a probabilidade do número de blocos em cada posição final de chegada encosta abaixo convergir para a distribuição de probabilidade generalizada, dada pela expressão q-Exponencial Estendida. Com isso, admitiu-se que o comportamento fraco ou fortemente caótico não depende apenas do tipo de superfície das encostas, mas também dos valores dos coeficientes de restituição. Assim, espera-se que, com um maior entendimento sobre os parâmetros intrínsecos que interferem na movimentação das massas rochosas e como eles se manifestam, mais adequadas serão as técnicas de estabilização das encostas para cada cenário.

Palavras-chave: Encosta. Queda de blocos. Teoria do Caos. Coeficiente de restituição.



## ABSTRACT

ARAUJO, Leidiane Dantas de. *Study of the variation of the coefficient of restitution in the response of slopes to blocks falls*. 2021. 155f. Dissertation (Masters in Civil Engineering) - Faculty of Engineering, State University of Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2021.

The rocky slopes, by their nature, are susceptible to mass movement caused by weathering and / or by human influence, which can trigger the fall of rock blocks in large volumes and with high elevation, causing disasters during their trajectory. The objective of this work is to analyze and compare, using a Chaos theory, which is a field of study for complex systems and of high sensitivity to initial conditions, if the fall of blocks derived from rocky slopes with concave and / or convex surfaces present a different response from the chaotic behavior variation of the variation of restitution coefficients, with the application in the RocFall program. Thus, as in the research by Ignacio (2019), the results obtained by the mass movements of the type of falling blocks can be studied by the Chaos Theory. More specifically, the weak or strongly chaotic behavior is associated with the geometric shape of the studied concave and / or convex slope surfaces. Advanced studies even though, the lower the value of the normal and tangential restitution coefficients - and, consequently, the greater the damping of successive shocks of the blocks - for the four rocky slopes of different geometries, the greater the probability of the number of blocks in each final finishing position slopes downwards to converge to a generalized probability distribution, given by the Extended q-Exponential expression. Thus, it was admitted that the weak or strongly chaotic behavior does not depend only on the type of surface of the slopes, but also on the values of the restitution coefficients. Thus, it is expected that, with a greater understanding of the intrinsic parameters that interfere with the movement of rock masses and how they manifest themselves, it will be more necessary as a technique for stabilizing the slopes for each scenario.

Keywords: Slope. Blocks falls. Chaos theory. Coefficient of restitution.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Perfil de alteração de (a) rochas metamórficas e (b) rochas ígneas ou magmáticas (Adaptado de Deere e Patton, 1971) .....	25
Figura 2 - Efeito escala (Hoek, 1983).....	27
Figura 3 - Modelo estrutural de um maciço com descontinuidades (Adaptado de ISRM, 1978) .....	28
Figura 4 - Rocha (a) antes de sua expansão e (b) juntas de alívio após a expansão da rocha (Toledo, 2009) .....	31
Figura 5 - Influência da chuva sobre o relevo (Toledo, 2009) .....	33
Figura 6 - Tipos de movimentos (Adaptado de GEO-RIO 2014).....	37
Figura 7 - Tipos de movimentos de massa: (A) Queda, (B) tombamento, (C) escorregamento rotacional, (D) escorregamento translacional, (E) espalhamento lateral e (F) corrida (Adaptado de Highland e Bobrowsky, 2008).....	38
Figura 8 - Rupturas (Adaptado de Wyllie e Mah, 2004) .....	40
Figura 9 - Movimento do bloco em função da inclinação da encosta (Adaptado de Gálvez, 2012).....	40
Figura 10 - Vetores de velocidade de impacto (Adaptado de Giani et al. 2004) .....	43
Figura 11 - Retro análise do contato do bloco com a encosta e com a vegetação (Vijayakumar, 2012) .....	46
Figura 12 - Sistemas não lineares e Teoria do Caos .....	48
Figura 13 - Atrator de Lorenz no plano xz (Valerio, 2014).....	50
Figura 14 - Triângulo de Sierpinski (Menezes Filho, 2003).....	52
Figura 15 - Diferença entre os sistemas fortemente e fracamente caóticos.....	54
Figura 16 - Entropia de Boltzmann-Gibbs .....	55
Figura 17 - Entropia generalizada de Tsallis .....	57
Figura 18 - Variáveis de distribuição e comportamentos caóticos.....	58
Figura 19 - Apresentação do <i>design</i> do programa <i>RocFall</i> 2019 .....	58
Figura 20 - Programa <i>RocFall</i> .....	60
Figura 21 - Visualização das características dos blocos no programa <i>RocFall</i> .....	63
Figura 22 - Valores dos coeficientes de restituição normal (CRn) e tangencial (CRt) .....	64
Figura 23 - Visualização do preenchimento dos coeficientes de restituição .....	65

Figura 24 - Visualização do preenchimento da quantidade de blocos e velocidade horizontal.....	65
Figura 25 - Lançamento dos blocos .....	66
Figura 26 - Distribuição e localização dos blocos.....	67
Figura 27 - Distribuições de probabilidade .....	68
Figura 28 - Equações inseridas no <i>Grapher</i> .....	68
Figura 29 - Resultado no <i>Grapher</i> .....	69
Figura 30 - Gráfico $P(x)$ versus $x$ .....	70
Figura 31 - Encosta rochosa – Caso 1 .....	71
Figura 32 - Gráfico $P(x)$ versus $x$ - $CR_n$ 0,20 e $CR_t$ 0,50 – Caso 1 .....	72
Figura 33 - Gráfico $\text{Log}(P(x))$ versus $x$ - $CR_n$ 0,20 e $CR_t$ 0,50 – Caso 1 .....	73
Figura 34 - Gráfico $P(x)$ versus $x$ - $CR_n$ 0,20 e $CR_t$ 0,80 – Caso 1 .....	74
Figura 35 - Gráfico $\text{Log}(P(x))$ versus $x$ - $CR_n$ 0,20 e $CR_t$ 0,80 – Caso 1 .....	75
Figura 36 - Gráfico $P(x)$ versus $x$ - $CR_n$ 0,40 e $CR_t$ 0,85 – Caso 1 .....	76
Figura 37 - Gráfico $\text{Log}(P(x))$ versus $x$ - $CR_n$ 0,40 e $CR_t$ 0,85 – Caso 1 .....	77
Figura 38 - Gráfico $P(x)$ versus $x$ - $CR_n$ 0,40 e $CR_t$ 0,90 – Caso 1 .....	78
Figura 39 - Gráfico $\text{Log}(P(x))$ versus $x$ - $CR_n$ 0,40 e $CR_t$ 0,90 – Caso 1 .....	79
Figura 40 - Gráfico $P(x)$ versus $x$ - $CR_n$ 0,53 e $CR_t$ 0,99 – Caso 1 .....	80
Figura 41 - Gráfico $\text{Log}(P(x))$ versus $x$ - $CR_n$ 0,53 e $CR_t$ 0,99 – Caso 1 .....	81
Figura 42 - Gráfico $P(x)$ versus $x$ - $CR_n$ 0,55 e $CR_t$ 0,85 – Caso 1 .....	82
Figura 43 - Gráfico $\text{Log}(P(x))$ versus $x$ - $CR_n$ 0,55 e $CR_t$ 0,85 – Caso 1 .....	83
Figura 44 - Gráfico $P(x)$ versus $x$ - $CR_n$ 0,65 e $CR_t$ 0,85 – Caso 1 .....	84
Figura 45 - Gráfico $\text{Log}(P(x))$ versus $x$ - $CR_n$ 0,65 e $CR_t$ 0,85 – Caso 1 .....	85
Figura 46 - Gráfico $P(x)$ versus $x$ - $CR_n$ 0,85 e $CR_t$ 0,85 – Caso 1 .....	86
Figura 47 - Gráfico $\text{Log}(P(x))$ versus $x$ - $CR_n$ 0,85 e $CR_t$ 0,85 – Caso 1 .....	87
Figura 48 - Comportamentos do Caso 1 .....	89
Figura 49 - Encosta rochosa – Caso 2 .....	89
Figura 50 - Gráfico $P(x)$ versus $x$ - $CR_n$ 0,20 e $CR_t$ 0,50 – Caso 2 .....	90
Figura 51 - Gráfico $\text{Log}(P(x))$ versus $x$ - $CR_n$ 0,20 e $CR_t$ 0,50 – Caso 2.....	91
Figura 52 - Gráfico $P(x)$ versus $x$ - $CR_n$ 0,20 e $CR_t$ 0,80 – Caso 2 .....	92
Figura 53 - Gráfico $\text{Log}(P(x))$ versus $x$ - $CR_n$ 0,20 e $CR_t$ 0,80 – Caso 2.....	93
Figura 54 - Gráfico $P(x)$ versus $x$ - $CR_n$ 0,40 e $CR_t$ 0,85 – Caso 2 .....	95
Figura 55 - Gráfico $\text{Log}(P(x))$ versus $x$ - $CR_n$ 0,40 e $CR_t$ 0,85 – Caso 2.....	95
Figura 56 - Gráfico $P(x)$ versus $x$ - $CR_n$ 0,40 e $CR_t$ 0,90 – Caso 2 .....	97

Figura 57 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,40 e CRt 0,90 – Caso 2.....	97
Figura 58 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,53 e CRt 0,99 – Caso 2.....	99
Figura 59 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,53 e CRt 0,99 – Caso 2.....	99
Figura 60 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,55 e CRt 0,85 – Caso 2.....	101
Figura 61 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,55 e CRt 0,85 – Caso 2.....	101
Figura 62 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,65 e CRt 0,85 – Caso 2.....	103
Figura 63 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,65 e CRt 0,85 – Caso 2.....	103
Figura 64 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,85 e CRt 0,85 – Caso 2.....	105
Figura 65 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,85 e CRt 0,85 – Caso 2.....	105
Figura 66 - Comportamentos do Caso 2.....	108
Figura 67 - Encosta rochosa – Caso 3.....	108
Figura 68 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,40 e CRt 0,85 – Caso 3.....	109
Figura 69 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,40 e CRt 0,85 – Caso 3.....	110
Figura 70 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,40 e CRt 0,90 – Caso 3.....	112
Figura 71 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,40 e CRt 0,90 – Caso 3.....	112
Figura 72 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,53 e CRt 0,99 – Caso 3.....	114
Figura 73 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,53 e CRt 0,99 – Caso 3.....	114
Figura 74 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,55 e CRt 0,85 – Caso 3.....	116
Figura 75 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,55 e CRt 0,85 – Caso 3.....	116
Figura 76 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,65 e CRt 0,85 – Caso 3.....	118
Figura 77 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,65 e CRt 0,85 – Caso 3.....	118
Figura 78 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,85 e CRt 0,85 – Caso 3.....	120
Figura 79 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,85 e CRt 0,85 – Caso 3.....	120
Figura 80 - Comportamentos do Caso 3.....	123
Figura 81 - Encosta rochosa – Caso 4.....	123
Figura 82 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,20 e CRt 0,80 – Caso 4.....	124
Figura 83 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,20 e CRt 0,80 – Caso 4.....	125
Figura 84 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,40 e CRt 0,85 – Caso 4.....	126
Figura 85 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,40 e CRt 0,85 – Caso 4.....	127
Figura 86 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,40 e CRt 0,90 – Caso 4.....	128
Figura 87 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,40 e CRt 0,90 – Caso 4.....	129
Figura 88 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,53 e CRt 0,99 – Caso 4.....	131
Figura 89 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,53 e CRt 0,99 – Caso 4.....	131
Figura 90 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,65 e CRt 0,85 – Caso 4.....	133

Figura 91 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,65 e CRt 0,85 – Caso 4.....	133
Figura 92 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,85 e CRt 0,85 – Caso 4 .....	135
Figura 93 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,85 e CRt 0,85 – Caso 4.....	135
Figura 94 - Comportamentos do Caso 4 .....	138
Figura 95 - Perfis de encostas dos casos 1, 2, 3 e 4.....	139
Figura 96 - Identificação dos comportamentos caóticos através dos coeficientes de restituição .....	141

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Impacto da chuva na cidade do Rio de Janeiro em abril/2019 (Alerta Rio – Prefeitura do Rio - Adaptado por G1 Rio, TV Globo e GloboNews 09/04/2019 às 00h37) .....	33
Tabela 2 - Principais tipos de movimentos de massa em encostas (Augusto Filho, 1992) .....	36
Tabela 3 - Classificação da velocidade de deslocamento (GEO-RIO, 2014) .....	41
Tabela 4 - Características dos principais programas numéricos (Adaptado de GEO-RIO, 2014).....	47
Tabela 5 - Características do bloco BIM .....	63
Tabela 6 - Resultados de distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,20 e 0,50 do caso 1 .....	73
Tabela 7 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,20 e 0,50 do caso 1 .....	73
Tabela 8 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,20 e 0,80 do caso 1 .....	75
Tabela 9 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,20 e 0,80 do caso 1 .....	75
Tabela 10 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,85 do caso 1 .....	77
Tabela 11 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,85 do caso 1 .....	77
Tabela 12 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,90 do caso 1 .....	79
Tabela 13 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,90 do caso 1 .....	79
Tabela 14 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,53 e 0,99 do caso 1 .....	81
Tabela 15 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,53 e 0,99 do caso 1 .....	81
Tabela 16 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,55 e 0,85 do caso 1 .....	83

Tabela 17 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,55 e 0,85 do caso 1 .....	83
Tabela 18 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,65 e 0,85 do caso 1 .....	85
Tabela 19 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,65 e 0,85 do caso 1 .....	85
Tabela 20 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,85 e 0,85 do caso 1 .....	87
Tabela 21 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,85 e 0,85 do caso 1 .....	87
Tabela 22 - Resultados das distribuições de probabilidade do caso 1 .....	88
Tabela 23 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,20 e 0,50 do caso 2 .....	91
Tabela 24 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,20 e 0,50 do caso 2 .....	91
Tabela 25 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,20 e 0,80 do caso 2 .....	93
Tabela 26 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,20 e 0,80 do caso 2 .....	94
Tabela 27 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,85 do caso 2 .....	96
Tabela 28 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,85 do caso 2 .....	96
Tabela 29 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,90 do caso 2 .....	98
Tabela 30 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,90 do caso 2 .....	98
Tabela 31 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,53 e 0,99 do caso 2 .....	100
Tabela 32 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,53 e 0,99 do caso 2 .....	100
Tabela 33 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,55 e 0,85 do caso 2 .....	102

Tabela 34 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,55 e 0,85 do caso 2.....	102
Tabela 35 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,65 e 0,85 do caso 2.....	104
Tabela 36 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,65 e 0,85 do caso 2.....	104
Tabela 37 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,85 e 0,85 do caso 2.....	106
Tabela 38 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,85 e 0,85 do caso 2.....	106
Tabela 39 - Resultados das distribuições de probabilidade do caso 2.....	107
Tabela 40 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,85 do caso 3.....	110
Tabela 41 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,85 do caso 3.....	111
Tabela 42 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,90 do caso 3.....	113
Tabela 43 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,90 do caso 3.....	113
Tabela 44 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,53 e 0,99 do caso 3.....	115
Tabela 45 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,53 e 0,99 do caso 3.....	115
Tabela 46 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,55 e 0,85 do caso 3.....	117
Tabela 47 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,55 e 0,85 do caso 3.....	117
Tabela 48 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,65 e 0,85 do caso 3.....	119
Tabela 49 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,65 e 0,85 do caso 3.....	119
Tabela 50 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,85 e 0,85 do caso 3.....	121



Tabela 51 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,85 e 0,85 do caso 3.....	121
Tabela 52 - Resultados das distribuições de probabilidade do caso 3.....	122
Tabela 53 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,20 e 0,80 do caso 4.....	125
Tabela 54 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,20 e 0,80 do caso 4.....	125
Tabela 55 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,85 do caso 4.....	127
Tabela 56 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,85 do caso 4.....	127
Tabela 57 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,90 do caso 4.....	129
Tabela 58 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,90 do caso 4.....	130
Tabela 59 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,53 e 0,99 do caso 4.....	132
Tabela 60 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,53 e 0,99 do caso 4.....	132
Tabela 61 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,65 e 0,85 do caso 4.....	134
Tabela 62 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,65 e 0,85 do caso 4.....	134
Tabela 63 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,85 e 0,85 do caso 4.....	136
Tabela 64 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,85 e 0,85 do caso 4.....	136
Tabela 65 - Resultados das distribuições de probabilidade do caso 4.....	137
Tabela 66 - Resultados gerais obtidos dos casos 1, 2, 3 e 4.....	142
Tabela 67 - Processamentos interrompidos no <i>RocFall</i> .....	145

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
BIM	Bloco Irregular Médio
GEO-RIO	Fundação Instituto de Geotécnica do Município do Rio de Janeiro
NBR	<b>Norma Brasileira</b>
PGECIV	Programa de pós-graduação em engenharia civil
$R^2$	Coeficiente de determinação
R	Coeficiente de correlação

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	Parâmetro de ajuste $a$ da distribuição de probabilidade Gaussiana
$a'$	Parâmetro de ajuste $a'$ da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida
$b$	Parâmetro de ajuste $b$ da distribuição de probabilidade Gaussiana
$b'$	Parâmetro de ajuste $b'$ da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida
$c$	Parâmetro de ajuste $c$ da distribuição de probabilidade Gaussiana
$c'$	Parâmetro de ajuste $c'$ da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida, ou moda do gráfico
$CR_n$	Coeficiente de restituição normal
$CR_t$	Coeficiente de restituição tangencial
$e$	Número de Euler (exponencial)
$k_B$	Constante de Boltzmann
$\Lambda$	Expoente de Lyapunov
$p_i$	Probabilidade do sistema encontrar-se em seu $i$ -ésimo estado
$p(x)$	Distribuição de probabilidade Gaussiana
$p_q(x)$	Distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida
$p_{q,\delta}(x)$	Distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida
$q$	Parâmetro entrópico no qual caracteriza o grau de não aditividade
$R$	Coeficiente de correlação
$S_B$	Entropia Clássica de Boltzmann
$S_q$	Entropia generalizada de Tsallis
$S_{q,\delta}$	Generalização da entropia generalizada de Tsallis
$V_{pós,n}$	Velocidade de saída após impacto (normal à superfície)
$V_{pós,t}$	Velocidade de saída após impacto (tangencial à superfície)
$V_{pré,n}$	Velocidade de entrada pré impacto (normal à superfície)
$V_{pré,t}$	Velocidade de entrada pré impacto (tangencial à superfície)
$x$	Variável das distribuições de probabilidade
$W$	Número de microestados de um sistema
$\delta$	Parâmetro entrópico no qual representa a sensibilidade do sistema a lei de potência

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>20</b>
<b>1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>24</b>
1.1 Descontinuidades .....	26
1.2 Intemperismos .....	29
1.3 Ação antrópica .....	34
1.4 Movimentos de massas .....	35
1.4.1 Rupturas .....	39
1.5 Coeficiente de restituição .....	41
<b>2 MATERIAIS E MÉTODOS</b> .....	<b>45</b>
2.1 Métodos experimentais e analíticos .....	45
2.2 Teoria do Caos .....	48
2.3 Entropia .....	54
2.3.1 Entropia de Boltzmann-Gibbs .....	54
2.3.2 Entropia generalizada de Tsallis .....	56
2.4 Programa <i>RocFall</i> .....	58
2.4.1 Método de amostragem: Método de Monte Carlo e Hipercubo latino .....	60
2.4.2 Método de análise: Método do Corpo Rígido e Massa concentrada .....	61
2.5 Estudo de cenário .....	62
<b>3 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS</b> .....	<b>71</b>
3.1 Caso 1 .....	71
3.1.1 Coeficientes de restituição normal 0,20 e tangencial 0,50 .....	72
3.1.2 Coeficientes de restituição normal 0,20 e tangencial 0,80 .....	74
3.1.3 Coeficientes de restituição normal 0,40 e tangencial 0,85 .....	76
3.1.4 Coeficientes de restituição normal 0,40 e tangencial 0,90 .....	78
3.1.5 Coeficientes de restituição normal 0,53 e tangencial 0,99 .....	80
3.1.6 Coeficientes de restituição normal 0,55 e tangencial 0,85 .....	82
3.1.7 Coeficientes de restituição normal 0,65 e tangencial 0,85 .....	84
3.1.8 Coeficientes de restituição normal 0,85 e tangencial 0,85 .....	86
3.2 Caso 2 .....	88
3.2.1 Coeficientes de restituição normal 0,20 e tangencial 0,50 .....	90
3.2.2 Coeficientes de restituição normal 0,20 e tangencial 0,80 .....	92

3.2.3 Coeficientes de restituição normal 0,40 e tangencial 0,85 .....	94
3.2.4 Coeficientes de restituição normal 0,40 e tangencial 0,90 .....	96
3.2.5 Coeficientes de restituição normal 0,53 e tangencial 0,99 .....	98
3.2.6 Coeficientes de restituição normal 0,55 e tangencial 0,85 .....	100
3.2.7 Coeficientes de restituição normal 0,65 e tangencial 0,85 .....	102
3.2.8 Coeficientes de restituição normal 0,85 e tangencial 0,85 .....	104
<b>3.3 Caso 3.....</b>	<b>108</b>
3.3.1 Coeficientes de restituição normal 0,40 e tangencial 0,85 .....	109
3.3.2 Coeficientes de restituição normal 0,40 e tangencial 0,90 .....	111
3.3.3 Coeficientes de restituição normal 0,53 e tangencial 0,99 .....	113
3.3.4 Coeficientes de restituição normal 0,55 e tangencial 0,85 .....	115
3.3.5 Coeficientes de restituição normal 0,65 e tangencial 0,85 .....	117
3.3.6 Coeficientes de restituição normal 0,85 e tangencial 0,85 .....	119
<b>3.4 Caso 4.....</b>	<b>123</b>
3.4.1 Coeficientes de restituição normal 0,20 e tangencial 0,80 .....	124
3.4.2 Coeficientes de restituição normal 0,40 e tangencial 0,85 .....	126
3.4.3 Coeficientes de restituição normal 0,40 e tangencial 0,90 .....	128
3.4.4 Coeficientes de restituição normal 0,53 e tangencial 0,99 .....	130
3.4.5 Coeficientes de restituição normal 0,65 e tangencial 0,85 .....	132
3.4.6 Coeficientes de restituição normal 0,85 e tangencial 0,85 .....	134
<b>4 ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DE RESULTADOS.....</b>	<b>138</b>
<b>5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS .....</b>	<b>147</b>
<b>5.1 Sugestões para futuras pesquisas .....</b>	<b>148</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>149</b>

## INTRODUÇÃO

As rochas exercem uma grande influência na formação dos solos, dos relevos e das encostas, sendo utilizadas como suporte para construções ou elementos estruturais.

Nunes (2008) aponta que encostas rochosas são formadas por rochas maciças e por descontinuidades que enfraquecem sua estrutura, como fissuras, falhas, fraturas e juntas, e a resistência das rochas são influenciadas por estas zonas de fragilidade.

As encostas rochosas naturais sofrem a ação de três tipos de intemperismo, sendo eles, o biológico, o químico e o físico, que promovem a fragmentação das rochas por meio da ação do calor, da água, do vento e/ou dos seres vivos.

Além das intempéries, o crescimento urbano desordenado em conjunto com construções ilegais nas encostas rochosas naturais, podem causar movimentações de massa, acarretando a queda de blocos de diferentes tamanhos e geometrias, condicionada pelo espaçamento, orientação e persistência das descontinuidades previamente existentes. Ademais, estes movimentos ainda podem ser influenciados pela geometria e o tipo de revestimento que recobre as encostas.

Característica comum a este complexo fenômeno, causador de inúmeras fatalidades e desastres ambientais, é a sua imprevisibilidade, notadamente no volume de material envolvido, nas elevadas velocidades dos blocos instáveis e no alcance final dos blocos após a sua queda das encostas.

No sentido de procurar um maior entendimento do fenômeno da queda de blocos, e medidas preventivas e orientadoras para a sua mitigação, tem-se utilizado, mais recentemente, a Teoria do Caos na investigação das respostas destes sistemas dinâmicos instáveis (Ignacio, 2019). Mais pormenorizadamente, a Teoria do Caos investiga o comportamento de sistemas dinâmicos não lineares, reconhecidos por apresentarem divergência exponencial entre trajetórias, extrema sensibilidade às condições iniciais dos parâmetros inseridos no sistema, dentre outras características. Ignacio (2019) encontrou uma similaridade entre os conceitos da Teoria do Caos e o fenômeno da queda de blocos e, com o suporte de programas numéricos, sugeriu que tal fenômeno poderia ser passível de estudo pela

Teoria do Caos, os blocos instáveis efetivamente apresentando um comportamento caótico.

Da Teoria do Choque em Mecânica Racional sabe-se que o coeficiente de restituição mede o comportamento de um corpo antes e após a sua colisão com outra superfície, refletindo o seu caráter elástico ou inelástico, levando a uma eventual perda de energia. Para choques incidindo obliquamente à superfície, tal coeficiente pode ser decomposto em sua parcela normal e tangencial, ambas relacionadas ao amortecimento de impacto e às tensões cisalhantes (atrito) desenvolvidas entre as superfícies de contato, respectivamente. Rayudu (1997) ressalta que uma pequena variação no valor do coeficiente de restituição empregado resulta em trajetórias de movimentos totalmente diversas.

Este trabalho pretende dar continuidade à linha de pesquisa de utilização da Teoria do Caos na investigação do intrincado fenômeno da queda de blocos, no que se traduz pelo aprimoramento das técnicas construtivas já existentes e pela adoção de medidas mitigadoras efetivas, minimizando ou até mesmo eliminando o seu acentuado potencial deletério.

## **Motivação**

Por se tratar de um fenômeno físico de ocorrência habitual e bastante complexo, sendo governado por vários fatores intervenientes – propriedades físicas e geométricas das encostas e dos blocos rochosos instáveis – há que se pesquisá-lo de forma coerente e bastante sistemática, procurando simulá-lo numericamente de forma controlada, no que a aplicação da teoria dos sistemas dinâmicos caóticos poderá proporcionar uma nova forma de analisar e interpretar os dados experimentais provenientes destas simulações.

## Objetivos

A presente dissertação tem por objetivo analisar, no âmbito da Teoria do Caos, a influência do coeficiente de restituição no comportamento da queda de blocos. Mais detalhadamente, quatro perfis geotécnicos hipotéticos de encostas naturais, variando de côncavos a convexos, foram submetidos a simulação a queda de blocos, variando-se os valores dos coeficientes de restituição normal e tangencial dos materiais rochosos envolvidos no processo.

Os tópicos a serem desenvolvidos para atender o objetivo principal desta pesquisa são:

- a) Caracterizar o movimento de queda de blocos e o coeficiente de restituição e descrever a Teoria do Caos;
- b) Obter através do programa *RocFall*, as distribuições de probabilidade de localização final de blocos irregulares para diferentes valores dos coeficientes de restituição, utilizando-se os quatro perfis de encostas com superfícies côncavas e convexas do estudo preliminar de Ignacio (2019);
- c) Ajustar os dados experimentais de alcance dos blocos às distribuições Gaussiana e q-Exponencial Estendida, derivadas de formas entrópicas associadas à Teoria do Caos;
- d) Ratificar a Teoria do Caos quando aplicada aos empíricos relacionados à queda de blocos;
- e) Identificar, mediante os valores do coeficiente de correlação  $R$  e dos parâmetros entrópicos  $q$  e  $\delta$ , o tipo de comportamento caótico;
- f) Analisar os resultados obtidos na presente dissertação e compará-los com os resultados apresentados por Ignacio (2019).



## Estrutura da dissertação

O capítulo 1 apresentará uma revisão bibliográfica na qual descreve a definição e as propriedades das rochas e os tipos de interferência que as rochas podem sofrer por agentes prejudiciais a sua resistência, como se manifestam as descontinuidades e a ação antrópica que levam à movimentação de massas e conseqüentemente a queda de blocos. Também serão estudados os contextos em que ocorrem as quedas.

No capítulo 2 serão descritos os métodos *in situ*, experimentais e numéricos, a teoria do Caos, e o porquê da relação desta com a queda de blocos. Será apresentado o funcionamento do programa *RocFall*, utilizado para fornecer a distribuição de probabilidade de alcance dos blocos após a inserção da geometria do bloco e da encosta, da velocidade e do coeficiente de restituição. O coeficiente de restituição será estudado para entender o comportamento do bloco antes e após a sua colisão com as superfícies.

No capítulo 3 será exibido o desenvolvimento do estudo de cenário de quatro perfis de encostas com superfícies côncavas e convexas e a análise do comportamento caótico para coeficientes de restituição diferentes.

O capítulo 4 apresentará a análise dos resultados obtidos e a comparação dos dados da referente pesquisa com os encontrados por Ignacio (2019).

No capítulo 5 serão realizadas as conclusões e sugeridos temas para futuras pesquisas.

E por fim, as referências bibliográficas que embasaram esta dissertação.

## 1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A Mecânica das Rochas é uma ciência que estuda o comportamento mecânico de rochas e maciços rochosos quando submetidos a solicitações de variada natureza – carregamentos externos ou internos, atuação dos agentes do intemperismo, sismos, dentre outros.

As rochas são agregados sólidos constituídos por um ou mais minerais oriundos de elementos químicos. Segundo sua gênese, são classificadas como ígneas ou magmáticas, sedimentares e metamórficas.

As ígneas ou magmáticas são resultantes do esfriamento e da solidificação do magma em profundidade, na superfície ou em uma região intermediária, no interior da crosta terrestre – originadas a partir da transformação de rochas antigas por ação de altas pressões e temperatura. As sedimentares são constituídas, não só pelo acúmulo de resíduos de outros tipos de rochas, mas também por apresentar origem química ou biológica. As metamórficas resultam das modificações das rochas ígneas ou magmáticas e sedimentares.

Chiossi (1983) aponta que, a atuação dos intemperismos físico, químico e biológico, sobre rochas antigas, trazidas à superfície do planeta por tectonismo ou erosão das camadas sobrejacentes, redundam em sua degradação e apodrecimento, resultando em materiais pulverulentos conhecidos como solos.

A transformação da rocha exposta à superfície em solo não ocorre abruptamente. Neste sentido, Deere e Patton (1971) foram um dos primeiros pesquisadores a apontar para a importância do caráter gradual desta transformação, denominada “perfil de intemperismo (ou de alteração) de rochas”. Assim, a sequência estratigráfica dos diferentes horizontes de rocha e solo em processo de alteração foi por eles identificada como constituída por rocha sã (ou mãe), rocha alterada/fraturada, solo residual jovem, solo residual maduro e uma camada superficial de solo orgânico. Eventualmente, pode-se constatar, nestes perfis, a presença de solos transportados de regiões superiores e identificados como colúvios.

A Figura 1 mostra dois perfis de alteração, elaborados em rochas metamórfica (gnaisse) e magmática (granito).

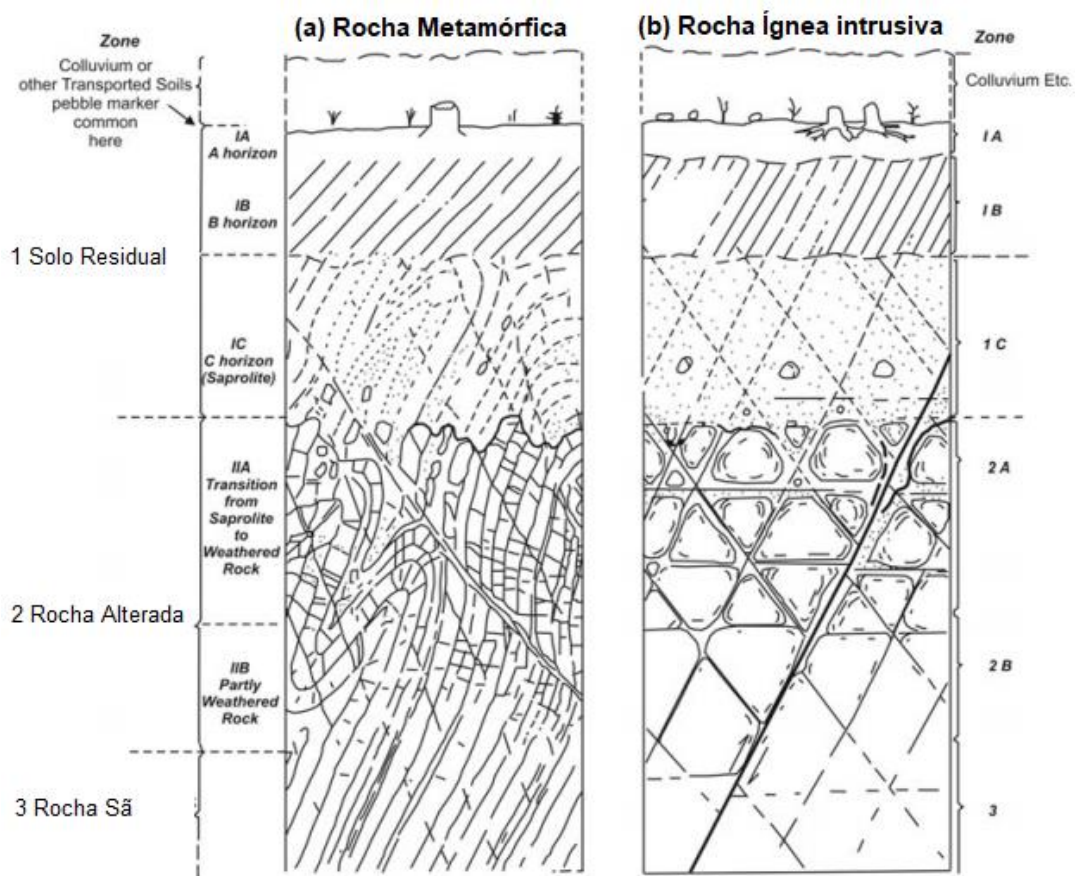


Figura 1 - Perfil de alteração de (a) rochas metamórficas e (b) rochas ígneas ou magmáticas (Adaptado de Deere e Patton, 1971)

A atuação dos agentes do intemperismo diferencialmente sobre as rochas pré-existentes é a responsável pela formação, não só dos solos, mas também da elaboração dos relevos e das encostas naturais, sendo utilizadas para a instalação de construções residenciais, túneis, escavações subterrâneas ou a céu aberto.

Particularmente, os maciços rochosos apresentam habitualmente suas superfícies naturais segundo geometrias que variam de convexa à côncava. Tal variedade deve-se à mencionada atuação diferencial dos agentes intempéricos, bem como à atuação antrópica, no intuito de modificá-las de modo a atender às necessidades dos agentes ocupantes. Deste modo, a instabilização de encostas rochosas pode ter, como elemento causador, além das razões naturais, ditadas pela orientação desfavorável de juntas ou famílias de discontinuidades, a própria atuação humana deliberada.

Assim, nesta pesquisa serão estudadas instabilizações de encostas rochosas unicamente por quedas de blocos. Serão estudados os tipos de processos que condicionam a instabilidade das rochas e conseqüentemente das encostas, como os

intemperismos e os devidos a ação antrópica, intensificando as discontinuidades das rochas e levando conseqüentemente a movimentação de massas rochosas.

### 1.1 Descontinuidades

A ISRM (1978) cita que as discontinuidades são elementos geológicos que interrompem a continuidade física de um maciço rochoso, no qual, torna a sua resistência à tração nula ou irrelevante. Além da condição mecânica, a dinâmica hidrológica dos fluxos subterrâneos nas encostas também é comprometida pelas discontinuidades.

A disposição espacial das discontinuidades é fundamental para a definição dos seus mecanismos de ruptura, que indica a cinemática dos movimentos e as suas características geométricas (Pinheiro, 2014).

Mesmo que o material parental seja constituído por uma rocha de conhecida resistência elevada, o maciço rochoso pode ser classificado com baixa resistência devido a presença de inúmeras discontinuidades.

Hoek (1983) observou o comportamento dos maciços rochosos, em efeito escala, diante dos processos de fraturas aos quais estão sujeitos, e os apresentou da maneira descrita na Figura 2:

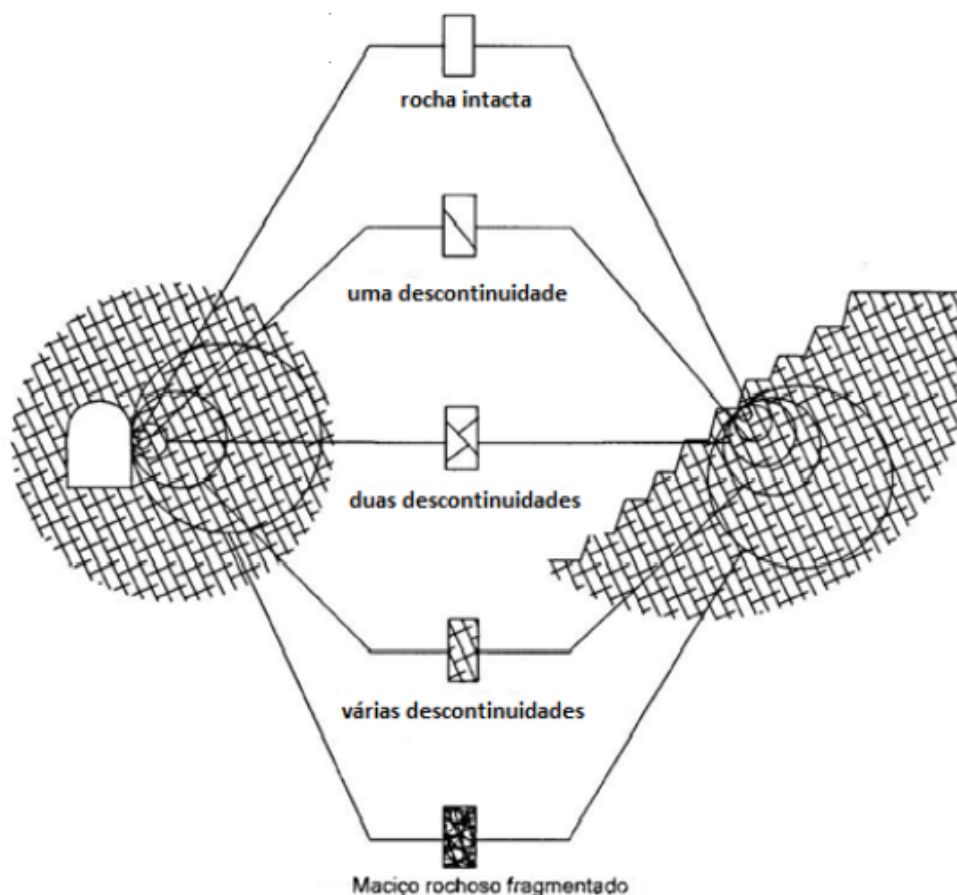


Figura 2 - Efeito escala (Hoek, 1983)

Onde, a rocha intacta é classificada como elástica, frágil e isotrópica (propriedades físicas constantes independente da direção).

O maciço rochoso com uma ou duas descontinuidades inclinadas é intensamente anisotrópico devido à sua resistência ao cisalhamento.

Quando submetidos a esforços, os maciços rochosos com várias descontinuidades também são constituídos por anisotropia por causa da resistência das descontinuidades ao cisalhamento.

Por sua vez, o maciço rochoso fragmentado possui leve isotropia, com quebra de suas partículas ao ser submetido a altas tensões e com elevada dilatação a baixas tensões e pressões.

Além da resistência, as descontinuidades possuem influência em relação à deformabilidade e permeabilidade. As descontinuidades facilitam a infiltração, pois atuam como caminhos preferenciais de trajetória da água (Pinheiro, 2014).

Juntas e falhas são exemplos dessas descontinuidades. As diáclases são fissuras submetidas a esforços de torção, tração ou compressão e não apresentam

deslocamentos significativos. Os blocos com falhas, quando se movimentam, atiram entre si, podendo produzir fragmentação e pulverização das rochas.

O modelo estrutural de um maciço rochoso representa a distribuição espacial das discontinuidades e das suas características geométricas. De acordo com o ISRM (1978), os principais parâmetros que caracterizam as discontinuidades são apresentados na Figura 3.

