



Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Ciência e Tecnologia

Faculdade de Engenharia

Daniela Ribeiro Monteiro

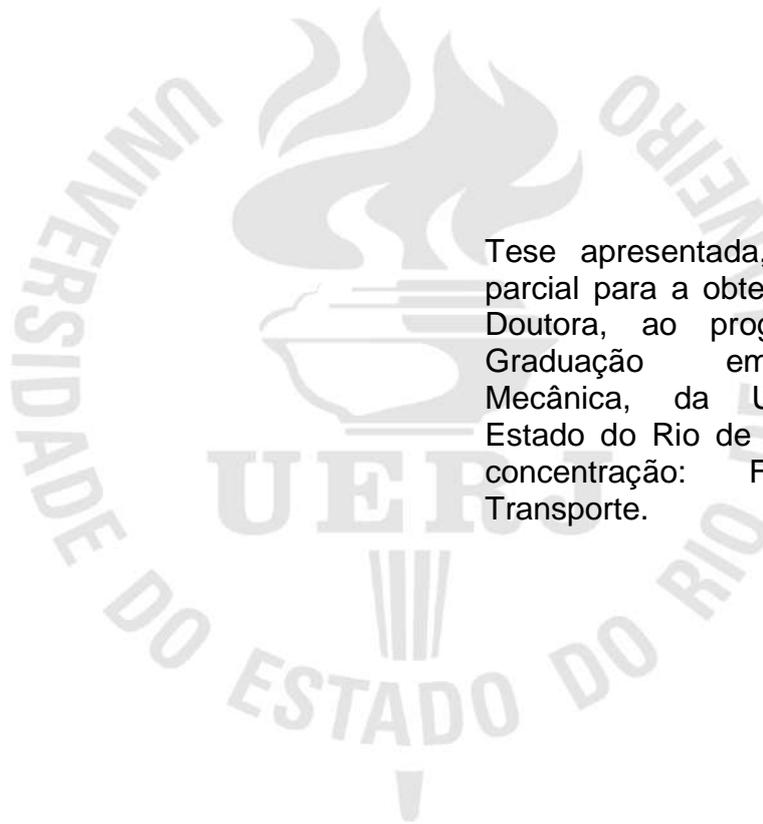
**Um modelo de ecologia matemática para o controle de pragas
com base na dinâmica populacional: estudo de caso no controle
da praga da soja**

Rio de Janeiro

2021

Daniela Ribeiro Monteiro

**Um modelo de ecologia matemática para o controle de pragas com
base na dinâmica populacional:
estudo de caso no controle da praga da soja**



Tese apresentada, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutora, ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Fenômenos de Transporte.

Orientadores: Prof. Dr. Carlos Antônio de Moura
Prof. Dr. João Frederico da Costa Azevedo Meyer

Rio de Janeiro

2021

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC/B

M775 Monteiro, Daniela Ribeiro.
Um modelo de ecologia matemática para o controle de pragas com base na dinâmica populacional: estudo de caso no controle da praga da soja / Daniela Ribeiro Monteiro. – 2021. 87f.

Orientadores: Carlos Antônio de Moura, João Frederico da Costa Azevedo Meyer.

Tese (Doutorado) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Métodos de simulação - Teses. 3. Demografia - Teses. 4. Pragas agrícolas - Controle - Teses. 5. Método dos elementos finitos - Teses. 6. Teoria do controle - Teses. I. Moura, Carlos Antônio de. II. Meyer, João Frederico da Costa Azevedo. III. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia. IV. Título.

CDU 517.97

Bibliotecária: Júlia Vieira – CRB7/6022

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta tese, desde que citada a fonte.

Assinatura

Data

Daniela Ribeiro Monteiro

**Um modelo de ecologia matemática para o controle de pragas com base na
dinâmica populacional: estudo de caso no controle da praga da soja**

Tese apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Doutora, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Aprovada em 8 de dezembro de 2021.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Carlos Antônio de Moura (Orientador)
Instituto de Matemática e Estatística – UERJ

Prof. Dr. João Frederico da Costa Azevedo Meyer (Orientador)
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da
Unicamp – UNICAMP

Prof. Dr. Argimiro Resende Secchi
Engenharia Química, Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-
Graduação e Pesquisa de Engenharia – UFRJ

Prof^a. Dr^a. Claudia Mazza Dias
Instituto Multidisciplinar, Departamento de Tecnologias e Linguagens – UFRRJ

Prof^a. Dr^a. Cristiane Oliveira de Faria
Instituto de Matemática e Estatística – UERJ

Prof^a. Dr^a. Patricia Nunes da Silva
Instituto de Matemática e Estatística – UERJ

Prof^a. Dr^a. Rosane Ferreira de Oliveira
Departamento de Matemática – UFRRJ

Prof. Dr. Rogério Martins Saldanha da Gama
Departamento de Engenharia Mecânica – UERJ

AGRADECIMENTO

Gostaria de usar este espaço para fazer alguns agradecimentos.

Primeiramente, gostaria de agradecer ao meu querido orientador Moura (Carlos Antônio de Moura). Em 2006, comecei meus estudos no curso de matemática na UERJ. Fui aluna reclassificada e assim cheguei um pouco depois da maioria dos colegas. Quando cheguei, já tinha perdido uma aula do Moura e fiquei desesperada, logo na primeira semana de aula. Nos foi passado um trabalho cujo tema era o jogo da velha. E estava nesse tema o início das minhas investigações matemáticas.

Já tinha ouvido falar sobre Teoria dos Jogos e tentei usar, para fazer parte do trabalho, esse tema que escolhi por conta própria estudar. E, graças a esse trabalho, estudei um tema que usei na minha monografia de licenciatura em matemática com o título “Teoria dos jogos: uma introdução”, 2010. Tema este que também foi usado na dissertação do mestrado em computação com o título - “Uma abordagem por meio da teoria dos jogos de um modelo em ecologia matemática”, 2013.

Não foi somente com esse trabalho que o Moura ajudou na minha formação. Logo no primeiro período eu quis desistir da faculdade e conversei com ele. Suas sábias palavras me fizeram continuar no curso e aqui estou, escrevendo minha tese de doutorado. Moura foi meu pai acadêmico tendo que me aguentar e orientar durante a licenciatura em matemática, bacharelado em matemática, mestrado em ciências computacionais e agora no doutorado em engenharia mecânica. Desde 2006 está sendo meu professor, orientador, amigo, companheiro de café, de carona para o campus Fonseca Telles. Agradeço profundamente por durante esse tempo todo ter sido muito mais que um professor na minha vida.

Se não fosse pelo Moura não teria conhecido o Joni (João Frederico da Costa Azevedo Meyer), meu coorientador. Joni foi convidado a integrar parte da banca de defesa do meu mestrado e assim conheci meu irmão acadêmico. Ambos somos filhos do mesmo pai acadêmico”, já que o Moura também foi orientador dele do doutorado.

Agradeço ao Joni por ter aceitado me coorientar/orientar nessa tese. Fico muito grata por ter me recebido na UNICAMP durante a semana que estive por lá, por ter me ajudado no programa desenvolvido, pelas dicas, conselhos, todo o suporte dado até o presente momento. Também fico grata por ter conseguido um tempinho na agenda quando veio ao Rio de Janeiro para me ajudar pessoalmente durante a tese.

Vocês foram mais que simples professores na minha vida. Agradeço muito por isso (e eu sei que o Moura vai reclamar horrores da quantidade de vezes que usei a palavra agradeço, mas dessa vez tem um bom motivo).

Aos meus companheiros de café, curto para o Moura e descafeinado para o Joni, meu muito obrigada!

Também tenho que agradecer aos professores do Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica da UERJ, pelas aulas, momentos de desespero durante as provas, finais de semana perdidos com o desespero causado pelas provas e todo o apoio recebido durante minha trajetória no doutorado.

Agradeço também aos professores que participaram da minha pré-banca e aos que participaram da minha defesa, especialmente a professora Cláudia Concordido, que fez parte da pré-banca e também foi minha professora da graduação.

Tenho que agradecer também minha mãe, Rita, por não ter me deixado desistir durante as inúmeras vezes que eu largaria o doutorado e olha que não foram poucas não.

Aos meus pets (os que já se foram e os que estão comigo) que sempre me deram o apoio emocional para continuar nessa trajetória, que foi mais longa do que o esperado.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Muito obrigada!

DEDICATÓRIA

A minha sanidade mental e aos meus bichinhos de quatro patas.

- Por favor, pode me ensinar o caminho para sair daqui?, perguntou Alice.
- Depende: para onde quer ir?, contestou o Gato.
- Não faz muita diferença aonde eu vá, continuou Alice.
- Sendo assim, não importa muito o caminho que vai seguir, concluiu o Gato.

Lewis Carroll, Alice no País das Maravilhas

RESUMO

MONTEIRO, D. R. *Um modelo de Ecologia Matemática para o controle de pragas com base na Dinâmica Populacional: estudo de caso no controle da praga da soja*. 2021. 87f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2021.

A presente tese propõe uma abordagem alternativa na simulação matemática de um cenário preocupante em ecologia: o controle de pragas nocivas a uma dada lavoura de soja em uma específica região geográfica. Utiliza-se a modelagem de dinâmica populacional, onde estuda-se de forma inédita o que ocorre ao acrescentar na capacidade de suporte do predador o efeito que ocorre com o aumento/diminuição das presas. Essas equações, que modelam comportamentos de interação entre espécies presentes num meio (como, por exemplo, a dinâmica populacional numa relação predador–presa), possuem, com os parâmetros inicialmente utilizados, um ponto de equilíbrio natural com níveis mais altos de praga do que aquele econômica e ecologicamente viável no contexto agrícola sob exame. Acoplada a um sistema desse tipo, temos a presença da equação diferencial parcial não linear para modelar a dispersão e o transporte de um fungo introduzido no cultivo da soja com vistas a agir como controle biológico da praga considerada. Este instrumental matemático deve incluir, além da relação interespecífica, a dispersão do fungo, a possibilidade de seu transporte advectivo, além de sua dinâmica populacional com uma competição intraespecífica. O esquema desenvolvido neste trabalho conduz a ferramentas suficientemente simples, embora com aproximações numéricas de ordem quadrática, de tal forma a possibilitar seu uso no estudo e na análise de efetivas situações reais. Os dados utilizados para o tratamento do problema que conduziu a esta pesquisa interdisciplinar foram coletados de material bibliográfico produzido pela Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária - EMBRAPA.

Palavras-chave: EDO. EDP. Método das diferenças finitas. Esquema de Crank-Nicolson.

ABSTRACT

MONTEIRO, D. R. *A mathematical ecology model for pest control based on population dynamics: a case study towards soy pest control*. 2021. 87f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2021.

The present thesis proposes an alternative approach in the mathematical simulation of a worrisome scenario in ecology: the control of pests harmful to a given soybean crop in a specific geographic region. Modeling of population dynamics is used, where it is studied in an unprecedented way what happens when complementing the ability to predator support the effect that occurs with the increase/decrease of prey. These equations, that model interaction behavior among species present in a medium (such as population dynamics in a predator-prey relationship), have, with the initially used parameters, a break-even with higher levels of pest than desired in the agricultural context under examination. Coupled to such a system, we have the presence of a nonlinear partial differential equation with the aim to model the fungus dispersion and transport along with its population dynamics through intra-specific competition. The scheme developed in this work leads to sufficiently simple tools, in order to make its hereby use feasible thorough study and analysis in real environments. Data employed to treat the problem that has led to this interdisciplinary research have been collected from bibliographic material edited by Brazilian Agricultural Research Company – EMBRAPA.

Keywords: ODE. PDE. Finite-difference method. Crank-Nicolson scheme.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Manejo Integrado de Pragas	27
Figura 2	Pragas da soja, parte da planta atacada e sua importância relativa.....	31
Figura 3	Estágios da lagarta <i>Anticarsia gemmatalis</i>	33
Figura 4	Variação de umidade das capitais	34
Figura 5	Entomopatógenos de lagartas	34
Figura 6	Representação da malha trabalhada	54
Figura 7	Resultado da Simulação Numérica – 1	58
Figura 8	Resultado da Simulação Numérica – 2	59
Figura 9	Resultado da Simulação Numérica – 3	60
Figura 10	Resultado da Simulação Numérica – 4	61
Figura 11	Pano de Batida	81
Figura 12	MIP na cultura da soja	81

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Soja em Números.....	20
Tabela 2	Categorização do tipo de efeito nas principais interações ecológicas: positivo (+), negativo (-) ou neutro (0).....	46
Tabela 3	Simulação numérica – 1.....	58
Tabela 4	Simulação numérica – 2.....	59
Tabela 5	Simulação numérica – 3.....	60
Tabela 6	Simulação numérica – 4.....	61

LISTA DE SIGLAS

ANVISA	Agência Nacional de Vigilância Sanitária
CBOT	Chicago Board of Trade
CNPQ	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
EDO	Equação Diferencial Ordinária
EDP	Equação Diferencial Parcial
FAO	Food and Agriculture Organization
IBAMA	Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e dos Recursos Naturais Renováveis
INC	Instrução Normativa Conjunta
MAPA	Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento
MIP	Manejo Integrado de Pragas
TIE	Técnica de Inseto Estéril

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	14
1	SOJA E O CONTROLE DE PRAGAS	20
1.1	A soja no mundo	20
1.2	O que são pragas?	21
1.3	O uso de agrotóxicos	22
1.3.1	<u>Consequências do uso de agrotóxicos</u>	23
1.4	Soluções alternativas para o controle de pragas	26
1.4.1	<u>Cultivo sem agrotóxico</u>	26
1.4.2	<u>Manejo Integrado de Pragas</u>	27
1.4.2.1	<u>Controle biológico</u>	28
1.4.2.2	<u>Controle biológico com uso de fungos</u>	29
1.5	Aplicação ao controle de pragas em lavouras de soja	30
1.5.1	<u>Pragas da soja</u>	30
2	MODELAGEM DA DINÂMICA POPULACIONAL	36
2.1	Dinâmica Populacional	36
2.2	Modelos de dinâmica populacional com dispersão	41
2.3	Modelos de dinâmica populacional para duas populações	45
3	O MODELO ADOTADO PARA A SITUAÇÃO-PROBLEMA: FORMULAÇÃO E MÉTODOS NUMÉRICOS PARA A APRO- XIMAÇÃO DE SUA SOLUÇÃO	48
3.1	Introdução	48
3.2	O modelo Fungo–Lagarta	48
4	RESULTADOS DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA	55
4.1	Introdução	55

4.2	Recapitulação do problema	55
4.3	Resultado das Simulações	57
5	CONCLUSÃO	62
	REFERÊNCIAS.....	66
	APÊNDICE I	73
	ANEXO I	80

INTRODUÇÃO

A agricultura é uma das mais antigas atividades desenvolvidas pelos humanos e uma das mais importantes. Foi na Idade da Pedra que surgiram as primeiras técnicas e materiais para o cultivo das plantas e confinamento de animais. A partir desse período começou o processo de sedentarização do ser humano, permitindo moradia fixa em certo local, coexistindo a coleta e a caça com a agricultura ainda por um bom tempo.

