



Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Centro de Tecnologia e Ciências
Faculdade de Engenharia

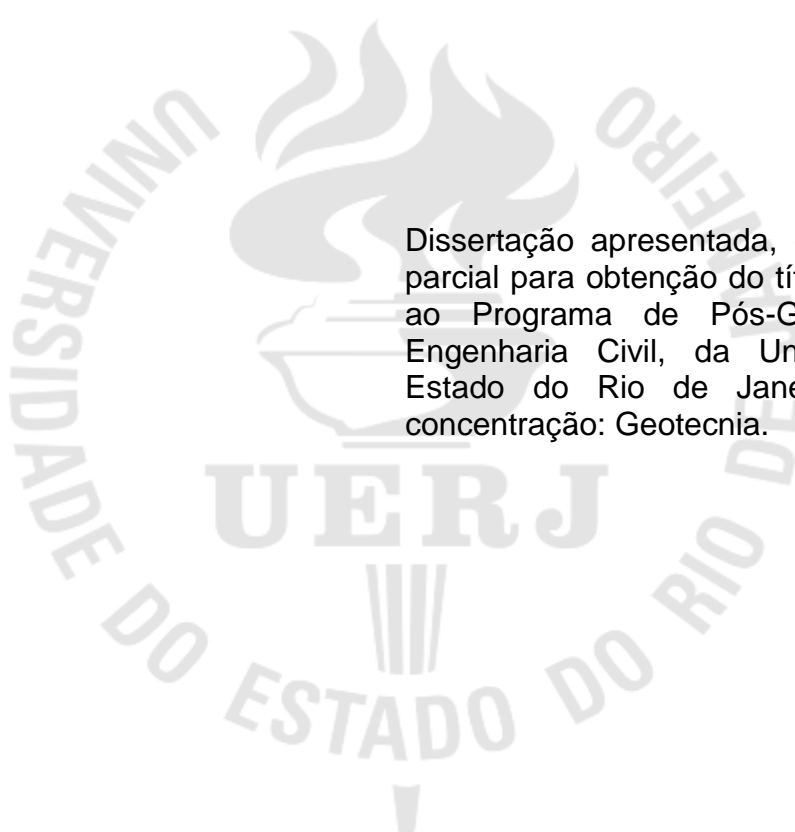
Lucas Rodrigues Fernandes

**Análise unificada dos critérios de resistência de geomateriais em
ensaios triaxiais e de cisalhamento direto**

Rio de Janeiro
2021

Lucas Rodrigues Fernandes

Análise unificada dos critérios de resistência de geomateriais em ensaios triaxiais e de cisalhamento direto



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Geotecnia.

Orientadores: Prof. Dr. Armando Prestes de Menezes Filho
Prof.^a Dra. Ana Cristina Castro Fontenla Sieira

Rio de Janeiro

2021

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC/B

F363 Fernandes, Lucas Rodrigues.
Análise unificada dos critérios de resistência de geomateriais em ensaios triaxiais e de cisalhamento direto / Lucas Rodrigues Fernandes. – 2021.
152f.

Orientadores: Armando Prestes de Menezes Filho e Ana Cristina Castro Fontenla Sieira.
Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia.

1. Engenharia civil - Teses. 2. Resistência de materiais - Teses. 3. Cisalhamento - Teses. 4. Geologia - Teses. I. Menezes Filho, Armando Prestes de. II. Sieira, Ana Cristina Castro Fontenla. III. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia. IV. Título.

CDU 624.121.537

Bibliotecária: Júlia Vieira – CRB7/6022

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta tese, desde que citada a fonte.

Assinatura

Data

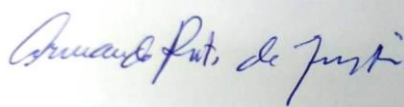
Lucas Rodrigues Fernandes

Análise unificada dos critérios de resistência de geomateriais em ensaios triaxiais e de cisalhamento direto

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Geotecnia.

Aprovado em: 15 de abril de 2021.

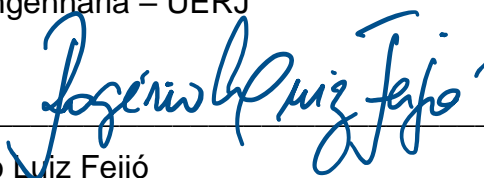
Banca Examinadora:



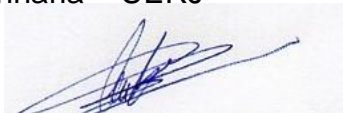
Prof. Dr. Armando Prestes de Menezes Filho, D.Sc (Orientador)
Faculdade de Engenharia – UERJ



Prof.^a Dra. Ana Cristina Castro Fontenla Sieira, D.Sc (Orientadora)
Faculdade de Engenharia – UERJ



Prof. Dr. Rogério Luiz Feijó
Faculdade de Engenharia – UERJ



Prof. Dr. Antonio Claudio Soares
Universidade Federal Fluminense – UFF

Rio de Janeiro

2021

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a todos que me ajudaram nessa longa caminhada, em especial a minha esposa Leidiane.

AGRADECIMENTOS

Aos meus orientadores Prof. Dr. Armando Prestes de Menezes Filho e Prof.^a Dra. Ana Cristina Castro Fontenla Sieira por toda a ajuda no desenvolvimento deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Rogério Luiz Feijó por disponibilizar os ensaios de laboratório de seu acervo pessoal.

Aos professores, desde o ensino básico até a presente data, pois nada conquistaria se não fosse por todos eles.

Aos amigos e colegas que contribuíram de certa forma para a minha formação.

A minha esposa e eterna namorada Leidiane.

A UERJ por disponibilizar de forma gratuita ensino de qualidade na graduação e na pós-graduação.

A FAPERJ pelo apoio financeiro.

A vida vai ficando cada vez mais dura perto do topo.

Friedrich Nietzsche

RESUMO

FERNANDES, Lucas Rodrigues. *Análise unificada dos critérios de resistência de geomateriais em ensaios triaxiais e de cisalhamento direto*. 2021. 152f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2021.

O presente trabalho objetiva investigar a ruptura de materiais geológicos, do ponto de vista das envoltórias de resistência, sob a ótica dos sistemas complexos. Mais precisamente, dados provenientes de ensaios de laboratório de cisalhamento direto e triaxiais em solos moles, areais e brita para lastro rodoviário (reforçados ou não com geogrelhas) são analisados, adotando-se expressões matemáticas em lei de potência, características de fenômenos críticos (fractais). Além disso, postula-se um critério de resistência unificado, aplicável aos resultados dos ensaios laboratoriais, para as diversas trajetórias de carregamentos e tipos de materiais analisados. A equação unificada, aplicada à análise da resistência de materiais rochosos e sedimentares, mostrou-se adequada aos materiais analisados, e seu coeficiente de correlação muito próximo da unidade. Comparada aos critérios empíricos propostos por diversos autores, a relação sugerida apresentou-se mais geral, produzindo resultados similares, quando aplicada aos materiais particulares estudados nesta pesquisa. Investigou-se, ainda, a melhor forma de se representar os resultados de resistência experimentais. Neste sentido, partindo-se da expressão proposta, chegou-se a uma representação mais simples e elementar dos resultados de resistência experimentais, bem como dos próprios critérios de resistência empíricos não lineares propostos na literatura técnica. Por conseguinte, a transformação de leis de resistência mecânica não-lineares em representações universais lineares mais simples deixa transparecer o enorme potencial de aplicação de expressões matemáticas em leis de potência a fenômenos de degradação e ruptura de geomateriais, os quais são regidos por uma estruturação dinâmica espaço-temporal invariante por escala (fractal). No entanto, devido ao número reduzido de resultados experimentais, não foi possível definir com exatidão o real significado físico dos parâmetros que compõem a equação proposta.

Palavras-chave: Geomateriais; Critérios de Resistência; Cisalhamento direto; Triaxial; Material frágil; Fractais; Critério unificado de resistência.

ABSTRACT

FERNANDES, Lucas Rodrigues. *Unified analysis of the geomaterials strength criteria in triaxial and direct shear tests*. 2021. 152f. Dissertation (Master Degree in Civil Engineering) - Faculty of Engineering, State University of Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil, 2021.

The present work aims to investigate the rupture of geological materials, from the point of view of resistance envelopes, from the perspective of complex systems. More precisely, data from laboratory tests of direct and triaxial shear in soft, sandy and gravel for road ballast (reinforced or not with geogrids) are analyzed, adopting mathematical expressions in power law, characteristics of critical phenomena (fractals). In addition, a unified resistance criterion is applied, applicable to the results of laboratory tests, for the different loading paths and types of materials analyzed. The unified equation, applied to the analysis of the resistance of rocky and sedimentary materials, proved to be adequate to the analyzed materials, and its correlation coefficient very close to the unit. Compared to the empirical criteria proposed by several authors, the suggested relationship was more general, producing similar results, when applied to the particular materials studied in this research. We also investigated the best way to represent the results of experimental resistance. In this sense, starting from the proposed expression, we arrived at a simpler and elementary representation of the experimental resistance results, as well as the empirical nonlinear resistance criteria proposed in the technical literature. Consequently, the transformation of non-linear mechanical resistance laws into simpler linear universal representations reveals the enormous potential of applying mathematical expressions in power laws to geomaterial degradation and rupture phenomena, which are governed by a dynamic structure space-time invariant by scale (fractal). However, due to the reduced number of experimental results, it was not possible to define exactly the real physical meaning of the parameters that make up the proposed equation.

Keywords: Geomaterials; Resistance Criteria; Direct shear; Triaxial; Fragile material; Fractals; Unified resistance criterion.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Propagação da fissura em ensaio de compressão biaxial	22
Figura 2 - Curva da relação entre tensões principais máxima e mínimas na ruptura	28
Figura 3 - Relação da curva intrínseca na ruptura	29
Figura 4 - Curva de relação entre tensão principal máxima na ruptura com o valor de k	29
Figura 5 - Curva da relação entre tensões principais máxima e mínima na ruptura modificada	32
Figura 6 - Relação da curva intrínseca na ruptura modificada	33
Figura 7 - Curva de relação entre tensão principal máxima na ruptura com o valor de k modificada	34
Figura 8 - Velocidade da fissura relacionado ao comprimento relativo da fissura.....	37
Figura 9 - Tensão-Deformação em quartzito em compressão uniaxial	39
Figura 10 - Pequenas quebras entre as faces do fechamento da fissura em vidros .	40
Figura 11 - Tensão axial x deformação volumétrica (compressão uniaxial).....	41
Figura 12 - Tensão axial x deformação axial, lateral e volumétrica (compressão uniaxial)	41
Figura 13 - Relação entre a diferença de tensão principal e deformação volumétrica (compressão triaxial)	42
Figura 14 - Exemplos de arranjos de fissuras feito em vidros	43
Figura 15 - Influência do carregamento triaxial de compressão no processo de ruptura	44
Figura 16 - Velocidade da fissura em relação ao comprimento da fissura em norito	45
Figura 17 - Bifurcação em rochas (quartzito e norito)	45
Figura 18 - Tensão-deformação em compressão uniaxial em norito.....	46
Figura 19 - Círculo de Mohr de ruptura em norito	48
Figura 20 - Esquema representativo do processo de grupamento de variáveis.....	61
Figura 21 - Transição de fases da água	62
Figura 22 - Triângulo de Sierpinski.....	65
Figura 23 - Densidade x comprimento (escala log)	66
Figura 24 - Oscilador harmônico amortecido - Relação velocidade x deslocamento	70
Figura 25 - Atrator de Lorenz	70

Figura 26 - Disposição do ensaio de cisalhamento direto	74
Figura 27 - Exemplo do resultado do ensaio de cisalhamento direto	75
Figura 28 - Aparato do ensaio de cisalhamento direto	76
Figura 29 - Aparato do teste de cisalhamento direto montado	77
Figura 30 - Tipos de ensaio de cisalhamento direto com geossintético	80
Figura 31 - Princípio da compressão no teste triaxial.....	81
Figura 32 - Célula triaxial	84
Figura 33 - Equipamentos de medição.....	84
Figura 34 - Geossintético 8860	89
Figura 35 - Geossintético 8861	89
Figura 36 - Geossintético 8862	90
Figura 37 - Brita para lastro rodoviário	90
Figura 38 - Tensão cisalhante x deslocamento horizontal - brita com geossintético 8860 – Carga N = 25 kPa.....	91
Figura 39 - Envoltórias dos ensaios com Brita e Geossintéticos – Equação (61)	94
Figura 40 - Readequação da representatividade dos eixos – Análise 1.....	95
Figura 41 - Envoltória teórica da fórmula 1 granito.....	97
Figura 42 - Exemplo do funcionamento do programa RocData.....	98
Figura 43 - Envoltórias teóricas de Brady	99
Figura 44 - Readequação da representatividade dos eixos nos teóricos de Brady...99	
Figura 45 - Ensaio de cisalhamento direto - Rua Ati	100
Figura 46 - Fotografia do ensaio triaxial – Grupo C.....	102
Figura 47 - Critério Generalizado em material rochoso (brita e geossintéticos)	116
Figura 48 - Critério de Hoek e Brown modificado em material rochoso (brita e geossintéticos)	117
Figura 49 - Critério de Hoek e Brown original em material rochoso (brita e geossintéticos)	117
Figura 50 - Critério de Bieniawski modificado em material rochoso (brita e geossintéticos)	118
Figura 51 - Critério de Bieniawski original em material rochoso (brita e geossintéticos)	118
Figura 52 - Critério de Hoek e Brown modificado em ensaios teóricos de Brady....	119
Figura 53 - Critério de Hoek Brown original em ensaios teóricos de Brady	119
Figura 54 - Critério de Bieniawski modificado em ensaios teóricos de Brady	120

Figura 55 - Critério de Bieniawski original em ensaios teóricos de Brady	120
Figura 56 - Critério Generalizado em ensaios teóricos de Brady	121
Figura 57 - Critério Generalizado em material granular	121
Figura 58 - Critério de Hoek e Brown modificado em material granular	122
Figura 59 - Critério de Hoek Brown original em material granular	122
Figura 60 - Critério de Bieniawski modificado em material granular.....	123
Figura 61 - Critério de Bieniawski original em material granular	123
Figura 62 - Critério de Johnston modificado em ensaios triaxiais	124
Figura 63 - Critério de Johnston original em ensaios triaxiais	124
Figura 64 - Critério de Hoek e Brown modificado em ensaios triaxiais	125
Figura 65 - Critério de Hoek e Brown original em ensaios triaxiais	125
Figura 66 - Critério de Yudhbir modificado em ensaios triaxiais.....	126
Figura 67 - Critério de Yudhbir original em ensaios triaxiais	126
Figura 68 - Critério de Sheorey modificado em ensaios triaxiais.....	127
Figura 69 - Critério de Sheorey original em ensaios triaxiais	127
Figura 70 - Critério generalizado em ensaios triaxiais.....	128
Figura 71 - Normalização da equação de Bienawski	129
Figura 72 - Normalização de todos os ensaios	130
Figura 73 - Normalização de todos os ensaios variando de zero a um.....	130
Figura 74 - Normalização log todos os critérios e ensaios	134
Figura 75 - Normalização log todos os critérios de ensaios de cisalhamento direto	135
Figura 76 - Normalização log todos os critérios de ensaios triaxiais	135
Figura 77 - Normalização log de todos os ensaios com a retirada de valores discrepantes	136
Figura 78 - Normalização log de todos os ensaios com a retirada de valores discrepantes com valores de zero a um.....	136

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Energia crítica dissipada G_c para vários materiais	36
Tabela 2 - Resistência ao cisalhamento de material rochoso indeformado	54
Tabela 3 - Equações aproximadas das tensões principais e da envoltória de Mohr	56
Tabela 4 - Tensão Normal e Cisalhante dos ensaios em brita e geossintético	92
Tabela 5 - Equação 1 granito	97
Tabela 6 - Dados do ensaio de cisalhamento direto excedente	101
Tabela 7 - Ensaio triaxiais	103
Tabela 8 - Comparação do critério de Johnston modificada com a generalizada ...	107
Tabela 9 - Comparação do critério de Hoek & Brown modificada com a generalizada em função de $\sigma_1 \times \sigma_3$	109
Tabela 10 - Comparação do critério de Hoek & Brown modificada com a generalizada em função de $\tau \times \sigma$ na ruptura	110
Tabela 11 - Comparação do critério de Yudhbir modificada com a generalizada ...	112
Tabela 12 - Comparação do critério de Bieniawski modificada com a generalizada	114
Tabela 13 - Comparação do critério de Sheorey modificada com a generalizada ..	115

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LG	Landau-Ginzburg
Km	Quilômetros
KN	Quilo Newtons
m	Metros
RMR	<i>Rock Mass Rating</i>
GSI	<i>Geological Strength Index</i>
CD	<i>Consolidated and Drained</i>
CU	<i>Consolidated and Undrained</i>
UU	<i>Unconsolidated and Undrained</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

$2c$	comprimento da fissura
L_s	Comprimento da propagação da fissura
E	módulo de elasticidade
W	energia aplicada
W_s	energia de superfície nas faces livres da fissura preexistente
W_e	energia de deformação elástica armazenada na estrutura
σ_{1N}	tensão aplicada na propagação inicial da fissura
γ	energia específica da superfície
G	energia liberada por unidade de superfície da fissura
G_e	Energia crítica liberada por unidade de superfície da fissura
k	fator de proporcionalidade constante
p	densidade do material
v	velocidade da fissura
v_t	velocidade terminal
σ	Tensão normal
τ	tensão cisalhante
A	Área da seção transversal da amostra
c_0	Valor inicial do meio comprimento da fissura preexistente
c_{cr}	Meio comprimento da fissura no início da propagação instável
σ_{ci}	tensão de compressão em rochas intactas não confinadas
m_i	constante petrográfica
c	Coesão
a	Área do plano de cisalhamento
N	Força normal no plano
$1/n$	Coeficiente de atrito interno
σ_1	Tensão maior
σ_3	Tensão menor
σ_{1r}	Tensão maior de ruptura
σ_{3r}	Tensão menor de ruptura
ϕ	Ângulo de atrito

t_c	Resistência à tração teórica
t_0	Tensão medida
σ'_n	Tensão efetiva n
σ_m	Tensão normal máxima
τ_m	Tensão cisalhante máxima
σ_t	Tensão de tração
T	Temperatura
ρ	Densidade do líquido
P	Pressão do líquido
μ	Coeficiente de atrito

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	18
1	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	21
1.1	Introdução	21
1.2	O balanço de energia e a distribuição das tensões.....	23
1.3	Modificações de McClintock e Walsh	30
1.4	Mecanismo de ruptura frágil de Bieniawski	34
1.4.1	Fechamento das fissuras na compressão	38
1.4.2	Propagação estável da fissura	42
1.4.3	Propagação instável da fissura.....	43
1.4.4	Resistência a ruptura.....	46
1.4.5	Bifurcação da fissuração	46
1.4.6	Ruptura.....	47
1.5	Sistemas de classificação de material rochoso - RMR e GSI	48
1.6	Transformação do sistema RMR para GSI	49
1.7	Previsão da resistência de geomateriais.....	50
1.7.1	Critério de Mohr-Coulomb	51
1.7.2	Critério de Brady.....	52
1.7.3	Critério de Hoek-Brown	55
1.7.4	Critério de Johnston.....	56
1.7.5	Critério de Yudhbir.....	57
1.7.6	Critério de Bieniawski	57
1.7.7	Critério de Sheorey et al	58
2	LEI DE POTÊNCIA.....	59
2.1	Introdução	59
2.2	Fractais.....	64
2.3	Sistema complexo	67
2.4	A lei de potência	71
3	ENSAIO DE CISALHAMENTO DIRETO E TRIAXIAL.....	73
3.1	Ensaio de cisalhamento direto	73
3.1.1	Ensaio.....	74
3.1.2	Equipamentos.....	76

3.1.3	Vantagens e limitações.....	77
3.1.3.1	Limitações	77
3.1.3.2	Vantagens	78
3.1.4	Ensaio com Geossintéticos.....	78
3.2	Ensaio Triaxial	80
3.2.1	Ensaio.....	81
3.2.1.1	Ensaio CD	82
3.2.1.2	Ensaio CU	82
3.2.1.3	Ensaio UU	82
3.2.1.4	Escolha do ensaio	83
3.2.2	Equipamentos.....	83
3.2.3	Vantagens e limitações.....	85
4	METODOLOGIA DE ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS	87
4.1	Metodologia adotada.....	87
4.2	Ensaio com brita para lastro rodoviário e sua aplicação com geossintéticos.....	88
4.2.1	Análise dos resultados dos ensaios.....	91
4.3	Ensaio de Brady.....	96
4.4	Ensaio de cisalhamento direto em material granular	100
4.5	Ensaio triaxiais	102
4.6	Análise unificada dos ensaios.....	103
4.6.1	Comparação entre o critério generalizado e os demais critérios existentes	105
4.6.1.1	Johnston (1985).....	106
4.6.1.2	Hoek e Brown (1980).....	107
4.6.1.3	Yudhbir (1983).....	111
4.6.1.4	Bieniawski (1974)	112
4.6.1.5	Sheoray et al (1989)	114
4.6.2	Aplicação dos critérios nos dados de ensaio de cisalhamento direto e triaxial	115
4.6.3	Normalização dos ensaios.....	128
4.6.4	A escala logarítmica e as leis de potência.....	131
5	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS.....	138

5.1	Conclusões	138
5.2	Sugestões para futuras pesquisas	139
	REFERÊNCIAS	141
	ANEXO	146

INTRODUÇÃO

A previsão da ruptura de geomateriais – solos e rochas – quando submetidos a cargas externas tem se constituído em um problema teórico de difícil solução. As expressões matemáticas utilizadas, contendo, via de regra, as tensões principais ou os invariantes das matrizes de tensão ou desviadora, e corporificadas no que se convencionou chamar de “critérios de resistência”, tem o seu uso mais corriqueiro em geomateriais homogêneos e isotrópicos. Sua aplicação tem se restringido a materiais ditos “simples”, aqueles que apresentam invariância translacional e rotacional contínua ou mesmo discreta (caso, por exemplo, de materiais que apresentam uma única descontinuidade), situação na qual é possível descrevê-los com funções matemáticas não sujeitas a restrições. Mesmo naquelas situações de forte heterogeneidade, em que se pode assemelhar o material a um meio “homogeneamente heterogêneo”, o meio investigado continuará sendo “simples” e, portanto, ainda adequadamente descrito pelos critérios de ruptura de Hoek e Brown, Mohr-Coulomb, Bieniawski, entre outros (Tsallis, 2011).

Por outro lado, o estabelecimento de critérios semelhantes para materiais fracamente heterogêneos e anisotrópicos tem ocupado pouco espaço na literatura técnica especializada. A razão para tal situação parece radicar na dificuldade matemática de expressar os condicionamentos resultantes da quebra (perda) das invariâncias translacional e rotacional nesta nova situação, em que a utilização de funções matemáticas, sujeitas a uma série de restrições, dificulta consideravelmente a formulação do problema.

Disto decorre que a previsão da ruptura de um dado material submetido a um determinado estado de tensões poliaxial constitui-se em um problema para o qual a mecânica dos materiais – e a engenharia geotécnica, em particular – ainda não forneceu uma resposta satisfatória.

Além disso, são pouco compreendidos os processos de ruptura que se passam em várias escalas de observação, de evolução lenta e gradual, caracterizados pela coalescência de microfissuras, fissuras, fraturas e, por fim, a ruptura do material na macroescala. Neste sentido, há uma corrente de pesquisadores que tem advogado tratar-se a ruptura de materiais com as características acima expostas como um “fenômeno crítico”. Tal enfoque,

proveniente da Física Estatística e da Física do Estado Sólido, supõe que, durante o processo de ruptura, vai sendo gerada pelas fraturas, no interior do material, uma estrutura que se apresenta estatisticamente semelhante em várias escalas, obedecendo a um tipo de simetria, não mais invariante por translação ou rotação, mas invariante por expansão ou contração – uma estrutura “fractal”. A descrição matemática desta rede de estruturas autossemelhantes torna-se ainda mais difícil, pois a simetria por escala é mais restritiva que as anteriormente mencionadas, exigindo o trabalho com funções matemáticas ainda mais restritas. Pode-se mostrar que a função matemática que preserva e retrata esta forma peculiar de simetria é a “lei de potência”. Não por acaso, os critérios de resistência mais utilizados são expressos em leis de potência.

A presente pesquisa busca contribuir para a elucidação da ruptura de geomateriais segundo a abordagem original descrita anteriormente, ou seja, considerar o processo de enfraquecimento e destruição gradual e lenta do material como um fenômeno crítico, gerador de estruturas fractais, que se processa cooperativamente pela atuação combinada das diferentes fissuras e fraturas estabelecidas em diferentes escalas de análise, resultando na inevitável ruptura macroscópica do material. Para tanto, dados experimentais provenientes de ensaios triaxiais e de cisalhamento direto realizados em solos e rochas são utilizados, objetivando, não só a aplicação de diferentes critérios de resistência veiculados na literatura técnica, mas também a sua unificação segundo um critério de resistência que abrange e inclui todos os demais.

Busca-se definir uma abordagem diferente do atual critério de resistência a fim de aprimorar o método de previsão de ruptura dos materiais, minimizando as possibilidades onde ocorram rupturas frágeis e rápida de estruturas e que causam danos materiais e de vida. Objetiva-se conduzir o leitor a analisar o critério de resistência de uma ótica diferente da atual, com a inclusão de parâmetros adaptados a variados tipos de materiais consolidando os diversos critérios existentes.

Estrutura da dissertação

O capítulo 1 apresenta as teorias aplicadas a este trabalho, citando alguns trabalhos de suma importância para o desenvolvimento e entendimento dos resultados obtidos.

O capítulo 2 disserta sobre a lei de potência com foco em estruturas fractais e sistemas caóticos a fim de se ter um melhor entendimento das teorias aplicadas aos critérios de resistência dos materiais envolvidos na pesquisa.

O capítulo 3 mostra como os ensaios de cisalhamento direto e triaxial, utilizados massivamente nos dados do trabalho, são usualmente realizados. Busca-se identificar e atenuar todos os possíveis erros de resultado gerados durante a análise do resultado dos ensaios.

O capítulo 4 aborda sobre a metodologia usada e a interpretação do resultado dos ensaios analisados e a aplicação destes em programa computacional gerador e manipulador de gráficos (*Grapher*), usado para visualizar os dados obtidos pelos ensaios de forma mais clara e objetiva. Há também a apresentação de um novo critério de resistência de geomaterias e sua aplicação nos resultados de ensaios de cisalhamento direto e triaxial.

O capítulo 5 apresenta as conclusões deste trabalho, bem como sugestões para futuras pesquisas.

As referências bibliográficas utilizadas nesta pesquisa, assim como os anexos, são apresentadas ao final do trabalho.

1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo disserta sobre as bibliografias mais relevantes referentes à previsão da resistência de geomateriais, com predominância nas rupturas frágeis e nas formulações que buscam correlacionar as tensões aplicadas em ensaios, com espécimes representativas dos geomateriais, com as tensões que o mesmo pode resistir em situações reais.

1.1 Introdução

Segundo Griffith (1920) a ruptura de um material frágil (apresenta-se de modo quase elástico até a ruptura) ocorre quando ele é submetido à tração e nele exista uma microfissura ou descontinuidade preexistente. O referido autor fez ensaios em placas de vidro com fissuras pequenas criadas na fabricação do material, e postula que a resistência do material é dada por sua interação molecular.

Já em 1924, Griffith aprimorou seus estudos, e os estendeu para compressões triaxiais e postulou equações aplicáveis a determinação de tensões de ruptura. Seu trabalho tem notória significância para o tema, pois possibilitou atenuar as diferenças entre as resistências determinadas na prática em materiais frágeis (mais baixas), do que as calculadas na teoria das forças intermoleculares.

Em 1967, Fernando Mendes explicitou que a teoria de ruptura de Griffith poderia também ser usada na mecânica das rochas (com suas primeiras aplicações em 1950), pois o início da ruptura de rochas é predominantemente frágil em baixas tensões de confinamento, logo, a teoria também poderia se aplicar no caso de rochas e material rochoso.

Segundo Hoek e Bieniawski (1965), a ruptura frágil ocorre em um período muito rápido entre o início da ruptura, propagada na direção normal da tensão aplicada, e a ruptura total da amostra, sendo este tempo de apenas alguns milissegundos.

A teoria de Griffith considera que a diferença entre o teórico e o prático é devido à existência de uma fissura ou microfissura aberta naturalmente dentro do

material e que é conhecida por ter uma forma elíptica bidimensional, tendo a sua tensão máxima em uma das extremidades da fissura dada por:

$$\sigma_m = 2 \sigma \sqrt{\frac{c}{r}} \quad (1)$$

Sendo σ a tensão de tração aplicada, c o meio comprimento da fissura e r o raio de curvatura da respectiva extremidade.

Em ensaios de compressão biaxial, a expansão da fratura se inicia no ponto próximo ao limite da fratura já existente, mas não exatamente em sua extremidade e segue um caminho curvo, como demonstrado na Figura 1. Normalmente a propagação da fissura cessa quando a sua abertura caminha para a direção paralela da tensão principal maior. Na Figura, o comprimento da fissura preexistente é dado como $2c$ e o comprimento da propagação da fissura em direção à tensão principal maior é dado como L_s .

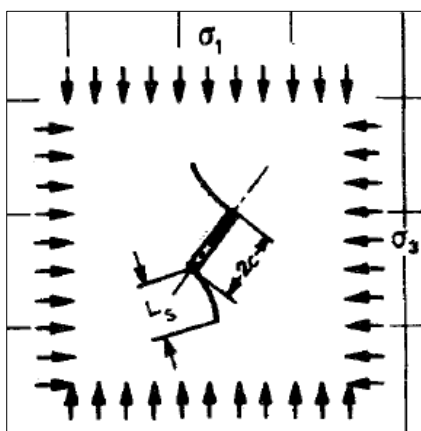


Figura 1 - Propagação da fissura em ensaio de compressão biaxial
Fonte: BIENIAWSKI (1967)

É improvável que ocorra ruptura com este arranjo de tensões na amostra apresentada na Figura 1 (compressão biaxial) a menos que haja um grande número de fraturas presentes e que se interliguem conforme a distribuição espacial das fraturas, o que influenciará na sua propagação.

A fim de dirimir as dúvidas acerca dos conceitos envolvidos nesta teoria, são feitas as definições dos termos que serão usados em todo o trabalho. Sendo elas, segundo Bieniawski (1967):

- Ruptura frágil: Fratura que não exhibe ou exhibe muito pouco as deformações permanentes (plásticas). O material se comporta como elástico (não necessariamente linearmente) até a ruptura;
- Formação da fissura: Início do processo da formação de uma ou mais fissuras inexistentes até o momento (conceito de Poncelet);
- Início da fratura: Processo que uma ou mais fissuras já existentes começam a se estender (conceito de Griffith);
- Propagação da fratura: Estágio subsequente do início da fratura, onde cada fratura se estende, podendo ela ser diferenciada de dois modos: estável e não estável;
- Ruptura: Processo de ruptura onde a estrutura ou amostra ensaiada se desintegra em dois ou mais pedaços.

Vale ressaltar que a teoria de Griffith descrita inicialmente não fornece um mecanismo completo sobre as rupturas, pois não havia técnicas experimentais para obter os valores de c e r – equação (1) – no entanto, passou-se a calcular a energia necessária para a propagação das fissuras, o que será exposto em detalhes a seguir.

1.2 O balanço de energia e a distribuição das tensões

Um corpo sujeito a solicitações, contendo uma fissura de comprimento $2c$ que se propaga em um pequeno tamanho (dc) fará com que o sistema redistribua a energia, sendo elas, segundo Mendes (1967):

- a) Diminuição da energia potencial das forças externas aplicadas (alívio de tensão), devido as deformações resultantes da propagação da fissura. Sendo a energia potencial (W) que varia por unidade de comprimento de propagação da fissura, temos: dw/dc ;
- b) Aumento do excesso de energia de deformação no material circundante a fissura, sendo este excesso a diferença entre a energia

de deformação do mesmo corpo com e sem a fissura. Considerando o excesso como W_e , e seu aumento devido ao incremento dc da fissura, temos (dW_e/dc) ;

- c) Pequeno aumento de energia necessária para romper as ligações intermoleculares ao longo do incremento da fissura, o que significa em um aumento de energia de superfície (W_s) e que varia com a propagação da fissura (dW_s/dc) ;

Para que o sistema esteja em equilíbrio, a perda de energia potencial das forças externas deve se igualar à soma dos aumentos de energia de deformação e de superfície da fissura, logo:

$$\frac{dW}{dc} = \frac{dW_e}{dc} + \frac{dW_s}{dc} \quad (2)$$

A Teoria da Elasticidade permite demonstrar que a perda de energia potencial das forças externas é igual a duas vezes o aumento da energia de deformação em torno da fissura, ou seja

$$\frac{dW}{dc} = 2 \frac{dW_e}{dc} \quad (3)$$

Portanto, das equações (2) e (3), temos

$$\frac{dW_e}{dc} = \frac{dW_s}{dc} \quad (4)$$

Para tanto, verifica-se que a propagação da fissura existente só é possível se a energia de ruptura adquirida para romper as ligações intermoleculares ao longo da fissura for maior ou igual a redução bruta da energia de deformação do sistema. A direção desta propagação é esperada que seja na direção normal a da carga de tração aplicada no material.

Caso esta redução de energia de deformação seja inferior ao acréscimo necessário de energia de superfície, então a fissura estará estável, e por esta razão, não se propagará. Vale ressaltar que a equação (4) só é válida no caso do início de

uma ruptura quando a carga é estática, ou seja, só é aplicável se o incremento dc é infinitesimal. Logo, para que haja aumento da fissura, $\frac{dW_e}{dc} \geq \frac{dW_s}{dc}$.

Para materiais onde não há comportamento elástico puro, deve-se considerar a energia dispendida em deformações plásticas, como energia cinética (W_k), deformação plástica (W_p), variações de energia, entre outras, deve-se fazer uso da equação geral (5), o que não foi levado em consideração por Griffith.

$$\frac{dW_e}{dc} = \frac{dW_s}{dc} + \frac{dW_k}{dc} + \frac{dW_p}{dc} + \dots \quad (5)$$

A determinação da energia de deformação elástica e a energia da superfície, definidas por Griffith (apud Mendes, 1967) com base na Teoria da Elasticidade, são dadas pela relação entre o meio comprimento da fissura (c), a tensão uniaxial de tração aplicada (σ), o coeficiente de Poisson (ν), o módulo de elasticidade (E) e a energia específica da superfície – quantidade de energia por unidade de área da superfície da fissura (γ). As equações para placas espessas em relação à dimensão da fissura, onde é possível se considerar sob estado plano de tensões, podem ser escritas como nas equações (6) e (7).

$$W_e = \frac{\pi c^2 \sigma^2 (1 - \nu^2)}{E} \quad (6)$$

$$W_s = 4\gamma c \quad (7)$$

Derivando as equações (6) e (7) em relação a c e igualando as equações obtidas com a equação (4), alcança-se a equação (8) que descreve a condição necessária para o início da propagação da fissura.

$$\sigma = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi c (1 - \nu^2)}} \quad (8)$$

Um grande questionamento sobre a teoria de Griffith era de que seus cálculos se basearam em fissuras bidimensionais, quando na realidade as fissuras são tridimensionais. Entretanto, Sack em 1946 – equação (9) – e Orowan – equação (10) – em 1948 (apud Mendes, 1967) chegaram a resultados que generalizavam a

equação de Griffith e que muito se assemelhava, cada qual com sua ótica, a sua equação, mas considerando a fissura de forma elipsoidal achatada. Seus resultados indicaram que as fissuras mais propícias a ruptura eram as que orientavam na direção das suas maiores dimensões.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\pi \gamma E}{2c (1 - \nu^2)}} \quad (9)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\gamma E}{2c}} \quad (10)$$

Caso seja admitido um valor de $\nu = 0,2$ (usual em caso de rochas), é possível comparar os resultados que Griffith (11), Sack (12) e Orowan (13) chegaram e que a ordem de grandeza entre elas se mantém dentro do recorrente.

$$\sigma = 0,815 \sqrt{\frac{\gamma E}{c}} \quad (11)$$

$$\sigma = 1,280 \sqrt{\frac{\gamma E}{c}} \quad (12)$$

$$\sigma = 0,707 \sqrt{\frac{\gamma E}{c}} \quad (13)$$

As equações supracitadas desenvolvidas por Griffith contemplam apenas as solicitações a tração em rochas, entretanto, o então autor desenvolveu relações em casos de solicitações a compressão, e como já demonstrado, a análise feita de forma bidimensional não ocasiona mudanças muito significativas das análises tridimensionais. Portanto, com a manipulação matemática, Griffith definiu que a relação entre as tensões principais e a tensão de tração do material na resistência a compressões pode ser descrita como:

$$(\sigma_p - \sigma_r)^2 + 8\sigma_t(\sigma_p + \sigma_r) = 0 \quad (14)$$

Sendo σ_t a resistência a tração do material, e σ_p e σ_r as tensões principais no momento da ruptura. É importante frisar que quando $\sigma_r = 0$, a equação (14) se transforma em:

$$\sigma_p = -8 \sigma_t \quad (15)$$

Sendo que σ_p corresponde a resistência a compressão uniaxial do material, σ_c , que, pela teoria de Griffith, é igual a 8 vezes a tensão de tração uniaxial do mesmo material. Tal relação deve ainda ser corrigida, uma vez que em compressões há o atrito entre os bordos das fissuras.

Por convenção e facilidade na demonstração do desenvolvimento da teoria de Griffith, adota-se a relação das tensões principais menor e maior como sendo igual a k (16).

$$\frac{\sigma_r}{\sigma_p} = k \quad (16)$$

É importante dizer que quando $k = -0,333 \dots$, atinge-se uma condição limite, sendo ela correspondente a menor tensão principal, σ_r . Ou seja, pode se dizer que a ruptura acontecerá quando se exceder a resistência a tração uniaxial do material. Vale salientar que condições onde a tração uniaxial é válida para valores de k compreendidos entre $-\infty$ e $-0,333 \dots$

Para valores de $k > -0,333 \dots$ a ruptura ocorrerá devido à compressão, como descrito na equação (14). No caso de ruptura por compressão é interessante três tipos de representatividade do estado de tensão na ruptura: A relação entre tensões principais máximas e mínimas (17), a curva intrínseca que estabelece as condições de início de ruptura (18) e a curva que relaciona a tensão principal máxima com o valor de k (19).

$$\sigma_p = \sigma_r - 4 \sigma_t + 4 \sqrt{\sigma_t^2 - \sigma_t \sigma_r} \quad (17)$$

$$\tau^2 = 4 \sigma_t (\sigma_t - \sigma) \quad (18)$$

$$\sigma_p = -\frac{8 \sigma_t (1 + k)}{(1 - k)^2} \quad (19)$$

A equação (17), representada graficamente pela Figura 2, é interessante para resultados experimentais providos de ensaios triaxiais, pois é possível determinar a curva mais provável correspondente ao fenômeno em estudo. Porém, é notável que a curva parabólica foge da teoria com valores de σ_p abaixo de 3 (pontilhado), entretanto, o prolongamento dessa parábola (linha cheia) até o eixo σ_r mostra o caso particular de tração biaxial.

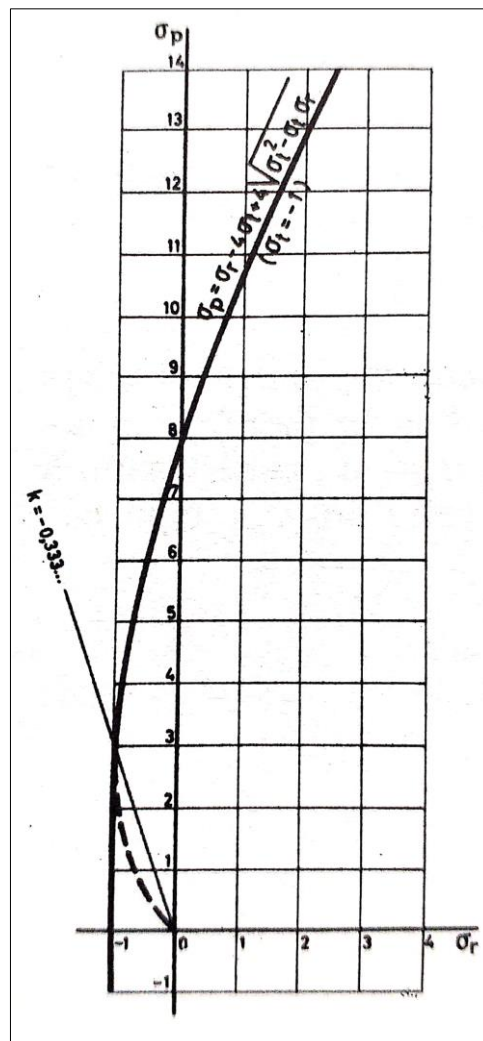


Figura 2 - Curva da relação entre tensões principais máxima e mínimas na ruptura
Fonte: MENDES (1967)

Já a representação da equação (18) é dada pela Figura 3, onde a circunferência "A" indica a ruptura por tração uniaxial; "B" a ruptura por cisalhamento puro; "C" corresponde ao estado limite definido por $k=-0,333\dots$; e, "D" é definido como sendo a compressão uniaxial.

Por fim, a equação (19) é mostrada na Figura 4, na qual foi exposta em escala logarítmica devido a grande variação dos valores de σ_p com k.