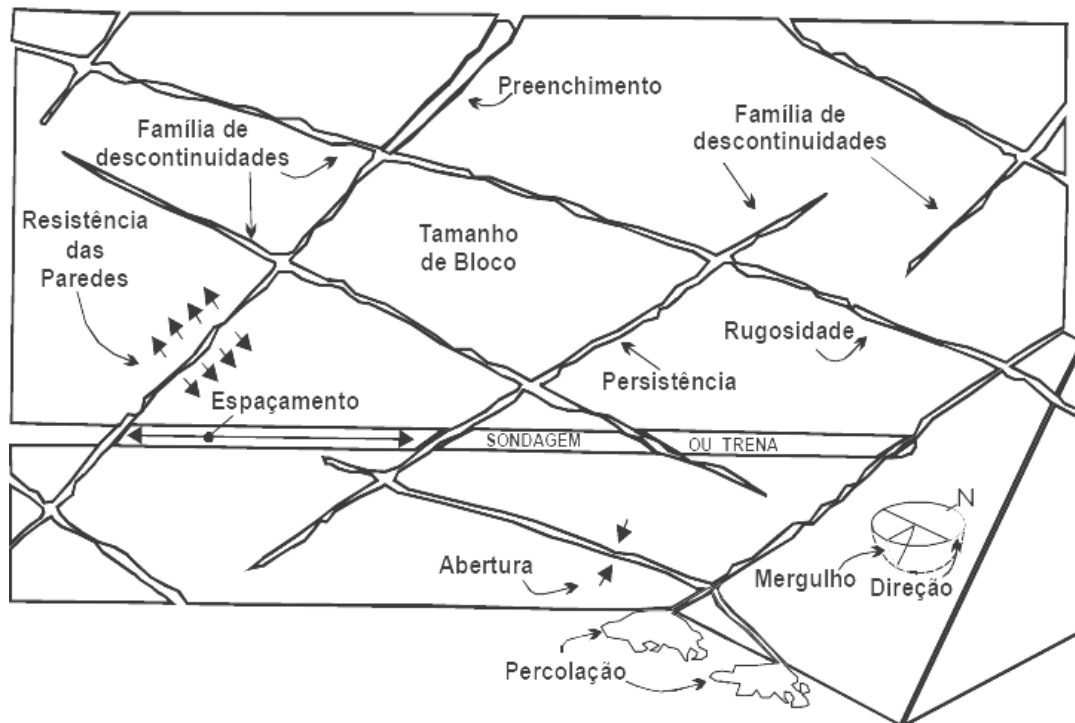


Figura 3 - Modelo estrutural de um maciço com discontinuidades (Adaptado de ISRM, 1978)

Onde:

- a) Abertura: é a distância perpendicular entre discontinuidades e é preenchido com água, ar ou solo;
- b) Espaçamento: também é uma distância entre discontinuidades, medida na direção normal de uma mesma família de discontinuidade;
- c) Famílias de discontinuidades: é um grupo de discontinuidades com as mesmas características;
- d) Número de famílias de discontinuidades: é o número de famílias que compõem um sistema de discontinuidades. As famílias de discontinuidades se cruzam e o número de vezes que aparecem influenciam a extensão que os blocos poliédricos podem se formar;

- e) **Orientação:** é a atitude da descontinuidade no espaço, definida pela direção e pelo mergulho, nos quais são parâmetros angulares;
- f) **Percolação:** é o fluxo de água presente em descontinuidades individuais ou em todo o maciço rochoso;
- g) **Persistência:** esse parâmetro define o comprimento da descontinuidade dentro do maciço rochoso;
- h) **Preenchimento:** se refere ao mineral ou material que preenche uma descontinuidade, como areias e argilas;
- i) **Resistência das paredes:** é a resistência à compressão das paredes rochosas compreendidas por descontinuidade;
- j) **Rugosidade:** se expõe através das ondulações e irregularidades presentes nas paredes de uma descontinuidade;
- k) **Tamanho de bloco:** A forma e o tamanho do bloco são definidos pelas famílias e pelo seu número de famílias de descontinuidades que se cruzam e deformam o maciço rochoso.

A intensidade das famílias de descontinuidades geram alterações nas forças atuantes e na resistência dos maciços rochosos, que por sua vez, é escalonada pelos intemperismos.

## 1.2 Intemperismos

A ação do intemperismo e a composição estrutural dos maciços rochosos são os principais motivadores de suas falhas geotécnicas. O intemperismo é um conjunto de processos biológicos, químicos e físicos que provocam a desintegração das rochas.

O intemperismo biológico se caracteriza por transformar as rochas a partir da ação de seres vivos, por exemplo, através da decomposição da vegetação e da presença de micro-organismos no interior das rochas, resultando em um intemperismo físico ou químico.

O intemperismo é físico quando as rochas submetidas por ação mecânica, sem alteração de sua composição química, sofrem após um período relativo a

exposições, com separação dos seus grãos minerais, quebras mecânicas e transformação dos seus pedaços em fragmentos menores (sedimentos). As rochas estão expostas às consequências da ação física dos vegetais, da ação de variação de temperatura, do congelamento e descongelamento da água, da cristalização de sais e do alívio de tensões (Toledo, 2009), no qual:

- a) As raízes dos vegetais crescem ao longo das fraturas das rochas e exercem pressões em suas paredes rochosas causando a sua desintegração;
- b) As sucessivas variações de temperatura, as quais as rochas estão expostas, agem nos seus minerais expandindo-os e contraindo-os. Na superfície esses comportamentos são mais relevantes do que nas camadas subsequentes e quanto mais prolongado o período que essas variações atuarem, maior será o surgimento de fraturas nas rochas;
- c) A água presente nas aberturas das rochas, ao passar pelo processo de congelamento e descongelamento de suas partículas devido às mudanças climáticas, força as paredes das rochas aumentando as fraturas. As fraturas também ocorrem com a evaporação e a cristalização dos sais dissolvidos na água, gerando tensão nas fissuras já existentes e gerando novas;
- d) Devido a diminuição da pressão exercida pelo peso de camadas de materiais geológicos sobre as rochas subjacentes, surge um alívio de tensões que expande as fraturas da massa rochosa no sentido paralelo à superfície do terreno, como exemplifica a Figura 4.



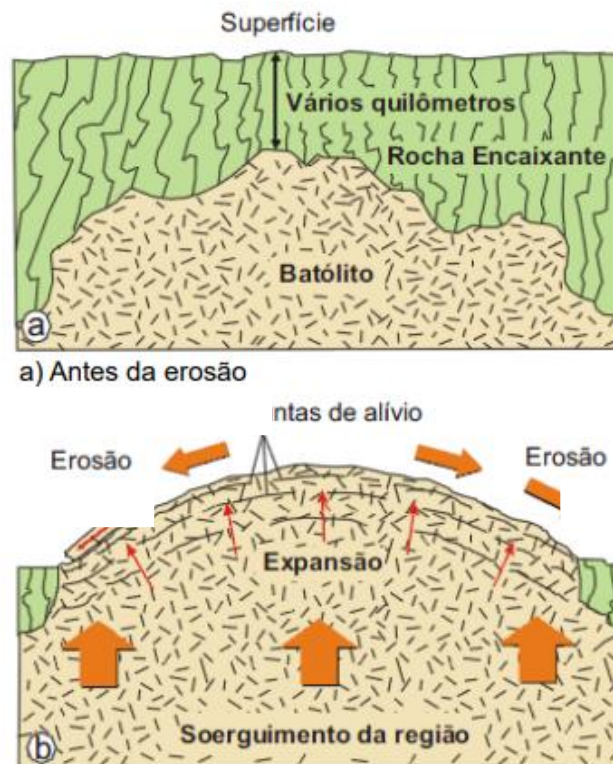


Figura 4 - Rocha (a) antes de sua expansão e (b) juntas de alívio após a expansão da rocha (Toledo, 2009)

Os intemperismos podem atuar de forma simultânea, em que o físico expõe a rocha para a entrada de ar e água nas suas aberturas, aumentando a capacidade da ação química atuar. No intemperismo químico ocorre a desagregação das rochas a partir de processos diversos. Chioffi (1983) apontou que as reações químicas mais relevantes podem ocorrer por:

- a) Carbonatação: ocorre através da combinação do  $\text{CO}_2$  e outros componentes químicos com a rocha. A reação resulta em carbonato de cálcio que acidifica a massa rochosa;
- b) Decomposição químico-biológica: o produto formado da decomposição e fermentação da matéria orgânica de origem vegetal e animal produz o ácido húmico, que acelera a decomposição das rochas;
- c) Hidrólise: é a quebra de uma molécula ou mais ligações químicas pela ação da água e no qual libera uma solução iônica, formando novas substâncias;

- d) Hidratação: alguns minerais são sujeitos a receber moléculas de água em sua estrutura, formando um novo constituinte. Com isso, os minerais expandem-se e são capazes de exercer pressões e conseqüentemente, desintegrar as rochas;
- e) Oxidação: o oxigênio reage com os minerais e esse processo é favorecido pela presença de água. A oxidação resulta na perda estrutural cristalina do mineral.

Toledo (2009) descreve que os fatores que controlam os três tipos de intemperismos descritos acima correspondem a elementos que determinam ou interferem a forma e a intensidade de ocorrência desses processos. Alguns desses fatores são conhecidos como biosfera, clima, material parental, relevo e tempo.

Na biosfera as raízes das plantas têm influência sobre a acidez e conseqüentemente no pH da água e intensifica o intemperismo químico durante o processo de infiltração. Já para o intemperismo físico, a participação da vegetação diminui a velocidade de escoamento superficial da água.

A influência do clima se dá através da variação e da regularidade da temperatura, do índice das chuvas e dos ventos. Quando a temperatura e a distribuição das chuvas são mais acentuadas, o intemperismo químico se apresenta com maior intensidade.

O material parental é o conjunto formado pelos minerais, pela textura e pela estrutura da rocha. Partes distintas de uma mesma rocha podem sofrer diferentes graus de desgaste, pois essa dependência é devida aos minerais constituintes e aos níveis de estabilidade das rochas. Alguns minerais são mais frágeis que outros a ação dos intemperismos.

A topografia é um fator que regula a velocidade do escoamento, a infiltração e a drenagem da água. Perfis íngremes possuem uma possibilidade menor de infiltração porque a sua forma geométrica permite que a velocidade de escoamento da água seja maior. Terrenos planos facilitam essa infiltração, porém, a drenagem dependerá da porosidade das rochas.

De acordo com Toledo (2009), as reações químicas ocorrerão com maior intensidade em topografias de regiões onde sejam possíveis uma boa infiltração e uma boa drenagem. A Figura 5 abaixo apresenta a influência da chuva sobre a seção A, a seção B e a seção C.

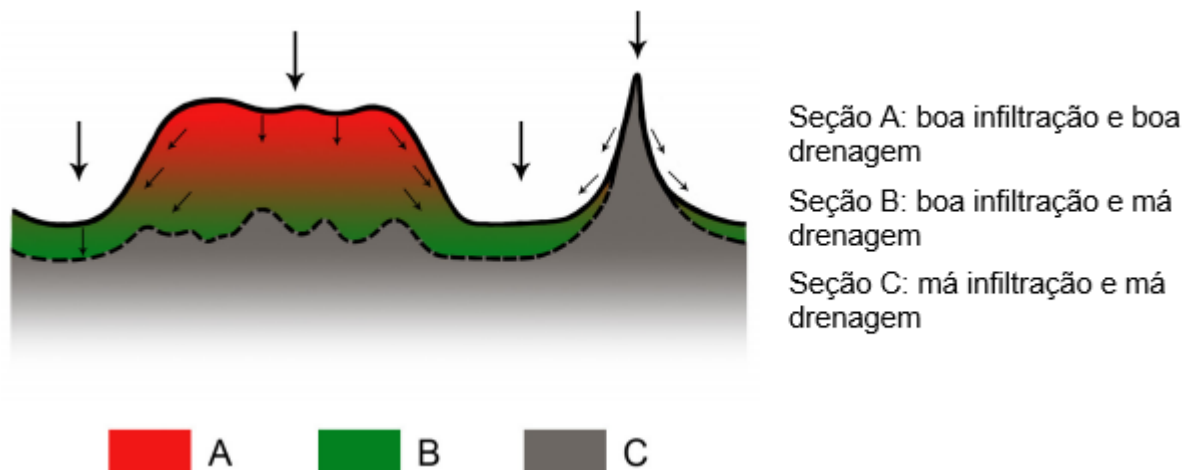


Figura 5 - Influência da chuva sobre o relevo (Toledo, 2009)

A Tabela 1 aponta o impacto causado pela chuva na cidade do Rio de Janeiro em abril de 2019, acarretando diversas mortes e a suspensão de tráfego e de pedestres nos locais.

Tabela 1 - Impacto da chuva na cidade do Rio de Janeiro em abril/2019 (Alerta Rio – Prefeitura do Rio - Adaptado por G1 Rio, TV Globo e GloboNews 09/04/2019 às 00h37)

### CHUVA EXTREMA NA CIDADE DO RIO DE JANEIRO 8 DE ABRIL DE 2019

Local	Chuva em 1h - entre 21h15 e 22h15 (mm)	Chuva em 4h - entre 18h15 e 22h15 (mm)	Média abril (mm)	% da média
Barra/Barrinha	57,6	212,0	120,1	177
Copacabana	58,2	168,4	112,2	150
Rocinha	18,8	164,0	149,7	110
Alto da Boa Vista	15,0	163,2	193,8	84
Barra/Riocentro	37,2	159,4	99,7	160
Jardim Botânico	8,4	149,6	136,0	110
Jacarepaguá/Cidade de Deus	24,2	143,8	95,6	150
Urca	65,4	143,0	85,3	168
Vidigal	13,4	132,6	122,6	108
Recreio dos Bandeirantes	34,8	110,8	95,2	116
Laranjeiras	49,0	99,4	135,0	74
Tijuca	15,4	90,4	163,9	55
Tijuca/Muda	5,0	88,4	169,9	52

As rochas não se fragmentam instantaneamente, o tempo é relativo à velocidade com que os intemperismos geram impactos às mesmas. Percorrer um tempo mais curto para desagregá-las prevê uma pequena resistência do material

parental e uma grande agressividade dos fatores que os controlam. E muito desses fatores podem ser intensificados pela ação humana ou antrópica.

### 1.3 Ação antrópica

Muitas áreas próximas às encostas são ocupadas pela população no processo de urbanização e, isso influencia a resistência das rochas. A alteração do ambiente natural estimula novas características aos terrenos íngremes, o que altera as condições hidrológicas naturais e com isso, acentua o risco de instabilidade das rochas cujas respostas podem ser os rolamentos e quedas de blocos.

Principalmente em períodos chuvosos ocorrem deslizamentos de material ou queda resultando em vítimas fatais e/ou danos materiais. Grande parte das encostas dos morros do Rio de Janeiro são consideradas áreas de risco potencial. De acordo com o cadastro de favelas do IplanRio de 1982, 53% das favelas do Rio de Janeiro ocupam encostas irregulares (De Souza, 2004).

A Defesa Civil aponta que as áreas sujeitas a deslizamentos ocorrem em regiões com um histórico já pré-existente de deslizamentos e também em regiões onde as encostas são íngremes ( $45^\circ$  ou mais de inclinação), na base ou no topo de um corte, no caminho das águas das chuvas, em pedreiras desativadas e em encostas que foram desmatadas.

Os desastres resultantes de ações humanas são conhecidos como antropogênicos e de acordo com Augusto Filho (1995) as principais causas são apontadas como:

- Execução de cortes com geometria incorreta (altura/inclinação) – A mudança brusca na geometria das encostas altera o equilíbrio das rochas maciças, reduzindo o seu fator de segurança.
- Execução deficiente de aterros (compactação, fundação e geometria).
- Lançamento de lixo nas encostas – O despejo de lixo altera os padrões de drenagem.

- Remoção da cobertura vegetal – As raízes atuam na retenção da água das chuvas, diminuindo a probabilidade de erosão e movimentação de massas, desempenhando uma proteção para as encostas. Exceto, para a presença de árvores de grande porte que podem gerar carregamentos desfavoráveis à estabilidade das encostas.
- Vazamentos na rede de abastecimento, esgoto e presença de fossas – A ausência de captação de águas servidas e rede de esgoto, quando despejado aleatoriamente nas encostas, resultam em um elemento desestabilizador.

O conhecimento dos padrões existentes nos movimentos de massa, permite a implantação de alertas a população e a ação das instituições responsáveis para a mobilização dos habitantes que ocupam regiões de encostas (De Souza, 2004).

Os movimentos de massa oriundos das famílias de descontinuidades, carregam materiais de rocha, solos e detritos que resultam em blocos de granulometria variada quando submetidos por forças naturais e/ou por interferência humana.

#### 1.4 Movimentos de massas

Os formatos, os volumes e os pesos originais dos blocos são capazes de serem alterados pela fragmentação, predispondo os blocos a atingirem energias diferentes das iniciais, se os mesmos estivessem intactos.

Segundo Vieira (1997), as influências naturais que contribuem para os movimentos de massas e que são condicionantes para a trajetória e o alcance de um bloco, incluem as propriedades da rocha e do solo, a geometria e a inclinação da encosta e o material que recobre a sua superfície.

Augusto filho (1992) aponta, através da Tabela 2 os principais tipos de movimentos de massa em encostas e suas dinâmicas, geometrias e materiais envolvidos que levam a caracterizar os seus processos.

Tabela 2 - Principais tipos de movimentos de massa em encostas (Augusto Filho, 1992)

Processos	Dinâmica / Geometria / Material
Rastejos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vários planos de deslocamento (internos)</li> <li>• Velocidades muito baixas (cm/ano) a baixas e decrescentes com a profundidade</li> <li>• Movimentos constantes, sazonais ou intermitentes</li> <li>• Solo, depósitos, rocha alterada/fraturada</li> <li>• Geometria indefinida</li> </ul>
Escorregamentos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Poucos planos de deslocamento (externos)</li> <li>• Velocidades médias (m/h) a altas (m/s)</li> <li>• Pequenos a grandes volumes de material</li> <li>• Geometria e materiais variáveis: <ul style="list-style-type: none"> <li>– Planares – solos pouco espessos, solos e rochas com um plano de fraqueza;</li> <li>– Circulares – solos espessos homogêneos e rochas muito fraturadas;</li> <li>– Em cunha – solos e rochas com dois planos de fraqueza</li> </ul> </li> </ul>
Quedas livres	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sem planos de deslocamento</li> <li>• Movimentos tipo queda livre ou em plano inclinado</li> <li>• Velocidades muito altas (vários m/s)</li> <li>• Material rochoso</li> <li>• Pequenos a médios volumes</li> <li>• Geometria variável: lascas, placas, bloco, etc.</li> <li>• Rolamento de matacão</li> <li>• Tombamento</li> </ul>
Corridas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Muitas superfícies de deslocamento</li> <li>• Movimento semelhante ao de um líquido viscoso</li> <li>• Desenvolvimento ao longo das drenagens</li> <li>• Velocidades médias a altas</li> <li>• Mobilização de solo, rocha, detritos e água</li> <li>• Grandes volumes de material</li> <li>• Extenso raio de alcance, mesmo em áreas planas</li> </ul>

As quedas de blocos são um tipo de movimento de massa. É um fenômeno que pode desencadear grandes volumes com energias cinéticas e velocidades elevadas, ocasionando desastres durante a sua trajetória.

A Figura 6 apresenta os movimentos de queda de bloco por queda, escorregamento planar, circular e em cunha, a partir das discontinuidades das rochas.

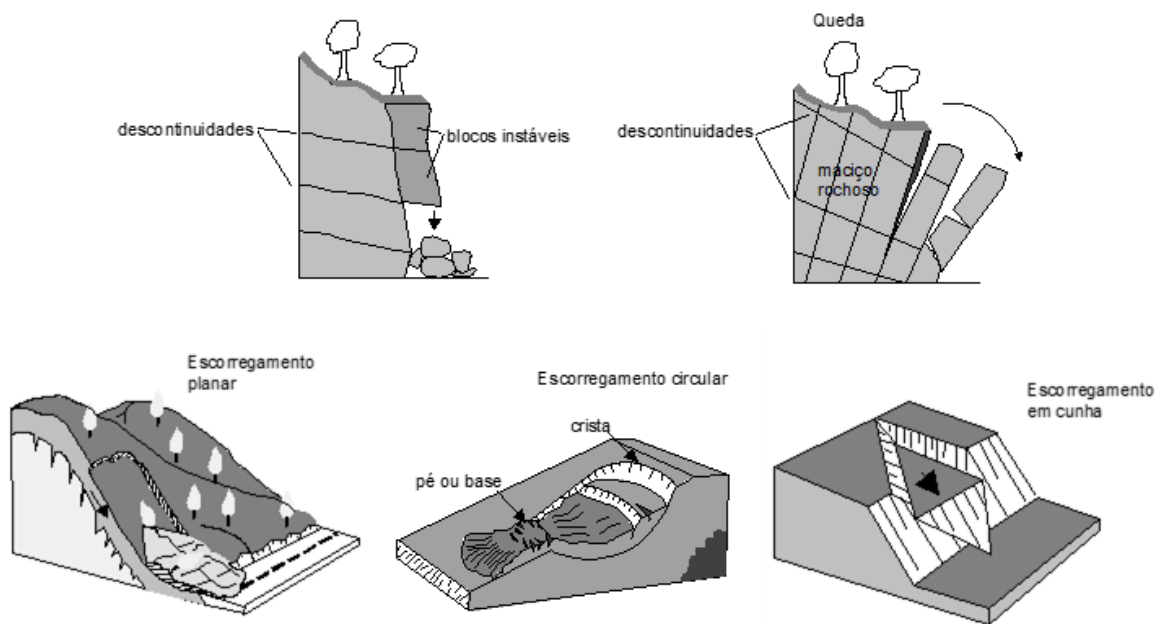


Figura 6 - Tipos de movimentos (Adaptado de GEO-RIO 2014)

A Figura 7 apresenta os tipos de movimentos de massa por tombamento, escorregamento rotacional, escorregamento translacional, espalhamento lateral e corrida.

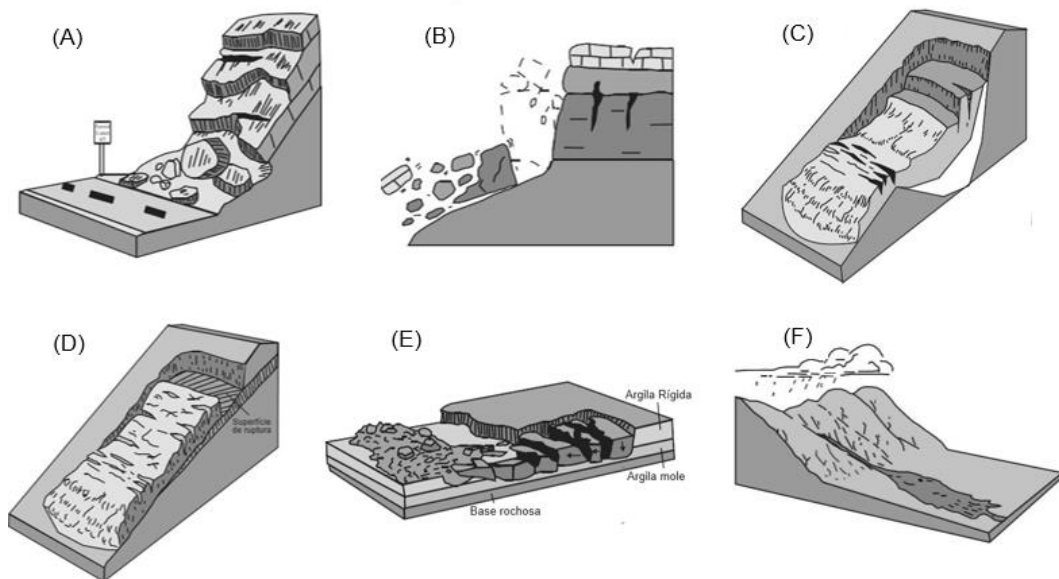


Figura 7 - Tipos de movimentos de massa: (A) Queda, (B) tombamento, (C) escorregamento rotacional, (D) escorregamento translacional, (E) espalhamento lateral e (F) corrida  
(Adaptado de Highland e Bobrowsky, 2008)

Os escorregamentos são movimentos rápidos nos quais uma parte do maciço desliza em relação ao todo. Segundo Rocha (2009), o movimento do tipo escorregamento pode se desenvolver quando a resultante das forças que atuam sobre o bloco rochoso entra em contato com a superfície da encosta, geralmente com baixas inclinações e em sua fase inicial ou nos seus estágios finais, no qual são baixos os seus níveis de energia.

As corridas são escoamentos que possuem alto poder destrutivo devido à elevada densidade do material e a rapidez de movimento. Os escoamentos são deformações sem superfície definida de movimentação.

O contato com a superfície também influencia a trajetória dos blocos durante a queda livre, que por sua vez, pode desenvolver movimentos de rotação ou translação (Azzoni, 1995). E caso a inclinação da encosta seja menos acentuada, o movimento passa a se manifestar como o tipo salto e os blocos tendem a se fragmentar com mais facilidade a cada novo choque com a superfície, surgindo uma perda relevante de energia (Bozzolo e Pamini, 1986).

A seguir serão apresentadas as principais razões de ruptura para os tipos de rupturas: circular, planar, em cunha e por tombamento.



### 1.4.1 Rupturas

- a) Circular: Este tipo de ruptura ocorre em rochas com elevado nível de fraturas (com padrão estrutural desordenado);
- b) Planar: Ocorre devido a ação da gravidade e depende das características das descontinuidades já existentes na encosta. A ruptura é mais frequente de ocorrer em um plano paralelo à sua face, ou plano desfavorável, provocada pela diminuição da resistência em sua base ou por erosão;
- c) Em cunha: Esta ruptura ocorre com a insecção das continuidades e gera um bloco com o formato de uma cunha que avança em direção a encosta. Ocorre em maciços com dois ou mais tipos de famílias de descontinuidades, cujas características determinam o volume e a sua forma (Rocha, 2009). A presença de poropressão ao longo das descontinuidades pode intensificar a possibilidade de rupturas em cunha acontecerem;
- d) Por tombamento: Este tipo de ruptura é comum em encostas rochosas onde as descontinuidades, principalmente as ortogonais, apresentam o mergulho nos planos subverticais na direção paralela da encosta. De acordo com Cruden e Varnes (1996) a velocidade deste movimento pode variar de extremamente lenta a rápida.

A Figura 8 apresenta as rupturas circulares, planares, em cunha e tombamento.

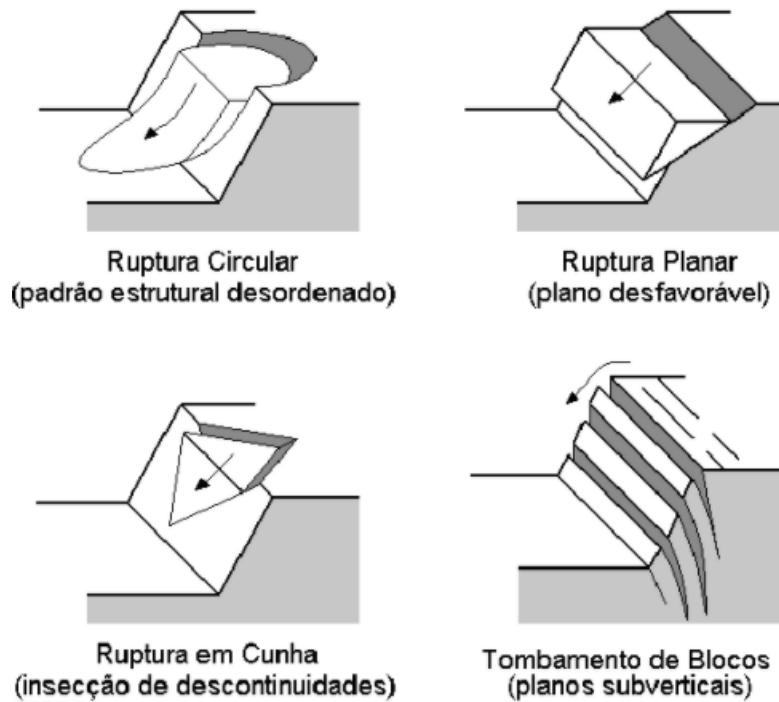


Figura 8 - Rupturas (Adaptado de Wyllie e Mah, 2004)

O bloco pode desenvolver mais de um tipo de movimento, e o predominante em encostas é o de queda livre para inclinações superiores a  $70^\circ$  (Ritchie, 1963), como mostra a Figura 9.

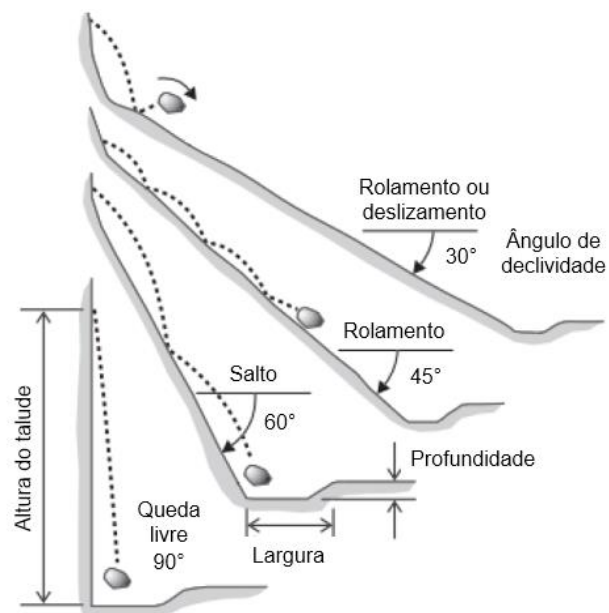


Figura 9 - Movimento do bloco em função da inclinação da encosta (Adaptado de Gálvez, 2012)

Segundo a GEO-RIO (2014) as classes de velocidade de movimentos de massas variam de velocidade muito lenta, sendo inferior a 0,3m/5anos, a muito rápida, com velocidade superior a 0,3 m/min conforme apontado na Tabela 3.

Tabela 3 - Classificação da velocidade de deslocamento (GEO-RIO, 2014)

Classificação	Velocidade
Muito lento	de 0,3 m/5 anos a 1,5 m/ano
Lento	de 1,5 m/ano a 1,5 m/mês
Moderado	de 1,5 m/mês a 1,5 m/dia
Rápido	de 1,5 m/dia a 0,3 m/min
Muito rápido	de 0,3 m/min a 3 m/s

Para minimizar ou eliminar os danos causados pelos movimentos de massas e a queda de blocos, carece o estudo das energias cinéticas e das trajetórias concebidas no decurso do seu caminho (Giani, 2004).

### 1.5 Coeficiente de restituição

O coeficiente de restituição, conhecido como “e”, é uma grandeza adimensional definido pela razão entre a velocidade relativa de afastamento, imediatamente após a colisão, e a velocidade relativa de aproximação, imediatamente antes da colisão.

As colisões ocorrem quando a interação entre dois ou mais elementos que se aproximam alteram seus movimentos, resultando assim, em troca de energia e momento. O coeficiente pode ser determinado por retroanálises de movimentos ou por medidas experimentais de lançamentos de blocos *in situ*. Ele é um elemento que absorve e indica a quantidade de energia que é dissipada.

Energia cinética é a energia relacionada à velocidade de um corpo. Para objetos em repouso, a energia cinética é nula, devido a velocidade de tais corpos ser zero. É uma função da massa do corpo em movimento e da velocidade desenvolvida, conforme apresentado na equação (1).

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2} \quad (1)$$

Uma superfície na qual o bloco percorre e que tem vegetação apresenta uma maior capacidade de absorver a energia cinética deste, pois naturalmente é criada uma barreira, devido ao atrito, que colabora na pausa do movimento do bloco. Já nas superfícies sem a presença de vegetação, os blocos ao sofrerem um impacto com a encosta perdem menos energia, devido à falta de amortecimento, e prosseguem com o movimento (Tavares, 2015).

Os blocos oriundos da ruptura de rochas desenvolvem elevadas velocidades e trocas de energias com as superfícies de contato durante os movimentos de massa, podendo atingir picos rápidos a muito rápidos e apresentar volumes variados, segundo Cruden e Varnes (1996). Blocos de grandes proporções apresentam energia cinética total maior comparados com blocos de tamanhos menores e com isso, percorrem uma distância maior em sua trajetória e como descreve Freitas (2013), normalmente são encontrados blocos menores na extensão das encostas, enquanto que blocos maiores são vistos mais afastados.

Em física, para uma colisão perfeitamente inelástica acontecer, o bloco fica em repouso após a colisão com a superfície, onde o valor do coeficiente de restituição é igual a 0, portanto a energia cinética dissipa por completo.

Considera-se uma colisão perfeitamente elástica os blocos que recuperam por completo a sua altura de queda após o impacto, em que o valor do coeficiente de restituição é igual a 1, ou seja, a energia cinética é mantida.

Para blocos de rocha a colisão é parcialmente inelástica devida a perda gradativa de energia à medida que ocorrem as colisões sucessivas dos blocos com a superfície da encosta (Castro, 2016).

As colisões podem ser definidas como:

- a)  $e=0$  : colisão perfeitamente inelástica (a velocidade das partículas do sistema após a colisão são iguais. A energia cinética do sistema após a colisão é menor que a energia cinética antes da colisão);
- b)  $0 < e < 1$  : colisão inelástica (a energia cinética do sistema após a colisão é menor que a energia cinética antes da colisão);

- c)  $e=1$  : colisão perfeitamente elástica (a energia cinética do sistema após a colisão é igual a energia cinética antes da colisão);

Na sua grande maioria o bloco ao longo do movimento terá uma altura menor a cada colisão, chegando ao valor 0, ou seja, haverá a dissipação total de energia. Com isso, quanto maior a energia dissipada, menor é o coeficiente de restituição.

Os coeficientes de restituição são classificados como coeficiente de restituição normal e tangencial. O coeficiente de restituição normal ao plano de queda aponta a relação entre a velocidade normal de saída ( $V_{pos,n}$ ) e a velocidade normal de entrada ( $V_{pre,n}$ ), que é a velocidade posterior e anterior a colisão do bloco com a encosta, respectivamente, como apresentado na equação (2). O coeficiente tangencial aponta a relação entre a velocidade tangencial de saída ( $V_{pos,t}$ ) e a velocidade tangencial de entrada ( $V_{pre,t}$ ), como apresentado na equação (3).

$$CR_n = \frac{V_{pos,n}}{V_{pre,n}} \quad (2)$$

$$CR_t = \frac{V_{pos,t}}{V_{pre,t}} \quad (3)$$

O coeficiente de restituição tangencial ( $CR_t$ ) é normalmente igual ou superior ao coeficiente de restituição normal ( $CR_n$ ).

A Figura 10 ilustra a decomposição de vetores de velocidades.

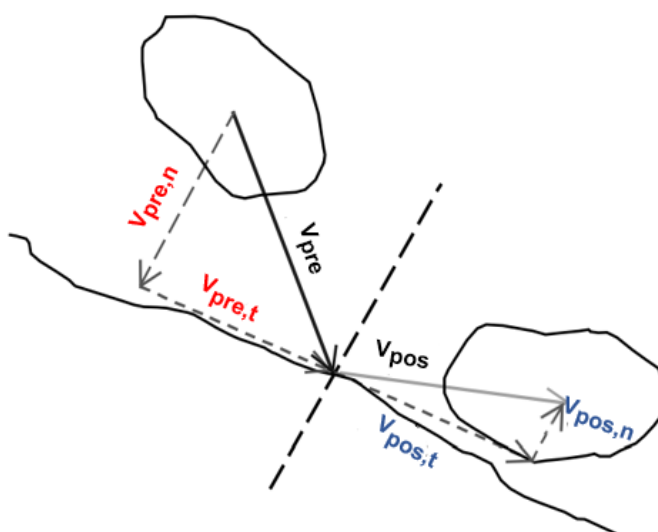


Figura 10 - Vetores de velocidade de impacto (Adaptado de Giani et al. 2004)

O coeficiente de restituição também é conhecido como regra de Newton. Newton descobriu que a proporção entre as velocidades relativas finais e as velocidades relativas iniciais no processo das colisões eram quase que constante para dois corpos quaisquer.

Nesta dissertação serão analisadas as variações dos coeficientes de restituição, entre 0 e 1, em encostas. Para isso, faz-se necessário o estudo dos materiais e dos métodos que servirão para embasar o assunto.

## 2 MATERIAIS E MÉTODOS

O capítulo 2 tem por objetivo apresentar os métodos experimentais e analíticos, a teoria do Caos, o programa *RocFall* e a metodologia para a realização do estudo de cenário com a variação dos coeficientes de restituição.

### 2.1 Métodos experimentais e analíticos

Com a necessidade de prever os tipos de movimentos de massa, foram desenvolvidos métodos específicos, conhecidos como experimentais e analíticos.

Devido a geometria do local, os métodos experimentais possibilitam a estimativa dos parâmetros de quedas de blocos, que são separados em retro análise de eventos, execução in situ e testes laboratoriais.

A retro análise consiste em observar os impactos deixados na encosta ou na vegetação sobreposta a mesma após o deslizamento, ou seja, configura uma análise de casos de colapso já ocorridos. Tavares (2015) explica que, com este método, se pode obter valores de velocidade e energia desprendida após a queda de um bloco. Este processo é apropriado para uma análise preliminar da localização de blocos instáveis e da frequência de ocorrência de quedas por uma estimativa empírica, não sendo adequado a nível estatístico (Rocha, 2009). A Figura 11 ilustra os traços do impacto do bloco com a encosta e com a vegetação.

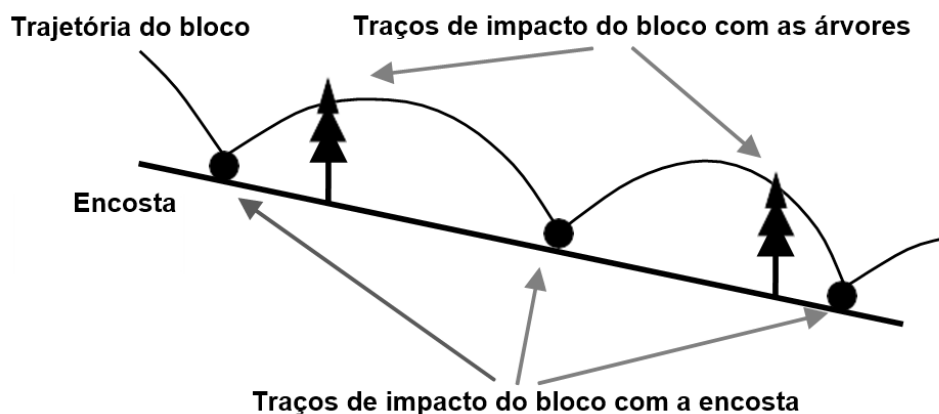


Figura 11 - Retro análise do contato do bloco com a encosta e com a vegetação  
(Vijayakumar, 2012)

A execução *in situ* se refere ao ensaio em campo, onde os blocos (com seus formatos e volumes pré-definidos) são lançados do topo de uma encosta e monitorados por equipamento eletrônico (câmeras fotográficas e de filmagem). Estes dados são processados em um programa, fornecendo as alturas e distâncias alcançadas, o tipo de movimento, as velocidades e o mais importante para esta pesquisa, os coeficientes de restituição. Porém, esse método não é vantajoso no quesito econômico visto que os lançamentos são realizados por escavadeiras ou guindaste e por rampas de lançamento caso não seja possível o uso de uma de forma natural.

Enquanto isso, os testes laboratoriais retratam em ensaios uma escala reduzida da situação real, com o uso ou não de materiais naturais. Como vantagem para este estudo, este procedimento pode determinar isoladamente os coeficientes de restituição dos materiais, obtendo-se valores típicos (Gálvez, 2012). Alguns autores efetuaram testes laboratoriais com as seguintes particularidades: Peng (2000) realizou o ensaio do impacto de esferas de rocha artificiais em superfícies de rocha rugosa, e de blocos irregulares e esféricos de rocha em superfícies de rocha polida. Rayudu (1997) realizou ensaios com esferas de aço sobre superfícies de rocha e Heidenreich (2004) realizou ensaios em amostras de pequena a média escala, variando o formato do bloco e o ângulo de impacto sobre superfícies de material granular.

Os ensaios analíticos, baseados em probabilidade e formulações, representam a geometria e simulam as trajetórias dos movimentos de blocos a partir de parâmetros pré-estabelecidos que são expelidos por programas numéricos.



Gálvez (2012) explica que esse tipo de análise possibilita conhecer a energia gerada durante a queda de blocos, a obtenção das alturas dos saltos, as trajetórias e as velocidades.

Dentre as características dos principais programas numéricos que simulam a queda de blocos, destaca-se, na Tabela 4, o programa *RocFall*, utilizado nesta pesquisa.

Tabela 4 - Características dos principais programas numéricos (Adaptado de GEO-RIO, 2014)

Características do programa	Programas				
	<i>RocFall</i>	CRSP	<i>Georock</i>	<i>Stone</i>	<i>Rotomap</i>
Referência principal	<i>Stevens (1998)</i>	<i>Pfeiffer e Bowen (1989)</i>	<i>GeoStru (2002)</i>	<i>Guzzetti et al. (2002)</i>	<i>Scioldo (1991)</i>
Tipo de análise	2D	2D	2D/3D	3D	3D
Superfície de análise	Perfil transversal	Perfil transversal	Perfil transversal e MDT	MDT	MDT
Movimento do tipo queda livre e/ou salto	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
Movimento do tipo rolamento	Sim	Não	Sim	Sim	Sim
Movimento do tipo deslizamento	Sim	Não	Sim	Não	Sim
Método de aproximação	Massa concentrada e Rigoroso	Massa concentrada e Rigoroso	Massa concentrada e Rigoroso	Massa concentrada	Massa concentrada
Número de blocos	Ilimitado	Ilimitado	1.000	Ilimitado	Ilimitado
Barreiras	Altura e inclinação	-	Altura e inclinação	-	Altura

Por meio deste programa numérico, simulações serão realizadas, analisando-se as trajetórias, alcance e quantidade dos blocos na região à jusante dos taludes, inferindo-se daí a aplicação de possíveis distribuições probabilísticas derivadas da Teoria do Caos.

## 2.2 Teoria do Caos

Os tópicos a seguir têm por objetivo definir os sistemas lineares e os não-lineares (complexos), as formas matemáticas de entropia, as distribuições probabilísticas (Gaussianas e q-Exponencial) derivadas da teoria, relacioná-las com os meios forte e fracamente caóticos e aplicá-las aos resultados fornecidos pelo programa *RocFall*.

Os sistemas ditos lineares são aqueles formulados em termos de operadores lineares, de sorte que, quando estes sistemas são submetidos a solicitações externas complicadas, sua resposta poderá ser descrita como a soma das respostas de entradas mais simples. É, portanto, prática comum, ao se analisar sistemas lineares, dividi-los em suas partes constituintes e estudá-los separadamente, considerando que o comportamento do sistema global pode ser reduzido ao de uma de suas partes.

Por outro lado, tal propriedade não vigora nos sistemas não-lineares, o que os torna de resolução mais difícil, ou mesmo impossível. Assim, estes sistemas caracterizam-se por não apresentarem proporcionalidade entre a sua saída, quando da variação de seus parâmetros de entrada (Menezes Filho, 2003).