A partir do desenvolvimento da agricultura e do processo de sedentarização, civilizações foram surgindo. Nesse sentido, à medida que essas sociedades modernizaram suas técnicas e tecnologias, mais a evolução da agricultura percorreu com seus avanços (SCHNEIDER, 2003).

Com o desenvolvimento da agricultura ficavam evidentes os danos que as pragas/pragas, mais conhecidas como pragas biológicas – caracterizadas como surtos de determinadas espécies nocivas ao desenvolvimento – agrícola –, poderiam causar. Comumente ocorria perda parcial (ou total) da agricultura devido a esses surtos (SCHNEIDER, 2003).

Junto à crescente onda de civilização estava a agricultura que, segundo Malthus, não conseguiria atender à grande demanda demográfica existente na época *circa* 1789. Ele previa o crescimento demográfico seguir uma progressão geométrica enquanto o crescimento da agricultura obedeceria uma progressão aritmética (SOUZA; PREVIDELLI, 2017).

Conforme sua teoria, a população pobre aumentava de forma descontrolada e somente guerras, ou epidemias, ou desastres naturais poderiam ser fatores controladores do crescimento populacional, estimado como ilimitado e com o crescimento duplicado a cada 25 anos. Já a produção de alimentos (meios de subsistência) crescia em ritmo lento, sendo restrita aos limites naturais no planeta, i.e., sendo limitada (SOUZA; PREVIDELLI, 2017).

Malthus lançou sua teoria no final do século XVIII, em plena Revolução Industrial. Ele não considerou o grande progresso científico na agropecuária que ocorria na época.

Este permitiu que a produção de suprimentos se tornasse suficiente ou maior do que o crescimento populacional e possibilitasse que todos pudessem ser alimentados, não necessitando de pestes e/ou guerras como controladores populacionais (SOUZA; PREVIDELLI, 2017).

Malthus deu então início ao estudo das dinâmicas populacionais, cuja principal ferramenta é a modelagem matemática. A modelagem matemática é a área do conhecimento que estuda a simulação de sistemas reais a fim de prever o comportamento destes, sendo empregada em diversos campos de estudo, tais como física, química, biologia, economia e engenharias. Ou seja, a modelagem matemática consiste na atividade (ou tentativa) de descrever matematicamente um fenômeno (BASSANEZI, 2002).

Vale a pena ressaltar que um modelo não necessariamente descreve a atividade de forma exata, completa, mas o mais próximo, com os meios disponíveis, do que seria o real. Por ser um modelo que precisa de vários dados para ser calibrado, alguns erros (ou ausência de dados) não conseguem traduzir completamente a realidade, sendo então passível de erros e gerando resultados distintos do esperado ou observado (BASSANEZI, 2002). A modelagem matemática surge então como uma aliada para vislumbrar diversos cenários do campo de estudo em questão.

Um dos campos a que se pode aplicar a modelagem é a Ecologia Matemática. Primeiramente deve-se compreender o conceito de ecologia, que é o estudo científico das interações que determinam a distribuição e abundância dos organismos, bem como a transformação e fluxo de energia e matéria. A palavra deriva do grego “*oikos*”, que significa casa, e “*logos*”, estudo. A ecologia abrange diversos conceitos fundamentais como: habitat, nicho ecológico, fatores bióticos e abióticos, biodiversidade, relações ecológicas, cadeia alimentar, níveis organizacionais, dentre outros (JORGENSEN, 2011).

Fazendo a ligação dos conceitos acima com a matemática, surge a ecologia matemática, que se propõe a utilizar modelos matemáticos para analisar, avaliar, entender e prever fenômenos ecológicos. Modelar um fenômeno real consiste em estabelecer uma correspondência entre grandezas, ações, seres, eventos de um dado contexto do universo e variáveis sujeitas a determinadas relações matemáticas. A correspondência – *a priori*

– estabelecida entre a matemática e o fenômeno real permite o emprego das conclusões matemáticas obtidas no ambiente sob estudo.

Importante destacar que a ecologia matemática faz parte da biomatemática, área da matemática aplicada dentro das ciências exatas e da terra, que é uma das áreas de conhecimento adotadas pelo CNPQ (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico).¹

Este trabalho visa juntar os estudos de dinâmicas populacionais com a agricultura, mais especificamente retratando o que ocorre na agricultura de soja no Brasil. Segundo (EMBRAPA, 2021) a safra de soja de 2019/2020 no mundo foi de 337,298 milhões de toneladas, sendo o Brasil o maior produtor mundial do grão, com a produção de 114,843 milhões de toneladas.

A soja é uma planta pertencente à família *Fabaceae*, família que compreende também plantas como o feijão, a lentilha e a ervilha. É empregada na alimentação humana e animal, sendo comercializada principalmente como grão, óleo ou farelo (CECHINEL, 2014) e sendo um dos principais grãos na composição de rações animais (SCHUCK; LUGLIO; CARVALHO, 2018).

Em 2020 o preço da saca de soja chegou a bater recorde com exportações em alta, impulsionadas pela valorização do câmbio. Com um consumo interno aquecido, a oferta desses grãos no país foi escassa, o que obrigou o governo a zerar as tarifas para importação (SANTOS, 2020). Já em 2021, o preço acumulou alta superior de 80% em março frente ao mesmo período em 2020, conforme dito em Farmnews (2021).

Por ser muito importante na agricultura, plantações de soja são constantemente tratadas para evitar que surtos de pragas ocorram. Para esse procedimento geralmente são usados agrotóxicos que, segundo a Lei N° 7.802, de 11 de julho de 1989, são caracterizados como (CASA CIVIL, 1986):

- os produtos e os agentes de processos físicos, químicos ou biológicos, destinados ao uso nos setores de produção, no armazenamento e beneficiamento de produtos agrícolas, nas pastagens, na proteção de florestas, nativas ou implantadas, e de

¹Área de conhecimento 1.01.04.00-3.

outros ecossistemas e também de ambientes urbanos, hídricos e industriais, cuja finalidade seja alterar a composição da flora ou da fauna, a fim de preservá-las da ação danosa de seres vivos considerados nocivos;

- substâncias e produtos, empregados como desfolhantes, dessecantes, estimuladores e inibidores de crescimento.

Agrotóxicos são produtos químicos que causam como efeitos colaterais a poluição do solo e do lençol freático, além de câncer e outras enfermidade, e a destruição da fauna e da flora locais. Para evitar o uso excessivo deste tipo de produto, que nos últimos 5 anos teve mais de 1746 novos registros liberados pela ANVISA (Agência Nacional de Vigilância Sanitária)(GRIGORI, 2020), outros métodos são utilizados, tais como: controle biológico, controle físico e controle com barreiras.

Isso posto, esta tese busca trabalhar modelos de dinâmica populacional, mais especificamente o embate entre a lagarta da soja (*Anticarsia gemmatalis*) com o fungo (*Nomuraea rileyi*), no sentido de avaliar a introdução de um controle biológico dessa praga, a lagarte da soja, no seu cultivo, dada a sua importância para a economia brasileira e os malefícios provocados pelo uso indiscriminado dos agrotóxicos.

Este trabalho é uma continuação da dissertação desenvolvida no mestrado de Ciências Computacionais do IME - Instituto de Matemática e Estatística da UERJ - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, intitulada “Uma abordagem por meio da teoria dos jogos de um modelo em ecologia matemática” (MONTEIRO, 2013), cujo tema trabalhava com o controle de pragas na lavoura usando teoria de controle juntamente com teoria dos jogos. Esta tese abordará o mesmo estudo de caso com outro enfoque.

Novos elementos foram incorporados como, por exemplo, o uso de um sistema não linear que usa uma equação diferencial ordinária e outra, a derivadas parciais, uma maneira de simplificar o tratamento numérico e a precisão dos resultados computacionais em função das sucessivas resoluções de sistemas em cada passo no tempo. Também, a capacidade de suporte do fungo não é fixa, antes varia com a população de lagartas e isto aparece de imediato no tratamento matemático da competição intraespecífica. Esta opção contribui para a não lineidade do sistema usado na modelagem do fenômeno estudado.

A modelagem, com os aspectos de inovação acima destacados permite análises quantitativas e qualitativas que deverão poder contribuir para certas estratégias do controle biológico de pragas, usando um novo tipo de modelagem matemática. Cabe destacar, também, que este trabalho se constitui num ponto de partida para futuros novos estudos de modelos com esse diferencial. Para a realização desse trabalho, desenvolveu-se um modelo matemático com elementos de dispersão, discretizado no espaço com o emprego do método de diferenças finitas centradas. Já para a variável temporal utiliza-se o método de Crank–Nicolson. As simulações foram realizadas no ambiente do software Octave para obtenção dos resultados.

Dessa forma o trabalho, mesmo sendo da área de ecologia matemática, se encaixa dentro do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica com ênfase em transporte. O trabalho está dividido da seguinte forma:

Capítulo 1: Nesse capítulo será abordada a importância da produção de soja na agricultura brasileira e no mundo. Posteriormente, serão fornecidos ao leitor os conceitos de pragas, como controlá-las, o motivo pelo qual o uso de agrotóxicos em excesso não é recomendado e como realizar a gestão integrada do controle de pragas. Também serão discutidas algumas especificidades do manejo integrado, a relação com as lavouras de soja e a forma de utilização de inimigos naturais para evitar o avanço da praga da soja na lavoura.

Capítulo 2: Serão expostos os principais conceitos de dinâmica populacional, desde o modelo inicialmente proposto por Thomas Malthus até o modelo de dinâmica populacional com dispersão entre duas espécies, passando pelos modelos intermediários que foram desenvolvidos com o tempo. Também serão apresentados os conceitos relacionados ao modelo predador-presa e a relação entre os indivíduos/populações.

Capítulo 3: Apresenta-se o modelo proposto de predador-presa entre a lagarta da soja *Anticarsia gemmatalis* e o fungo *Nomuraea rileyi* que a parasita, sendo conduzida a discretização no espaço com a utilização do método de diferenças finitas centradas e no tempo com o método de Crank–Nicolson.

Capítulo 4: Explica-se o motivo da utilização do ambiente Octave, apresenta-se parte da bibliografia acadêmica consultada para estimativa dos parâmetros do modelo utilizado na simulação e mostram-se os resultados obtidos das simulações do modelo proposto no Capítulo 3 com valores baseados na literatura e outras simulações realizadas com valores distintos.

Capítulo 5: Finaliza-se o trabalho com as conclusões a partir dos resultados obtidos no Capítulo 4, discorrendo sobre cada um dos resultados obtidos nas simulações e a importância do controle da praga de soja nas lavouras brasileiras.

Apêndice I: Disponibiliza-se o programa desenvolvido em Octave com o modelo proposto para o leitor.

Anexo I: Apresentam-se a técnica de pano de batida, os principais tipos de pragas que atacam as sojas em seus diferentes níveis de estágio, além da ficha de monitoramento de pragas na cultura da soja – MIP Soja, desenvolvida pela EMBRAPA.

1 SOJA E O CONTROLE DE PRAGAS

1.1 A soja no mundo

A soja (*Glycine max*) é uma planta da família *Fabaceae*, originária da China e do Japão. A palavra “soja” vem do japonês “shoyu”. Ela é empregada na alimentação humana e animal (no preparo de rações), sendo cerca de 79% da soja no mundo esmagada para fabricação de ração animal e 18% para produção de óleo de soja. Além disso, o óleo de soja é o óleo vegetal mais consumido no mundo, ocupando 25% do mercado global

Segundo (EMBRAPA, 2021), o Brasil foi o segundo maior produtor mundial, perdendo para os EUA, na Safra de 2018/2019. Já na safra de 2019/2020, o Brasil se tornou o maior produtor mundial do grão, tendo os EUA ocupado o segundo lugar. O comparativo entre essas safras pode ser observado na Tabela 1 a seguir.

Tabela 1: Soja em Números

	Safra 2018/2019	Safra 2019/2020
Soja no mundo		
Produção	362,075 milhões de toneladas	337,298 milhões de toneladas
Área Plantada	125,691 milhões de hectares	122,647 milhões de hectares
Soja nos EUA		(maior produtor mundial em 2019)
Produção	124,845 milhões de toneladas	96,676 milhões de toneladas
Área Plantada	36,950 milhões de hectares	36,950 milhões de hectares
Produtividade	3,379 kg/ha	3.616 kg/ha
Soja no Brasil		(maior produtor mundial em 2020)
Produção	123,664 milhões de toneladas	114,843 milhões de toneladas
Área Plantada	35,657 milhões de hectares	35,821 milhões de hectares
Produtividade	3,468 kg/ha	3.206 kg/ha

Fonte: Adaptado de (EMBRAPA, 2021)

A partir da primeira década de 2000, com o crescimento econômico significativo e acelerado de grande parte dos países emergentes, elevou-se o poder de compra da população. Com o incremento sustentado de renda, criaram-se condições amplamente favoráveis

para o evento mais impactante do cenário agrícola mundial, que foi o aumento contínuo na demanda por alimentos, especialmente por proteína animal. Foi nesse âmbito que as variáveis de oferta e demanda se tornaram os *drivers*² do preço da soja na CBOT (*Chicago Board of Trade*), que é uma bolsa de mercadorias, referência no comércio mundial de soja e derivados (HIRAKURI, 2020).