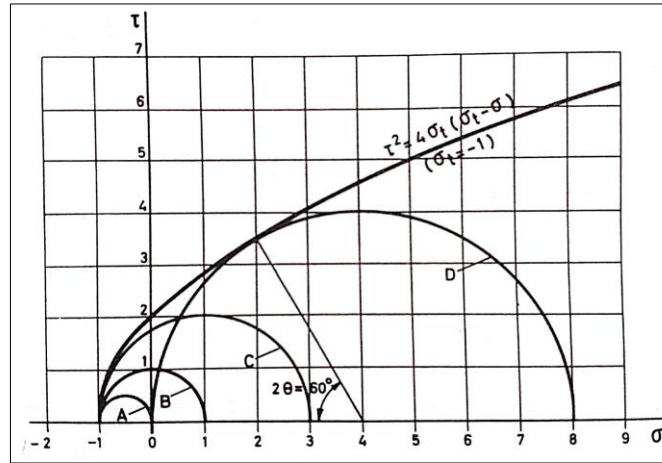


Figura 3 - Relação da curva intrínseca na ruptura
 Fonte: MENDES (1967)

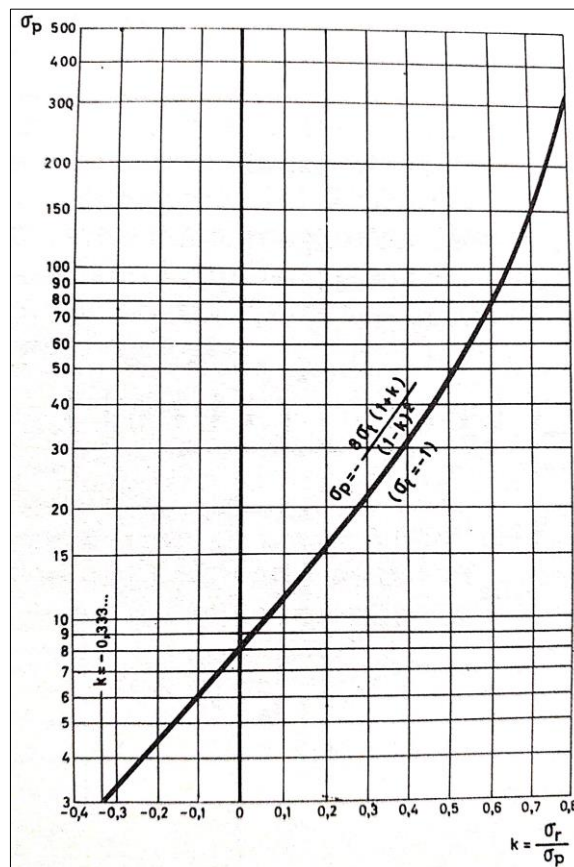


Figura 4 - Curva de relação entre tensão principal máxima na ruptura com o valor de k
 Fonte: MENDES (1967)

Apesar das equações refletirem a prática de forma aproximada, é importante salientar que a teoria de Griffith até agora exposta contempla que as fissuras permanecem abertas com as configurações aproximadas de uma elipse em todas as condições de carga.

1.3 Modificações de McClintock e Walsh

Em 1963, McClintock e Walsh (apud Mendes, 1967) modificaram a teoria de Griffith adicionando a ideia do fechamento das fissuras preexistentes. O estudo em questão parte da existência de um atrito entre as paredes da fissura.

O encontro dos bordos dependerá da intensidade da aplicação da carga externa, σ_x , sendo conveniente definir que a força necessária para este fenômeno é dada por σ_{cr} . Portanto, define-se que a tensão aplicada na fissura é

$$\begin{aligned} \sigma_n &= 0 & \text{para} & \quad \sigma_x < \sigma_{cr} \\ \sigma_n &= \sigma_x - \sigma_{cr} & \text{para} & \quad \sigma_x \geq \sigma_{cr} \end{aligned} \quad (20)$$

O atrito nos bordos da fissura gera uma tensão cisalhante, τ_a e pode ser correlacionada com a tensão normal pela equação (21):

$$\tau_a = \mu \sigma_n \quad (21)$$

Onde μ é o coeficiente de atrito entre os bordos da fissura, e que pode ser reescrito utilizando as equações (20) e (21), como:

$$\tau_a = \mu (\sigma_x - \sigma_{cr}) \quad (22)$$

Da mesma forma realizada por Griffith, McClintock e Walsh calcularam a condição de ruptura na compressão considerando o fechamento da fissura e obteve como resultado a equação (23):

$$(\sigma_p - \sigma_t) \sqrt{1 + \mu^2} - \mu(\sigma_p + \sigma_r - 2 \sigma_{cr}) = \pm 4 \sigma_t \sqrt{1 - \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_t}} \quad (23)$$

Pela impossibilidade de mensurar o estado dos bordos das trincas, não é possível uma abordagem teórica sobre seu valor, porém, em experiências práticas, indicam que o valores de μ são na ordem de grandeza de 1. No que diz respeito à tensão crítica σ_{cr} , a sua definição teórica também é dificultada pela falta de conhecimento do tamanho da trinca, entretanto, em resultados práticos, indica-se que o fechamento de trincas ocorre em tensões muito baixas, podendo tomar como partida para a solução da equação (23) a condição limite de $\sigma_{cr} = 0$.

O uso dessa modificação feita por McClintock e Walsh só é válida depois do encontro das faces da fissura, sendo que anteriormente ao ocorrido, deve-se respeitar a condição original de Griffith. E apesar deste detalhe apontado, os autores não conseguiram resolver esta dificuldade.

A representação gráfica da relação entre as tensões principais maior e menor na ruptura (24), a curva intrínseca que estabelece as condições de início de ruptura (27) e a curva que relaciona a tensão principal máxima com o valor de k (30) são expostas abaixo suas equações com a aplicação da teoria de Griffith modificada.

$$\sigma_p = \frac{\sigma_r \sqrt{1 + \mu^2} + \mu}{\sqrt{1 + \mu^2} - \mu} - \frac{4 \sigma_t \sqrt{1 - \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_t}} + 2 \mu \sigma_{cr}}{\sqrt{1 + \mu^2} - \mu} \quad (24)$$

Admitindo-se, como exposto acima, que $\mu = 1$ e $\sigma_{cr} = 0$, a equação (24) fica na forma

$$\sigma_p = 5,87 \sigma_r - 9,75 \sigma_t \quad (25)$$

Uma vez que em compressão uniaxial $\sigma_r = 0$, temos:

$$\sigma_p = -9,75 \sigma_t \quad (26)$$

Ou seja, pode-se dizer que a resistência à compressão é aproximadamente 10 vezes a resistência à tração.

A Figura 5 apresenta a curva da equação (24) quando $\sigma_t = -1$ e também, a mérito de comparação, a equação original de Griffith.

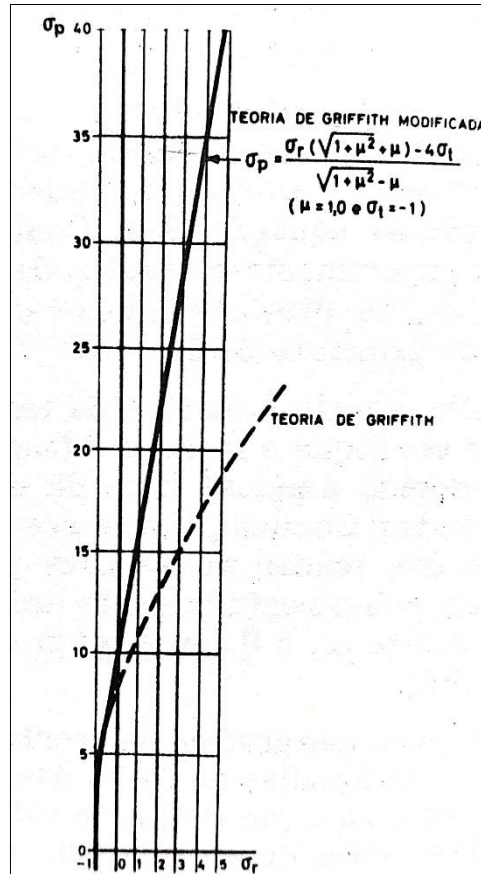


Figura 5 - Curva da relação entre tensões principais máxima e mínima na ruptura modificada
Fonte: MENDES (1967)

Paralelamente ao feito com a curva intrínseca na teoria original de Griffith pode ser realizado na modificação feita por McClintock e Walsh, que gera a equação (27).

$$\pm \tau = \mu (\sigma - \sigma_{cr}) - 2 \sigma_t \sqrt{1 - \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_t}} \quad (27)$$

No caso da curva intrínseca, nota-se que a equação é sempre uma reta, o que condiz com a representação da reta de Coulomb. Porém, como nos demais casos, considera-se $\sigma_{cr} = 0$, o que implica em:

$$\pm \tau = \mu \sigma - 2 \sigma_t \quad (28)$$

Que por sua vez, ao considerar $\sigma = \sigma_{cr}$, a equação (28) pode ser reescrita como (29) e que se apresenta idêntica a equação que Griffith desenvolveu.

$$\tau^2 = 4 \sigma_t (\sigma_t - \sigma) \quad (29)$$

A Figura 6 apresenta a curva da equação (27) para $\sigma_t = -1$. Nota-se que a circunferência E é a mesma que a D na teoria de Griffith, ou seja, compressão uniaxial.

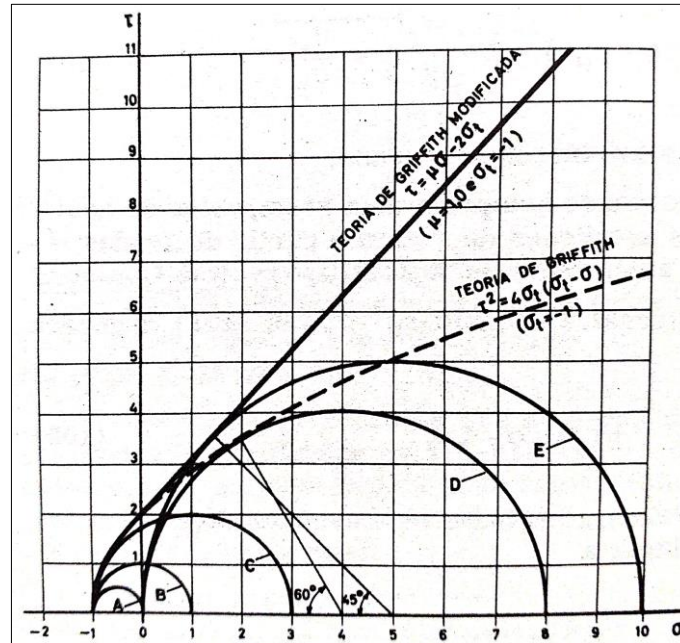


Figura 6 - Relação da curva intrínseca na ruptura modificada
Fonte: MENDES (1967)

Por fim, a representação entre σ_p e $k = \frac{\sigma_t}{\sigma_p}$ na ruptura (30) pode ser modificada ao considerar que $\sigma_{cr} = 0$ mostrado na equação (31) e mostrada na Figura 7 com vários valores de coeficiente de atrito μ . Nota-se na figura que a redução do coeficiente de atrito gera um afastamento da teoria original de Griffith.

$$\sigma_p = - \frac{4 \sigma_t}{(1 - k) \sqrt{1 + \mu^2} - \mu(1 + k)} \quad (30)$$

$$\sigma_p = - \frac{4 \sigma_t \sqrt{1 - \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_t}} + 2 \mu \sigma_{cr}}{(1 - k) \sqrt{1 + \mu^2} - \mu(1 + k)} \quad (31)$$

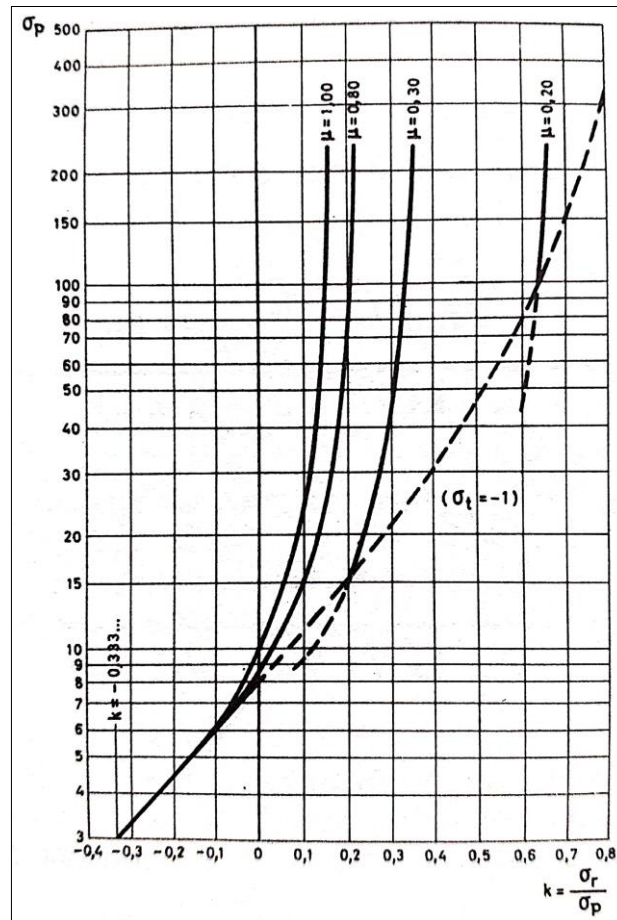


Figura 7 - Curva de relação entre tensão principal máxima na ruptura com o valor de k modificada

Fonte: MENDES (1967)

1.4 Mecanismo de ruptura frágil de Bieniawski

Embora os parâmetros que definem a tensão para início da propagação da fissura sejam de difícil obtenção, Bieniawski (1967) estabeleceu que sua propagação se dá de dois modos: estável e instável.

A propagação estável tem como característica ser lenta e se dá quando há relação entre o meio comprimento da fissura (c) e a tensão aplicada e a condição da equação (8) seja mantida. Vale ressaltar que mesmo reduzir ou até mesmo cessar a aplicação da tensão, o comprimento da fissura não diminui após a sua expansão, pois, a transformação da abertura de fissura é irreversível. Porém, com a interrupção do carregamento a propagação da fissuração é interrompida.

$$\sigma = \sqrt{\frac{2 \gamma E}{\pi c (1 - \nu^2)}} \quad (8)$$

Já a propagação instável ocorre quando o meio comprimento da fissura (c) e a tensão aplicada não possuem uma relação, ou seja, a fissura cresce em uma velocidade rápida e que não pode ser controlada pela tensão aplicada. É interessante notar que a falta de relação com a tensão se demonstra na contínua expansão da fissura mesmo que o aumento de carga seja interrompido.

Segundo Irwin (apud Bieniawski, 1967), a propagação da fissura passa do estado estável para o estado instável quando a energia liberada por unidade de superfície da fissura, G (dado por Griffith como γ), atinge um valor crítico G_c , que depende das características do material e propôs que:

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{GE}{\pi c}\right)} \quad (32)$$

Onde E é o módulo de elasticidade e c o meio comprimento da fissura.

A equação (32) é baseada no conceito de que a propagação da fissura libera uma quantidade de energia representada por G da energia elástica, W_e . Esta energia liberada por W_e toma forma na absorção de energia para expansão da fissura.

O valor de G_e (energia crítica) para cada material pode ser determinado medindo a tensão aplicada (σ_{cr}) e o meio comprimento da fissura no momento em que se inicia a propagação instável da fissura (c_{cr}) pela equação (33). Alguns exemplos dos valores de G_e são demonstrados na Tabela 1.

$$\sigma = \left(\frac{\pi \sigma_{cr}^2 c_{cr}}{E}\right) \quad (33)$$

Tabela 1 - Energia crítica dissipada G_e para vários materiais

Material	G_e lb-in/sq. in.	Fonte (apud BIENIAWSKI, 1967)
Vidro	0,08	IRWIN (1960)
Concreto	0,1	KAPLAN (1961)
Quartzito	3,5	BIENIAWSKI (1966)
Aço de navio	80,0	IRWIN (1960)
Aço rotor	135,0	WINNE and WUNDT (1958)

Fonte: BIENIAWSKI (1967)

A transformação da energia de deformação elástica armazenada na estrutura, W_e em energia da superfície da fissura gera algumas perdas, sendo elas:

- a) Energia cinética;
- b) Energia plástica;
- c) Energia dissipada na quebra das ligações atômicas nas pontas das fraturas;
- d) Mudança de energia devido a mineração, como causado por quebra artificial de rochas, remoção do calor por ventilação, etc.

Todas as perdas, para o presente estudo podem ser negligenciadas, exceto a de energia cinética, que parte é associada a extensão da fissura e outra, por vezes, é dissipada na forma de calor, como descrito por Bartenev (apud Bieniawski 1967). A energia cinética, W_k , foi avaliada, segundo Mott (apud Bieniawski 1967), em tensão uniaxial no estado plano de tensão como:

$$W_k = \frac{kp c^2 v^2 \sigma^2}{2E^2} \quad (34)$$

Sendo k um fator de proporcionalidade constante, p a densidade do material e v a velocidade de propagação da fissura, que pode ser escrita como:

$$v = \frac{0,38 E}{p \left(1 - c_0/c\right)} \quad (35)$$

Sendo c_0 o valor inicial do meio comprimento da fissura preexistente, como previamente definido por Griffith. A velocidade se torna crítica (terminal) quando seu

valor tende a se tornar muito alto em relação ao tempo, logo, desenvolvendo-se a equação (35), podemos interpretar a velocidade terminal (crítica) como:

$$v_t = 0,38 \sqrt{\frac{E}{p}} \quad (36)$$

A velocidade é característica do material, ou seja, ela está interligada à composição do material. A Figura 8 mostra a velocidade de abertura da fissura em função do comprimento da fissura. Observa-se que há uma incompatibilidade no trajeto para atingir a velocidade crítica entre o observado experimentalmente (linha cheia) e o teórico (linha tracejada), sendo ainda necessário, segundo Bieniawski (1967), um refinamento na equação (35), pois mesmo alcançando resultados finais próximos (velocidade terminal), a trajetória do aumento da velocidade fornece informações importantes, como a transição da propagação estável para a instável.

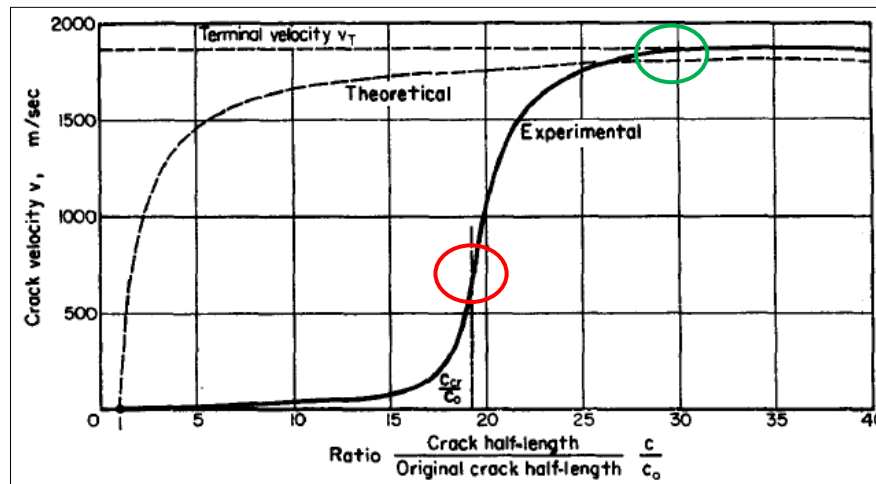


Figura 8 - Velocidade da fissura relacionado ao comprimento relativo da fissura
Fonte: BIENIAWSKI (1967)

A propagação da fissura se inicia com velocidade de abertura baixa até o ponto de inflexão da curva, onde a energia elástica liberada pela abertura da fissura até o momento não é suficiente para manter a expansão da fissura. Quando a energia é suficiente para manter a propagação da fissura a velocidade cresce rapidamente até o limite onde se torna constante. Este ponto de transição é aproximadamente o ponto de inflexão da curva experimental (círculo vermelho), onde $c/c_0 = c_{cr}/c_0$ e marca a transição da abertura de fissura estável para a instável, com isso, a energia liberada é $G = G_c$ (energia crítica).

Uma vez que a velocidade chega perto da crítica, a energia cinética associada a extensão da fratura tende a ficar constante – parte superior da Figura 8, círculo verde. A energia liberada aumenta em conformidade com o comprimento da fissura, entretanto, para dissipar este acréscimo de energia, a fissura tende a aumentar a sua área de superfície e conseqüentemente criar bifurcações, ou seja, criam-se novas fissuras com um ângulo da fissura original. Esta ramificação da fissura original ocorre, segundo Cragg (apud Bieniawski 1967), quando se atinge a velocidade terminal. O começo da bifurcação representa a transição do processo de propagação da fissura para o estado instável, o que coincide com a resistência de ruptura do material.

1.4.1 Fechamento das fissuras na compressão

A presença de fissuras preexistentes, como definida por Griffith, estão presentes em rochas e são distribuídas aleatoriamente pelo material, com ângulos diversos. Estas fissuras levam o material a ter um módulo de elasticidade menor do que em materiais completamente sólidos.

O fechamento da fissura devido a uma força de compressão na amostra faz com que haja um aumento do módulo de elasticidade, resultando em uma região de não linearidade da curva tensão/deformação. Em rochas duras, as regiões de fissuras são muito pequenas, ocasionando em muitos casos o fechamento dessas fissuras antes mesmo da aplicação da carga (Figura 9).

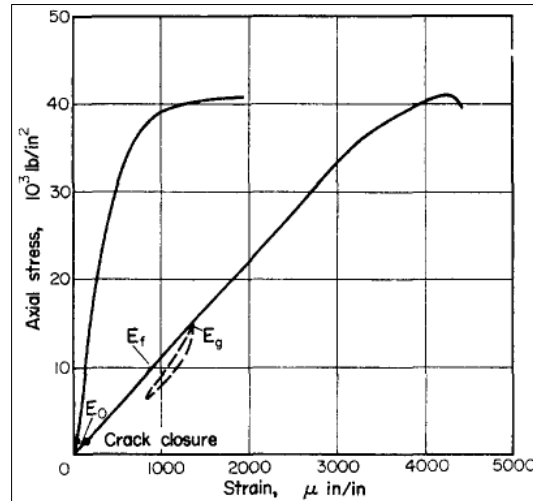


Figura 9 - Tensão-Deformação em quartzito em compressão uniaxial
 Fonte: BIENIAWSKI (1967)

Durante o processo de deformação linear elástica ocorre o deslizamento das faces das fissuras, que resulta na formação de pequenas fissuras verticais estáveis ao longo do comprimento da fissura inicial. Tal teste foi feito em vidros, como demonstrado na Figura 10. Observa-se que ao longo da fissura existem diversas fissuras menores, assemelhando-se a uma costura em formato zigue-zague em torno da fissura.

Por se tratar de pequenas fissuras, ao fecharem e terem o carregamento crescente, estendem sua fissura na direção paralela ao do carregamento. Quando a tensão chega a um nível mais elevado, todas as microfissuras já fecharam, e então elas agem como uma única fissura e se estendem perto do topo da fissura, como esperado.

É perceptível analogamente que isso também ocorra em rochas, e o atrito das faces da fissura seja diferente para cada ponto observado. Tais pontos criam uma restrição de movimento que é cessada quando se quebram estas reentrâncias. Estas pequenas fissuras dentro da fissura atuam como uma fissura aberta definida por Griffith.



Figura 10 - Pequenas quebras entre as faces do fechamento da fissura em vidros
Fonte: BIENIAWSKI (1967)

Em relação à deformação volumétrica, observam-se diferentes regiões perceptíveis graficamente e que demonstram a evolução da propagação das fissuras em relação a tensão axial e suas fases de carregamento. Foram identificadas quatro regiões, sendo elas exibidas na Figura 11 e descritas abaixo.

- Região 1: Fechamento das fissuras
- Região 2: Deformação elástica
- Região 3: Propagação estável da fissura
- Região 4: Propagação instável da fissura

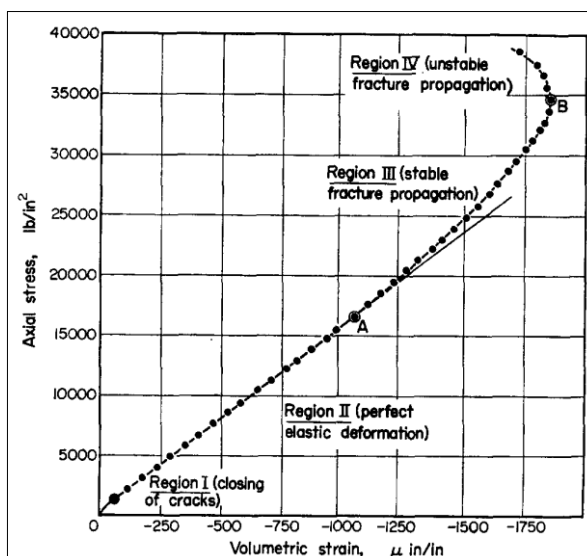


Figura 11 - Tensão axial x deformação volumétrica (compressão uniaxial)
Fonte: BIENIAWSKI (1967)

Os efeitos observados nas regiões descritas também podem ser vistos em um gráfico múltiplo de tensão axial por deformação axial, lateral e volumétrica (Figura 12). Observa-se que também os gráficos acompanham a mudança dos estados de fissuramento do espécime entre o início da propagação da fissura e após a expansão instável da fissura, exceto a curva de deformação axial.

Os testes da Figura 11 e da Figura 12 foram realizados com carregamentos uniaxiais e o da Figura 13 realizado com carregamentos triaxiais. Todos eles demonstram a mudança na curva de deformação volumétrica na região onde as fissuras começam a se propagar de forma instável.

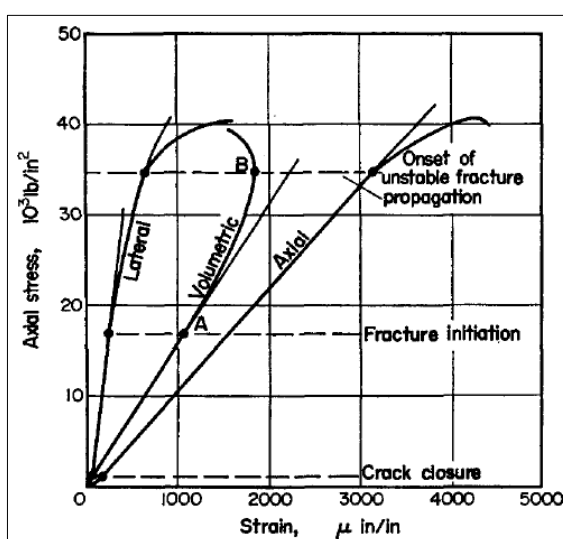


Figura 12 - Tensão axial x deformação axial, lateral e volumétrica (compressão uniaxial)
Fonte: BIENIAWSKI (1967)

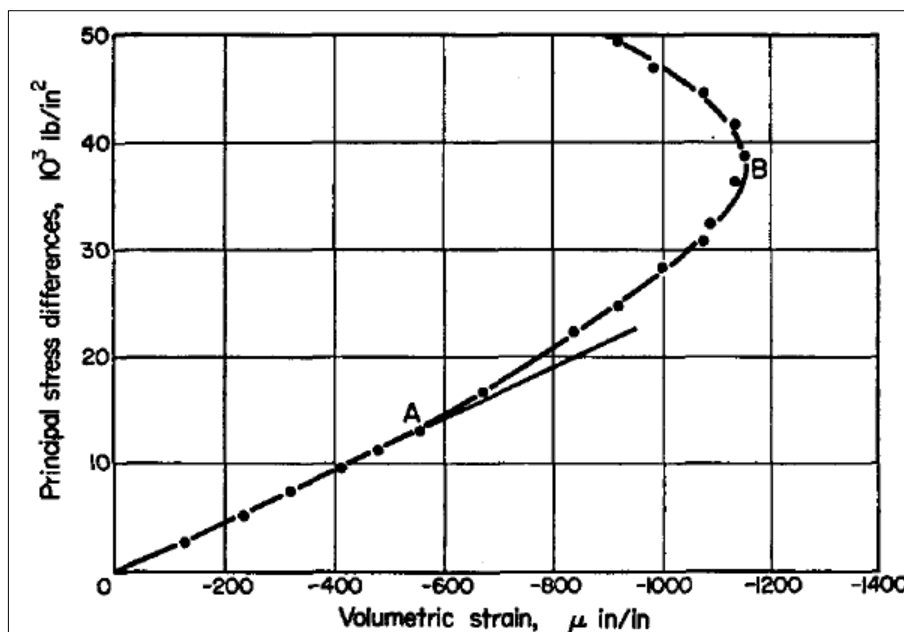


Figura 13 - Relação entre a diferença de tensão principal e deformação volumétrica (compressão triaxial)

Fonte: BIENIAWSKI (1967)

1.4.2 Propagação estável da fissura

A propagação da fissura apesar de cessar quando o seu caminho expandido chega a ter a mesma direção que a aplicação da carga principal em ensaios biaxiais, pode apresentar uma continuidade no movimento de abertura quando a tensão de confinamento (tensão principal menor) for igual a zero – uniaxial - ou menor que zero – tração.

É conhecido que em casos reais exista um conjunto aleatório e espalhado de fissuras na parte interna dos materiais rochosos e que este arranjo está interligado ao mecanismo de propagação estável das fissuras.

A expansão dessas fissuras se dá em ordem de fraqueza, sendo que uma se inicia apenas quando a mais fraca cessa sua expansão. Esse aumento das pequenas trincas presentes no interior do material pode gerar o encontro delas, e esta conexão entre trincas, por consequência, pode gerar a volta da propagação da abertura que anteriormente havia parado de se expandir (reextensão).

A propagação de trincas estáveis, a quebra de trincas e a reextensão de trincas latentes podem ser facilmente distinguidas. Este processo pode ser caracterizado como um evento lento e que a velocidade de fissura é de influência desprezível.

Na Figura 14, Bieniawski realizou diversos arranjos em placas de vidro de conjuntos de fissuras abertas a fim de avaliar o comportamento da placa quando submetida a esforços com o intuito de correlacionar o resultado com o que ocorre na mecânica das rochas.

O nível de tensão no início da fratura não é afetado pelo tipo de arranjo feito nas placas de vidro, mostrando, associativamente, que em material rochoso, o início da fratura sempre ocorre para o mesmo nível de tensão para cada tipo de rocha. Entretanto, a propagação dessas fissuras está ligada ao tipo de arranjo.

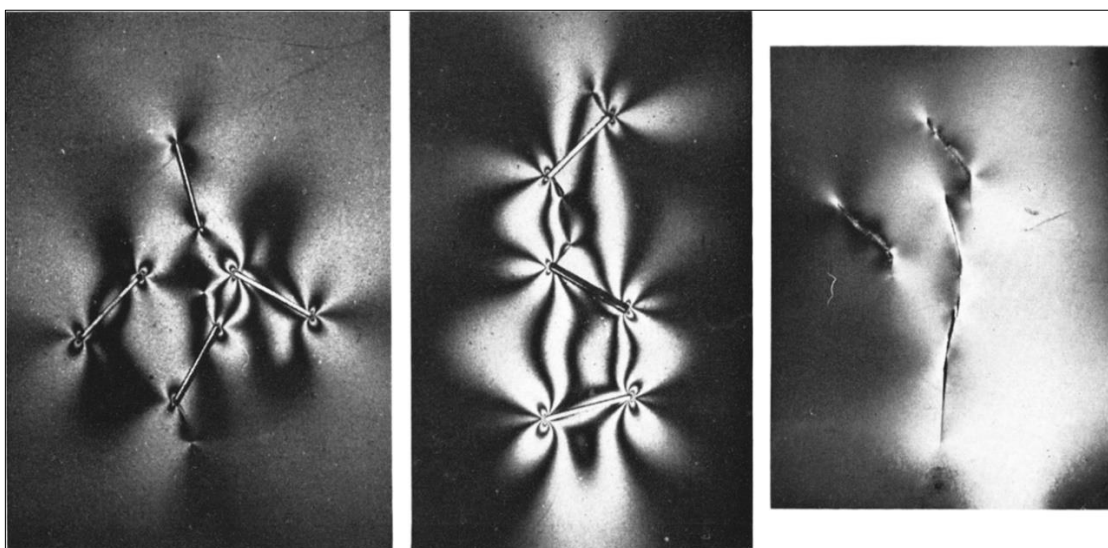


Figura 14 - Exemplos de arranjos de fissuras feito em vidros
Fonte: BIENIAWSKI (1967)

1.4.3 Propagação instável da fissura

Segundo Bieniawski, a propagação instável da fissura é conhecida por ser rápida, sendo atingida principalmente na direção da tensão de compressão principal. Os danos causados em material rochoso podem se manifestar com a quebra de

grãos, porém, este fenômeno não foi observado durante a propagação estável da fissura.

Em ensaios triaxiais, é possível chegar a um campo de tensões onde não há propagação instável da fissura, sendo determinada por uma razão σ_1/σ_3 denominada fator k , que é definido como a equação (37), onde μ é o coeficiente de atrito. A demonstração gráfica nos diversos campos de tensão é exibida na Figura 15, onde é possível observar a linha reta contínua, o que representa a não propagação de fissuras no modo instável.

$$k = \sqrt{\frac{(1 + \mu^2) + \mu}{(1 + \mu^2) - \mu}} \quad (37)$$

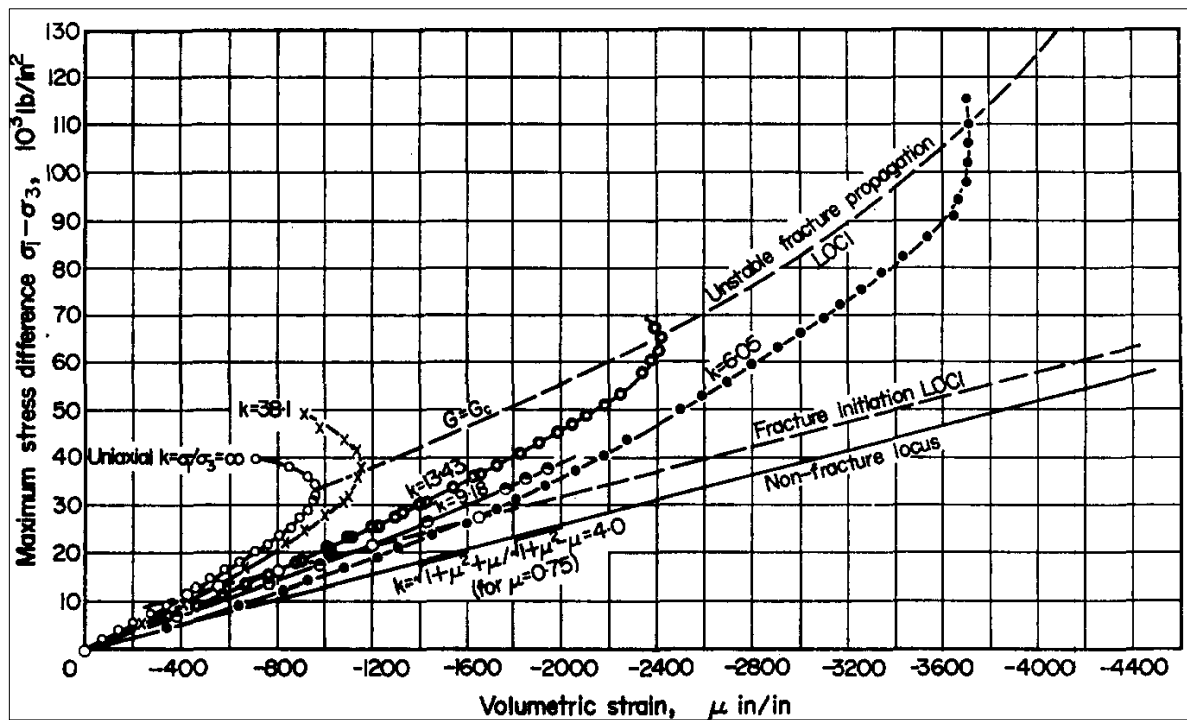


Figura 15 - Influência do carregamento triaxial de compressão no processo de ruptura
Fonte: BIENIAWSKI (1967)

Ensaio em rochas ígneas de norito foram realizados por Bieniawski em 1967 para determinar a velocidade de abertura da fissura e seu comprimento. Neste ensaio foi possível mensurar a velocidade terminal de 1875 m/s, como demonstrado na Figura 16, e consoante com o exposto na Figura 8.

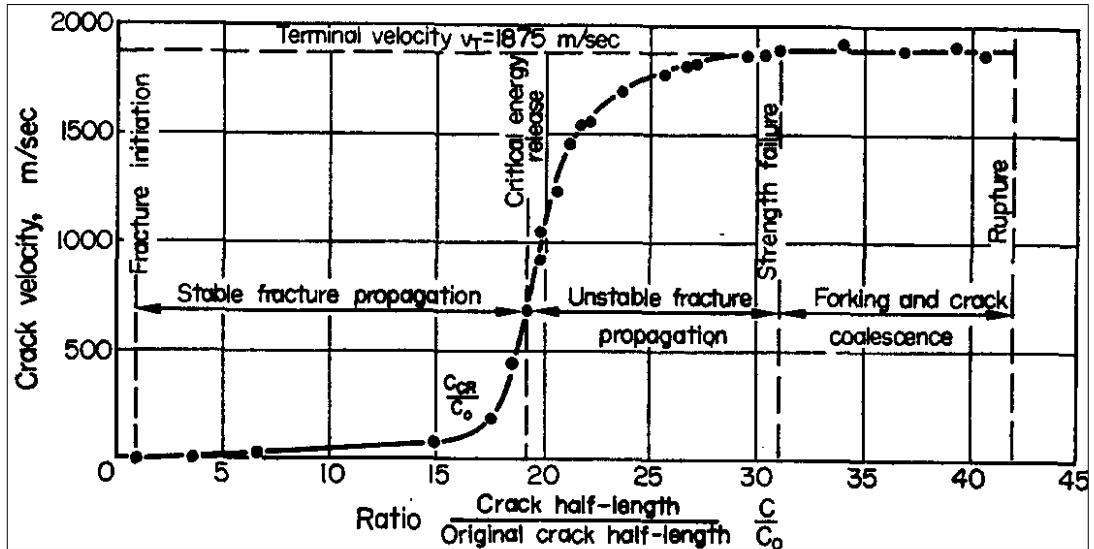


Figura 16 - Velocidade da fissura em relação ao comprimento da fissura em norito
 Fonte: BIENIAWSKI (1967)

Quando se chega à velocidade terminal, a dissipação da energia superficial liberada faz com que a fissura seja susceptível a aumentar a sua área de superfície. Em consequência disso, ocorre a bifurcação da fissuração, como demonstrado na Figura 17, sendo a figura da esquerda em quartzito e à direita, norito.

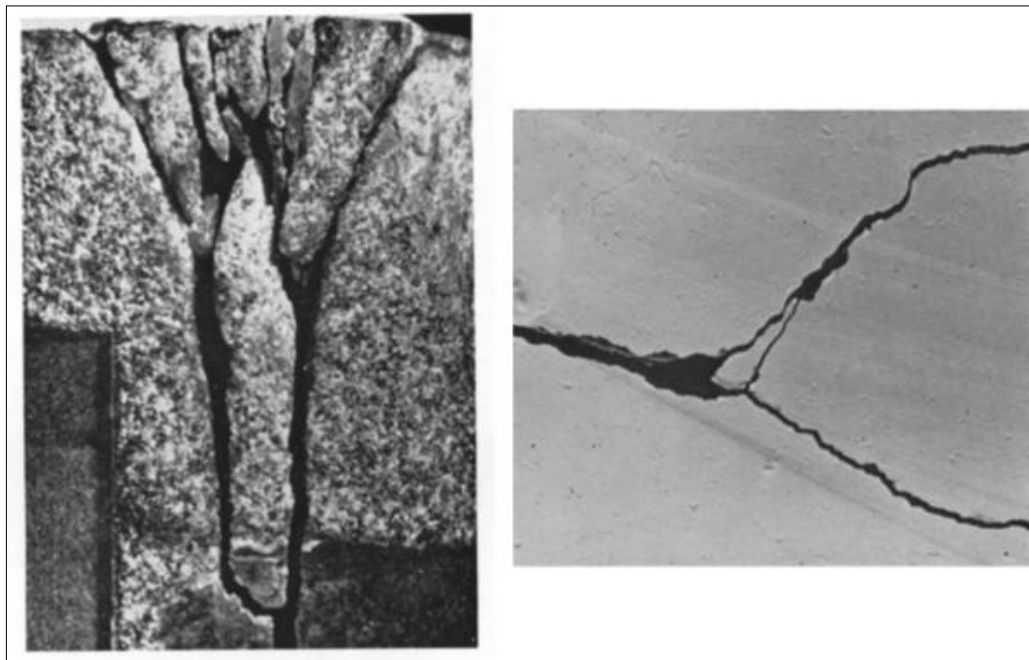


Figura 17 - Bifurcação em rochas (quartzito e norito)
 Fonte: BIENIAWSKI (1967), modificado

1.4.4 Resistência a ruptura

A resistência à ruptura é a máxima tensão (ou conjunto de tensões) aplicadas a um determinado material até que este tenha uma separação completa de suas partes, resultando em um objeto com dois ou mais pedaços.

Quando se atinge a velocidade crítica, implica-se na resistência à ruptura, porém neste ponto não se observa as bifurcações. A resistência à ruptura é caracterizada pela alteração da inclinação da curva tensão-deformação, como demonstrado na Figura 18 a mudança de direção (pico) no gráfico.

1.4.5 Bifurcação da fissuração

Observa-se na Figura 18 que no seu pico ocorre a resistência à ruptura do material, porém, a continuidade da aplicação da carga é que gera as bifurcações previamente descritas.