A Teoria do Caos dedica-se ao estudo de alguns sistemas não lineares caracterizados pela sua imprevisibilidade de resposta, como mostra a Figura 12:

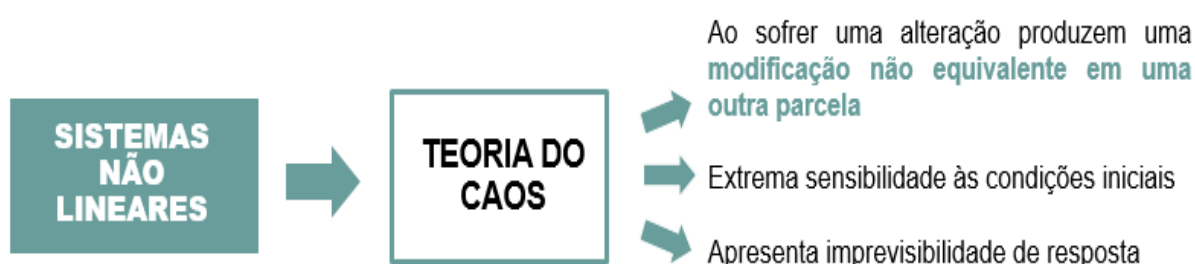


Figura 12 - Sistemas não lineares e Teoria do Caos

E mais precisamente, nos sistemas caóticos ditos fortes, este comportamento é produzido por equações determinísticas, diferentemente do que se passa nos sistemas randômicos. Assim, sistemas fortemente caóticos apresentam características bastante peculiares, dentre as quais a extrema sensibilidade às suas condições iniciais, em razão da divergência extremamente rápida (exponencial)

entre suas trajetórias inicialmente próximas, o que torna sua previsibilidade a longo prazo seriamente comprometida. Ademais, como se verá adiante, tais sistemas costumam ser descritos pela forma entrópica de Boltzmann-Gibbs, cuja maximização fornece distribuições Gaussianas envolvendo os seus parâmetros de controle.

Os sistemas ditos fracamente caóticos (também denominados complexos) apresentam divergência mais lenta (em lei de potência) entre trajetórias inicialmente próximas, no que se reflete em suas correlações espaciais e temporais de longo alcance (memória). Neste sentido, e diferentemente dos sistemas fortemente caóticos, os fracamente caóticos são governados por entropias generalizadas, dentre as quais a de Tsallis e suas generalizações.

Os sistemas caóticos são classificados em fracamente caótico (ou complexo) e fortemente caótico.

Nussenzveig (2008) aponta as principais características encontradas nos sistemas complexos:

- a) São sistemas dinâmicos não-lineares em evolução permanente, abertos para o exterior, constituídos por um grande número de unidades que interagem com um certo número bem menor de vizinhos;
- b) Cada unidade constituinte pode apresentar o fenômeno de frustração, posto que o caráter das mensagens recebidas de cada vizinho pode ser extremamente contraditório, impedindo o cumprimento de cada uma delas simultaneamente;
- c) O sistema pode desenvolver, ao longo de seu processo evolutivo, acoplamento espaço-temporal, apresentando correlações de longo alcance temporal (memória) e espacial (estruturas fractais). Assim, o sistema se auto-organiza de forma espontânea, criando ordem a partir de um estado inicialmente desordenado ou desprovido por completo de estrutura – a formação de estruturas hierarquizadas é um exemplo típico deste efeito de ordem emergente;
- d) Face ao seu comportamento sistêmico, é possível o surgimento de propriedades coletivas emergentes, qualitativamente novas, e que não podem ser identificadas em nenhuma de suas unidades formadoras. Tais propriedades surgem pelo processo de competição e cooperação local, de forma repetitiva e imitativa (o efeito de manada

em bolsas de valores, precursores de *crashes* em economia, é um exemplo deste processo imitativo);

e) O sistema normalmente apresenta (hiper) superfícies de energia com vários mínimos locais (múltiplos atratores), o que leva a um desenvolvimento temporal extremamente dependente de toda a história anterior, com um grande número de configurações de quase-equilíbrio (meta-equilíbrio). Neste sentido, diz-se que o sistema tem a sua ergodicidade quebrada ou violada, visto que, ao permanecer encajado em um dado mínimo local, ficaria impedido de visitar outros estados possíveis. Portanto, qualquer pequena perturbação – externa ou interna – que porventura venha a sofrer, poderá deslocá-lo para outro estado, com características totalmente distintas do seu estado originário. Esta é uma das razões pelas quais o tratamento analítico destes sistemas é difícil e, por vezes, mesmo impossível.

A Figura 13 ilustra o aspecto de um atrator estranho (atrator de Lorenz), típico de sistemas caóticos. As trajetórias que convergem para um ponto estável pertencem a um sistema linear, enquanto que as que não convergem pertencem a um sistema não-linear;

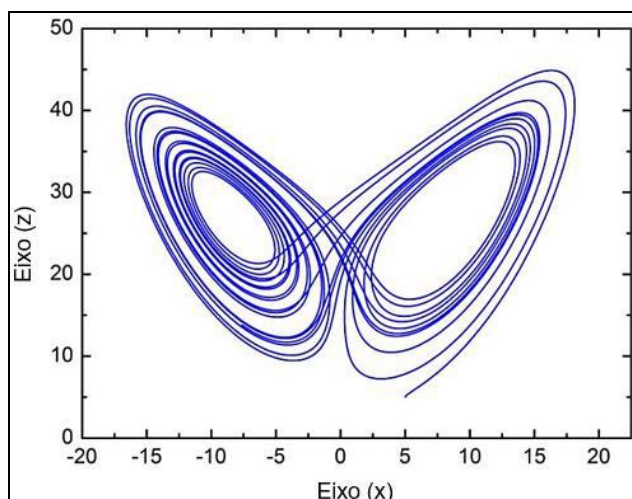


Figura 13 - Atrator de Lorenz no plano xz (Valerio, 2014)

f) O sistema se organiza espontaneamente na chamada criticidade auto-organizada (SOC), o que o torna extremamente sensível a qualquer perturbação, interna ou externa. A palavra crítico diz respeito a um estado desprovido de qualquer escala característica

(fractal), dinamicamente alcançado de forma espontânea, em que as estatísticas de seus principais parâmetros são em lei de potência. Tal estado peculiar, referido na literatura como fronteira do caos, fronteira entre ordem e caos, limiar do caos ou caos fraco, caracteriza-se matematicamente, por apresentar o seu expoente de Lyapunov nulo ou muito próximo de zero. O motivo pelo qual os sistemas auto-organizados evoluem na fronteira ordem-caos é que, se, por um lado, partilham com sistemas ordenados a capacidade de se adaptarem gradualmente a pequenas perturbações, por outro lado, podem responder rapidamente a mudanças bruscas externas ou internas. Neste sentido, tais sistemas são marginalmente estáveis, sendo comumente adjetivados de robustos.

Por outro lado, sistemas fortemente caóticos apresentam as seguintes características:

- a) O sistema desenvolve interação temporal e espacial sem memória ou com memória de curto alcance entre seus subsistemas;
- b) Sensibilidade exponencial às condições iniciais;
- c) Evolução no espaço de fase não é multifractal;
- d) O expoente de *Lyapunov* ( $\lambda$ ) é maior do que zero, denotando divergência exponencial crescente entre trajetórias.

Os fractais matemáticos são formas geométricas resultantes de processos iterativos, em que uma pequena parte retrata a geometria do todo, gerando cópias em escala reduzida (Sornette, 2006). Fractais, portanto, são objetos geométricos que independem de escala, sendo invariantes por expansão ou contração. A Figura 14 apresenta o triângulo de Sierpinski, um exemplo de fractal no qual é possível notar um triângulo e os seus fragmentos auto-semelhantes menores.

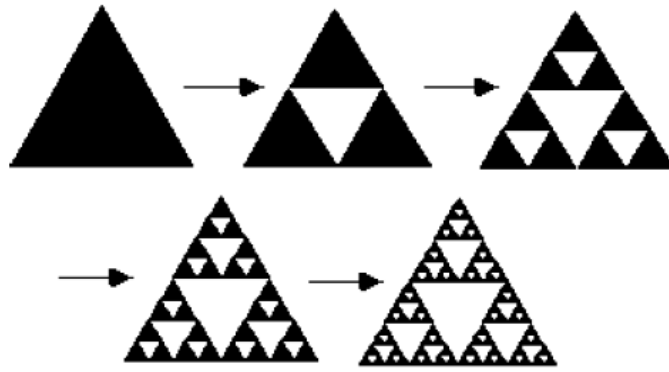


Figura 14 - Triângulo de Sierpinski (Menezes Filho, 2003)

Cabe ressaltar que fractais naturais, diferentemente dos matemáticos, apresentam invariância por escala apenas estatisticamente.

Menezes Filho (2003) cita que a caracterização de um objeto fractal homogêneo (ou monofractal) é feita por sua dimensão fractal  $D_0$  que, diferentemente da dimensão euclidiana, é fracionária. No entanto, para objetos fractais heterogêneos (ou multifractais) observou-se que uma única dimensão fractal é insuficiente para determiná-lo em toda a sua riqueza estrutural, sendo necessário, para tanto, lançar-se mão de um espectro infinito de dimensões fractais, das quais  $D_0$  é apenas uma delas.

Estruturas fractais e relações matemáticas em lei de potência estão estreitamente interligadas, uma vez que leis de potência são as únicas relações matemáticas que apresentam invariância por escala. Assim, se uma dada função  $f(x)$  apresenta invariância por escala,  $f(x) \sim f(\lambda x)$ ,  $\forall x$ , onde  $\lambda$  e  $\mu$  são constantes, esta obedecerá às relações da equação (4):

$$f(x) = \mu(\lambda) f(\lambda x) \quad (4)$$

Derivando a expressão anterior, vem que:

$$f'(x) = \mu(\lambda) \lambda f'(\lambda x) \quad (5)$$

Ou, conforme a equação (6):

$$\mu(\lambda) = \frac{f'(x)}{f'(\lambda x)} \frac{1}{\lambda} \quad (6)$$

Ou como aponta a equação (7):

$$\mu(\lambda) = \frac{f(x)}{f(\lambda x)} \quad (7)$$

A partir das equações (6) (7) e igualando os seus resultados, têm-se:

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{f'(\lambda x)}{f(\lambda x)} \quad (8)$$

A resolução da equação diferencial acima resulta na equação (9):

$$f(x) \sim x^\alpha \quad (9)$$

Portanto, a lei de potência é efetivamente a única relação matemática que independe de escala.

O expoente de *Lyapunov* ( $\lambda$ ) mede a divergência entre duas trajetórias ao longo do tempo, i.é, a velocidade com que dois pontos se aproximam ou se afastam na evolução temporal de suas respectivas trajetórias. Assim, tem-se que:

$\lambda < 0$ , aponta que as trajetórias são atraídas para um ponto de equilíbrio, resultando em um sistema estável;

$\lambda = 0$ , indica a cessação da validade da lei de divergência exponencial, indicando uma evolução entre trajetórias mais lenta que a exponencial, resultando em um sistema fracamente caótico ou complexo;

$\lambda > 0$ , aponta que as trajetórias irão divergir exponencialmente, o que configura um sistema fortemente caótico.

Em síntese, as principais diferenças entre sistemas fortemente caóticos e fracamente caóticos (ou complexos) são de acordo com a Figura 15.

SISTEMAS FORTEMENTE CAÓTICOS	SISTEMAS FRACAMENTE CAÓTICOS
Sem interação ou com interações espaciais de curto alcance  Memória temporal de curto alcance - Previsibilidade comprometida  Evolução no espaço de fase não é multifractal  Sensibilidade exponencial - divergência extremamente rápida	Interações espaciais de longo alcance  Memória temporal de longo alcance  Evolução no espaço de fase é multifractal  Fronteira entre a ordem e o caos  Sensibilidade em lei de potência - divergência mais lenta

Figura 15 - Diferença entre os sistemas fortemente e fracamente caóticos

Sistemas dinâmicos e, em especial, os sistemas caóticos estão fortemente relacionados ao conceito de entropia, que será abordado a seguir.

## 2.3 Entropia

A entropia é entendida como uma medida do número de estados prováveis que um sistema pode realizar (Silva, 2007). Abaixo serão apresentadas duas entropias, a de Boltzmann-Gibbs e a de Tsallis, que a generaliza.

### 2.3.1 Entropia de Boltzmann-Gibbs

A entropia de Boltzmann-Gibbs é dada pela seguinte expressão:

$$S_{BG} = -k \sum_{i=1}^W p_i \ln(p_i) \quad (10)$$

Em que  $k$  é a constante de Boltzmann,  $p_i$  é a probabilidade do sistema encontrar-se no seu  $i$ -ésimo estado ( $\sum p_i = 1$ ) e o somatório é efetuado sobre todos os micro-estados possíveis  $W$  em que o sistema pode ser encontrado. Para o caso especial em que todos os estados microscópicos tem igual probabilidade de serem



realizados macroscopicamente (ou seja,  $p_i = 1/W$ , independentemente de  $i$ ), a expressão (10) acima poderá ser escrita como:

$$S_B = k \ln(W) \quad (11)$$

A entropia de Boltzmann-Gibbs descreve adequadamente sistemas com as seguintes características: interações espaciais de curto alcance ou ausência delas, memória temporal de curto alcance e sistemas cuja evolução não é multifractal. Aqui se percebe a relação entre as características desta entropia com as expostas acima para os sistemas não lineares que apresentam caos forte.

A entropia de Boltzmann-Gibbs maximizada é apresentada na Figura 16 abaixo:

Equações determinísticas:

$$S_{BG} = -k \sum_{i=1}^W p_i \ln(p_i) \quad (10) \xrightarrow{\text{maximização}} p(x) = a \left[ e \exp \left[ - \left( \frac{x-c}{b} \right)^2 \right] \right] \quad (12)$$

Distribuição de probabilidade Gaussiana

### SISTEMAS FORTEMENTE CAÓTICOS

Figura 16 - Entropia de Boltzmann-Gibbs

Pode-se observar que a entropia de Boltzmann cresce em escala logarítmica e, portanto, não linear (Strogatz, 1994) e o valor de  $W$ , de estados microscópicos possíveis, é diretamente proporcional a entropia de Boltzmann-Gibbs. Com isso, quanto maior for  $W$ , maior será essa constatação.

Devido a entropia logarítmica de Boltzmann-Gibbs ser aditiva, a entropia de um sistema composto é igual à soma das entropias dos subsistemas A e B, formadores do sistema original. Assim:

$$S_{BG} (A + B) = S_{BG} (A) + S_{BG} (B) \quad (13)$$

Porém, para os sistemas com interações espaciais de longo alcance e de evolução multifractal, que é o caso dos não-lineares de caos fraco, a entropia de

Boltzmann-Gibbs não pode ser aplicada satisfatoriamente, cedendo lugar às entropias ditas generalizadas, das quais a de Tsallis é uma delas.

### 2.3.2 Entropia generalizada de Tsallis

A entropia proposta por Tsallis (1988) generaliza a de Boltzmann-Gibbs, tendo sido concebida para sistemas complexos, ou seja, sistemas físicos com as características expostas no último parágrafo do tópico anterior.

Assim, Tsallis propôs a seguinte forma entrópica:

$$S_q = k \sum_{i=1}^W p_i \ln_q \left( \frac{1}{p_i} \right) \quad (14)$$

$$\left[ \lim_{q \rightarrow 1} S_q = S_{BG} \right]$$

Onde  $k$  é uma constante positiva, o somatório  $\sum$  é sobre os estados microscópicos  $W$ ,  $q$  é o parâmetro entrópico no qual qualifica o grau de não-aditividade e está relacionado à condição ( $-\infty < q \leq 3$ ,  $q \in \mathbb{R}$ ) (Borges, 2004).

Posteriormente, Tsallis submeteu a forma entrópica (14) a uma generalização descrita pela equação (15) abaixo:

$$S_{q,\delta} = k \sum_{i=1}^W p_i \left( \ln_q \frac{1}{p_i} \right)^{\frac{1}{\delta}}$$

$$[q \in \mathbb{R}; \delta > 0] \quad (15)$$

Nela, a função logarítmica generalizada é dada por:

$$\ln_q x \equiv \left( \frac{x^{1-q} - 1}{1-q} \right) \quad (q \in \mathbb{R}) \quad (16)$$

E sua função inversa q-exponencial por:

$$e_q^x \equiv [1 - (1 - q)x]^{1/(1-q)} \quad (q \in \mathbb{R}) \quad (17)$$

A distribuição de probabilidade que maximiza a forma entrópica (15) é a q-Exponencial Estendida, dada pela expressão (18) a seguir:

$$p(x) = a' \left[ 1 - (1 - q) \left( \frac{x - c'}{b'} \right)^{\frac{2}{\delta}} \right]^{\frac{1}{1-q}} \quad (18)$$

Na qual,  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$ ,  $q$  e  $\delta$  são parâmetros entrópicos de ajuste da distribuição q-Exponencial Estendida em questão. Quando  $q$  e  $\delta$  ressaltam sua aproximação de ajuste com o valor 1 apontam para a distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida que converge para a distribuição de probabilidade Gaussiana, indicando um comportamento fortemente caótico. Assim, para sistemas fracamente caóticos para  $q$  e  $\delta$  iguais a 1, têm-se na Figura 17 a seguinte situação:

$$S = k \sum_{i=1}^w p_i \left[ \ln_q \left( \frac{1}{p_i} \right) \right]^{\frac{1}{\delta}} \xrightarrow{\text{maximização}} p(x) = a' \left[ 1 - (1 - q) \left( \left( \frac{x - c'}{b'} \right)^2 \right)^{\frac{1}{\delta}} \right]^{\frac{1}{1-q}}$$

Distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida

(Ou complexos)

### SISTEMAS FRACAMENTE CAÓTICOS

$q$  e  $\delta$  parâmetros entrópicos de ajuste  
Para  $q$  e  $\delta = 1$

### SISTEMAS FORTEMENTE CAÓTICOS

Distribuição de probabilidade Gaussiana

Figura 17 - Entropia generalizada de Tsallis

De acordo com a Figura 18, têm-se que:

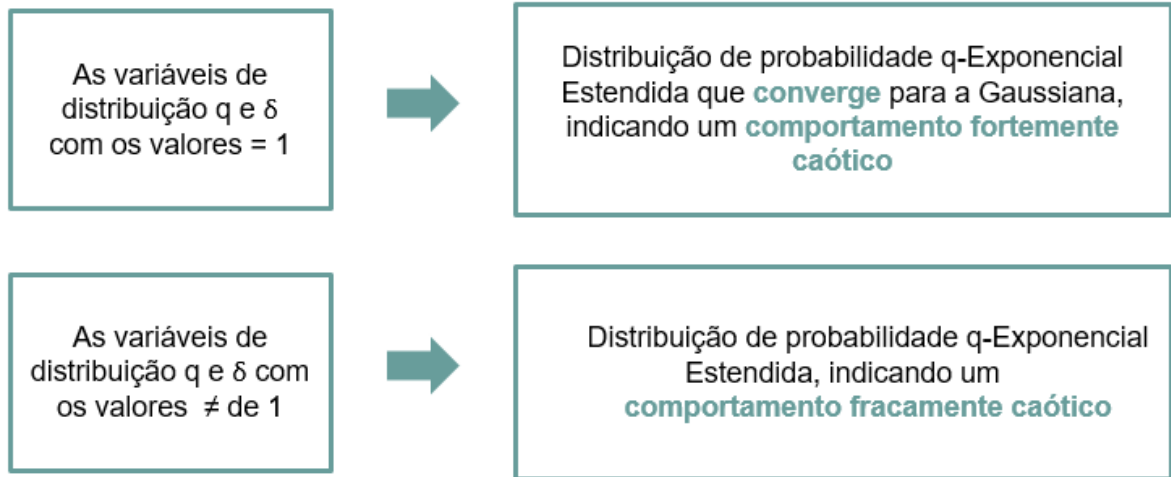


Figura 18 - Variáveis de distribuição e comportamentos caóticos

## 2.4 Programa *RocFall*

O *RocFall* é um *software* de análise estatística, de direitos da *Rocscience Inc.*, idealizado para contribuir e facilitar através de método numérico na avaliação de queda de blocos em encostas (onde são permitidos cálculos de movimentos do tipo queda livre e/ou salto, do tipo rolamento e do tipo deslizamento).

Na Figura 19 é apresentado o *design* do programa.



Figura 19 - Apresentação do *design* do programa *RocFall* 2019

O programa é capaz de gerar dados que possibilita determinar as alturas dos saltos, as energias e as velocidades desenvolvidas pelos blocos ao longo do movimento e de estimar os pontos finais de suas paradas (Peng, 2000). As análises numéricas do *RocFall* são simuladas em duas dimensões e em superfícies de perfis transversais e com número de blocos ilimitados (Stevens, 1998).

Stevens (1998) expõe que a análise de movimentos de massa do tipo queda de blocos apresenta difícil exatidão devido ao assunto ser sensível às variações dos parâmetros envolvidos, como a variabilidade da geometria da encosta e dos materiais que a compõe, além das propriedades intrínsecas do conjunto.

Macciota (et al., 2014) cita que o modelo de cálculo adotado se baseia na variabilidade de parâmetros introduzidos no programa, que são simulados através de interações aleatórias aplicando as distribuições probabilísticas. Os parâmetros iniciais podem alterar o comportamento das análises e quanto maior o conhecimento sobre o mesmo maior será a confiança nos resultados (Heidenreich, 2004). Os parâmetros conhecidos para a simulação do movimento dos blocos, além do coeficiente de restituição normal e tangencial já estudados, são:

- (a) Rugosidade - A rugosidade é expressada pelo desvio padrão do ângulo de inclinação da encosta, onde são analisadas as suas imperfeições;
- (b) Atrito dinâmico - Diz respeito ao valor da tangente do ângulo de atrito dos materiais, é efetivo no deslizamento pelo contato bloco-encosta;
- (c) Coeficiente de resistência ao rolamento - Traduz a energia desviada para fatores como o deslizamento da superfície de contato.

O programa *RocFall* possibilita que sejam definidas as alturas dos blocos e encostas, a angulação, o local específico ou o caminho do lançamento do bloco, como também a rotação inicial do bloco e as velocidades horizontal, rotacional e vertical e também permite que a seleção seja feita através de listas de encostas e blocos disponibilizadas pelos criadores do programa.

A geometria da encosta pode ser definida de três formas, pela inserção de coordenadas no próprio programa, pela importação de dados do *Excel* e de perfis topográficos gerados em outros programas, como *AutoCAD*, por exemplo.

Após o processamento das análises são exibidas as trajetórias desenvolvidas pelos blocos ao longo da encosta, que podem ser estáticas ou dinâmicas, e dos seus pontos de contato bloco-encosta. Os resultados podem ser visualizados através de gráficos e relatórios que podem ter os seus dados exportados para planilha em *Excel*. Esses gráficos apontam a altura de salto, a energia cinética (total, rotacional e translacional), a localização final dos blocos e a velocidade (rotacional e translacional). A localização final dos blocos é apresentada em forma de histograma e os outros parâmetros por meio de gráficos de envoltórias ou de distribuição.

A Figura 20 ilustra as possibilidades de dados que o programa *RocFall* pode oferecer:

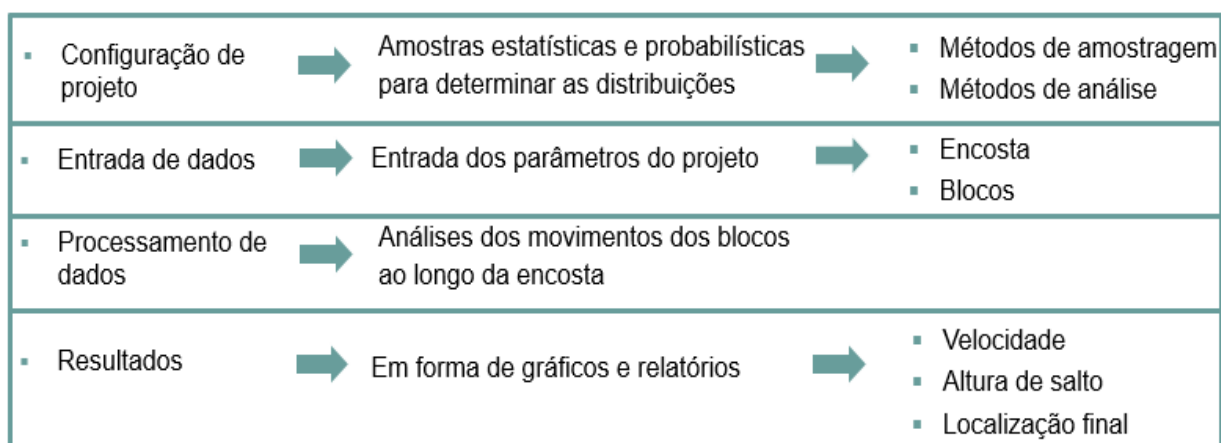


Figura 20 - Programa *RocFall*

Para a simulação da queda de blocos é preciso definir no programa o método de amostragem, o método de análise e as características dos blocos e das encostas.

#### 2.4.1 Método de amostragem: Método de Monte Carlo e Hiper cubo latino

São exibidos no programa *RocFall* amostras estatísticas e probabilísticas para determinar as distribuições correspondentes às quedas de blocos em encostas rochosas. Elas são conhecidas como métodos de Monte Carlo e de Hiper cubo latino ou *Latin Hypercube*.

Wyllie (2015) cita que o método de Monte Carlo é adequado tanto para sistemas lineares, quanto para não-lineares. Através do método citado é possível

obter uma compatibilidade da função de probabilidade, a partir de distribuições estatísticas, entre as variáveis geradas aleatoriamente. Em uma única análise os valores dessas variáveis podem sofrer simulações e serem calculados por inúmeras repetições (Silva, 2015). Segundo Risso (et al. 2008), para que se obtenha uma boa distribuição, é necessário um grande número de simulações com o método de Monte Carlo.

Já o método Hipercubo Latino se baseia em uma amostragem do tipo estratos, onde se apura os valores de forma aleatória e dependente, fragmentando a distribuição em espaçamentos com probabilidades idênticas de ocorrer com a seleção de cada estrato. E poucas publicações foram encontradas a respeito deste método (Risso et al., 2008).

#### 2.4.2 Método de análise: Método do Corpo Rígido e Massa concentrada

Enquanto que os métodos de Monte Carlo e de Hipercubo Latino são métodos de amostragem, a Massa Concentrada (*Lump Mass*) e o Corpo Rígido (*Rigid Body*) são métodos de análise, e cada um faz uso de procedimentos distintos de cálculo para a computação dos dados.

Os parâmetros ângulo de atrito, coeficientes de restituição normal e tangencial e rugosidade podem ser analisados pelo método Massa Concentrada. Os parâmetros ângulo de atrito, coeficientes de restituição normal e tangencial, rugosidade, atrito dinâmico e resistência ao rolamento podem ser analisados pelo método de Corpo Rígido.

No método Massa Concentrada, a massa do bloco não é aplicada para o cálculo do seu movimento, considera-se que a massa do bloco permanece inalterável no decorrer da rodagem do programa. Os blocos adotados são tão compactos e robustos a ponto desta variável não exercer influência no seu processo de interação com a encosta (Silveira, 2017 *apud* Stevens, 1998).

Considera-se que os algoritmos simulem as trajetórias dos blocos como uma partícula de massa que se concentra em seu centro de gravidade, onde são analisadas a partir de partículas, de projétil e de deslizamento.

O algoritmo de partículas determina as condições iniciais, assegurando que os parâmetros de simulação sejam autenticados e é através dele que se inicia o processo de algoritmo do projétil.

O algoritmo de projétil é utilizado para o cálculo do movimento dos blocos durante o seu contato com o ar.

Durante o contato dos blocos com a encosta o algoritmo de deslizamento é utilizado no cálculo de movimento. Esta consideração omite a ação que a forma, o momento angular e o tamanho dos blocos exercem no movimento (Vijayakumar et al. 2012).

O método do Corpo Rígido possibilita que os parâmetros iniciais, pertinentes às características geotécnicas e geológicas, se relacionem com a geometria da encosta. Há uma dependência entre a massa, a rigidez e as velocidades do contato bloco-encosta para conhecer a extensão de tempo desse contato (Ashayer, 2007). Quanto aos blocos, eles são definidos a partir de suas massas e densidades e também são determinadas as suas formas, que podem ser tanto suaves quanto poligonais, e serem projetadas no formato 3D.

## 2.5 Estudo de cenário

Ignacio (2019) estudou o comportamento de queda de blocos de quatro encostas distintas no programa *RocFall*, mantendo-se constante a geometria dos blocos e os coeficientes de restituição normal e tangencial. Observou-se que as distribuições de probabilidade de trajetória-alcance dos perfis convexos eram do tipo Gaussiana e as dos perfis côncavos eram do tipo q-Exponenciais Estendidas. Com isso, concluiu-se que o comportamento, fracamente ou fortemente caótico, está também relacionado à forma da superfície das encostas.

O presente trabalho simula no programa *RocFall*, versão 7.0, a queda de blocos dessas quatro superfícies de encostas rochosas, constituídas por gnaisse facoidal, sem vegetação, articulando-se suavemente ao seu nível de base e sem obstáculos. Essas simulações têm a finalidade de obter as distribuições de probabilidade resultantes da posição final dos blocos encosta abaixo, bem como da quantidade de blocos em cada uma das aludidas posições. Para tanto, procedeu-se




à variação dos coeficientes de restituição normal e tangencial e à verificação do tipo de comportamento caótico exibido pelos perfis côncavos e convexos.

Os blocos são modelados pelo método do Corpo Rígido, por este possibilitar a inserção da geometria e tamanho de bloco conforme for desejado. Para a amostragem estatístico-probabilística, é utilizado o método de Monte Carlo, por ser o mais indicado para este tipo de estudo.

Ignacio (2019) concluiu que o tamanho do bloco não influenciou nesse tipo de análise. Portanto, dentre os três tipos de bloco anteriormente estudados - bloco irregular grande (BIG), bloco irregular médio (BIM) e bloco irregular pequeno (BIP) - foram utilizados blocos de mesmo formato irregular médio (BIM), com tamanho aproximado de 1m, massa de 2.700,00kg e peso específico 27,00kN/m<sup>3</sup>, descritos na Tabela 5.

Tabela 5 - Características do bloco BIM

Tipo de bloco	Cor e formato	Tamanho (m)	Massa (kg)	Peso específico (kN/m <sup>3</sup> )
BIM		1,00	2.700,00	27,00

Na Figura 21 é apresentada a visualização do modelo do bloco escolhido no programa *RocFall*.

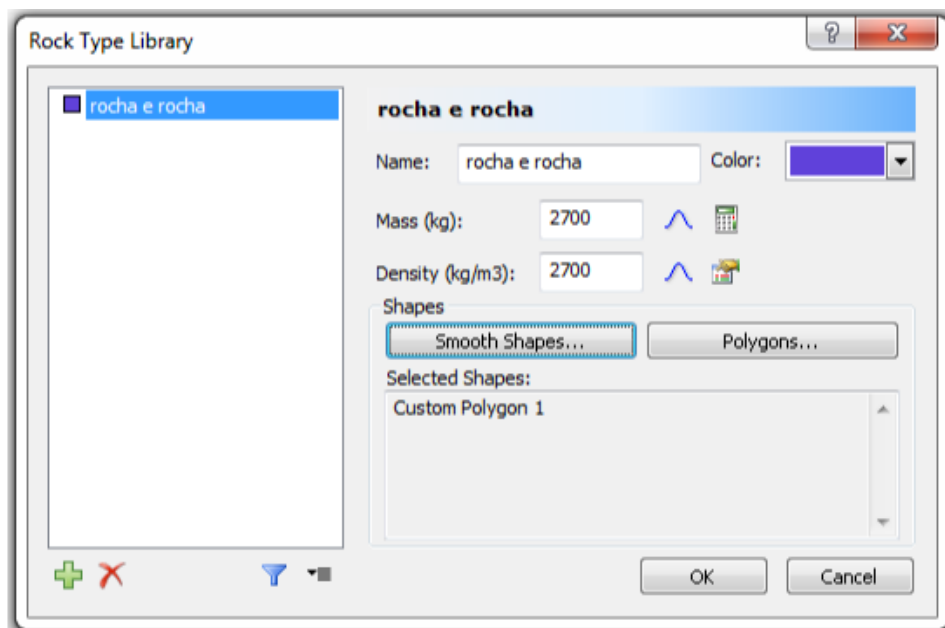


Figura 21 - Visualização das características dos blocos no programa *RocFall*

Para compor o estudo da influência dos coeficientes de restituição, foram escolhidos 08 pares de valores diferentes de coeficientes de restituição normal e tangencial como mostrado na Figura 22, onde foram considerados os mesmos valores ao longo de toda extensão para cada um dos quatro perfis.

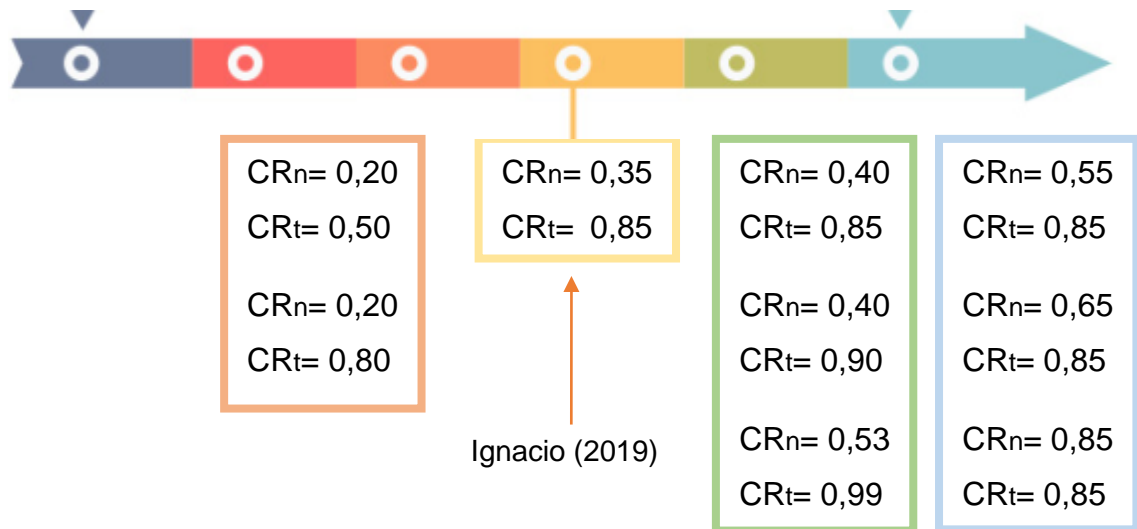


Figura 22 - Valores dos coeficientes de restituição normal ( $CR_n$ ) e tangencial ( $CR_t$ )

Buscou-se valores imediatamente antes e após aos de Ignacio (2019), além de uma vasta análise dos intervalos entre 0 a 0,99. É, por conseguinte, de interesse desta pesquisa estudar o comportamento da queda de blocos em função da variação dos valores dos coeficientes de restituição normal e tangencial, e compará-lo com os resultados de Ignacio (2019).

A Figura 23 apresenta uma visualização da aba de preenchimento dos coeficientes de restituição e do atrito dinâmico e de rolamento de valores 0,50 e 0,15, respectivamente, no programa *RocFall*.

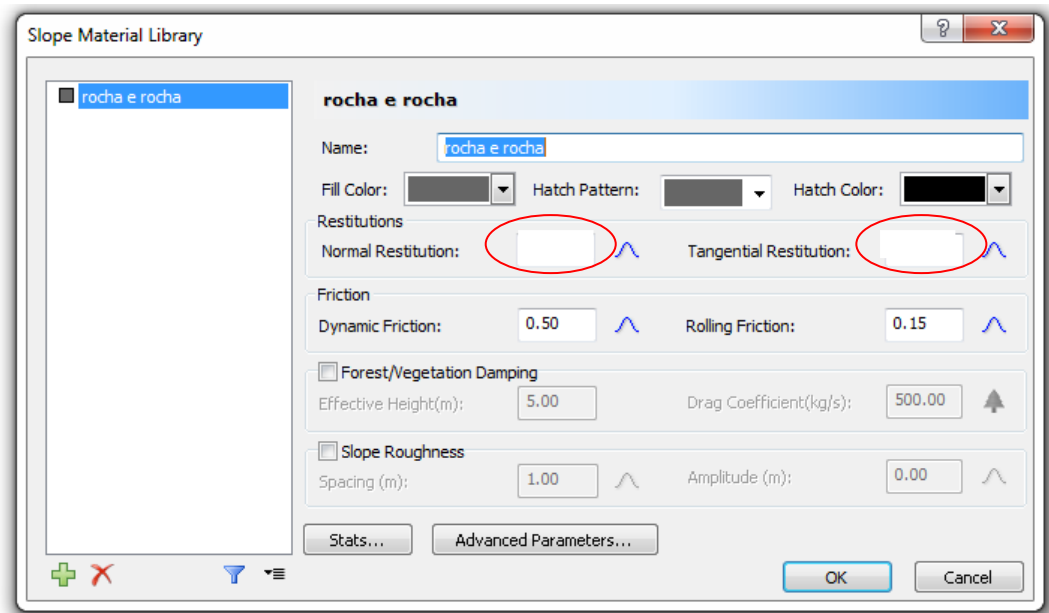


Figura 23 - Visualização do preenchimento dos coeficientes de restituição

Na sequência, para a simulação da queda de blocos, buscou-se trabalhar com 100.000 blocos para cada coeficiente de restituição, como mostra a Figura 24, sendo esta quantidade variada posteriormente.

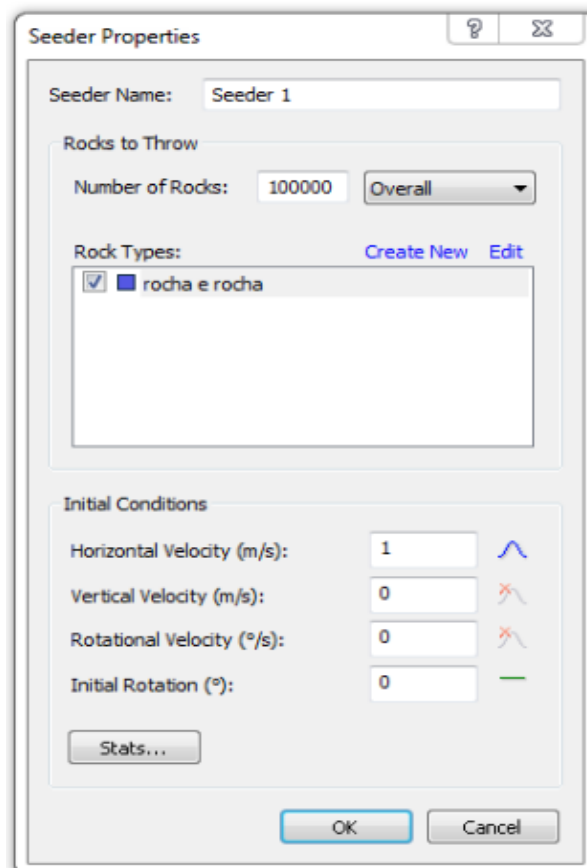


Figura 24 - Visualização do preenchimento da quantidade de blocos e velocidade horizontal

Os resultados oriundos da escolha do método, do tipo de amostragem estatístico-probabilística, das características dos blocos, dos coeficientes de restituição e de outros parâmetros, das equações e da quantidade de blocos a serem lançados são compilados para que se chegue a simulação de queda de blocos. A Figura 25 ilustra a simulação do lançamento dos blocos de um dos perfis utilizando um coeficiente de restituição  $n$  qualquer para exemplificar.

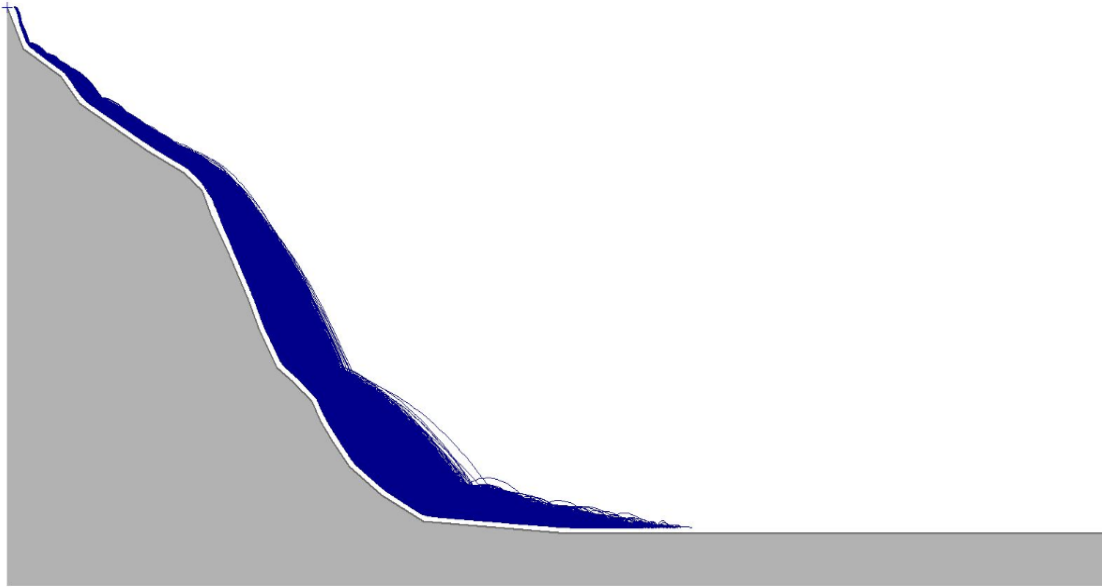


Figura 25 - Lançamento dos blocos

A Figura 26 mostra essa mesma simulação de lançamento de blocos pela perspectiva da distribuição, apontando o número de blocos lançados e a localização final dos blocos ao longo da sua trajetória por histograma.