A produção brasileira de soja apresentou uma taxa geométrica de crescimento anual de 6,2% entre as safras agrícolas 2000/2001 e 2017/2018, o que fez a quantidade colhida mais do que triplicar, saltando de 38,4 milhões para 119,3 milhões de toneladas. Para tanto, dois elementos tiveram grande importância: área e produtividade (HIRAKURI, 2020). Com a importância da soja no mercado brasileiro, medidas devem ser tomadas para evitar a infestação de uma praga na lavoura.

1.2 O que são pragas?

Designa-se como *praga* (ou *peste*) o surto de determinadas espécies nocivas ao desenvolvimento agrícola ou que destroem a propriedade humana, perturbam os ecossistemas, ou ainda que provocam doenças epidêmicas no homem ou em outros animais (PRAGAS... 2021).

Geralmente, associa-se a palavra *praga* a animais, tais como ratos ou insetos, porém pode-se aplicar a mesma designação a ervas daninhas (plantas que nascem em local e momento indesejado, podendo interferir negativamente na agricultura), consideradas invasoras, prejudiciais à biodiversidade de alguns ambientes ou à produção agrícola.

O conceito oficial de praga é estabelecido pela FAO (*Food and Agriculture Organization*) como sendo: “qualquer espécie, raça ou biótipo de vegetais, animais ou agentes patogênicos, nocivos aos vegetais ou produtos vegetais”. Portanto, o termo praga compreende animais (insetos, ácaros e nematóides), doenças (causadas por fungos, bactérias, vírus e viróides) e plantas (ervas daninhas)(PRAGAS... 2021).

²nesse caso, pode-se falar que são os reguladores do preço.

1.3 O uso de agrotóxicos

De acordo com informações do Ministério do Meio Ambiente, segundo a legislação vigente, agrotóxicos “são produtos e agentes de processos físicos, químicos ou biológicos, utilizados nos setores de produção, armazenamento e beneficiamento de produtos agrícolas, pastagens, proteção de florestas, nativas ou plantadas, e de outros ecossistemas e de ambientes urbanos, hídricos e industriais” (ZAMBOLIM; PICANÇO, 2003).

O Brasil é o maior consumidor de produtos agrotóxicos no mundo, sendo que nos últimos 5 anos teve mais de 1746 novos registros liberados pela ANVISA (Agência Nacional de Vigilância Sanitária) (GRIGORI, 2020). Em decorrência da significativa importância, tanto em relação à sua toxicidade quando à escala de uso no Brasil, os agrotóxicos possuem uma ampla cobertura legal no país, com um grande número de normas.

O constante aumento na produção de alimentos em grande escala é responsável pela redução dos custos com a alimentação. Entretanto, o retorno econômico para os agricultores é inversamente proporcional ao aumento da produção de alimentos. Essa tendência é perigosa para a manutenção da sustentabilidade do agronegócio (GAZZONI, 1994). Quanto maior a produção de alimentos, menor o preço da comercialização e com isso mais o produtor deve gerar para conseguir aumentar seu faturamento.

A crescente busca por tecnologias que maximizem a produtividade da agricultura, em muitos casos, desconsidera os problemas ambientais causados por tal prática. Assim é indispensável a consideração dos impactos ambientais no desenvolvimento de novas tecnologias antes da sua utilização em grande escala. O impacto ambiental e social deve ser considerado como tão ou mais importante que os aspectos econômicos no desenvolvimento (ou aplicação) dessa nova tecnologia.

Qualquer cultivo, caso não tratado, pode sofrer uma perda irreparável pela ação dos predadores, tais como insetos, lagartas, moscas ou doenças causadas por fungos. A técnica atualmente mais empregada para combater as pragas na agricultura é a de recorrer aos agrotóxicos, produtos químicos com a finalidade de exterminar pragas ou doenças que ataquem as culturas agrícolas (CAMACHO, 2010). Entre eles, podem-se

encontrar os inseticidas, herbicidas, fungicidas, raticidas e outros. Além de serem tóxicas, essas substâncias se mantêm no solo por muitos anos e, pela cadeia alimentar, vão se acumulando no corpo dos animais e do ser humano, de forma a provocar doenças graves e até a morte. Uma forma alternativa de se combater as pragas é a utilização de controle biológico.

1.3.1 Consequências do uso de agrotóxicos

A ampla utilização de agrotóxicos no processo de produção agropecuária, entre outras aplicações, tem trazido uma série de transtornos e modificações para o ambiente, seja através da contaminação das comunidades de seres vivos que o compõem, seja através da sua acumulação nos segmentos bióticos e abióticos dos ecossistemas (biota, água, ar, solo, sedimentos, etc).

Um dos efeitos ambientais indesejáveis dos agrotóxicos é a contaminação de espécies que não interferem no processo de produção que se tenta controlar, as chamadas espécies não-alvo, tais como a espécie humana. Além disso, têm-se também outros problemas originados pelo uso de inseticidas, tais como:

- A resistência das pragas;
- Destruição de organismos não-alvo;
- Surgimento de pragas secundárias;
- Efeitos adversos ao meio ambiente através da contaminação do solo e da água.

Os danos causados por esses agentes químicos não ficam somente no solo e no responsável pela sua aplicação, mas também no alimento que vai parar na mesa do consumidor final (ZAMBOLIM; PICANÇO, 2003).

Os agrotóxicos para serem produzidos, exportados, importados, comercializados e utilizados devem ser previamente registrados em órgão federal, de acordo com as diretrizes e exigências das instituições responsáveis pelos setores da saúde, do meio ambiente e da agricultura. O IBAMA (Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e dos Recursos Naturais Renováveis) realiza a avaliação do potencial de periculosidade ambiental de todos os agrotóxicos registrados no Brasil (YAMADA; ABDALLA, 2007).

Segundo a Lei Nº 7.802, de 11 de julho de 1989, artigo 3º, parágrafo 6º, no Brasil é proibido o registro de agrotóxicos:

- Para os quais o Brasil não disponha de métodos para desativação de seus componentes, de modo a impedir que os seus resíduos remanescentes provoquem riscos ao meio ambiente e à saúde pública;
- Para os quais não haja antídoto ou tratamento eficaz no Brasil;
- Que revelem características teratogênicas, carcinogênicas ou mutagênicas, de acordo com os resultados atualizados de experiências da comunidade científica;
- Que provoquem distúrbios hormonais, danos ao aparelho reprodutor, de acordo com procedimentos e experiências atualizadas na comunidade científica;
- Que se revelem mais perigosos para o homem do que os testes de laboratório, com animais, tenham podido demonstrar, segundo critérios técnicos e científicos atualizados;
- Cujas características causem danos ao meio ambiente.

Uma vez concedido, o registro de agrotóxicos no Brasil tem prazo indeterminado. No entanto, o conhecimento técnico-científico sobre esses produtos está em permanente evolução e, mesmo após o registro, novos aspectos e riscos podem ser identificados.

Dessa forma, o Decreto nº 4.074, de 2002, previu que os MAPA (Ministérios da Agricultura, Pecuária e Abastecimento, da Saúde e do Meio Ambiente), no âmbito de suas respectivas áreas de competência, devem promover a reavaliação do registro de agrotóxicos quando organizações internacionais responsáveis pela saúde, alimentação ou meio ambiente das quais o Brasil seja membro integrante ou signatário de acordos e convênios alertarem para riscos ou desaconselharem o uso de agrotóxicos, seus componentes e afins ou quando surgirem indícios da ocorrência de riscos que desaconselhem o uso de produtos registrados.

Os procedimentos gerais para fins de reavaliação agronômica, toxicológica ou ambiental dos agrotóxicos, seus componentes e afins foram estabelecidos pela INC (Instrução Normativa Conjunta) nº 2, de 27 de setembro de 2006, publicada pelos três órgãos envolvidos na regulamentação de agrotóxicos no Brasil, o MAPA (Secretaria de Defesa

Agropecuária), a ANVISA e o IBAMA. Nessa norma foram definidas as situações em que devem ser efetuadas as reavaliações de agrotóxicos no Brasil.

Além dos alertas de organizações internacionais previstos na Lei e no Decreto, as reavaliações de agrotóxicos podem decorrer de iniciativa de um ou mais dos órgãos federais envolvidos no processo de avaliação e registro de agrotóxicos, quando houver indícios de redução de eficiência agrônômica, alteração dos riscos à saúde humana ou ao meio ambiente; ou de pedido do titular do registro ou de outro interessado, desde que fundamentado tecnicamente.

Ao final da reavaliação, os produtos poderão ter seus registros mantidos, alterados, suspensos ou cancelados, com proibição do ingrediente ativo, (PEREZ, 2007).

No Brasil, um dos principais agrotóxicos comercializados é o glifosato, tendo 110 produtos comercializados com essa substância, produzidos por 29 empresas diferentes. Criado nos anos de 1950 pela indústria farmacêutica, o princípio ativo ficou conhecido nos anos de 1970, quando a empresa Monsanto – hoje pertencente à Bayer – desenvolveu um poderoso herbicida, conhecido por “*Roundup*”. Suas vendas estouraram quando a companhia lançou sua linha de sementes transgênicas “*Roundup Ready*”, resistentes ao composto, nos anos de 1990 (MACHADO, 2016).

O herbicida à base de glifosato é aplicado nas folhas de plantas daninhas, as que nascem no meio das lavouras e prejudicam a produção agrícola. Este produto bloqueia a capacidade desta planta de absorver alguns nutrientes.

O glifosato também pode ser usado como dessecante, caso o produtor queira colher a soja ainda verde, o produto uniformiza a lavoura e permite antecipar a colheita.

Cerca de 98% da soja no Brasil é preparada para receber o glifosato (soja transgênica). Assim, grande parte dos representantes do setor agropecuário acreditam que não seria possível manter a produção nacional no patamar atual sem o uso de agrotóxicos.

De acordo com Camacho (2010) “a relação entre monocultura e latifúndio tem formado uma combinação impactante socioambientalmente. Tendo como principais cultivos a cana, a soja e o eucalipto, os agroecossistemas simplificados do agronegócio requerem a utilização cada vez maior de agroquímicos para combater pragas e garantir a produtivi-

dade, ocasionando grandes impactos a nossa sociobiodiversidade”.

Mas o cenário mundial não está favorável aos fabricantes de glifosato, o mesmo enfrenta vetos em países europeus e mais de 18 mil ações nos tribunais nos Estados Unidos que relacionam o seu uso a enfermidades como o câncer.

Apesar disso, no Brasil, o agrotóxico mais vendido no mundo não só teve a licença de comercialização renovada como também, oficialmente, tornou-se menos perigoso aos olhos do governo brasileiro.

Isso porque, após a reclassificação de toxicidade aprovada pela Agência Nacional de Vigilância Sanitária, 93 produtos formulados à base de glifosato tiveram a classificação de toxicidade reduzida. Antes, 24 produtos à base do herbicida eram considerados na classe de “Extremamente Tóxico”. Agora não há nenhum produto enquadrado na categoria máxima de toxicidade (GRIGORI, 2019).

1.4 Soluções alternativas para o controle de pragas

Conforme visto anteriormente, o uso dos agrotóxicos de forma descontrolada causa mais malefícios que benefícios ao meio ambiente. A maioria das monoculturas em grandes áreas ainda não contempla o uso de recursos isentos de agroquímicos que sejam tóxicos. As imposições de normas para conversão do solo e obrigações trabalhistas acabam encarecendo o produto final (SALATI, 2021). Assim, visando a melhoria nas técnicas de produção agrícola, o uso de Programas de Manejo Integrado de Pragas (MIP), também chamado de gestão integrada do controle de pragas, é uma alternativa para reduzir o número de aplicações de agrotóxicos.

1.4.1 Cultivo sem agrotóxico

Núcleos de agricultura natural ou orgânica (sem o uso de agrotóxicos) surgem como alternativa ao modelo das monoculturas, que privilegia a produtividade à custa da saúde dos lavradores e dos consumidores. Os produtores orgânicos estão ganhando cada vez mais espaço junto aos consumidores.

Os produtos orgânicos, em geral, são de menor tamanho e levam mais tempo para serem produzidos e colhidos. O fato é que quanto maior for a fruta ou hortaliça, mais se deve desconfiar do uso abusivo de agrotóxicos.

Comparada às monoculturas de larga escala, a agricultura orgânica³, ainda não se impôs devido às inúmeras perdas que ocorrem geradas pelas pragas. O preço elevado final do produto induz também a não haver consumidores em número suficiente para que mais agricultores possam vir a utilizar essa técnica, fora as cobranças legais à venda do produto dito orgânico (SALATI, 2021).

1.4.2 Manejo Integrado de Pragas

O MIP é uma junção de diversas técnicas de manejo, com o objetivo de manter a população da praga abaixo dos níveis que causem danos econômicos e ecológicos.

Atualmente várias práticas e métodos permitem controlar pragas e doenças sem o uso de produtos tóxicos: o uso de variedades de plantas resistentes a pragas; rotação de cultura; distribuição de resíduos de colheitas; adubação adequada e outras boas práticas agrícolas. Os métodos do manejo integrado consistem em: inserção de variedades resistentes, sanidade da semente, tratamento de sementes, espaçamento, rotação de culturas, cobertura do solo, controle químico e controle biológico. Um esquema ilustrativo desse manejo encontra-se na Figura 1.

³Como temas interessantes para estudo de práticas agrícolas mais sustentáveis, sugerimos os assuntos: agroecologia, permacultura e agricultura biodinâmica.

Figura 1 – Manejo Integrado de Pragas



Fonte: (GÊNICA, 2021)

1.4.2.1 Controle biológico

O controle biológico consiste em introduzir no ecossistema um inimigo natural (predador, parasita ou competidor) da espécie nociva ao interesse humano, para manter sua densidade populacional em níveis nos quais os prejuízos provocados sejam toleráveis. Quando bem planejado, acarreta evidentes vantagens em relação ao uso de agentes químicos, uma vez que não polui o ambiente e não causa desequilíbrios ecológicos.

De acordo com o Ato Nº 29, de 7 DE julho DE 2011, do Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (MINISTÉRIO, 2011), entendem-se por Agentes Biológicos de Controle: organismos vivos, de ocorrência natural ou obtidos por manipulação genética, introduzidos no ambiente para o controle de uma população ou de atividades biológicas de outro organismo considerado nocivo, podendo abranger:

- Inimigos naturais: os organismos que naturalmente infectam, parasitam ou predam uma praga específica, dentre eles os parasitóides, predadores e nematóides entomopatogênicos;

- TIE - (Técnica de Inseto Estéril): consiste na liberação de machos que foram esterilizados por radiação ionizante como método de controle que pode ser usado na supressão ou erradicação de pragas.