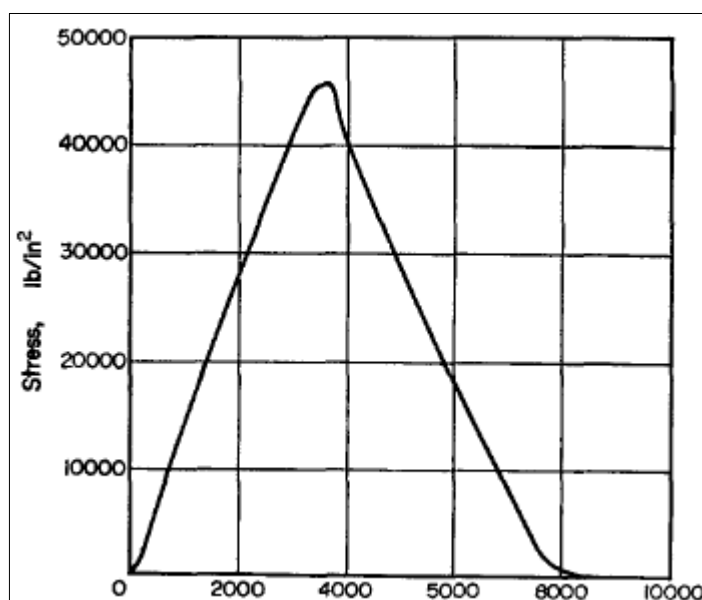


Figura 18 - Tensão-deformação em compressão uniaxial em norito
Fonte: BIENIAWSKI (1967)

Geralmente, durante a bifurcação, a tensão diminui com o aumento da deformação. Embora tenham ocorrido danos extensivos na amostra, ainda mantém certa força e coesão até que ocorra a ruptura.

O processo de ruptura em material rochoso é concluído quando a resistência de ruptura é atingida. A resistência de ruptura é a transição de um corpo predominantemente contínuo (material rochoso) para um material predominantemente descontínuo (sistema de rochas).

1.4.6 Ruptura

A ruptura da rocha é o processo final onde ocorre a separação total do material e a ruptura estrutural ocorre. Logo, a ruptura não é um processo do material, mas sim da estrutura (estabilidade da estrutura).

Mesmo que o material tenha chegado em sua resistência à ruptura, a estrutura ainda pode estar estável, não tendo chegado, portanto, na ruptura.

Vale ressaltar a diferença entre a resistência à ruptura e ruptura. A primeira é quando ocorre a separação da amostra em um ou mais pedaços, o que em rochas, não necessariamente ocorre a instabilidade da estrutura. Na segunda, é a quebra do material rochoso de tal forma que inviabiliza a sua estabilidade.

O estudo desenvolvido por Bieniawski em 1967 (item 1.4), apresenta o comportamento em rochas frágeis, como norito e quartzito, em ensaios de compressão. A premissa estabelecida no estudo é que exista uma ou mais fissuras naturalmente dentro do material rochoso, e que esta pode ser fechada naturalmente pelo peso próprio do material, ou que em ensaios de compressão, seu fechamento é realizado nos carregamentos iniciais.

A expansão das trincas dependem do nível de tensões aplicado na compressão, podendo se expandir e cessar quando se aproxima da direção paralela a tensão principal maior, ou ainda podem voltar a se expandir quando há o encontro de outras trincas, e por fim, podem ocorrer as bifurcações até o ponto onde ocorre a destruição estrutural do material (ruptura).

Ensaio triaxiais em noritos foram realizados e foi plotada a envoltória de resistência. Observa-se que a envoltória não é reta e sim curva. Caso considerado

reto (linha tracejada), o coeficiente de atrito encontrado será muito superior ao que é encontrado empiricamente. Tal disparidade pode ser explicada pelo entrelaçamento de irregularidades superficiais.

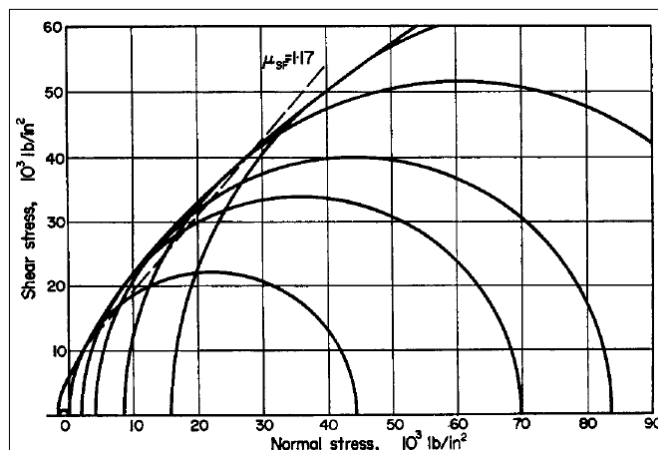


Figura 19 - Círculo de Mohr de ruptura em norito
Fonte: BIENIAWSKI (1967)

1.5 Sistemas de classificação de material rochoso - RMR e GSI

A classificação RMR (*Rock Mass Rating* – Tradução livre: Classificação de Massa Rochosa) foi criada por Bieniawski entre 1972 e 1973 e aprimorada ao longo dos anos com o intuito de fazer uma classificação unificada para os diversos tipos de rochas encontrados, fazendo assim, uma previsão do comportamento mecânico do material rochoso.

Bieniawski (1989) faz uso de seis parâmetros para classificar as rochas, sendo elas:

- a) Resistência à compressão uniaxial do material rochoso;
- b) Designação da qualidade da rocha;
- c) Espaçamentos das descontinuidades;
- d) Condição das descontinuidades;
- e) Condições da água subterrânea;
- f) Orientação das descontinuidades.

A classificação é feita utilizando esses parâmetros e tabelas desenvolvidas também por Bieniawski (1989). Tal classificação pode variar de zero até cem.

Existem também outras classificações, como a GSI (*Geological Strength Index* – Tradução livre: Índice de Resistência Geológica) que foi criada e desenvolvida por Hoek (1994) e posteriormente por Hoek et al. (1995) e ainda vem sendo melhorada até nos tempos atuais buscando conseguir uma adequação mais precisa na previsão da resistência da massa rochosa e da deformação.

Este índice é baseado em uma avaliação da litologia, da estrutura e da condição das superfícies de descontinuidade na massa rochosa e é estimado a partir do seu exame visual exposto em afloramentos, em escavações superficiais como cortes de estradas e em faces de túneis e núcleos de sondagens (Marinos e Hoek, 2005).

Definido o valor de GSI em conjunto com valores de tensão de compressão em rochas intactas não confinadas (σ_{ci}) e a constante petrográfica (m_i), consegue-se calcular as propriedades mecânicas de uma massa rochosa. É possível também calcular as propriedades mecânicas com programa computacional desenvolvido pela empresa *Rocscience*, o *RocData*. É necessário colocar no programa os parâmetros como GSI, σ_{ci} , m_i ou acessar o seu banco de dados para estimar tais parâmetros sem ensaios prévios, de acordo com o tipo de material que se deseja adquirir informações sobre suas propriedades mecânicas.

1.6 Transformação do sistema RMR para GSI

Segundo Hoek et al. (2018), no período anterior a aplicação do GSI, foi proposto que a correlação dos valores "RMR" "ajustados" com GSI fosse usada para fornecer a informação necessária para a solução do critério de Hoek e Brown.

Embora este procedimento possa funcionar com massas rochosas de melhor qualidade, não é coerente na faixa de massas rochosas fracas (por exemplo, GSI <35), muito fracas e heterogêneas, onde essas correlações não são recomendadas.

A classificação de 1989 de Bieniawski, segundo Hoek, Kaiser e Bawden (2000), pode ser usada para estimar o valor de GSI de uma maneira similar para a versão de 1976, que considera que a massa rochosa deve ser assumida como

completamente seca e que nenhum ajuste para a orientação das juntas deve ser feito, uma vez que essas condições devem ser avaliadas durante a análise do maciço rochoso (Edelbro, 2003). O valor mínimo que pode ser obtido para a classificação de 1989 é 23 (vinte e três) e que, em geral, dá um valor ligeiramente superior à classificação de 1976. A classificação final, chamada RMR_{89}' , pode ser usada para estimar o valor do GSI. Para RMR_{89}' maior do que 23, tem-se:

$$GSI = RMR_{89}' - 5 \quad (38)$$

Para RMR_{89}' menor que 23, a classificação de 1976 de Bieniawski não pode ser usada para estimar o valor GSI.

1.7 Previsão da resistência de geomateriais

Apesar dos contínuos estudos sobre o mecanismo das rupturas frágeis, os resultados ainda não são capazes de compreender a física do processo que envolve a ruptura. O problema é que não se consegue entender a física fundamental do processo não linear de como as fraturas se formam e interagem entre si nos sólidos.

A mudança de fase, que guia a ruptura frágil, é caracterizada pela separação do sólido em dois pedaços. Em geral, cada microfissura que forma no sólido é uma quebra na simetria do sistema, e cada uma dessas microfissuras é uma mudança de fase. Então, deve-se ver o problema da fratura como um verdadeiro sistema policrítico ou N-crítico, e a tensão de tração local na qual uma determinada microfissura se forma como o ponto crítico para aquela microfissura.

A ruptura frágil é formulada como uma mudança de fase contínua que exhibe as características de um sistema termodinâmico em seu ponto crítico. Em particular, a ruptura de materiais frágeis é modelada como um fenômeno termodinâmico tricrítico (Brady, 1994).

A fim de simplificar, assume-se que todas as microfissuras podem ser agrupadas em uma única classificação. Dessa forma, pode-se assumir o sistema como tricrítico. Tricrítico refere-se a fenômenos críticos em um sistema trifásico: material sólido, sólido e microtrincas, e sólidos e macrotrincas.

Como o nome sugere, o ponto tricrítico é o encontro de três linhas críticas, ou seja, três fases do sistema se tornam iguais. O ponto tricrítico se difere do ponto crítico comum pelo número de campo relevante.

Estudos de laboratório apontam que rochas apresentam relações com a lei de potência durante o processo de fraturação.

Os critérios de resistência para previsão da ruptura em geomateriais foram desenvolvidos por diversos autores ao longo do tempo, sendo que cada um tentou, em sua época, determinar um critério de resistência válido, porém, em sua maioria eram casos particulares de suas situações analisadas (empíricos e semiempíricos).

Análises teóricas nesta área da engenharia se tornam difíceis por conta da composição heterogênea da geotecnia e, por conseguinte é dispendioso equiparar com situações reais. A seguir serão apresentados alguns dos principais critérios desenvolvidos.

1.7.1 Critério de Mohr-Coulomb

O critério teve seu início em 1773 com o então critério de Coulomb, que foi embasado na pesquisa de ruptura de cisalhamento de vidros. Coulomb postulou que a resistência ao cisalhamento é dependente da coesão do material e da tensão normal no plano. Em 1776, Coulomb propôs (apud Edelbro, 2003):

$$S = ca + \frac{1}{n}N \quad (39)$$

Onde “c” é a coesão por unidade de área, “a” a área do plano de cisalhamento, “N” a força normal no plano e “1/n” o coeficiente de atrito interno.

Já em 1882, Otto Mohr elaborou o método gráfico para descrever o estado de tensões em um ponto. Na evolução das suas equações, o autor percebeu que a equação final era a de um círculo, e que, portanto, foi nomeado de círculo de Mohr (apud Edelbro, 2003).

Com a fusão dos dois autores se deu a equação de Mohr-Coulomb, que é amplamente conhecida como:

$$\tau = c + \sigma \tan \phi \quad (40)$$

Onde “ τ ” é a tensão cisalhante, “ c ” é a coesão, e “ ϕ ” é o ângulo de atrito.

É necessário levar em consideração alguns detalhes ao usar a equação de Mohr-Coulomb:

- A ruptura do sistema deve ser por cisalhamento;
- A relação da tensão normal e da tensão cisalhante em ensaios mostram um comportamento não linear (diferente da equação);
- Não é considerada a influência da tensão principal intermediária (σ_2).

1.7.2 Critério de Brady

Para a aplicação desta teoria, Brady (1994) faz uso da teoria de Landau-Ginzburg (LG) e a modifica para o uso em fraturamento de material frágil. O autor citado adota como parâmetro de ordem a tensão cisalhante (τ) e então é possível correlacionar a temperatura (da teoria de LG) com esta tensão, onde a variação da temperatura é proporcional a $(t_c - \sigma)^2$, logo a equação pode ser escrita como:

$$\frac{\tau}{t_c} = B \left(\frac{t_c - \sigma}{t_c} \right)^{2\beta} \quad (41)$$

Onde t_c é a resistência à tração teórica do material, β é o expoente crítico e B um número constante. Em termos de aplicabilidade, a relação é mantida, exceto pela tensão de tração t_c , que pode ser substituída por t_0 (tensão medida). Ainda, por convenção a tensão é dada como positiva.

Para modelar a equação aos materiais de ruptura frágil, a envoltória para os materiais pode ser reescrita como:

$$\frac{\tau}{t_0} = A \left(\frac{t_0 - \sigma}{t_0} \right)^{0,66} \quad (42)$$

Onde “A” é a constante que depende do material, que fica na ordem de 2,0 e é obtida experimentalmente.

A Tabela 2 ilustra a aplicação da equação (42) em diversos materiais. A envoltória de ruptura foi construída pela determinação de σ_1 e σ_3 usando procedimentos matemáticos padrão (Brady, 1994).

Tabela 2 - Resistência ao cisalhamento de material rochoso indeformado

Tipos de rocha/Qualidade da massa rochosa	Poliminerálico bem graduado		Poliminerálico grosseiramente graduado		Rochas carbonáticas com clivagem cristalina bem desenvolvida		Rochas arenosas com clivagem cristalina forte e mal desenvolvida		Rochas argilosas litificadas	
	Rocha ígnea cristalizada (Andesito, Dolerite, Diabásio e Riolito)	$\frac{\tau}{t_0} = 2,572 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,696}$	Rocha ígnea metamórfica cristalina (Anfibólio, Gabro, Gneis, Granito, Norite e Diorito de quartzo)	$\frac{\tau}{t_0} = 3,155 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,705}$	(Dolomite, Calcário, Mármore)	$\frac{\tau}{t_0} = 1,598 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,658}$	(Arenito, e Quartzo)	$\frac{\tau}{t_0} = 2,400 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,692}$	(Lamito, Silestone, Xisto e Ardósia)	$\frac{\tau}{t_0} = 1,937 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,677}$
Rocha intacta (RMR = 100)										
Massa rochosa de alta qualidade (RMR = 85)		$\frac{\tau}{t_0} = 3,107 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,705}$		$\frac{\tau}{t_0} = 3,808 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,712}$		$\frac{\tau}{t_0} = 1,933 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,679}$		$\frac{\tau}{t_0} = 2,913 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,702}$		$\frac{\tau}{t_0} = 2,339 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,692}$
Massa rochosa de boa qualidade (RMR = 65)		$\frac{\tau}{t_0} = 2,381 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,698}$		$\frac{\tau}{t_0} = 4,112 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,707}$		$\frac{\tau}{t_0} = 2,124 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,669}$		$\frac{\tau}{t_0} = 3,164 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,695}$		$\frac{\tau}{t_0} = 2,552 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,683}$
Massa rochosa de qualidade razoável (RMR = 44)		$\frac{\tau}{t_0} = 3,659 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,691}$		$\frac{\tau}{t_0} = 4,478 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,700}$		$\frac{\tau}{t_0} = 2,308 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,662}$		$\frac{\tau}{t_0} = 2,862 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,688}$		$\frac{\tau}{t_0} = 2,785 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,675}$
Massa rochosa de qualidade ruim (RMR = 23)		$\frac{\tau}{t_0} = 4,455 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,676}$		$\frac{\tau}{t_0} = 5,376 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,686}$		$\frac{\tau}{t_0} = 2,965 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,646}$		$\frac{\tau}{t_0} = 3,340 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,672}$		$\frac{\tau}{t_0} = 3,449 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,655}$
Massa rochosa de qualidade muito ruim (RMR = 3)		$\frac{\tau}{t_0} = 2,923 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,684}$		$\frac{\tau}{t_0} = 3,962 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,684}$		$\frac{\tau}{t_0} = 1,428 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,684}$		$\frac{\tau}{t_0} = 2,435 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,684}$		$\frac{\tau}{t_0} = 1,902 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,684}$

Fonte: BRADY (1994)

1.7.3 Critério de Hoek-Brown

O critério de Hoek-Brown foi apresentado inicialmente pelos autores em 1980, e sofreu diversas atualizações ao longo dos anos. A equação parabólica desenvolvida concorda com a teoria original de Griffith (1920) e é descrita pelos autores, como:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left(m_i \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^{1/2} \quad (43)$$

Onde “ σ_{ci} ” é a resistência à compressão uniaxial do material rochoso intacto, e “ m_i ” e “ s ” são constantes que dependem das propriedades da rocha e da medida em que foi rompido antes de ser submetido às tensões σ_1 e σ_3 .

Os valores de “ σ_{ci} ” devem ser obtidos preferencialmente por ensaios de laboratório, quando possível. Quando não é possível, pode-se obter através de tabelas criadas por Hoek e Brown.

Os valores de “ m_i ” dependem da composição e do tamanho do grão da rocha intacta e da mineralogia e podem ser calculados a partir de testes triaxiais com diferentes tensões confinantes. Os autores ainda publicaram um índice com vários valores de “ m_i ” para diversos tipos de materiais.

Hoek e Brown realizaram testes em diferentes materiais rochosos, e estados de composição da rocha, e foi definida a equação que mais se aproximava da envoltória teórica em função da tensão cisalhante e da tensão normal, como exemplificado na Tabela 3 em alguns dos materiais ensaiados. Além das rochas que estão na referida tabela, outros tipos de rochas foram ensaiados, como quartzito, arenito, norito, etc.

Observa-se que na referida tabela há equações que relacionam a tensão cisalhante com a normal em todos os casos de forma empírica, sendo que ela tem base matemática na forma representada pela equação (44).

$$\tau_n = A(\sigma_n + B)^c \quad (44)$$

Tabela 3 - Equações aproximadas das tensões principais e da envoltória de Mohr

	Rochas carbonáticas com clivagem de cristal bem desenvolvida. Dolomites, calcário e mármore	Rochas argilosas litificadas. Argilito, siltito, xisto e ardósia
Amostras de rochas intactas. Amostras de rochas de tamanho laboratorial isentas de defeitos estruturais	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{7\sigma_{3n} + 1}$ $\tau_n = 0,816(\sigma_n + 0,140)^{0,658}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{10\sigma_{3n} + 1}$ $\tau_n = 0,918(\sigma_n + 0,099)^{0,677}$
Massa de rocha de muito boa qualidade. Rocha imperturbável firmemente intertravada com juntas intemperizadas espaçadas em ± 3 metros	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{3,5\sigma_{3n} + 0,1}$ $\tau_n = 0,651(\sigma_n + 0,028)^{0,679}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{5\sigma_{3n} + 0,1}$ $\tau_n = 0,739(\sigma_n + 0,020)^{0,692}$
Massa rochosa de boa qualidade. Rocha fresca a levemente intemperizada, levemente perturbada com juntas espaçadas de 1 a 3 metros	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{0,7\sigma_{3n} + 0,004}$ $\tau_n = 0,369(\sigma_n + 0,006)^{0,669}$	$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{1\sigma_{3n} + 0,004}$ $\tau_n = 0,427(\sigma_n + 0,004)^{0,683}$

Fonte: HOEK, E.; BROWN, E. T. (1980), adaptado

1.7.4 Critério de Johnston

Johnston propôs em 1985 um critério que englobava diferentes tipos de solos e rochas intactas, definido como:

$$\sigma_{1'n} = \left(\frac{M}{B} \sigma_{3'n} + s \right)^B \quad (45)$$

Onde os termos “ $\sigma_{1'n}$ ” e “ $\sigma_{3'n}$ ” são as tensões principais efetivas normalizadas na ruptura, e que são iguais a razão entre as tensões efetivas principais pela tensão

de compressão uniaxial efetiva, ou seja, $\sigma_{1'n} = \sigma_1' / \sigma_c'$ e $\sigma_{3'n} = \sigma_3' / \sigma_c'$. Portanto, a equação (45) pode ser reescrita como:

$$\frac{\sigma_1'}{\sigma_c'} = \left(\frac{M \sigma_3'}{B \sigma_c'} + s \right)^B \quad (46)$$

Sendo “M” e “B” constantes intactas do material, e “s” um termo adicional que leva em conta a força da descontinuidade, semelhante ao desenvolvido por Hoek-Brown.

1.7.5 Critério de Yudhbir

O critério de Yudhbir foi desenvolvido em 1983 com o intuito de englobar uma gama de condições de rochas e material rochoso. O autor realizou testes triaxiais em modelos amolgados e intactos e também testes uniaxiais, cisalhamento direto e ensaio brasileiro (compressão diametral). O seu critério pode ser descrito como:

$$\frac{\sigma_1'}{\sigma_c} = A + B \left(\frac{\sigma_3'}{\sigma_c} \right)^\alpha \quad (47)$$

Sendo “A” um parâmetro que depende da qualidade da massa rochosa, variando de 0 (completamente desintegrada) a 1 (intactas). O parâmetro “B” é uma constante do material que depende do tipo de rocha, e o expoente “ α ” é sugerido pelo autor como sendo 0,65 ou 0,60 para carvão.

1.7.6 Critério de Bieniawski

Em 1974, Bieniawski propôs o critério de resistência após realizar mais de quatrocentos testes envolvendo quartzitos, arenitos, noritos, argilitos e silitos. O

critério é usado quando se faz necessária a envoltória de Mohr, os valores de coesão e de atrito de um material rochoso.

$$\frac{\tau_m}{\sigma_c} = B \left[\frac{\sigma_m}{\sigma_c} \right]^C + 0,1 \quad (48)$$

Os valores de τ_m e σ_m são os valores máximos no círculo de Mohr. O parâmetro “B” é definido pela razão entre a diferença da tensão cisalhante máxima com a inicial e a tensão de compressão uniaxial, enquanto o expoente “C” é dado pela inclinação da linha da envoltória dos pontos experimentais.

1.7.7 Critério de Sheorey et al

Sheorey et al (1989) analisou alguns critérios de resistência existente, como Franklin (1971), Hobbs (1964), Yudhbir (1983) e Hoek e Brown (1980) e em seus estudos com ensaios triaxiais em rochas intactas, determinou que a equação (49) era a que melhor relacionava os dados da tensão principal maior com a tensão principal menor. Os autores, em sua época, buscaram unificar os critérios de resistência existentes para a mecânica das rochas.

$$\sigma_1 = \sigma_c \left(1 + \frac{\sigma_3}{\sigma_t} \right)^b \quad (49)$$

Sendo σ_1 e σ_3 as tensões principais, σ_c a tensão de compressão, σ_t a tensão de tração e b um parâmetro. A tensão de compressão pode ser considerada como sendo a de mesmo valor da tensão de tração.

A teoria de que existam fissuras preexistentes em geomateriais que são estendidas de acordo com o nível de tensão aplicado a elas, podendo chegar até a sua ruptura, e os critérios de resistência propostos pelos autores citados no item 1.7 sugerem que o critério de resistência para geomateriais seja descrito por leis de potência.

2 LEI DE POTÊNCIA

Este capítulo aborda todo o conceito que envolve sistemas complexos aplicados a mecânica dos solos. Temas como a criticalidade auto-organizada, estruturas fractais e teoria do caos se encontram e convergem para uma solução em leis de potência.

2.1 Introdução

A física moderna lida com diversos problemas, por exemplo, com sistemas compostos heterogêneos e novos tipos de materiais, comportamentos caóticos e auto-organizados em sistemas fora de equilíbrio e padrões complexos no crescimento e organização de muitas estruturas (a partir do universo na escala de centenas de megaparsecs – $3,086 \times 10^{19}$ km – às ramificações minúsculas de um floco de neve). É claro que todos esses fenômenos são profundamente permeados pelos conceitos de variabilidade, flutuações, auto-organização e complexidade. No contexto da evolução natural, em que a distribuição completa (e não apenas a média) de todos os possíveis resultados ou cenários fornece a descrição imparcial correta da realidade, o que contrasta com a abordagem reducionista usual em termos de alguns indicadores, como média, variância e desvio padrão utilizados em alguns sistemas de previsão de comportamento de materiais, como o concreto. (Sornette, 2006).

As situações que justificam a abordagem padrão da metodologia da engenharia são, na maioria das vezes, aquelas em que os sistemas físicos analisados se comportam como uma simples superposição dos efeitos de suas partes constituintes. Assim, a diferença estabelecida entre os comportamentos da microescala e da macroescala são, unicamente, de ordem quantitativa, não havendo possibilidade para o surgimento do novo, do casual e imprevisto. (Menezes Filho, 2003)

A evolução dinâmica do campo de tensão na terra ou as variáveis meteorológicas na atmosfera são governadas por equações altamente não lineares

que exibem a propriedade da sensibilidade em relação às condições iniciais. Essa sensibilidade é responsável por comportamentos caóticos. A análise dessa mudança de comportamento estável, que é a não alteração perceptível das condições iniciais devido a sutis mudanças das condições iniciais, para um comportamento caótico, que é quando uma pequena variação da constituição do produto analisado do estado inicial gera uma mudança brusca no sistema, se dá pela transição crítica de fase. O resultado, como o nome sugere, é de difícil análise, uma vez que na fase crítica uma pequena mudança das condições iniciais modifica o sistema de forma exponencial, tornando-se a interpretação do sistema complexo com pouca ou nenhuma relação às condições iniciais.

A análise do grupo de renormalização, introduzida na teoria de campo e nas transições críticas de fase, é uma ferramenta matemática muito geral, que permite decompor o problema de encontrar o comportamento "macroscópico" de um grande número de partes integrantes em uma sucessão de problemas mais simples com um número decrescente de partes em interação, cujas propriedades efetivas variam com a escala de observação (Sornette, 2006). Sua aplicação em fenômenos críticos e sistema quase invariáveis em escala é usada de forma adaptada.

A abordagem do grupo de renormalização funciona melhor quando o sistema possui as propriedades de invariância de escala e auto similaridade dos observáveis no ponto crítico. O objetivo do grupo de renormalização é traduzir em linguagem matemática o conceito de que a soma é a agregação de um conjunto de subsomas arbitrariamente definidas, cada subsoma definida pela soma de sub subsomas e assim por diante.

A Figura 20 ilustra, na visão matemática, como o conjunto de propriedades do caso estudado (x_1, x_2, x_n), se somados em parcelas, pode trazer um resultado mais geral, ou seja, uma escala acima das propriedades básicas (x'_1, x'_2, x'_3, x'_4). O processo se sucede até que se tenha a evolução de escala onde há poucas variáveis.

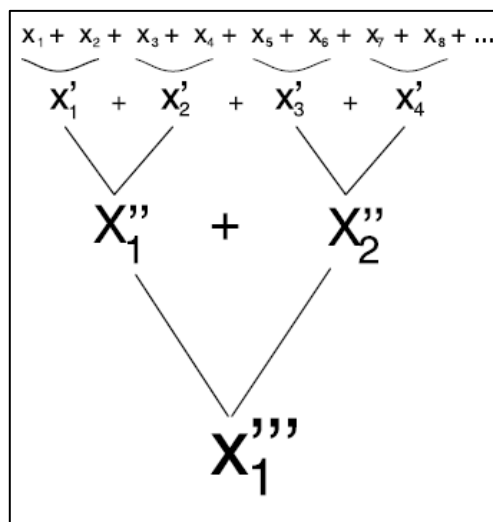


Figura 20 - Esquema representativo do processo de grupamento de variáveis
 Fonte: SORNETTE (2006)

A mudança de escala, ou seja, a alteração de uma observação microscópica para uma macroscópica, pode causar diferenças do ponto de partida. Para isso adota-se um fator de escala, que corrige o problema e permite a transição entre as observações com a devida reescala.

O grupo de renormalização tem muitas aplicações, primeiro permitindo o cálculo dos expoentes críticos (entre outras quantidades) de sistemas magnéticos e de fluidos no ponto de Curie. Também é aplicado a uma grande variedade de problemas, como, entre outros, ruptura de material, fragmentação, terremotos, transporte em meios heterogêneos (condutividade, permeabilidade, propriedades elásticas, etc), na caracterização das transições para o comportamento caótico e em turbulência.

A temperatura ou ponto de Curie é o ponto crítico onde o momento magnético intrínseco do material muda de direção e se organiza de forma aleatória, diferentemente quando abaixo da temperatura crítica, onde há uma direção preferencial dos dipolos magnéticos. Em material ferromagnéticos, a temperatura crítica ocasiona a perda da propriedade magnética (paramagnéticos). O calor no material faz com que a disposição dos elétrons da sua composição se rearranje de forma que sua propriedade magnética se perca. Materiais têm diferentes estruturas de momentos magnéticos intrínsecos que variam com a mudança de temperatura.

O ponto crítico também é definido pela transição de fase, como na mudança dos estados físicos da água - fluídos – (líquido para gasoso). O ponto da transição de um fluído depende além da temperatura (T), da pressão (p) e da densidade (ρ)

em que o material se encontra. No caso da água, o ponto crítico apresenta coordenadas (p_c, T_c, ρ_c) , que pode ser representado, para melhor representatividade, em gráficos $P \times T$, $P \times \rho$ e $T \times \rho$.

Na transição de fase da água (Figura 21), no gráfico de $P \times T$, há um limite na temperatura e na pressão quando se tem a vaporização (líquido para gasoso) definida com coordenadas (p_c, T_c) . Este é o ponto crítico da água, onde não é possível mais converter a água em estado líquido para o estado gasoso indefinidamente. Para temperaturas acima não há mais diferença fundamental entre a fase líquida e a fase gasosa.

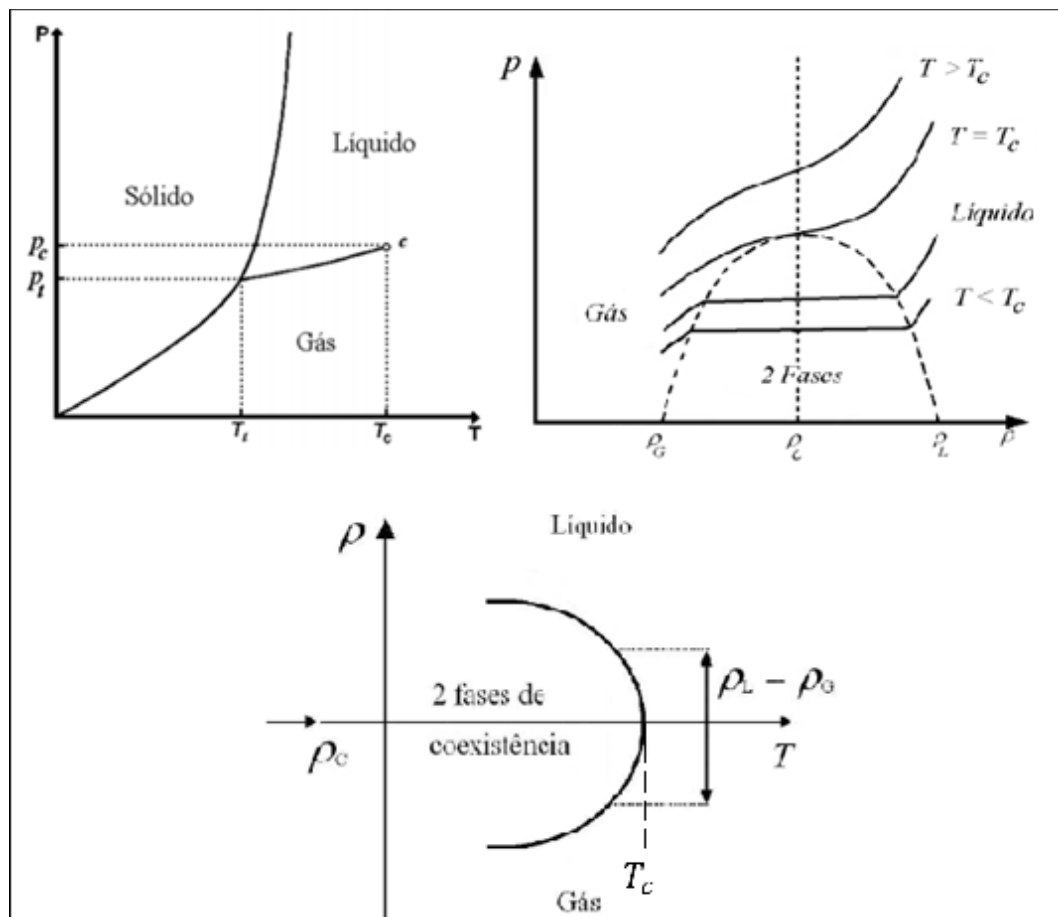


Figura 21 - Transição de fases da água
Fonte: Adaptado de WEIZENMANN (2005)

Observa-se também que no gráfico de $p \times T$, a diferença da densidade entre o estado líquido e o gasoso existe até a temperatura considerada crítica. Em temperaturas iguais ou superiores a temperatura crítica, a diferença de densidade é nula. Isso demonstra que em situações onde na fase de maior simetria do sistema (fase desordenada) o parâmetro de ordem assume um valor nulo (densidade)

enquanto que, na fase de menor simetria do sistema (fase ordenada) esse parâmetro torna-se diferente de zero (WEIZENMANN, 2005), implicando portanto, em um parâmetro de ordem do sistema.

Por razões didáticas, a analogia entre sistemas magnéticos e fluidos é bastante útil. Aplicando-se, por exemplo, uma pressão “ p ” a um fluido, a sua densidade “ ρ ” cresce. De forma semelhante, aplicando-se um campo magnético “ H ” a um ferromagneto observa-se que a sua magnetização “ m ” cresce. Assim, “ H ” é análogo a “ p ” e “ m ” a “ ρ ”.

Especificamente, há evidências empíricas muito fortes de que, com a aproximação do limiar crítico, o sistema emite sinais bastante peculiares, robustos e universais, i.é., compartilhados por diferentes fenômenos físicos - crashes em bolsas de valores, rupturas em materiais, etc (Menezes Filho, 2003).

Segundo Gleria et al (2004), é natural pensar que, para se atingir pontos críticos, seja necessária alguma intervenção externa. Porém, às vezes essa criticalidade é atingida espontaneamente pela natureza, fenômeno denominado criticalidade auto-organizada. A criticalidade auto-organizada parece surgir quando as partes de um sistema se afastam lentamente do estado de equilíbrio, e onde as ações de cada parte individual são dominadas pelas interações com as demais partes do sistema.

Florestas são um bom exemplo de criticalidade auto-organizada. A rede de árvores forma um estado crítico onde, por exemplo, uma pequena faísca pode se alastrar de modo a destruir toda a floresta. Ou destruir apenas um pequeno número de árvores. Ou não ter efeito algum. Aqui também, uma lei de potência para a distribuição de incêndios foi observada: dobrando a área coberta pelo fogo, o incêndio fica 2,48 vezes mais difícil de acontecer. Ainda, o modelo proposto para a propagação dos incêndios pode também ser usado no estudo da propagação de doenças em populações humanas, bastando trocar árvores. por pessoas. e fogo. por vírus, como a atual pandemia do SARS-CoV-2 – coronavírus (Gleria et al, 2004).

Segundo Sornette (2006), são necessários modelos que incorporem a física que deriva as mudanças do material para assim identificar e usar padrões precursores relevantes. Os modelos recentes desenvolvidos para abordar esta questão baseiam-se em dois conceitos principais: o papel da heterogeneidade e a possível existência de uma hierarquia de escalas características.

Muitas rupturas de material ocorrem por um mecanismo de “uma trinca” (*one crack*), como descreve Sornette (2006) e muito esforço está sendo dedicado ao entendimento, detecção e prevenção da nucleação da trinca. Exceções a esse mecanismo de ruptura são materiais heterogêneos, como os compostos de fibras, rochas, concreto sob compressão e materiais com grandes tensões residuais distribuídas. A propriedade comum compartilhada por esses sistemas é a existência de grandes heterogeneidades que frequentemente limitam o uso de homogeneização ou teorias eficazes para as propriedades elásticas e mais geralmente as mecânicas. Nesses sistemas, a ruptura pode ocorrer como o culminar de um dano progressivo envolvendo interações complexas entre vários defeitos, como microfissuras crescentes. Além disso, outros comportamentos de relaxamento, fluência, dúctil ou plástico, possivelmente associados a efeitos de corrosão, podem entrar em questão. Muitas aplicações práticas importantes envolvem o acoplamento entre efeitos mecânicos e químicos com uma competição entre várias escalas de tempo características. A aplicação de tensões pode atuar como um catalisador de reações químicas ou, reciprocamente, reações químicas podem levar ao enfraquecimento das ligações e, assim, promover rupturas. Um exemplo dramático é o envelhecimento das aeronaves atuais devido ao carregamento repetido em um ambiente corrosivo. A interação entre múltiplos defeitos e a existência de várias escalas características apresentam um desafio considerável para a modelagem e previsão de ruptura.

Busca-se então um paralelo entre a ruptura dos geomateriais e as teorias sobre a criticalidade auto-organizada e o ponto crítico (ponto de Curie), e com isso, alcançar um método mais eficiente quando a sobreposição dos efeitos não representa todas as características observadas em conjunto.

2.2 Fractais

De acordo com Mandelbrot (apud Sornette, 2006), um fractal é uma forma geométrica rugosa ou fragmentada que pode ser subdividida em partes, cada uma das quais é (pelo menos aproximadamente) uma cópia em tamanho reduzido do todo. Matematicamente, um fractal é um conjunto de pontos cuja dimensão fractal

excede sua dimensão topológica. A Figura 22 ilustra um fractal bastante conhecido, onde é possível observar a fragmentação de diversos triângulos. Assim, pode-se dizer que o fractal é uma pequena cópia de si mesmo em menor escala, porém, em casos reais, esta auto semelhança, na maioria das vezes, não é exata, ou seja, estatística.

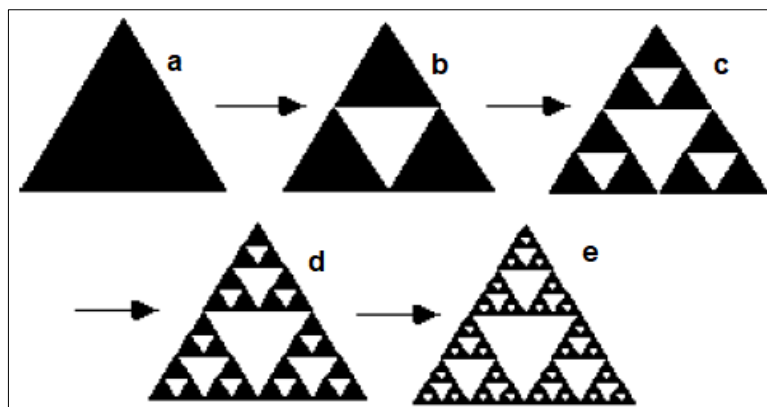


Figura 22 - Triângulo de Sierpinski
Fonte: Menezes Filho (2003), modificado

Existem muitos exemplos de fractais (aproximados) na natureza, como certas cadeias de montanhas, redes de falhas e locais de terremotos, rochas, padrões de mudanças climáticas, etc. Atualmente, a disciplina de fractais disseminou de forma bastante satisfatória em diversas áreas científicas, porém, é necessária atenção para que não haja excessos na atribuição de sistemas fora do tema. Como Mandelbrot observou (apud Gleria et al, 2004), “nuvens não são esferas e montanhas não são cones”.

Na visão euclidiana, as dimensões de objetos são definidas em números inteiros, como no caso de uma pirâmide, onde temos dimensão 3 (largura, profundidade e altura), em casos como uma chapa de aço, dimensão 2 (largura e profundidade), em fios, dimensão 1 (comprimento) e pontos, dimensão 0 (sem característica). No caso dos fractais, as dimensões são fracionárias, como 2,73.

É útil afirmar desde o início algumas limitações importantes dos fractais. Primeiro, muitos sistemas apresentam apenas uma fractalidade aparente, mas não genuína, resultante de artefatos de medição e quantificação. Segundo a maioria das experiências físicas de laboratório, que encontraram evidências de estruturas fractais, documentaram suas reivindicações em uma estreita faixa de escala de 1 a $10^{1,3} \approx 20$ (Sornette, 2006).

Para compreender melhor a dimensão fractal, far-se-á uso da Figura 22 como modelo. Inicialmente, toma-se o triângulo “a” (preto) da mencionada figura como uma unidade básica, com massa unitária ($M = 1$) – um triângulo preto – e com comprimento de escala ($L = 1$) – somatório dos comprimentos dos triângulos numa face. Já na Figura 22.b, o objeto tem massa de $M = 3$ e comprimento de escala $L = 2$ e por conseguinte a Figura 22.c tem comprimento $L = 4$ e $M = 9$ e assim por diante. Por definição, a densidade do corpo é (Stanley, 1984):

$$\rho(L) = \frac{M}{L^2} \quad (50)$$

Portanto, pode-se concluir que a densidade dos fractais a, b, c com valores iguais a 1 , $\frac{3}{4}$ e $\frac{9}{16}$, respectivamente, decrescem com o aumento do comprimento (Figura 23).

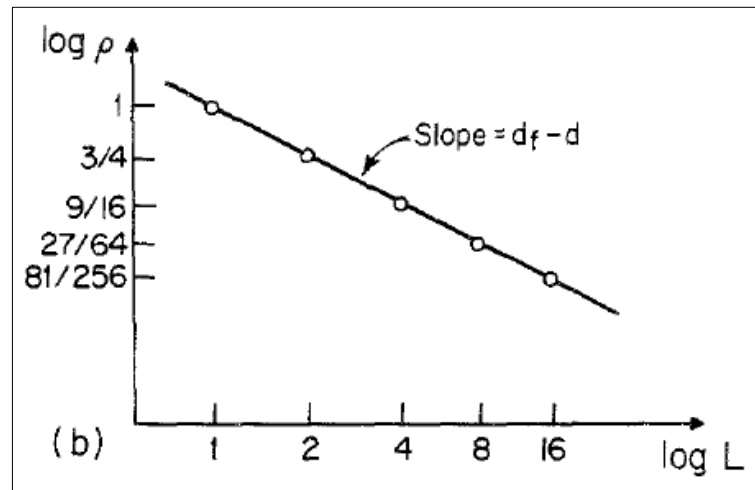


Figura 23 - Densidade x comprimento (escala log)
Fonte: Stanley (1984)

A inclinação da curva da figura acima é dada como:

$$\alpha = \frac{\log(1) - \log\left(\frac{3}{4}\right)}{\log(1) - \log(2)} = \frac{\log(3)}{\log(2)} - 2 \quad (51)$$

Logo, a dimensão fractal (d_f) pode ser descrita como:

$$M(L) = A L^{d_f} \quad (52)$$

Então, substituindo (52) em (50), encontramos:

$$\rho(L) = A L^{d_f-2} \quad (53)$$

Comparando-se (51) com (53), é possível concluir que a dimensão fractal do triângulo de Sierpinski é:

$$d_f = \frac{\log 3}{\log 2} = 1,58 \dots \quad (54)$$

A experiência demonstrou que muitas vezes é difícil ser preciso ao definir fractais. A definição baseada apenas na dimensão é muito estreita e é melhor visualizar um conjunto fractal como possuindo uma estrutura fina, muito irregular para ser descrita na linguagem geométrica tradicional, tanto local quanto globalmente, alguma forma de autossimilaridade, talvez aproximada ou estatística, uma “dimensão fractal” (de alguma forma definida) que é maior que sua dimensão topológica e uma definição simples, geralmente recursiva.