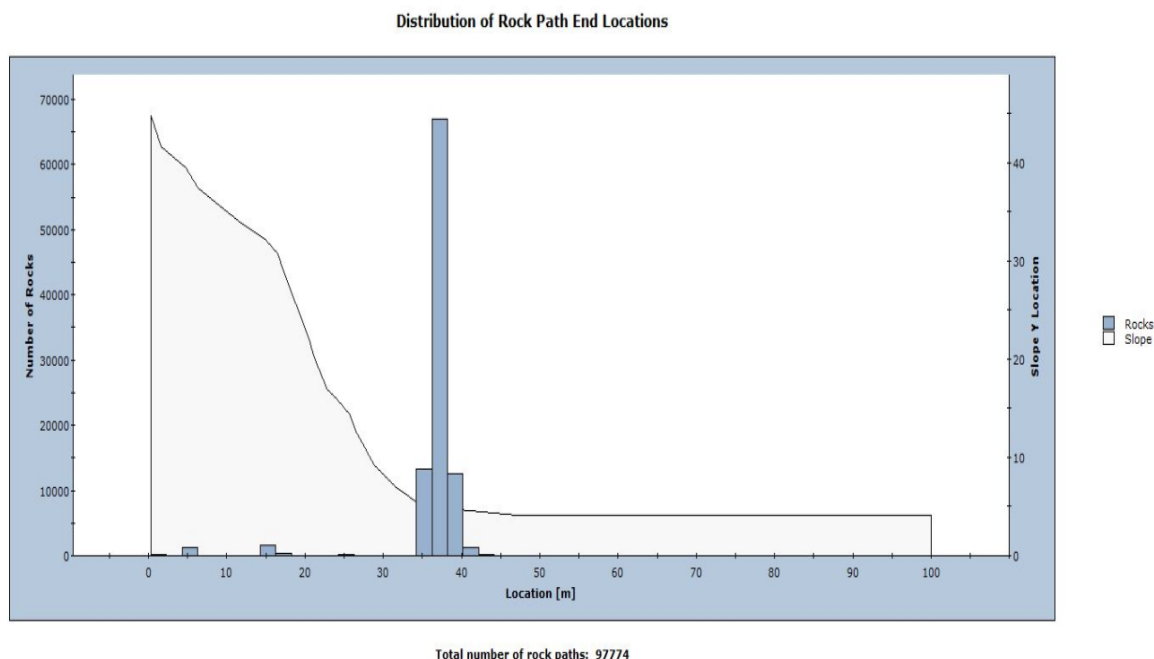


Figura 26 - Distribuição e localização dos blocos

Posterior ao *RocFall* fornecer o histograma com a distribuição e a localização dos blocos após a simulação, esses valores são exportados para uma planilha no *Excel*. Lembrando que, a quantidade de número de blocos inseridos no *RocFall* difere da quantidade de blocos após a simulação, visto que se lida com perdas do próprio programa.

O *Grapher* é um programa da *macOS* capaz de criar gráficos 2D e 3D a partir de equações. O programa possibilitou importar do *Excel* a localização final de cada bloco, chamada de “a”, e a quantidade de blocos por localização após a simulação, chamada de “b”, e chamada de “c” a relação entre a quantidade de blocos por região com a quantidade de blocos totais após a simulação. As formulações já estudadas foram simplificadas para facilitar a inserção no *Grapher* e chegaram às seguintes distribuições: (19) para a Gaussiana e (20) para a q-Exponencial Estendida como mostra a Figura 27. Estas distribuições foram inseridas no programa como mostra a Figura 28.

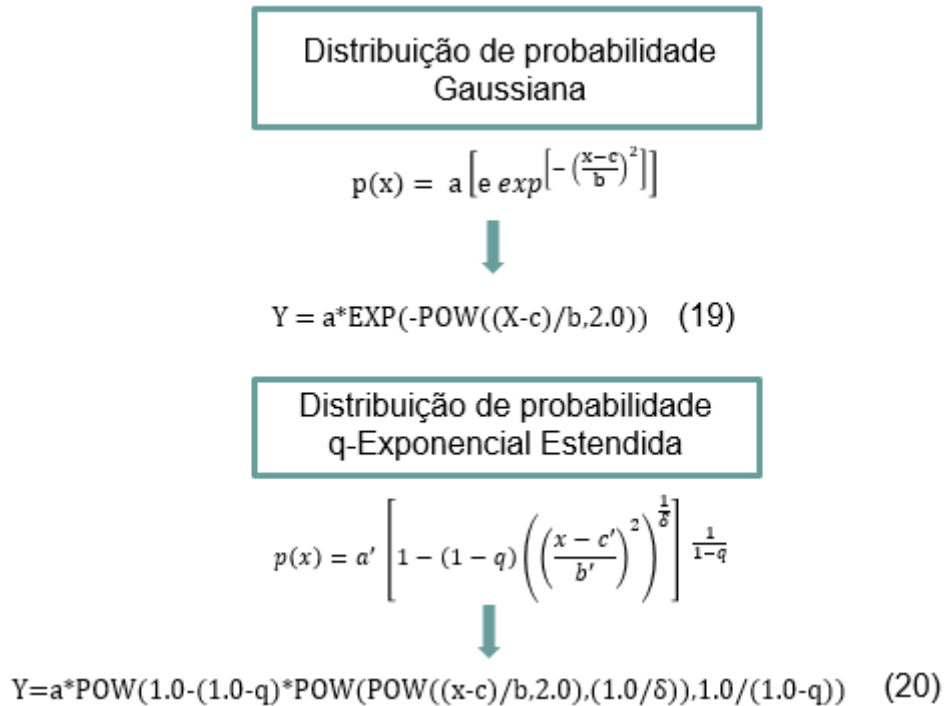


Figura 27 - Distribuições de probabilidade

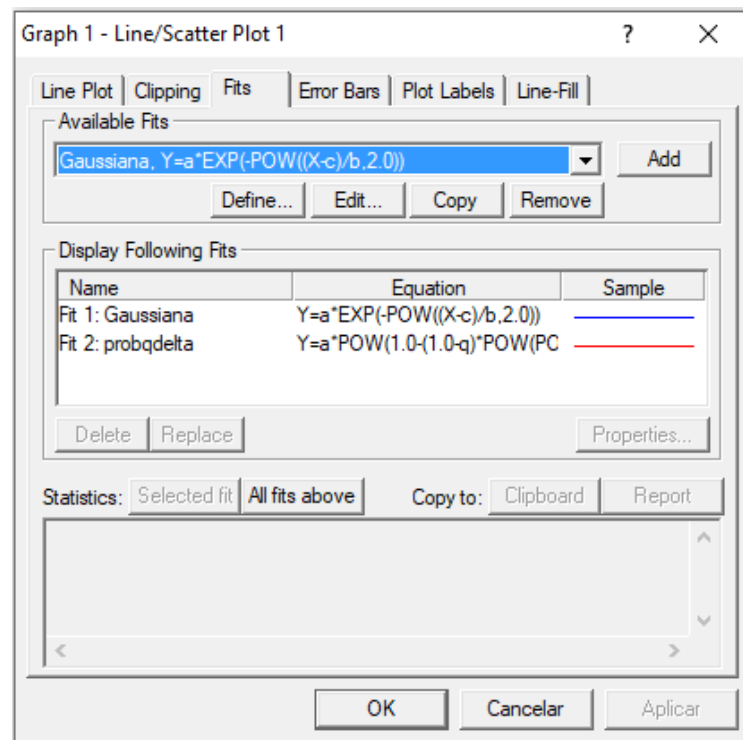


Figura 28 - Equações inseridas no *Grapher*

O *Grapher* permite que sejam conhecidas as variáveis de ajuste da distribuição de probabilidade  $a$ ,  $b$  e  $c$  e o coeficiente de determinação, também chamado de  $R^2$ , para a Gaussiana, com a distribuição identificada na cor azul. Para

a q-Exponencial Estendida, as variáveis de ajuste da distribuição de probabilidade  $q$ ,  $\delta$ ,  $a'$ ,  $b'$  e  $c'$  e o coeficiente de correlação  $R^2$  são conhecidas, a distribuição é identificada na cor vermelha.

O coeficiente de determinação,  $R$ , é uma medida de ajuste de uma amostra estatístico linear que indica a quantidade da variância dos dados, e quanto mais próximo a 1, melhor será esse ajuste à amostra. O coeficiente de correlação mede o quanto duas amostras se relacionam, se a correlação entre duas amostras for igual a 1 as amostras são perfeitamente correlacionadas, com isso, os dados se movimentam na mesma proporção e direção. Para encontrar o coeficiente de correlação, deve-se determinar a raiz quadrada do coeficiente de determinação. A Figura 29 apresenta as variáveis de distribuição e o coeficiente de determinação gerados no programa *Grapher* a partir das equações da entropia.

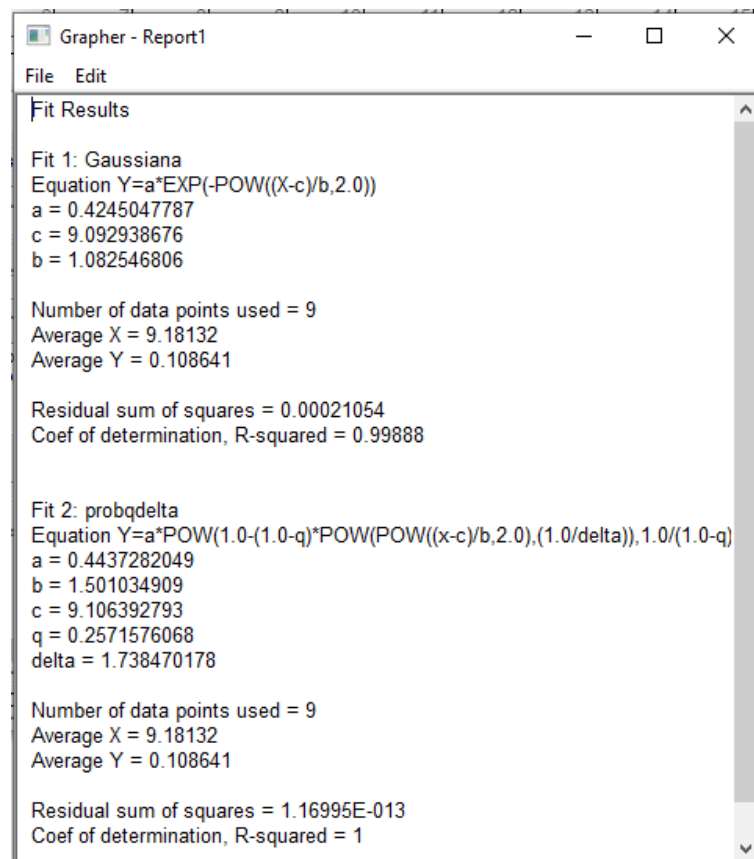


Figura 29 - Resultado no *Grapher*

A articulação em base alongada e sem obstáculos ao final dos perfis possibilita uma acomodação adequada dos blocos em sua posição final,

fundamental para uma adequada apreciação dos histogramas e distribuições probabilísticas. A Figura 30 ilustra o aspecto de uma distribuição ajustada aos resultados experimentais obtida segundo valores de coeficientes de restituição normal e tangencial. O número de blocos é apresentado em  $P(x)$  e a localização dos blocos em  $x$ .

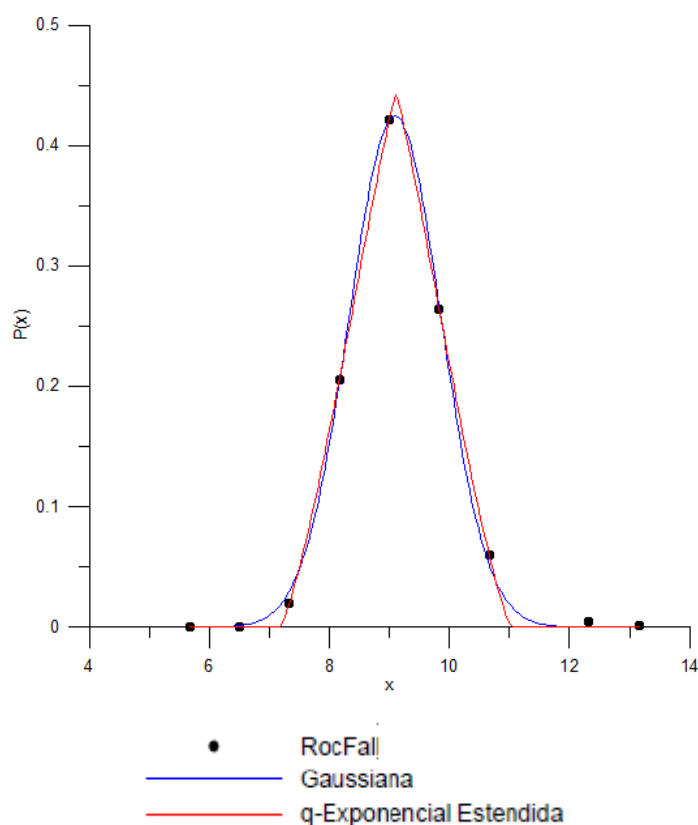


Figura 30 - Gráfico  $P(x)$  versus  $x$

A análise do fenômeno da queda de blocos em cada um dos 4 perfis, com superfícies côncavas e/ou convexas, e os respectivos resultados experimentais, permitirão verificar a aplicação das distribuições de probabilidade Gaussiana e q-Exponencial Estendida, resultantes da maximização das entropias de Boltzmann-Gibbs e generalizadas, configurando comportamentos fortemente e fracamente caóticos, respectivamente.



### 3 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Serão apresentados neste capítulo os resultados obtidos pelos ajustes das distribuições de probabilidade da trajetória-alcance dos blocos a partir das simulações dos quatro casos propostos para cada coeficiente de restituição no programa *RocFall*.

#### 3.1 Caso 1

O caso 1 refere-se a uma encosta rochosa com superfície predominantemente côncava com um trecho central suavemente convexo. O perfil da encosta possui 14,43m de altura e 41,50m de comprimento, como mostra a Figura 31. Os movimentos predominantes foram de deslizamento, rolamento e salto.

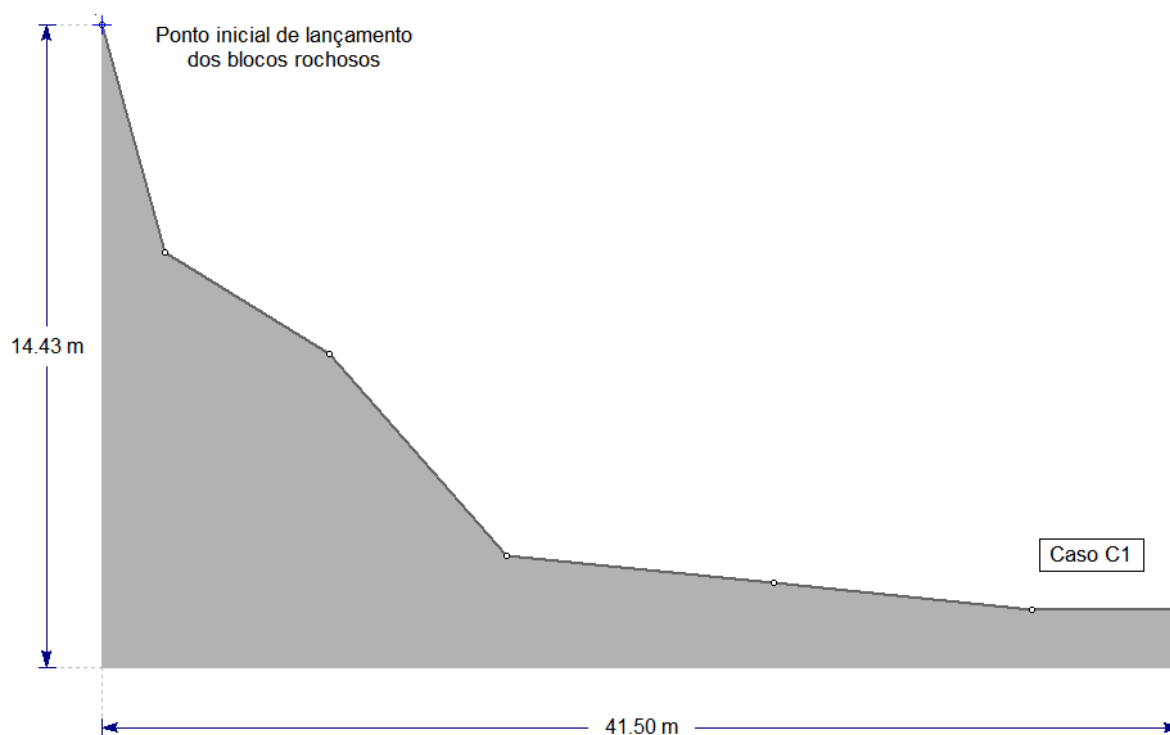


Figura 31 - Encosta rochosa – Caso 1

### 3.1.1 Coeficientes de restituição normal 0,20 e tangencial 0,50

O caso 1, modelado com coeficiente de restituição normal 0,20 e tangencial 0,50, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos. Com isso, o perfil de encosta do caso 1 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 32 e a Figura 33 e a Tabela 6 e a Tabela 7.

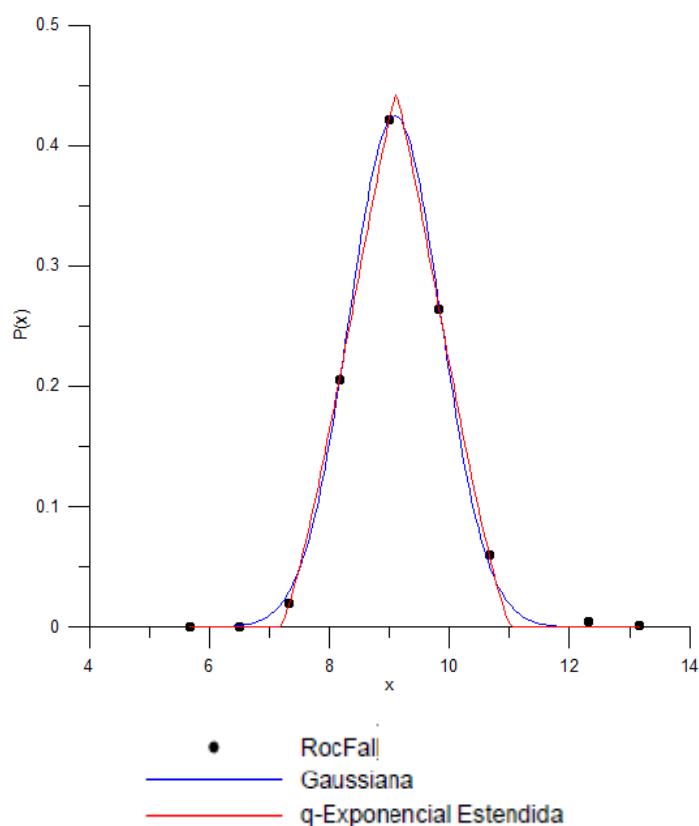


Figura 32 - Gráfico  $P(x)$  versus  $x$  - CRn 0,20 e CRt 0,50 – Caso 1

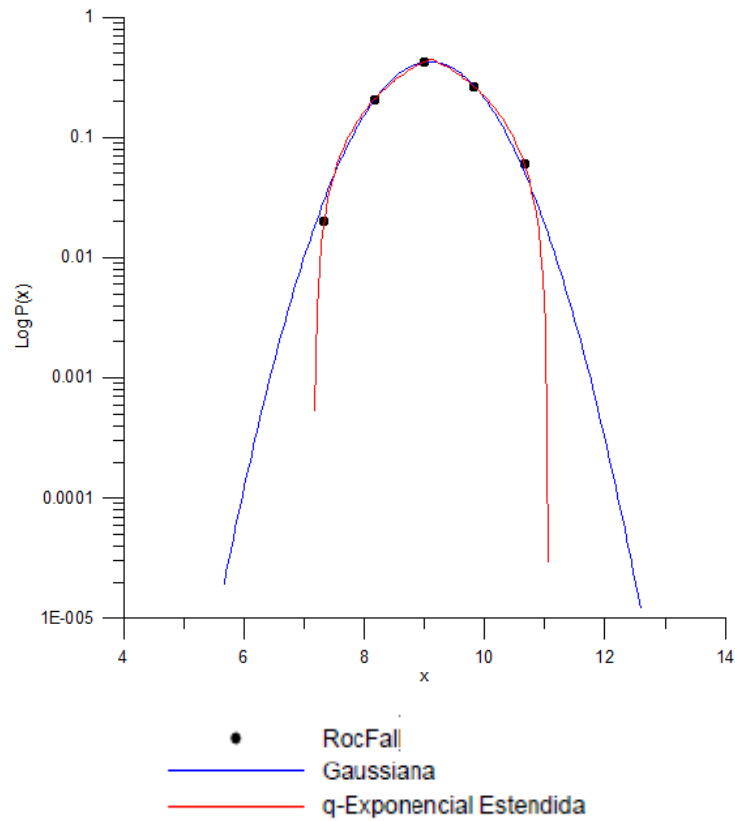


Figura 33 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,20 e CRt 0,50 – Caso 1

Tabela 6 - Resultados de distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,20 e 0,50 do caso 1

Gaussiana	Caso 1			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.42450	1.08254	9.09293	0,9994

Tabela 7 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,20 e 0,50 do caso 1

q-Exponencial Estendida	Caso 1				
	Variáveis da distribuição de probabilidade				Coeficiente de correlação
	q	$\delta$	a'	b'	c'
	0.25715	1.73847	0.44372	1.50103	9.10639

### 3.1.2 Coeficientes de restituição normal 0,20 e tangencial 0,80

O caso 1, modelado com coeficiente de restituição normal 0,20 e tangencial 0,80, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos. Com isso, o perfil de encosta do caso 1 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 34 e a Figura 35 e a Tabela 8 e a Tabela 9.

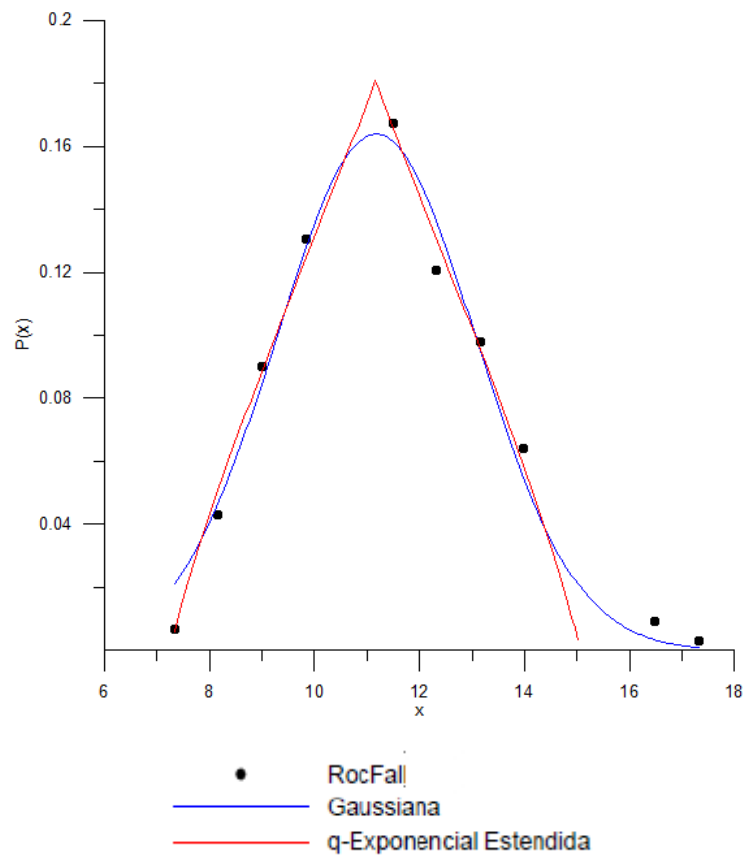


Figura 34 - Gráfico  $P(x)$  versus  $x$  - CRn 0,20 e CRt 0,80 – Caso 1

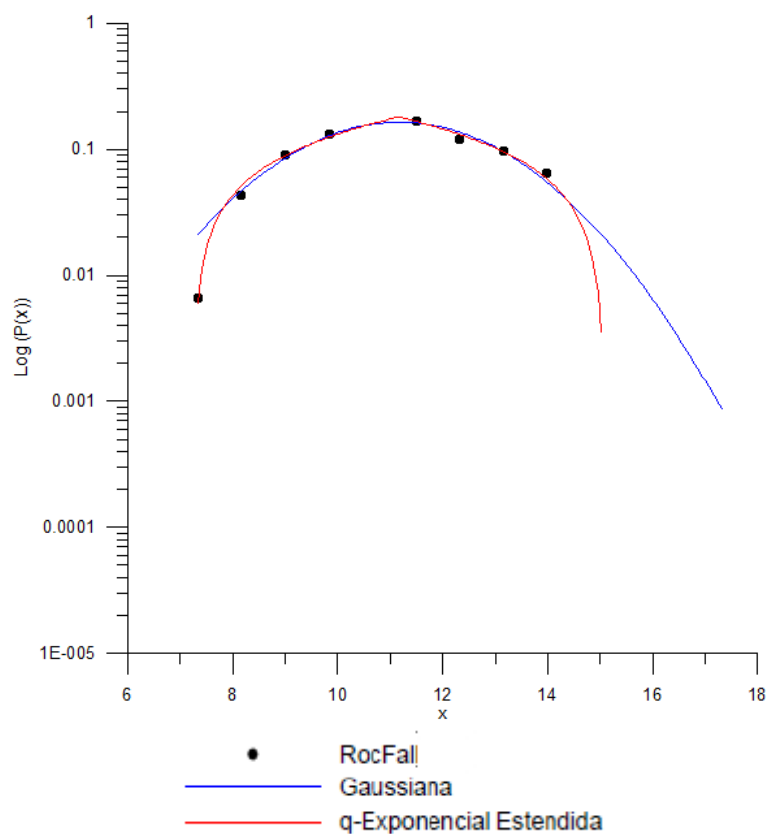


Figura 35 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,20 e CRt 0,80 – Caso 1

Tabela 8 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,20 e 0,80 do caso 1

Gaussiana	Caso 1			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.16380	2.68296	11.17411	0.9885

Tabela 9 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,20 e 0,80 do caso 1

q-Exponencial Estendida	Caso 1				
	Variáveis da distribuição de probabilidade				Coeficiente de correlação
	q	$\delta$	a'	b'	c'
	-0.19477	2.12600	0.18119	4.70191	11.15312

### 3.1.3 Coeficientes de restituição normal 0,40 e tangencial 0,85

O caso 1, modelado com coeficiente de restituição normal 0,40 e tangencial 0,85, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos. Com isso, o perfil de encosta do caso 1 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 36 e a Figura 37 e a Tabela 10 e a Tabela 11 .

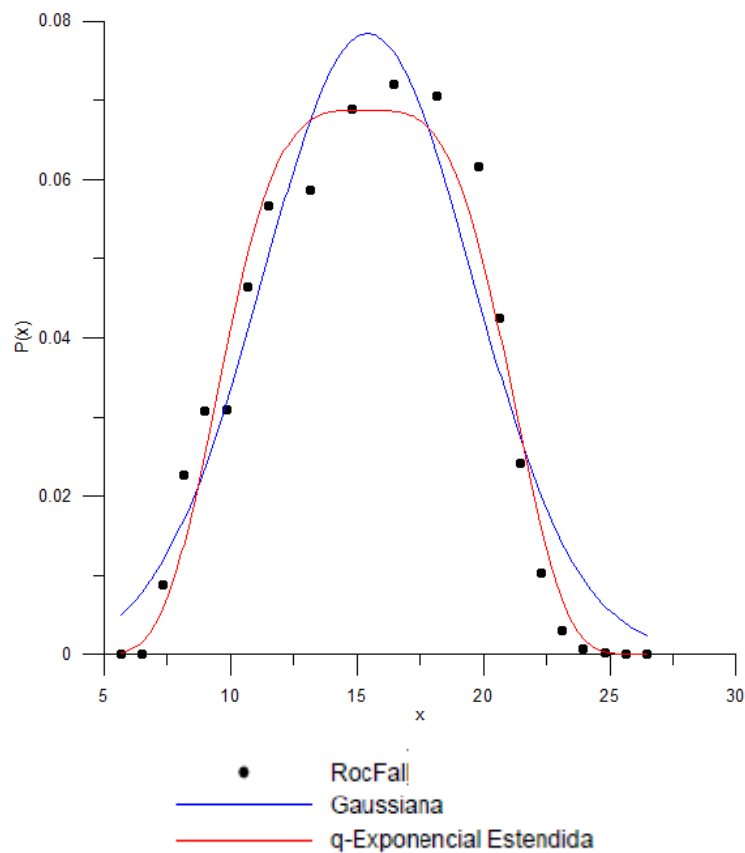


Figura 36 - Gráfico  $P(x)$  versus  $x$  - CRn 0,40 e CRt 0,85 – Caso 1

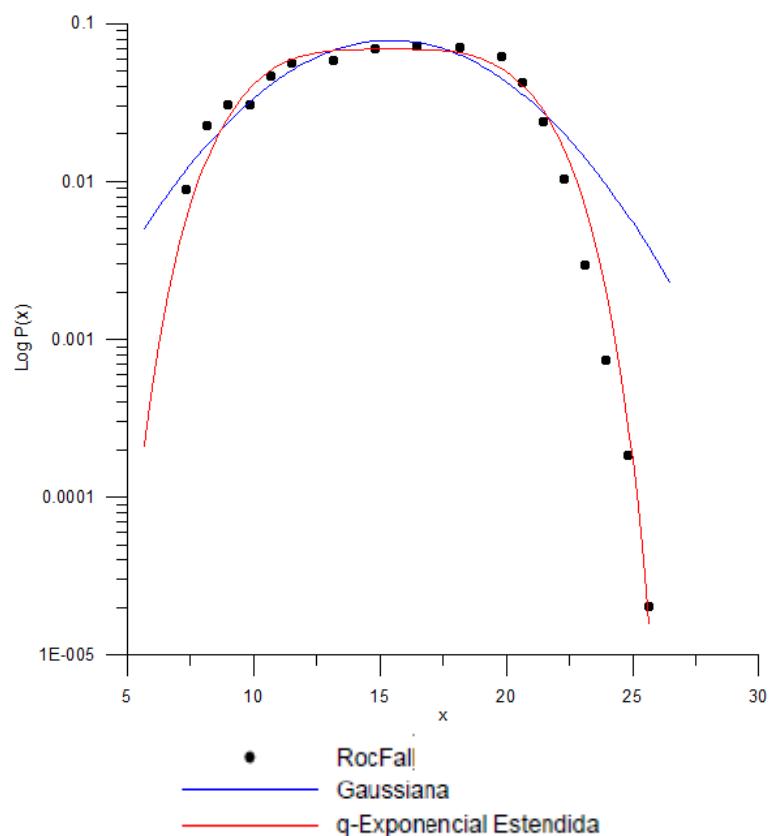


Figura 37 - Gráfico Log ( $P(x)$ ) versus  $x$  - CRn 0,40 e CRt 0,85 – Caso 1

Tabela 10 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,85 do caso 1

Gaussiana	Caso 1			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coefficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.07842	5.87745	15.42289	0.9603

Tabela 11 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,85 do caso 1

q-Exponencial Estendida	Caso 1					
	Variáveis da distribuição de probabilidade					Coefficiente de correlação
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	0.89549	0.55193	0.06877	6.42298	15.30493	0.9842

### 3.1.4 Coeficientes de restituição normal 0,40 e tangencial 0,90

O caso 1, modelado com coeficiente de restituição normal 0,40 e tangencial 0,90, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos. Com isso, o perfil de encosta do caso 1 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 38 e a Figura 39 e a Tabela 12 e a Tabela 13.

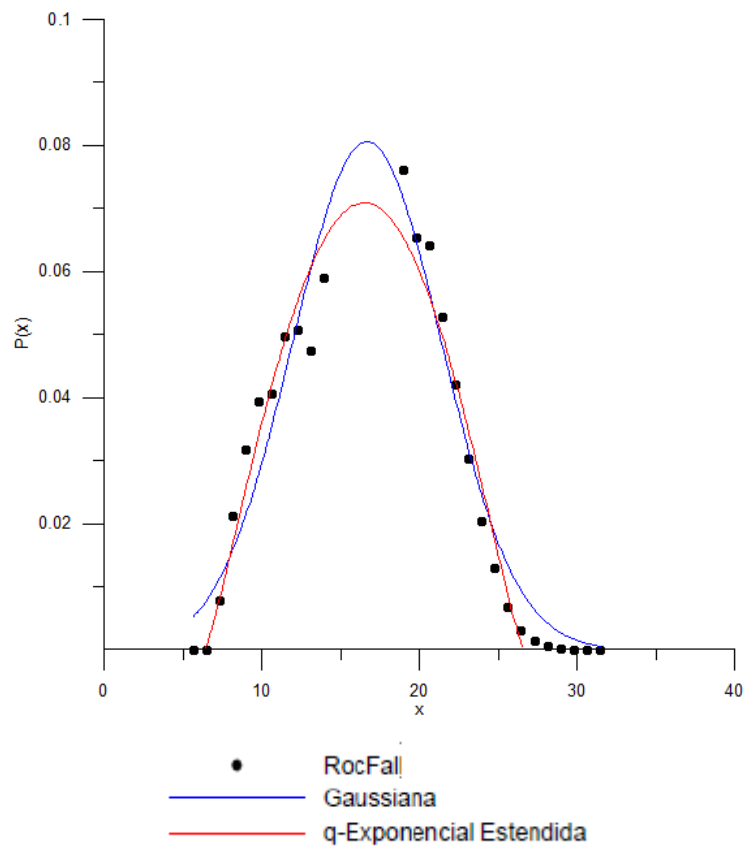


Figura 38 - Gráfico  $P(x)$  versus  $x$  - CRn 0,40 e CRt 0,90 – Caso 1



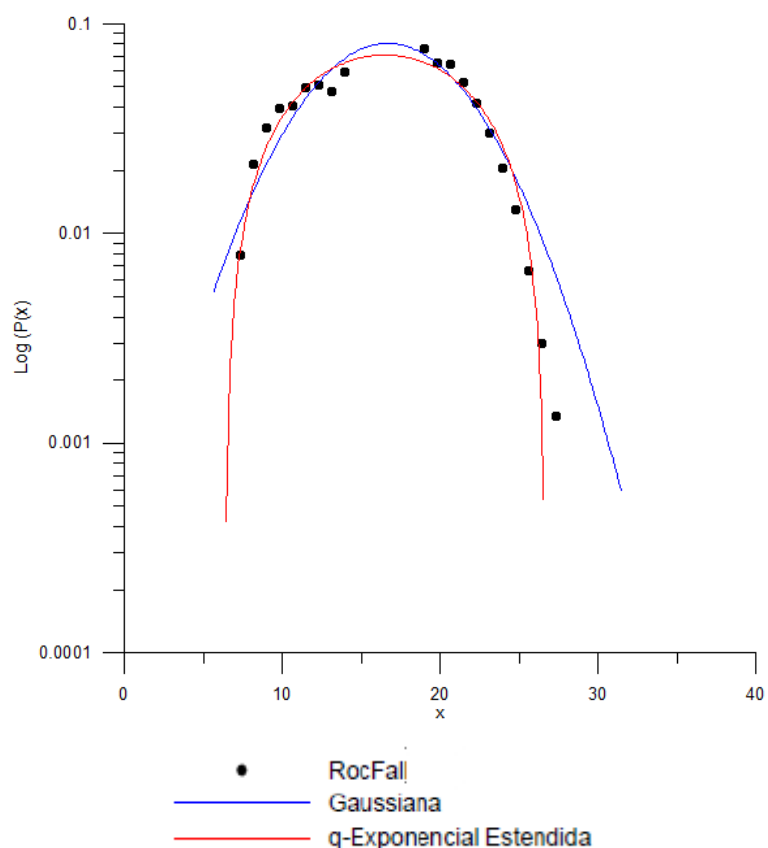


Figura 39 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,40 e CRt 0,90 – Caso 1

Tabela 12 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,90 do caso 1

Gaussiana	Caso 1			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.08056	6.67112	16.67502	0.9694

Tabela 13 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,90 do caso 1

q-Exponencial Estendida	Caso 1					
	Variáveis da distribuição de probabilidade				Coeficiente de correlação	
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	0.21036	1.01422	0.07088	8.99673	16.49769	0.9809

### 3.1.5 Coeficientes de restituição normal 0,53 e tangencial 0,99

A base da encosta precisou ser alongada para comportar os blocos que se depositaram a distâncias mais afastadas. O caso 1, modelado com coeficiente de restituição normal 0,53 e tangencial 0,99, alcançou a Gaussiana devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos. Com isso, o perfil de encosta do caso 1 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fortemente caótico conforme apontam a Figura 40 e a Figura 41 e a Tabela 14 e a Tabela 15.

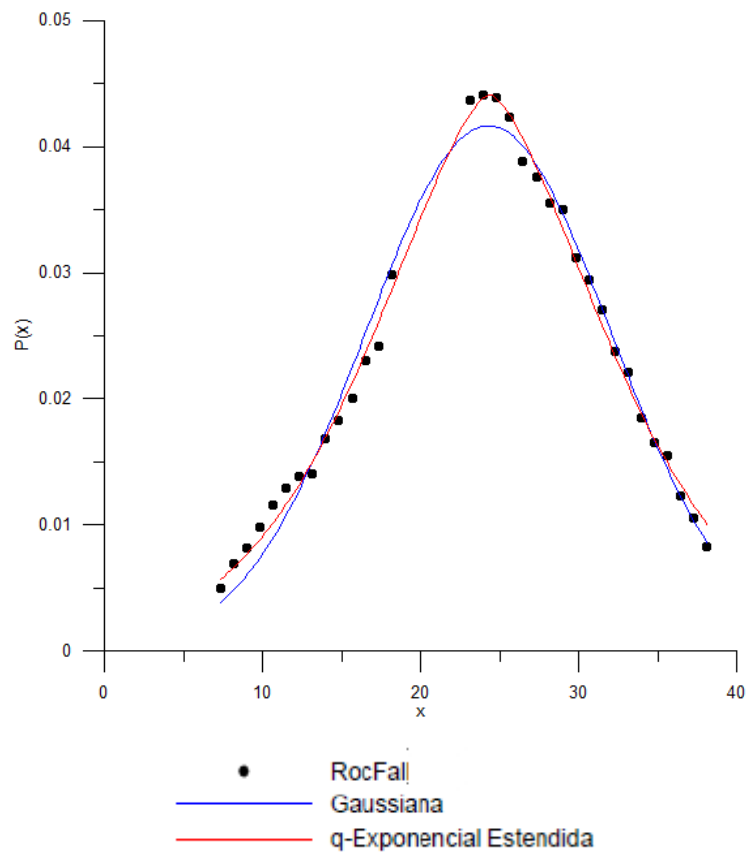


Figura 40 - Gráfico  $P(x)$  versus  $x$  - CRn 0,53 e CRt 0,99 – Caso 1

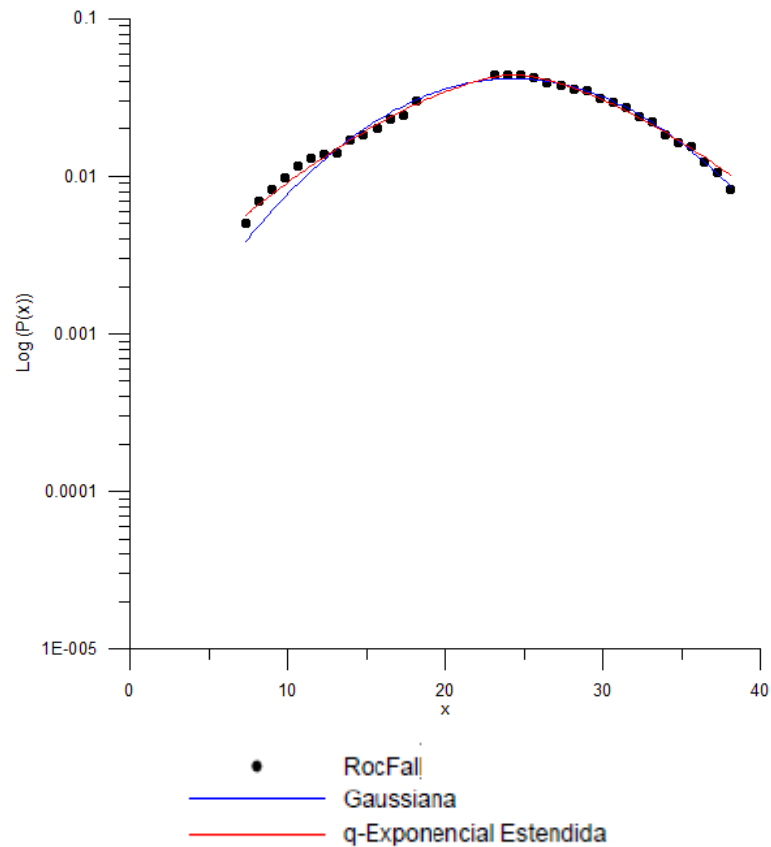


Figura 41 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,53 e CRt 0,99 – Caso 1

Tabela 14 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,53 e 0,99 do caso 1

Gaussiana	Caso 1			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.04163	10.98866	24.28111	0.9909

Tabela 15 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,53 e 0,99 do caso 1

q-Exponencial Estendida	Caso 1					
	Variáveis da distribuição de probabilidade					Coeficiente de correlação
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	1.01802	1.28750	0.04410	10.60590	24.35955	0.9967

### 3.1.6 Coeficientes de restituição normal 0,55 e tangencial 0,85

O caso 1, modelado com coeficiente de restituição normal 0,55 e tangencial 0,85, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos mesmo existindo uma proximidade do ajuste entre as duas. Com isso, o perfil de encosta do caso 1 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 42 e a Figura 43 e a Tabela 16 e a Tabela 17.