Exemplos de alguns seres vivos que atuam no controle biológico no Brasil (GAZZONI, 1994) são apresentados a seguir.

- *Metarhizium anisopliae*: Fungo que parasita insetos diversos como lagartas, besouros, cigarrinhas etc. O micélio ⁴ do fungo envolve o inseto, mumificando-o.
- *Apanteles flavipes*: Pequena vespa, que injeta ovos em lagartas diversas (parasitas da cana-de-açúcar, milho etc.). Dos ovos eclodem larvas que destroem o inseto parasitado.
- *Coccinella septempunctata*: Inseto conhecido como joaninha, que atua como predador de diversas espécies de pulgões.
- *Baculovirus anticarsia*: Vírus utilizado no combate à lagarta-da-soja.

1.4.2.2 Controle biológico com uso de fungos

Conforme (ZAMBOLIM; PICANÇO, 2003) os fungos entomopatogênicos⁵ possuem como características serem organismos de formas, tamanhos e coloração diversas. São heterotróficos ⁶ e se alimentam por absorção de nutrientes, são seres pluricelulares, com células providas de quitina, celulose e açúcares que formam o micélio. Este é constituído por hifas, que são estruturas vegetativas responsáveis pela sustentação e nutrição. São capazes de se reproduzir tanto de forma assexuada, quanto sexuada. Produzem os conídios, que são os esporos infectivos, que atacam, germinam e penetram no hospedeiro sem a necessidade de sua ingestão.

Os fungos entomopatogênicos não precisam ser ingeridos pelo hospedeiro, tal como ocorre com os vírus e bactérias. O principal método de transmissão ocorre através do tegumento ou cutículas, além das vias orais, anais e outros orifícios. O fungo também pode controlar a capacidade de diversas fases do desenvolvimento do hospedeiro (ovo,

⁴Parte vegetativa de um fungo ou colônia bacteriana, que consiste de uma massa de ramificação formada por um conjunto de hifas – filamentos que formam os micélios – emaranhadas.

⁵Um fungo entomopatogênico é um fungo que pode parasitar insetos, matando-os ou incapacitando-os.

⁶Seres vivos que não possuem a capacidade de produzir seu próprio alimento (CARAMASCHI,2010).

larva, ninfa, pupa, adulto), diferentemente de outros agentes de controle microbiano, que geralmente são específicos para uma das fases do desenvolvimento do inseto, (ZAMBO-LIM; PICANÇO, 2003). Tem-se como algumas vantagens para a utilização dos fungos entomopatogênicos como controle biológico de pragas.

- Especificidade: alguns fungos são específicos para uma dada praga. Assim, não existe o problema de infectar outro espécime.
- Variabilidade Genética: os fungos apresentam grande variabilidade genética, podendo assim serem utilizados para o controle de várias pragas.
- Facilidade de Multiplicação: boa parte dos fungos possuem grande capacidade de multiplicação e alguns podem ser facilmente multiplicados em meios artificiais.
- Dispersão: sua maior dispersão é pelo ar, sendo facilmente difundido no ambiente.
- Aplicação: com poucas exceções, os micoinseticidas ⁷ podem ser utilizados em maquinário convencional, tais como os utilizados para aplicação de inseticidas químicos.
- Efeitos Secundários: além de causarem a mortalidade direta do hospedeiro, podem apresentar efeitos subletais, tais como diminuição da massa corpórea, reduzindo assim a fecundidade das fêmeas.
- Controle Duradouro: poucas aplicações são suficientes para o controle duradouro de pragas.
- Uso Associado: podem ser empregados associados a outros métodos de controle de praga, sem causar interferência.
- Toxicidade: manejados de forma correta, não apresentam risco de contaminação.
- Ressurgência das Pragas: a utilização de produtos microbianos não favorece a ressurgência de pragas principais nem o aparecimento de pragas secundárias e terciárias, já que o efeito nos inimigos das pragas é mínimo.

Existem também algumas desvantagens, tais como o tempo de ação para efetivo efeito na lavoura, as condições climáticas, que podem afetar seu desenvolvimento, as condições de armazenamento, visto que necessitam de maiores cuidados para manter a viabilidade e patogenicidade, pois se tratam de organismos vivos, dentre outros.

⁷Produto à base de propágulos vivos de fungos entomopatogênicos visando o controle de insetos e ácaros por meio de aplicações inundativas ou inoculativas (CARAMASCHI, 2010).

1.5 Aplicação ao controle de pragas em lavouras de soja

1.5.1 Pragas da soja

Para explicar melhor o processo do controle de pragas resumem-se abaixo os dados do manual da EMBRAPA sobre Soja (EMBRAPA, 2014).

A tecnologia do MIP-SOJA foi implantada no Brasil na década de 1970 e tem sido aperfeiçoada constantemente. Essa tecnologia orienta na tomada de decisões de controle de pragas com base num conjunto de informações sobre os insetos e sua densidade populacional, na ocorrência de inimigos naturais e na capacidade da cultura de tolerar os danos. Assim, o monitoramento da lavoura, a identificação correta das pragas e dos inimigos naturais, o conhecimento do estágio de desenvolvimento da planta e dos níveis de ação são importantes componentes do MIP-Soja.

A cultura da soja está sujeita ao ataque de insetos desde a germinação até a colheita, conforme detalhado na Figura 2. Logo após a germinação, a partir do início do estágio vegetativo, vários insetos, como o bicudo-da-soja (*Sternechus subsignatus*), a lagarta elasmó (*Elasmopalpus lignosellus*), os corós (*Scarabaeoidea*) e os percevejos-castanhos-da-raiz (*Scaptocoris castanea* e *S. cetvelho*), danificam a cultura. Mais adiante, a lagarta-da-soja (*Anticarsia gemmatalis*), a lagarta falsa-medideira (*Pseudoplusia includens*) e vários outros desfolhadores atacam as plantas, ocorrendo em maior número durante as fases vegetativa e de floração.

A figura a seguir, obtida de (EMBRAPA, 2014), ilustra as principais pragas da soja, tal como informa qual a parte da planta é atacada e o seu grau de importância.

Figura 2 – Pragas da soja, parte da planta atacada e sua importância relativa.

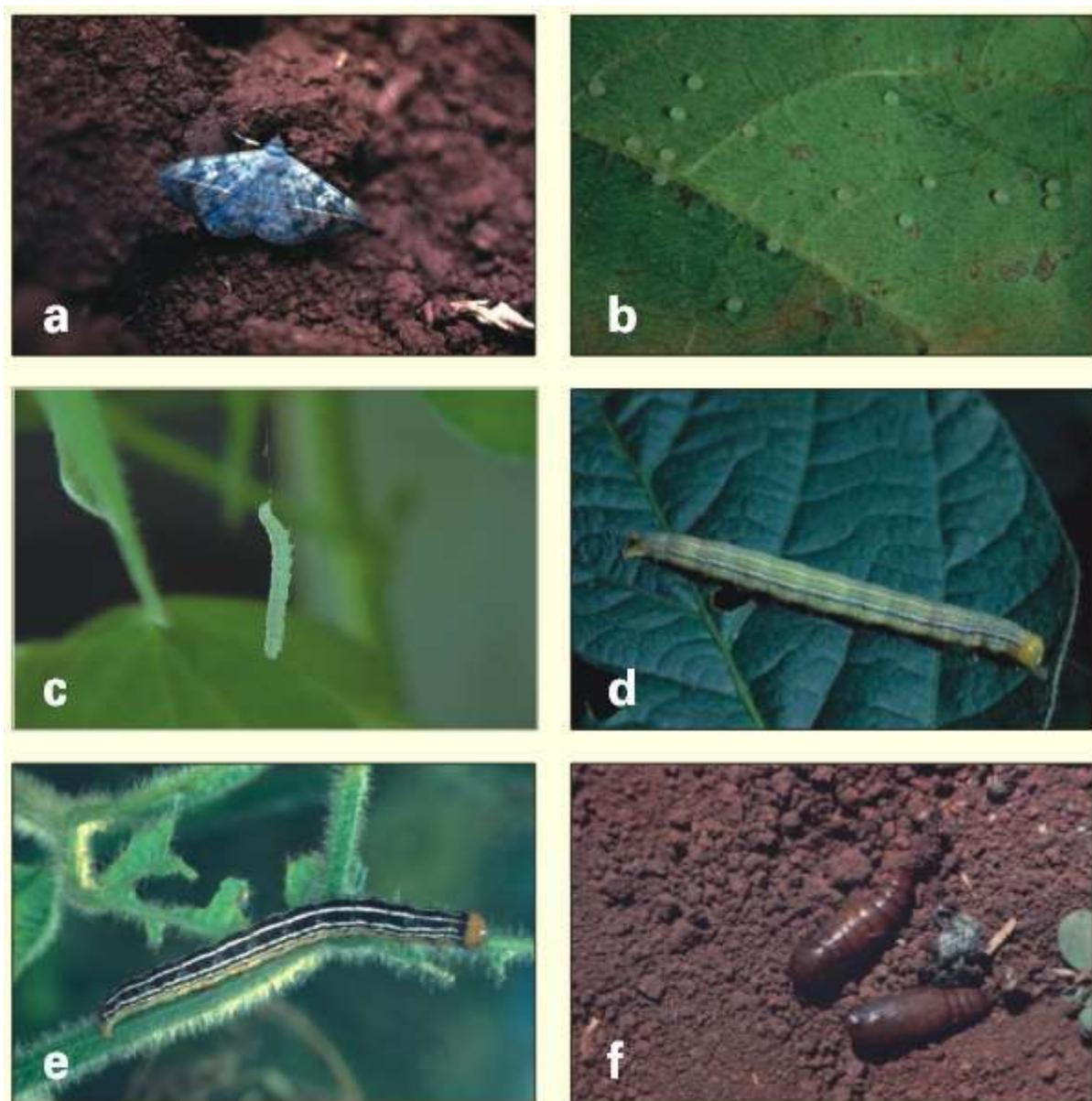
INSETO	PARTE DA PLANTA ATACADA	IMPORTÂNCIA
<i>Anticarsia gemmatalis</i>	Fo ¹	Praga principal
<i>Crociosema aporema</i>	Fo, Br, Va	Secundária, com alguma importância em áreas restritas
<i>Omiodes indicata</i>	Fo	Secundária, geralmente ocorrendo no final do ciclo da cultura, quando a desfolha não é importante
<i>Pseudoplusia includens</i>	Fo	Praga regionalmente importante
<i>Rachiplusia nu</i>	Fo	Secundária
<i>Cerotoma</i> sp.	Fo(A), No(L)	Secundária, em áreas de soja precedidas por feijão
<i>Diabrotica speciosa</i>	Fo(A), Ra(L)	Secundária, em áreas de soja precedidas por milho "safrinha"
<i>Aracanthus mourei</i>	Fo, Pe	Secundária, ocorrência no início do crescimento da soja
<i>Colaspis</i> sp.	Fo	Secundária
<i>Megascelis</i> sp.	Fo	Secundária
<i>Chalcodermus</i> sp.	Fo	Secundária, praga regionalmente importante
<i>Bemisia tabaci</i>	Fo	Secundária, com potencial alto de dano
Gafanhotos	Fo	Esporádica
Ácaros	Fo	Esporádica
Trips	Fj	Secundária, importante em áreas muito restritas, vetores de vírus da "queima do broto"
<i>Nezara viridula</i>	Va, Se	Praga principal
<i>Piezodorus guildinii</i>	Va, Se	Praga principal
<i>Euschistus heros</i>	Va, Se	Praga principal
<i>Dichelops melacanthus</i>	Va	Secundária
<i>Edessa meditabunda</i>	Va	Secundária
<i>Thyanta perditor</i>	Va	Secundária
<i>Chinavia</i> sp.	Va	Secundária
<i>Ethiella zinckenella</i>	Va	Secundária, com alguma importância em áreas restritas
<i>Spodoptera albula</i>	Va	Esporádica
<i>Spodoptera cosmíoides</i>	Va	Esporádica
<i>Spodoptera eridania</i>	Va	Esporádica
<i>Maruca vitrata</i>	Va	Esporádica
<i>Sternechus subsignatus</i>	Ha	Praga regionalmente importante
<i>Elasmopalpus lignosellus</i>	Ha	Esporádica, usualmente importante em anos com prolongado período seco, na fase inicial da cultura
<i>Myochrous armatus</i>	Ha	Esporádica
<i>Blapstinus</i> sp.	Pl, Ha	Esporádica
Piolhos-de-cobra	Pl, Co, Se	Secundária, importante em áreas de semeadura direta
Caracóis e lesmas	Pl, Co, Fj	Secundária, importante em áreas de semeadura direta
<i>Phyllophaga</i> spp. (Corós)	Ra	Praga regionalmente importante
<i>Scaptocoris castanea</i>	Ra	Praga regionalmente importante
Cochonilhas-da-raiz	Ra	Secundária, importante em áreas de semeadura direta

Fonte: (EMBRAPA, 2014) Legenda: (Br) – brotos; (Co) – cotilédones; (Fj) – folhas jovens; (Fo) – folhas; (Ha) – hastes; (No) – nódulos; (Pe) – pecíolos; (Pl) – plântulas; (Pp) – plantas pequenas; (Ra) – raízes; (Se) – sementes; (Va) – vagens; (A) – adulto; (L) – larva.

Com o início da fase reprodutiva, surgem os percevejos sugadores de vagens e sementes (*Nezara viridula*, *Piezodorus guildinii* e *Euschistus heras*), dentre outras espécies, que causam danos desde a formação das vagens até o final do enchimento dos grãos. A soja pode, também, ser atacada por outras espécies de insetos, consideradas pragas esporádicas, cujos aumentos populacionais são determinados por alterações climáticas, ou fatores como, por exemplo, os sistemas de produção específicos de cada região.