Observa-se então, que os fractais independem de escala, e isso indica, como será provado posteriormente, que dependem de leis de potência. Portanto, para encontrar um fractal é preciso achar um padrão onde pensava existir apenas aleatoriedade.

2.3 Sistema complexo

Segundo Gleria et al (2004), os mercados financeiros, em particular, possuem diversas das propriedades típicas de sistemas complexos. Além disso, eles são sistemas ditos abertos, em que subunidades interagem de modo não-linear. Não-linearidade ocorre, por exemplo, em potências como X^2 e $Y^{1/3}$ ou em termos multiplicados como XY , \sqrt{XY} e $X\sqrt{Y}$. Sistemas não-lineares apresentam propriedades bem diferentes daquelas de sistemas lineares. Por exemplo, se A e B forem soluções de um sistema de equações diferenciais, então A+B será uma solução

também. Esta regra de superposição não se aplica a sistemas não-lineares. Sistemas lineares geralmente possuem soluções analíticas, mas sistemas não-lineares, em geral, precisam ser resolvidos numericamente.

A exemplo de sistemas não-lineares, pode-se fazer uma analogia ao ato de caminhar. Para isso é preciso usar as duas pernas (A e B). Ao se tentar andar apenas com uma perna, nota-se claramente que é impossível, e que ao se tentar estaria apenas saltando com uma das pernas. Pela teoria reducionista, ao somar as ações solitárias de cada uma das pernas (A+B) se teria na verdade um duplo salto. Em contrapartida, em relação aos sistemas não-lineares, o conjunto de pernas e a sua interação conjunta (sinergia) transformam os movimentos em caminhar (holística).

As primeiras tentativas de se usar a teoria do caos na descrição de mercados financeiros foi decepcionante. Caos aqui refere-se ao determinismo de um pequeno número de equações diferenciais ou em diferenças capazes de exibir uma dinâmica extremamente complexa. Ou seja, apenas aparentemente há aleatoriedade. Embora a hipótese de que mercados financeiros são de fato caóticos ainda não possa ser descartada, os trabalhos em econofísica pressupõem que a dinâmica dos preços é estocástica, porém governada por leis de potência.

De acordo com Nussenzveig (2008), as principais características encontradas nos sistemas complexos são descritas como:

- a) É um sistema dinâmico em evolução constante, constituídos por um grande número de partes (unidades) que interagem entre si e com as partes próximas a sua fronteira e que esta interação não guarda relação de proporcionalidade ao estímulo recebido, logo o sistema é não-linear;
- b) O sistema é adaptativo, pois em seu processo de evolução constante pode desenvolver correlações em função da quantidade e de intensidade dos estímulos, de modo a gerar uma memória de interação com o ambiente e correlações espaciais (fractais). Por conta da arquitetura básica ser alterada à medida que o sistema evolui e interage com o ambiente, o tratamento matemático é mais difícil;
- c) Os estímulos recebidos por cada parte constituinte do sistema pelas interações com outras partes podem apresentar “frustrações”. A

informação recebida por cada unidade pode ser contraditória e com isso, o estímulo não ocasionará o mesmo efeito em todas as partes ao mesmo tempo;

- d) Novas propriedades surgem pelo processo de interação, através de efeitos de competição e cooperação, entre as unidades do sistema ao ponto que só podem ser observadas pelo conjunto delas, ou seja, a observação dessa nova propriedade nas unidades formadoras pode não ser possível;
- e) Sistema extremamente sensível a qualquer perturbação interna e externa, denominada de criticalidade auto-organizada. O crítico diz respeito a sua ausência de escala característica (fractais) dinamicamente alcançada de forma espontânea;
- f) O sistema normalmente possui múltiplos atratores (mínimos locais). Ao permanecer detido em mínimo local, o sistema ficaria impedido de visitar e encontrar outros estados possíveis (quase-equilíbrio – na física: vidros de spin). Entretanto, ao sofrer qualquer pequena variação, interna ou externa, poderá deslocar o sistema para outro estado com características totalmente distintas do seu estado originário (tendência de ir ao mesmo ponto mesmo depois de um longo período). Como exemplo, pode-se citar o rolamento de rochas em uma encosta. O fragmento que desliza do morro pode estacionar em algum ponto ainda na encosta e ficar lá até que algum evento ocorra e faça-o continuar seu caminho natural, que seria o vale da montanha. Segundo Valerio (apud Ignacio, 2019), os atratores estranhos representam o processo de auto-organização dos sistemas caóticos. Em um sistema linear, por exemplo, obtemos trajetórias que convergem para um ponto estável, como no caso de um pêndulo com amortecimento harmônico, quando observada a trajetória da sua velocidade (eixo y) e seu deslocamento horizontal (eixo x), ilustrado na Figura 24. Ou para uma variação periódica, o que não ocorre em sistemas não-lineares, como mostra o Atrator de Lorenz na Figura 25. Ou seja, mesmo que as condições iniciais sejam ligeiramente diferentes, pode-se desenvolver situações finais consideravelmente distintas das esperadas.

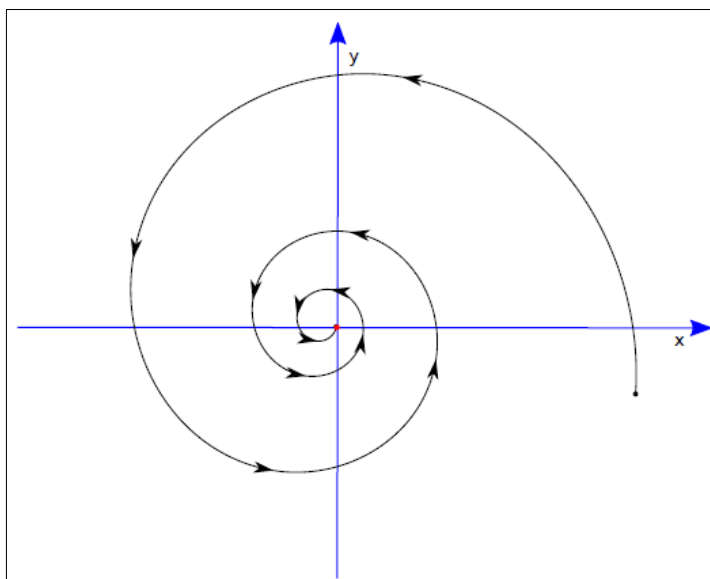


Figura 24 - Oscilador harmônico amortecido - Relação velocidade x deslocamento
 Fonte: Calvão, 2014

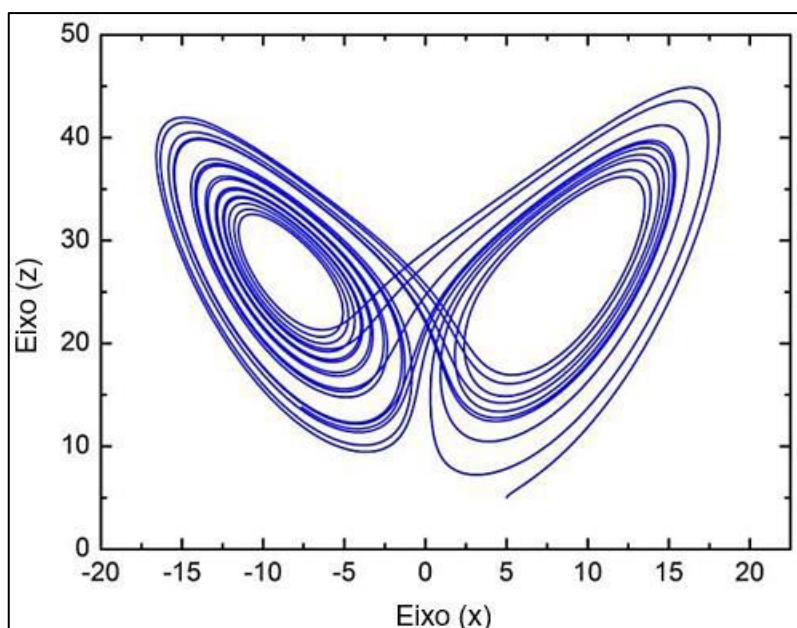


Figura 25 - Atrator de Lorenz
 Fonte: IGNACIO (2019)

Os sistemas complexos, como visto, são definidos por diversas propriedades, e que são concorrentes em propriedades da ruptura de geomateriais. A ruptura, por ser não linear, nos permite fazer uma conexão com os sistemas complexos, de modo que os processos observados de modo coletivo podem ser explicados pelos observados isoladamente em um efeito de contribuição coletiva dos efeitos individuais.

2.4 A lei de potência

Segundo Menezes Filho (2003), a regularidade de qualquer lei de potência e autossemelhança implica na ausência de escala típica e o motivo pelo qual estão tão intimamente vinculadas se deve porque suas relações algébricas são invariantes por escala. Para demonstrar que a eficácia das leis de potência neste trabalho, será preciso desenvolver algumas relações matemáticas.

Assim, se uma dada função $f(x)$ é invariante por escala, i.é., $f(x) \sim f(\lambda x)$, $\forall x$, então deverá satisfazer à seguinte relação:

$$f(x) = \mu(\lambda)f(\lambda x) \quad (55)$$

Onde λ e μ são constantes. Ou seja, uma transformação linear do argumento deverá levar, necessariamente, à multiplicação da própria função, de modo a mantê-la invariável.

Derivando ambos os membros da expressão anterior, vem:

$$f'(x) = \mu(\lambda) \lambda f'(\lambda x) \quad (56)$$

Ou ainda:

$$\mu(\lambda) = \frac{f'(x)}{f'(\lambda x)} \frac{1}{\lambda} \quad (57)$$

Entretanto, segundo a equação (55), o fator multiplicativo também pode ser reescrito como:

$$\mu(\lambda) = \frac{f(x)}{f(\lambda x)} \quad (58)$$

Logo, de (57) e (58) conclui-se que:

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{f'(\lambda x)}{f(\lambda x)} \quad (59)$$

Cuja solução é:

$$f(x) \sim x^\alpha \quad (60)$$

Portanto, a lei de potência é, efetivamente, a única relação matemática independente de escala (Menezes Filho, 2003).

Observa-se então, a forte relação entre os pontos críticos, fractais e os sistemas complexos com a lei de potência. O desenvolvimento das teorias apresentadas neste capítulo demonstra também que é possível traçar um paralelo de todos esses sistemas com a ruptura de geomateriais, que por sua vez mostra indícios de que a lei de potência se encaixa com os critérios de ruptura dos geomateriais.

Portanto, fundado nessas teorias, busca-se a seguir implementar de forma matemática uma solução generalista para as incógnitas que ainda sondam a teoria da resistência dos geomateriais.

3 ENSAIO DE CISALHAMENTO DIRETO E TRIAXIAL

O presente capítulo descreve os detalhes para a realização de ensaios de cisalhamento direto e triaxiais, enunciando os equipamentos necessários para as suas realizações, as vantagens e desvantagens de cada tipo de ensaio e a forma de interpretação dos resultados.

3.1 Ensaio de cisalhamento direto

Segundo Head (1994), o ensaio tem seu início em 1846 pelo engenheiro francês Alexandre Collin, o qual utilizou uma caixa de 350 mm de comprimento com uma amostra de argila de 40 mm por 40 mm de seção e fez com que a amostra císalhasse duplamente colocando esta caixa em dois apoios distintos e puxando o centro (entre vão) para baixo.

Em 1915, na Inglaterra, Bell construiu o que foi o protótipo subsequente do ensaio hoje conhecido. Ele foi o primeiro a publicar resultados práticos de uma série de ensaios com diversos tipos de solos.

Já em 1934, foi construído por Cooling e Smith (1935) o aparato em que se podia controlar o aumento de tensão cisalhante progressivamente na amostra.

Por fim, Casagrande em Harvard em 1932 projetou a forma moderna, mas sem publicar os detalhes do ensaio. Entretanto, em 1936, Gilboy publicou o princípio do controle da tensão aplicada, usando um motor com velocidade controlada (HEAD, 1994).

Algumas alterações posteriores foram feitas por Golder em 1942 e alguns detalhes adicionados por Bishop em 1946, mas mantendo o princípio básico do controle do deslocamento (HEAD, 1994).

3.1.1 Ensaio

O princípio do ensaio de cisalhamento direto é fazer com que a porção de solo, ou material granular escorregue em si mesmo pela ação de uma força tangencial variante (F) que cisalha a porção enquanto uma força constante normal (N) mantém esta porção de solo unida, gerando assim um atrito entre os grãos da amostra.

O ensaio é feito colocando uma amostra em uma caixa de metal bipartida rígida o suficiente para não ter deformação durante a aplicação de carga. Aplica-se a força normal N e espera-se a amostra adensar, como mostrado na Figura 26-a. O início do ensaio se dá com a aplicação da força tangencial F fazendo com que uma porção da amostra se desloque em relação a outra, como mostrado na Figura 26-b.

Existem caixas de metal de diversos tamanhos para diferentes tipos de amostra, como as quadradas de 60 mm, de 300 mm e, a mais comum, de 100 mm.

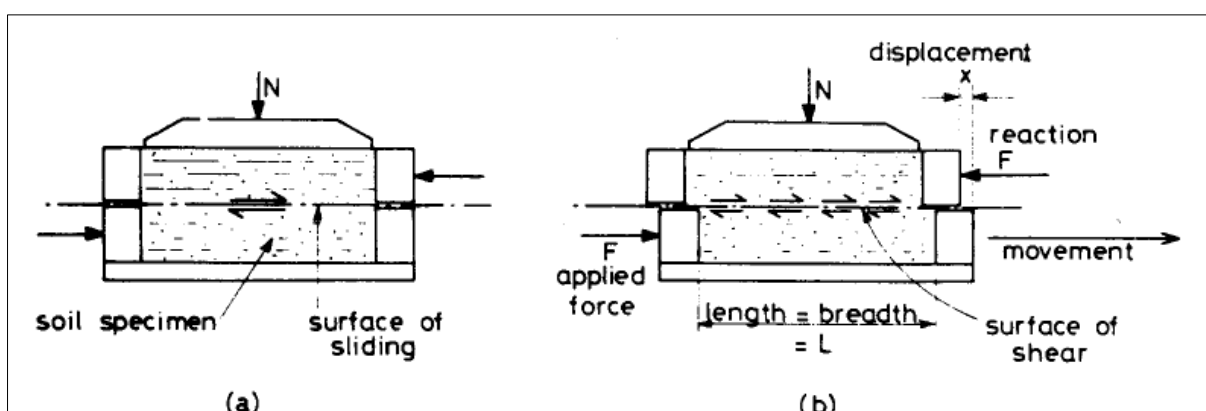


Figura 26 - Disposição do ensaio de cisalhamento direto
Fonte: HEAD (1994)

Durante todo o ensaio é medida a variação da força F aplicada e a deslocamento causado na amostra, sendo possível ao final do ensaio desenhar uma curva de tensão x deformação.

As tensões normal e cisalhante no plano de ruptura são, respectivamente, $\sigma = N/A$ e $\tau = F/A$, onde A é a área da seção transversal da amostra.

As informações adquiridas do ensaio são as tensões no plano de ruptura. Logo, o resultado do ensaio de cisalhamento direto provê apenas um ponto no diagrama de Mohr.

O resultado dos ensaios de cisalhamento direto se dá pela análise da curva tensão deformação. Para isso, para cada ensaio é predefinida e aplicada uma força vertical (N), de forma invariável, na amostra ao longo de todo o teste. O início do ensaio se dá com a aplicação da força horizontal F (progressiva), e anota-se, para cada instante de tempo, a relação entre a força F aplicada e sua posição (extensômetro), que é marcada tanto na posição vertical quanto na horizontal. Com esses dados é determinada a tensão cisalhante imposta na amostra em conformidade com o seu deslocamento.

Com o relatório do ensaio é possível estabelecer a relação entre a tensão cisalhante (τ) e a deslocamento (Dh) da amostra ao longo de todo o ensaio. A visualização gráfica desta relação nos ajuda a identificar a tensão cisalhante aplicada no material na sua ruptura, que é dada pela tensão cisalhante (eixo y) onde começa a ficar estável e que posteriormente decai até o fim do ensaio.

Como exemplo, na Figura 27, foram realizados três ensaios de cisalhamento direto por Head (1994) com areia seca em três forças normais diferentes, A, B e C, com respectivos valores de 36, 80 e 146 kN/m². Ao fim destes ensaios foram encontrados os valores das forças tangenciais aplicadas e por consequência, foi determinada a tensão cisalhante aplicada.

Os resultados dos ensaios geraram a envoltória do material ensaiado, com seus respectivos pontos adquiridos no ensaio e demonstrados à direita da Figura 27.

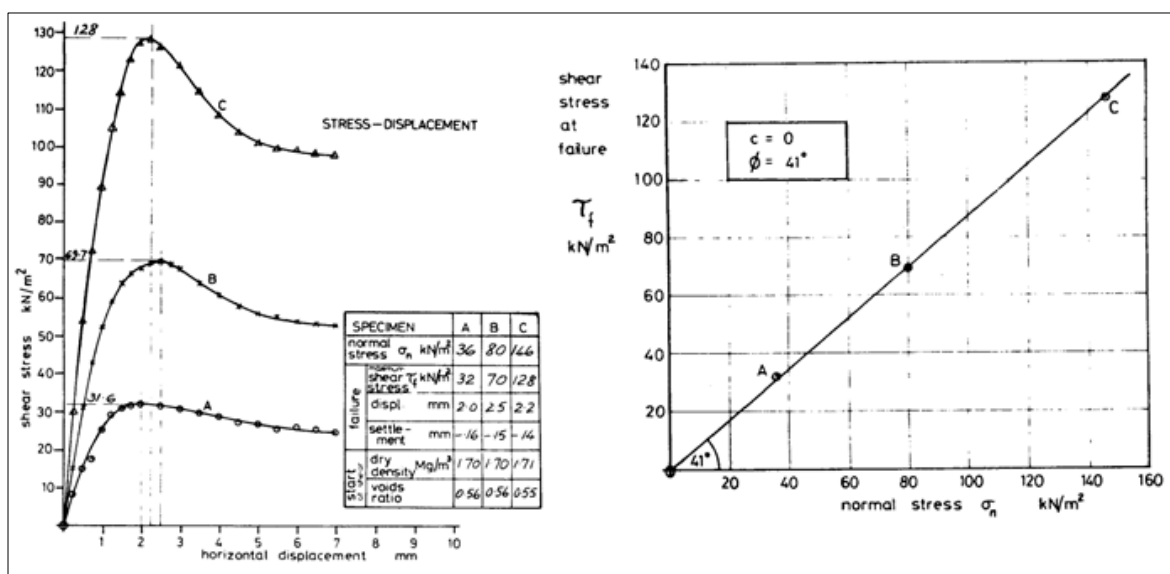


Figura 27 - Exemplo do resultado do ensaio de cisalhamento direto
Fonte: HEAD (1994)

3.1.2 Equipamentos

Os equipamentos para realizar o ensaio são, em ordem, de cima para baixo, como demonstrado na Figura 28:

- a) Placa rígida – distribuição da carga normal;
- b) Duas pedras porosas – uma no topo e outra no fundo;
- c) Placa de grade perfurada ou sólida;
- d) Caixa bipartida – introdução da amostra;
- e) Placa de retenção;
- f) Medidor de força tangencial – mecânico ou elétrico (não mostrado na Figura 28);
- g) Deflectômetros – medição de deslocamento vertical e horizontal (não mostrado na Figura 28).

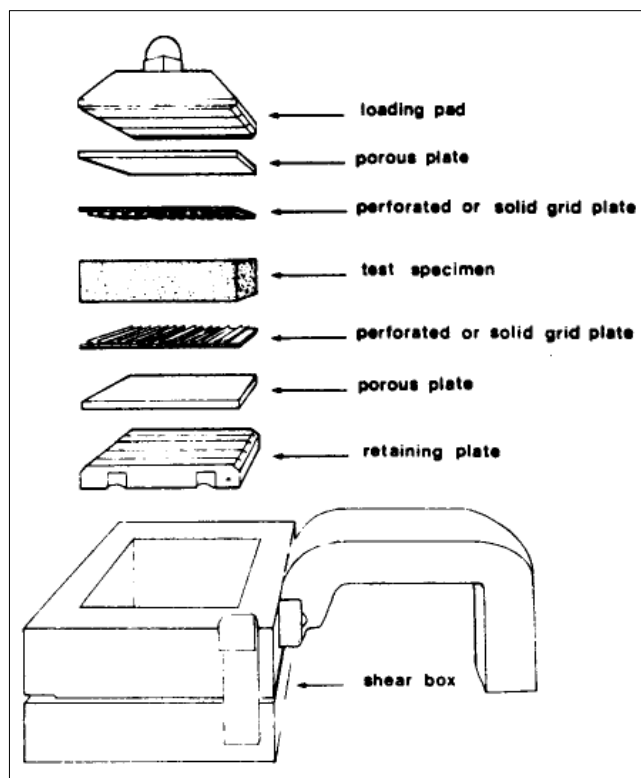


Figura 28 - Aparato do ensaio de cisalhamento direto
Fonte: HEAD (1994)

O corpo de prova está devidamente montado e pronto para ser ensaiado, como ilustrado na Figura 29. Observa-se que há uma pequena esfera para a

aplicação da carga normal. Tal esfera é importante para que se consiga aplicar uma carga pontual na amostra e elimine quaisquer irregularidades na planicidade da amostra.

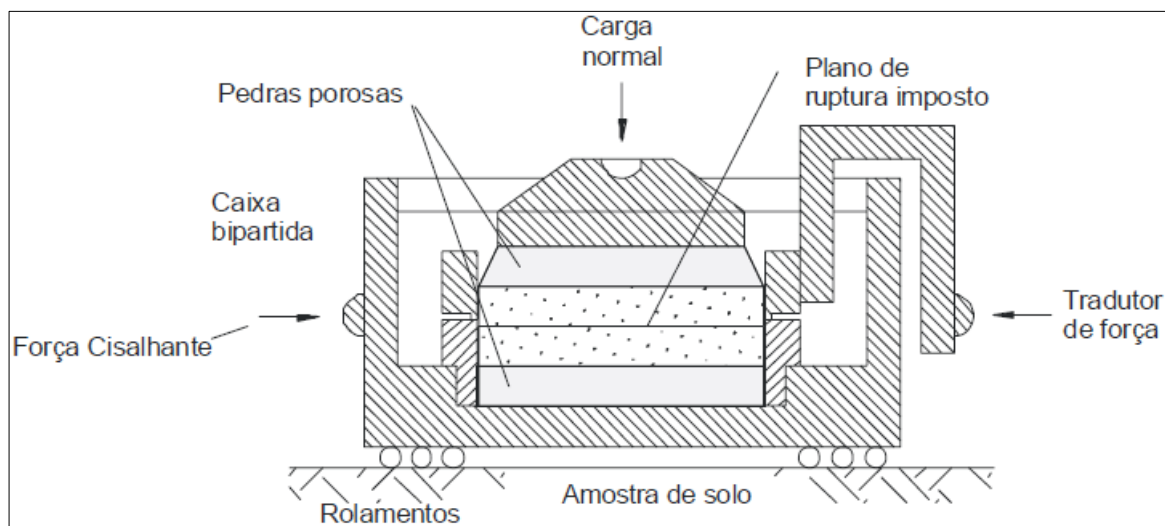


Figura 29 - Aparato do teste de cisalhamento direto montado
Fonte: ORTIGÃO (2007)

3.1.3 Vantagens e limitações

Há uma certa incerteza sobre o ensaio na interpretação dos resultados obtidos no critério de resistência do material. Portanto há algumas limitações e vantagens no ensaio.

3.1.3.1 Limitações

- a) A distribuição de tensão não é uniforme;
- b) A amostra é obrigada a romper em um plano predeterminado;
- c) A distribuição de tensão é complexa e a direção dos planos principais giram à medida que a tensão cisalhante aumenta;

- d) Não há controle sobre a drenagem, exceto pela variação da força cisalhante;
- e) Não é possível medir a poro pressão;
- f) O deslocamento imposto é limitada pelo comprimento do aparato quando não usado equipamentos reversíveis;
- g) O contato entre as duas porções da amostra diminuiu à medida que o teste acontece, porém, tal diminuição não afeta significativamente o teste.

3.1.3.2 Vantagens

- a) O teste é simples de se executar;
- b) Os princípios básicos são facilmente entendidos;
- c) A preparação para o ensaio não é difícil;
- d) A consolidação geralmente é rápida devido a pequena altura;
- e) O princípio pode ser estendido para materiais granulares com grandes partículas;
- f) O atrito entre rochas, ângulo de atrito de solos e de outros materiais podem ser medidos;
- g) Pode ser usado para a medição da resistência ao cisalhamento residual pelo processo de multirreversão.

3.1.4 Ensaio com Geossintéticos

Os materiais geossintéticos foram incluídos na engenharia civil, em especial na área da geotécnica para diversos usos, como reforço, impermeabilização e drenagem. A inclusão desse tipo de material gera uma complexidade na interação entre o solo e geossintético.

Os tipos de geossintéticos mais utilizados, como exemplo de aterros sobre solos moles, segundo Almeida e Marques (2014), são:

- a) Geogrelhas: materiais sintéticos em forma de grelha, desenvolvidos especificamente para reforço em solos, que podem ser unidirecionais ou bidirecionais, a depender da resistência a tração e da rigidez em uma ou duas direções;
- b) Geotêxteis: materiais têxteis, que, em função da distribuição das fibras ou filamentos, podem ser torcidos, com filamentos dispostos em duas direções ortogonais, ou não tecidos, com as fibras distribuídas aleatoriamente.

Os polímeros utilizados na fabricação dos geossintéticos também influenciam o seu desempenho como reforço. Os polímeros mais comuns são: poliéster (PET), o polipropileno (PP), o polietileno (PE) e o álcool de polivinila (PVA).

A fim de se conseguir definir parâmetros de resistência desta interação, modificou-se, em especial, a montagem dos ensaios de cisalhamento direto com a inclusão de diversas disposições do material geossintético.

Segundo Ingold (1990) e Aguiar (2008) há cinco métodos básicos que o teste de cisalhamento direto pode ser usado, como descrito abaixo e ilustrado na Figura 30:

- a) Caixa fixa: Utiliza-se a caixa de cisalhamento direto padrão, inserindo-se a geomembrana na metade da parte inferior da caixa. A caixa superior é preenchida com solo e cisalhada sobre a geomembrana;
- b) Caixa parcialmente fixa: O geossintético é colocado sobre a metade inferior da caixa padrão e fixado na metade externa da caixa. A metade superior é preenchida com solo e cisalhada sobre o material geotêxtil;
- c) Caixa livre: A membrana têxtil é colocada entre a parte superior e inferior preenchidas com solo e não é fixada em nenhuma das extremidades. A montagem é idêntica ao da caixa parcialmente fixa, porém com ambos os lados sem fixação;
- d) Caixa de base larga: O teste é similar ao de caixa fixa (alínea a), com exceção da base inferior que tem sua dimensão alargada. A vantagem deste tipo de teste é que a parte superior não perde área de contato

com a outra parte bipartida, mantendo-se o contato solo-geossintético constante;

- e) Caixa de base central: Assemelha-se ao da caixa de base alargada (alínea d), com exceção de que neste caso a força de atrito mobilizada pelo geossintético é medida sobre uma área plana menor que a área do solo que se encontra na metade superior da caixa bipartida.

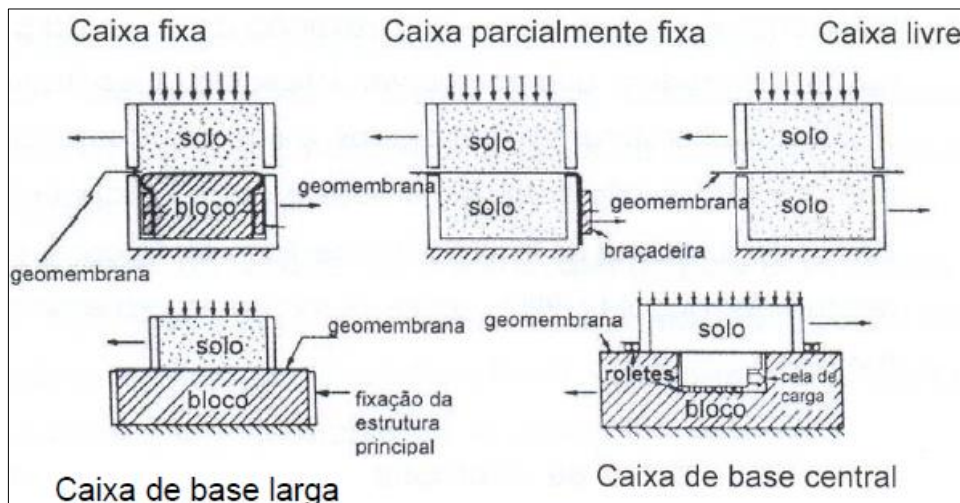


Figura 30 - Tipos de ensaio de cisalhamento direto com geossintético
Fonte: AGUIAR (2008)

3.2 Ensaio Triaxial

O princípio do teste triaxial, segundo Head (1994), é de que uma amostra de solo seja submetida a uma carga axial cada vez maior, até que ela colapse, sendo que antes da aplicação da carga progressiva, há uma aplicação de pressão de confinamento, que é mantida constante durante todo o ensaio.

O tamanho da amostra cilíndrica é conhecidamente variado na literatura, tendo diâmetros de 38 mm, 1,4 polegadas, e até mesmo maiores que 100 mm, porém, o princípio do ensaio é o mesmo para todos os tamanhos.

Na Figura 31 é exemplificado como o esquema de forças age na amostra, sendo a figura da esquerda uma amostra infinitesimal e a da direita o formato da amostra que é colocado no equipamento do ensaio.

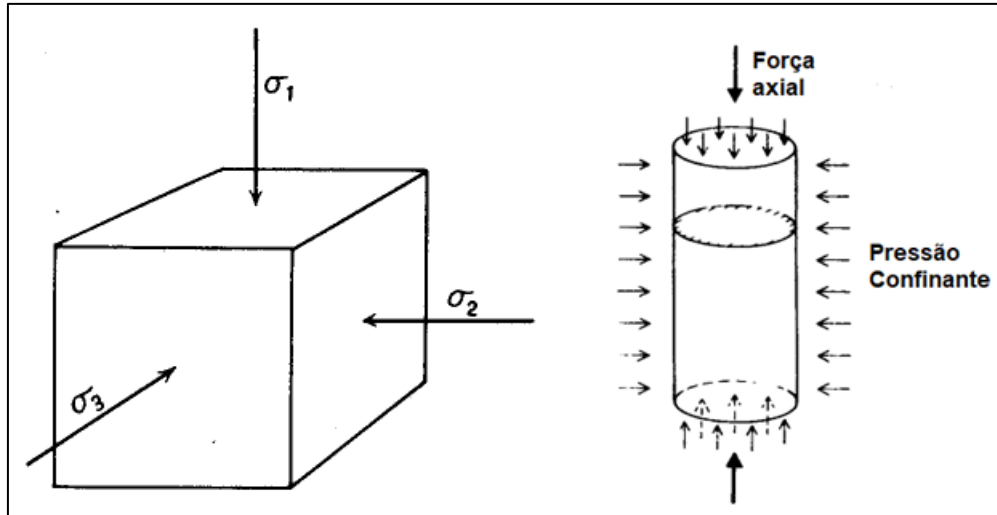


Figura 31 - Princípio da compressão no teste triaxial
 Fonte: BISHOP & HENKEL (1962) e HEAD (1994), adaptado

Na figura, σ_1 é a tensão principal maior e σ_2 e σ_3 são as tensões intermediária e principal menor, sendo $\sigma_2 = \sigma_3$ e a tensão desviadora $\sigma_1 - \sigma_3$.

Há três variações mais conhecidas que o ensaio pode ser realizado, e sua escolha é definida pelas condições de carregamento a serem analisadas, buscando reproduzir as condições que os solos estarão sujeitos no projeto e durante as obras.

As mudanças na drenagem podem ser feitas pelas conexões nas extremidades da amostra dentro da aparelhagem e permitem a drenagem da água e a retirada de ar do vazio do solo.

3.2.1 Ensaio

Os ensaios triaxiais são divididos de acordo com a sua condição inicial de adensamento e como é a drenagem ao longo do ensaio. São eles: adensados e drenados (CD – *Consolidated and Drained*), adensados e não drenados (CU – *Consolidated and Undrained*), não adensados e não drenados (UU – *Unconsolidated and Undrain*). As características de cada ensaio são mostradas a seguir.

3.2.1.1 Ensaio CD

O ensaio é iniciado com as válvulas de dissipação da poropressão fechadas, aplica-se a tensão confinante, e então, as válvulas são abertas para permitir a dissipação da poropressão gerada pela tensão confinante.

Após a dissipação, inicia-se a aplicação da tensão desviadora no topo da amostra ainda com as válvulas abertas até a ruptura da amostra. Como a drenagem é permitida durante todo o ensaio não há geração de poropressão.

Atenção deve ser dada na realização do ensaio para o tempo de dissipação do excesso de poropressão na progressão de aumento de carga da tensão desviadora, pois em areias, como é de conhecimento, a dissipação é rápida, enquanto em argilas, a dissipação é lenta.

3.2.1.2 Ensaio CU

O ensaio tem o início idêntico ao de CD, ou seja, há liberação da poropressão após a aplicação da carga de confinamento. Porém, antes de iniciar as aplicações sucessivas da carga axial desviadora, as válvulas para permitir a dissipação da drenagem são fechadas, havendo geração de poropressão durante a fase de ruptura.

3.2.1.3 Ensaio UU

Diferentemente dos ensaios de CD e CU, o ensaio UU é executado de forma não drenada nas duas fases do ensaio. Tanto quanto na aplicação da carga de confinamento, quanto na aplicação das sucessivas tensões desviadoras, as válvulas de dissipação estão fechadas, impedindo a dissipação da drenagem.

3.2.1.4 Escolha do ensaio

Os três ensaios podem ser usados para avaliar a capacidade do solo de resistir aos esforços. A escolha de um ou mais ensaios para caracterizar sua resistência dependerá do tipo de material do solo (argila, silte, areia, etc) e a situação que ele se encontra no meio onde será executada a obra.

Em situações como as da areia, o ensaio mais comum é o CD, pois em situações reais, a areia irá rapidamente dissipar a poropressão e a sua medição não se faz necessária nessa situação. Situação atípica, pelo menos no Brasil, são feitos ensaios não drenados em areias com o intuito de avaliar seu comportamento frente a aplicação de carga dinâmica, como é o caso dos terremotos, inexistentes de forma agressiva no país. Nas argilas, os três ensaios são usados, e sua escolha dependerá da aplicação desejada.

3.2.2 Equipamentos

Ortigão (2007) descreve que os equipamentos para o ensaio triaxial, independentemente do tipo, são constituídos por uma câmara de acrílico transparente assentada sobre uma base de alumínio, uma bucha e um pistão.

O corpo de prova, por sua vez, é colocado sobre um pedestal, através do qual há uma ligação com a base da célula. A carga axial é aplicada pelo pistão e a pressão confinante, através da água da célula. Entre o pedestal e a amostra se utiliza uma pedra porosa para facilitar a drenagem.

O corpo de prova é envolvido por uma membrana de borracha, vedada no topo e na base por anéis de borracha ou elásticos comuns, para evitar contato com a água e variação de umidade durante o ensaio. Em contato direto com o corpo de prova se utiliza uma tira de papel-filtro em espiral, cujo objetivo é diminuir o caminho de drenagem ao longo do mesmo para obter equalização de poropressões e facilitar a drenagem. O papel-filtro é utilizado também entre o corpo de prova e a pedra porosa, para evitar o ingresso de solo e a colmatação da pedra. (Ortigão, 2007).

A Figura 32 exibe o esquema dos equipamentos do ensaio, como descrito anteriormente.

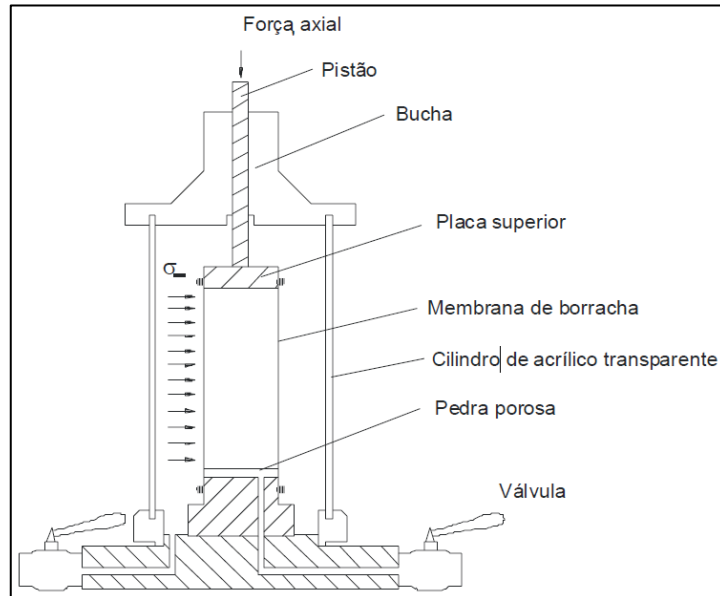


Figura 32 - Célula triaxial
Fonte: ORTIGÃO (2007)

Para a medição da poropressão e da variação volumétrica durante o ensaio são utilizados um transdutor de pressão, uma válvula para controle da drenagem e uma bureta graduada, que estão representados na Figura 33.

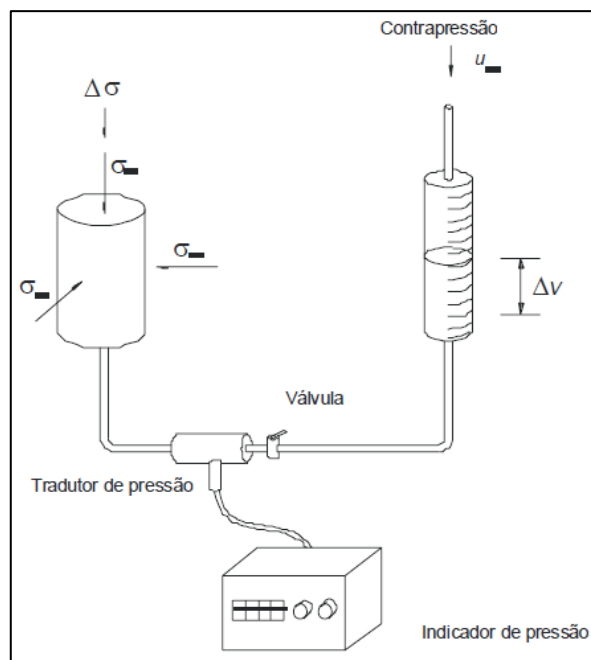


Figura 33 - Equipamentos de medição
Fonte: ORTIGÃO (2007)

3.2.3 Vantagens e limitações

Segundo Head (1998) algumas das vantagens deste tipo de ensaio são:

- a) Um espécime maior pode ser testado, sendo a dimensão habitual de 100 mm de diâmetro e 100 mm de altura;
- b) Uma grande amostra permite testar os solos que contém descontinuidades (por exemplo, fissuras) satisfatoriamente, possibilitando uma representação melhor das condições de campo;
- c) É possível medir diretamente a poropressão, não só durante o adensamento, mas também durante a aplicação da carga desviadora;
- d) O teste pode relacionar a ordem de grandeza da poropressão como é aplicado na prática;
- e) O coeficiente de adensamento pode ser obtido diretamente a partir da medição da poropressão. Isto é vantajoso, pois um procedimento de ajuste da curva geométrica não é necessário. É necessário apenas comparar um ponto na curva laboratorial com um ponto na curva teórica;
- f) Podem ser medidas alterações de volume em solos parcialmente saturados devido a cargas não drenadas;
- g) Medição direta da permeabilidade pode ser efetuada com o mesmo espécime;
- h) A tensão de confinamento horizontal, bem como a tensão vertical, pode ser controlada a um valor conhecido;
- i) Pode se prever a drenagem vertical (axial) ou horizontal (radial);
- j) Erros devido à deflexão da estrutura de carga do odômetro e do atrito lateral nas paredes das células são eliminados;
- k) A consolidação pode ter lugar sob as condições isotrópicas (pressão igual em todos os lados), carregamento anisotrópico geral ou então sem tensão lateral (condição K_0), como no ensaio edométrico padrão.

Ainda, segundo Head (1998), existem algumas desvantagens, mas eles são geralmente compensados pelas suas vantagens.

- a) Um nível mais elevado de habilidade do operador, e mais atenção aos procedimentos são necessários;
- b) Espécimes maiores significam tempos de teste mais longos;
- c) Vários equipamentos principais estão em uso por longos períodos;
- d) As perdas de carga nas camadas e tubulações de drenagem podem resultar em valores errados do coeficiente de adensamento quando a taxa de drenagem da amostra é alta;

4 METODOLOGIA DE ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS

O presente capítulo apresenta a análise de ensaios de cisalhamento direto e triaxiais em geomateriais na busca de uma unificação entre os critérios existentes. Busca-se ainda uma nova abordagem sobre o tema, gerando outras formas de representatividade dos critérios de resistência.

4.1 Metodologia adotada

Os dados analisados inicialmente foram provenientes de ensaios de cisalhamento direto em britas (rochas do tipo granito) para lastro rodoviário. Também foi analisada a combinação deste mesmo material com três diferentes tipos de geossintéticos. Os ensaios foram executados no CEDEX (*Centro de Estudios y Experimentación de Obras Publicas*) em Madri e fazem parte de uma pesquisa para uso em lastro rodoviário reforçados com geogrelhas.