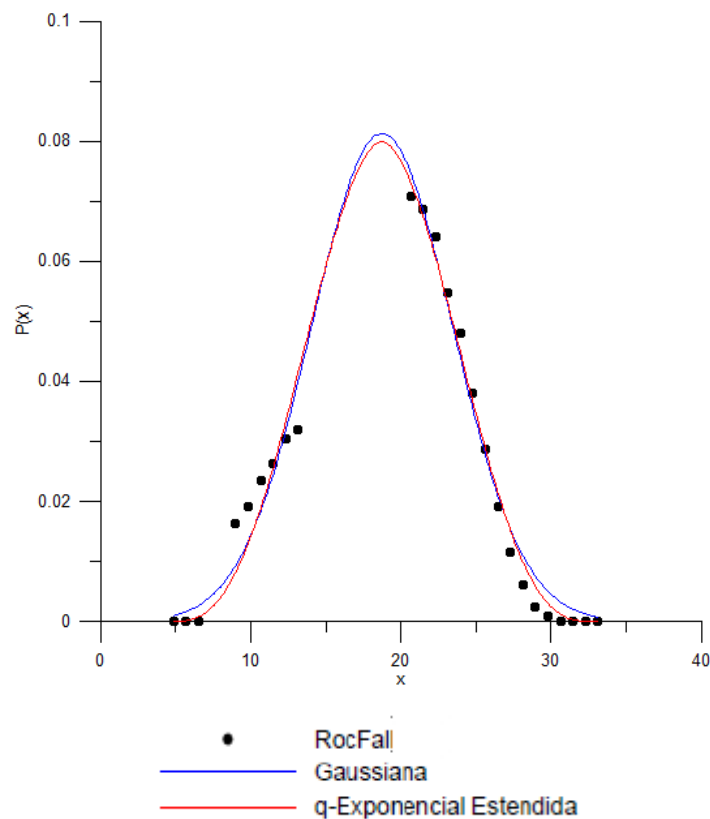


Figura 42 - Gráfico  $P(x)$  versus  $x$  - CRn 0,55 e CRt 0,85 – Caso 1

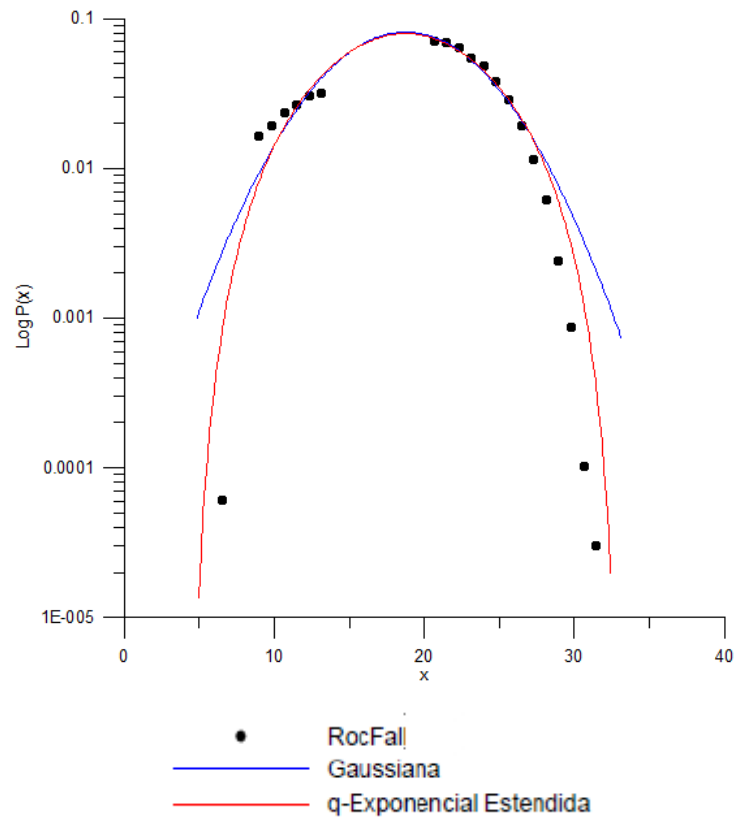


Figura 43 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,55 e CRt 0,85 – Caso 1

Tabela 16 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,55 e 0,85 do caso 1

Gaussiana	Caso 1			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.08126	6.63720	18.74688	0.9867

Tabela 17 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,55 e 0,85 do caso 1

q-Exponencial Estendida	Caso 1					
	Variáveis da distribuição de probabilidade					Coeficiente de correlação
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	0.70192	1.09505	0.07988	7.39778	18.72979	0.9881

### 3.1.7 Coeficientes de restituição normal 0,65 e tangencial 0,85

O caso 1, modelado com coeficiente de restituição normal 0,65 e tangencial 0,85, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos mesmo existindo uma proximidade do ajuste entre as duas. Com isso, o perfil de encosta do caso 1 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 44 e a Figura 45 e a Tabela 18 e a Tabela 19.

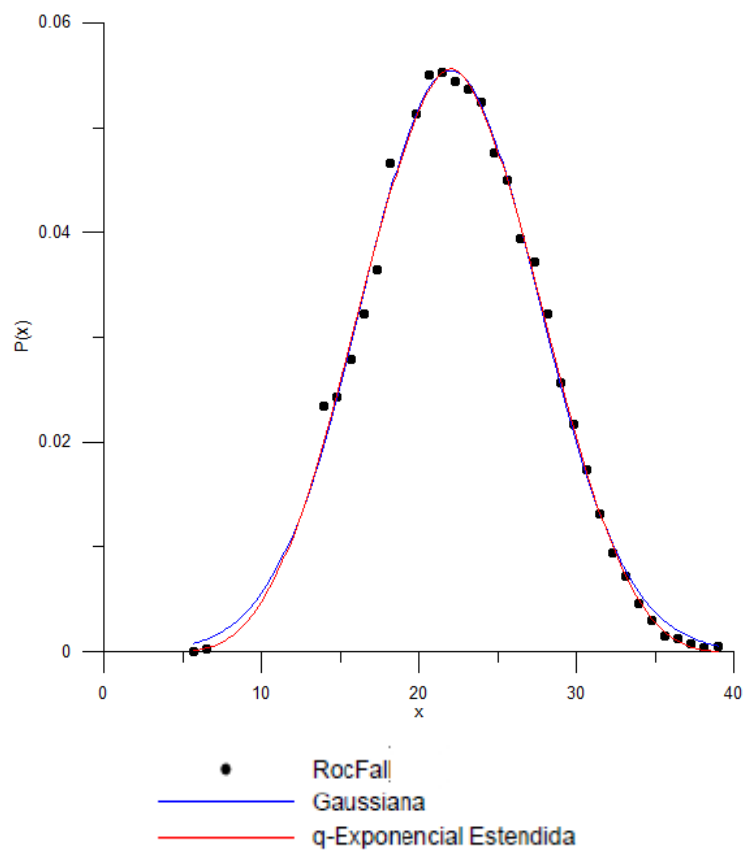


Figura 44 - Gráfico  $P(x)$  versus  $x$  - CRn 0,65 e CRt 0,85 – Caso 1

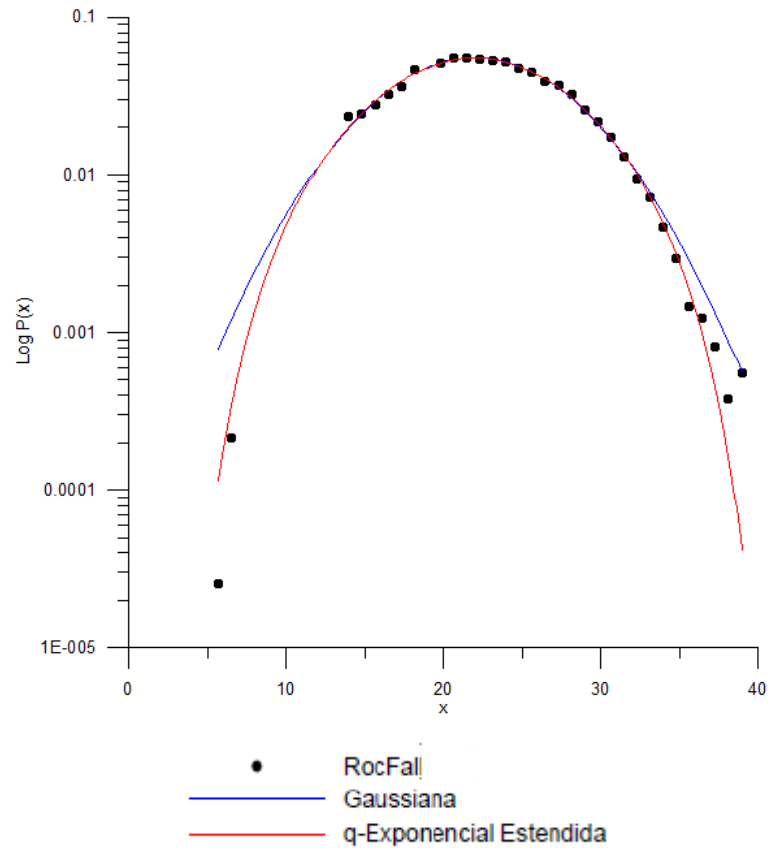


Figura 45 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,65 e CRt 0,85 – Caso 1

Tabela 18 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,65 e 0,85 do caso 1

Gaussiana	Caso 1			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.05544	7.91166	22.00424	0.9868

Tabela 19 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,65 e 0,85 do caso 1

q-Exponencial Estendida	Caso 1					
	Variáveis da distribuição de probabilidade					Coeficiente de correlação
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	0.76987	1.09686	0.05559	8.49189	22.01523	0.9982

### 3.1.8 Coeficientes de restituição normal 0,85 e tangencial 0,85

A base da encosta precisou ser alongada para comportar os blocos que se depositaram a distâncias mais afastadas. O caso 1, modelado com coeficiente de restituição normal 0,85 e tangencial 0,85, alcançou a distribuição Gaussiana devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos. Com isso, o perfil de encosta do caso 1 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fortemente caótico conforme apontam a Figura 46 e a Figura 47 e a Tabela 20 e a Tabela 21.

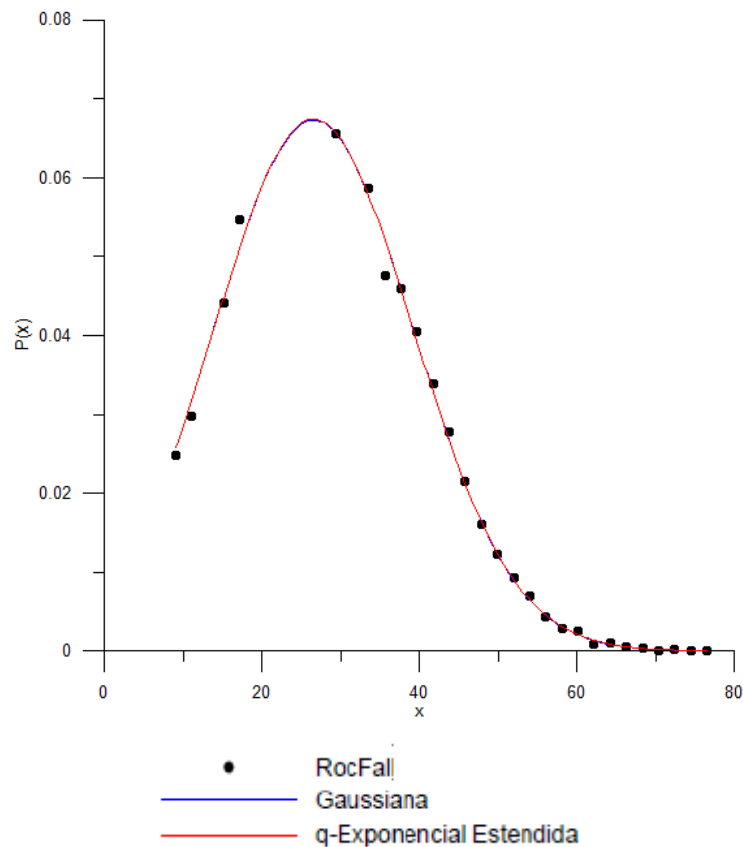


Figura 46 - Gráfico  $P(x)$  versus  $x$  - CRn 0,85 e CRt 0,85 – Caso 1



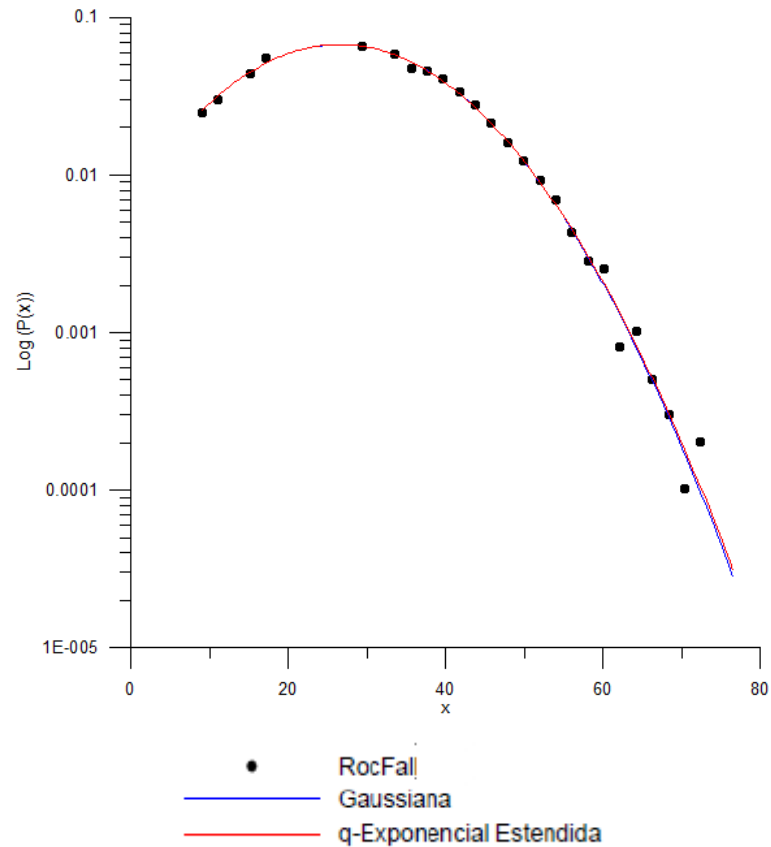


Figura 47 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,85 e CRt 0,85 – Caso 1

Tabela 20 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,85 e 0,85 do caso 1

Gaussiana	Caso 1			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.06726	17.90795	26.57025	0.9981

Tabela 21 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,85 e 0,85 do caso 1

q-Exponencial Estendida	Caso 1					
	Variáveis da distribuição de probabilidade					Coeficiente de correlação
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	1.00184	1.00502	0.06742	17.87561	26.56423	0.9981

Segue a Tabela 22 obtida de todas os resultados das distribuições de probabilidade do Caso 1.

Tabela 22 - Resultados das distribuições de probabilidade do caso 1

Perfil da encosta	Superfície da encosta	CRn	CRt	q	$\delta$	Coefficiente de correlação R Gaussiana	Coefficiente de correlação R q-Exponencial Estendida	Distribuição de probabilidade de ajuste	Comportamento caótico	Quantidade de blocos lançados (un)	Observações
Caso 1	Côncava	0,20	0,50	0,25716	1,73847	0,9994	1,0000	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Sem comentários
		0,20	0,80	-0,19478	2,12601	0,9885	0,9958	q-Exponencial Estendida	caos fraco	80000	Sem comentários
		<b>0,35</b>	<b>0,85</b>	<b>-0,04890</b>	<b>1,56750</b>	<b>0,9835</b>	<b>0,9921</b>	<b>q-Exponencial Estendida</b>	<b>caos fraco</b>	<b>100000</b>	<b>Análise de Ignacio (2019)</b>
		0,40	0,85	0,89550	0,55194	0,9603	0,9842	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Sem comentários
		0,40	0,90	0,21000	1,01400	0,9694	0,9809	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Sem comentários
		0,53	0,99	1,01800	1,28750	0,9909	0,9967	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Sem comentários
		0,55	0,85	0,70100	1,09500	0,9867	0,9881	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Bem próxima da Gaussiana
		0,65	0,85	0,76980	1,09680	0,9868	0,9982	q-Exponencial Estendida	caos fraco	80000	Bem próxima da Gaussiana
		0,85	0,85	1,00180	1,00500	0,9981	0,9981	Gaussiana	caos forte	10000	Sem comentários

Os valores de coeficientes de restituição Crn 0,35 e Crt 0,85 em negrito se referem aos dados encontrados por Ignacio (2019).

Observe que os coeficientes de restituição baixos apresentam comportamentos fracamente caóticos, enquanto que coeficientes de restituição altos apresentam comportamentos fortemente caóticos porque tem uma aproximação de q e  $\delta$  com o número 1. A Figura 48 ilustra essa afirmação.

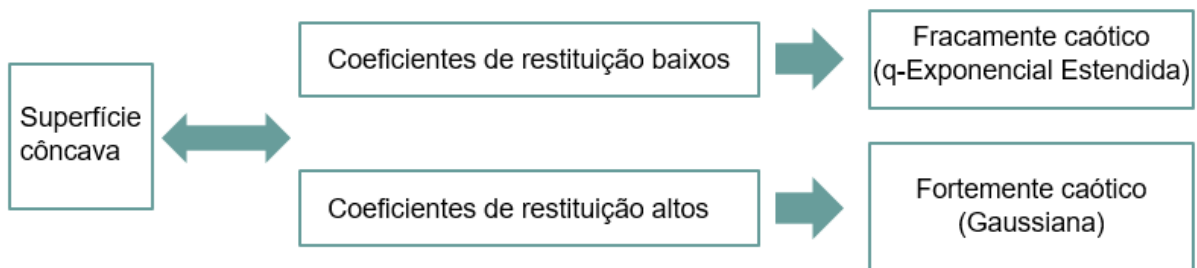
**CASO 1**

Figura 48 - Comportamentos do Caso 1

**3.2 Caso 2**

O Caso 2 apresenta uma encosta com superfície convexa. O perfil de encosta possui 45,00 m de altura por 100,00 m de comprimento com uma leve transição entre o perfil da encosta e o alongamento da base como mostra a Figura 49. Os movimentos predominantes foram de deslizamento, rolamento, e salto.

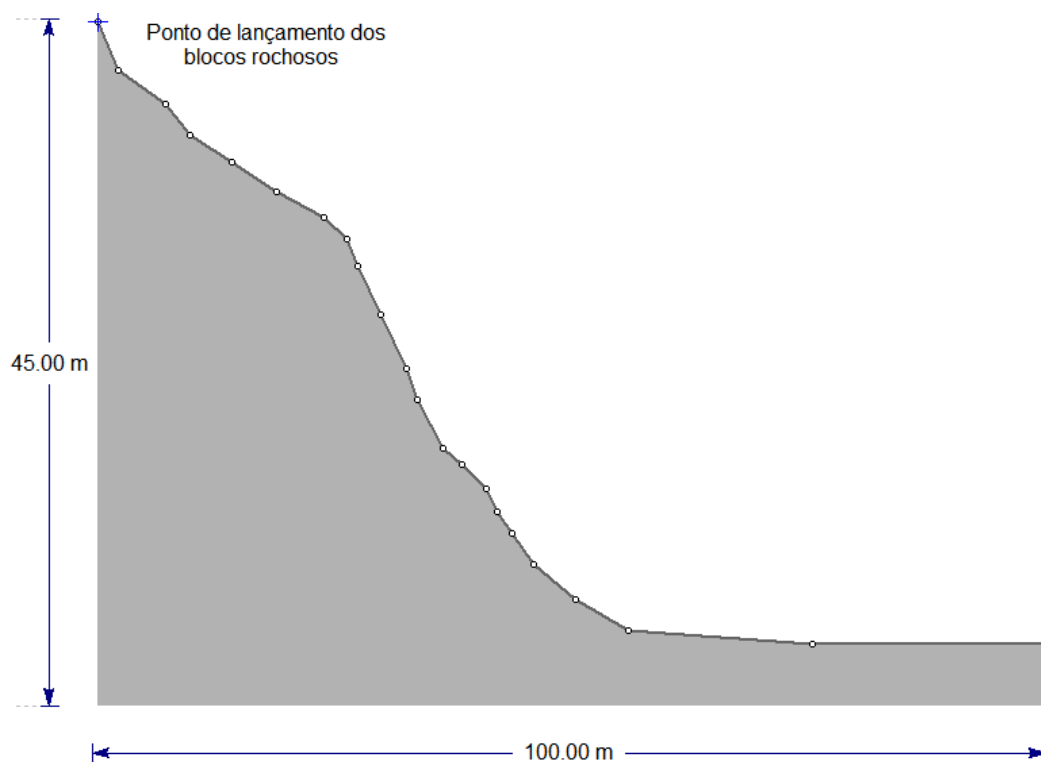


Figura 49 - Encosta rochosa – Caso 2

### 3.2.1 Coeficientes de restituição normal 0,20 e tangencial 0,50

O caso 2, modelado com coeficiente de restituição normal 0,20 e tangencial 0,50, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos. Com isso, o perfil de encosta do caso 2 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 50 e a Figura 51 e a Tabela 23 e a Tabela 24.

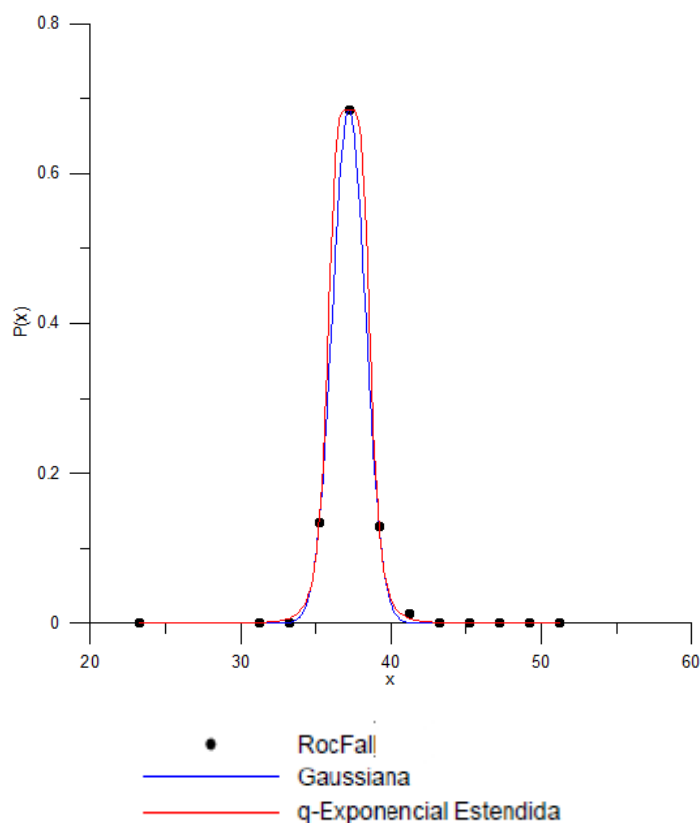


Figura 50 - Gráfico  $P(x)$  versus  $x$  - CRn 0,20 e CRt 0,50 – Caso 2

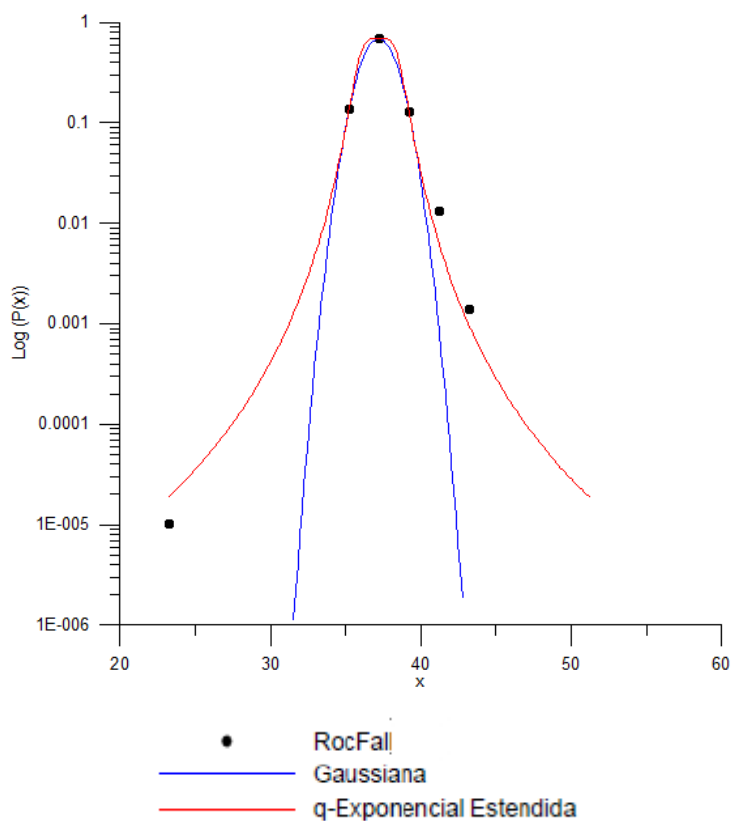


Figura 51 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,20 e CRt 0,50 – Caso 2

Tabela 23 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,20 e 0,50 do caso 2

Gaussiana	Caso 2			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.68530	1.55308	37.19654	0.9998

Tabela 24 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,20 e 0,50 do caso 2

q-Exponencial Estendida	Caso 2					
	Variáveis da distribuição de probabilidade				Coeficiente de correlação	
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	1.98506	0.43583	0.68528	1.46302	37.19878	0.9999

### 3.2.2 Coeficientes de restituição normal 0,20 e tangencial 0,80

O caso 2, modelado com coeficiente de restituição normal 0,20 e tangencial 0,80, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos mesmo existindo uma proximidade do ajuste entre as duas. Com isso, o perfil de encosta do caso 2 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 52 e a Figura 53 e a Tabela 25 e a Tabela 26.

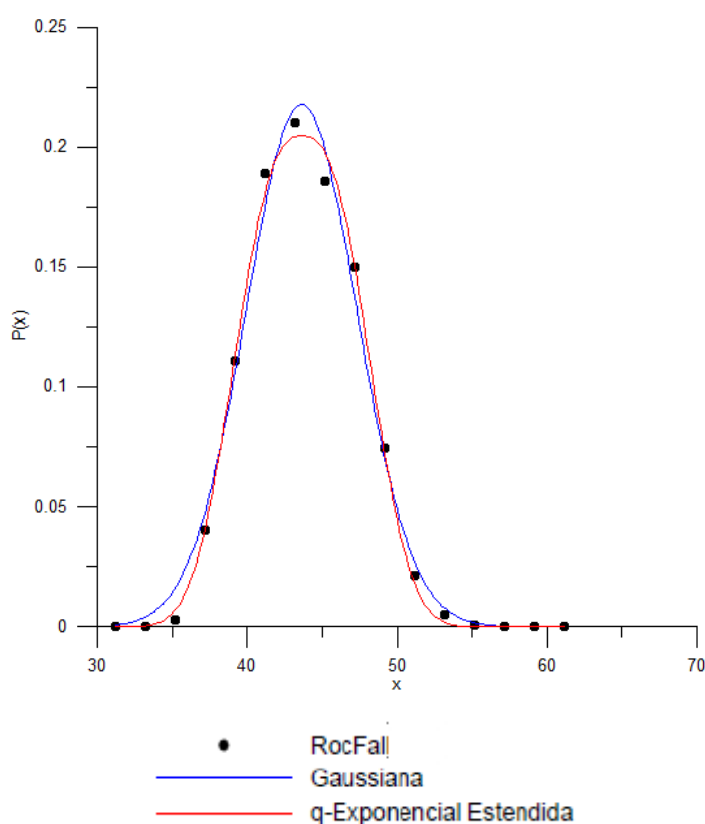


Figura 52 - Gráfico  $P(x)$  versus  $x$  - CRn 0,20 e CRt 0,80 – Caso 2

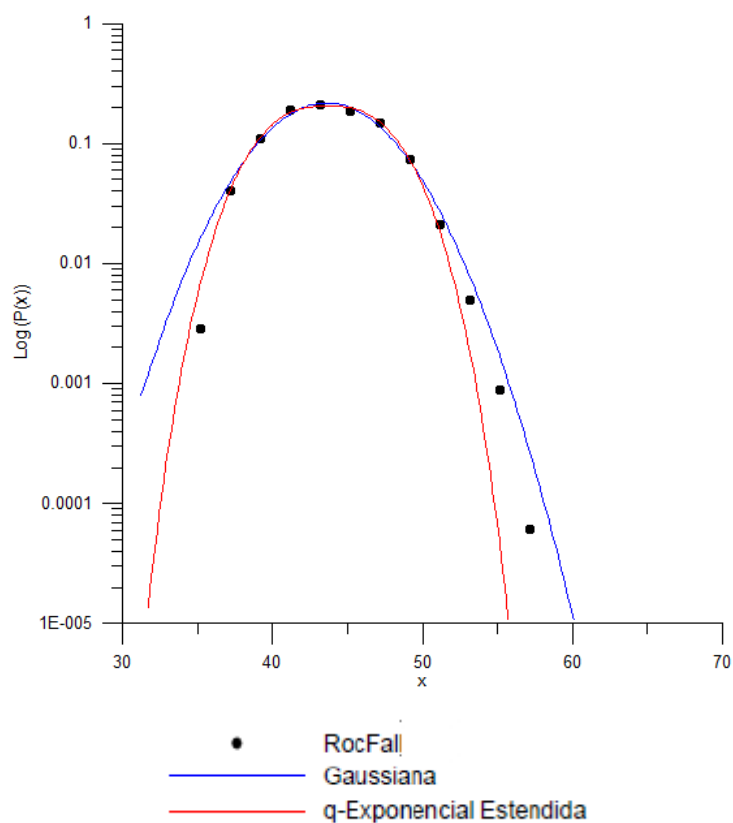


Figura 53 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,20 e CRt 0,80 – Caso 2

Tabela 25 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,20 e 0,80 do caso 2

Gaussiana	Caso 2			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.21763	5.22972	43.61988	0.9906

Tabela 26 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,20 e 0,80 do caso 2

q-Exponencial Estendida	Caso 2					Coeficiente de correlação
	Variáveis da distribuição de probabilidade					
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	0.95761	0.75722	0.20457	5.47765	43.66104	0.9985

### 3.2.3 Coeficientes de restituição normal 0,40 e tangencial 0,85

O caso 2, modelado com coeficiente de restituição normal 0,40 e tangencial 0,85, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos mesmo existindo uma proximidade do ajuste entre as duas. Com isso, o perfil de encosta do caso 2 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 54 e a Figura 55 e a Tabela 27 e a Tabela 28.



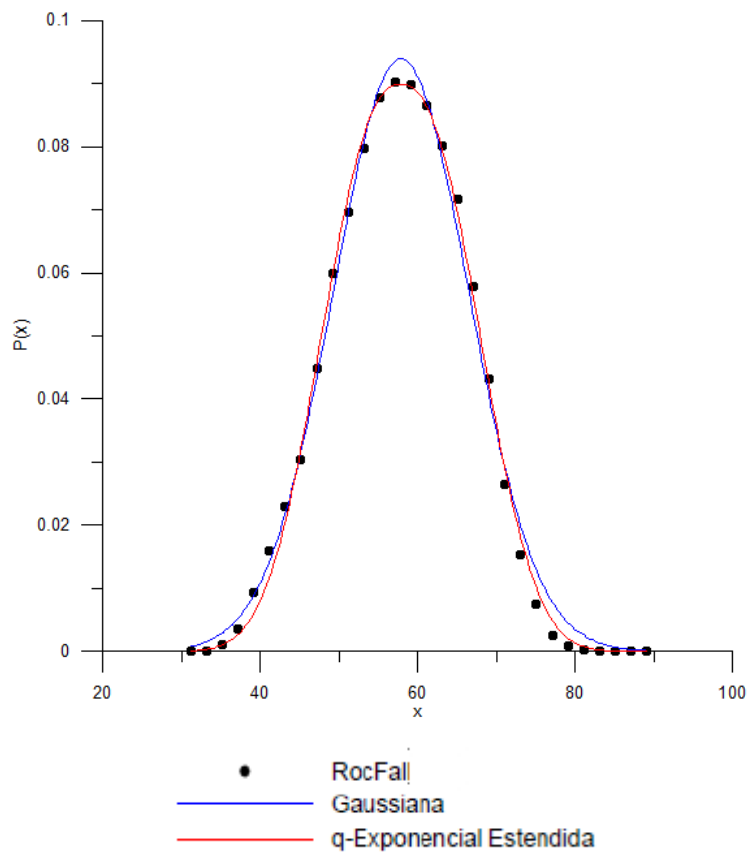


Figura 54 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,40 e CRt 0,85 – Caso 2

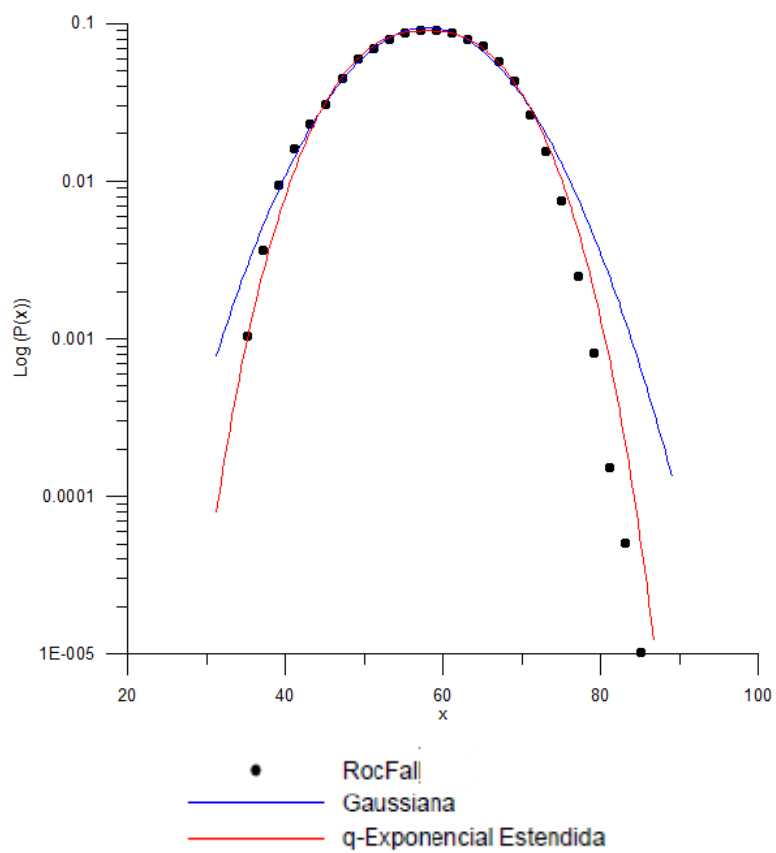


Figura 55 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,40 e CRt 0,85 – Caso 2

Tabela 27 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,85 do caso 2

Gaussiana	Caso 2			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.09392	12.17461	57.89260	0.9967

Tabela 28 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,85 do caso 2

q-Exponencial Estendida	Caso 2					
	Variáveis da distribuição de probabilidade				Coeficiente de correlação	
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	0.94957	0.83498	0.08985	12.67863	57.87376	0.9987

### 3.2.4 Coeficientes de restituição normal 0,40 e tangencial 0,90

O caso 2, modelado com coeficiente de restituição normal 0,40 e tangencial 0,90, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos mesmo existindo uma proximidade do ajuste entre as duas. Com isso, o perfil de encosta do caso 2 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 56 e a Figura 57 e a Tabela 29 e a Tabela 30.

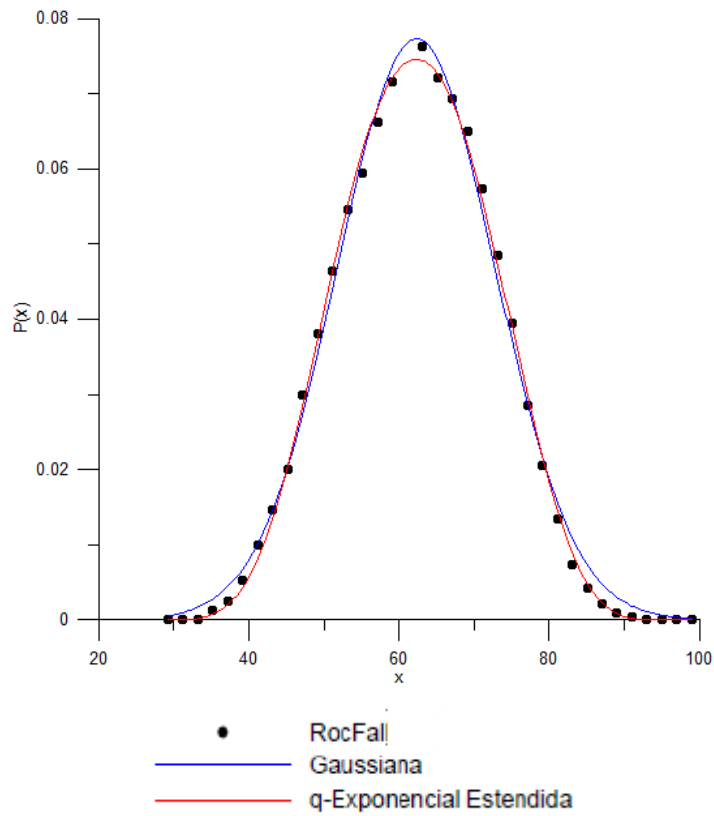


Figura 56 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,40 e CRt 0,90 – Caso 2

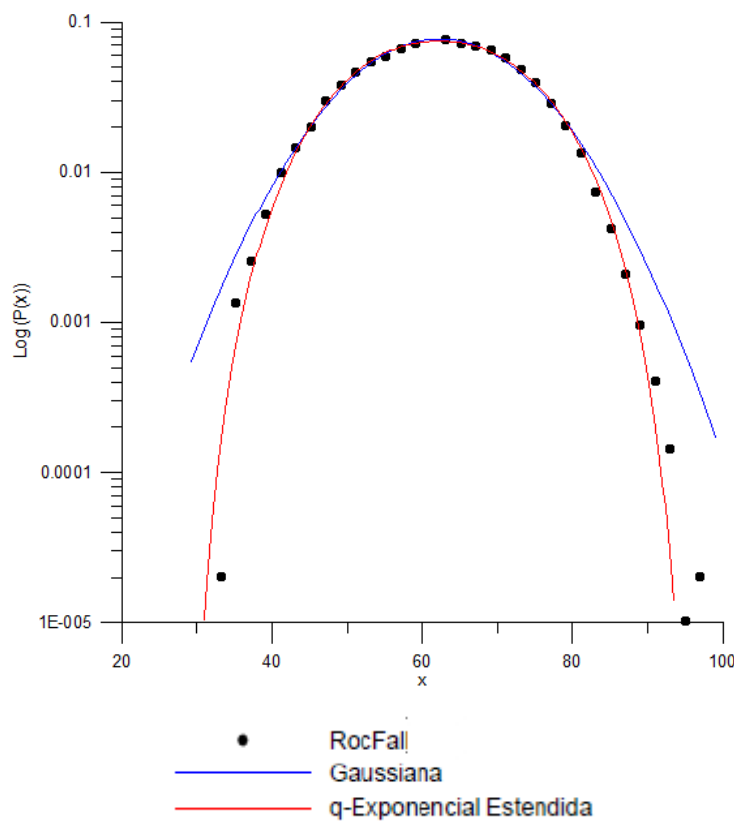


Figura 57 - Gráfico Log(P(x)) versus x - CRn 0,40 e CRt 0,90 – Caso 2

Tabela 29 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,90 do caso 2

Gaussiana	Caso 2			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.07730	14.85562	62.30925	0.9975

Tabela 30 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,90 do caso 2

q-Exponencial Estendida	Caso 2					
	Variáveis da distribuição de probabilidade					Coeficiente de correlação
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	0.79648	0.93920	0.07451	16.12276	62.28089	0.9993

### 3.2.5 Coeficientes de restituição normal 0,53 e tangencial 0,99

A base da encosta precisou ser alongada para comportar os blocos que se depositaram a distâncias mais afastadas. O caso 2, modelado com coeficiente de restituição normal 0,53 e tangencial 0,99, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos mesmo existindo uma proximidade do ajuste entre as duas. Com isso, o perfil de encosta do caso 2 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 58 e a Figura 59 e a Tabela 31 e a Tabela 32.