Os insetos-praga têm suas populações controladas naturalmente por predadores, parasitóides e doenças, conhecidos como inimigos naturais. Apesar de serem alarmantes, em alguns casos, os danos causados por insetos, não se recomenda a aplicação preventiva de produtos químicos. Além do problema de poluição ambiental, pode ocorrer a eliminação de inimigos naturais e as aplicações desnecessárias podem elevar significativamente o custo de produção da soja.

A lagarta-da-soja é encontrada em todos os locais de cultivo, sendo o desfolhador o problema mais comum da soja no Brasil. As principais estados que produzem soja no Brasil são Mato Grosso, Paraná, Rio Grande do Sul e Goiás. Essa lagarta costuma atacar as lavouras a partir de novembro, nas regiões ao norte do Paraná, e a partir de dezembro a janeiro no sul do país, podendo causar desfolhamento, que pode chegar a 100%. Na Figura 3, tem-se os principais estágios da lagarta da soja.

Figura 3: Estágios da lagarta *Anticarsia gemmatalis*

Fonte: (EMBRAPA, 2014). *Anticarsia gemmatalis*: (a) mariposa, (b) ovos, (c) lagarta, 3º ínstar, (d) lagarta, forma verde, (e) lagarta, forma preta, (f) pupa.

Segundo os níveis de ação pelo MIP-Soja, *A. gemmatalis* deve ser controlada com inseticidas químicos, quando forem encontradas, em média, 20 lagartas grandes (igual ou superior a 1.5cm) por metro, ou quando a desfolha atingir 30%, antes da floração, e 15%, tão logo apareçam as primeiras flores. No caso de ataques da lagarta-da-soja, existem várias opções de produtos eficientes, tanto os inseticidas químicos quanto os biológicos, a exemplo do *Baculovirus anticarsia*, específico para a lagarta-da-soja, e do *Bacillus thuringiensis var.kurstaki* (Berliner), que é uma bactéria portadora de uma toxina

específica para lepidópteros⁸. Quando o ataque ocorrer no início da cultura, associado com períodos de seca, o controle deverá ser realizado com produtos químicos seletivos para evitar desfolha, que prejudicará o crescimento das plantas.

A dose de *baculovirus* a ser utilizada por hectare é de 50 LE (lagartas equivalentes), que corresponde a 50 lagartas grandes (maiores que 3cm), ou 20g de lagartas mortas por *baculovirus* por hectare.

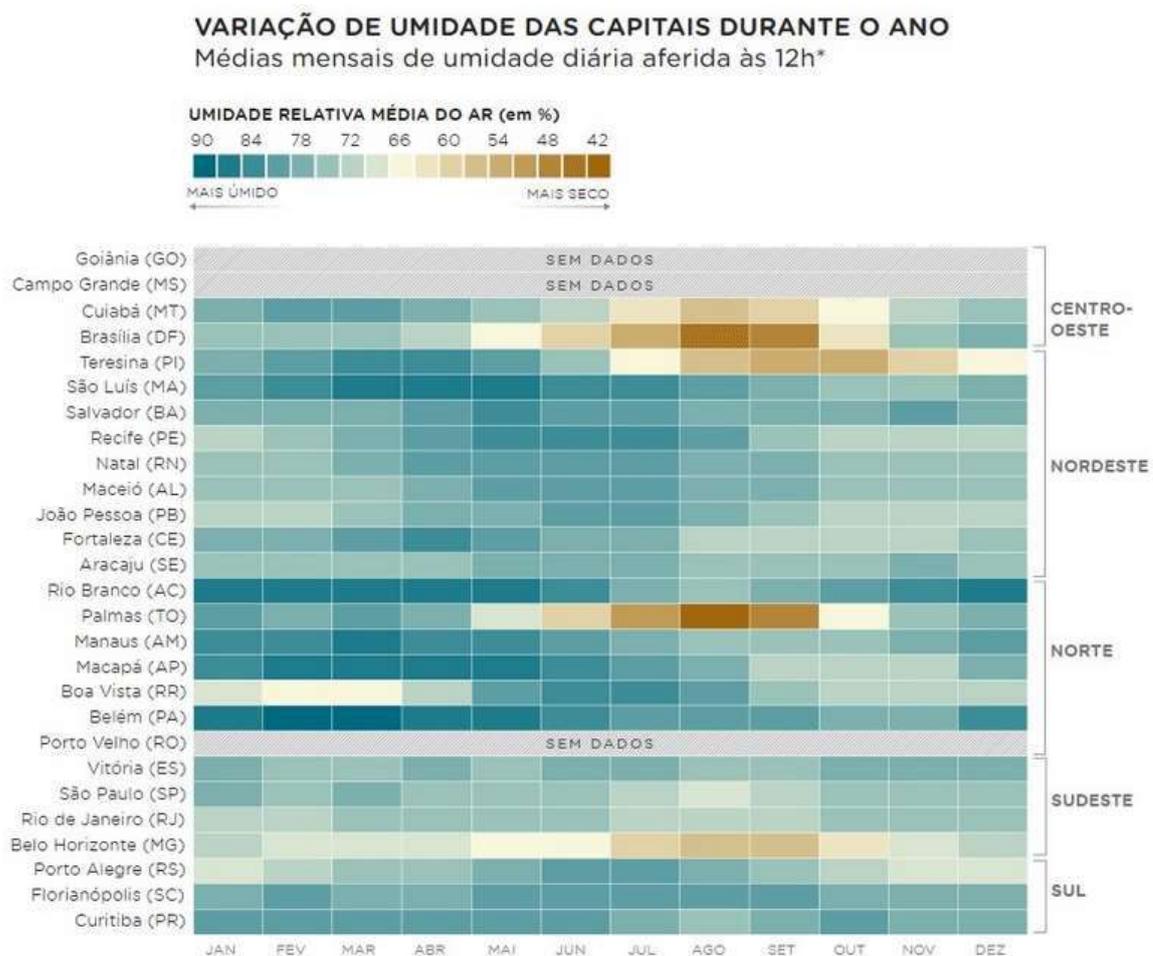
O *baculovirus* não deve ser aplicado quando: a população de lagartas (pequenas + grandes) for superior a 20 por metro de fileira, a maioria das lagartas na lavoura for grande (> do que 1,5cm), a desfolha da lavoura já tenha atingido 30% na fase vegetativa, ou 15% após a floração ou ainda quando junto com a lagarta-da-soja ocorrerem outras espécies desfolhadoras e/ou percevejos que precisem ser controlados. Nessas situações, o agricultor deve seguir as recomendações do MIP-Soja.

Outro produto biológico recomendado é baseado na bactéria *Bacillus thuringiensis*, a qual possui toxinas que paralisam o intestino do inseto. As lagartas contaminadas param de se alimentar algumas horas após a ingestão do produto e morrem poucos dias depois.

O fungo *Nomuraea rileyi*, que ataca a lagarta da soja e diferentes espécies de lagartas ocorre com elevada prevalência, durante os períodos de alta umidade relativa (maior que 80%), dizimando populações da lagarta-da-soja e tornando desnecessária a aplicação de outras medidas de controle. A figura abaixo retrata a umidade média das capitais do Brasil e é possível perceber que a utilização do fungo como controle pode ser aplicado nas principais regiões produtoras de soja, visto que em boa parte do ano tem-se mais de 80% de umidade. Na Figura 4 é apresentado um levantamento da umidade relativa dos estados. Cabe ressaltar que as lavouras podem apresentar diferentes níveis de umidade devido ao microclima local gerado pela irrigação, por exemplo.

⁸Ordem de insetos que inclui mariposas e borboletas.

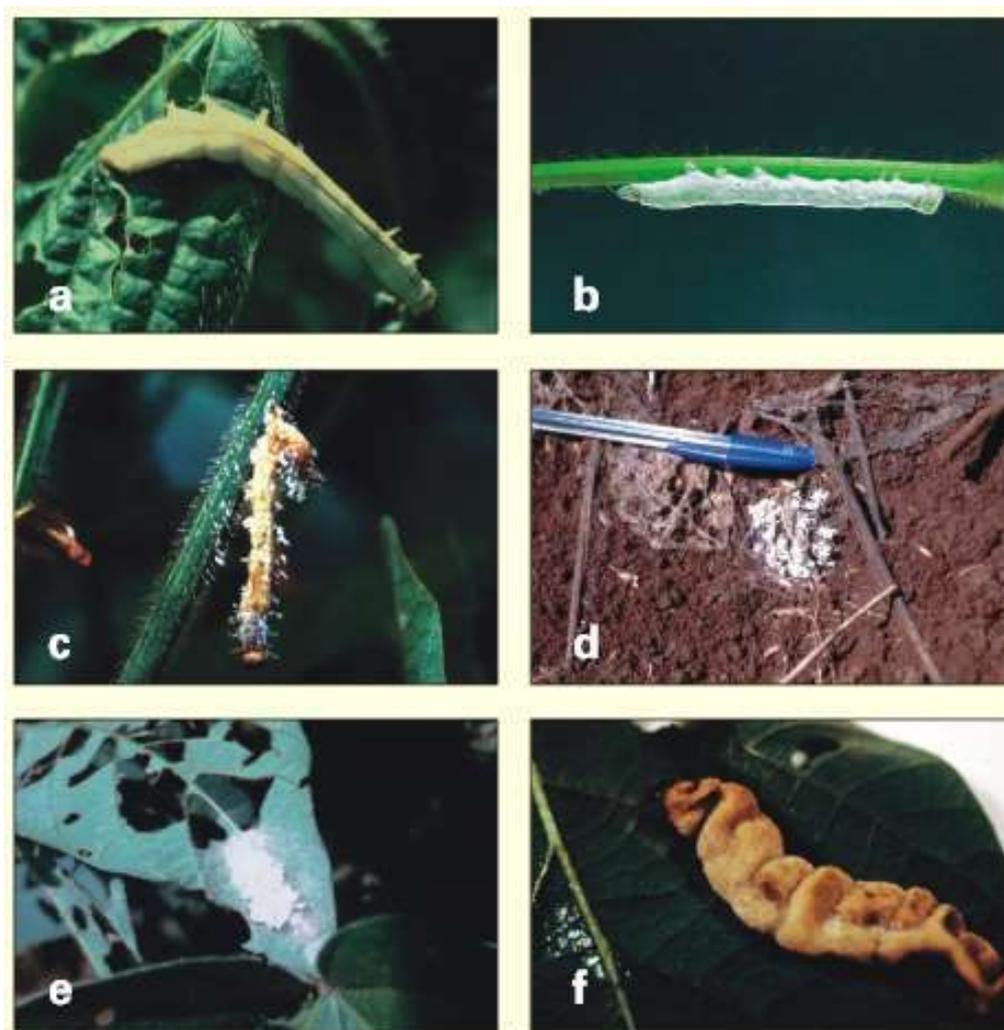
Figura 4: Variação de umidade das capitais



Fonte: (THERMOMATIC, 2021).

As lagartas atacadas por *N. rileyi* (Figura 5 – b) são brancas, devido ao crescimento vegetativo do fungo, aspecto seco e mumificado, não apodrecendo como as lagartas mortas por *baculovirus*. Quando ocorrem condições de umidade apropriadas, o fungo esporula, passando da coloração branca à verde. Os esporos formados sobre as lagartas mortas espalham-se pela ação do vento, infectando outras lagartas presentes na lavoura, o que conduz à multiplicação do patógeno.

Figura 5 – Entomopatógenos de lagartas



Fonte: (EMBRAPA, 2014). Legenda: (a) – lagarta-da-soja infectada por vírus; (b) – lagarta-da-soja infectada por *Nomuraea rileyi*; (c) – *Plusiinae* atacada por *Zoophtora radicans*; (d) – lagarta-da-soja infectada por *Paecilomyces tenuipes*; (e) – *Plusiinae* infectada por *P. tenuipes*; (f) – *Plusiinae* infectada por *Pandora gammae*.

A ocorrência do fungo parece ser favorecida quando as plantas de soja fecham as linhas, criando um microclima favorável para o seu desenvolvimento. Assim, em semeaduras no início da época recomendada, a aparição do fungo é antecipada. Quando há previsão de períodos chuvosos, *N. rileyi* está presente na lavoura e as populações da lagarta-da-soja ainda não atingiram o nível de dano econômico, é conveniente monitorar a evolução da doença na população da lagarta para não realizar aplicações desnecessárias de produtos químicos.

2 MODELAGEM DA DINÂMICA POPULACIONAL

2.1 Dinâmica Populacional

Entende-se por dinâmica populacional o estudo da variação na quantidade dos indivíduos de determinada população. O estudo da dinâmica das populações naturais é importante para compreender o que ocorre nos ecossistemas em equilíbrio. A primeira teoria populacional a relacionar o crescimento da população com a fome, afirmando a tendência do crescimento populacional em progressão geométrica e do crescimento da oferta de alimentos em progressão aritmética, foi de Thomas Malthus.

Thomas Malthus (1766–1834), economista, estatístico, estudioso das Ciências Sociais e considerado o pai da Demografia, foi o responsável pela Teoria Populacional denominada Malthusiana. Malthus observou que o crescimento populacional, entre 1650 e 1750, dobrou como consequência do aumento da produção de alimentos, das melhorias das condições de vida nas cidades, do aperfeiçoamento do combate às doenças, da disseminação no saneamento básico e outros benefícios obtidos com a Revolução Industrial (SOUZA; PREVIDELLI, 2017).

Esses fatores levaram ao declínio da taxa de mortalidade, ampliando o crescimento natural. Preocupado com a expansão acelerada, Malthus publicou em 1798 uma série de ideias que alertavam para a importância da gestão da natalidade. Afirmava que o bem estar populacional estaria relacionado com a expansão demográfica do planeta.

Com base nesses dados, Malthus concluiu que, inevitavelmente, a fome seria uma realidade caso não houvesse um controle imediato da natalidade. Seu raciocínio tinha por base comparar o crescimento da população, suposto com razão geométrica, isto é, exponencial, ao crescimento dos insumos agrícolas, assumido com razão aritmética, ou seja, linear. Após um certo período, a curva representativa da variação do total da população estaria muito acima da curva associada ao crescimento agrícola, provocando a fome para essa população.

A superpopulação ficaria então sem controle até que surgissem predadores que fizessem esse monitoramento externo ou, caso não aparecessem predadores e/ou parasitas (doenças), a irregularidade continuaria até que acabassem todos os alimentos disponíveis no ambiente, gerando competição intraespecífica (entre as espécies) e contenção populacional por fome, ou outro fator como uma guerra, por exemplo.