Posteriormente foram analisados materiais granulares a fim de identificar uma relação do critério de resistência entre materiais granulares e rochosos. Foram analisados ensaios de cisalhamento direto datados de 1997 em amostras de solo natural e submerso de silte arenoso de alta plasticidade da região de Jacarepaguá (Rua Ati) e de areia siltosa de baixa plasticidade e silte arenoso de alta e baixa plasticidade na região de Laranjeiras (Rua Cardoso Junior), ambos os bairros localizados na cidade do Rio de Janeiro, RJ, Brasil. Há outros materiais granulares ensaiados datados de 2018, com procedência desconhecida, descritos apenas como Santa Isabel.

Apresenta-se também, uma análise sobre equações empíricas de resistência de rochas desenvolvidas por Brady (1994) no estudo sobre a base termodinâmica para leis de escala estática e dinâmica no projeto de estruturas em rochas.

Além destes ensaios, foram examinados ensaios triaxiais com procedência desconhecida, porém com fotografias dos corpos de prova. Em contrapartida, todos estes ensaios foram realizados no laboratório da Faculdade de Engenharia Civil da

Universidade do Estado do Rio de Janeiro, sob supervisão de técnicos e professores que coordenam o uso do laboratório.

Os dados analisados neste trabalho foram agregados de forma descontínua, e por esta razão, serão apresentados em ordem cronológica de desenvolvimento da manipulação. Primeiramente foram analisados os dados dos ensaios de cisalhamento direto em britas com e sem reforço. Posteriormente, uma análise sobre os resultados empíricos de Brady e, finalmente, os ensaios de cisalhamento direto e triaxiais em material granular.

Com o intuito de comparar as diversas análises realizadas, serão plotados, inicialmente, os gráficos desenvolvidos pelos dados de britas e geossintéticos, e pelas fórmulas definidas por Brady. Na tentativa de equacionar um critério que atendesse todos os dados, inicialmente foi desenvolvida uma equação para estes primeiros dados, que foi aplicada e manipulada, como será apresentado nos itens subsequentes. Tal critério não se mostrou satisfatório para os ensaios que foram analisados posteriormente, portanto, na análise dos dados de material granular, desenvolveu-se um novo critério, definido por “generalizado” e aplicado a todos os dados deste estudo.

Por fim, realizar-se-á uma interpretação dos dados, independentemente do tipo de ensaio ou de material utilizado, no intuito de justificar o uso deste novo critério.

4.2 Ensaios com brita para lastro rodoviário e sua aplicação com geossintéticos

Os ensaios executados com brita e com e sem o uso de reforço com geossintético, foram realizados na Espanha, decorrente de um estudo de viabilidade para a base de uma rodovia na região. A caixa bipartida usada no ensaio tinha dimensões quadradas de 30 cm em planta.

Para definir a curva de resistência do material ensaiado é necessária a execução em diferentes tensões normais, como descrito no capítulo 3.

Os geossintéticos ensaiados foram identificados como sendo os modelos 8860, 8861 e 8862. A Figura 34 a Figura 37 apresentam as diferenças de tamanho e

espessura da malha das diferentes geogrelhas ensaiadas, bem como detalhes da montagem dos corpos de prova.

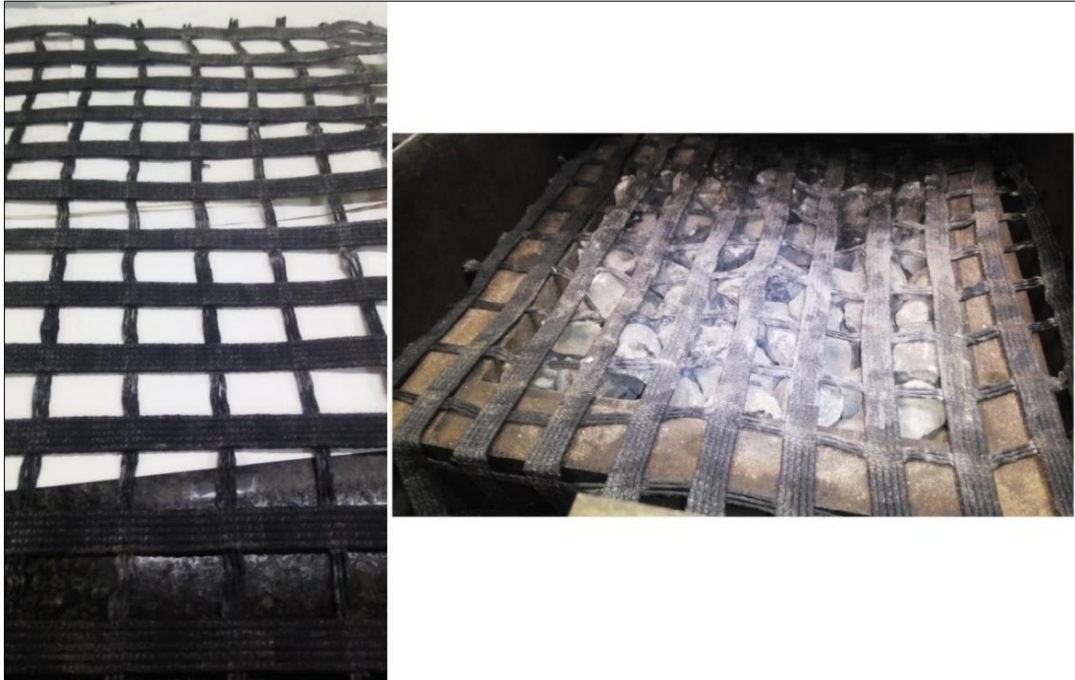


Figura 34 - Geossintético 8860

Fonte: Arquivo pessoal Prof.^a Ana Cristina Castro Fontenla Sieira



Figura 35 - Geossintético 8861

Fonte: Arquivo pessoal Prof.^a Ana Cristina Castro Fontenla Sieira



Figura 36 - Geossintético 8862
Fonte: Arquivo pessoal Prof.^a Ana Cristina Castro Fontenla Sieira



Figura 37 - Brita para lastro rodoviário
Fonte: Arquivo pessoal Prof.^a Ana Cristina Castro Fontenla Sieira

4.2.1 Análise dos resultados dos ensaios

O ensaio de cisalhamento direto é largamente utilizado para materiais de granulometria fina, como argilas. Tal ensaio em material com granulometria grossa, como é o caso da brita reforçado ou não com geossintético, gera uma tensão/deslocamento do material um pouco irregular, ficando a cargo do autor deste trabalho a determinação da tensão cisalhante de ruptura dos diversos ensaios realizados.

A determinação da tensão cisalhante na ruptura do material é exposta na Figura 38 com o auxílio do programa computacional Grapher na sua versão de número 13, que mostra que para este ensaio de brita com o geossintético número 8860 executado sob tensão normal de 25 kPa, a tensão cisalhante foi de aproximadamente 80 kPa.

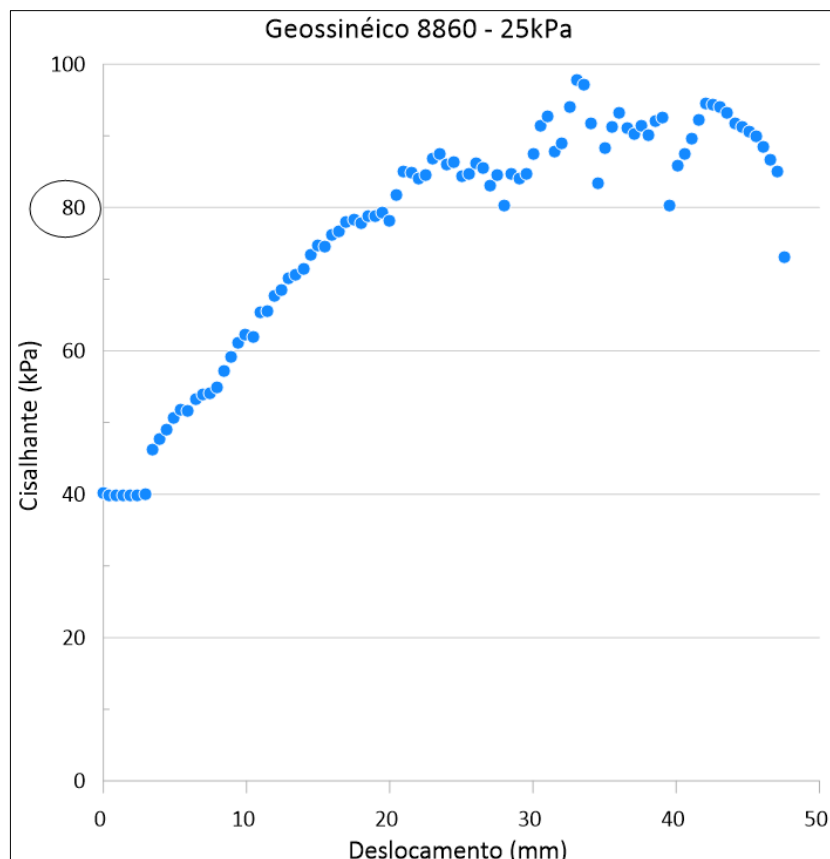


Figura 38 - Tensão cisalhante x deslocamento horizontal - brita com geossintético 8860 –
Carga N = 25 kPa

Seguindo esta metodologia, a Tabela 4 apresenta os demais pares de tensões cisalhantes e normais na ruptura para os ensaios da brita e brita com geossintético.

Tabela 4 - Tensão Normal e Cisalhante dos ensaios em brita e geossintético

Material	Tensão Normal (kPa)	Tensão Cisalhante (kPa)
Brita	25	72
	50	120
	100	175
	200	288
Brita e geossintético 8860	25	80
	50	100
	100	170
	200	280
Brita e geossintético 8861	25	72
	50	102
	100	158
	200	230
Brita e geossintético 8862	25	55
	50	96
	100	150
	200	270

Diante da relação completa da tensão cisalhante com a tensão normal de ruptura, objetivou-se a adoção de uma nova equação que pudesse descrever com exatidão o caminho que o material ensaiado percorreria em diversas tensões aplicadas sem a necessidade de se repetir numerosos ensaios.

Com base na teoria do caos, e na explicação matemática através de leis de potência (invariante em escala), buscou-se retratar matematicamente a relação $\sigma \times \tau$ de ruptura com base em outros critérios que tiveram o mesmo objetivo. Portanto, a busca por equações diferentes das já citadas no capítulo 1 (Mohr-Coulomb, Brady, Bieniawski, entre outros) visa unificar os critérios dos autores, através de um refinamento e generalização dos critérios apresentados.

Com a mesma ferramenta computacional usada para definir as tensões nos materiais (*Grapher*), foi possível desenvolver e aplicar a equação (61) para que se adeque aos resultados dos ensaios com um coeficiente de correlação muito próximo de um, o que demonstra que a equação se adequa aos pontos de tensão cisalhante com a tensão normal.

$$\tau = a \left(1 - \left(\frac{\sigma}{b} \right) \right)^c \quad (61)$$

$$\frac{\tau}{t_0} = A \left(\frac{t_0 - \sigma}{t_0} \right)^{0,66} \quad (42)$$

A equação (61) é baseada no critério desenvolvido por Brady (1994) e, portanto, apresenta estrita relação com a equação (42) descrita no item 1.7.2.

Os parâmetros “a”, “b” e “c” são calculados automaticamente pelo programa e são exibidos na Figura 39 junto com as envoltórias de resistência obtidas nos ensaios executados com brita e geossintéticos. Observa-se que o parâmetro c é menor do que um, o que concorda com a teoria já consolidada na mecânica dos solos de que a envoltória é levemente curva com concavidade para baixo.

A representatividade dos parâmetros ainda é incerta, mas se faz um paralelo com resultados de outros autores e se estima que o parâmetro “a” seja uma multiplicação da tensão de tração ou de compressão uniaxial com um valor qualquer definido pelo material (Brady, 1994), ou também considerado por outros autores (Bieniawski, 1974 – fator B - e Hoek & Brown, 1980) apenas como um parâmetro de acordo com o material.

Já o parâmetro b é massivamente considerado pelos critérios abordados nesse trabalho como sendo a tensão de compressão ou tração uniaxial em material rochoso. E por fim, para o parâmetro c não há um consenso entre os autores, mas ao que parece para o autor deste trabalho, trata-se apenas da inclinação da envoltória que não vislumbra qualquer relação com o material.

Observa-se que a equação se encaixa muito bem aos dados experimentais, o que fica comprovado pelo coeficiente de correlação que é igual a pelo menos 0,998 o que, para efeitos práticos, pode-se considerar como muito próximo a 1.

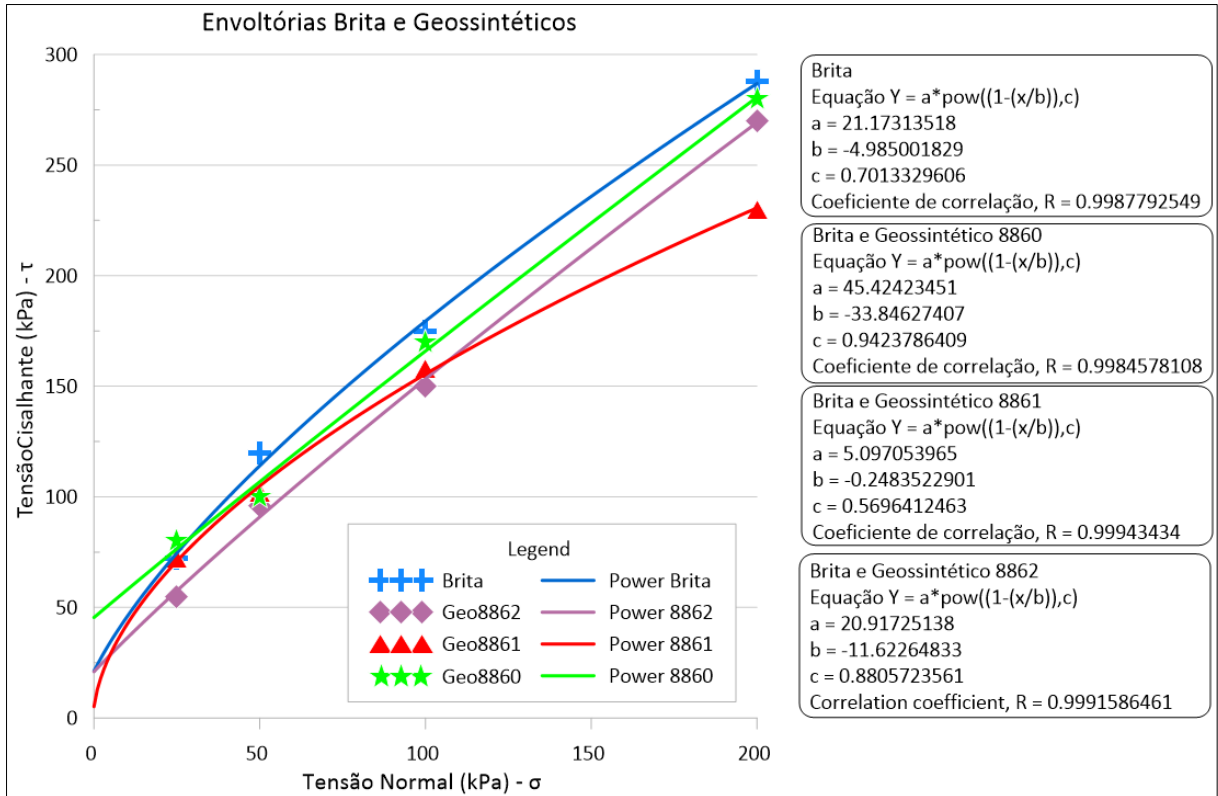


Figura 39 - Envoltórias dos ensaios com Brita e Geossintéticos – Equação (61)

Objetivando uma análise mais simples das tensões, tendo em vista seu caráter curvo de difícil análise, buscou-se utilizar os parâmetros a , b e c para balizar alterações nos eixos dos gráficos e construir representações gráficas mais fáceis de se visualizar e que tenham um comportamento comum em todos os tipos de materiais ensaiados.

Inicialmente no eixo y (vertical) do gráfico foi imposta a relação da tensão total e o parâmetro “ a ” (τ/a) enquanto que no eixo x (horizontal) foram feitas várias análises, sendo elas:

a) $\left(1 - \left(\frac{\sigma}{b}\right)\right)^c$;

b) $\left|\frac{\sigma}{b}\right|$;

c) $\left|-\frac{\sigma}{b}\right|^c$;

d) σ^c ;

e) $|\sigma - b|$.

Observou-se que a melhor representatividade ocorria no caso da alínea a, onde todos os pontos dos 4 tipos de material recaiam em uma reta a 45° com início na origem (0,0). Novamente, assim como na análise da equação (61), observa-se que as quatro retas estão com um coeficiente de correlação muito próximo de 1 ($\approx 0,99$).

O gráfico com a relação entre $(\tau/a) \times \left(1 - \left(\frac{\sigma}{b}\right)^c\right)$ é mostrado na Figura 40, assim como as respectivas equações da reta. Apesar das diversas cores utilizadas para as retas, é possível visualizar apenas uma, pois devido a sua proximidade, uma está sobreposta às demais.

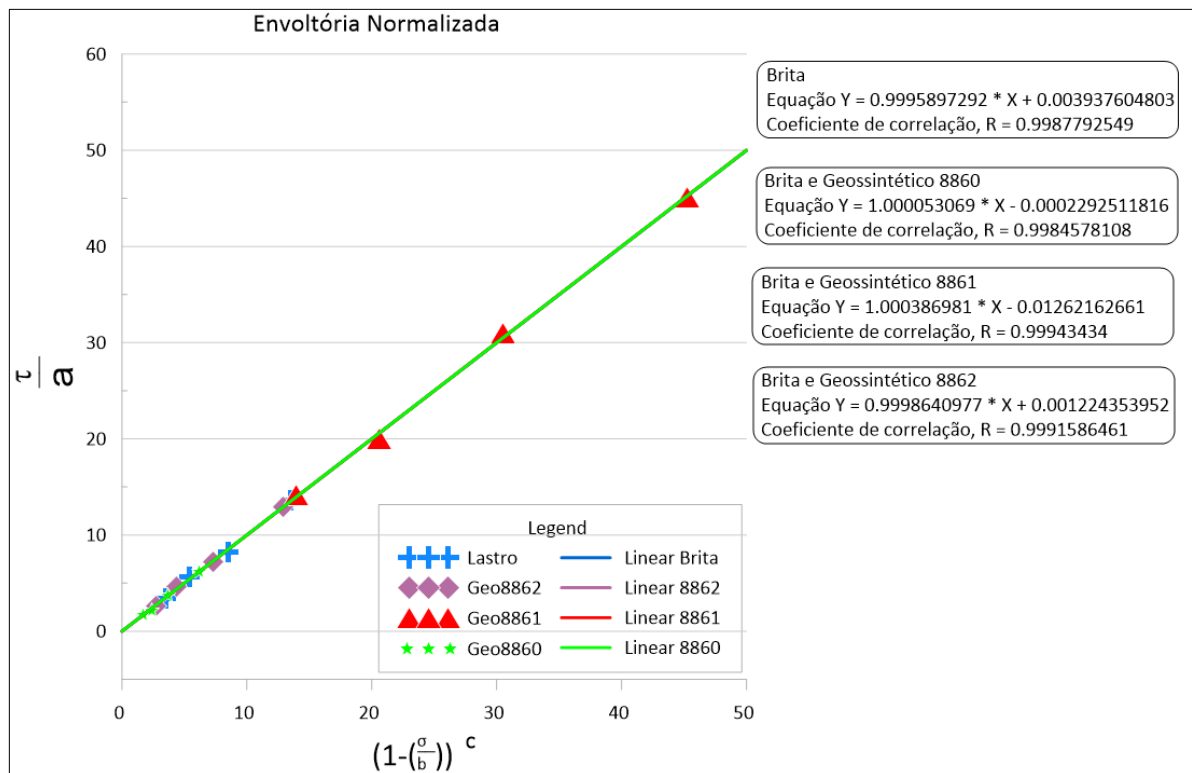


Figura 40 - Readequação da representatividade dos eixos – Análise 1

No caso $\left| -\frac{\sigma}{b} \right|^c$ há uma aproximação de uma reta, porém, não há um encaixe tão preciso quanto se observa na Figura 40 $-\left(1 - \left(\frac{\sigma}{b}\right)^c\right)$. A relação $\left| \frac{\sigma}{b} \right|^c$ gera retas, mas há uma incompatibilidade dos pontos, uma vez que eles se apresentam muito próximo uns dos outros, inviabilizando uma relação precisa.

Na $|\sigma - b|$ e na σ^c não foi possível estabelecer nenhuma relação da teoria com a disposição que as retas se apresentam e com a resistência do material.

Com exceção da relação $(\tau/a) \times \left(1 - \left(\frac{\sigma}{b}\right)^c\right)$ todas as outras alterações dos eixos não vislumbraram nenhuma relação lógica entre as curvas plotadas e, por conseguinte foram descartadas.

4.3 Ensaios de Brady

Para os ensaios, baseados nas equações retratadas por Brady (1994), definiram-se valores de tensão normal que foram aplicados nas equações da Tabela 2 e que como solução, obteve-se a tensão cisalhante correspondente para cada caso descrito na referida tabela. As fórmulas, porém, dependem do tipo de material rochoso e como se dá a sua distribuição na natureza. Para a obtenção desses dados recorreu-se ao programa *RocData*, da empresa *Rocscience*. O programa tem uma base de dados de materiais rochosos e com ele é possível estimar alguns parâmetros sem a necessidade de realizar o ensaio. O seu funcionamento é demonstrado na Figura 42.

O programa tem em seu banco de dados informações de estimativa de GSI, m_i e relação de módulo (MR) – dele se extrai o valor do módulo E_i – que juntos definidos o programa fornece uma previsão da tensão de tração para aplicação nas fórmulas da Tabela 2.

Dessa forma foi possível encontrar uma relação entre a tensão normal e a tensão cisalhante na ruptura para cada tipo de material definido de acordo com a equação de Brady (exemplo na Tabela 5) e então, com o auxílio do programa computacional Grapher, gerar curvas de $\sigma \times \tau$ e aplicar a equação (61), como demonstrada na Figura 41 e Figura 43.

Por conta do seu critério, o coeficiente de correlação das curvas teve como resultado igual a 1,0. Mesmo sendo dados estimados, a equação se mostrou extremamente satisfatória para esses pares de tensões.

Todos os dados obtidos foram processados usando o mesmo procedimento descrito para os ensaios com geossintéticos e brita – equação (61) – e foram obtidos os resultados mostrados na Figura 44.

O procedimento de modificar a representação dos eixos vertical e horizontal, assim como no caso da brita e os geossintéticos, também deram resultados inconclusivos quando diferentes aos gráficos da relação $(\tau/a) \times \left(1 - \left(\frac{\sigma}{b}\right)\right)^c$, portanto, não há razões práticas para serem expostos.

Os demais dados teóricos e planilhas auxiliares para se obter todo o material necessário para plotar os gráficos baseados na equação de Brady encontram-se no anexo.

Tabela 5 - Equação 1 granito

1	Tipo de Rocha: Granito Intacta GSI = 94		Fonte: RocData (Rocscience) sigma t = -4,9696 Mpa
	Considerar que o parâmetro a = t0 *3,155		
	Tensão normal	Tensão cisalhante	$\frac{\tau}{t_0} = 3,155 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,705}$
	25	55,65116419	
	35	68,17634225	
	50	85,34942571	
	75	111,1670952	
	100	134,6678678	
	125	156,557055	
	150	177,230302	
	180	200,7797636	
	200	215,8515897	
220	230,4949905		

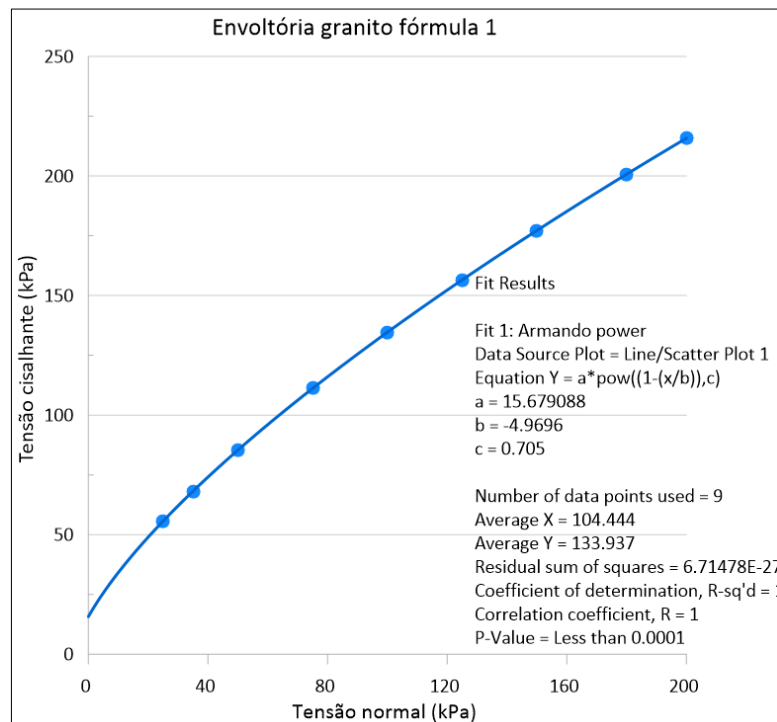


Figura 41 - Envoltória teórica da fórmula 1 granito

Figura 42 - Exemplo do funcionamento do programa RocData

The screenshot displays the RocData software interface with several windows open:

- Hoek-Brown Classification:**
 - sigci: 250 MPa
 - GSI: 94
 - mi: 32
 - D: 0
 - Ei: 106250 MPa
 - MR: 425 MPa
- Hoek-Brown Criterion:**
 - mb: 25.828
 - s: 0.5134
 - a: 0.8000
 - Equation: $\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left(m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^a$
- Failure Envelope Range:**
 - Application: General
 - sig3max: 62.5000 MPa
- Mohr-Coulomb Fit:**
 - c: 36.162 MPa
 - phi: 52.80 deg
- Rock Mass Parameters:**
 - sgt: 4.9696 MPa
 - sigc: 179.120 MPa
 - sigcm: 214.894 MPa
 - Erm: 103754.85 MPa
- Analysis of Rock/Soil Strength using RocData:**
 - Field Estimate of Strength:**
 - Strength (MPa): >250
 - Examples: Fresh basalt, chert, diabase, gneiss, granite, quartzite.
 - Uniaxial Compressive Strength (sigci):** 30 MPa
 - Uniaxial Compressive Strength (sigci):** 30 MPa
- Pick MI Value:**
 - List of MI Values: Breccia 19 ± 5, Breccias 19 ± 5, Chalk 7 ± 2, Claystones 4 ± 2, Conglomerates 21 ± 3, Crystalline Limestone 12 ± 3, Diabase 23 ± 5, Diabase 26 ± 5, Dolomite 16 ± 5, Dolomite 9 ± 3, Gabbro 27 ± 3, Gneiss 26 ± 5, Granite 32 ± 3, Granodiorite 29 ± 3, Gneiss 19 ± 2
 - Selected MI Value: 10
 - Rock Type: Sedimentary, Igneous, Metamorphic
 - Texture: Coarse, Medium, Fine, Very Fine
- Estimate E1 using a Modulus Ratio (E1=MR*sigci):**
 - E1: 12000
 - MR Value: 100
 - sigci: 30
- Graph:** A plot of Shear stress (MPa) vs Normal stress (MPa) showing a failure envelope curve. A point on the curve is labeled with sigma_1 and sigma_3.
- Uniaxial Compressive Strength (sigci):** 30 MPa
- Diagram:** A diagram of a cylindrical specimen under uniaxial stress, showing major principal stress (sigma_1) and minor principal stress (sigma_3).

Ready

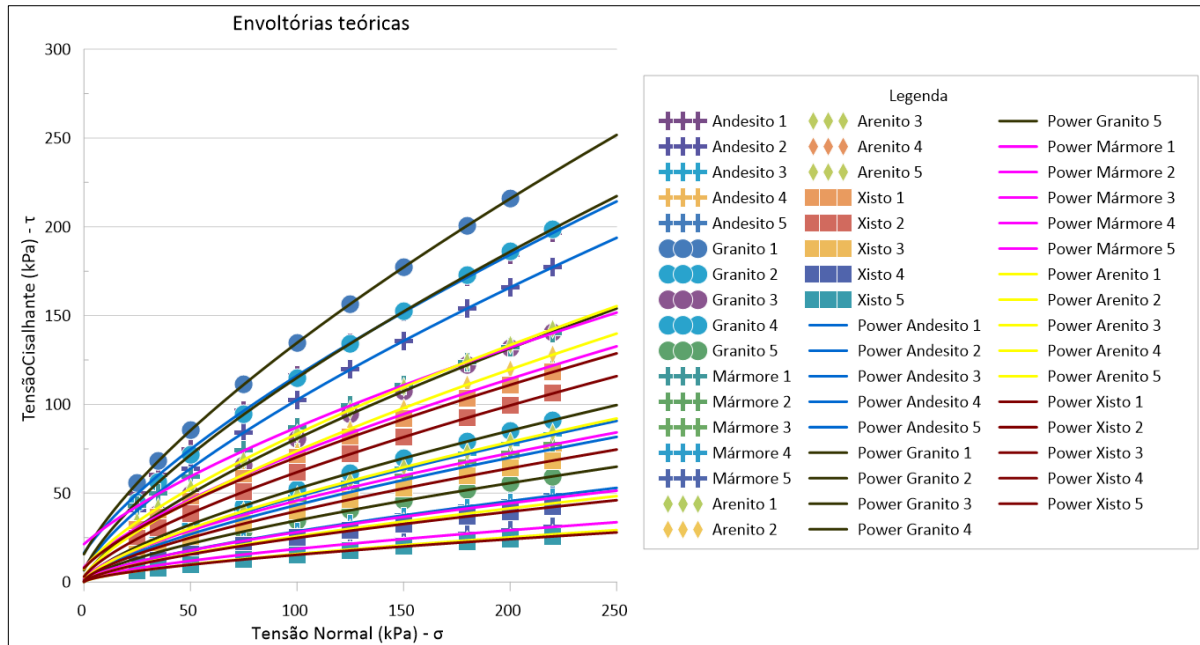


Figura 43 - Envoltórias teóricas de Brady

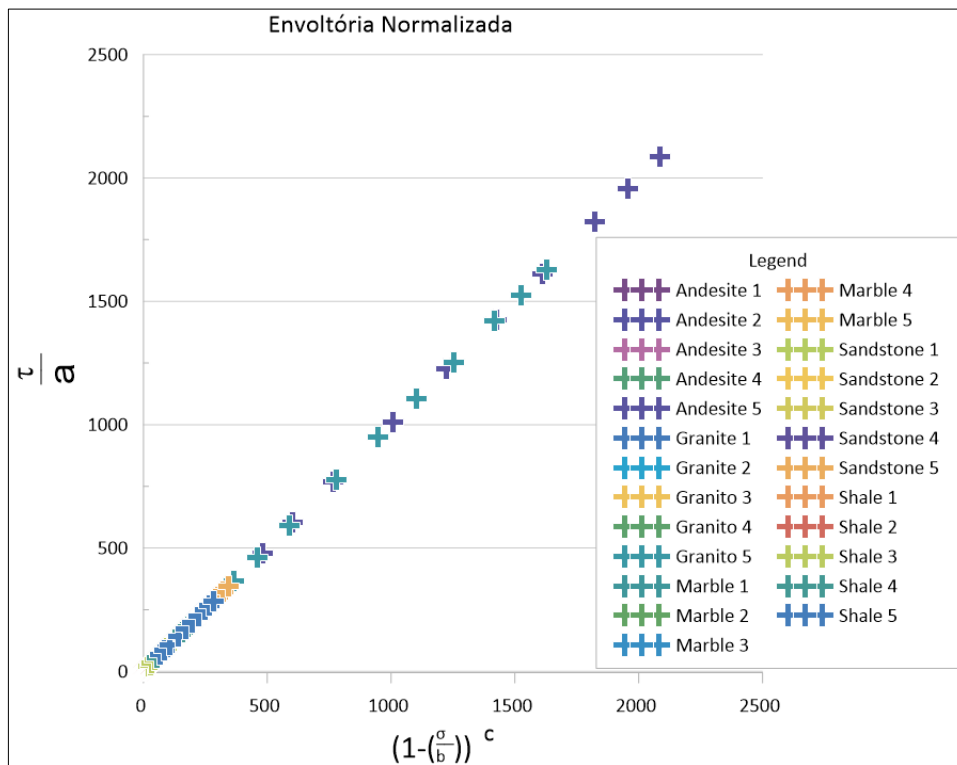


Figura 44 - Readequação da representatividade dos eixos nos teóricos de Brady

4.4 Ensaios de cisalhamento direto em material granular

Após a análise inicial dos testes de cisalhamento direto em britas e dos ensaios de Brady, adquiriu-se mais ensaios, entretanto, com material granular (silte, areia, argila). Foi preciso novamente manusear os dados de cisalhamento direto, entretanto, estes já vieram com relatório completo, com o par de tensões normais e cisalhantes na ruptura definidas pelo laboratório e com a reta de Mohr-Coulomb, que é amplamente usada nestes tipos de materiais. Um destes ensaios (ATI nat 2) é apresentado na Figura 45.

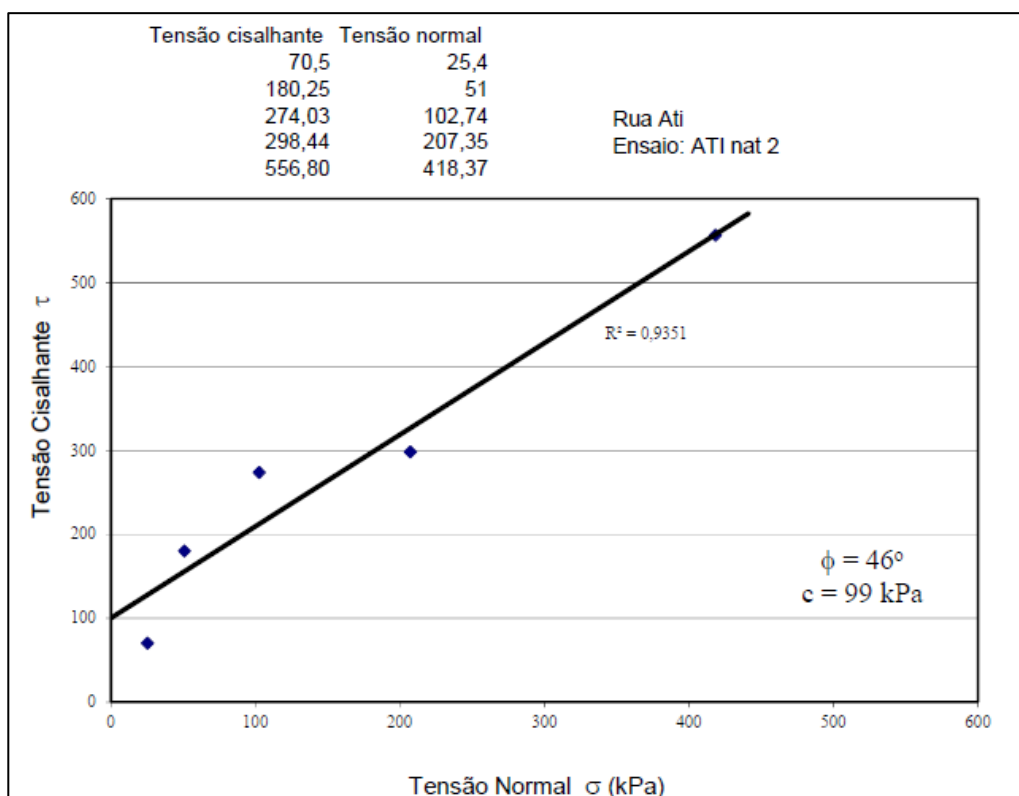


Figura 45 - Ensaio de cisalhamento direto - Rua Ati
Fonte: Arquivo pessoal Prof. Dr. Rogério Feijó

Foram disponibilizados dezesseis ensaios como o exposto na figura acima. A representação dos demais ensaios não será feita para não tornar a leitura exhaustiva, entretanto, a Tabela 6 apresenta os dados do ensaio, como sua localização, tipo de material (quando houver os dados) e nomenclatura. Como a localização não é precisa, estima-se que os ensaios são todos da região metropolitana do Rio de Janeiro, sendo sua descrição apenas dos bairros da cidade.

Tabela 6 - Dados do ensaio de cisalhamento direto excedente

Nomenclatura	Tipo de solo	Localização
ATI nat 2	Silte arenoso de alta plasticidade	Jacarepaguá
ATI sub 1	Silte arenoso de alta plasticidade	Jacarepaguá
ATI sub 2	Silte arenoso de alta plasticidade	Jacarepaguá
ATI sub 3	Silte arenoso de alta plasticidade	Jacarepaguá
Cisalhamento Natural cx1	Amostra natural – sem caracterização	Santa Isabel
Cisalhamento Natural cx2	Amostra natural – sem caracterização	Santa Isabel
Cisalhamento Natural cx3	Amostra natural – sem caracterização	Paraíso
Cisalhamento Saturada Cx1	Amostra inundada – sem caracterização	Santa Isabel
Cisalhamento Saturada Cx2	Amostra inundada – sem caracterização	Santa Isabel
Cisalhamento Saturada Cx3	Amostra inundada – sem caracterização	Paraíso
Laranj Argila Siltosa Natural	Silte Arenoso de Alta Plasticidade	Laranjeiras
Laranj Argila Siltosa Submersa	Silte Arenoso de Alta Plasticidade	Laranjeiras
Laranj Silte Argiloso Natural	Silte Arenoso de Baixa Plasticidade	Laranjeiras
Laranj Silte Argiloso Submersa	Silte Arenoso de Baixa Plasticidade	Laranjeiras
Laranj Solo Jovem Natural	Areia Siltosa de Baixa Plasticidade	Laranjeiras
Laranj Solo Jovem Submersa	Areia Siltosa de Baixa Plasticidade	Laranjeiras

Os pares de tensões normais e cisalhantes na ruptura além do exibido na Figura 45 estão no anexo junto com os demais dados dos ensaios de Brady.

A análise e aplicação de equações nestes ensaios será feita no capítulo 4.6 em conjunto com todos os demais ensaios analisados neste trabalho.

4.5 Ensaio triaxiais

Os testes triaxiais obtidos para análise dos dados são de procedência desconhecida, porém, há relatos fotográficos dos corpos de prova, o que sugere que seja um tipo de solo compactado, como apresentado na Figura 46.



Figura 46 - Fotografia do ensaio triaxial – Grupo C
Fonte: Arquivo pessoal Prof. Dr. Rogério Feijó

O relatório do ensaio fornece as forças aplicadas, como as tensões principais maior e menor, e outros dados como altura da amostra, área da base e densidade. A Tabela 7 mostra a nomenclatura dos oito ensaios usados e as tensões de ruptura, σ_{1r} e σ_{3r} , que são usadas para a criação dos seus respectivos gráficos. Nota-se que há apenas três pares de tensões para cada material ensaiado, sendo o suficiente para gerar uma curva.

A análise destes dados, assim como os de cisalhamento direto com material granular, será realizada no item 4.6.

Tabela 7 - Ensaio triaxiais

Nomenclatura	Tensão σ_{1r} (kPa)	Tensão σ_{3r} (kPa)
Grupo B 2%	150,89	58,36
	236,47	94,87
	426,29	183,52
Grupo B	226,20	90,99
	318,99	130,86
	456,80	195,19
Grupo C 2%	212,06	85,18
	297,67	121,28
	457,38	191,25
Grupo C	247,26	98,02
	375,37	153,63
	577,22	246,52
Grupo E 2%	295,40	120,73
	383,89	158,65
	531,02	227,30
Grupo E	338,18	139,77
	452,28	192,78
	591,47	257,85
Grupo G 2%	159,32	58,92
	316,56	127,82
	524,02	211,41
Grupo G	246,73	94,53
	402,41	158,47
	556,59	221,67

4.6 Análise unificada dos ensaios

Foi realizada a concomitância de todos os ensaios, sejam eles de cisalhamento direto ou triaxial, e sejam eles de material granular ou britas com

geossintético. Buscou-se uma relação entre os diversos ensaios, e por fim, determinou-se um critério unificado de resistência para todos os materiais analisados.

Os critérios citados no item 1.7 fornecem informações interessantes sobre o comportamento teórico e prático da resistência mecânica dos geomateriais, mas não são unânimes quando em materiais diferentes dos analisados em seus experimentos. O critério largamente usado em mecânica dos sólidos, Mohr-Coulomb (critério linear), simplifica excessivamente o comportamento complexo observado na prática - curva sùtil (não linear) - dos dados experimentais em retas. Os demais citados consideram o comportamento da resistência como não linear, mas somente se aplica a uma certa gama de tipos de materiais, que depende dos ensaios que os autores utilizaram. Em suma, parece não haver um critério disponível capaz de descrever a tensão de resistência dos geomateriais de forma unificada.

Ao analisar os diversos critérios de resistência dos materiais e os ensaios estudados neste trabalho, observou-se que há uma relação de lei de potência que poderia descrever o critério de resistência diferente daquela aplicada no início desse capítulo e que pudesse não apenas englobar os critérios de resistência na mecânica das rochas, mas que também representasse todos os tipos de material da geologia com aplicação na engenharia civil.

A equação (61), anteriormente desenvolvida, foi então adaptada com a finalidade de se tornar uma equação generalizada, e que ao mesmo tempo, também fosse embasada e concordasse com todos os critérios particulares de outros autores.