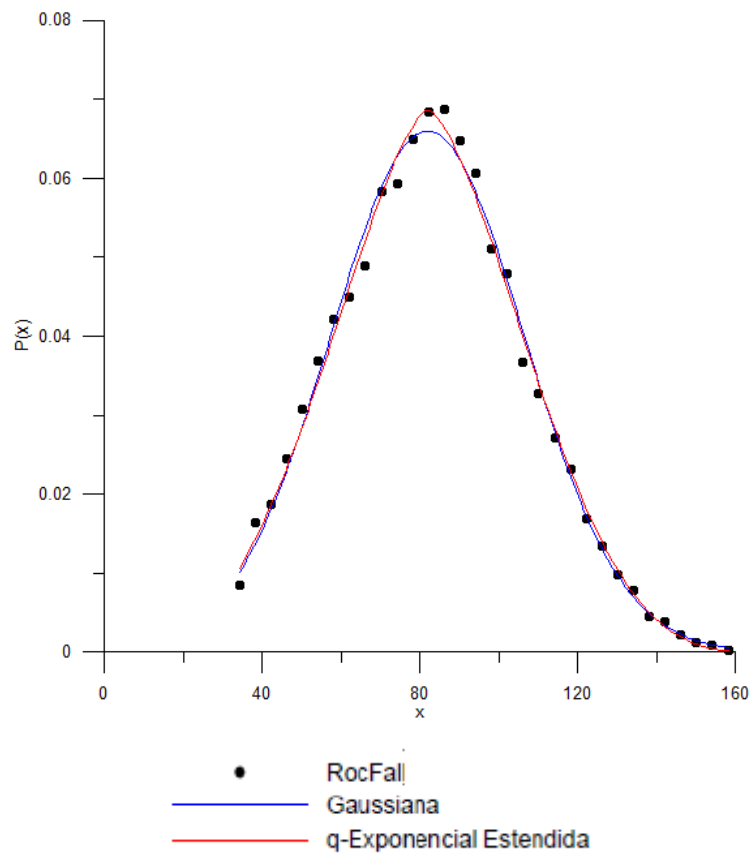


Figura 58 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,53 e CRt 0,99 – Caso 2

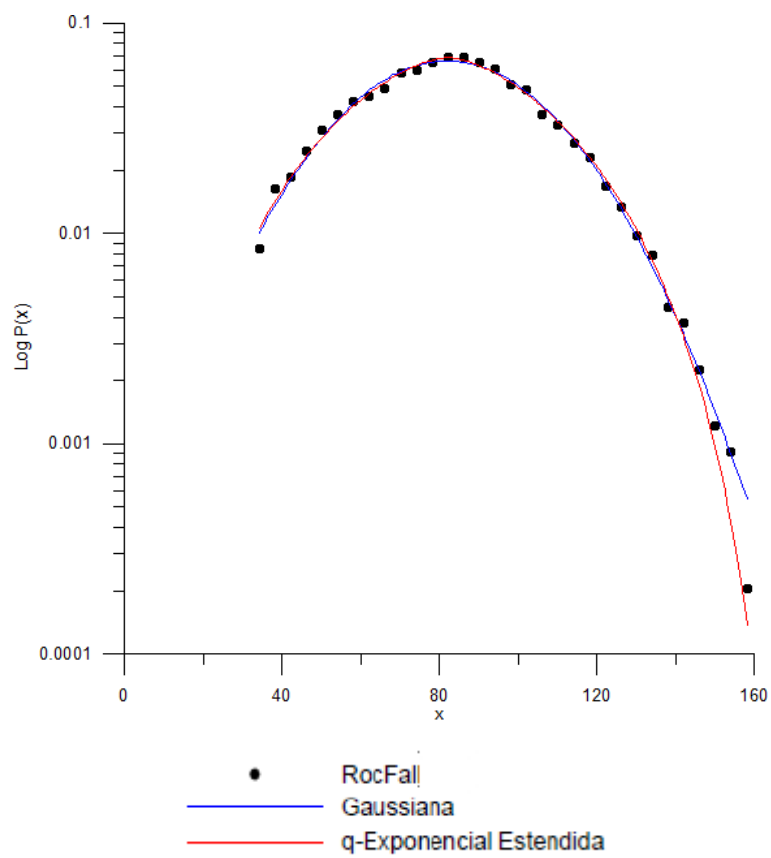


Figura 59 - Gráfico Log(P(x)) versus x - CRn 0,53 e CRt 0,99 – Caso 2

Tabela 31 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,53 e 0,99 do caso 2

Gaussiana	Caso 2			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.06596	34.75399	81.94207	0.9963

Tabela 32 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,53 e 0,99 do caso 2

q-Exponencial Estendida	Caso 2					
	Variáveis da distribuição de probabilidade				Coeficiente de correlação	
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	0.73273	1.28203	0.06862	37.33843	82.07987	0.9971

### 3.2.6 Coeficientes de restituição normal 0,55 e tangencial 0,85

O caso 2, modelado com coeficiente de restituição normal 0,55 e tangencial 0,85, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos mesmo existindo uma proximidade do ajuste entre as duas. Com isso, o perfil de encosta do caso 2 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 60 e a Figura 61 e a Tabela 33 e a Tabela 34.

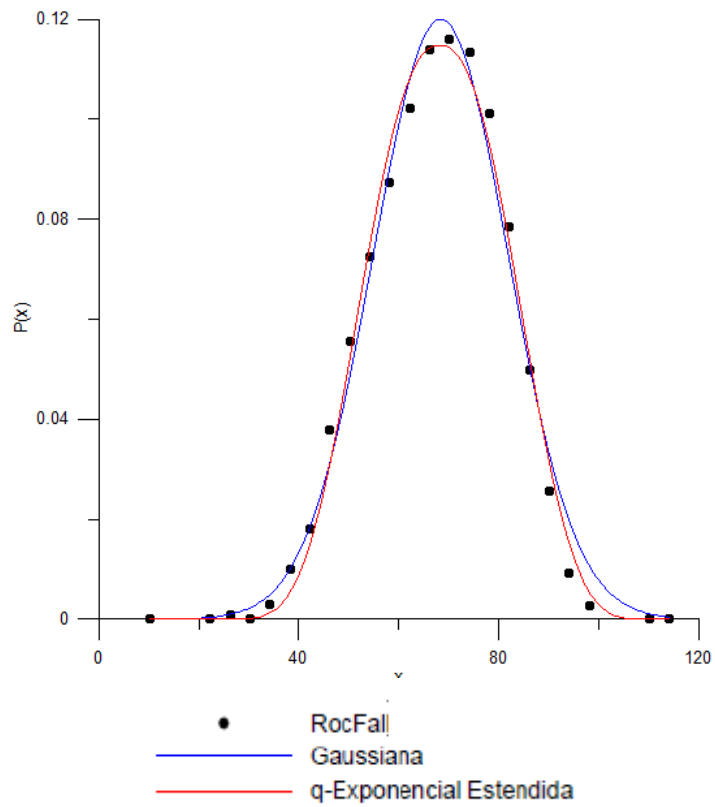


Figura 60 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,55 e CRt 0,85 – Caso 2

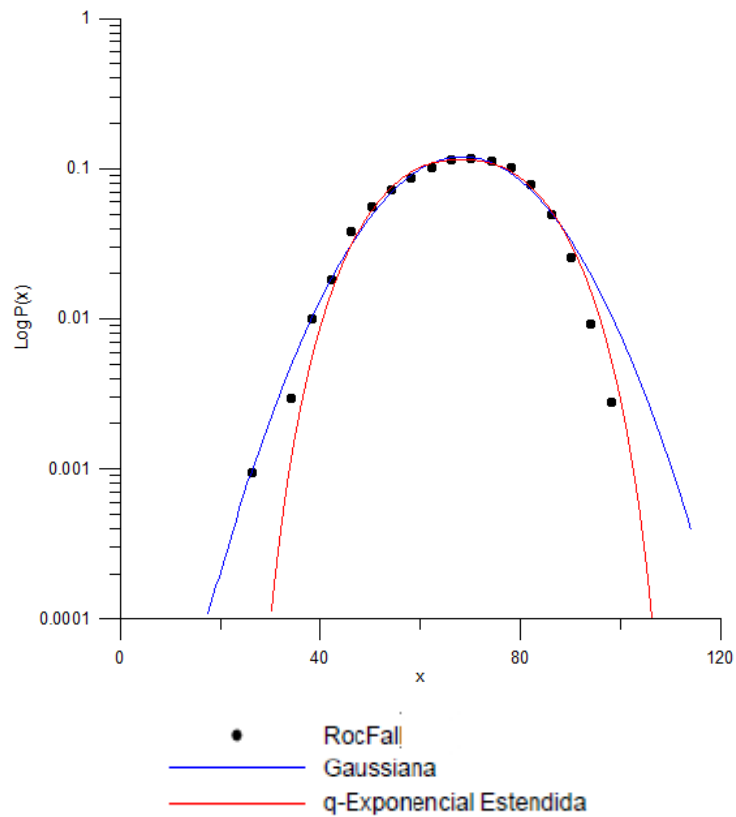


Figura 61 - Gráfico Log(P(x)) versus x - CRn 0,55 e CRt 0,85 – Caso 2

Tabela 33 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,55 e 0,85 do caso 2

Gaussiana	Caso 2			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.11998	19.17184	68.36776	0.9937

Tabela 34 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,55 e 0,85 do caso 2

q-Exponencial Estendida	Caso 2					
	Variáveis da distribuição de probabilidade					Coeficiente de correlação
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	0.84069	0.86142	0.11472	20.51455	68.16857	0.9960

### 3.2.7 Coeficientes de restituição normal 0,65 e tangencial 0,85

O caso 2, modelado com coeficiente de restituição normal 0,65 e tangencial 0,85, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos mesmo existindo uma proximidade do ajuste entre as duas. Com isso, o perfil de encosta do caso 2 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 62 e a Figura 63 e a Tabela 35 e a Tabela 36.



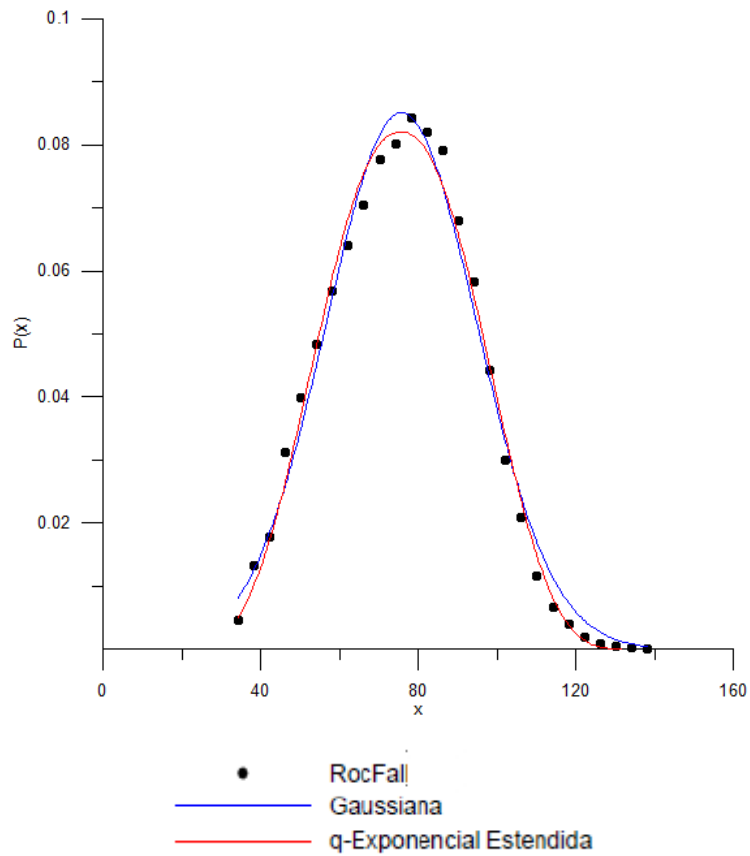


Figura 62 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,65 e CRt 0,85 – Caso 2

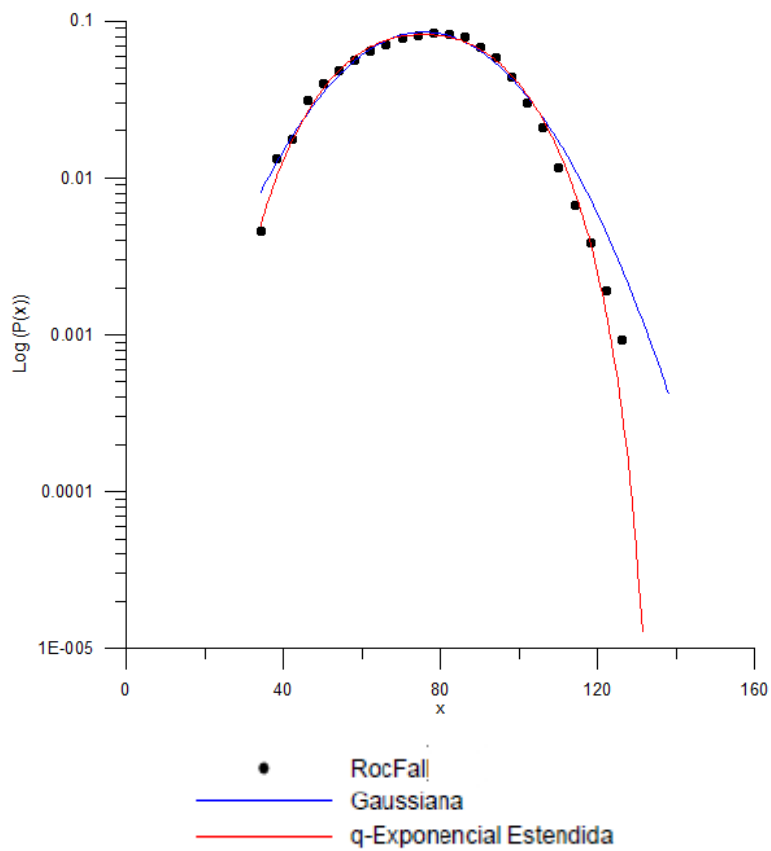


Figura 63 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,65 e CRt 0,85 – Caso 2

Tabela 35 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,65 e 0,85 do caso 2

Gaussiana	Caso 2			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coefficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.08508	27.07337	75.74321	0.9939

Tabela 36 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,65 e 0,85 do caso 2

q-Exponencial Estendida	Caso 2					
	Variáveis da distribuição de probabilidade				Coefficiente de correlação	
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	0.80371	0.90577	0.08200	29.16156	75.56937	0.9962

### 3.2.8 Coeficientes de restituição normal 0,85 e tangencial 0,85

O caso 2, modelado com coeficiente de restituição normal 0,85 e tangencial 0,85, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos mesmo existindo uma proximidade do ajuste entre as duas. Com isso, o perfil de encosta do caso 2 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 64 e a Figura 65 e a Tabela 37 e a Tabela 38.

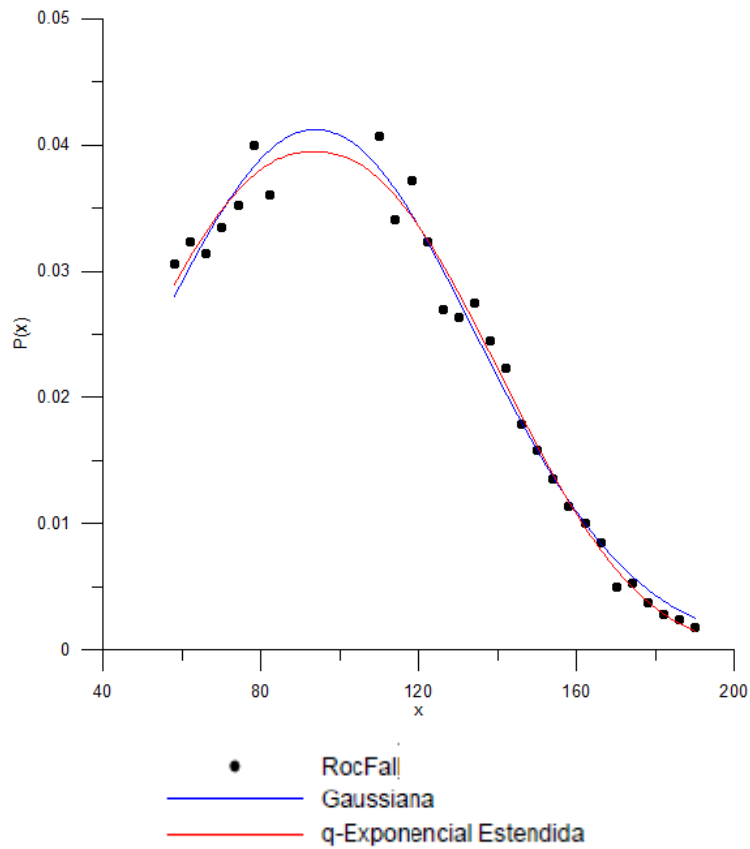


Figura 64 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,85 e CRt 0,85 – Caso 2

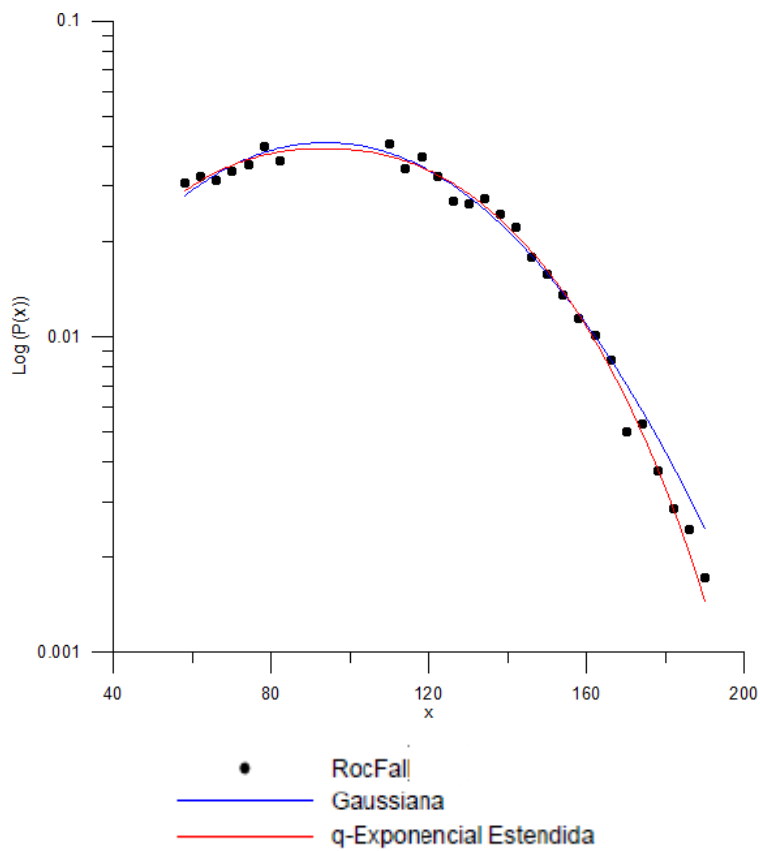


Figura 65 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,85 e CRt 0,85 – Caso 2

Tabela 37 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,85 e 0,85 do caso 2

Gaussiana	Caso 2			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.04122	57.32004	93.92128	0.9910

Tabela 38 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,85 e 0,85 do caso 2

q-Exponencial Estendida	Caso 2					
	Variáveis da distribuição de probabilidade				Coeficiente de correlação	
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	0.87457	0.91944	0.03946	61.06264	93.55538	0.9924

Segue a Tabela 39 obtida de todas os resultados das distribuições de probabilidade do Caso 2.

Tabela 39 - Resultados das distribuições de probabilidade do caso 2

Perfil da encosta	Superfície da encosta	CRn	CRt	q	$\delta$	Coefficiente de correlação R Gaussiana	Coefficiente de correlação R q-Exponencial Estendida	Distribuição de probabilidade de ajuste	Comportamento caótico	Quantidade de blocos lançados (un)	Observações
Caso 2	Convexa	0,20	0,50	1,98500	0,43580	0,9998	0,9999	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Sem comentários
		0,20	0,80	0,95760	0,75720	0,9906	0,9985	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Bem próxima de Gaussiana
		<b>0,35</b>	<b>0,85</b>	<b>0,92650</b>	<b>0,96800</b>	<b>0,9981</b>	<b>0,9987</b>	<b>Gaussiana</b>	<b>caos forte</b>	<b>100000</b>	<b>Análise de Ignacio (2019)</b>
		0,40	0,85	0,94950	0,83490	0,9967	0,9987	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Bem próxima da Gaussiana
		0,40	0,90	0,79640	0,93920	0,9975	0,9993	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Bem próxima da Gaussiana
		0,53	0,99	0,73270	1,28200	0,9963	0,9971	q-Exponencial Estendida	caos fraco	10000	Bem próxima da Gaussiana
		0,55	0,85	0,84060	0,86140	0,9937	0,9960	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Bem próxima da Gaussiana
		0,65	0,85	0,80370	0,90570	0,9939	0,9962	q-Exponencial Estendida	caos fraco	80000	Bem próxima da Gaussiana
		0,85	0,85	0,87400	0,91900	0,9910	0,9924	q-Exponencial Estendida	caos fraco	80000	Bem próxima da Gaussiana

Os valores de coeficientes de restituição Crn 0,35 e Crt 0,85 em negrito se referem aos dados encontrados por Ignacio (2019). Observe que os coeficientes de restituição baixos apresentam comportamentos fracamente caóticos, enquanto que coeficientes de restituição altos apresentam comportamentos fracamente caóticos bem próximos da Gaussiana porque têm uma aproximação de q e  $\delta$  com o número 1. A Figura 66 ilustra essa afirmação.

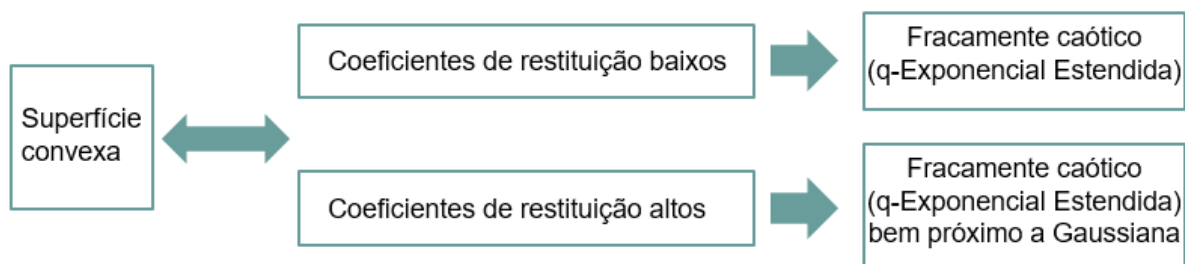
**CASO 2**

Figura 66 - Comportamentos do Caso 2

## 3.3 Caso 3

A superfície da encosta do caso 3 apresenta um perfil convexo. O perfil possui 81,89 m de altura, 216,80 m de comprimento e a transição entre o perfil da encosta e sua base é moderada como mostra a Figura 67. Os movimentos foram queda livre, rolamento e salto.

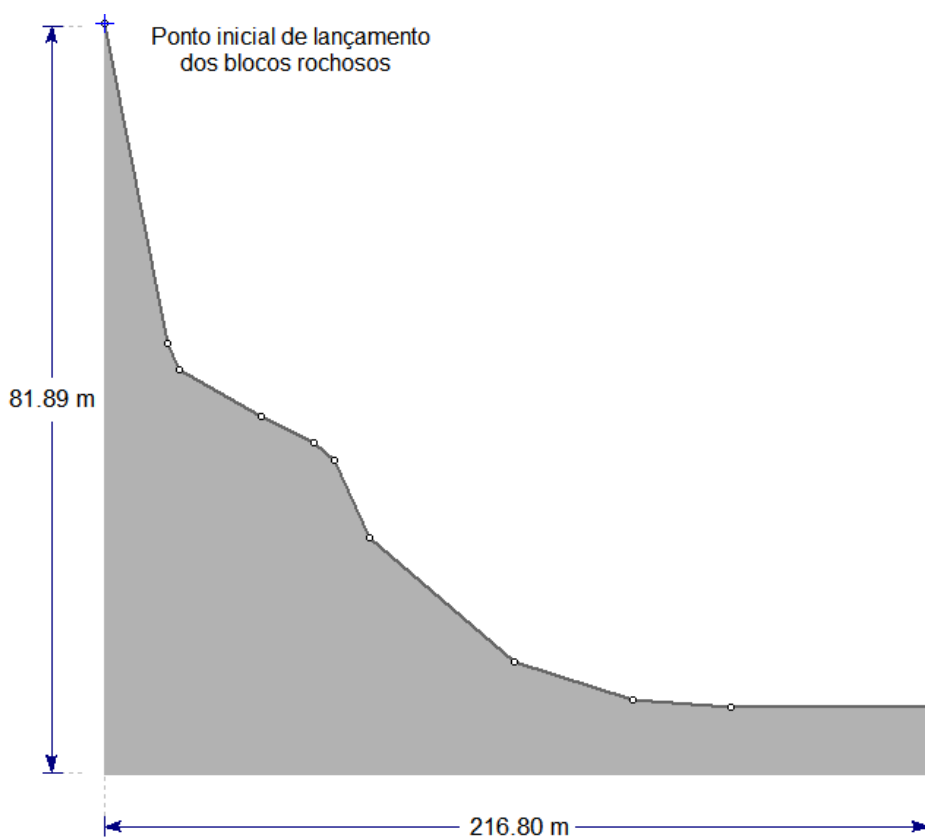


Figura 67 - Encosta rochosa – Caso 3

### 3.3.1 Coeficientes de restituição normal 0,40 e tangencial 0,85

O caso 3, modelado com coeficiente de restituição normal 0,40 e tangencial 0,85, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos. Com isso, o perfil de encosta do caso 3 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 68 e a Figura 69 e a Tabela 40 e a Tabela 41.

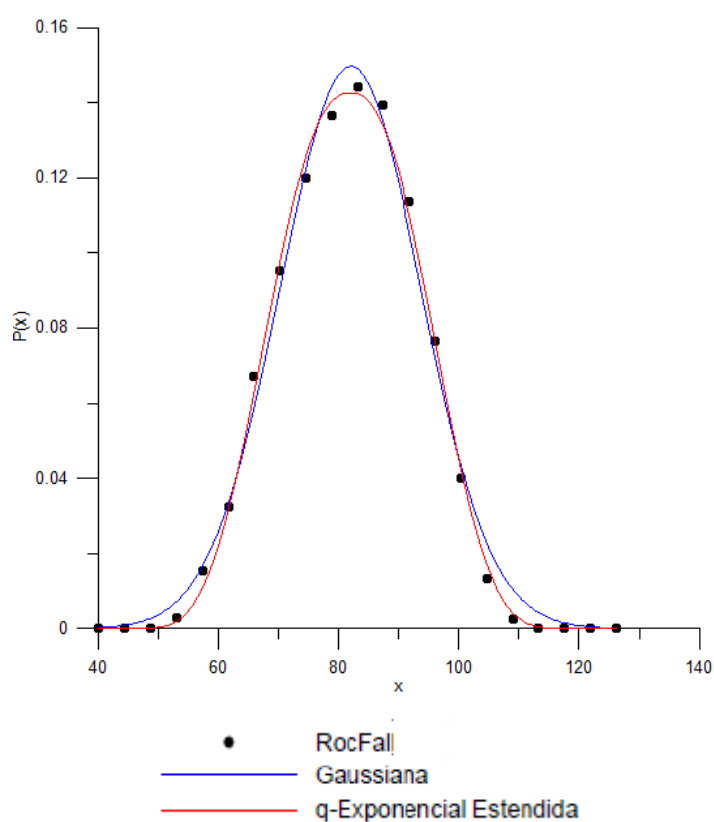


Figura 68 - Gráfico  $P(x)$  versus  $x$  - CRn 0,40 e CRt 0,85 – Caso 3

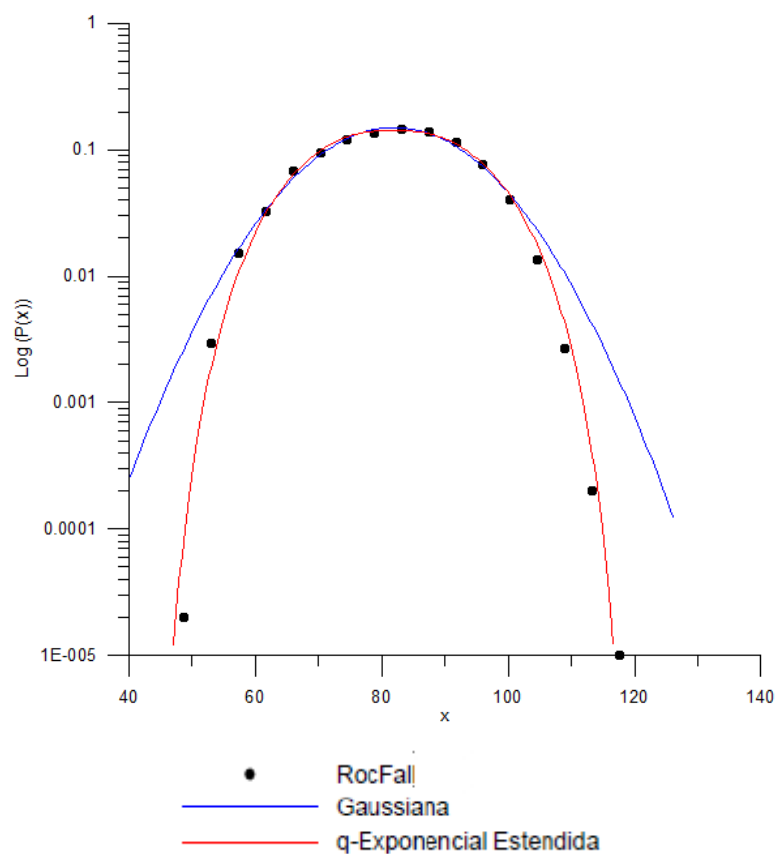


Figura 69 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,40 e CRt 0,85 – Caso 3

Tabela 40 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,85 do caso 3

Gaussiana	Caso 3			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.14963	16.58166	81.97133	0.9959



Tabela 41 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,85 do caso 3

q-Exponencial Estendida	Caso 3					Coeficiente de correlação
	Variáveis da distribuição de probabilidade					
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	0.83781	0.85093	0.14253	17.82940	81.86188	0.9986

### 3.3.2 Coeficientes de restituição normal 0,40 e tangencial 0,90

O caso 3, modelado com coeficiente de restituição normal 0,40 e tangencial 0,90, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos mesmo existindo uma proximidade do ajuste entre as duas. Com isso, o perfil de encosta do caso 3 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 70 e a Figura 71 e a Tabela 42 e a Tabela 43.

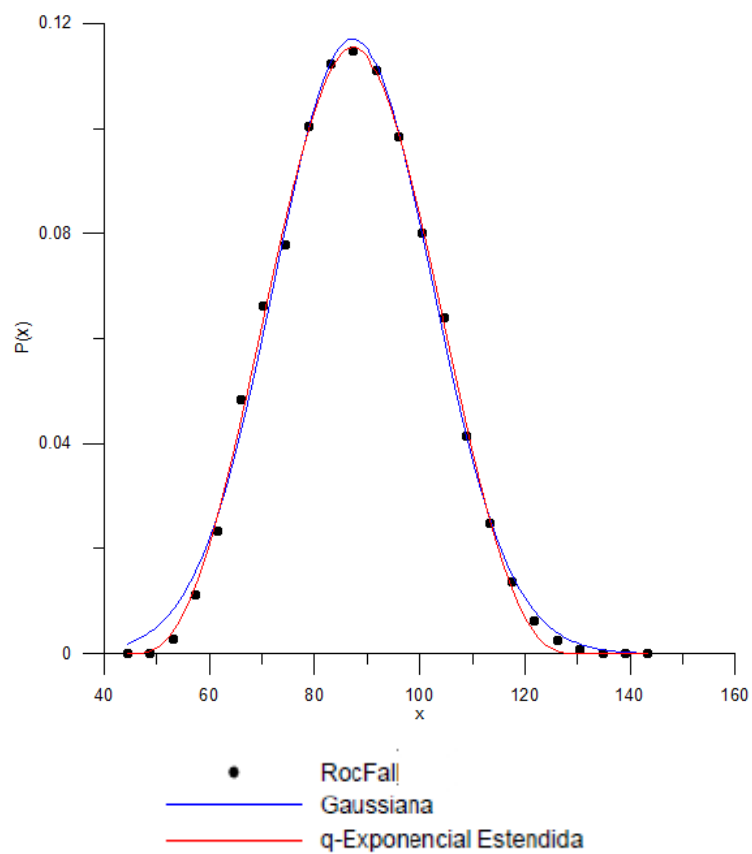


Figura 70 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,40 e CRt 0,90 – Caso 3

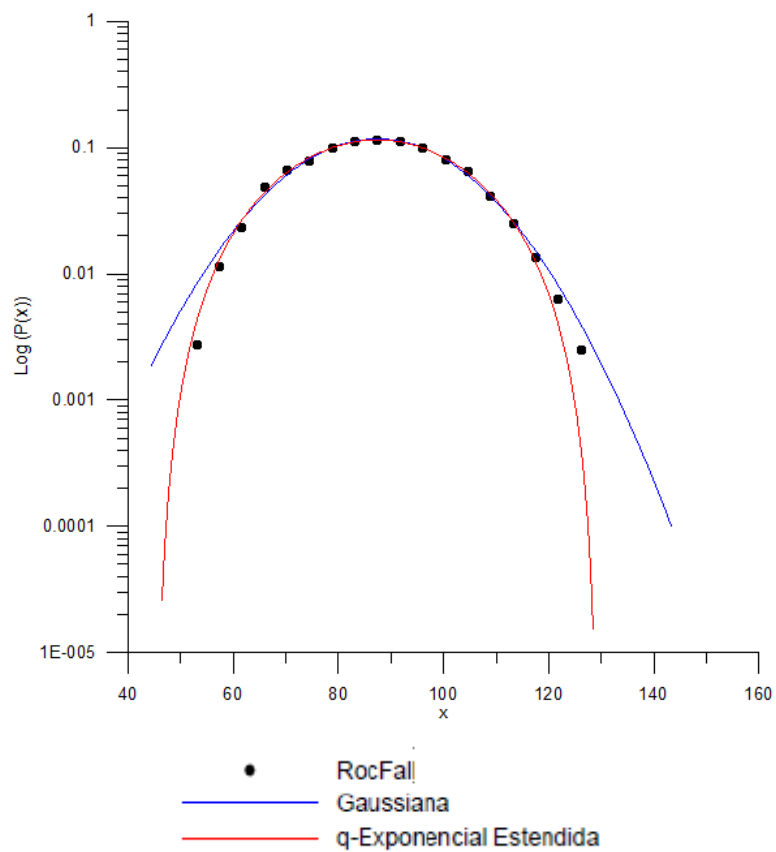


Figura 71 - Gráfico Log(P(x)) versus x - CRn 0,40 e CRt 0,90 – Caso 3

Tabela 42 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,90 do caso 3

Gaussiana	Caso 3			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.11697	21.09355	87.33649	0.9976

Tabela 43 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,90 do caso 3

q-Exponencial Estendida	Caso 3					
	Variáveis da distribuição de probabilidade					Coeficiente de correlação
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	0.65451	1.07862	0.11550	23.76634	87.33422	0.9989

### 3.3.3 Coeficientes de restituição normal 0,53 e tangencial 0,99

A base da encosta precisou ser alongada para comportar os blocos que se depositaram a distâncias mais afastadas. O caso 3, modelado com coeficiente de restituição normal 0,53 e tangencial 0,99, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos mesmo existindo uma proximidade do ajuste entre as duas. Com isso, o perfil de encosta do caso 3 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 72 e a Figura 73 e a Tabela 44 e a Tabela 45.

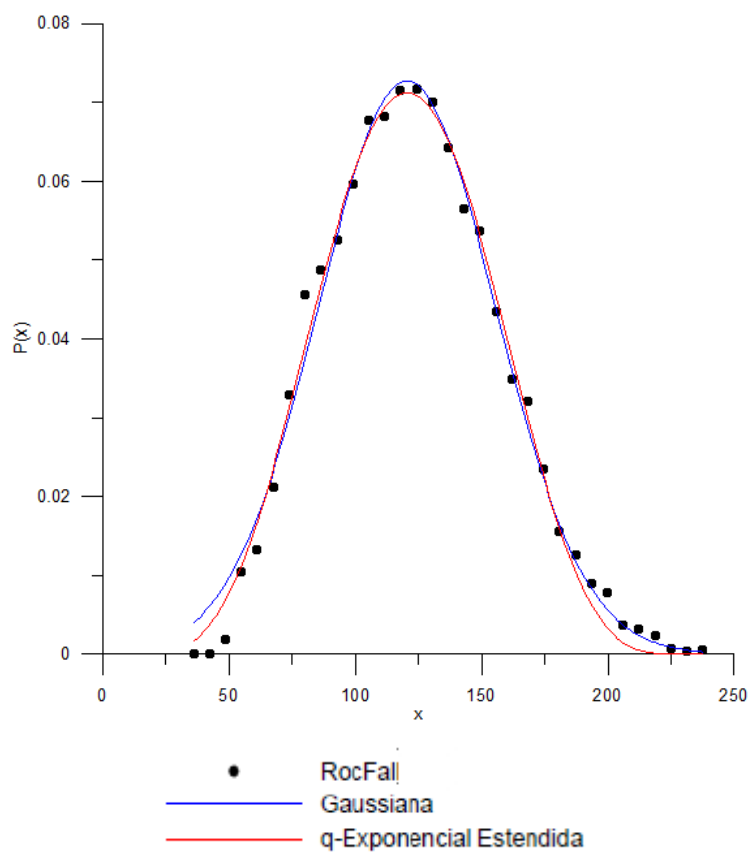


Figura 72 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,53 e CRt 0,99 – Caso 3

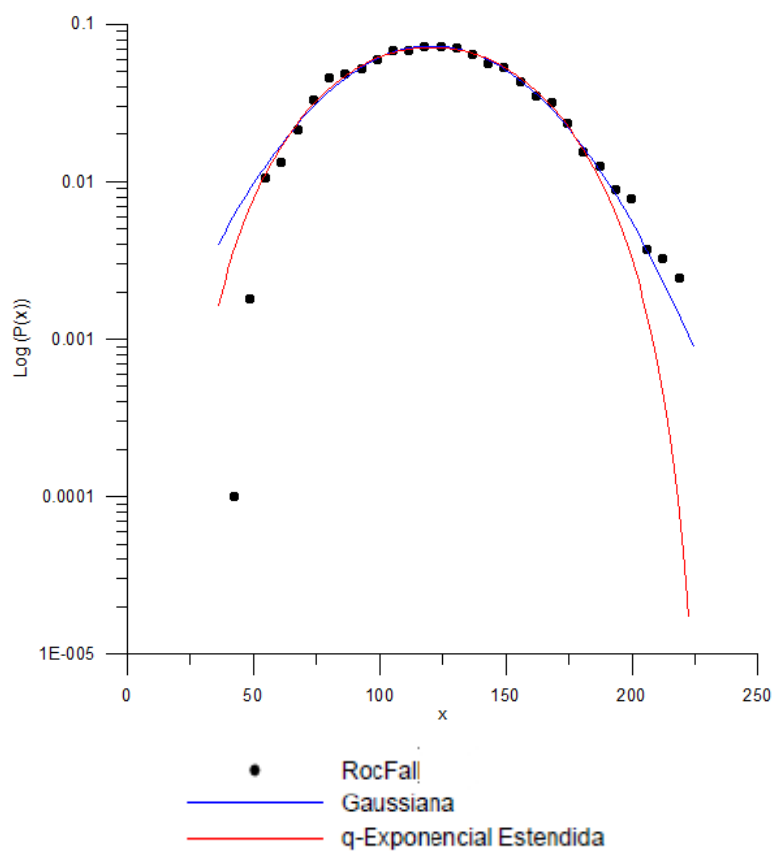


Figura 73 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,53 e CRt 0,99 – Caso 3

Tabela 44 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,53 e 0,99 do caso 3

Gaussiana	Caso 3			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.07277	49.56723	120.46848	0.9942

Tabela 45 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,53 e 0,99 do caso 3

q-Exponencial Estendida	Caso 3					
	Variáveis da distribuição de probabilidade					Coeficiente de correlação
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	0.76206	0.98996	0.07123	53.83523	120.57263	0.9954

### 3.3.4 Coeficientes de restituição normal 0,55 e tangencial 0,85

O caso 3, modelado com coeficiente de restituição normal 0,55 e tangencial 0,85, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos mesmo existindo uma proximidade do ajuste entre as duas. Com isso, o perfil de encosta do caso 3 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 74 e a Figura 75 e a Tabela 46 e a Tabela 47.