Malthus só não contava que, com o crescimento da indústria a partir da Revolução Industrial e das melhorias técnicas no campo, suas previsões não se concretizaram. Com os progressos dos equipamentos no campo, uma mesma área que antes produzia somente uma certa quantidade x de alimento por hectare, por exemplo, pode passar a produzir essa quantidade anterior com um acréscimo, nx , com $n > 1$, ou seja, pode-se produzir em uma mesma área muito mais alimentos (SOUZA; PREVIDELLI, 2017).

Desde a época de Malthus um problema persiste: a praga no campo. Esta é a única que pode, mesmo com todas as melhorias, vir a causar elevadas perdas de produção no campo. Existem contudo técnicas que tentam minimizar o efeito da mesma, uma dessas é a chamada controle de pragas.

Foi em (MALTHUS, 1998) que ele reconheceu que, dados recursos abundantes, as populações humanas apresentam a tendência de aumentar geometricamente, ou exponencialmente.

O padrão de crescimento pode ser descrito por:

$$\frac{dx}{dt} = xr, \quad (1)$$

onde $r (r > 0)$ é a taxa de crescimento relativo da população x .

O crescimento exponencial a qualquer taxa maior que zero, teoricamente, produz enormes populações, se continuar ininterruptamente. As populações reais somente seguem o padrão exponencial quando os recursos são abundantes e outras condições são favoráveis para o crescimento contínuo.

Verhulst (VERHULST, 1838) (1804 – 1849), matemático, propôs em 1838 uma modificação na equação de Malthus. Em seu modelo, Verhulst considera que os recursos são limitados e a taxa de crescimento da população é proporcional à população a cada

instante, e não constante, como indicado por Malthus. Ao propor a taxa como uma função linear decrescente com o aumento da população, Verhulst obteve uma equação diferencial ordinária de 1ª ordem, mas não linear.

A solução analítica dessa EDO (equação diferencial ordinária) é denominada de função Logística e serve para descrever o padrão em baixas densidades, a população cresce de maneira exponencial enquanto, em altas densidades, as taxas de crescimento diminuem à medida que os recursos vão se tornando insuficientes para sustentar o crescimento contínuo da população. Com o decorrer do tempo, a população aproxima-se assintoticamente de um limite superior. Esse limite, a densidade de saturação, é chamado de capacidade de suporte logístico ⁹. Neste caso, a capacidade de suporte deve-se ao efeito da *resistência ambiental*, ou aquilo que Malthus chamou de *dificuldade de subsistência*. A Equação Logística é normalmente escrita como uma equação diferencial do tipo:

$$\frac{dx}{dt} = x(a - \gamma x), \quad (2)$$

onde $\frac{dx}{dt}$ é a taxa de crescimento populacional, $x = x(t)$ é a densidade da população em um instante t , a é uma constante positiva que representa a taxa de crescimento populacional quando não há fatores limitantes e, de γ e de a , obtém-se uma constante positiva que representa o limite assintótico populacional, isto é, o valor para o qual a população tende no decorrer do tempo.

A Equação Logística considera que a taxa de crescimento, $\frac{dx}{dt}$, depende não só da população, mas também das condições existentes no meio em consideração. O termo $(-\gamma x)x$ na equação representa a contribuição da competição entre os indivíduos da mesma espécie no crescimento da população, ou seja, a competição intraespecífica. Esta equação retrata uma única população.

Os organismos interagem com outras espécies e com o ambiente físico de várias maneiras. Essas interações às vezes incluem “*feedbacks* negativos”. Um exemplo de *feedback*

⁹É o nível de utilização dos recursos naturais que um sistema ambiental ou um ecossistema pode suportar, garantindo-se a sustentabilidade e a conservação de tais recursos e o respeito aos padrões de qualidade ambiental. Pode-se dizer que a capacidade de suporte de utilização de um recurso natural foi ultrapassada a partir do momento em que ele começa a ser consumido mais rapidamente do que sua capacidade de reposição.

negativo é quando um aumento na população de uma espécie de presa gera um aumento na população de seus predadores (através do aumento da reprodução), e isso, por sua vez, retroalimenta para reduzir a população de presas através do aumento da mortalidade devida à predação. A Lei de Lotka–Volterra propõe que “quando as populações estão envolvidas em *feedback* negativo com outras espécies, ou até mesmo com componentes de seu ambiente”, é provável que se observe uma dinâmica oscilatória (cíclica).

O modelo de Lotka–Volterra foi pioneiro ao descrever matematicamente a interação entre duas populações distintas (presas e predadores). A introdução deste modelo, bem como as suas conseqüentes variações, foi uma das principais contribuições para a dinâmica de populações, propostas independentemente por Alfred J. Lotka em 1925 (LOTKA, 1925) e por Vito Volterra em 1926 (VOLTERRA, 1926). O modelo é composto na verdade por um par de equações diferenciais, não lineares e de primeira ordem.

O modelo matemático apresentado por Volterra tinha como objetivo a análise das variações cíclicas observadas nas populações de tubarões e pequenos peixes no mar Adriático. A relação entre presa e predador é descrita da seguinte forma:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x(a - \alpha y) \\ \frac{dy}{dt} = y(-b + \beta x) \end{cases}, \quad (3)$$

onde:

- a – taxa de natalidade/sobrevivência de uma espécie;
- b – mortalidade do predador sem a presença de presas (para o predador especialista);
- α – efeito da presença do predador sobre a mortalidade da presa;
- β – efeito da presa sobre a sobrevivência do predador.

As chamadas Equações Lotka–Volterra, onde $x = x(t)$ e $y = y(t)$ representam, respectivamente, as populações de presas/hospedeiro e predadores/parasitoide, foram construídas a partir das seguintes hipóteses:

1. $\frac{dx}{dt} = ax$, com $a > 0$ quando $y = 0$,
2. $\frac{dy}{dt} = -by$, com $b > 0$ quando $x = 0$ e

3. Os termos βxy e $-\alpha yx$, $\beta > 0$ e $\alpha > 0$, representam as interações entre as duas espécies. O termo βxy implica no crescimento de y , enquanto o termo $-\alpha yx$ implica no decaimento de x .

Supõe-se que os recursos para as presas são ilimitados, e que o único fator inibidor para seu crescimento é a presença dos predadores. Assim, sem predadores, a população de presas cresceria exponencialmente, segundo o modelo malthusiano, representado por $x\alpha$. Com a presença dos predadores a taxa de crescimento da presa decai linearmente com o aumento da população de predadores, o que justifica o acréscimo do termo $(x\alpha y)$.

Analogamente, supõe-se que os predadores se alimentam unicamente daquelas presas e, caso elas deixem de existir, os mesmos se extinguirão. Sem as presas, volta-se a ter o modelo malthusiano, mostrando uma queda na população de predadores, que está sendo representado pelo termo $-yb$. Com a presença das presas, essa situação sofre uma alteração. Tem-se então um aumento linear da taxa de crescimento da população de predadores, quando a população de presas aumenta, justificando o acréscimo do termo $y\beta x$.

As equações usadas compõem um sistema de equações diferenciais não-lineares com que se modela uma relação interespecífica de tipo predador-presas à qual iremos agregar termos de competição intraespecífica. Nesse tipo de modelagem, pressupõe-se uma distribuição homogênea da população em todo o domínio espacial e, portanto, a única variável independente é a temporal (SOSSAE, 2003).

A observação e o estudo de muitas espécies indicam a necessidade de levar em conta a existência das variáveis espaciais considerando, por exemplo, uma variabilidade espacial devida a fenômenos de migração e de transporte advectivo como um vento, uma maré, transporte por outra espécie. Deste ponto de vista, outros tipos de modelo (ver, por exemplo, (SKELLAM, 1951), (CANTREL; COSNER, 2004), (NANAKO, 1980)), que levam em conta a variabilidade espacial, vêm sendo muito significativos na descrição de fenômenos de ações inter-específicas e intra-específicas. Novos modelos foram surgindo considerando, por exemplo, processos migratórios entre as espécies. Assim, os modelos predador-presas atuais passam a considerar migração/dispersão, tornando-se modelos de

EDO ou EDP (equação linear parcial) não lineares (CANTREL; COSNER, 2004).

Este tipo de modelagem pode incluir a existência de recursos limitados para a presa e o fato de ser o predador oportunista (aquele que aproveita toda ocasião que surja para capturar qualquer tipo de animal) ao invés de especialista (aquele que se especializa em um tipo de caça). Um exemplo básico é (MURRAY, 2002):

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x(a - bx - \alpha y) \\ \frac{dy}{dt} = y(d + \beta x - cy) \end{cases} \quad (4)$$

Aqui o termo $-bx^2$ na primeira equação modela uma competição intraespecífica na dinâmica da população $x(t)$, enquanto que na segunda equação o sinal do coeficiente b , deixando de ser negativo, indica que o predador recorre a outros recursos ou outras presas, bem como o termo $-cy^2$, como para a presa, descreve a competição intraespecífica na população $y(t)$, dos predadores.

2.2 Modelos de dinâmica populacional com dispersão

Os atuais modelo de predação e competição consideram, além do que já foi trabalhado por Malthus, Lotka e Volterra:

- Dispersão populacional de cada espécie,
- Processos de tipo migratório ou de transporte advectivo de cada espécie,
- Decaimento das espécies devido a possíveis efeitos de hostilidade do meio,
- Dinâmicas vitais e
- Relações interespecíficas.

Para esses modelos de dispersão, consideram-se como difusão a “dispersão populacional” das espécies (OKUBO, 1980). A Lei de Fick ¹⁰ é uma lei quantitativa na forma de equação diferencial que descreve diversos casos de difusão ¹¹ de matéria ou energia em um meio no qual inicialmente não existe equilíbrio químico ou térmico. Esta especifica que o fluxo devido ao movimento deve ser proporcional ao gradiente local de concentração da

¹⁰ver referência (CORREA, 2018)

¹¹ver referência (CORREA, 2018)

partícula (SOSSAE, 1995),

$$J = -D\nabla C \quad (5)$$

onde a constante de proporcionalidade D é o coeficiente de difusão, aqui considerada como difusão efetiva, no sentido de (OKUBO, 1980) e (MARCHUK, 1986).

A difusão ocorre ao longo do gradiente da concentração, afastando-se das regiões de maior concentração.

Em uma dimensão, o fluxo difusivo é dado por:

$$J = -D \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right). \quad (6)$$

Substituindo esse valor na equação de balanço unidimensional

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial J}{\partial x}(x, t) \pm \rho(x, t), \quad (7)$$

tem-se:

$$\frac{\partial C}{\partial t}(x, t) = \frac{\partial}{\partial x} \left[D \frac{\partial C}{\partial x} \right]. \quad (8)$$

Se D é constante ou se não depende de C ou de x tem-se:

$$\frac{\partial C}{\partial t}(x, t) = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}. \quad (9)$$

Em coordenadas cartesianas, genericamente, escreve-se como:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \nabla \cdot (D\nabla C). \quad (10)$$

No caso de D constante, os operadores de divergência e o gradiente, além do Laplaciano, relativos às variáveis espaciais, atuam apenas sobre C , o que leva à equação:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D\Delta C. \quad (11)$$

A 1ª Lei de Fick é uma versão da difusão do fluxo. O termo $-D\nabla C$ dá a direção do fluxo J . O coeficiente de difusão D representa a medida do movimento aleatório; D depende fortemente do tipo de partículas e da temperatura, ou no caso de populações, de muitos fatores característicos da espécie, do local, das condições de movimento, ou seja, do ecossistema (SOSSAE, 1995).

Skellam (SKELLAM, 1951) foi um dos primeiros a estudar a difusão espacial de uma espécie $P(t)$ por períodos de tempo mais longos, considerando uma taxa intrínseca de reprodução $f(P)$ e uma propagação aleatória:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = D\Delta P + Pf(P) \quad (x, y) \in \Omega \subset \mathbb{R}^2, t \in [0, T], \quad (12)$$

onde:

- $f(P)$ é a taxa efetiva de crescimento,
- D é a taxa de dispersão populacional e
- $P(x, y, t)$ é a densidade da população em um dado ponto no espaço e num dado instante.

O objetivo do estudo realizado por Skellam era mostrar que a taxa com que a área inicialmente colonizada pela população de determinada espécie variava com o tempo. Skellam considerou em seus modelos que $f(P) \equiv \alpha$, ou seja, uma escolha Malthusiana.

Depois, Okubo (OKUBO; LEVIN, 2001) estudou um modelo de difusão-advecção¹² para casos de população de insetos. Modelou-se a dispersão devida à alta concentração da população expressando os termos da advecção e difusão como funções da própria densidade populacional.

Tem-se, no caso unidimensional, a equação:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -\frac{\partial(uS)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial S}{\partial x} \right), \quad (13)$$

onde a advecção expressa por u e a dispersão D geralmente dependem de x, t e da própria densidade populacional S . Portanto, o termo do transporte na equação acima representa o efeito de uma região atrativa para os insetos. A concentração dos insetos ao redor de

¹²ver referência (CORREA, 2018)

um ponto é interpretada como sendo um fluxo atrativo ou repulsor até este local.

Apresenta-se a seguir o uso da equação de difusão–advecção para modelar o que os ecólogos denotam como dispersão populacional e processos migratórios que, como o próprio crescimento populacional, podem ter densidades diferentes (SOSSAE, 2003). A equação para este modelo, para $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ e $t \in [0, T]$, é:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \text{div}(\alpha \nabla P) - \text{div}(\mathbb{V}P) - \sigma P + F(x, y, t), \quad (14)$$

sendo

- $P = P(x, y, t)$, a população ou a densidade populacional, para $(x, y) \in \Omega \subset \mathbb{R}^2$ e $t \in J = (0, T_{Final}] \subset \mathbb{R}$,
- α = o coeficiente de difusão ou dispersão populacional,
- σ = a taxa de mortalidade da espécie no meio Ω durante o período $[0, J]$,
- \mathbb{V} = o vetor velocidade indicativo de uma atração, de migração ou de transporte populacional e
- $F = Pf(P)$, sendo f a função que descreve a Dinâmica Populacional da espécie, representando a dinâmica populacional de $P(T)$.