Foram feitas também algumas modificações nas equações de autores conhecidos para que se pudesse mostrar que são apenas casos particulares de uma única equação geral sugerida. A equação (62) foi denominada de "Generalizada" neste trabalho, e será assim aplicada e denominada em gráficos posteriores.

$$y = a \left[1 + (1 - q) \left(\frac{x}{b} \right)^\beta \right]^{\frac{1}{1-q}} \quad (62)$$

Sendo que y e x podem ser representados pelo valor de σ_1 e σ_3 ou por τ e σ , respectivamente e os valores de a, q, b e β são constantes que dependem de diversos fatores que serão tratados posteriormente.

A equação pode ser reescrita substituindo o valor de $1/(1-q)$ pelo parâmetro c , com o intuito de facilitar o desenvolvimento dos cálculos posteriores, como demonstrado na equação (63):

$$y = a \left[\left(1 + \left(\frac{1}{c} \right) \left(\frac{x}{b} \right)^\beta \right) \right]^c \quad (63)$$

Esta equação generalizada tem relações com a sugerida no item 4.2.1, onde sua construção é semelhante à equação (61) e com isso, busca-se definir o significado dos parâmetros.

O parâmetro “a” pode ser definido como um valor que dependerá das propriedades do material e, por vezes, a multiplicação dessa propriedade com a tensão de tração ou compressão uniaxial. Já o parâmetro “c”, se considerado o critério desenvolvido por Johnston (1985) e Yudhbir (1983), pode ser descrito como a constante intacta do material.

O parâmetro “b” parece estar consolidado entre os principais autores e representa a tensão de compressão uniaxial do material (geralmente para rochas). O parâmetro “ β ” não há uma definição consolidada, mas ele exerce influência na inclinação da curva.

A equação (63) foi desenvolvida com o objetivo de universalizar todos os critérios citados neste trabalho, ou seja, uma equação generalizada. A comparação e a aplicação desta equação, frente aos demais critérios citados neste trabalho, serão mostradas a seguir.

4.6.1 Comparação entre o critério generalizado e os demais critérios existentes

Com o intuito de mostrar a eficácia do critério generalizado, as equações desenvolvidas pelos principais autores estudados neste trabalho passarão por modificações na sua representatividade para que seja possível comparar com a equação generalizada. Desta forma, busca-se comprovar que os demais critérios são casos particulares desta única equação.

4.6.1.1 Johnston (1985)

No critério de Johnston, apresentado na equação (46), podem ser adicionados termos sem que haja alteração da relação equacionada em si, pois os dados inseridos serão equivalentes à equação original.

Inicialmente adiciona-se o termo “s” da equação tanto no numerador quanto no denominador multiplicando todos os termos dentro do parêntese, ficando da seguinte maneira:

$$\frac{\sigma_1'}{\sigma_c'} = \left(\frac{M \sigma_3'}{B \sigma_c'} + s \right)^B \Leftrightarrow \frac{\sigma_1'}{\sigma_c'} = \left[\frac{s}{s} \left(\frac{M \sigma_3'}{B \sigma_c'} + s \right) \right]^B \quad (64)$$

Multiplicando o termo “s” do denominador pelos termos nos parênteses e elevando o “s” do numerador a “B” pode-se retirar o “s” (numerador) dos colchetes.

$$\frac{\sigma_1'}{\sigma_c'} = \left[s \left(\frac{1}{s} \frac{M \sigma_3'}{B \sigma_c'} + \frac{s}{s} \right) \right]^B \Leftrightarrow \frac{\sigma_1'}{\sigma_c'} = s^B \left[\left(\frac{1}{s} \frac{M \sigma_3'}{B \sigma_c'} + 1 \right)^B \right] \quad (65)$$

E pode ainda ser reescrito como na equação (66).

$$\sigma_1' = \sigma_c' s^B \left[1 + \frac{1}{B} \left(\frac{\sigma_3'}{s \sigma_c'} \right)^1 \right]^B \quad (66)$$

Ao se comparar a equação modificada de Johnston na equação (66) com a equação generalizada (63), nota-se a clara semelhança. Considerando que “B” da equação de Johnston é igual a $1/(1-q)$ - equação (62) - ou $B = c$ - equação (63), que “ $\sigma_c \cdot s^B$ ” é igual a “a” e que o fator “ β ” é igual a 1, e que $s \sigma_c' / M$ seja igual a “b” da equação generalizada, é possível demonstrar que a equação (66) é um caso particular da equação (63). A Tabela 8 elucida melhor as devidas comparações.

Tabela 8 - Comparação do critério de Johnston modificada com a generalizada

Johnston	Generalizada
$\sigma_1' = \sigma_c' s^B \left[1 + \frac{1}{B} \left(\frac{\sigma_3'}{\frac{s \sigma_c'}{M}} \right)^1 \right]^B$	$y = a \left[\left(1 + \left(\frac{1}{c} \right) \left(\frac{x}{b} \right)^\beta \right) \right]^c$
σ_1'	y
$\sigma_c' s^B$	a
$\frac{1}{B}$	$(1 - q) \text{ ou } \frac{1}{c}$
σ_3'	x
$\frac{s \sigma_c'}{M}$	b
1	β
B	$\frac{1}{(1 - q)} \text{ ou } c$

Pode-se observar que a equação de Johnston é um caso particular da equação generalizada quando β é igual a 1. Os demais valores substituídos são meras junções de dados multiplicadores ou divisores entre si e que podem ser resumidos a um ou mais parâmetros.

4.6.1.2 Hoek e Brown (1980)

O mesmo procedimento realizado com a equação de Johnston pode ser feito com a equação de Hoek e Brow e os demais autores, com suas devidas adaptações em cada caso.

Para a equação (43) de Hoek Brown, expressa em termos das tensões principais, o processo será feito adicionando um numerador e um denominador iguais a “s”.

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left(m_i \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^{1/2} \Leftrightarrow \sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left[\frac{s}{s} \left(m_i \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right) \right]^{1/2} \quad (67)$$

Multiplicando todos os termos do parêntese pelo denominador “s” e passando os termos fora do colchete para o outro lado da equação, chega-se-à equação (68).

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left[\frac{s}{s} \left(m_i \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right) \right]^{1/2} \Leftrightarrow \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_{ci}} = \left[s \left(\frac{1}{s} m_i \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + \frac{s}{s} \right) \right]^{1/2} \quad (68)$$

Retirando o fator “s” (numerador) fora do colchete, adicionando o valor de 2 tanto no denominador quanto no numerador multiplicando com os termos da tensão principal menor (σ_3) e resolvendo o valor de s/s como 1, temos como resultado parcial a equação (69).

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_{ci}} = s^{1/2} \left[\left(1 + \frac{2}{2} m_i \frac{\sigma_3}{s \sigma_{ci}} \right) \right]^{1/2} \quad (69)$$

Reorganizando a equação, obtém-se a equação modificada de Hoek e Brown exibida na equação (70).

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} s^{1/2} \left[1 + 2 \left(\frac{\sigma_3}{\frac{2 s \sigma_{ci}}{m_i}} \right) \right]^{1/2} \quad (70)$$

Novamente, ao fazer a comparação com a equação generalizada, nota-se que a equação de Hoek e Brown é um caso particular da equação generalizada, como se pode observar na Tabela 9.

Tabela 9 - Comparação do critério de Hoek & Brown modificada com a generalizada em função de σ_1 x σ_3

Hoek & Brown σ_1 x σ_3	Generalizada
$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} s^{1/2} \left[1 + 2 \left(\frac{\sigma_3}{\frac{2 s \sigma_{ci}}{m_i}} \right)^2 \right]^{1/2}$	$y = a \left[\left(1 + \left(\frac{1}{c} \right) \left(\frac{x}{b} \right)^\beta \right) \right]^c$
σ_1	y
$\sigma_3 + \sigma_{ci} s^{1/2}$	a
2	$\left(\frac{1}{c} \right)$
σ_3	x
$\frac{2 s \sigma_{ci}}{m_i}$	b
1	β
1/2	c

Analisando a comparação, observa-se que o critério de Hoek e Brown é um caso particular da equação generalizada quando β for igual a 1, c for igual a 0,5 e os outros parâmetros, como “s” e “ σ_{ci} ” formam um conjunto de valores, como “a”.

Hoek & Brown, de forma empírica, e definida neste trabalho no subcapítulo 1.7, a equação (44) que relaciona a tensão cisalhante com a tensão normal na ruptura também pode ser modificada sem alteração do critério original para demonstrar que se trata de um caso particular da equação generalizada.

Inicialmente se adiciona o termo de parâmetro “B” tanto no denominador quanto no numerador multiplicando os termos que se encontram dentro do parêntese, como demonstrado a seguir.

$$\tau_n = A(\sigma_n + B)^c \Leftrightarrow \tau_n = A \left[\frac{B}{B} (\sigma_n + B) \right]^c \quad (71)$$

O fator “B” adicionado no denominador multiplica os valores dentro do parêntese e o termo no numerador eleva ao expoente e fica fora do colchete.

$$\tau_n = A \left[\frac{B}{B} (\sigma_n + B) \right]^c \Leftrightarrow \tau_n = A B^c \left[\left(\frac{\sigma_n}{B} + \frac{B}{B} \right) \right]^c \quad (72)$$

Reorientando os valores da equação, denotando a multiplicação de A com B^C como sendo D e adicionando a divisão dos termos “C” por “C” na multiplicação da tensão normal obtem-se a equação (73).

$$\tau_n = A B^C \left[\left(\frac{\sigma_n}{B} + \frac{B}{B} \right) \right]^C \Leftrightarrow \tau_n = D \left[\left(1 + \frac{C \sigma_n}{C B} \right) \right]^C \quad (73)$$

Logo, a equação modificada de Hoek Brown, que relaciona a tensão normal com a cisalhante, é demonstrada na equação (74).

$$\tau_n = D \left[1 + \frac{1}{C} \left(\frac{\sigma_n}{\frac{B}{C}} \right)^1 \right]^C \quad (74)$$

Portanto, a equação de Hoek e Brown que correlaciona a tensão normal com a cisalhante na ruptura, também é um caso particular da equação generalizada. A Tabela 10 demonstra com mais detalhes as equivalências das equações.

Tabela 10 - Comparação do critério de Hoek & Brown modificada com a generalizada em função de $\tau x \sigma$ na ruptura

Hoek & Brown $\tau x \sigma$	Generalizada
$\tau_n = D \left[1 + \frac{1}{C} \left(\frac{\sigma_n}{\frac{B}{C}} \right)^1 \right]^C$	$y = a \left[\left(1 + \left(\frac{1}{c} \right) \left(\frac{x}{b} \right)^\beta \right) \right]^c$
τ_n	y
D	a
$\frac{1}{C}$	$\left(\frac{1}{c} \right)$
σ_n	x
$\frac{B}{C}$	b
1	β
C	c

4.6.1.3 Yudhbir (1983)

A equação de Yudhbir, descrita na equação (47) pode ser modificada se adicionando o termo “A” no numerador e no denominador.

$$\frac{\sigma_1'}{\sigma_c} = A + B \left(\frac{\sigma_3'}{\sigma_c} \right)^\alpha \Leftrightarrow \frac{\sigma_1'}{\sigma_c} = \frac{A}{A} \left[A + B \left(\frac{\sigma_3'}{\sigma_c} \right)^\alpha \right] \quad (75)$$

Faz-se a multiplicação do “A” no denominador com os valores dentro do colchete.

$$\frac{\sigma_1'}{\sigma_c} = \frac{A}{A} \left[A + B \left(\frac{\sigma_3'}{\sigma_c} \right)^\alpha \right] \Leftrightarrow \frac{\sigma_1'}{\sigma_c} = A \left[\frac{A}{A} + \frac{B}{A} \left(\frac{\sigma_3'}{\sigma_c} \right)^\alpha \right] \quad (76)$$

Resolve-se a equação $A/A = 1$ e coloca-se a divisão de “B” com “A” dentro do parêntese e no denominador.

$$\frac{\sigma_1'}{\sigma_c} = A \left[\frac{A}{A} + \frac{B}{A} \left(\frac{\sigma_3'}{\sigma_c} \right)^\alpha \right] \Leftrightarrow \frac{\sigma_1'}{\sigma_c} = A \left[1 + \left(\frac{\sigma_3'}{\left(\frac{A}{B} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \sigma_c} \right)^\alpha \right] \quad (77)$$

Logo a equação de Yudhbir pode ser reescrita, com suas devidas alterações, como demonstrado na equação (78).

$$\sigma_1' = \sigma_c A \left[1 + \left(\frac{\sigma_3'}{\left(\frac{A}{B} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \sigma_c} \right)^\alpha \right] \quad (78)$$

Quando comparada a equação generalizada com a equação de Yudhbir modificada, é possível observar que se trata de mais um caso particular da equação generalizada. Os detalhes da comparação são expostos na Tabela 11.

Vale ressaltar que o parâmetro A deve ser diferente de zero, caso contrário a equação se tornaria irreal.

Tabela 11 - Comparação do critério de Yudhbir modificada com a generalizada

Yudhbir	Generalizada
$\sigma_1' = \sigma_c A \left[1 + \left(\frac{\sigma_3'}{\left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \sigma_c} \right)^{\alpha} \right]^{\frac{1}{\alpha}}$	$y = a \left[\left(1 + \left(\frac{1}{c} \right) \left(\frac{x}{b} \right)^{\beta} \right) \right]^c$
σ_1'	y
$\sigma_c A$	a
$\frac{1}{1} = 1$	$\left(\frac{1}{c} \right)$
σ_3'	x
$\left(\frac{A}{B} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \sigma_c$	b
α	β
1	c

4.6.1.4 Bieniawski (1974)

A equação (48) de Bieniawski para ser alterada como nos critérios anteriores, o valor de 0,1, que é constante, pode ser substituído por um parâmetro qualquer. Aqui será substituído pela letra "A".

$$\frac{\tau_m}{\sigma_c} = B \left[\frac{\sigma_m}{\sigma_c} \right]^C + 0,1 \Leftrightarrow \frac{\tau_m}{\sigma_c} = B \left[\frac{\sigma_m}{\sigma_c} \right]^C + A \quad (79)$$

Feito isso, pode-se incluir uma divisão de "A" por "A" multiplicando os fatores dentro do colchete, sem alterar a equação inicial, como feito na equação a seguir.

$$\frac{\tau_m}{\sigma_c} = B \left[\frac{\sigma_m}{\sigma_c} \right]^C + A \Leftrightarrow \frac{\tau_m}{\sigma_c} = \frac{A}{A} \left[B \left[\frac{\sigma_m}{\sigma_c} \right]^C + A \right] \quad (80)$$

Multiplica-se o denominador “A” com os valores dentro do colchete.

$$\frac{\tau_m}{\sigma_c} = \frac{A}{A} \left[B \left[\frac{\sigma_m}{\sigma_c} \right]^C + A \right] \Leftrightarrow \frac{\tau_m}{\sigma_c} = A \left[\frac{B}{A} \left[\frac{\sigma_m}{\sigma_c} \right]^C + \frac{A}{A} \right] \quad (81)$$

Reorganiza-se a equação e introduz os termos B/A para dentro do colchete elevado ao fator “C”.

$$\frac{\tau_m}{\sigma_c} = A \left[\frac{B}{A} \left[\frac{\sigma_m}{\sigma_c} \right]^C + \frac{A}{A} \right] \Leftrightarrow \frac{\tau_m}{\sigma_c} = A \left[\left(\frac{\sigma_m}{\left(\frac{A}{B} \right)^{1/C} \sigma_c} \right)^C + 1 \right] \quad (82)$$

Logo, a equação pode ser reescrita como na equação (83).

$$\tau_m = \sigma_c A \left[1 + \left(\frac{\sigma_m}{\left(\frac{A}{B} \right)^{1/C} \sigma_c} \right)^C \right] \quad (83)$$

Novamente há uma semelhança na equação generalizada e na modificada de Bieniawski. A Tabela 12 enumera as semelhanças, e com isso, pode-se dizer que a equação de Bieniawski é um caso particular da equação generalizada.

Tabela 12 - Comparação do critério de Bieniawski modificada com a generalizada

Bieniawski	Generalizada
$\tau_m = \sigma_c A \left[1 + \left(\frac{\sigma_m}{\left(\frac{A}{B}\right)^{1/c} \sigma_c} \right)^c \right]^{\frac{1}{c}}$	$y = a \left[\left(1 + \left(\frac{1}{c} \right) \left(\frac{x}{b} \right)^{\beta} \right) \right]^c$
τ_m	y
$\sigma_c A$	a
$\frac{1}{1} = 1$	$\left(\frac{1}{c} \right)$
σ_m	x
$\left(\frac{A}{B} \right)^{1/c} \sigma_c$	b
C	β
1	c

4.6.1.5 Shearay et al (1989)

Para alterar o critério de Shearay, apresentado na equação (49), se introduz o valor “b” (expoente da equação) no denominador e no numerador como mostra a equação (84).

$$\sigma_1 = \sigma_c \left(1 + \frac{\sigma_3}{\sigma_t} \right)^b \Leftrightarrow \sigma_1 = \sigma_c \left(1 + \frac{b}{b} \frac{\sigma_3}{\sigma_t} \right)^b \quad (84)$$

Coloca-se então apenas o numerador “b” em evidência (1/b) com os termos $b \sigma_3 / \sigma_t$, e com isso, reorganizando a equação, temos a equação modificada de Shearay demonstrada na equação (85).

$$\sigma_1 = \sigma_c \left(1 + \frac{1}{b} \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_t} \right)^b \right)^b \quad (85)$$

Portanto, a equação de Sheorey é um caso particular da equação generalizada, como apresentado na Tabela 13.

Tabela 13 - Comparação do critério de Sheorey modificada com a generalizada

Sheorey	Generalizada
$\sigma_1 = \sigma_c \left(1 + \frac{1}{b} \frac{\sigma_3}{\frac{\sigma_t}{b}} \right)^b$	$y = a \left[\left(1 + \left(\frac{1}{c} \right) \left(\frac{x}{b} \right)^\beta \right) \right]^c$
σ_1	y
σ_c	a
$\frac{1}{b}$	$\left(\frac{1}{c} \right)$
σ_3	x
$\frac{\sigma_t}{b}$	b
1	β
B	c

4.6.2 Aplicação dos critérios nos dados de ensaio de cisalhamento direto e triaxial

Foram aplicados sobre os ensaios descritos neste capítulo quatro todos os critérios desenvolvidos anteriormente, assim como os seus respectivos critérios originais descritos no capítulo 1. A fim de facilitar a visualização dos ensaios quanto ao tipo de teste feito e sua amplitude de tensões, os gráficos apresentados mostram em separado os ensaios de cisalhamento direto com material rochoso, os ensaios de Brady, os ensaios com material granular, e os ensaios triaxiais.

Nos ensaios de cisalhamento direto e os teóricos de Brady, foram aplicados os critérios de Hoek e Brown ($\sigma \times \tau$), os de Brady, e de Bieniawski, pois suas equações relacionavam a tensão cisalhante com a tensão normal. No caso dos ensaios triaxiais, os critérios aplicados foram os de Johnston, Hoek e Brown ($\sigma_1 \times \sigma_3$), Yudhbir e Sheorey. Para todos os tipos de ensaio foi plotada a equação

generalizada, pois a mesma não faz restrição na sua relação de tensões. Os gráficos são exibidos entre a Figura 47 e a Figura 70, sendo da Figura 47 a Figura 61 os ensaios com relação entre σ e τ e entre a Figura 62 e Figura 70 a relação entre σ_1 e σ_3 .

É possível observar que em sua grande maioria não há diferenças na reta dos critérios originais para os critérios modificados e o critério generalizado. Há, porém, situações em que se observa pequenas variações na curva.

No critério modificado de Bieniawski o programa Grapher não conseguiu realizar a curva até a origem no caso dos dados de ensaio de cisalhamento direto do geossintético 8860 (Geoss 8860), representado pela cor azul na Figura 50, mas ainda assim, a equação apresenta um valor de coeficiente de correlação muito próximo a 1 (igual a 0,999). O critério de Bieniawski destoa um pouco dos demais critérios na sua concepção, e por esta razão, as curvas neste critério tendem a ter início na origem, o que provoca um distanciamento quanto aos demais casos em todos os dados analisados.

Observa-se ainda que o critério generalizado para todos os casos se aproxima muito dos conhecidos na literatura, assim como os modificados, o que comprova a sua utilização como um critério geral dos demais expostos.

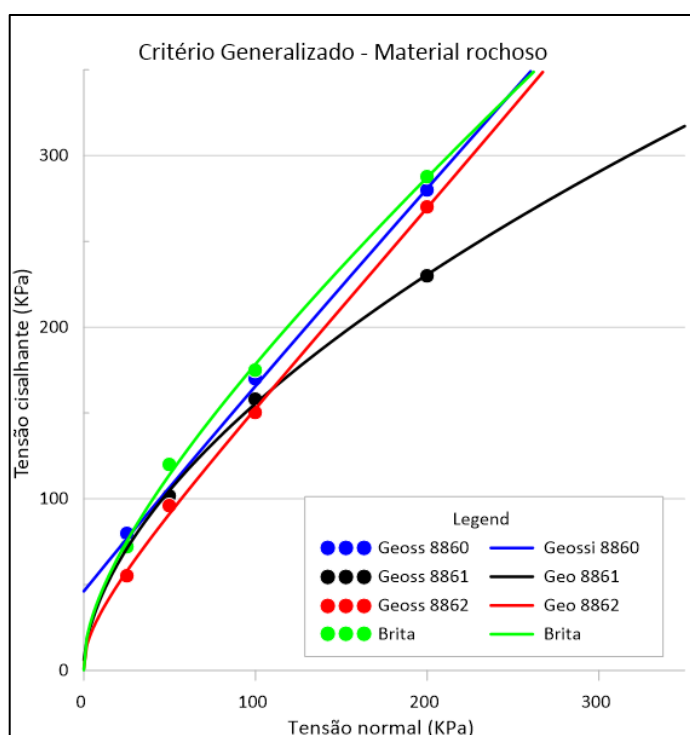


Figura 47 - Critério Generalizado em material rochoso (brita e geossintéticos)

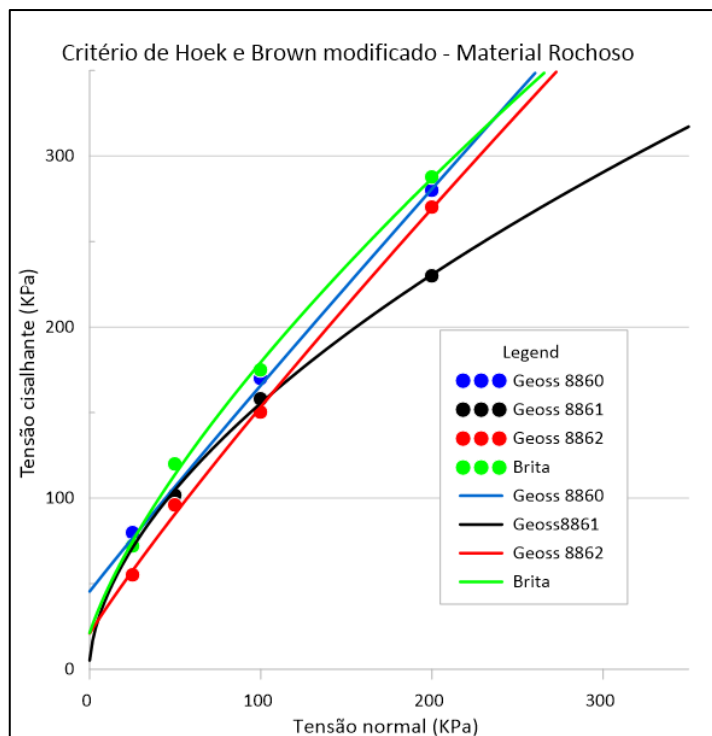


Figura 48 - Critério de Hoek e Brown modificado em material rochoso (brita e geossintéticos)

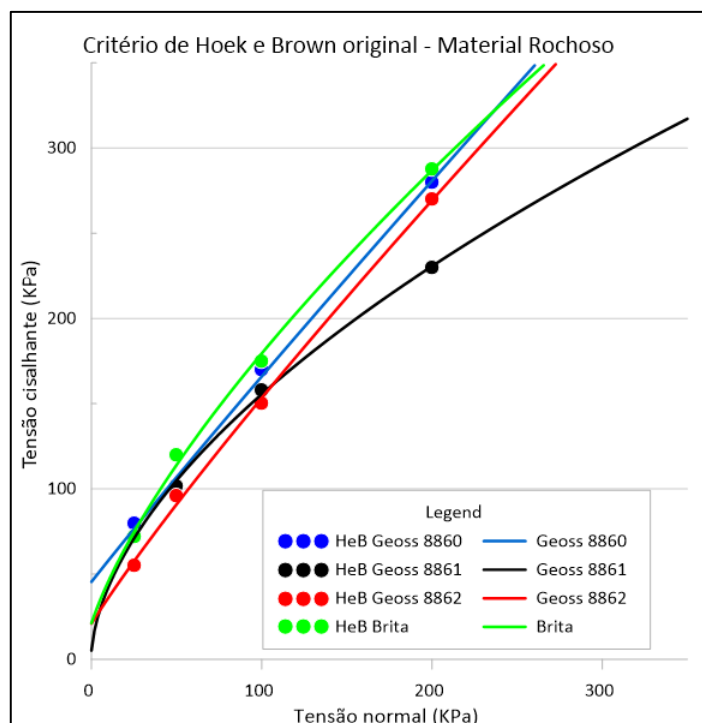


Figura 49 - Critério de Hoek e Brown original em material rochoso (brita e geossintéticos)

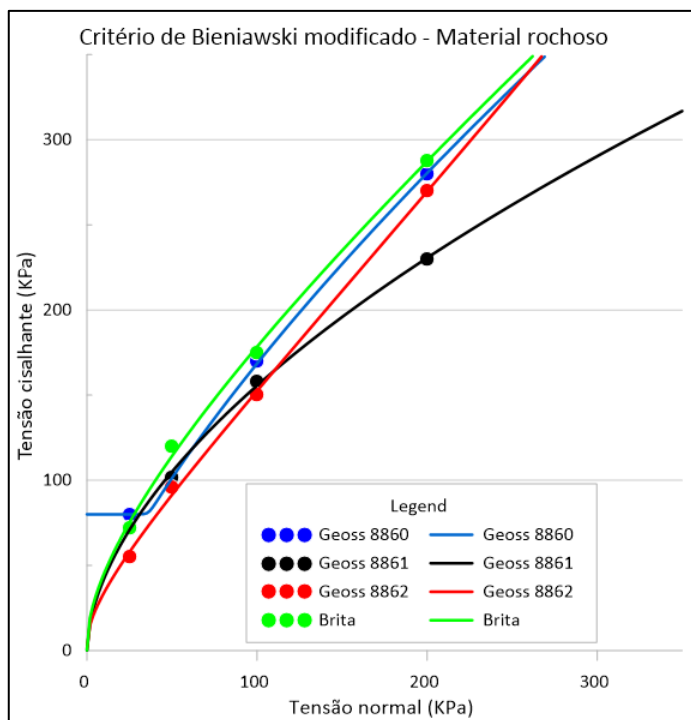


Figura 50 - Critério de Bieniawski modificado em material rochoso (brita e geossintéticos)

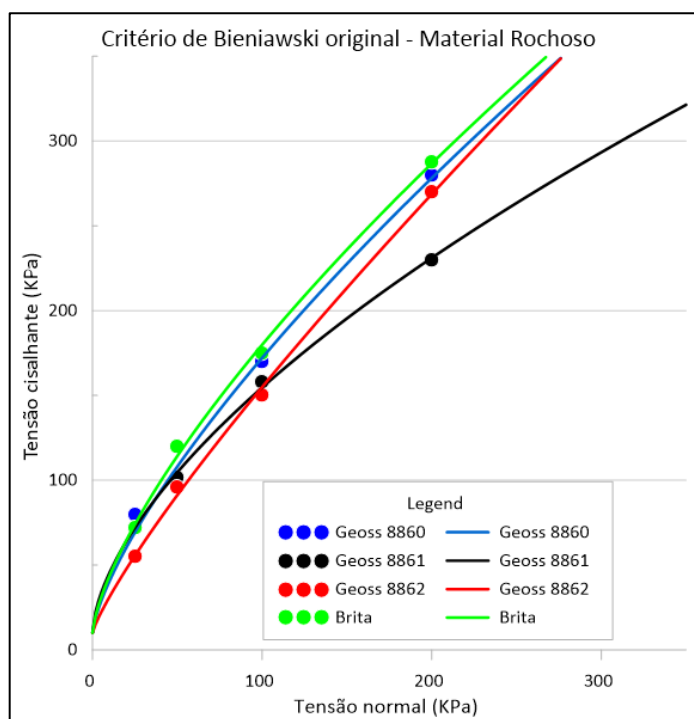


Figura 51 - Critério de Bieniawski original em material rochoso (brita e geossintéticos)