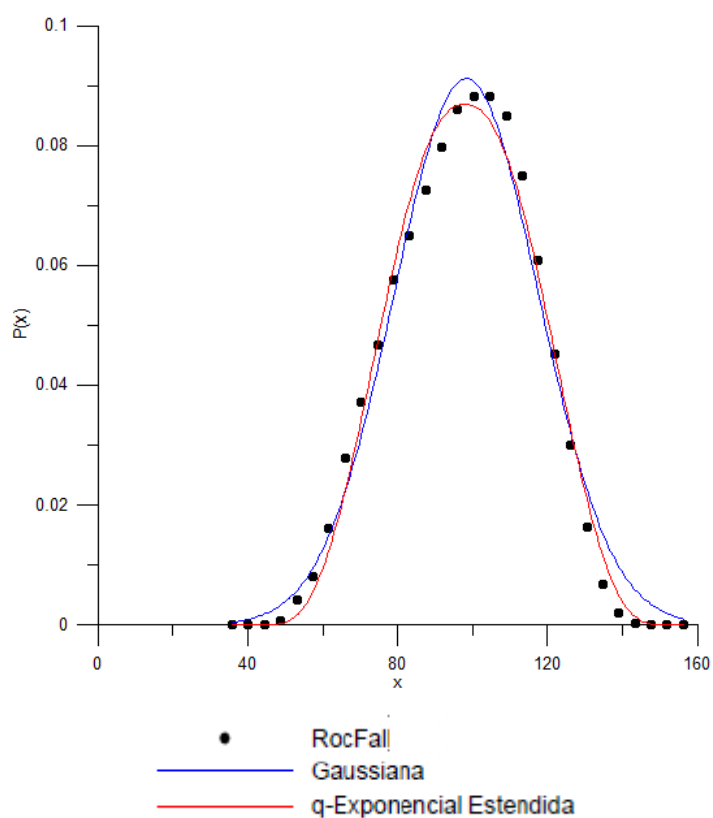


Figura 74 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,55 e CRt 0,85 – Caso 3

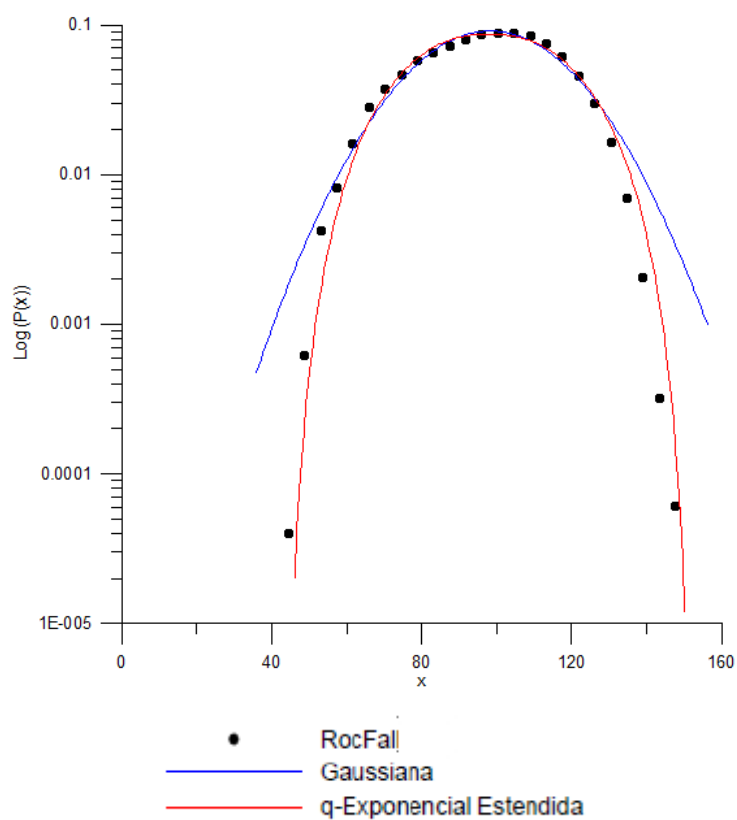


Figura 75 - Gráfico Log(P(x)) versus x - CRn 0,55 e CRt 0,85 – Caso 3

Tabela 46 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,55 e 0,85 do caso 3

Gaussiana	Caso 3			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.09116	27.26049	98.33533	0.9913

Tabela 47 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,55 e 0,85 do caso 3

q-Exponencial Estendida	Caso 3					
	Variáveis da distribuição de probabilidade				Coeficiente de correlação	
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	0.74006	0.88392	0.08684	30.15102	97.97620	0.9949

### 3.3.5 Coeficientes de restituição normal 0,65 e tangencial 0,85

O caso 3, modelado com coeficiente de restituição normal 0,65 e tangencial 0,85, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos mesmo existindo uma proximidade do ajuste entre as duas. Com isso, o perfil de encosta do caso 3 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 76 e a Figura 77 e a Tabela 48 e a Tabela 49.

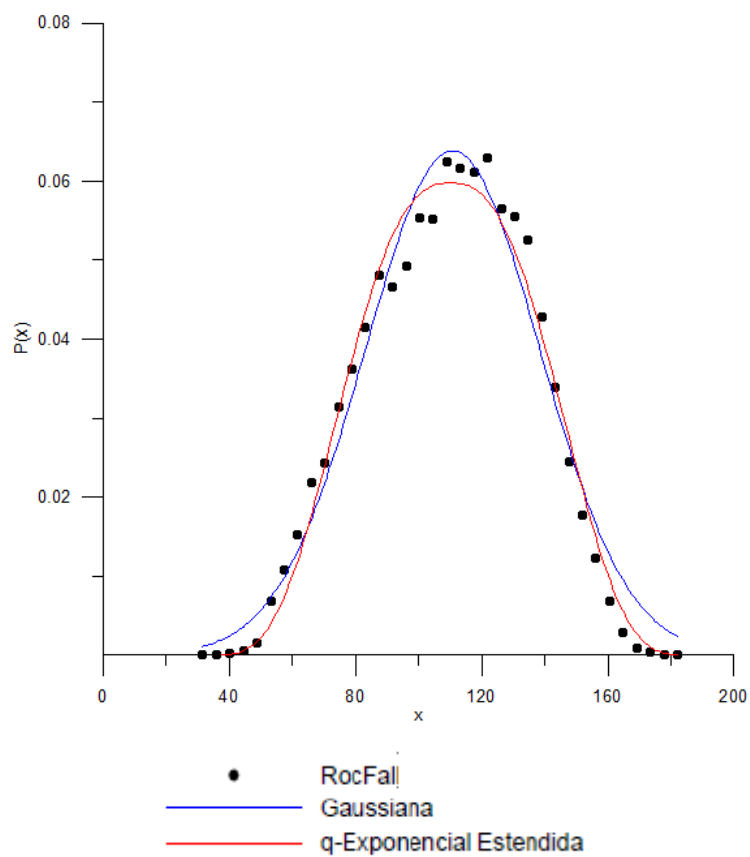


Figura 76 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,65 e CRt 0,85 – Caso 3

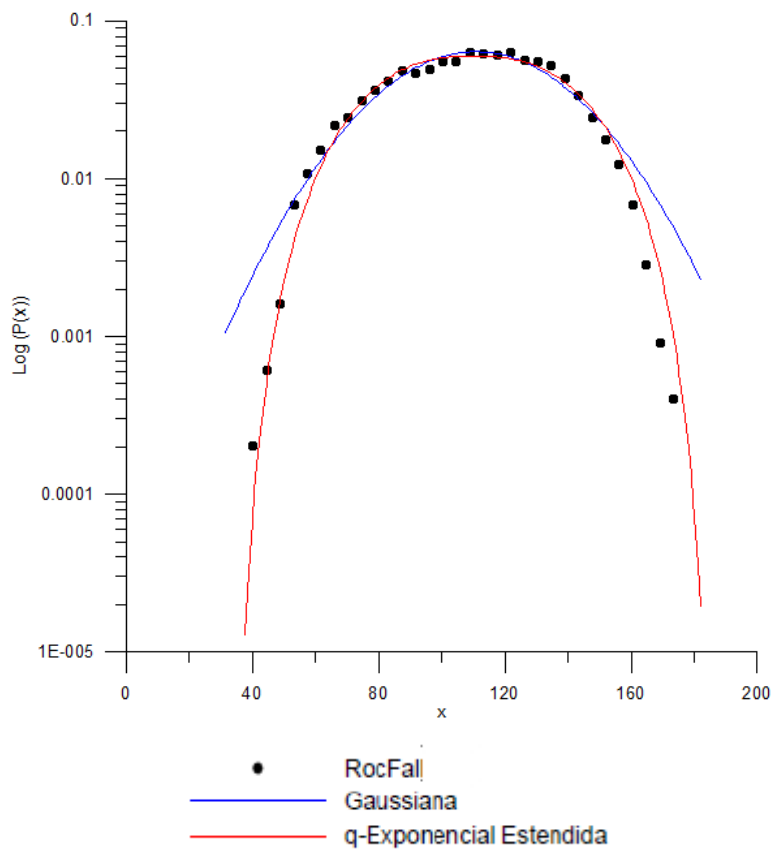


Figura 77 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,65 e CRt 0,85 – Caso 3



Tabela 48 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,65 e 0,85 do caso 3

Gaussiana	Caso 3			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.06383	39.11692	110.80754	0.9848

Tabela 49 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,65 e 0,85 do caso 3

q-Exponencial Estendida	Caso 3					
	Variáveis da distribuição de probabilidade				Coeficiente de correlação	
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	0.76643	0.79686	0.05976	43.09366	110.07242	0.9914

### 3.3.6 Coeficientes de restituição normal 0,85 e tangencial 0,85

A base da encosta precisou ser alongada para comportar os blocos que se depositaram a distâncias mais afastadas. O caso 3, modelado com coeficiente de restituição normal 0,85 e tangencial 0,85, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos mesmo existindo uma proximidade do ajuste entre as duas. Com isso, o perfil de encosta do caso 3 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 78 e a Figura 79 e a Tabela 50 e a Tabela 51.

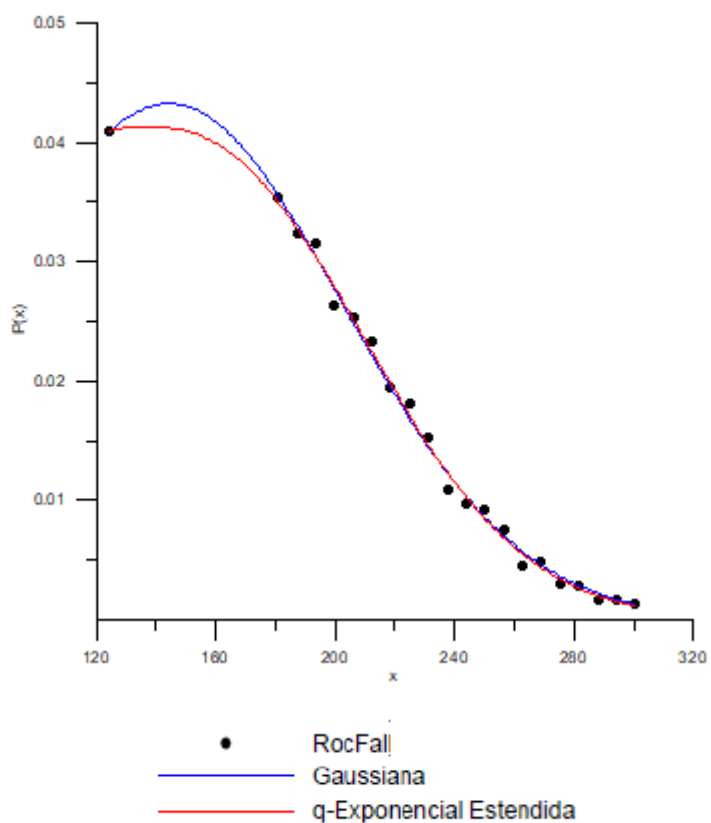


Figura 78 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,85 e CRt 0,85 – Caso 3

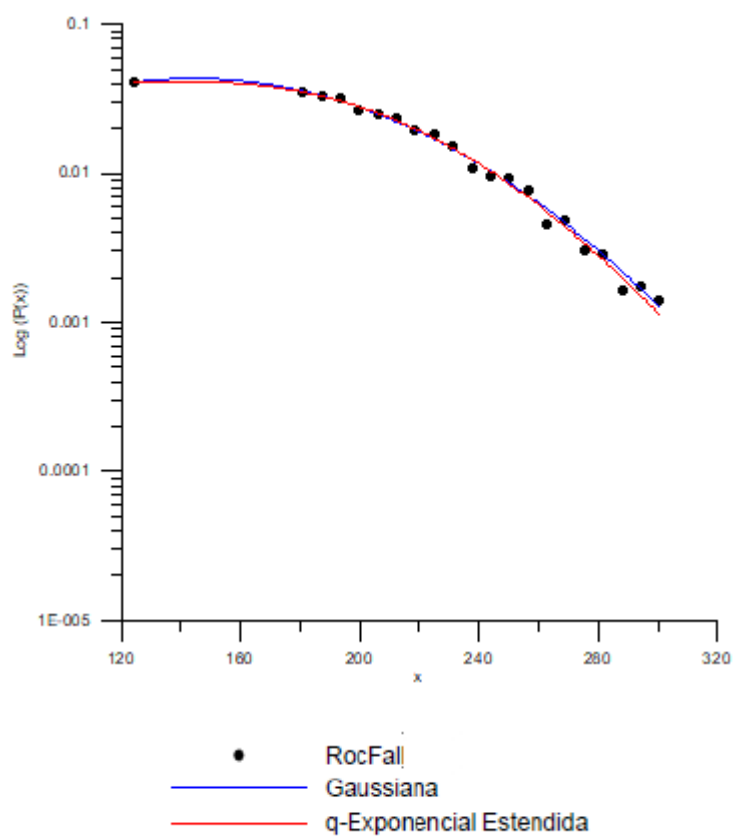


Figura 79 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,85 e CRt 0,85 – Caso 3

Tabela 50 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,85 e 0,85 do caso 3

Gaussiana	Caso 3			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.04326	83.25088	144.29401	0.9980

Tabela 51 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,85 e 0,85 do caso 3

q-Exponencial Estendida	Caso 3					
	Variáveis da distribuição de probabilidade				Coeficiente de correlação	
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	1.07804	0.81830	0.04131	91.13781	137.28324	0.9982

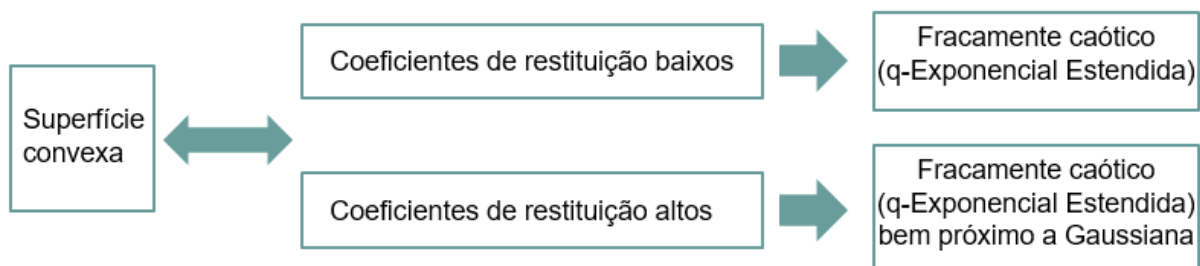
Segue a Tabela 52 obtida de todas os resultados das distribuições de probabilidade do Caso 3.

Tabela 52 - Resultados das distribuições de probabilidade do caso 3

Perfil da encosta	Superfície da encosta	CRn	CRt	q	$\delta$	Coefficiente de correlação R Gaussiana	Coefficiente de correlação R q-Exponencial Estendida	Distribuição de probabilidade de ajuste	Comportamento caótico	Quantidade de blocos lançados (un)	Observações
Caso 3	Convexa	<b>0,35</b>	<b>0,85</b>	<b>1,01780</b>	<b>0,97230</b>	<b>0,9996</b>	<b>0,9996</b>	<b>Gaussiana</b>	<b>caos forte</b>	<b>100000</b>	<b>Análise de Ignacio (2019)</b>
		0,40	0,85	0,83780	0,85090	0,9959	0,9986	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Sem comentários
		0,40	0,90	0,65452	1,07863	0,9976	0,9989	q-Exponencial Estendida	caos fraco	10000	Bem próxima da Gaussiana
		0,53	0,99	0,76207	0,98997	0,9942	0,9954	q-Exponencial Estendida	caos fraco	10000	Bem próxima da Gaussiana
		0,55	0,85	0,74000	0,88390	0,9913	0,9949	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Sem comentários
		0,65	0,85	0,76644	0,79687	0,9848	0,9914	q-Exponencial Estendida	caos fraco	10000	Sem comentários
		0,85	0,85	1,07804	0,81830	0,9980	0,9982	q-Exponencial Estendida	caos fraco	10000	Bem próxima da Gaussiana

Os valores de coeficientes de restituição Crn 0,35 e Crt 0,85 em negrito se referem aos dados encontrados por Ignacio (2019). Observe que os coeficientes de restituição baixos apresentam comportamentos fracamente caóticos, enquanto que coeficientes de restituição altos apresentam comportamentos fracamente caóticos bem próximos da Gaussiana porque têm uma aproximação de q e  $\delta$  com o número 1. A Figura 80 ilustra essa afirmação.

Figura 80 - Comportamentos do Caso 3

**CASO 3**

## 3.4 Caso 4

O caso 4 estuda uma encosta com superfície côncava. O perfil possui 15,72 m de altura, 49,16 m de comprimento e com transição também suave entre o perfil e base alongada como mostra a Figura 81. Os movimentos foram de queda livre, rolamento e salto.

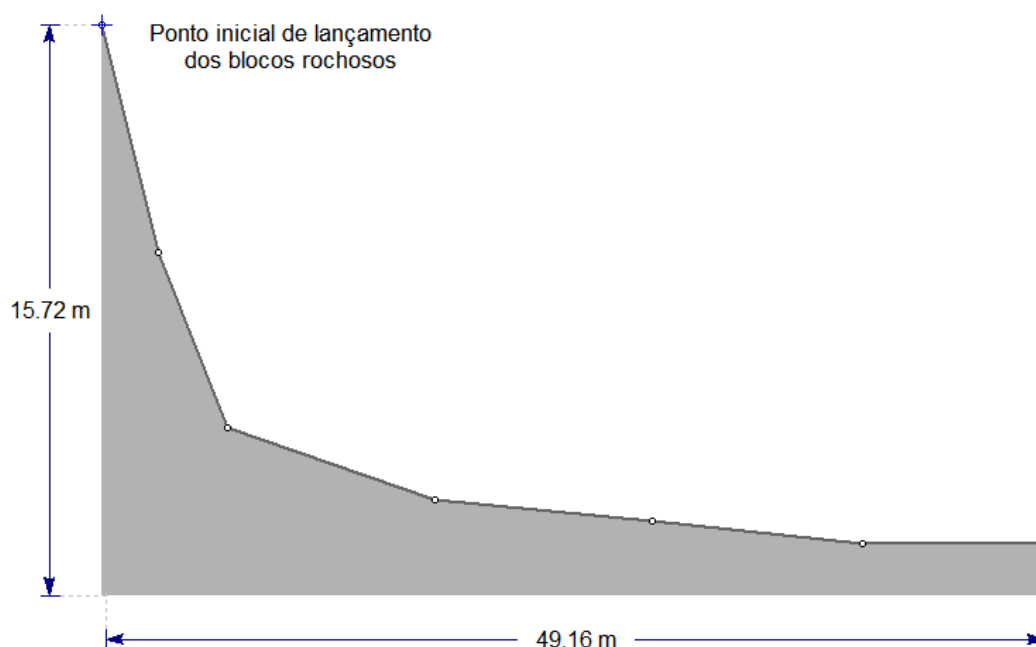


Figura 81 - Encosta rochosa – Caso 4

### 3.4.1 Coeficientes de restituição normal 0,20 e tangencial 0,80

O caso 4, modelado com coeficiente de restituição normal 0,20 e tangencial 0,80, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos. Com isso, o perfil de encosta do caso 4 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 82 e a Figura 83 e a Tabela 53 e a Tabela 54.

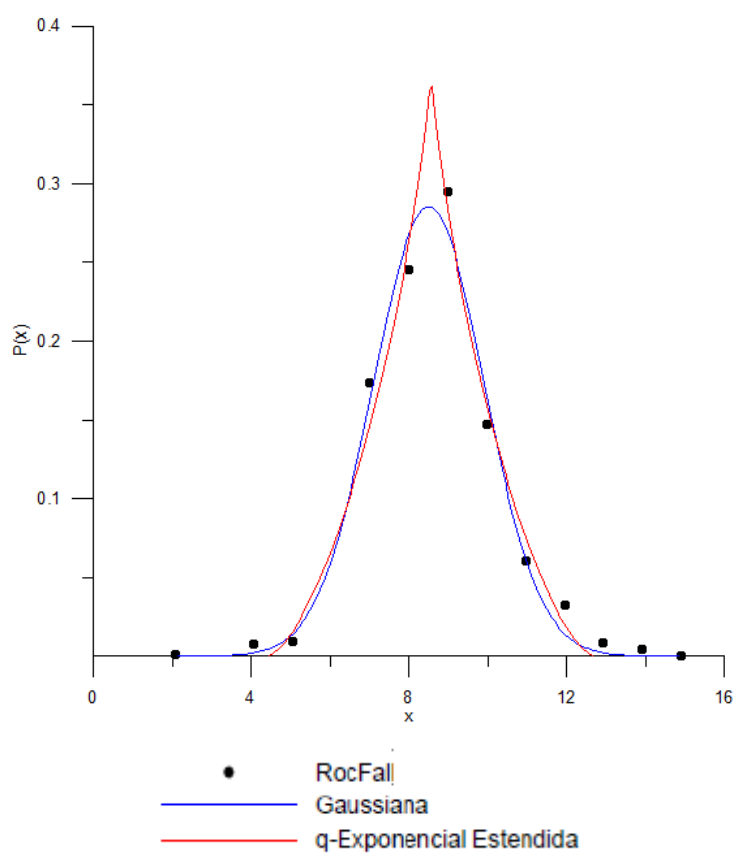


Figura 82 - Gráfico  $P(x)$  versus  $x$  - CRn 0,20 e CRt 0,80 – Caso 4

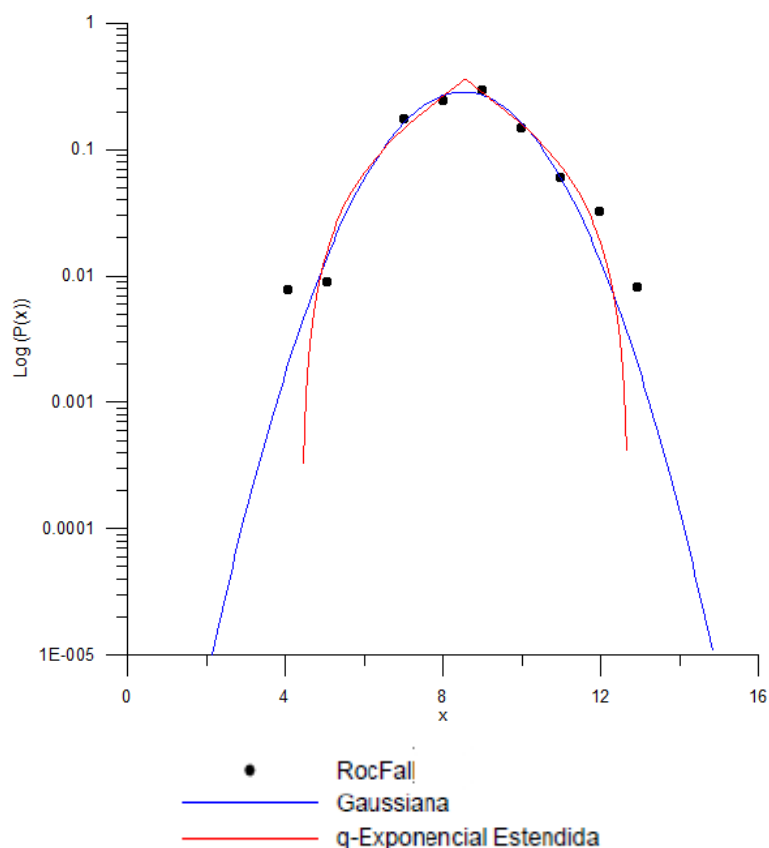


Figura 83 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,20 e CRt 0,80 – Caso 4

Tabela 53 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,20 e 0,80 do caso 4

Gaussiana	Caso 4			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coefficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.28523	1.98625	8.50276	0.9917

Tabela 54 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,20 e 0,80 do caso 4

q-Exponencial Estendida	Caso 4					
	Variáveis da distribuição de probabilidade					Coefficiente de correlação
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	0.33869	2.55322	0.37339	2.44497	8.55943	0.9929

### 3.4.2 Coeficientes de restituição normal 0,40 e tangencial 0,85

O caso 4, modelado com coeficiente de restituição normal 0,40 e tangencial 0,85, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos. Com isso, o perfil de encosta do caso 4 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 84 e a Figura 85 e a Tabela 55 e a Tabela 56.

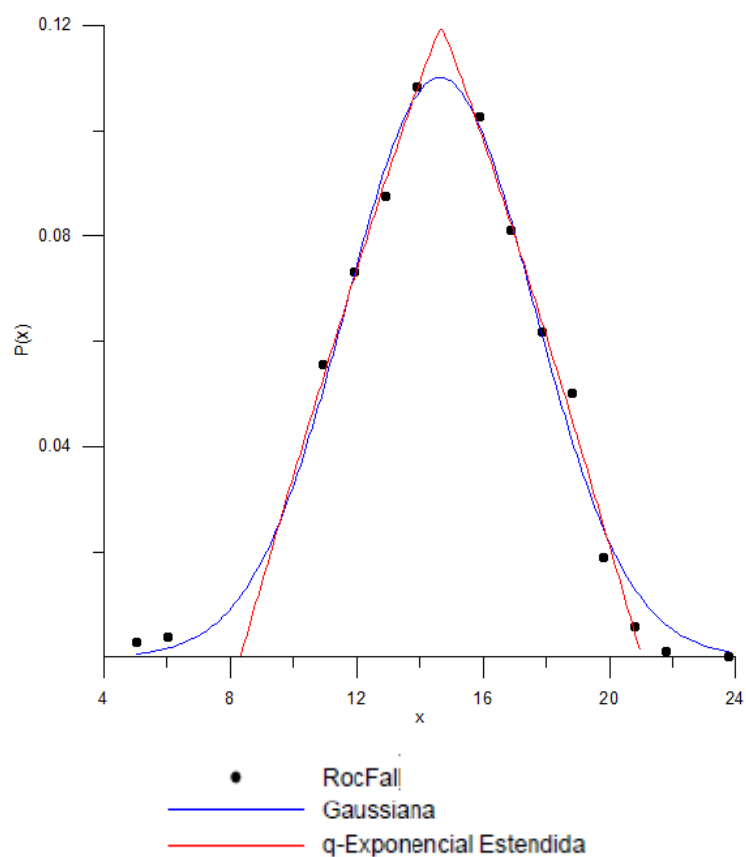


Figura 84 - Gráfico  $P(x)$  versus  $x$  - CRn 0,40 e CRt 0,85 – Caso 4



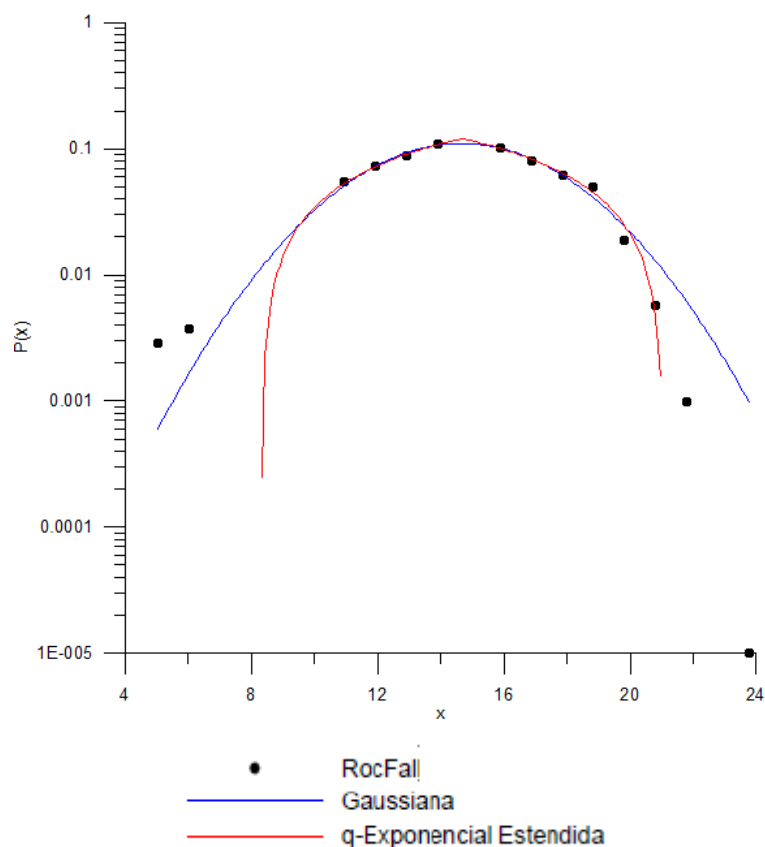


Figura 85 - Gráfico Log ( $P(x)$ ) versus  $x$  - CRn 0,40 e CRt 0,85 – Caso 4

Tabela 55 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,85 do caso 4

Gaussiana	Caso 4			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.28547	1.98228	8.50388	0.9907

Tabela 56 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,85 do caso 4

q-Exponencial Estendida	Caso 4					
	Variáveis da distribuição de probabilidade					Coeficiente de correlação
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	0.34173	2.53980	0.37266	2.44014	8.55933	0.9840

### 3.4.3 Coeficientes de restituição normal 0,40 e tangencial 0,90

O caso 4, modelado com coeficiente de restituição normal 0,40 e tangencial 0,90, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos. Com isso, o perfil de encosta do caso 4 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 86 e a Figura 87 e a Tabela 57 e a Tabela 58.

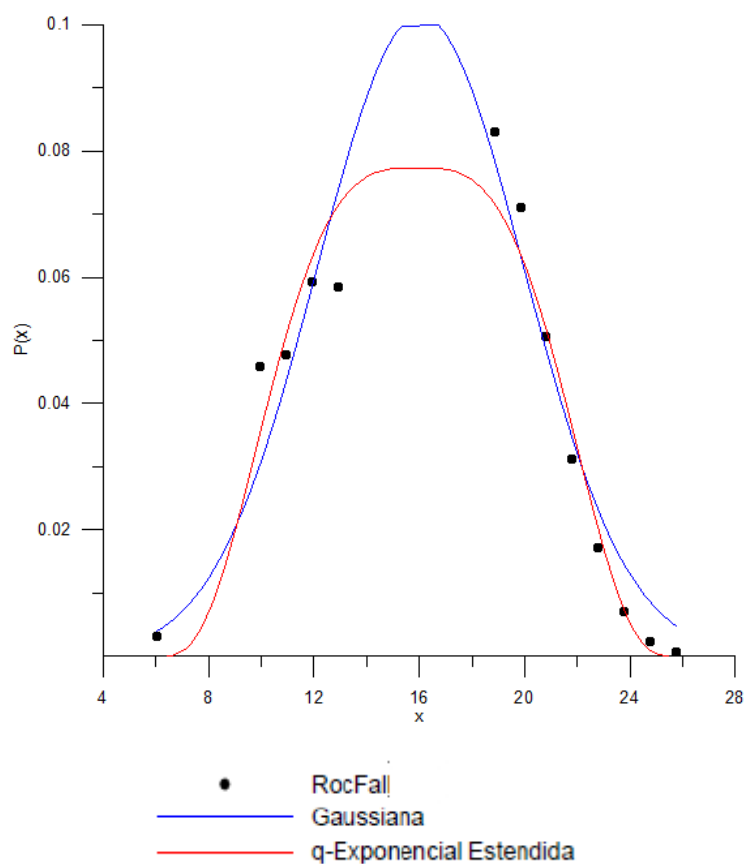


Figura 86 - Gráfico  $P(x)$  versus  $x$  - CRn 0,40 e CRt 0,90 – Caso 4

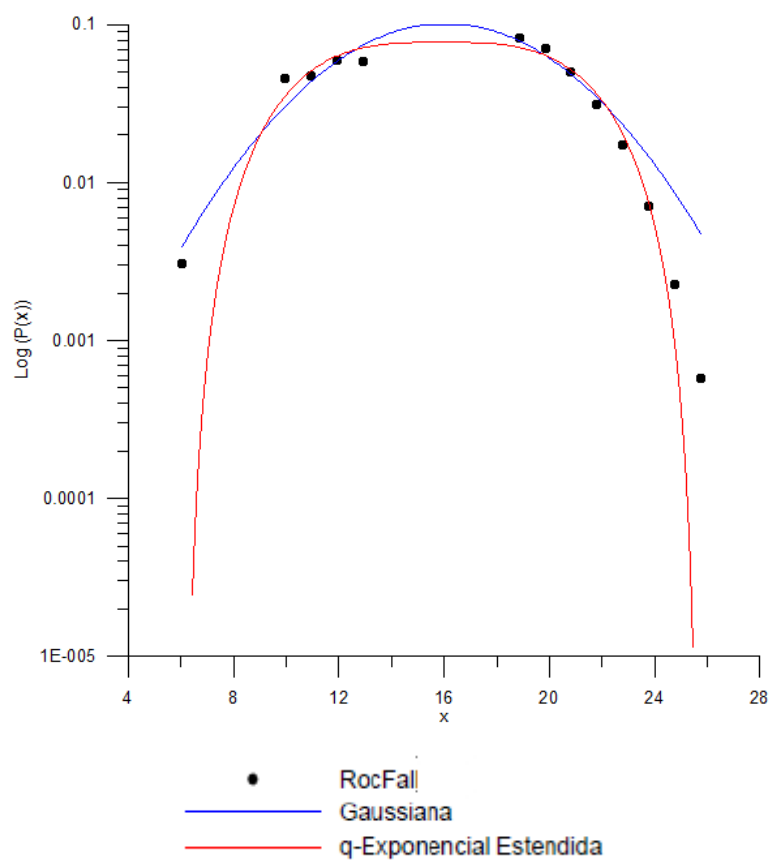


Figura 87 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,40 e CRt 0,90 – Caso 4

Tabela 57 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,90 do caso 4

Gaussiana	Caso 4			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.10144	5.55122	16.04104	0.9612

Tabela 58 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,40 e 0,90 do caso 4

q-Exponencial Estendida	Caso 4					
	Variáveis da distribuição de probabilidade					Coeficiente de correlação
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	0.70039	0.63347	0.07732	-6.66933	15.90584	0.9723

#### 3.4.4 Coeficientes de restituição normal 0,53 e tangencial 0,99

A base da encosta precisou ser alongada para comportar os blocos que se depositaram a distâncias mais afastadas. O caso 4, modelado com coeficiente de restituição normal 0,53 e tangencial 0,99, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos. Com isso, o perfil de encosta do caso 4 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 88 e a Figura 89 e a Tabela 59 e a Tabela 60.

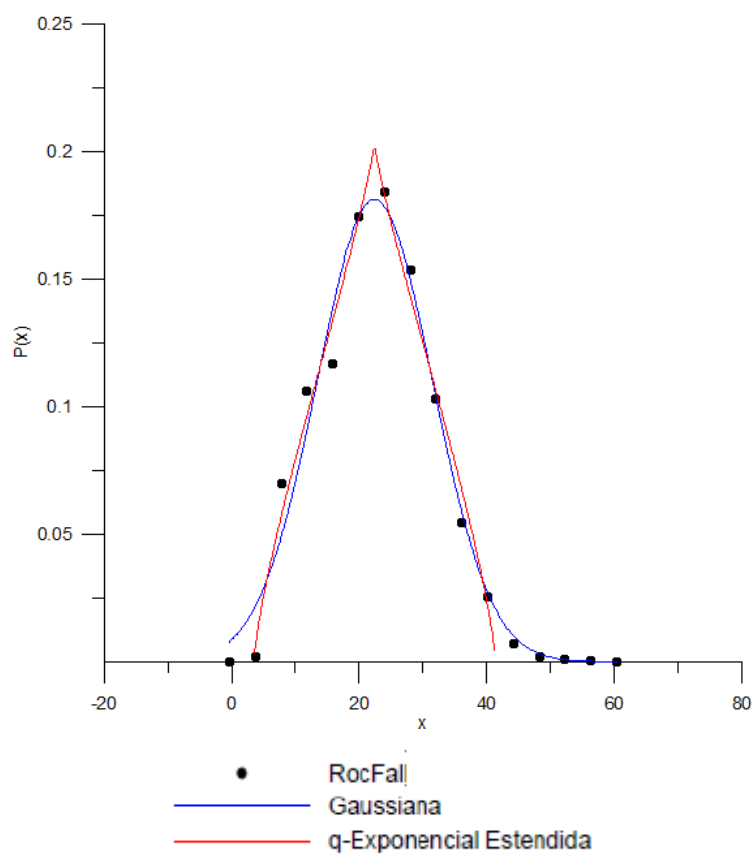


Figura 88 - Gráfico  $P(x)$  versus  $x$  -  $CR_n$  0,53 e  $CR_t$  0,99 – Caso 4

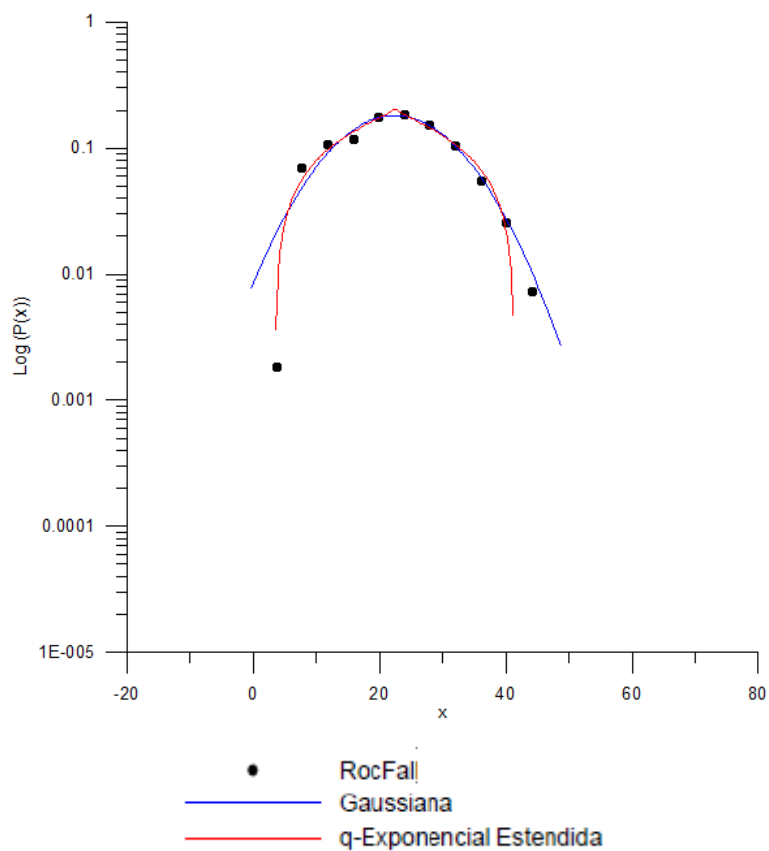


Figura 89 - Gráfico  $\text{Log}(P(x))$  versus  $x$  -  $CR_n$  0,53 e  $CR_t$  0,99 – Caso 4

Tabela 59 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,53 e 0,99 do caso 4

Gaussiana	Caso 4			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.18118	12.82885	22.43551	0.9879

Tabela 60 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,53 e 0,99 do caso 4

q-Exponencial Estendida	Caso 4					
	Variáveis da distribuição de probabilidade				Coeficiente de correlação	
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	-0.31476	2.45577	0.20395	26.44974	22.41747	0.9939

#### 3.4.5 Coeficientes de restituição normal 0,65 e tangencial 0,85

O caso 4, modelado com coeficiente de restituição normal 0,65 e tangencial 0,85, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos. Com isso, o perfil de encosta do caso 4 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 90 e a Figura 91 e a Tabela 61 e a Tabela 62.

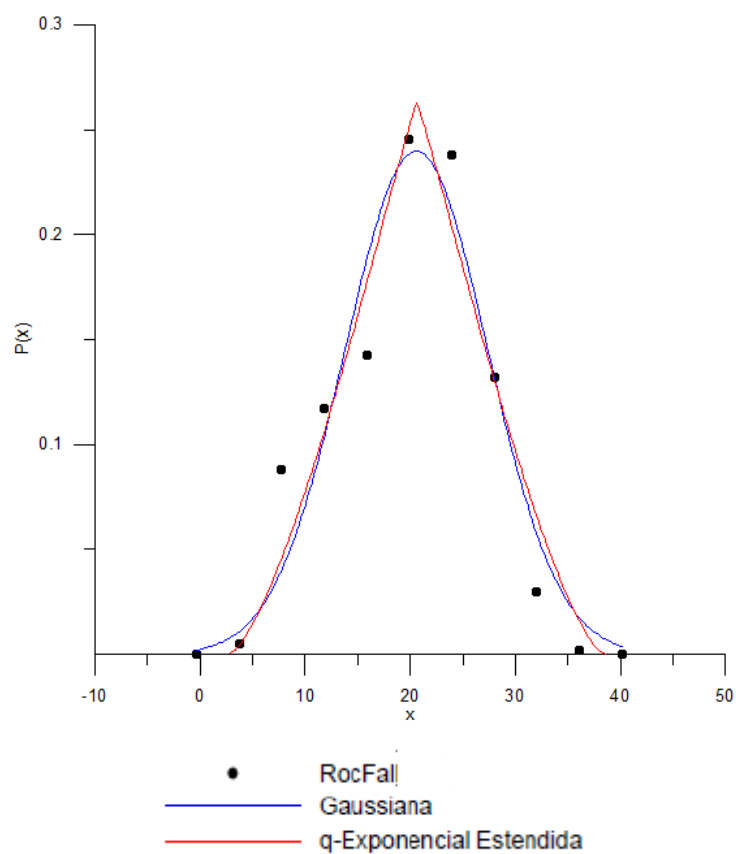


Figura 90 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,65 e CRt 0,85 – Caso 4

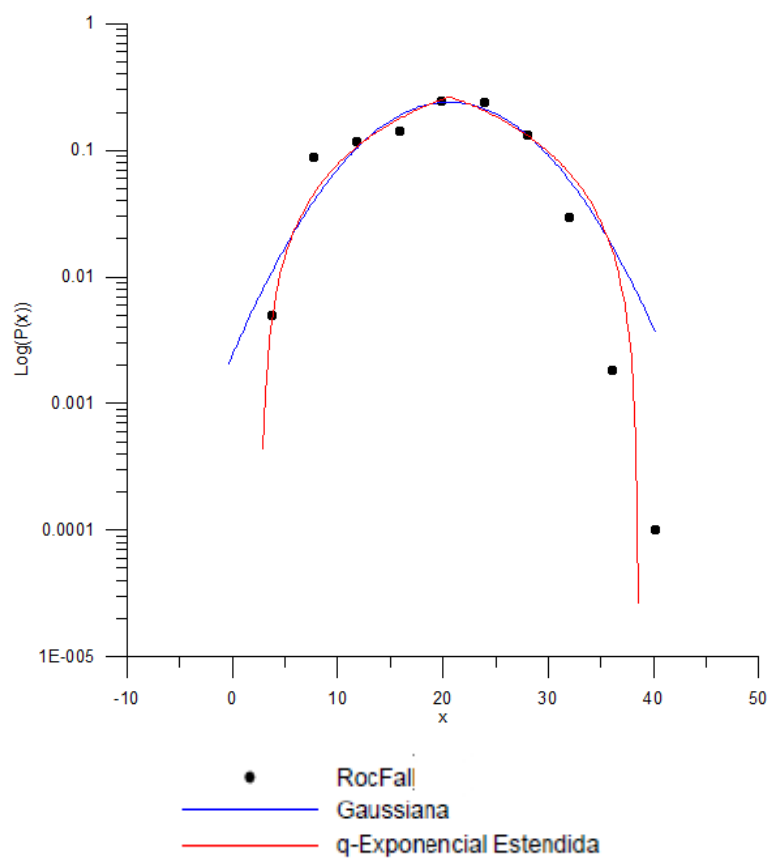


Figura 91 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,65 e CRt 0,85 – Caso 4

Tabela 61 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,65 e 0,85 do caso 4

Gaussiana	Caso 4			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.23966	9.59063	20.57772	0.9626

Tabela 62 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,65 e 0,85 do caso 4

q-Exponencial Estendida	Caso 4					
	Variáveis da distribuição de probabilidade					Coeficiente de correlação
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	0.31687	1.83666	0.26301	12.62462	20.62815	0.9658

#### 3.4.6 Coeficientes de restituição normal 0,85 e tangencial 0,85

A base da encosta precisou ser alongada para comportar os blocos que se depositaram a distâncias mais afastadas. O caso 4, modelado com coeficiente de restituição normal 0,85 e tangencial 0,85, alcançou a distribuição q-Exponencial Estendida devido a esta convergir a melhores resultados de ajuste estatísticos mesmo existindo uma proximidade do ajuste entre as duas. Com isso, o perfil de encosta do caso 4 para estes coeficientes de restituição indica um comportamento fracamente caótico conforme apontam a Figura 92 e a Figura 93 e a Tabela 63 e a Tabela 64.