Com relação ao termo advectivo, tem-se que, em (14) $\text{div}(P(x, y, t)\mathbb{V}(x, y)) = \nabla P \cdot \mathbb{V} + P\text{div}(\mathbb{V})$, em casos como os aqui apresentado $\text{div}(\mathbb{V})$ é nulo e, portanto, (14) se torna $\frac{\partial P}{\partial t} = \alpha \Delta P - \nabla \cdot \mathbb{V} - \sigma P + P(f(P))$ (SOSSAE, 1995).

A dinâmica vital F pode assumir as diferentes formas clássicas (SOSSAE, 1995):

1. Modelo de Malthus: λP ,
2. Modelo de Verhulst: $\lambda \left(1 - \frac{P}{K}\right) P$,
3. Modelo de Gompertz¹³: $\lambda \left(\ln \left(\frac{K}{P}\right)\right) P$,
4. Modelo de Smith¹⁴: $\lambda \left(1 - \left(\frac{P}{K}\right)^\alpha\right) P$.

¹³(ver referência (SOSSAE, 1995, pág 16)

¹⁴(ver referência (SOSSAE, 1995, pág 19)

Os casos acima, exceto o primeiro ¹⁵, introduzem algum tipo de não linearidade na equação (14). Isto ocorrerá no modelo considerado neste trabalho.

2.3 Modelos de dinâmica populacional para duas populações

Sejam P_1 e P_2 duas populações que interagem entre si, por exemplo, numa relação presa-predador, o que se pode identificar pelos sinais respectivos de c_1 e c_2 . Um modelo matemático que descreve sua relação, onde $P_1 = P_1(x, y, t)$, $P_2 = P_2(x, y, t)$, $t \in (0, T]$, $(x, y) \in \Omega \subset \mathbb{R}^2$ é dado pelo sistema:

$$\begin{cases} \frac{\partial P_1}{\partial t} = \text{div}(\alpha_1 \nabla P_1) - \text{div}(\mathbb{V}P_1) - \sigma_1(x, y, t)P_1 - c_1 P_1 P_2 + F_1 \\ \frac{\partial P_2}{\partial t} = \text{div}(\alpha_2 \nabla P_2) - \text{div}(\mathbb{W}P_2) - \sigma_2(x, y, t)P_2 + c_2 P_1 P_2 + F_2 \end{cases}, \quad (15)$$

sendo o domínio Ω_T considerado, como $\Omega_T = \Omega \times [0, T]$ e, para $i = 1, 2$.

O termo $P_i = P_i(x, y, t)$ descreve cada população no ponto (x, y) e no instante t . Aqui, considera-se para $i = 1, 2$:

- $\alpha_i = \alpha_i(x, y, t)$: os coeficientes de difusão ou dispersão populacional,
- $\sigma_i = \sigma_i(x, y, t)$: as taxas de hostilidade da espécie no meio Ω durante o período $[0, T]$,
- \mathbb{V} e \mathbb{W} os vetores do campo de velocidades de migração populacional ou de advecção,
- c_i é a taxa de relação interespecífica, e
- F_i é a dinâmica populacional da espécie, no meio Ω durante o período $[0, T]$, ou seja, em Ω_T .

Pode-se classificar o tipo de interação entre as espécies P_1 e P_2 fazendo considerações sobre os coeficientes, assumindo que c_1 e c_2 são não nulos para que existam as relações interespecíficas. Em seguida, em vez de usar os sinais que precedem os parâmetros c_1 e c_2 , serão considerados os sinais como sendo sistematicamente sinais positivos e assinalam-se os tipos de coexistência usando os valores de tais parâmetros. Assim, tem-se:

¹⁵ver referências (BOSCH; METZ; DIEKANN, 1990), (DINIZ, 1994), (SOSSAE; MEYER, 1993).

- Se $c_1 < 0$ e $c_2 > 0$ o sistema é chamado presa–predador onde o índice 1 indica a densidade populacional da presa e o índice 2 a do predador.
- Se $c_1 < 0$ e $c_2 < 0$ há competição ¹⁶ entre as populações 1 e 2.
- Se $c_1 > 0$ e $c_2 > 0$ tem-se mutualismo ¹⁷, cooperação ¹⁸ ou simbiose ¹⁹,
- Se $c_1 > 0$ e $c_2 = 0$ (ou $c_1 = 0$ e $c_2 > 0$) há comensalismo ²⁰, e
- Se $c_1 < 0$ e $c_2 = 0$ (ou $c_1 = 0$ e $c_2 < 0$) há amensalismo ²¹.

Cada interação entre duas espécies apresenta efeitos distintos entre elas. Abaixo, representam-se esses efeitos para os principais tipos de relações e os efeitos sofridos por cada indivíduo na dada relação por meio de símbolos: (-) para efeitos negativos (prejuízo para uma ou ambas espécies), (+) para efeitos positivos (ganho para uma ou ambas espécies) e (0) para neutralidade (sem prejuízo ou ganho para ambas espécies).

Tabela 2: Categorização do tipo de efeito nas principais interações ecológicas: positivo (+), negativo (-) ou neutro (0)

Interações	Indivíduo 1	Indivíduo 2
Competição	-	-
Amensalismo	-	0
Predação	+	-
Parasitismo	+	-
Mutualismo	+	+
Comensalismo	+	0

Fonte: Adaptado de (CARAMASCHI, 2010)

¹⁶Indivíduos de espécies diferentes brigam por recursos, como alimento e espaço.

¹⁷Indivíduos de espécies diferentes interagem e ambos se beneficiam. O mutualismo pode ser facultativo ou obrigatório. No mutualismo facultativo, os participantes podem viver de maneira independente; no obrigatório, um dos envolvidos pode não sobreviver, caso a interação seja desfeita.

¹⁸Relação ecológica harmônica entre seres vivos de espécies diferentes onde ambas se beneficiam, porém, ao contrário do que ocorre no mutualismo, elas não necessitam uma da outra para sobreviver.

¹⁹Relação mutuamente vantajosa, na qual, dois ou mais organismos diferentes são beneficiados por esta associação.

²⁰Indivíduos de espécies diferentes interagem e apenas um deles é beneficiado com a interação, mas sem causar prejuízo ao outro.

²¹Um organismo libera compostos que impedem ou inibem o desenvolvimento de um organismo de outra espécie (CARAMASCHI,2020)

Considerando a dinâmica vital de Verhulst, para ambas as espécies P_i , $i = 1, 2$, ou seja, $F_i = \lambda_i \left(1 - \frac{P_i}{K_i}\right) P_i$, onde λ_i é a taxa de crescimento intrínseca e K_i é a capacidade de suporte, o sistema [15] é um sistema dado por:

$$\begin{cases} \frac{\partial P_1}{\partial t} - \operatorname{div}(\alpha_1 \nabla P_1) + \operatorname{div}(\mathbb{V}P_1) + \sigma_1(x, y, t)P_1 = \lambda_1 \left(1 - \frac{P_1}{K_1}\right) P_1 - c_1 P_1 P_2 \\ \frac{\partial P_2}{\partial t} - \operatorname{div}(\alpha_2 \nabla P_2) + \operatorname{div}(\mathbb{W}P_2) + \sigma_2(x, y, t)P_2 = \lambda_2 \left(1 - \frac{P_2}{K_2}\right) P_2 + c_2 P_1 P_2 \end{cases} . \quad (16)$$

Assumindo $a_i = \lambda_i$ e $b_i = \frac{\lambda_i}{K_i}$ para $i = 1, 2$, tem-se:

$$\begin{cases} \frac{\partial P_1}{\partial t} - \operatorname{div}(\alpha_1 \nabla P_1) + \operatorname{div}(\mathbb{V}P_1) + \sigma_1(x, y, t)P_1 = a_1 P_1 - b_1 P_1^2 - c_1 P_1 P_2 \\ \frac{\partial P_2}{\partial t} - \operatorname{div}(\alpha_2 \nabla P_2) + \operatorname{div}(\mathbb{W}P_2) + \sigma_2(x, y, t)P_2 = a_2 P_2 - b_2 P_2^2 + c_2 P_1 P_2 \end{cases} . \quad (17)$$

Nestes sistemas vistos até o momento, têm-se considerado duas populações que, além de coexistir e terem processos de competição intraespecífica, também se dispersam espacialmente. No entanto, pode muito bem acontecer – e é este o objetivo da modelagem neste trabalho – de haver essa convivência sem que uma das espécies se disperse geograficamente. Esta restrição introduz uma mudança no modelo que vem sendo analisado. Usando um sistema como aquele definido em (16) e retirando aqueles termos que descrevem uma dinâmica espacial, teremos um sistema, ainda não linear, que combina equações diferenciais parciais com equações diferenciais ordinárias. Isto será um dos objetivos principais no próximo capítulo.

3 O MODELO ADOTADO PARA A SITUAÇÃO-PROBLEMA: FORMULAÇÃO E MÉTODOS NUMÉRICOS PARA A APROXIMAÇÃO DE SUA SOLUÇÃO

3.1 Introdução

Para modelar o problema presa-predador/lagarta-fungo apresentado no início do texto, será tratado um sistema para duas populações P_1 e P_2 que interagem com adaptações necessárias comentadas a seguir.

Deve ser observado que, para o fungo, não há dispersão populacional, apenas a dinâmica populacional interespecífica, enquanto que, para a lagarta, essa dispersão é presente.

3.2 O modelo Fungo-Lagarta

O modelo aqui proposto com suas condições iniciais é dado por

Modelo proposto

$$\begin{cases} \frac{dF}{dt} = \lambda_F F \left(1 - \frac{F}{K+L}\right) + \beta_{FL} FL, \\ \frac{\partial L}{\partial t} - \alpha_L \Delta L + \nabla \cdot \nabla L = \lambda_L L \left(1 - \frac{L}{M}\right) - \beta_{LF} LF, \end{cases} \quad (18)$$

com as condições iniciais:

$$F(0) = F_0 \text{ e}$$

$$L(x, y, 0) |_{\Omega} = L_0(x, y) |_{\Omega}.$$

Fazendo uma pequena recapitulação, tem-se que:

- F – população de fungos (ou densidade populacional de fungos);
- L – população de lagarta (ou sua densidade populacional);
- λ_F – taxa de crescimento populacional de fungos;
- K – capacidade de suporte de fungos a ser somado à população de lagarta, L ;
- β_{FL} – efeito benéfico da lagarta sobre fungos;

- α_L – taxa de crescimento populacional da lagarta;
- \mathbb{V} – direção preferencial de um transporte advectivo da lagarta;
- λ_L – taxa de crescimento populacional da lagarta;
- M – capacidade de suporte das lagartas;
- β_{LF} – efeito sobre as lagartas da predação do fungo.

Como indicado anteriormente, há aqui uma diferença nos tratamentos usuais de sistemas deste tipo com a inclusão da variável dependente $L(x, y, t)$ tornando a capacidade de suporte dos fungos dependente da população de lagartas.

Além das equações apresentadas acima, com as quais se pretende descrever a ação interespecífica entre fungo F e a lagarta L , é necessário definir, de modo adequado, tanto as condições iniciais quanto as de contorno.

De modo geral, define-se a condição de contorno de Robin (AKIN, 2005), como:

$$\alpha \frac{\partial P}{\partial \eta} + \beta P = g(x, y, t) \quad (19)$$

com $(x, y) \in \partial\Omega$ e $t \in J$, e com η sendo o vetor unitário externo ortogonal à fronteira $\partial\Omega$.

Ora, esta condição inclui, claramente, as condições homogêneas (ou não) de Dirichlet ou de Neumann. Cabe observar que α e β podem, também, ser funções das variáveis espaciais e temporal, como a função g também pode ser assim, isto é, pode variar no espaço (em x e y) e no tempo (em t), estando definidas, portanto, no domínio $\Omega_T = \Omega \times J$.

Podemos observar que, se $\alpha = 0$ e, também, se $g(x, y, t) \equiv 0$, a condição ainda seria de Dirichlet, mas homogênea. Se, por outro lado, tivermos $\alpha \neq 0$, a condição de contorno será de Neumann homogênea ou não, dependendo da função $g(x, y, t)$.

Considerando um domínio Ω retangular, com o objetivo de criar cenários viáveis de um campo plantado, podemos supor, em termos de condições de contorno, independentemente do tempo (i.e., variando apenas espacialmente) uma condição de Neumann homogênea, identificando que não há saída de fungos nem das lagartas pela fronteira $\partial\Omega$. Sendo assim, teremos ao longo da fronteira do domínio.

$$\frac{dF}{d\eta} \Big|_{\partial\Omega} = 0 \text{ e } \frac{dL}{d\eta} \Big|_{\partial\Omega} = 0, \text{ para todo } t \in J. \quad (20)$$

Ora, esta condição não deixa de ser uma hipótese simplificadora mas corresponde à não passagem de fungos e nem das lagartas pela fronteira. Mas pode também significar um comportamento assintótico nessa fronteira, indicando que não há mudanças significativas em termos espaciais numa vizinhança da borda de Ω .

Na fronteira, obtêm-se:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \eta} = \frac{\partial L}{\partial x} \cdot \eta_1 + \frac{\partial L}{\partial y} \cdot \eta_2 \text{ sobre } \partial\Omega \text{ e} \\ \frac{\partial F}{\partial \eta} = \frac{\partial F}{\partial x} \cdot \eta_1 + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \eta_2 \text{ sobre } \partial\Omega, \forall t \in J. \end{cases} \quad (21)$$

Os métodos de discretização espacial e temporal têm suas garantias de, respeitadas as condições clássicas de estabilidade e de convergência, conseguir boas aproximações da solução que se deseja aproximar, um procedimento que pode (e às vezes, deve) ser melhorado refinando-se as malhas, tanto a espacial quanto a temporal. Há uma limitação já discutida amplamente na literatura quanto às dimensões dos sistemas resultantes, seus métodos de resolução e, obviamente, há limitações computacionais. O cuidado com essas limitações, no entanto, indica a possibilidade de se terem soluções numéricas com as quais se podem simular cenários indicativos a partir de parâmetros adequados e os cuidados aqui mencionados.

O sistema (18) será discretizado no espaço utilizando o Método de Diferenças Finitas centradas. Já no tempo será utilizado o Método de Crank–Nicolson. Esta escolha se dá devido ao fato de ambos terem erros de 2ª ordem em, respectivamente, x, y e t (GERALD; WHEATLEY, 2004).