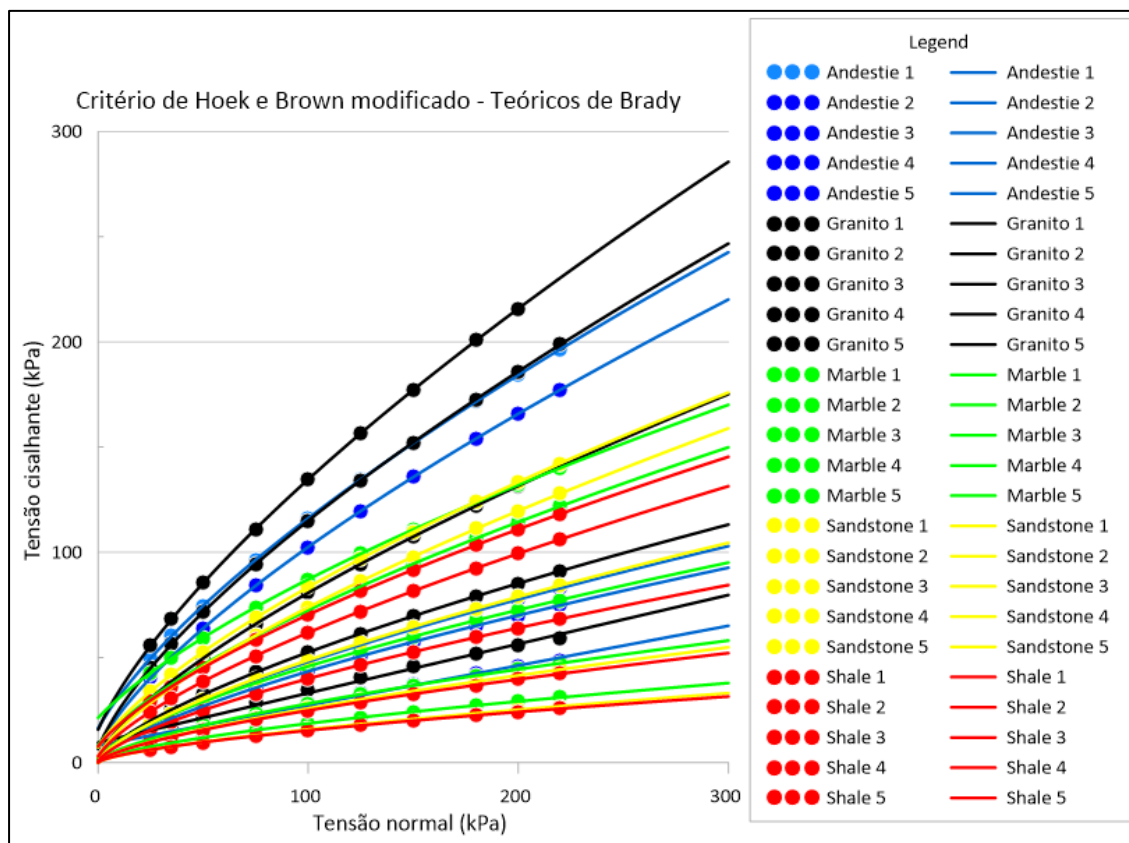


Figura 52 - Critério de Hoek e Brown modificado em ensaios teóricos de Brady

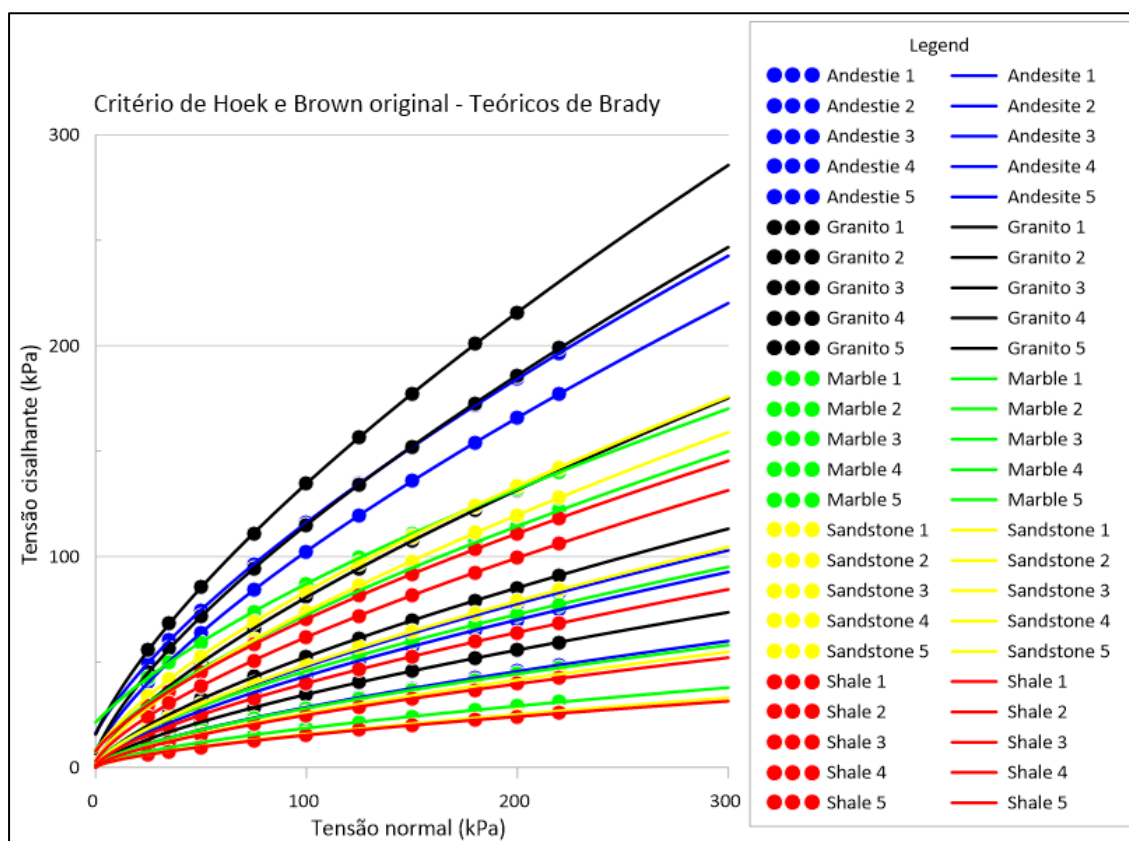


Figura 53 - Critério de Hoek Brown original em ensaios teóricos de Brady

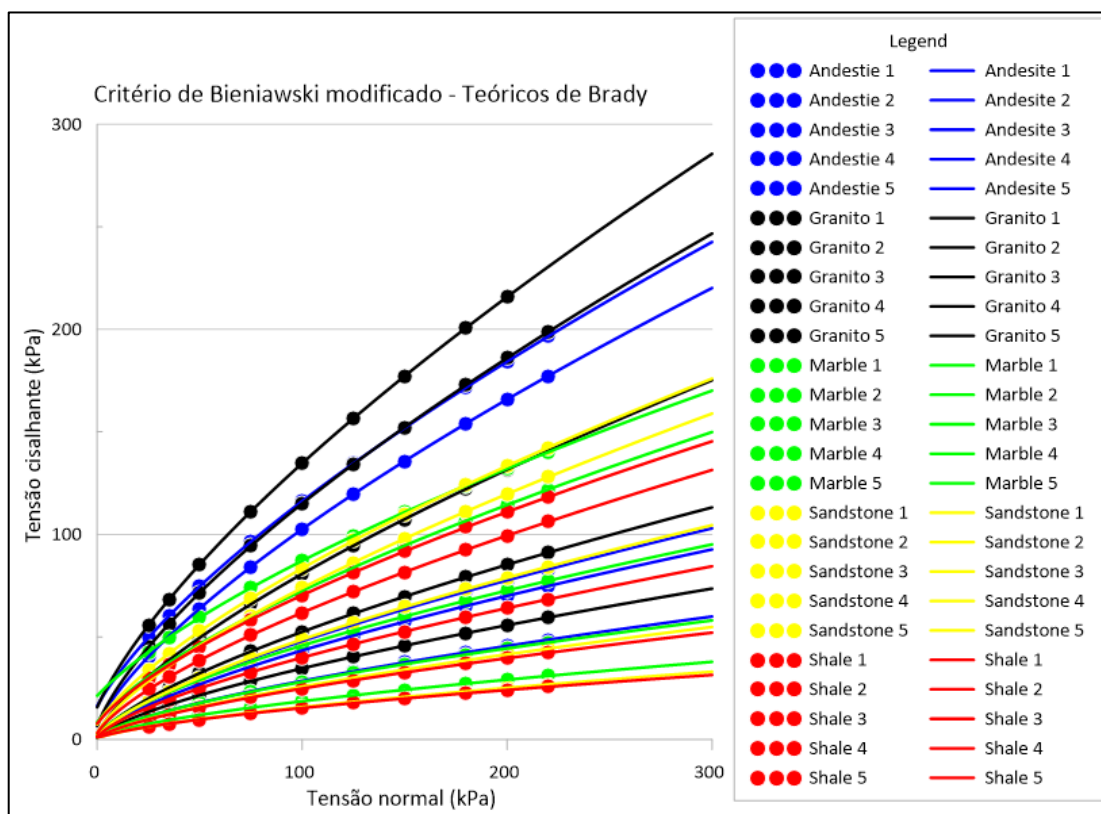


Figura 54 - Critério de Bieniawski modificado em ensaios teóricos de Brady

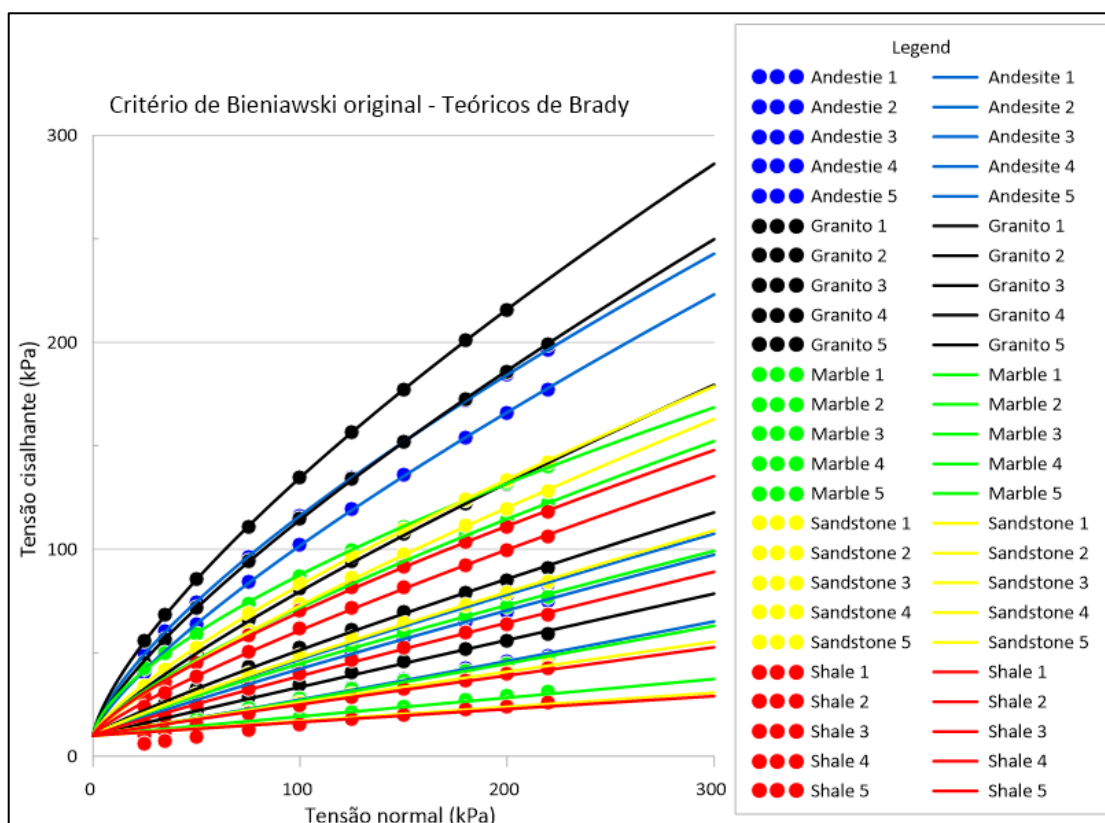


Figura 55 - Critério de Bieniawski original em ensaios teóricos de Brady

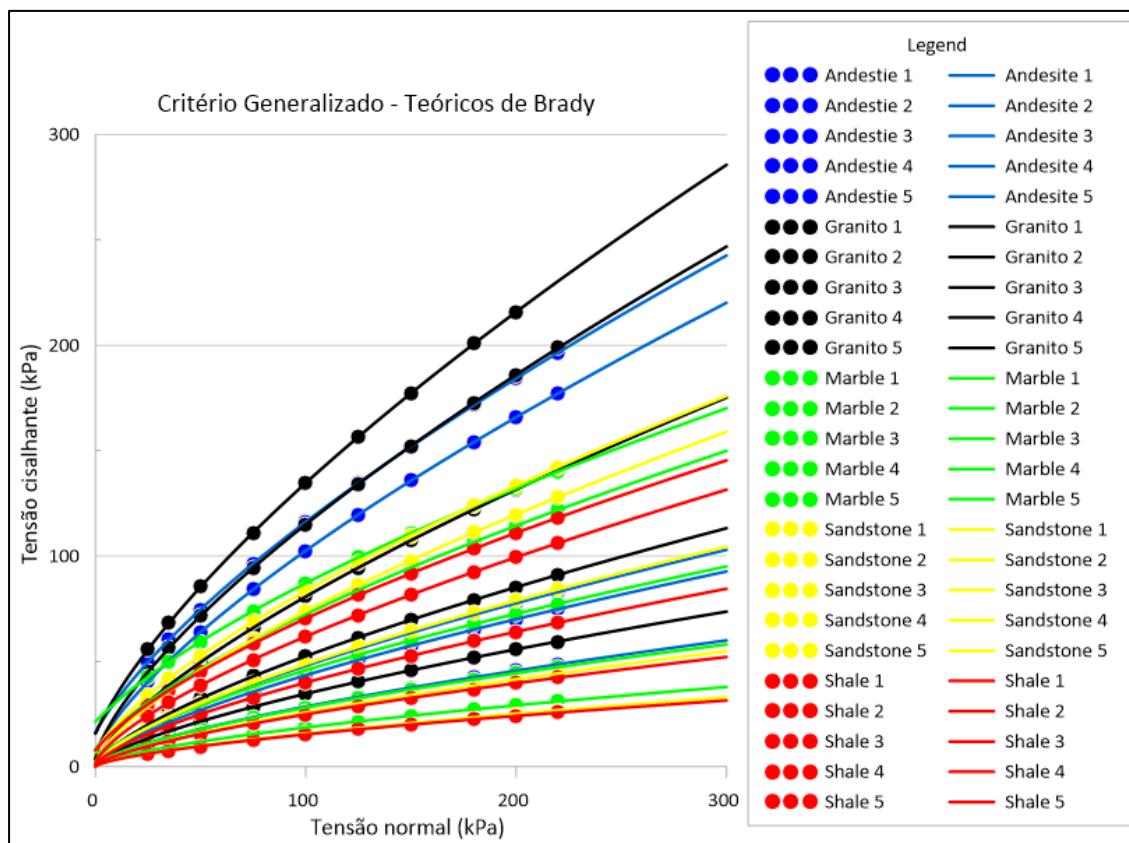


Figura 56 - Critério Generalizado em ensaios teóricos de Brady

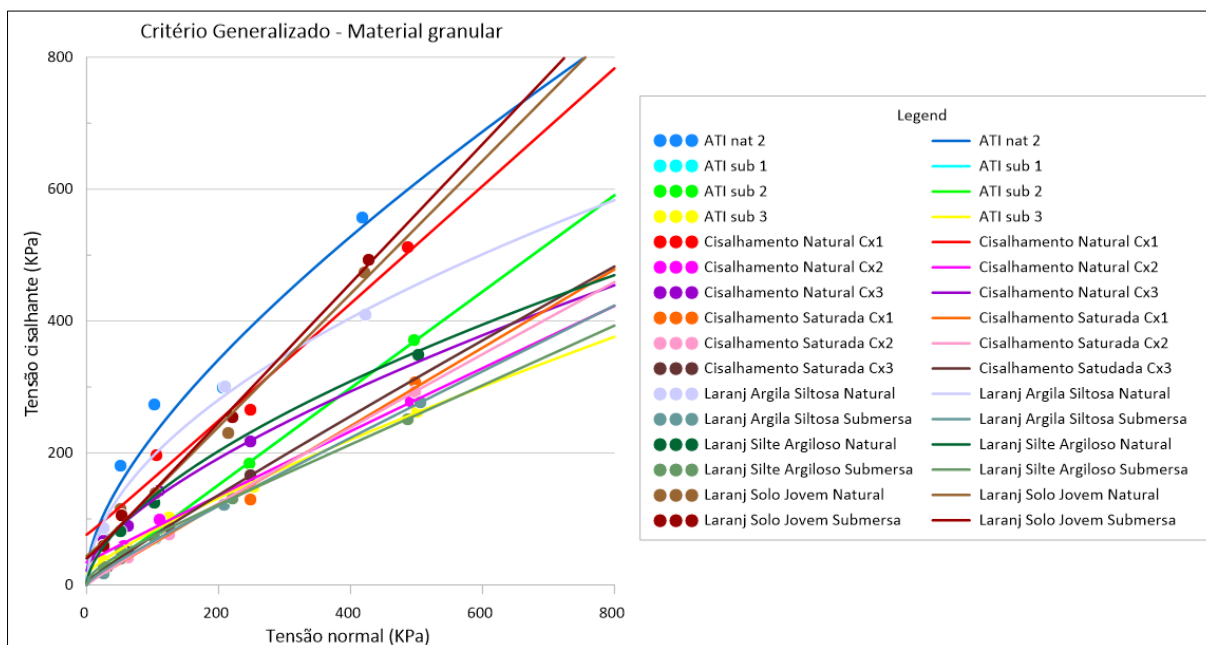


Figura 57 - Critério Generalizado em material granular

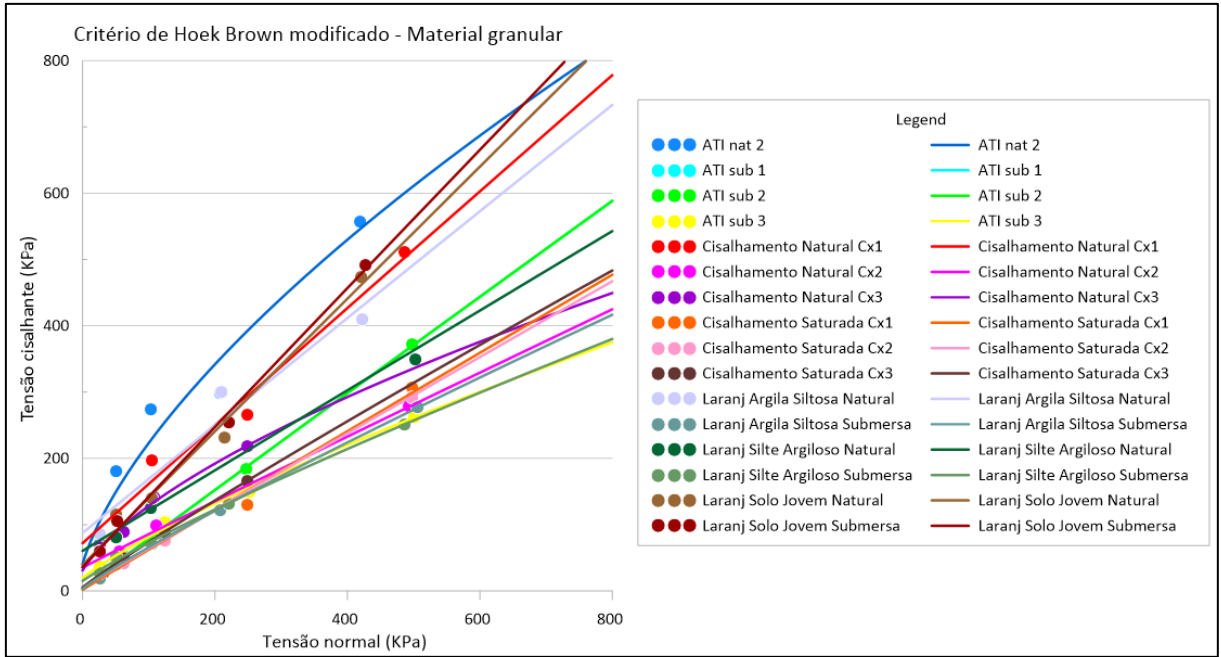


Figura 58 - Critério de Hoek e Brown modificado em material granular

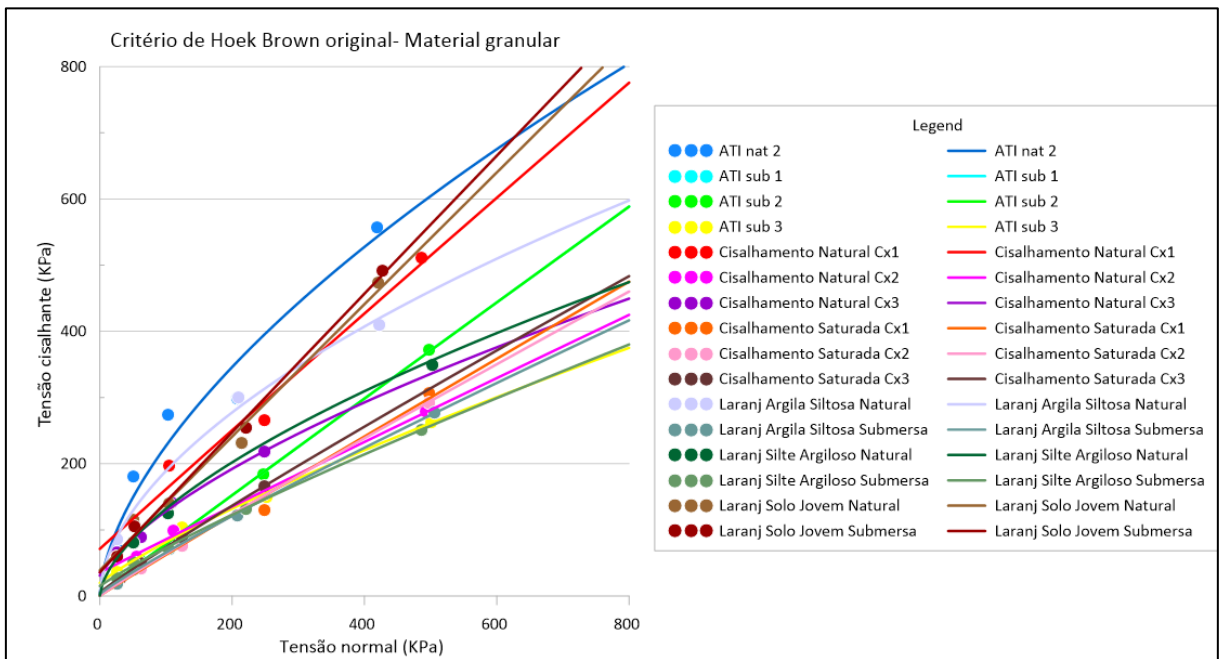


Figura 59 - Critério de Hoek Brown original em material granular

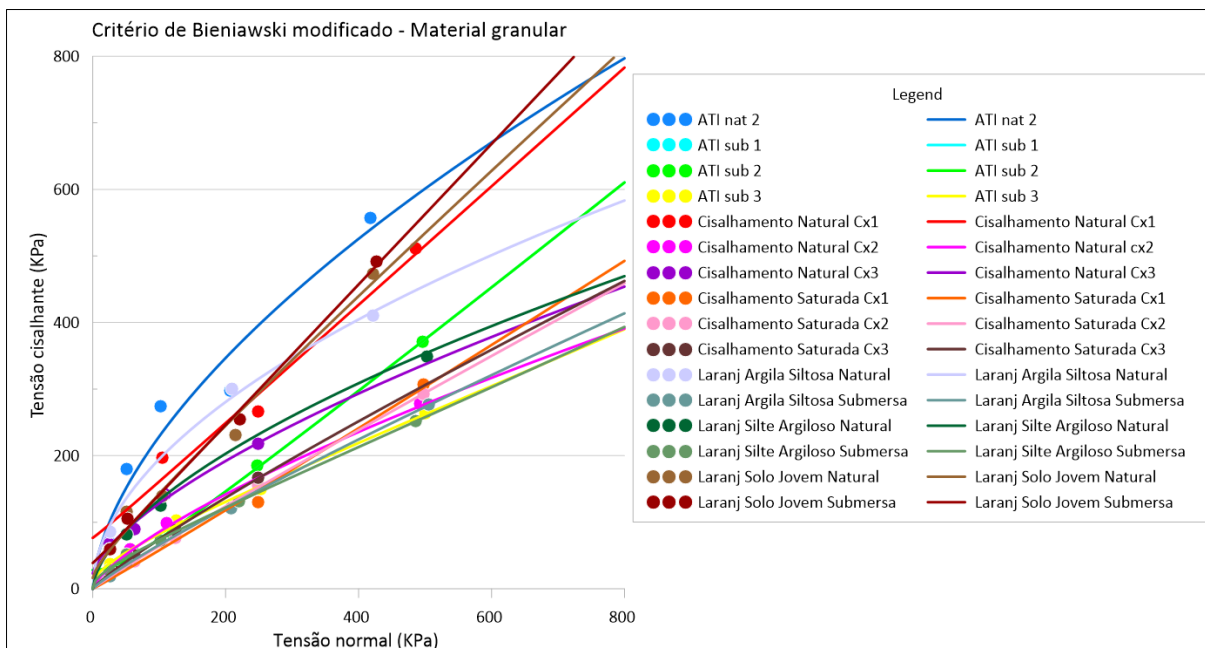


Figura 60 - Critério de Bieniawski modificado em material granular

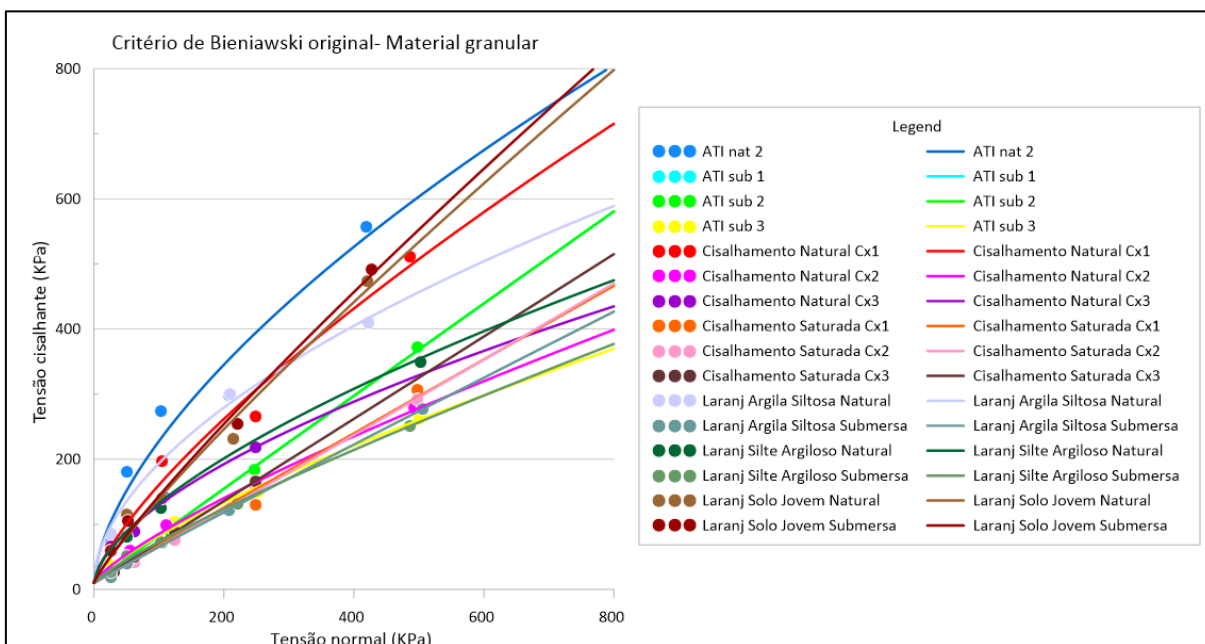


Figura 61 - Critério de Bieniawski original em material granular

Outra característica importante de se observar é que o critério de Hoek Brown modificado tende a ser mais reto que os demais. É interessante notar que, ressalvado o critério de Hoek Brown, em específico o ensaio denominado “Laranj argila siltosa”, todos os demais se assemelham ao critério generalizado, mostrando novamente que os critérios são casos particulares da equação generalizada.

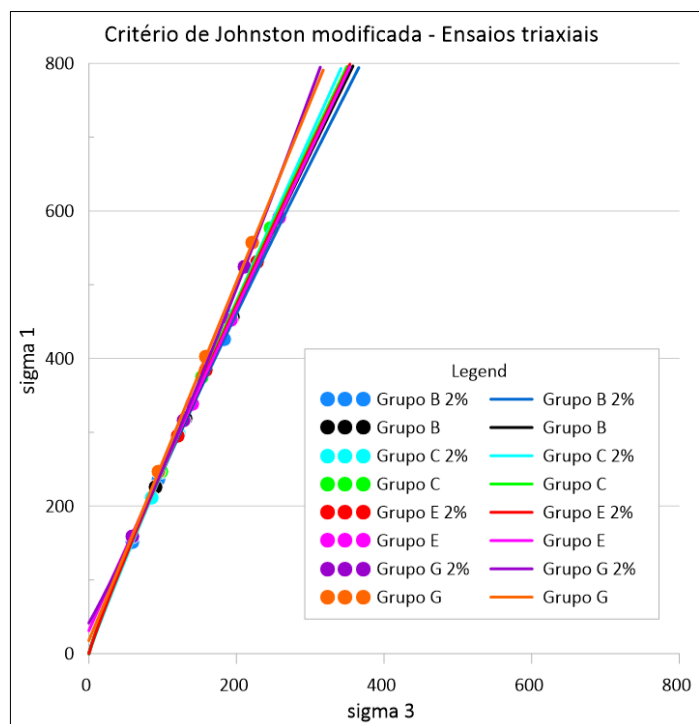


Figura 62 - Critério de Johnston modificado em ensaios triaxiais

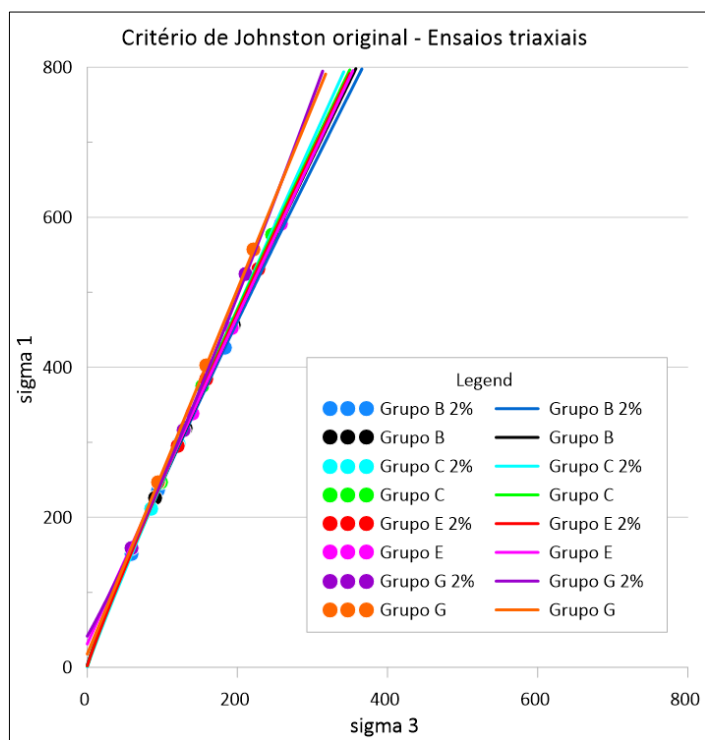


Figura 63 - Critério de Johnston original em ensaios triaxiais

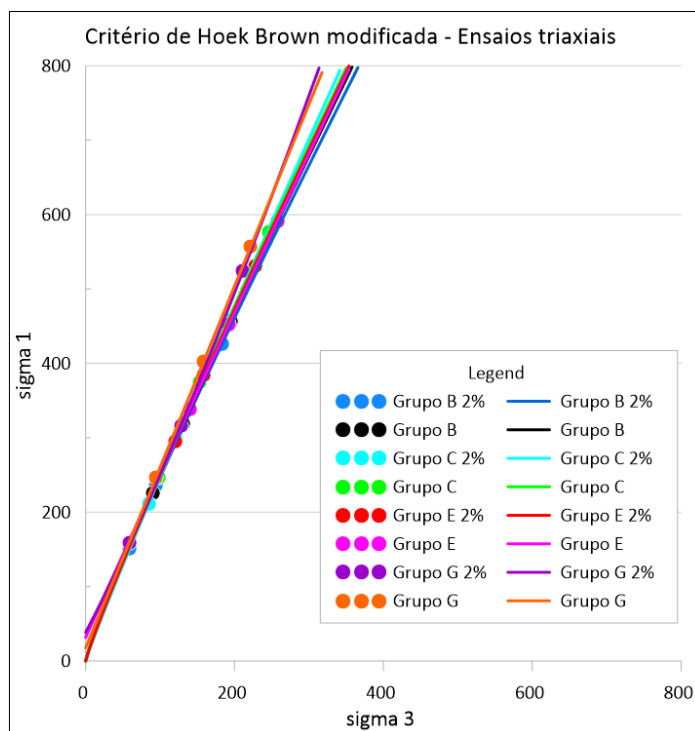


Figura 64 - Critério de Hoek e Brown modificado em ensaios triaxiais

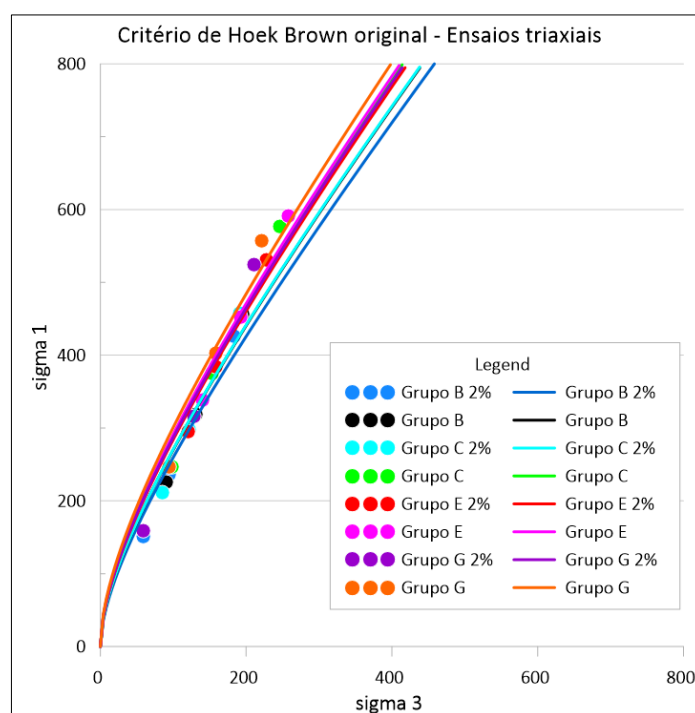


Figura 65 - Critério de Hoek e Brown original em ensaios triaxiais

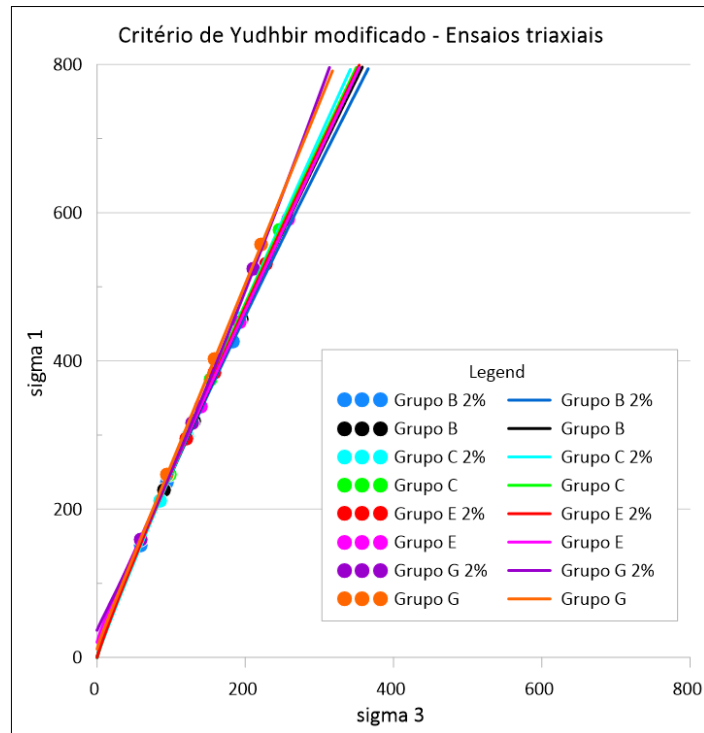


Figura 66 - Critério de Yudhbir modificado em ensaios triaxiais

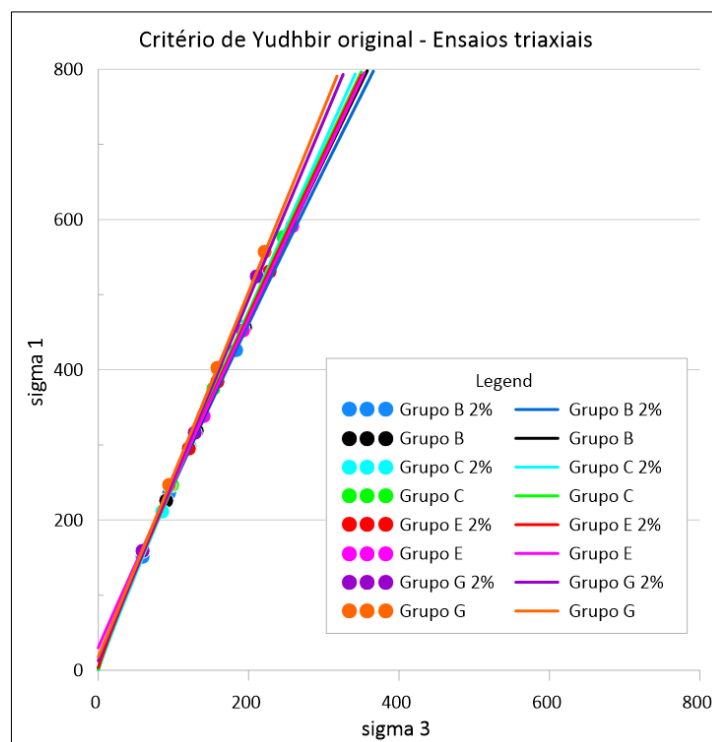


Figura 67 - Critério de Yudhbir original em ensaios triaxiais

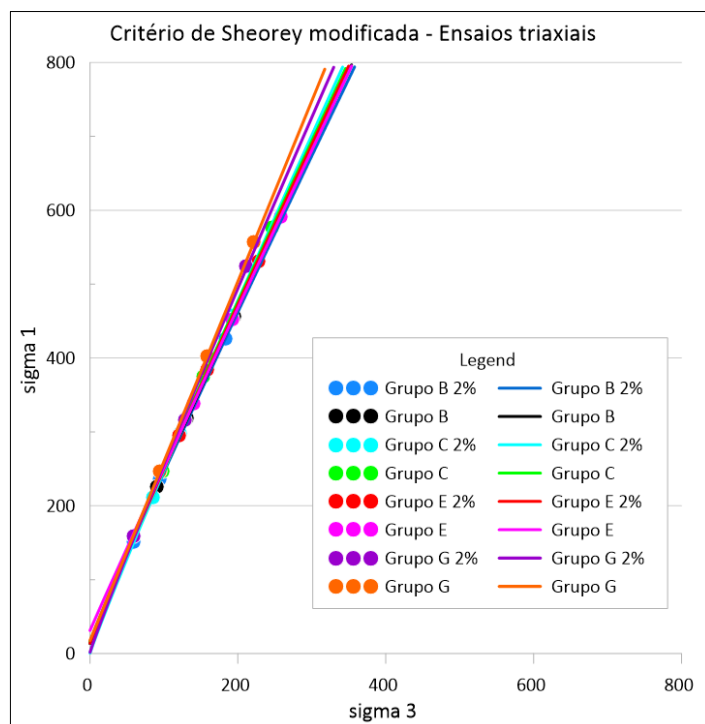


Figura 68 - Critério de Sheorey modificado em ensaios triaxiais

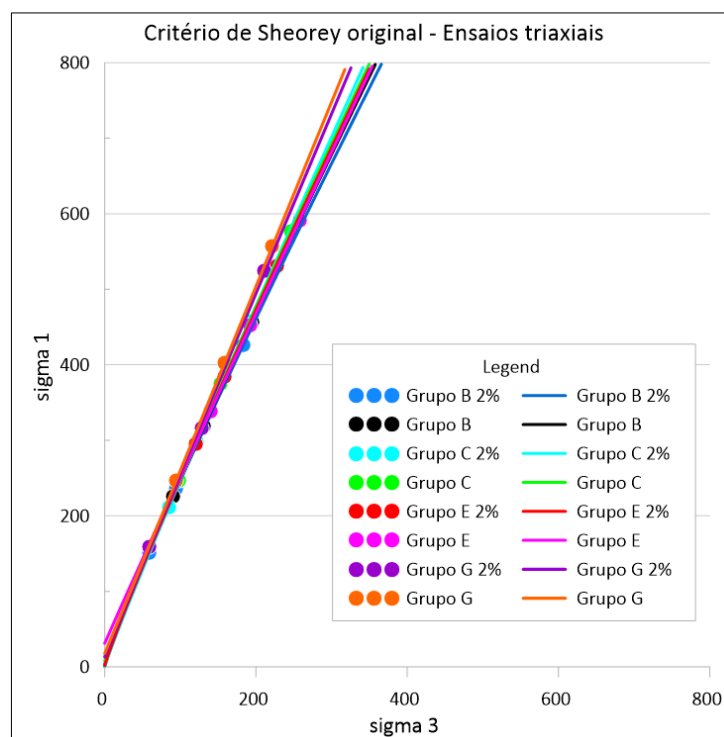


Figura 69 - Critério de Sheorey original em ensaios triaxiais

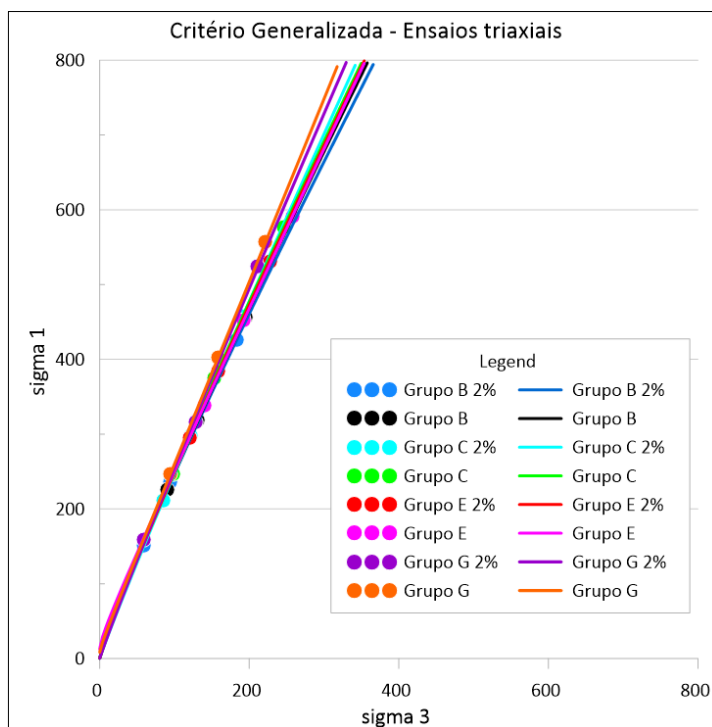


Figura 70 - Critério generalizado em ensaios triaxiais

Nos ensaios triaxiais (σ_1 e σ_3 .) o critério de Hoek e Brown original se mostrou mais curvo que os demais critérios e com todos os ensaios convergindo para a origem dos eixos, o que é explicado pela forma que sua equação foi concebida.

4.6.3 Normalização dos ensaios

Com o intuito de analisar todos os ensaios independentemente do tipo de ensaio, do material e da combinação de tensões, os eixos y e x dos gráficos foram alterados para que se tenha uma observação melhor dos gráficos.

Inicialmente foram feitos testes, como mostrado no capítulo 4.2, onde algumas mudanças no eixo não levavam a dados e representatividades relevantes, com exceção do ilustrado na alínea “a” do referido capítulo. Foi então feita a adaptação dos eixos para os diversos critérios analisados anteriormente e que se chegou em um resultado muito satisfatório. A mudança dos eixos gerou uma reta de 45° com início na origem em todos os dados analisados, como exemplificado na

Figura 71 com o critério de Bieniawski e também demonstrado todos os demais ensaios, com todos os critérios em um único gráfico (Figura 72).

Os valores dos pares de coordenadas por vezes geram valores discrepantes dos demais – a depender do critério e ensaio – e por conta disso, alguns pontos podem parecer sobrepostos em uma faixa estreita.

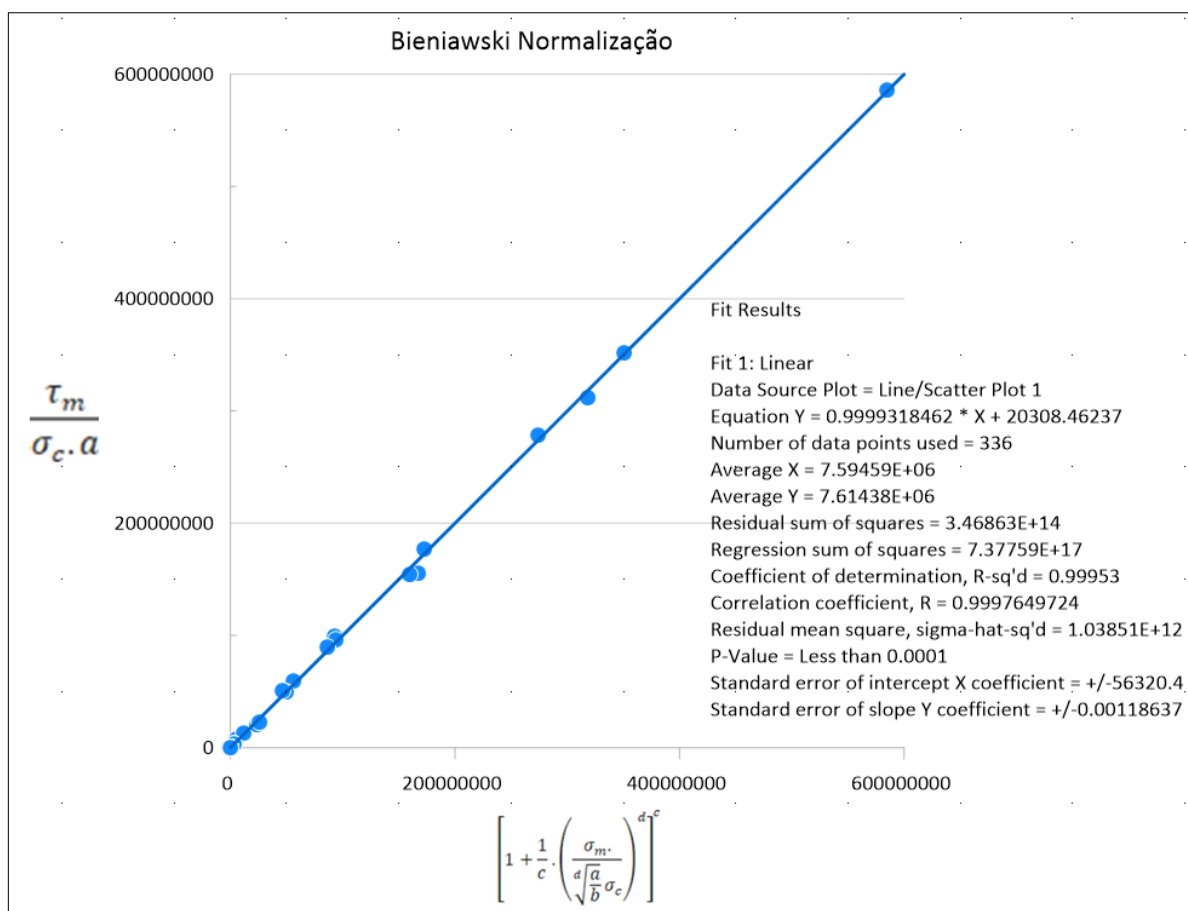


Figura 71 - Normalização da equação de Bienawski

Observa-se que a equação da reta nos padrões $y = ax + b$ nos dá um valor de “a” muito próximo de 1, e o valor de “b” apesar de ser numericamente alto, é consideravelmente baixo quando comparado a abrangência dos pontos.

Apesar do gráfico contendo todos os ensaios (Figura 72) aparentar ser igual ao exemplo dado, há um crescimento de pontos próxima da origem e se observa também que a equação da reta é ligeiramente diferente, mas ainda assim mantém o coeficiente de correlação praticamente igual a 1. Para demonstrar que a reta é muito próxima da equação $y = x$ (reta de 45° na origem), ou seja, os valores dos parâmetros “a” e “b” da equação valem um e zero, respectivamente, foram divididos

todos os valores dos dados por 6.10^8 – valor um pouco acima do par de coordenadas mais alto. Com isso, foi possível colocar os pontos entre os valores de zero e um e conseqüentemente, a equação da reta ficou como na equação (86) e demonstrada na Figura 73.

$$y = 0,9999881755 x + 5,756140384.10^{-06} \quad (86)$$

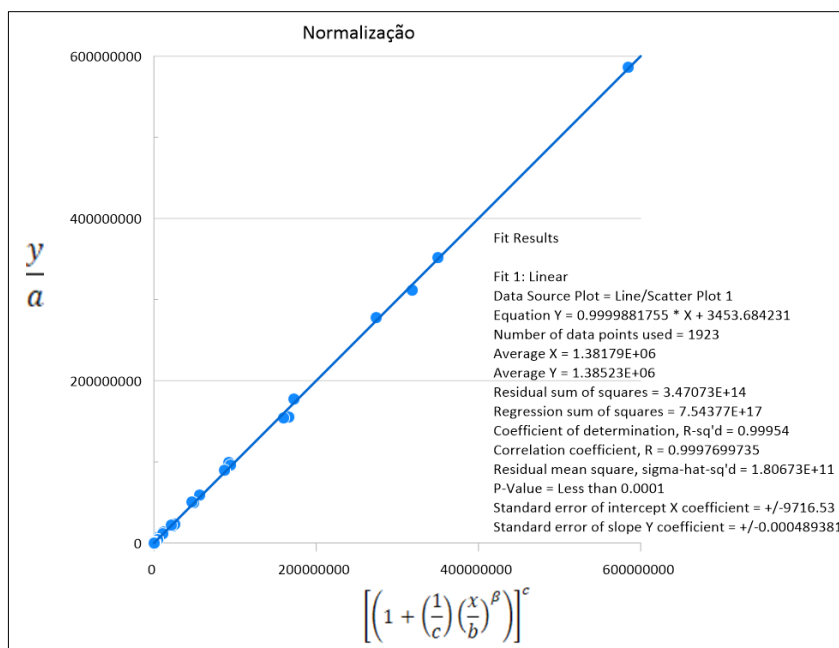


Figura 72 - Normalização de todos os ensaios

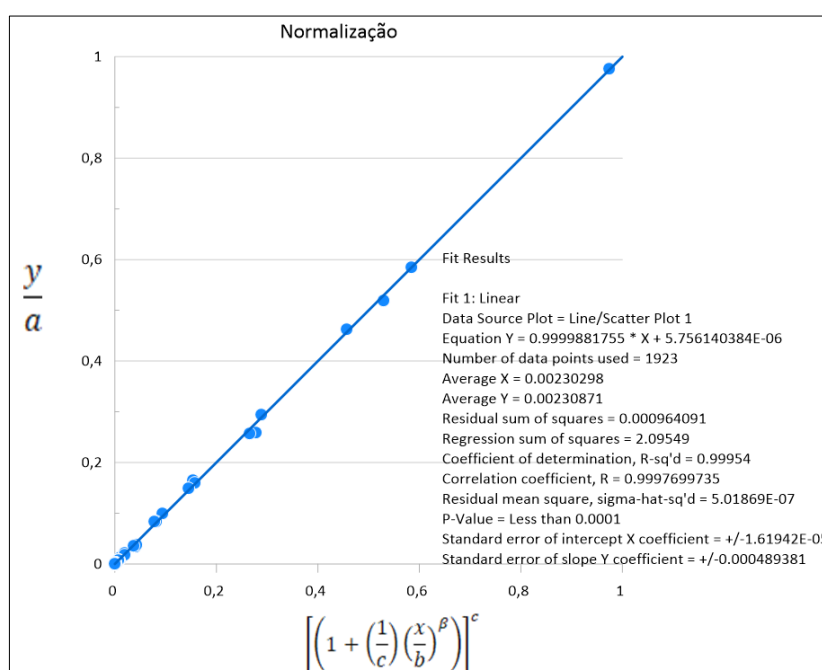


Figura 73 - Normalização de todos os ensaios variando de zero a um

4.6.4 A escala logarítmica e as leis de potência

Como já explicitado no capítulo 2, a lei de potência é a única relação matemática que independe de escala, e que por isso, é possível seu uso em relação a resistência de geomateriais.

O uso desta razão matemática em escala logarítmica é muito usual, uma vez que os dados podem ser representados como uma reta, e não mais como uma curva. A razão desta representatividade é unicamente matemática.

Para demonstrar a efetividade da escala logarítmica, é preciso analisar os dois tipos de equações geradas por essas relações matemáticas. A equação típica da lei de potência é definida como exposto na equação (87).

$$y = ax^k \quad (87)$$

Se representada com o log nos dois lados da equação, sua solução é dada como:

$$\log(y) = k \log(x) + \log(a) \quad (88)$$

E esta solução mostrada na equação (88) é uma típica equação de reta.

$$y = mx + c \quad (89)$$

Dito isso, a representatividade dos ensaios demonstrados anteriormente, por serem todas expressões derivadas da lei de potência, os seus gráficos podem ser exibidos em escalas logarítmicas e se espera que seus pontos se alinhem de modo a formarem retas, como a da equação (89).

Para transformar os eixos dos gráficos em escalas logarítmicas, será exposto o desenvolvimento da expressão q-exponencial e sua sucessão para a escala log x log.

Segundo Tsallis (2009), considerando a equação diferencial exposta na equação (90), sendo $y(0)=1$ e $q \in \mathbb{R}$.

$$\frac{dy}{dx} = y^q \quad (90)$$

Cuja solução é dada pela equação (91).

$$y = [1 + (1 - q)x]^{\frac{1}{1-q}} \equiv e_q^x \quad (e_1^x = e^x) \quad (91)$$

Quando q é igual a 1, então teremos o caso particular já conhecido e demonstrado anteriormente, ou seja, a derivada de e^x é ela mesma.