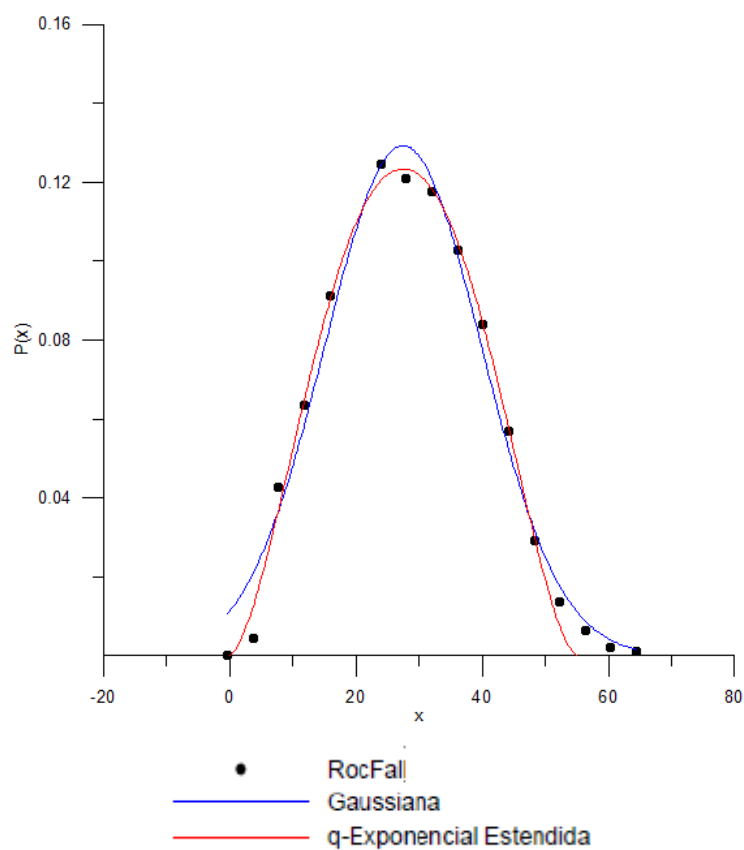


Figura 92 - Gráfico P(x) versus x - CRn 0,85 e CRt 0,85 – Caso 4

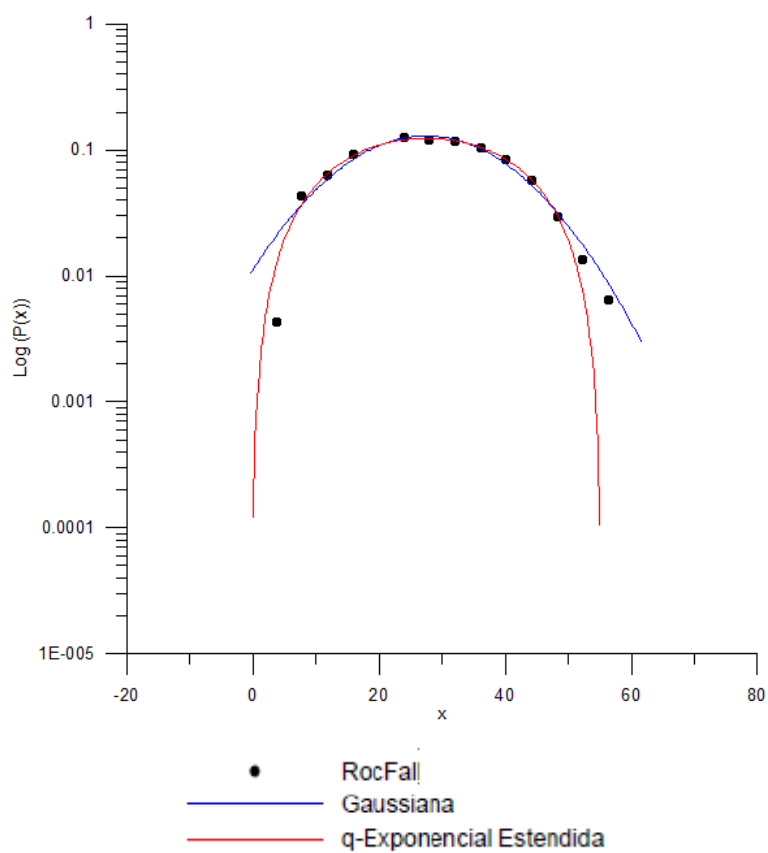


Figura 93 - Gráfico Log (P(x)) versus x - CRn 0,85 e CRt 0,85 – Caso 4

Tabela 63 - Resultados da distribuição de probabilidade Gaussiana obtidos pelos coeficientes de restituição 0,85 e 0,85 do caso 4

Gaussiana	Caso 4			
	Variáveis da distribuição de probabilidade			Coeficiente de correlação
	a	b	c	R
	0.12929	17.58895	27.46572	0.9899

Tabela 64 - Resultados da distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida obtidos pelos coeficientes de restituição 0,85 e 0,85 do caso 4

q-Exponencial Estendida	Caso 4					
	Variáveis da distribuição de probabilidade				Coeficiente de correlação	
	q	$\delta$	a'	b'	c'	R
	0.44157	0.95467	0.12334	21.02391	27.47753	0.9976

Segue a Tabela 65 obtida de todas os resultados das distribuições de probabilidade do Caso 4.

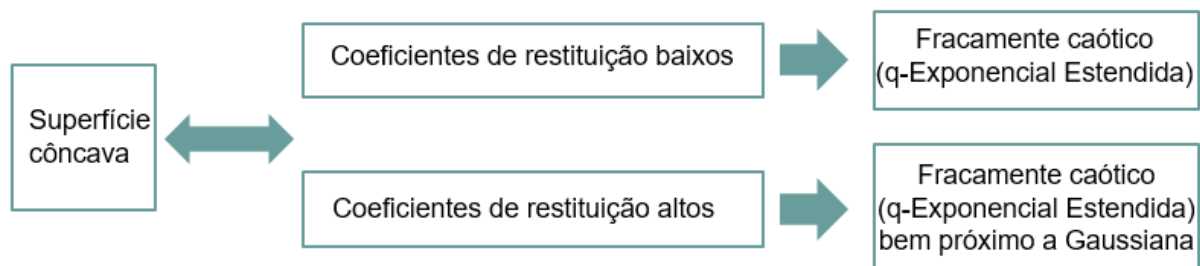
Tabela 65 - Resultados das distribuições de probabilidade do caso 4

Perfil da encosta	Superfície da encosta	CRn	CRt	q	$\delta$	Coefficiente de correlação R Gaussiana	Coefficiente de correlação R q-Exponencial Estendida	Distribuição de probabilidade de ajuste	Comportamento caótico	Quantidade de blocos lançados (un)	Observações
Caso 4	Côncava	0,20	0,80	0,33869	2,55323	0,9917	0,9929	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Sem comentários
		<b>0,35</b>	<b>0,85</b>	<b>0,61500</b>	<b>0,66240</b>	<b>0,9816</b>	<b>0,9966</b>	<b>q-Exponencial Estendida</b>	<b>caos fraco</b>	<b>100000</b>	<b>Análise de Ignacio (2019)</b>
		0,40	0,85	0,34174	2,53980	0,9907	0,9840	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Sem comentários
		0,40	0,90	0,70040	0,63348	0,9612	0,9723	q-Exponencial Estendida	caos fraco	10000	Sem comentários
		0,53	0,99	-0,31477	2,45577	0,9879	0,9939	q-Exponencial Estendida	caos fraco	10000	Sem comentários
		0,65	0,85	0,31687	1,83667	0,9626	0,9658	q-Exponencial Estendida	caos fraco	10000	Sem comentários
		0,85	0,85	0,44158	0,95468	0,9899	0,9976	q-Exponencial Estendida	caos fraco	10000	Bem próxima da Gaussiana

Os valores de coeficientes de restituição Crn 0,35 e Crt 0,85 em negrito se referem aos dados encontrados por Ignacio (2019).

Observe que os coeficientes de restituição baixos apresentam comportamentos fracamente caóticos, enquanto que coeficientes de restituição altos apresentam comportamentos fracamente caóticos bem próximos da Gaussiana porque têm uma aproximação de q e  $\delta$  com o número 1. A Figura 94 ilustra essa afirmação.

Figura 94 - Comportamentos do Caso 4

**CASO 4**

## 4 ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DE RESULTADOS

Os resultados obtidos por Ignacio (2019) apontaram que o comportamento da queda de blocos em encostas está associado ao tipo do perfil da superfície da encosta.

As superfícies dos casos 1 e 4 são côncavas, o que justifica a convergência das trajetórias e dos blocos se manterem mais tempo em contato com a encosta, facilitando a dissipação de energia. As superfícies dos casos 2 e 3 são convexas, o que contribui para a ejeção dos blocos em diferentes trajetórias divergentes entre si, promovendo uma difusão ao longo da encosta. A Figura 95 ilustra os 4 casos.

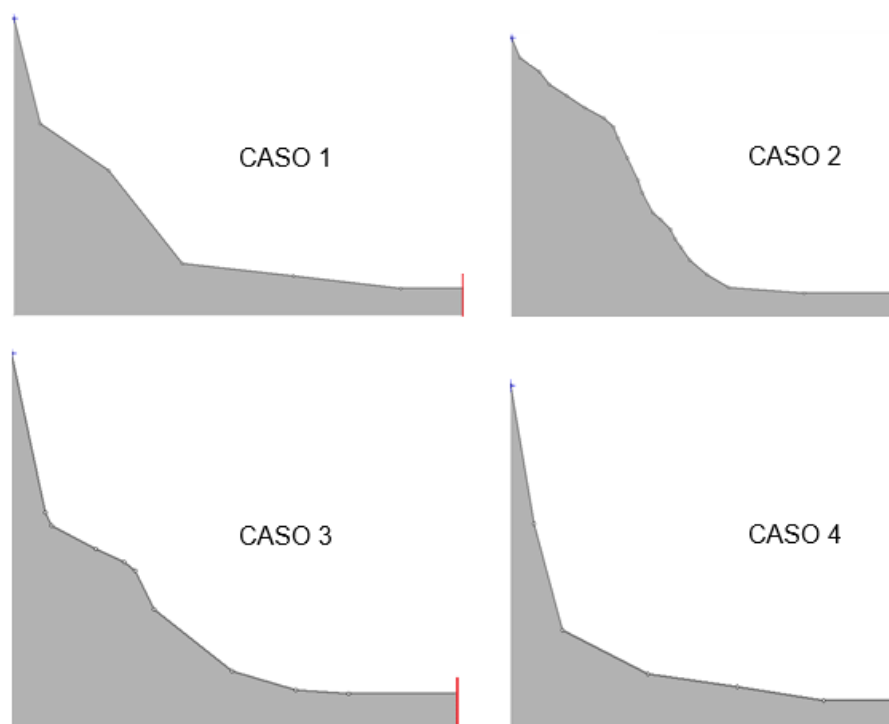


Figura 95 - Perfis de encostas dos casos 1, 2, 3 e 4

As variáveis de distribuição  $q$  e  $\delta$  próximas ao valor 1 sugerem uma distribuição de probabilidade  $q$ -Exponencial Estendida convergindo para a distribuição de probabilidade Gaussiana. Sendo assim, esta última foi a que melhor se adequou à estatística das quedas de blocos indicando um comportamento fortemente caótico. Em contrapartida, as variáveis de distribuição  $q$  e  $\delta$ , cujos valores são diferentes de 1, sugerem uma distribuição de probabilidade  $q$ -Exponencial

Estendida, sendo esta a de melhor ajuste aos dados experimentais, indicando um comportamento fracamente caótico.

A distribuição de probabilidade dos casos 1 e 4, de superfícies côncavas, confirma o que foi concluído por Ignacio (2019), que há a predominância do comportamento fracamente caótico neste tipo de perfil. Este fato reafirma que superfícies côncavas produzem estatísticas típicas de sistemas complexos, desenvolvendo-se no limite entre a ordem e o caos. Assim, valores mais baixos dos coeficientes de restituição convergem para estatísticas que se alinham com o comportamento fracamente caótico. No entanto, para elevados valores dos coeficientes de restituição, os dados experimentais parecem sugerir uma convergência de alinhamento com distribuições Gaussianas ou muito próximos dela.

Ignacio (2019) concluiu que a distribuição de probabilidade dos casos 2 e 3, de superfícies convexas, apresenta comportamento fortemente caótico para este tipo de perfil. Na presente pesquisa, há uma predominância (sete dos oito coeficientes de restituição estudados) do caso 2 apresentar uma distribuição de probabilidade  $q$ -Exponencial Estendida, de comportamento de caos fraco, com valores de  $q$  e  $\delta$  bem próximos a 1, quase convergindo para a distribuição de probabilidade Gaussiana e, conseqüentemente, de caos forte.

O caso 3, diferentemente do caso 2, não apresenta uma convergência predominante do comportamento para caos forte. No entanto, ainda assim apresenta valores de  $q$  e  $\delta$  bem próximos a 1 (três dos seis coeficientes de restituição estudados) quase convergindo para a distribuição de probabilidade Gaussiana, e, conseqüentemente, de caos forte. Este fato confirma o que foi concluído por Ignacio (2019), ratificando que o comportamento fortemente caótico está presente neste tipo de superfície. Acredita-se que a razão das variáveis  $q$  e  $\delta$  se aproximarem de 1 para os casos 2 e 3, mas não de fato convergirem para um comportamento de caos forte, seja devido a um número insuficiente de simulações, no que parece resultar em estatísticas deficientes.

Observou-se que, quanto menor o valor dos coeficientes de restituição normal e tangencial, maior a possibilidade da distribuição de probabilidade convergir para a  $q$ -Exponencial Estendida, devido ao alto grau de amortecimento envolvido no fenômeno. Por outro lado, os resultados experimentais sugerem que quanto maior o valor dos coeficientes de restituição, maior é a probabilidade da distribuição de probabilidade convergir para a Gaussiana. Disto decorre que a adoção de

coeficientes de restituição distintos dos utilizados nos modelos estudados por Ignacio (2019) sugere que não somente o tipo de superfície da encosta determina o tipo de distribuição de probabilidade desenvolvido pelo sistema, mas também a interação com os coeficientes de restituição. Com isso, como mostra a Figura 96 segue a expectativa da identificação dos comportamentos caóticos a partir dos coeficientes de restituição.

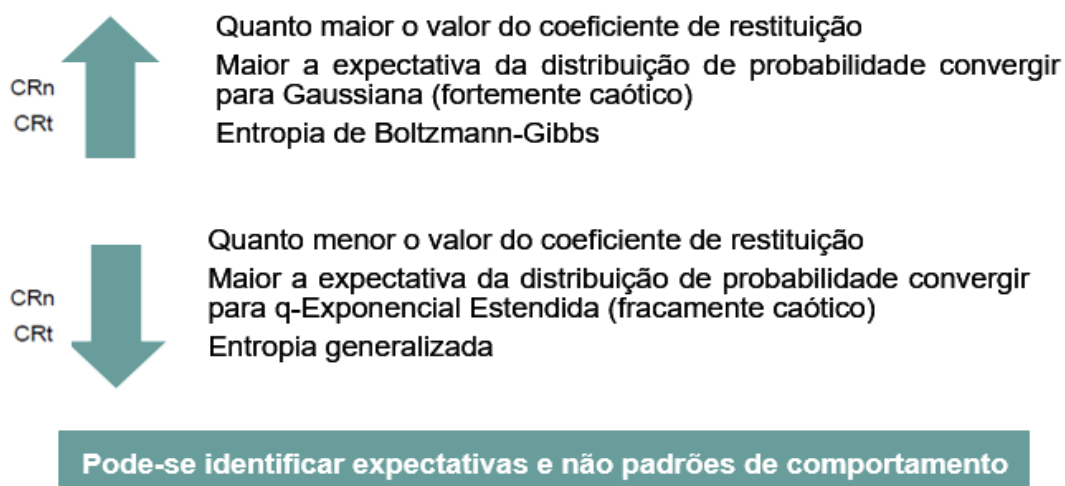


Figura 96 - Identificação dos comportamentos caóticos através dos coeficientes de restituição

A Tabela 66 reúne os resultados obtidos nos estudos de caso e apresenta os dados de Ignacio (2019), identificando a distribuição de probabilidade e o tipo de comportamento envolvido.

Tabela 66 - Resultados gerais obtidos dos casos 1, 2, 3 e 4

Perfil da encosta	Superfície da encosta	CRn	CRt	q	$\delta$	Coefficiente de correlação R Gaussiana	Coefficiente de correlação R q-Exponencial Estendida	Distribuição de probabilidade de ajuste	Comportamento caótico	Quantidade de blocos lançados (un)	Observações
Caso 1	Côncava	0,20	0,50	0,25716	1,73847	0,9994	1,0000	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Sem comentários
		0,20	0,80	-0,19478	2,12601	0,9885	0,9958	q-Exponencial Estendida	caos fraco	80000	Sem comentários
		<b>0,35</b>	<b>0,85</b>	<b>-0,04890</b>	<b>1,56750</b>	<b>0,9835</b>	<b>0,9921</b>	<b>q-Exponencial Estendida</b>	<b>caos fraco</b>	<b>100000</b>	<b>Análise de Ignacio (2019)</b>
		0,40	0,85	0,89550	0,55194	0,9603	0,9842	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Sem comentários
		0,40	0,90	0,21000	1,01400	0,9694	0,9809	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Sem comentários
		0,53	0,99	1,01800	1,28750	0,9909	0,9967	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Sem comentários
		0,55	0,85	0,70100	1,09500	0,9867	0,9881	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Bem próxima da Gaussiana
		0,65	0,85	0,76980	1,09680	0,9868	0,9982	q-Exponencial Estendida	caos fraco	80000	Bem próxima da Gaussiana
		0,85	0,85	1,00180	1,00500	0,9981	0,9981	Gaussiana	caos forte	10000	Sem comentários
Caso 2	Convexa	0,20	0,50	1,98500	0,43580	0,9998	0,9999	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Sem comentários
		0,20	0,80	0,95760	0,75720	0,9906	0,9985	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Bem próxima de Gaussiana
		<b>0,35</b>	<b>0,85</b>	<b>0,92650</b>	<b>0,96800</b>	<b>0,9981</b>	<b>0,9987</b>	<b>Gaussiana</b>	<b>caos forte</b>	<b>100000</b>	<b>Análise de Ignacio (2019)</b>
		0,40	0,85	0,94950	0,83490	0,9967	0,9987	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Bem próxima da Gaussiana
		0,40	0,90	0,79640	0,93920	0,9975	0,9993	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Bem próxima da Gaussiana
		0,53	0,99	0,73270	1,28200	0,9963	0,9971	q-Exponencial Estendida	caos fraco	10000	Bem próxima da Gaussiana



Perfil da encosta	Superfície da encosta	CRn	CRt	q	$\delta$	Coefficiente de correlação R Gaussiana	Coefficiente de correlação R q-Exponencial Estendida	Distribuição de probabilidade de ajuste	Comportamento caótico	Quantidade de blocos lançados (un)	Observações
		0,55	0,85	0,84060	0,86140	0,9937	0,9960	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Bem próxima da Gaussiana
		0,65	0,85	0,80370	0,90570	0,9939	0,9962	q-Exponencial Estendida	caos fraco	80000	Bem próxima da Gaussiana
		0,85	0,85	0,87400	0,91900	0,9910	0,9924	q-Exponencial Estendida	caos fraco	80000	Bem próxima da Gaussiana
Caso 3	Convexa	<b>0,35</b>	<b>0,85</b>	<b>1,01780</b>	<b>0,97230</b>	<b>0,9996</b>	<b>0,9996</b>	<b>Gaussiana</b>	<b>caos forte</b>	<b>100000</b>	<b>Análise de Ignacio (2019)</b>
		0,40	0,85	0,83780	0,85090	0,9959	0,9986	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Sem comentários
		0,40	0,90	0,65452	1,07863	0,9976	0,9989	q-Exponencial Estendida	caos fraco	10000	Bem próxima da Gaussiana
		0,53	0,99	0,76207	0,98997	0,9942	0,9954	q-Exponencial Estendida	caos fraco	10000	Bem próxima da Gaussiana
		0,55	0,85	0,74000	0,88390	0,9913	0,9949	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Sem comentários
		0,65	0,85	0,76644	0,79687	0,9848	0,9914	q-Exponencial Estendida	caos fraco	10000	Sem comentários
		0,85	0,85	1,07804	0,81830	0,9980	0,9982	q-Exponencial Estendida	caos fraco	10000	Bem próxima da Gaussiana
Caso 4	Côncava	0,20	0,80	0,33869	2,55323	0,9917	0,9929	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Sem comentários
		<b>0,35</b>	<b>0,85</b>	<b>0,61500</b>	<b>0,66240</b>	<b>0,9816</b>	<b>0,9966</b>	<b>q-Exponencial Estendida</b>	<b>caos fraco</b>	<b>100000</b>	<b>Análise de Ignacio (2019)</b>
		0,40	0,85	0,34174	2,53980	0,9907	0,9840	q-Exponencial Estendida	caos fraco	100000	Sem comentários
		0,40	0,90	0,70040	0,63348	0,9612	0,9723	q-Exponencial Estendida	caos fraco	10000	Sem comentários
		0,53	0,99	-0,31477	2,45577	0,9879	0,9939	q-Exponencial Estendida	caos fraco	10000	Sem comentários
		0,65	0,85	0,31687	1,83667	0,9626	0,9658	q-Exponencial Estendida	caos fraco	10000	Sem comentários

Perfil da encosta	Superfície da encosta	CRn	CRt	q	$\delta$	Coefficiente de correlação R Gaussiana	Coefficiente de correlação R q-Exponencial Estendida	Distribuição de probabilidade de ajuste	Comportamento caótico	Quantidade de blocos lançados (un)	Observações
		0,85	0,85	0,44158	0,95468	0,9899	0,9976	q-Exponencial Estendida	caos fraco	10000	Bem próxima da Gaussiana

Mesmo que algumas publicações, como a de GEO-RIO (2014) *apud* Rocha (2009), aleguem que o programa *RocFall* apresenta número de blocos ilimitados, houve uma grande dificuldade para a rodagem das simulações e os coeficientes de restituição apresentados na Tabela 67 tiveram seus processamentos interrompidos por problemas de interface. Estas ocorrências mostram que a capacidade de processamento do programa *RocFall* versão 7.0 é limitada. Com isso, foram analisados os comportamentos de vinte e oito coeficientes de restituição.

Tabela 67 - Processamentos interrompidos no *RocFall*

Perfil da encosta	Superfície da encosta	Coeficiente de restituição normal	Coeficiente de restituição tangencial
Casos 1, 2, 3 e 4	Côncava e convexa	0,15	0,40
Caso 3	Convexa	0,20	0,50
		0,20	0,80
Caso 4	Côncava	0,20	0,50
		0,55	0,85

Houve a necessidade de se diminuir o número de lançamentos de blocos para o estudo de cenário dos coeficientes maiores e menores aos  $CR_n$  igual a 0,35 e  $CR_t$  igual a 0,85, para os casos 2 e 3 com superfícies convexas, em que seus resultados estiveram bem próximos da distribuição Gaussiana. Acredita-se que este efeito seja devido à sensibilidade de amortecimento para este sistema. Considerou-se que o número de lançamentos inferior a 10.000 blocos não forneceria estatísticas confiáveis, visto que, de acordo com Ignacio (2019), simulações com um número reduzido de lançamentos de blocos não proporcionam estatísticas realistas, gerando distribuições de probabilidade com ajustes duvidosos.

Os resultados encontrados parecem sugerir que a Teoria do Caos pode explicar convenientemente o complexo fenômeno da queda de blocos, fenômeno este dependente de vários fatores, dentre os quais os coeficientes de restituição que governam os choques sucessivos dos blocos instáveis contra as encostas rochosas. Especificamente, valores reduzidos dos coeficientes de restituição tangencial e normal – especialmente este último – tendem a conferir ao sistema uma maior dissipação de energia, acentuando o caráter dos choques sucessivos mais próximo do inelástico. Neste sentido, estatísticas q-Exponenciais Estendidas parecem se

ajustar mais apropriadamente aos dados experimentais, conferindo ao fenômeno um comportamento fracamente caótico (complexo).

Por outro lado, valores mais elevados dos aludidos coeficientes de restituição convergem a acentuar o caráter elástico dos impactos, resultando em estatísticas mais próximas da Gaussiana e comportamentos fortemente caóticos.

A interação da geometria das encostas – côncavas ou convexas – com o tipo de choque produzido durante a queda dos blocos, ou seja, com a magnitude maior ou menor de dissipação de energia produzida pelo sistema, parece se tratar de dois fenômenos contraditórios. Assim, a princípio, encostas convexas e côncavas apresentam uma tendência de dispersar e concentrar, respectivamente, a trajetória dos blocos. No entanto, tal fato está na dependência da capacidade de amortecimento e dissipação do sistema bloco – encosta rochosa, como se observou mais acima.

## 5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS

As encostas são predispostas a movimentações de massas, podendo envolver perdas humanas, econômicas e ambientais. Por se tratar de um fenômeno físico de ocorrência habitual e bastante complexo, buscou-se simular numericamente os dados provenientes dos movimentos.

Com isso, a presente dissertação visou analisar as distribuições de probabilidade, Gaussiana e q-Exponencial Estendida, diante da queda de blocos em superfícies côncavas e convexas de encostas rochosas a partir da teoria do Caos - regidas por entropias estatísticas de Boltzmann-Gibbs e generalizadas (sendo a de TSallis uma delas). Estas distribuições tiveram o objetivo de representar estatisticamente o comportamento fortemente ou fracamente caótico do sistema e realizar um comparativo aos estudos de Ignacio (2019), variando-se os coeficientes de restituição normal e tangencial. As simulações foram rodadas no programa *RocFall* e as distribuições de probabilidade Gaussiana e q-Exponencial Estendida no programa *Grapher*.

Os perfis de encostas com superfícies acentuadamente convexas facilitam a dispersão de blocos em discordância de trajetórias. Por outro lado, os perfis de encostas com superfícies côncavas ou coletivamente côncavos com trechos convexos convergem trajetórias, favorecendo o contato do bloco com a encosta e desenvolvendo uma memória de longo alcance, uma das características da Teoria do Caos aplicada a sistemas fracamente caóticos.

As variáveis de distribuição  $q$  e  $\delta$  que ressaltaram sua aproximação de ajuste com o valor 1 apontaram uma distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida que convergiram para a distribuição de probabilidade Gaussiana, indicando um comportamento fortemente caótico. As variáveis de distribuição  $q$  e  $\delta$  que não ressaltaram sua aproximação de ajuste com o valor 1 apontaram uma distribuição de probabilidade q-Exponencial Estendida, indicando um comportamento fracamente caótico.

Os resultados apontaram que quanto maior o valor dos coeficientes de restituição normal e tangencial (especialmente o primeiro), maior é a expectativa da distribuição de probabilidade convergir para a equação Gaussiana e que quanto

menor é o valor do coeficiente de restituição, maior é a expectativa da distribuição de probabilidade convergir para a equação q-Exponencial Estendida.

As distribuições de probabilidade Gaussiana e q-Exponencial Estendida foram capazes de representar estatisticamente o comportamento da queda de blocos em encostas rochosas de superfícies côncavas e convexas, tornando esse fenômeno apto à aplicação da teoria do caos, onde, a observação dos processos de evolução só pode ser analisada em conjunto e não em unidades.

Com isso, não só a influência da geometria da encosta é determinante para classificar o comportamento das quedas de blocos em encostas rochosas, mas também a interação com os coeficientes de restituição normal e tangencial.

Espera-se que esta pesquisa represente um progresso para os estudos sobre a queda de blocos e venha a contribuir para a melhoria de condições de habitação, planejamento urbano e segurança da população.

### 5.1 Sugestões para futuras pesquisas

- a) Fazer o uso de outras distribuições além da Gaussiana e q-Exponencial Estendida e analisar o comportamento da queda de blocos contextualizando às conclusões sobre convexidade e concavidade de encostas aqui encontradas;
- b) Realizar o uso de outro programa que permita avaliar o movimento de massa, como por exemplo, CRSP, Georock, Stone, Rotomap e buscar as contribuições que estes podem trazer;
- c) Estudar os coeficientes de restituição apontados para diferentes formatos de blocos (a exemplo, o quadrado) e apontar se a resposta aos coeficientes de restituição normal e tangencial se diferenciam dos blocos irregulares.

## REFERÊNCIAS

Associação Brasileira de Normas Técnicas NBR 11682: Estabilidade de Encostas. Rio de Janeiro, 2009.

AUGUSTO FILHO, O. Caracterização geológico-geotécnica voltada à estabilização de encostas: Uma proposta metodológica. 1º Conferência Brasileira de Estabilidade de Encostas, COBRAE 1992, Rio de Janeiro, 1992.

AUGUSTO FILHO, O. Escorregamentos em encostas naturais e ocupadas: análise e controle. In: BITAR, O.Y. (Coord.). Curso de geologia aplicada ao meio ambiente. São Paulo: Associação Brasileira de Geologia de Engenharia (ABGE) e Instituto de Pesquisas Tecnológicas (IPT), 1995.

AZZONI, A.; LA BARBERA, G.; ZANINETTI, A. *Analysis and Prediction of Rockfalls Using a Mathematical Model. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Oxford, England, No. 32, 15p., 1995.*

BORGES, E. P. Manifestações Dinâmicas e Termodinâmicas de Sistemas Não-Extensivos. Tese de Doutorado em Ciências Físicas. Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas. Rio de Janeiro. 272p., 2004.

BOZZOLO, D.; PAMINI, R. *Simulation of Rockfalls Down a Valley Side. Acta Mechanica, No. 63, 17p., 1986.*

CALLEN, H. B. *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics. 2nd. Edition, John Wiley & Sons, 512p., 1985.*

CASTRO, A. S.; Variação de Rigidez no Contato Rocha e Solo em Função do Grau de Saturação. Dissertação de Mestrado em Geologia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 124p., 2016.

CHIOSSI, N. J. Geologia Aplicada à Engenharia. 3ª Ed., Editora Universidade de São Paulo, São Paulo, 427p., 1983.

CRUDEN, D. M.; VARNES, D. J. Landslide types and processes. Special Report 247: Landslides: Investigation and Mitigation. Transportation Research Board – National Research Council. Washington, USA, pp. 36-75, 1996.

DE SOUZA, Fábio Teodoro. Predição de escorregamentos das encostas do município do Rio de Janeiro através de técnicas de mineração de dados, 2004.

DEERE, D. U.; PATTON, F. D. *Slope Stability in Residual Soils', Fourth Pan American Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, San Juan, Puerto Rico, American Society of Civil Engineers, New York, Vol. 1, pp 87–170, 1971.*

DEERE, D. U.; PATTON, F. D. *Slope Stability in Residual Soils', Fourth Pan American Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, San Juan, Puerto Rico, American Society of Civil Engineers, New York, Vol. 1, pp 87–170, 1971.*

DIAS, Gilmar Pauli; BARROSO, Emílio Velloso. Determinação experimental do coeficiente de restituição normal de rochas: aplicação na previsão do alcance de blocos em encostas laboratório de experimentos em mecânica e tecnologia de rochas (LEMETRO) - Departamento de Geologia da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

DURÃO, L. M. M. Entropia Estatística de Sistemas Abertos. Dissertação de Mestrado em Física, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 99 p., 2015. 9p., 2012.

FREITAS, A. S. Análises Numéricas de Casos de Quedas de Blocos Rochosos. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 111p., 2013.



G1: <https://g1.globo.com/rj/rio-de-janeiro/noticia/2019/04/09/bombeiros-registram-deslizamento-no-morro-da-babilonia-rio.ghtml>

GÁLVEZ, J. H. F. Condicionantes Geotécnicas e Análise de Quedas de Blocos Rochosos da Rodovia RS471 / BR153, Lote 2. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 164p., 2012.

GEO-RIO. Manual Técnico de Encostas. 2 Ed. Fundação Instituto de Geotécnica do Município do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 518p., 2014.

GIANI, G. P.; GIACOMINI, A.; MIGLIAZZA, M.; SEGALINI, A. *Experimental and Theoretical Studies to Improve Rock Fall Analysis and Protection Work Design. Rock Mechanics and Rock Engineering*. 20p., 2004.

HEIDENREICH, B. *Small and Half Scale Experimental Studies of Rockfall impacts on sandy slopes. Doutorat ès Sciences Techniques. Faculté Environnement Naturel, Architectural et Construit, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, France*, 231p., 2004.

HIGHLAND, L. M.; BOBROWSKY, P. O Manual de Deslizamento – Um Guia para a Compreensão de Deslizamentos. USGS - *United States Geological Survey, Virgínia, USA*, 176p., 2008.

HOEK, E. *Practical Rock Engineering.- Chapter 9 - Analysis of Rockfall Hazards*, 25p.,

IGNACIO, F. V. Aplicação da Teoria do Caos no Estudo da Queda de Blocos Rochosos no Morro do Cantagalo, Rio de Janeiro – RJ. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 128p., 2019.

ISRM. *International Society for Rock Mechanics Commission on Standardization of Laboratory and Field Testes. Suggested Methods for the Quantitative Description of*

*Discontinuities in Rock Masses. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 15, pp. 319-368, 1978.

MACCIOTTA, R.; MARTIN, C. D.; CRUDEN, D. M. *Probabilistic estimation of rockfall height and kinetic energy based on three-dimensional trajectory model and Monte Carlo simulation. Landslides*, No. 12, 16p., 2014.

MARIETTO, M.; MEIRELES, M.; SANCHES, C.; SILVA, O. R. Teoria do Caos: Uma Contribuição para a Formação de Estratégias. 30° EnANPAD - Encontro Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Administração. Salvador, Bahia, 15 p., 2006.

MENEZES FILHO, A. P. Aspectos Geológico-Geotécnicos de um Perfil de Alteração de Gnaisse Facoidal. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 254p. 1993.

MENEZES FILHO, A. P. Não-Extensividade Termodinâmica, Invariância Discreta de Escala e Elasto-Plasticidade: Estudo Numérico de um Modelo Geomecânico Auto-Organizado Criticamente. Tese de Doutorado em Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 189p., 2003.

NUNES, A. L. L. S. Estabilidades de Taludes Rochosos em Estradas. Anais do 6º Simpósio de Prática de Engenharia Geotécnica da Região Sul, Geosul 2008. Florianópolis, 11p., 2008.

NUNES, A. L. L. S. Geomecânica de Encostas. Publicação Didática, COPPE/UFRJ, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 160p., 2004.

NUSSENZVEIG, H. M. Complexidade e Caos. 3ª Ed. Editora UFRJ/COPEA, Rio de Janeiro, 280p., 2008.

PENG, B. *Rockfall Trajectory Analysis – Parameter Determination and Application. Tesis Master of Science in Engineering Geology, University of Canterbury, Christchurch, Nova Zelândia, 211p., 2000.*

PINHEIRO, A. L. Influência das Descontinuidades no Comportamento Geomecânico e nos Modos de Ruptura em Taludes Escavados em Rochas Brandas. Tese de Doutorado em Geotecnia, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 191p., 2014.

RAYUDU, D. N. P. *Computer Simulation of Rockfalls – Application to Rockfall at Fox Glacier, West Coast, New Zealand. Thesis Master of Engineering, Lincoln University, Christchurch, Nova Zelândia, 191p., 1997.*

RIBEIRO, A. C. M. A. Influência da geometria dos blocos e das encostas rochosas na dinâmica de queda de blocos – uma aplicação da teoria do Caos. 140f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2020.

RISSO, F. V. A.; RISSO, V. F. Aplicação da Técnica do Hipercubo Latino na Análise de Risco. Unisim OnLine, Grupo de Pesquisa em Simulação e Gerenciamento de Reservatórios, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, n° 33, 2p., nov. 2008.

RITCHIE, A. M. Evaluation of Rockfall and its Control. Highway Research Record, USA, No. 17, 15p., 1963.

ROCHA, J. S. A. Estudos Numéricos sobre Trajetórias de Queda de Blocos Rochosos. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 161p., 2009.

ROCSCIENCE: [https://www.youtube.com/watch?v=h\\_YAXD2AMPI](https://www.youtube.com/watch?v=h_YAXD2AMPI)

SILVA, C. C. Análise de Estabilidade de um Talude da Cava de Alegria Utilizando Abordagem Probabilística. Dissertação de Mestrado em Geotecnia Aplicada à Mineração. Universidade Federal de Ouro Preto, Minas Gerais 134p., 2015.

SILVEIRA, L. R. C. Avaliação do Perigo de Queda de Blocos em Taludes Urbanos e Ferroviários e Simulação de sua Trajetória. Dissertação de Mestrado em Engenharia

Mineral – Departamento de Engenharia de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Minas Gerais, 156p., 2017.

SORNETTE D. *Critical Phenomena in Natural Sciences. Chaos, Fractals, Selforganization and disorder: Concepts and tools. Second Edition.*

STEVENS, W. D. *RocFall: A Tool for Probabilistic Analysis, Design of Remedial Measures and Prediction of Rockfalls. Master Thesis of Applied Science, Department of Civil Engineering, University of Toronto, Canada, 31p., 1998.*

STROGATZ, S. H. *Nonlinear Dynamics and Chaos. 2nd. Edition, CRC Press, USA, 498 p., 1994.*

TAVARES, L. M. M. S. C. *Análise Paramétrica no Estudo da Queda de Blocos em Encostas Rochosas. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 132 p., 2015.*

TOLEDO, M. C. M.; OLIVEIRA, S. M. B.; MELFI, A. J. *Da Rocha ao Solo: Intemperismo e Pedogênese. In: TEIXEIRA, W.; FAIRCHILD, T. R.; TOLEDO, M. C. M.; TAIOLI, F. Decifrando a Terra. 2º Ed., Companhia Editora Nacional, São Paulo, 623p., 2009.*

TSALLIS, C. *Possible Generalization of Boltzmann-Gibbs Statistics. Journal of Statistical Physics, Vol. 52, pp. 479-487, 1988.*

VALERIO, L. R. *Dinâmica Não-Linear e Caos: O Circuito de Chua. Trabalho de Conclusão de Curso em Física. Universidade Federal de Alfenas. Minas Gerais. 31 p., 2014.*

VARNES, D. J. *Slope Movement Types and Processes. Special Report 176: Landslides: Analysis and Control. Transportation Research Board – National Research Council. Washington, USA, pp. 20-47, 1978.*

VIEIRA, B. C.; VIEIRA, A. C. F.; AMARAL, C. P.; FERNANDES, N. F. Estudo Comparativo dos Movimentos de Massa Ocorridos em Fevereiro de 1996 nas Bacias do Quitite e do Papagaio (RJ): Uma Abordagem Geomorfológica. Simpósio Pan-Americano de Escorregamentos de Terra. Anais ABMS/ABGE/ISSME, v.1, Rio de Janeiro. 10p., 1997.

VIJAYAKUMAR, S.; YACOUB, T.; RANJRAM, M.; CURRAN, J. H. Effect of rockfall shape on normal coefficient of restitution. 46th US Rock Mechanics – Geomechanics Symposium 2012.

WYLLIE, D. C. *Rock Fall Engineering. 1st. Ed. CRC Press, Florida, USA, 270p., 2015.*

WYLLIE, D. C.; MAH, C. W. *Rock Slope Engineering: Civil and Mining. 4th. Ed., Spon Press, New York, USA, 431p., 2004.*