A inversa da equação (91) é dada a seguir.

$$y = \frac{x^{1-q} - 1}{1 - q} = \ln_q x \quad (x > 0; \ln_1 x = \ln x) \quad (92)$$

A solução dada por Tsallis - equação (91) - pode ser adaptada na equação desenvolvida neste trabalho (critério generalizado). As mudanças implementadas serão a inclusão do parâmetro “ b ”, o expoente “ β ” e o parâmetro “ a ”, todos advindos da equação (62), cuja solução é dada pela equação (93).

$$\frac{y}{a} = \left[1 + (1 - q) \left(\frac{x}{b} \right)^\beta \right]^{\frac{1}{1-q}} \equiv e_q \left(\frac{x}{b} \right)^\beta \quad (93)$$

Logo a inversa é:

$$\frac{y}{a} = \frac{\left(\frac{x}{b} \right)^{\beta(1-q)} - 1}{1 - q} = \ln_q \frac{x}{b} \quad (94)$$

Adotando log em ambos os lados da equação (93), temos:

$$\ln \frac{y}{a} = \ln e \left(\frac{x}{b} \right)^\beta \quad (95)$$

Como o Logaritmo natural de e tem como resultado o seu expoente, o eixo x das coordenadas, quando em função log tem parâmetros definidos pela equação (96).

$$\left(\frac{x}{b}\right)^\beta \quad (96)$$

Para o eixo y , o tratamento da equação se dará pela equação inicial. Primeiro, considere a equação generalizada – equação (62) – com a passagem do parâmetro “ a ” para o outro lado da equação e ambos os lados serão elevados a $(1 - q)$.

$$\frac{y}{a} = \left[1 + (1 - q) \left(\frac{x}{b}\right)^\beta\right]^{\frac{1}{1-q}} \Leftrightarrow \left(\frac{y}{a}\right)^{1-q} = \left\{ \left[1 + (1 - q) \left(\frac{x}{b}\right)^\beta\right]^{\frac{1}{1-q}} \right\}^{1-q} \quad (97)$$

Tais modificações, acabam por ocasionar a retirada do expoente do lado direito da equação, como exposto a seguir.

$$\left(\frac{y}{a}\right)^{1-q} = \left[1 + (1 - q) \left(\frac{x}{b}\right)^\beta\right] \quad (98)$$

Passa-se então o valor unitário para o lado esquerdo da equação, já que ele não possui mais o expoente.

$$\left(\frac{y}{a}\right)^{1-q} - 1 = (1 - q) \left(\frac{x}{b}\right)^\beta \quad (99)$$

E por fim, passa-se $(1 - q)$ para o outro lado dividindo.

$$\frac{\left(\frac{y}{a}\right)^{1-q} - 1}{1 - q} = \left(\frac{x}{b}\right)^\beta \quad (100)$$

Como se observa, a equação (100) é a igualdade da equação já transformada em escala logarítmica do eixo x , como exposto em (96), portanto, os eixos na escala logarítmica podem ser definidos com coordenadas $\left(\left(\frac{x}{b}\right)^\beta, \frac{\left(\frac{y}{a}\right)^{1-q} - 1}{1 - q}\right)$.

Por conseguinte, foram plotados os ensaios com estes valores, sendo que cada reta representa cada critério usado. Foram então aglutinados todos os ensaios em um único gráfico, e também, por questão didática, a separação entre ensaios triaxiais e de cisalhamento direto, como exposto entre a Figura 74 e Figura 76.

Vale ressaltar, que não é possível analisar os diversos pontos que compõem a equação da reta por conta da disparidade de valores em um dos pares de um ensaio com os demais. Por conta disso, a Figura 77 exhibe o gráfico sem os dados do ensaio com valores discrepantes dos demais. Vale ressaltar que por conta da retirada do ensaio aparentemente discrepante, a reta mudou consideravelmente sua equação e aproximou de uma reta de 45° com início na origem, estando ligeiramente sobre as demais. Os mesmos gráficos podem ser reexibidos entre zero e um, assim como foi feito na Figura 73 e mostrado na Figura 78.

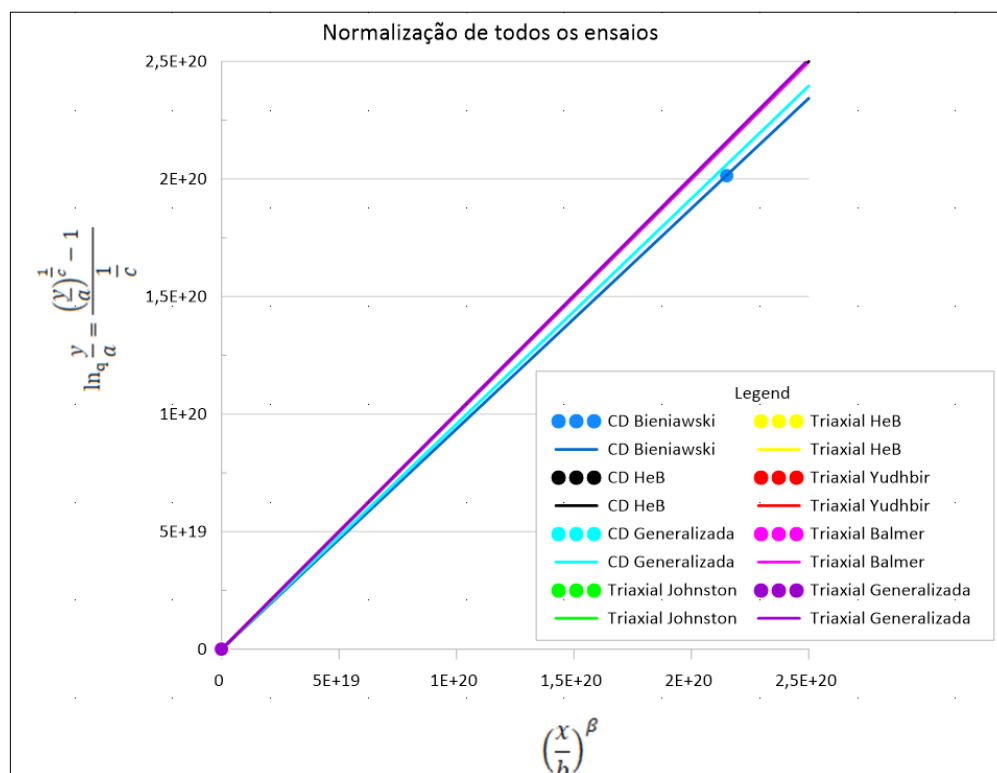


Figura 74 - Normalização log todos os critérios e ensaios

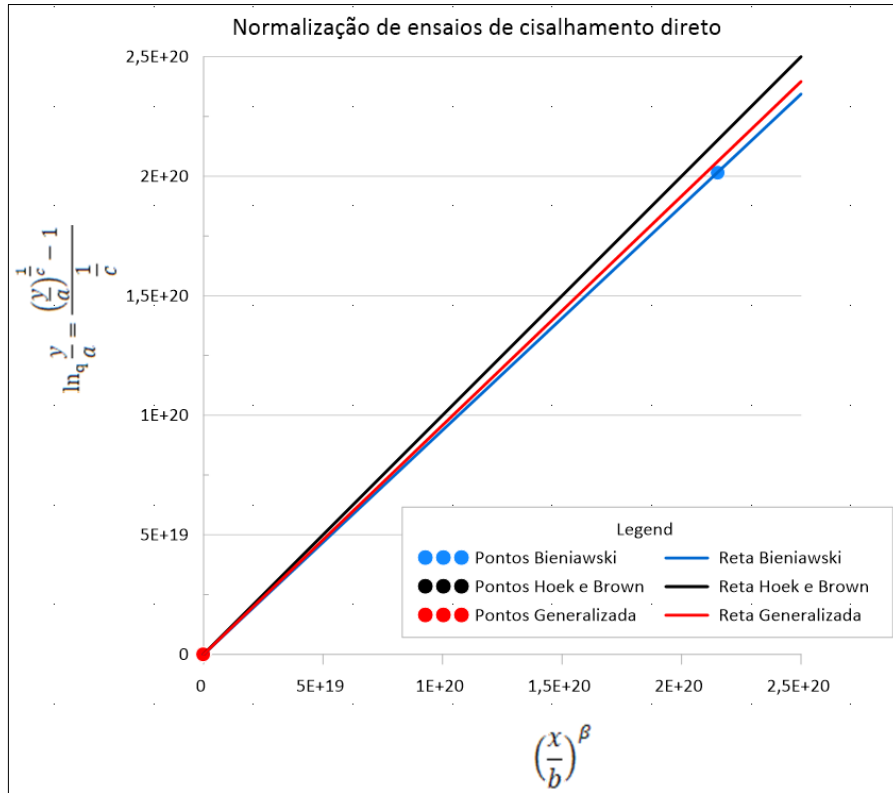


Figura 75 - Normalização log todos os critérios de ensaios de cisalhamento direto

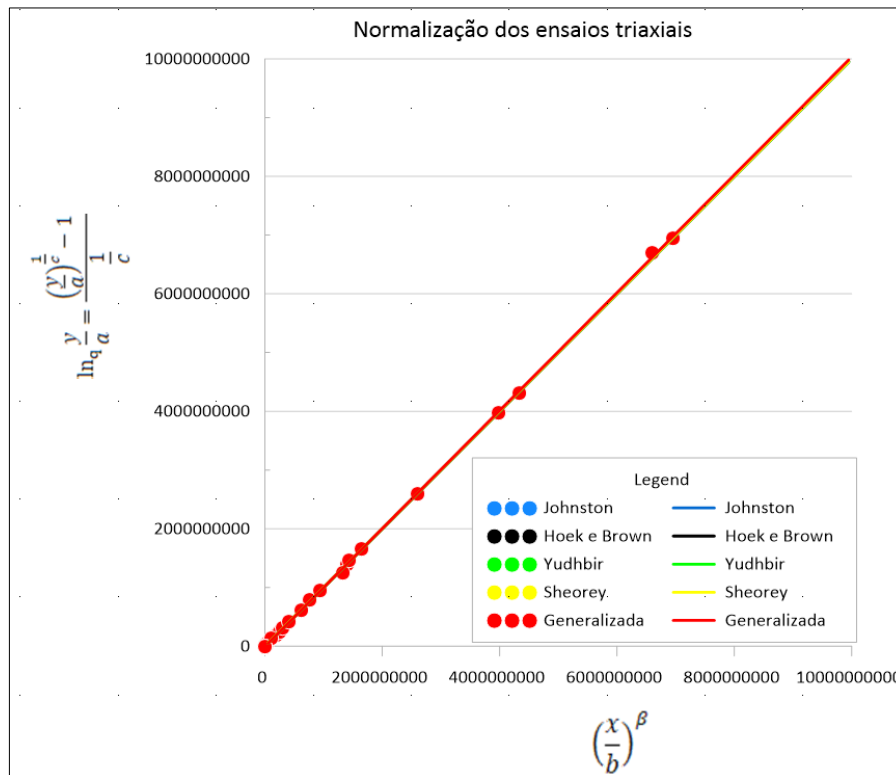


Figura 76 - Normalização log todos os critérios de ensaios triaxiais

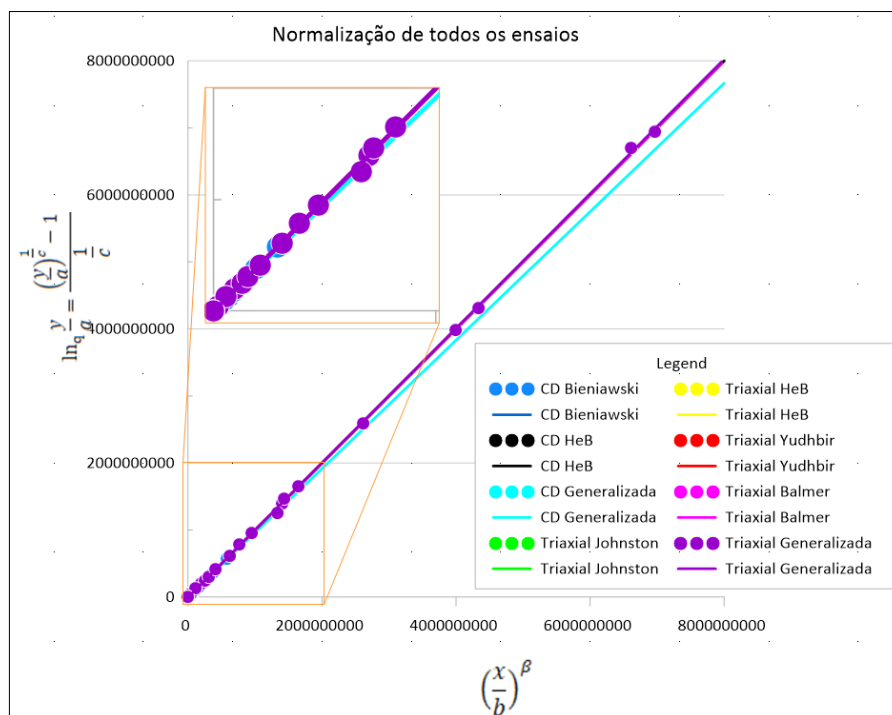


Figura 77 - Normalização log de todos os ensaios com a retirada de valores discrepantes

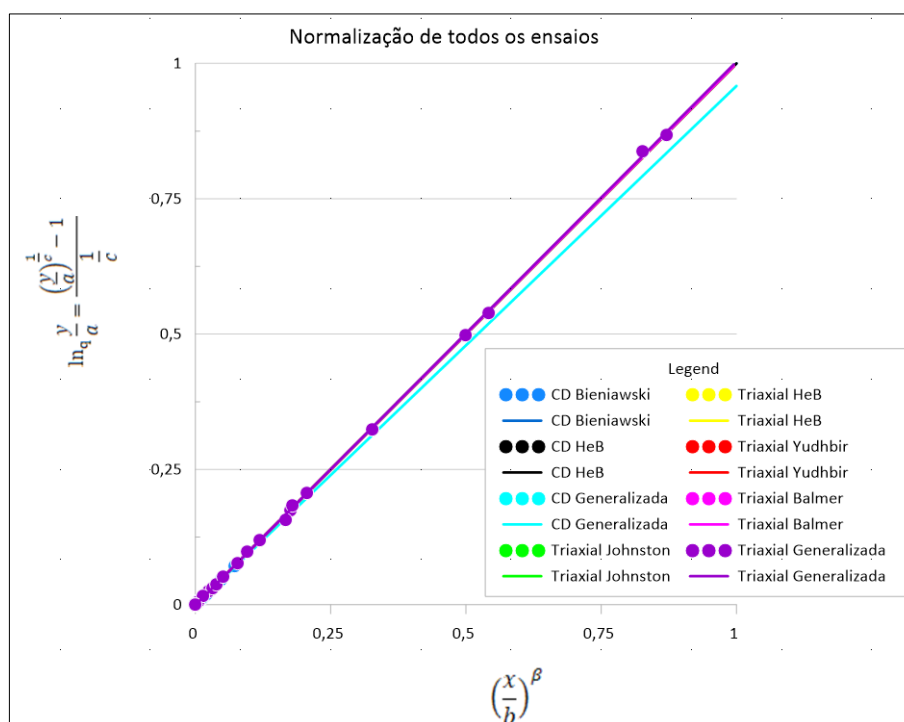


Figura 78 - Normalização log de todos os ensaios com a retirada de valores discrepantes com valores de zero a um

Os gráficos da pesquisa sugerem que a equação generalizada apresenta íntima relação com os critérios dos demais autores analisados nesta pesquisa,

colocando-os no patamar de casos particulares. Os diversos tipos de materiais analisados não demonstram diferença no uso da equação generalizada, o que afirma sua posição universal.

Com os parâmetros gerados pela equação se desenvolveram relações que possibilitaram gerar gráficos com a equação da reta, o que facilita o estudo da resistência do material.

5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS

5.1 Conclusões

O presente trabalho teve como objetivo investigar o caráter fractal de estruturas desenvolvidas por ocasião da ruptura de geomateriais do ponto de vista das envoltórias de resistência e dos sistemas complexos.

A análise de resistência de materiais é complexa e envolve diversos parâmetros ainda a serem revelados por pesquisas que integram todos os componentes que influenciam a ruptura do material. O presente trabalho, por sua vez, se guiou na aparente relação com os sistemas complexos, os fractais e as leis de potência, no objetivo de unificar os critérios de resistência.

Foram analisados ensaios de cisalhamento direto e triaxiais executados em diversos tipos de geomateriais. Buscou-se unificar os diferentes critérios de resistência existentes, mesmo que tenham sido concebidos para um determinado material, de modo a excluir qualquer dependência da faixa de tensões aplicada no ensaio.

Na engenharia de um modo geral há uma constante busca para a simplificação dos cálculos que envolvem o desenvolvimento de um projeto, portanto é plausível o uso de critérios que utilizem a equação da reta, como o de Mohr-Coulomb, pois, segundo este estudo, a previsão da resistência do material não impacta de forma significativa as obras de engenharia, uma vez que os coeficientes de segurança nestes casos são muito mais altos que os de materiais mais homogêneos, como o aço. Porém, este trabalho não visou a simplicidade da previsão de resistência, mas sim um critério onde seja possível vislumbrar todas as interferências que alteram a resistência do material natural onde a obra se assentará.

Ainda que se busquem a economia de tempo como justificativa para um critério com baixa precisão, este tempo pode ser perdido e superado no desenvolvimento de obras superdimensionadas que sejam capazes de resistir a incertezas do comportamento de todos os componentes envolvidos no critério de resistência, como no preparo de corpos de prova e dos parâmetros geotécnicos.

Apresentou-se então, o critério chamado de generalizado, os critérios originais de diversos autores e os critérios modificados. Os modificados foram feitos com o intuito de comprovar que os originais são na verdade casos particulares da nova equação sugerida neste trabalho.

As equações modificadas e a generalizada se mostraram satisfatórias em substituição às originais. Algumas ressalvas foram feitas para o critério de Bieniawski e Hoek e Brown (triaxial) por possuírem em sua concepção original um modelo muito específico, o que acabou por alterar substancialmente a curva dos demais. Porém, de modo geral, todos os testes parecem encaixar de forma adequada na equação generalizada.

Como os critérios são baseados em leis de potência, com exceção do critério de Mohr-Coulomb, que não foi incluído nestas análises, modificou-se os eixos das ordenadas e das abcissas para a escala logarítmica, pois desse modo os gráficos se tornam retas, como é feito em análises de terremotos (escala Richter).

Praticamente todos os critérios unidos em escala logarítmica deram uma reta de 45° com início na origem. Vale ressaltar que todas as curvas de todos os critérios tiveram um coeficiente de correlação muito próximo de um, sendo todos superiores a 0,90.

É importante ressaltar que os parâmetros definidos pela equação generalizada não puderam ser avaliados de forma a buscar o seu verdadeiro significado, pois não havia mais contato com o material ensaiado, porém, com relação aos autores em que este trabalho se baseou, julgou-se que o parâmetro "a" tem relação com as propriedades do material, "b" seja a tensão de compressão uniaxial, "c" como constantes intactas do material, e β , por sua vez, acredita-se que não tenha uma relação com o material, e que apenas exerça influência na inclinação da curva.

5.2 Sugestões para futuras pesquisas

É oportuno sugerir que possíveis trabalhos busquem analisar o significado físico dos parâmetros com a aplicação desta equação generalizada desenvolvida neste trabalho, de forma a incrementar cada vez mais quais são as reais influências

da composição do geomaterial para a sua efetiva resistência e por vez, incrementar mais dados para comprovar a eficácia da equação. Visando desta forma minimizar os possíveis erros e aumentar o desempenho dos materiais aplicados nas obras de engenharia.

Como sugestão, cabem novos estudos sobre a criação de modelos gráficos que facilitem a visualização das variáveis em função da resistência do material, como as realizadas em escalas logarítmicas neste trabalho, e quando já for possível determinar o valor físico de cada incógnita da equação, compreender de que forma estes parâmetros afetam a resistência.

REFERÊNCIAS

AGUIAR, V. R. de. Resistência De Interfaces Solo-Geossintético – Desenvolvimento De Equipamento E Ensaios. Rio de Janeiro: PUC, Departamento de Engenharia Civil, 2008, 373 p.

ALMEIDA, M. S.; MARQUES, M. A. S. Aterros Sobre Solos Moles: Projeto e desempenho. Oficina de textos, 2014, 254 p.

BELL, A. L. *The Lateral Pressure and Resistance of Clay, and the Supporting Power of Clay Foundation. Proc. Institute Civil Eng*, 1915, 199 p.

BIENIAWSKI, Z. T. *Engineering Rock Mass Classifications: a complete manual for engineers and geologists in mining, civil, and petroleum engineering*. Canada: John Wiley & Sons, Inc, 1989, 251p.

BIENIAWSKI, Z. T. *Estimating the Strength of rock*. South Africa: Journal of The South African Institute of Mining and Metallurgy, 1974, 312-320p.

BIENIAWSKI, Z. T. *Mechanism Of Brittle Fracture Of Rock Part 1: Theory Of The Fracture Process*. South Africa, Pretória: National Mechanical Engineering Research Institute, 1967, pp. 395-406.

BIENIAWSKI, Z. T. *Mechanism Of Brittle Fracture Of Rock Part 2: Experimental Studies*. South Africa, Pretória: National Mechanical Engineering Research Institute, 1967, pp. 407-423.

BIENIAWSKI, Z. T. *Mechanism Of Brittle Fracture Of Rock Part 3: Fracture In Tension And Under Long-Term Loading*. South Africa, Pretória: National Mechanical Engineering Research Institute, 1967, pp. 425-430.

BISHOP, A. W. and HENKEL, D. J. *The Measurement Of Soil Properties In The Triaxial Test*, Second Edition. London: Edward Arnold LTD, 1962, 228 p.

BRADY, B. T. *A Thermodynamic Basis For Static And Dynamic Scaling Laws In The Design Of Structures In Rock*. Colo, USA: US Bureau of Mines, Denver Research Center, 1994, 481-488 p.

BUNDER, ARMIN and HAVLIN, SHLOMO. *Fractals and disordered systems*, Second Edition. Alemanha, Berlim: Springer, 1996, 408 p.

CALVÃO, ANGELO MONDAINI. *Estudos de Sistemas Dinâmicos Não Lineares: Pêndulo Duplo, Batimentos Cardíacos e Coletivos de Animais*. Niterói: UFF, Instituto de Física, 2014. 145 p.

COOLING, L. F. and SMITH, D. B. *The shearing resistance of soils, Vol. 1. Proc. Institute Conf. Soil Mechanics and Found. Eng.*, 1935

EDELBRO, CATRIN. *Rock Mass Strength – A review*. Luleå: Luleå University of Technology, 2003, 92 p.

GLERIA, IRAM; MATSUSHITA, RAUL; SILVA, SERGIO DA. *Sistemas complexos, criticalidade e leis de potência*. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 26, n. 2, p. 99 - 108, (2004).

GOODMAN, RICHARD E. *Introduction to Rock Mechanics, Second edition*. University of California at Berkeley: John Wiley & Sons Inc, 1989, 562 p.

Grapher, Golden Software. Graphic Designer (Version 13.2.734), 2018.

GRIFFITH, A. A. - *The Phenomena of Rupture and Flow in Solids*, 1920, pp. 163-197.

HEAD, K. H. *Manual of Soil Laboratory Testing - (Vol. 3) Effective Stress Tests, Second Edition*. England, Chichester: John Wiley & Sons Inc, 1998, 442 p.

HEAD, K. H. *Manual of Soil Laboratory Testing, Permeability and Compressibility Test (Vol. 2)*. USA, New York/Canada: Toronto: John Wiley & Sons Inc, 1994, 440 p.

HOEK, E.; BIENIAWSKI, Z. T. *Brittle Fracture Propagation In Rock Under Compression*. 1965. 19p.

HOEK, E.; BROWN E. T. *The Hoek Brown failure criterion and GSI - 2018 edition*. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2018, 19 p.

HOEK, E.; BROWN, E. T. *Underground Excavations in Rock*. Institute of Mining and Metallurgy (IMM) Hong Kong: 1980, 527 p.

HOEK, E.; BROWN, E.T. *The Hoek-Brown Failure Criterion*, 1988, pp. 31-38.

HOEK, E.; KAISER, P.K.; BAWDEN, W.F. *Support of Underground Excavations in Hard Rock*, Routledge: 2000, p. 228.

IGNACIO, F. V. *Aplicação da Teoria do Caos no Estudo da Queda de Blocos Rochosos no Morro do Cantagalo, Rio de Janeiro – RJ*. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 128p., 2019.

INGOLD, T. S. *Friction Testing – Geomembranes: identification and performance testing* – edited by A. Rollin and J.M. Rigo. Edition published in the Taylor & Francis e-Library, 2005, 280 p.

JOHNSTON, IAN W. *Strength Of Intact Geomechanical Materials*. Journal of Geotechnical Engineering, Vol. III, No. 6. Australia, 1985, 730-749 p.

MARINOS, V.; MARINOS, P.; HOEK, E. *The geological strength index: applications and limitations*. Published online, 2005, 55-66 p.

MENDES, Fernando de Mello. *Mecânica das Rochas*. Lisboa: Instituto Superior Técnico, 1967-68, pp.73-110.

MENEZES FILHO, ARMANDO PRESTES DE. Não-extensividade termodinâmica, invariância discreta de escala e elasto-plasticidade: estudo numérico de um modelo geomecânico auto-organizado criticamente. – Rio de Janeiro: PUC, Departamento de Engenharia Civil, 2003, 189 p.

NUSSENZVEIG, M. (1995) – Introdução aos sistemas complexos, in Complexidade e Caos (Nussenzveig, M., ed.), Ed. UFRJ, 276 p

ORTIGÃO, J. A. R. Introdução à Mecânica dos Solos dos Estados Críticos. Ed. 3ª. Rio de Janeiro: LTC, 2007. 386 p.

RocData, Rocscience. Database of rock (Version 4.014), 2013.

SHEOREY, P. R., BISWAS, A. K., CHOUBEY, V. D. *An Empirical Failure Criterion For Rocks and Jointed Rock Masses. Engineering Geology*, 26. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, (1989) 141-159 pp.

SORNETTE, D. *Critical Phenomena in Natural Sciences - Caos, Fractals, Selforganization and Disorder: Concepts and Tools*. Second edition. Berlin. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006, 528 p.

STANLEY, H. EUGENE. *Application of Fractal Concepts to Polymer Statistics and to Anomalous Transport in Randomly Porous Media. Journal of Statistical Physics*, Vol. 36, Nos. 5/6, 1984.

TSALLIS, CONSTANTINO. *Introduction to Nonextensive Statistical Mechanics*. Springer: 2009, 382 p.

TSALLIS, CONSTANTINO. *Sistemas Complexos*. Petrópolis, Rio de Janeiro: Laboratório Nacional de Computação Científica, 2011.

WEIZENMANN, ANTONIO. *Metamagneto em Campos Magnéticos Uniforme e Aleatório*. Fortaleza: Universidade Federal do Ceará, 2005, 64 p.

YUDHBIR et al. *Empirical failure criterion for rock masses*. Melbourne: Congress of the International Society for Rock Mechanics, 1983

ANEXO

Aplicação das fórmulas teóricas para granito

1

Tipo de Rocha: Granito
Intacta GSI = 94
Considerar que o parâmetro a = |t0|*3,155

Fonte: RocData (Rocscience)
sigma t = -4,9696 Mpa

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	55,65116419
35	68,17634225
50	85,34942571
75	111,1670952
100	134,6678678
125	156,557055
150	177,230302
180	200,7797636
200	215,8515897
220	230,4949905

$$\frac{\tau}{t_0} = 3,155 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,705}$$

Valores de tensão normal e cisalhante em kPa

2

Tipo de Rocha: Granito
Poucas qubras GSI = 80
Considerar que o parâmetro a = |t0|*3,808

Fonte: RocData (Rocscience)
sigma t = -1,7294 Mpa

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	45,01281885
35	56,26385648
50	71,55392623
75	94,36978602
100	115,0316148
125	134,217673
150	152,3002945
180	172,8646816
200	186,010629
220	198,7731541

$$\frac{\tau}{t_0} = 3,808 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,712}$$

Valores de tensão normal e cisalhante em kPa

3

Tipo de Rocha: Granito
Poucas qubras GSI = 60
Considerar que o parâmetro a = |t0|*4,112

Fonte: RocData (Rocscience)
sigma t = -0,3828 Mpa

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	30,54030201
35	38,62424159
50	49,58809985
75	65,93186677
100	80,73038249
125	94,47526567
150	107,4343066
180	122,1782313
200	131,6070677
220	140,7636478

$$\frac{\tau}{t_0} = 4,112 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,707}$$

Valores de tensão normal e cisalhante em kPa

4

Tipo de Rocha: Granito
Poucas qubras GSI = 39
Considerar que o parâmetro a = |t0|*4,478

Fonte: RocData (Rocscience)
sigma t = -0,0786 Mpa

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	19,91696476
35	25,19071124
50	32,31970429
75	42,91134914
100	52,47466902
125	61,33932057
150	69,68414759
180	79,1652025
200	85,22191737
220	91,09935945

$$\frac{\tau}{t_0} = 4,478 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,700}$$

Valores de tensão normal e cisalhante em kPa

5

Tipo de Rocha: Granito
Poucas qubras GSI = 80
Considerar que o parâmetro a = |t0|*5,376

Fonte: RocData (Rocscience)
sigma t = -0,0161 Mpa

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	13,38385533
35	16,85661152
50	21,52741707
75	28,42880206
100	34,62984497
125	40,35721834
150	45,73336575
180	51,82581856
200	55,70999817
220	59,47389012

$$\frac{\tau}{t_0} = 5,376 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,686}$$

Valores de tensão normal e cisalhante em kPa

Aplicação das fórmulas teóricas para andesito

1

Fonte: RocData (Rocscience)
 Tipo de Rocha: Andesito
 Intacta GSI = 94
 Considerar que o parâmetro a = |t0|*2,572
 sigma t = -6,361 Mpa

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	49,66266908
35	60,21296894
50	74,68336072
75	96,4256142
100	116,1938771
125	134,5845885
150	151,9343871
180	171,6760795
200	184,2992257
220	196,5552285

$$\frac{\tau}{t_0} = 2,572 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,696}$$

2

Fonte: RocData (Rocscience)
 Tipo de Rocha: Andesito
 Intacta GSI = 80
 Considerar que o parâmetro a = |t0|*3,107
 sigma t = -2,2137 Mpa

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	40,33448739
35	50,29175599
50	63,85418115
75	84,13482883
100	102,5310042
125	119,6320865
150	135,7629223
180	154,1206787
200	165,8623235
220	177,265706

$$\frac{\tau}{t_0} = 3,107 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,705}$$

3

Fonte: RocData (Rocscience)
 Tipo de Rocha: Andesito
 Intacta GSI = 60
 Considerar que o parâmetro a = |t0|*2,381
 sigma t = -0,49 Mpa

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	18,40114115
35	23,18315822
50	29,65076893
75	39,26136824
100	47,93804936
125	55,97934039
150	63,54756965
180	72,14444666
200	77,63531639
220	82,96292625

$$\frac{\tau}{t_0} = 2,381 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,698}$$

4

Fonte: RocData (Rocscience)
 Tipo de Rocha: Andesito
 Intacta GSI = 39
 Considerar que o parâmetro a = |t0|*3,659
 sigma t = -0,1006 Mpa

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	16,68579489
35	21,03669609
50	26,90027056
75	35,58236248
100	43,39772184
125	50,62574483
150	57,41765394
180	65,12176471
200	70,03704654
220	74,8025586

$$\frac{\tau}{t_0} = 3,659 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,691}$$

5

Fonte: RocData (Rocscience)
 Tipo de Rocha: Andesito
 Intacta GSI = 18
 Considerar que o parâmetro a = |t0|*4,455
 sigma t = -0,0207 Mpa

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	11,18079108
35	14,03413599
50	17,85859718
75	23,48791854
100	28,52875804
125	33,17278106
150	37,52323758
180	42,44436825
200	45,57731759
220	48,61020524

$$\frac{\tau}{t_0} = 4,455 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,676}$$

Aplicação das fórmulas teóricas para mármore

Fonte: RocData (Rocscience)
sigma t = -13,3375 Mpa

Tipo de Rocha: Mármore
Intacta GSI = 95
Considerar que o parâmetro a = |t0|*1,598

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	42,69496718
35	49,72917159
50	59,40802497
75	73,94617419
100	87,12244974
125	99,33234773
150	110,8058669
180	123,8078619
200	132,0925881
220	140,1154605

$$\frac{\tau}{t_0} = 1,598 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,658}$$

Fonte: RocData (Rocscience)
sigma t = -4,3043 Mpa

Tipo de Rocha: Mármore
Intacta GSI = 80
Considerar que o parâmetro a = |t0|*1,933

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	30,60278527
35	37,35419417
50	46,52292398
75	60,16404826
100	72,46724811
125	83,84936386
150	94,54166546
180	106,6628417
200	114,3912998
220	121,880239

$$\frac{\tau}{t_0} = 1,933 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,679}$$

Fonte: RocData (Rocscience)
sigma t = -0,9528 Mpa

Tipo de Rocha: Mármore
Intacta GSI = 60
Considerar que o parâmetro a = |t0|*2,124

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	18,46262014
35	22,96091972
50	28,99342487
75	37,86935305
100	45,80989327
125	53,11817276
150	59,95823445
180	67,68856107
200	72,60625198
220	77,36427553

$$\frac{\tau}{t_0} = 2,124 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,669}$$

Fonte: RocData (Rocscience)
sigma t = -0,1956 Mpa

Tipo de Rocha: Mármore
Intacta GSI = 39
Considerar que o parâmetro a = |t0|*2,308

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	11,25629407
35	14,04409566
50	17,76475147
75	23,21442141
100	28,07244777
125	32,53287448
150	36,69995646
180	41,40198127
200	44,38961451
220	47,27785816

$$\frac{\tau}{t_0} = 2,308 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,662}$$

Fonte: RocData (Rocscience)
sigma t = -0,0402 Mpa

Tipo de Rocha: Mármore
Intacta GSI = 18
Considerar que o parâmetro a = |t0|*2,965

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	7,610982704
35	9,456071096
50	11,90366835
75	15,46538135
100	18,62230694
125	21,50873162
150	24,1964054
180	27,22008073
200	29,1368423
220	30,98682165

$$\frac{\tau}{t_0} = 2,965 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,646}$$

Aplicação das fórmulas teóricas para arenito

1

Fonte: RocData (Rocscience)
sigma t = -3,0261 Mpa

Tipo de Rocha: Arenito
Intacta GSI = 95
Considerar que o parâmetro a = |t0|*2,400

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	33,88727573
35	41,85428107
50	52,68295827
75	68,82612222
100	83,42242201
125	96,95581551
150	109,6935328
180	124,1601717
200	133,3979594
220	142,3591637

$$\frac{\tau}{t_0} = 2,400 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,692}$$

2

Fonte: RocData (Rocscience)
sigma t = -0,9766 Mpa

Tipo de Rocha: Arenito
Intacta GSI = 80
Considerar que o parâmetro a = |t0|*2,913

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	28,4651087
35	35,77685738
50	45,69307808
75	60,46629035
100	73,83104731
125	86,23420521
150	97,91982644
180	111,2056901
200	119,6972588
220	127,9402399

$$\frac{\tau}{t_0} = 2,913 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,702}$$

3

Fonte: RocData (Rocscience)
sigma t = -0,2162 Mpa

Tipo de Rocha: Arenito
Intacta GSI = 60
Considerar que o parâmetro a = |t0|*3,164

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	18,68679452
35	23,56966945
50	30,16156921
75	39,9396151
100	48,75501813
125	56,91693715
150	64,5930239
180	73,30678457
200	78,86955931
220	84,26509191

$$\frac{\tau}{t_0} = 3,164 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,695}$$

4

Fonte: RocData (Rocscience)
sigma t = -0,0444 Mpa

Tipo de Rocha: Arenito
Intacta GSI = 39
Considerar que o parâmetro a = |t0|*2,862

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	9,930383725
35	12,51269137
50	15,98857251
75	21,12866705
100	25,75050506
125	30,02156432
150	34,03238083
180	38,57929554
200	41,47898095
220	44,28944281

$$\frac{\tau}{t_0} = 2,862 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,688}$$

5

Fonte: RocData (Rocscience)
sigma t = -0,0091 Mpa

Tipo de Rocha: Arenito
Intacta GSI = 18
Considerar que o parâmetro a = |t0|*3,340

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	6,220623861
35	7,798330542
50	9,909985009
75	13,01333533
100	15,78841743
125	18,34242778
150	20,73304424
180	23,43526782
200	25,15460368
220	26,81835631

$$\frac{\tau}{t_0} = 3,340 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,672}$$

Aplicação das fórmulas teóricas para xisto

1

Tipo de Rocha: Xisto
Intacta GSI = 95
Considerar que o parâmetro a = |t0|*1,937

Fonte: RocData (Rocscience)
sigma t = -4,0012 Mpa

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	29,62734163
35	36,20736001
50	45,13091969
75	58,38954373
100	70,33508845
125	81,37838066
150	91,74679328
180	103,4953073
200	110,9835028
220	118,2378593

$$\frac{\tau}{t_0} = 1,937 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,677}$$

2

Tipo de Rocha: Xisto
Intacta GSI = 80
Considerar que o parâmetro a = |t0|*2,339

Fonte: RocData (Rocscience)
sigma t = -1,2913 Mpa

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	24,30728933
35	30,38155036
50	38,59906896
75	50,80416232
100	61,81338241
125	72,00737853
150	81,593928
180	92,47480897
200	99,41993791
220	106,1553552

$$\frac{\tau}{t_0} = 2,339 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,692}$$

3

Tipo de Rocha: Xisto
Intacta GSI = 60
Considerar que o parâmetro a = |t0|*2,552

Fonte: RocData (Rocscience)
sigma t = -0,2859 Mpa

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	15,58355419
35	19,56645625
50	24,92231211
75	32,83189709
100	39,93442107
125	46,49087905
150	52,64240388
180	59,61045557
200	64,05127281
220	68,35345531

$$\frac{\tau}{t_0} = 2,552 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,683}$$

4

Tipo de Rocha: Xisto
Intacta GSI = 39
Considerar que o parâmetro a = |t0|*2,785

Fonte: RocData (Rocscience)
sigma t = -0,0587 Mpa

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	9,74831591
35	12,22840328
50	15,55182248
75	20,44223061
100	24,82016191
125	28,85256789
150	32,62938428
180	36,9009126
200	39,61994388
220	42,25188596

$$\frac{\tau}{t_0} = 2,785 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,675}$$

5

Tipo de Rocha: Xisto
Intacta GSI = 18
Considerar que o parâmetro a = |t0|*3,449

Fonte: RocData (Rocscience)
sigma t = -0,012 Mpa

Tensão normal	Tensão cisalhante
25	6,177289276
35	7,699682314
50	9,725329849
75	12,68298159
100	15,31245614
125	17,7220554
150	19,96977883
180	22,50262478
200	24,11029025
220	25,66333517

$$\frac{\tau}{t_0} = 3,449 \left(1 - \frac{\sigma}{t_0}\right)^{0,655}$$

Dados dos ensaios de cisalhamento direto em materiais granulares.

ATI nat 2	
Tensão normal (KPa)	Tensão cisalhante (KPa)
25,40	70,50
51,00	180,25
102,74	274,03
207,35	298,44
418,37	556,80

ATI sub 1	
Tensão normal (KPa)	Tensão cisalhante (KPa)
29,95	32,48
60,98	54,88
119,81	81,84
246,90	184,71
496,82	371,68

ATI sub 2	
Tensão normal (KPa)	Tensão cisalhante (KPa)
29,95	32,48
60,98	54,88
119,81	81,84
246,90	184,71
496,82	371,68

ATI sub 3	
Tensão normal (KPa)	Tensão cisalhante (KPa)
25,63	36,68
51,32	52,31
125,12	103,10
252,74	149,34
500,49	263,18

Cisalhamento Natural cx1	
Tensão normal (KPa)	Tensão cisalhante (KPa)
52,92	107,20
105,39	197,02
248,99	266,03
486,07	511,38

Cisalhamento Natural cx2	
Tensão normal (KPa)	Tensão cisalhante (KPa)
56,07	59,35
110,91	98,78
248,99	155,15
491,95	278,20

Cisalhamento Natural cx3	
Tensão normal (KPa)	Tensão cisalhante (KPa)
25,40	66,78
62,25	89,62
108,31	141,76
248,99	217,85

Cisalhamento Saturada cx1	
Tensão normal (KPa)	Tensão cisalhante (KPa)
62,25	46,40
124,49	83,24
248,99	129,65
497,98	307,47

Cisalhamento Saturada cx2	
Tensão normal (KPa)	Tensão cisalhante (KPa)
62,25	41,44
124,49	76,16
248,99	155,15
497,98	292,59

Cisalhamento Saturada cx3	
Tensão normal (KPa)	Tensão cisalhante (KPa)
31,12	27,28
62,25	50,30
124,49	88,56
248,99	166,49

Laranj Argila Siltosa Natural	
Tensão normal (KPa)	Tensão cisalhante (KPa)
25,81	86,20
209,85	300,00
422,00	410,00

Laranj Argila Siltosa Submersa	
Tensão normal (KPa)	Tensão cisalhante (KPa)
26,35	18,28
51,31	40,06
103,99	71,03
207,77	121,65
506,10	277,11

Laranj Silte Argiloso Natural	
Tensão normal (KPa)	Tensão cisalhante (KPa)
25,36	59,40
50,70	81,35
102,42	125,48
215,03	230,81
502,35	348,58

Laranj Silte Argiloso Submersa	
Tensão normal (KPa)	Tensão cisalhante (KPa)
25,40	27,54
51,00	51,98
102,42	72,74
220,39	131,42
486,12	251,68

Laranj Solo Jovem Natural	
Tensão normal (KPa)	Tensão cisalhante (KPa)
25,92	59,57
51,37	115,84
104,21	138,97
215,03	230,81
421,14	473,73

Laranj Solo Jovem Submersa	
Tensão normal (KPa)	Tensão cisalhante (KPa)
25,66	58,97
52,53	104,80
221,35	254,32
427,34	492,29