Embora, haja uma dispersão, tal fenômeno é discreto, caracterizando uma dispersão que não é considerada como uma difusão contínua neste trabalho. Assim, embora exista uma variação espacial da população de fungos, os termos de difusão e advecção não figuram na equação relativa a essa população. Isto justifica o uso de uma EDO (equação diferencial ordinária) para os fungos acoplada a uma EDP (equação diferencial parcial) para as lagartas.

No esquema de Crank-Nicolson ²², para se obter um método computacionalmente mais simples ²³, usam-se valores de t para os cálculos aproximados de $f(t)$ quando $t = t_k$ ou $t = t_{k+1}$, são usados, teoricamente, valores de f em $t_{k+\frac{1}{2}} = t_k + \frac{\Delta t}{2}$ para obter ²⁴

$$f\left(t_k + \frac{\Delta t}{2}\right) \simeq \frac{f(t_k) + f(t_{k+1})}{2} \quad (22)$$

e, por outro lado,

$$f'\left(t_k + \frac{\Delta t}{2}\right) \simeq \frac{f(t_{k+1}) - f(t_k)}{\Delta t}. \quad (23)$$

Em contra partida, pode-se obter uma aproximação de $f''(x_i)$, também de 2ª ordem, com a técnica usual de diferenças finitas centradas usando:

$$f''(x_i) \simeq \frac{f(x_{i-1}) - 2f(x_i) + f(x_{i+1}))}{\Delta x^2}, \quad (24)$$

com $x_{i-1} = x_i - \Delta x$ e $x_{i+1} = x_i + \Delta x$.

Assim, o sistema (18) é reescrito como:

$$\begin{cases} \frac{dF}{dt} = \lambda_F F \left(1 - \frac{F}{K+L}\right) + \beta_{FL} FL, \\ \frac{\partial L}{\partial t} = \alpha_L \left(\frac{\partial^2 L}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 L}{\partial y^2}\right) - u \frac{\partial L}{\partial x} - v \frac{\partial L}{\partial y} + \lambda_L L \left(1 - \frac{L}{M}\right) - \beta_{LF} LF. \end{cases} \quad (25)$$

Denotando $F(x_i, y_i, t_n) \simeq F_i^{(n)}$ e usando as aproximações dadas por (19) e (20) indicadas acima, o método de diferenças finitas centradas, bem como a aproximação de Crank–Nicolson, simplificando as operações dá, para a primeira equação [18] (considerando i como um ponto do interior do domínio),

$$\frac{F_i^{(n+1)} - F_i^{(n)}}{\Delta t} = \lambda_F \frac{F_i^{(n)} + F_i^{(n+1)}}{2} \left(1 - \frac{F_i^{(n)} + F_i^{(n+1)}}{2K + L_i^{(n)} + L_i^{(n+1)}}\right)$$

²²ver referências (RACHFORD, 1973), (DOUGLAS; DUPONT; EWING, 1979), (MEYER, 1988)

²³ver referência (FERREIRA, 2004)

²⁴ver referências (CARNAHAN; LUTHER; WILKES, 1969), (KARDESTUNCER; NORRIE, 1987)

$$-\beta_{FL} \left(\frac{F_i^{(n)} + F_i^{(n+1)}}{2} \right) \left(\frac{L_i^{(n)} + L_i^{(n+1)}}{2} \right). \quad (26)$$

Reescrevendo esta equação, vem

$$F_i^{(n+1)} - F_i^{(n)} = \lambda_F \Delta t \frac{F_i^{(n)} + F_i^{(n+1)}}{2} \left(1 - \frac{F_i^{(n)} + F_i^{(n+1)}}{2K + L_i^{(n)} + L_i^{(n+1)}} \right) - \beta_{FL} \Delta t \left(\frac{F_i^{(n)} + F_i^{(n+1)}}{2} \right) \left(\frac{L_i^{(n)} + L_i^{(n+1)}}{2} \right), \quad (27)$$

em que,

$$F_i^{(n+1)} \left[1 - \frac{\lambda_F \Delta t}{2} \left(1 - \frac{F_i^{(n)} + F_i^{(n+1)}}{2K + L_i^{(n)} + L_i^{(n+1)}} \right) - \frac{\Delta t}{2} \beta_{FL} \left(\frac{L_i^{(n)} + L_i^{(n+1)}}{2} \right) \right] = F_i^{(n)} \left[1 + \frac{\lambda_F \Delta t}{2} \left(1 - \frac{F_i^{(n)} + F_i^{(n+1)}}{2K + L_i^{(n)} + L_i^{(n+1)}} \right) + \frac{\Delta t}{2} \beta_{FL} \left(\frac{L_i^{(n)} + L_i^{(n+1)}}{2} \right) \right]. \quad (28)$$

Considerando Ω como um domínio retangular, i.e.: $\Omega = [0, L] \times [0, H]$, pode-se escrever a aproximação da 2ª equação de (18) como:

$$L_i^{(n+1)} - L_i^{(n)} = \alpha_L \Delta t \left[\frac{L_{i-2ny}^{(n+1)} + L_{i-2ny}^{(n)}}{2\Delta x^2} - \frac{L_i^{(n+1)} + L_i^{(n)}}{\Delta x^2} + \frac{L_{i+2ny}^{(n+1)} + L_{i+2ny}^{(n)}}{2\Delta x^2} \right] + \alpha_L \Delta t \left[\frac{L_{i-1}^{(n+1)} + L_{i-1}^{(n)}}{2\Delta y^2} - \frac{L_i^{(n+1)} + L_i^{(n)}}{\Delta y^2} + \frac{L_{i+1}^{(n+1)} + L_{i+1}^{(n)}}{2\Delta y^2} \right] - \frac{v \Delta t}{2} \left[\frac{L_{i+1}^{(n+1)} + L_{i+1}^{(n)}}{2\Delta y} - \frac{L_{i-1}^{(n+1)} + L_{i-1}^{(n)}}{2\Delta y} \right] - \frac{u \Delta t}{2} \left[\frac{L_{i+2ny}^{(n+1)} + L_{i+2ny}^{(n)}}{2\Delta x} - \frac{L_{i-2ny}^{(n+1)} + L_{i-2ny}^{(n)}}{2\Delta x} \right]$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\lambda_L \Delta t}{2} \left(L_i^{(n+1)} + L_i^{(n)} \right) - \frac{\lambda_L \Delta t}{2} \left(\frac{L_i^{(n+1)} + L_i^{(n)}}{2} \right) \left(\frac{L_i^{(n+1)} + L_i^{(n)}}{2M} \right) \\
& - \frac{\Delta t \beta_{LF}}{2} \left(L_i^{(n+1)} + L_i^{(n)} \right) \left(\frac{F_i^{(n+1)} + F_i^{(n)}}{2} \right). \tag{29}
\end{aligned}$$

Reorganizando os termos, obtém-se a seguinte equação:

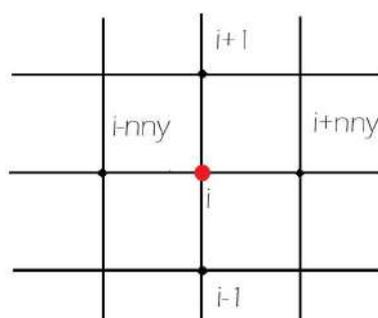
$$\begin{aligned}
& \left(-\frac{\alpha_L \Delta t}{2\Delta x^2} - \frac{u\Delta t}{4\Delta x} \right) L_{i-nmy}^{(n+1)} + \left(-\frac{\alpha_L \Delta t}{2\Delta y^2} - \frac{v\Delta t}{4\Delta y} \right) L_{i-1}^{(n+1)} + \\
L_i^{(n+1)} & \left[1 + \frac{\alpha_L \Delta t}{\Delta x^2} + \frac{\alpha_L \Delta t}{\Delta y^2} - \frac{\lambda_L \Delta t}{2} + \frac{\lambda_L \Delta t}{2} \left(\frac{L_i^{(n+1)} + L_i^{(n)}}{2K} \right) + \frac{\Delta t \beta_{LF}}{2} \left(\frac{F_i^{(n+1)} + F_i^{(n)}}{2} \right) \right] + \\
& L_{i+1}^{(n+1)} \left(-\frac{\alpha_L \Delta t}{2\Delta y^2} + \frac{v\Delta t}{4\Delta y} \right) + L_{i+nmy}^{(n+1)} \left(-\frac{\alpha_L \Delta t}{2\Delta x^2} + \frac{u\Delta t}{4\Delta x} \right) = \\
& L_{i-nmy}^{(n)} \left(\frac{\alpha_L \Delta t}{2\Delta x^2} + \frac{u\Delta t}{4\Delta x} \right) + L_{i-1}^{(n)} \left(\frac{\alpha_L \Delta t}{2\Delta y^2} + \frac{v\Delta t}{4\Delta y} \right) + \\
L_i^{(n)} & \left[1 - \frac{\alpha_L \Delta t}{\Delta x^2} - \frac{\alpha_L \Delta t}{\Delta y^2} + \frac{\lambda_L \Delta t}{2} - \frac{\lambda_L \Delta t}{2} \left(\frac{L_i^{(n+1)} + L_i^{(n)}}{2K} \right) - \frac{\Delta t \beta_{LF}}{2} \left(\frac{F_i^{(n+1)} + F_i^{(n)}}{2} \right) \right] + \\
& L_{i+1}^{(n)} \left(\frac{\alpha_L \Delta t}{2\Delta y^2} - \frac{v\Delta t}{4\Delta y} \right) + L_{i+nmy}^{(n)} \left(\frac{\alpha_L \Delta t}{2\Delta x^2} - \frac{u\Delta t}{4\Delta x} \right). \tag{30}
\end{aligned}$$

Considera-se neste trabalho uma grade de malha retangular como a aproximação da área da lavoura Ω . Neste caso, acertos devem ser feitos para pares (x_i, y_i) nas fronteiras $\partial\Omega$. As aproximações de (27) para as fronteiras horizontais e verticais de $\partial\Omega$, são clássicas e podem ser vistas com facilidade no Apêndice I.

Embora as aproximações obtidas numericamente sejam de segunda ordem, atenção especial deve ser dada a escolha das discretizações no tempo e no espaço. Observe-se que os valores de Δ_x e Δ_y devem satisfazer $\frac{u\Delta x}{\alpha} < 2$ e $\frac{v\Delta y}{\alpha} < 2$. Isto corresponde a respeitar o limite dado número de Péclet ²⁵(KOGA, 2015).

É importante observar que os pares (x_{i-nny}, y_{i-nny}) e (x_{i+ny}, y_{i+ny}) são respectivamente os pontos anterior e posterior a (x_i, y_i) , no sentido do eixo x , assim como (x_{i-1}, y_{i-1}) e (x_{i+1}, y_{i+1}) o são no sentido do eixo y .

Figura 6 – Representação da malha trabalhada



Fonte: Autora

A apresentação qualitativa de tais cenários será objeto do capítulo seguinte, com saídas gráficas descritivas do comportamento das soluções aproximadas.

²⁵ver Apêndice I

4 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA

4.1 Introdução

Para a realização da simulação numérica utilizou-se o software Octave[©]versão 5.2.0. A escolha de tal software deu-se por ser ele um software livre, disponível para baixar gratuitamente (também conhecido como *freeware*). A escolha pelo Octave deu-se justamente por ser uma linguagem computacional, desenvolvida para computação matemática, possuindo uma interface em linha de comando para a solução de problemas numéricos, lineares e não-lineares, usado em experimentos numéricos. Faz parte do projeto GNU (cujo objetivo é fornecer um sistema operacional completo e totalmente composto por software livre). Escrito por John W. Eaton, possui compatibilidade com MATLAB[©]e um grande número de funções semelhantes (GNU OCTAVE, 2021). Além disso, pode-se usar a versão on-line ²⁶.

Uma das funções matemáticas interessantes do Octave é que ele possui o Método de Eliminação Gaussiana otimizada incorporado ao seu pacote interno. O método foi utilizado durante o desenvolvimento do algoritmo.

4.2 Recapitulação do problema

Fazendo uma breve recapitulação do trabalho até o momento, tem-se que o modelo proposto é:

$$\begin{cases} \frac{dF}{dt} = \lambda_F F \left(1 - \frac{F}{K+L}\right) + \beta_{FL} FL \\ \frac{\partial L}{\partial t} - \alpha_L \Delta L + \nabla \cdot \nabla L = \lambda_L L \left(1 - \frac{L}{M}\right) - \beta_{LF} LF, \end{cases}$$

com as condições iniciais:

$$F(0) = F_0 \text{ e}$$

$$L(x, y, 0) |_{\Omega} = L_0(x, y) |_{\Omega}$$

²⁶OCTAVE on-line. Disponível em: <https://octave-online.net/>. Acesso em: 21 jul. 2021.

As variáveis são descritas conforme segue:

- F – população de fungos (ou densidade populacional de fungos);
- L – população de lagarta (ou sua densidade populacional);
- λ_F – taxa de crescimento populacional de fungos;
- K – capacidade de suporte de fungos a ser somado à população de lagarta, L ;
- β_{FL} – efeito benéfico da lagarta sobre fungos;
- α_L – taxa de crescimento populacional da lagarta;
- \mathbb{V} – direção preferencial de um transporte advectivo da lagarta;
- λ_L – taxa de crescimento populacional da lagarta;
- M – capacidade de suporte das lagartas;
- β_{LF} – efeito sobre as lagartas da predação do fungo.

Estudos de controle da praga da soja, *Anticarsia gemmatalis*, usando o fungo, *N. rileyi*, já foram realizados por (MONTEIRO, 2013), (RAFIKOV, 2003), (SANTOS, 2012), (SUJII; TIGANO; SOSA-GOMES, 2012), porém tais estudos não utilizavam o modelo proposto. Por não o usarem, mas sim um modelo mais simplificado, não existem valores para boa parte dos parâmetros acima.

Para contornar essa dificuldade, realizou-se uma pesquisa em outros problemas de controle biológico para estimar os possíveis valores das outras variáveis. Utilizaram-se como base acadêmica os arquivos de (PATA; CARA, 2017), (SOSSAE, 1995), (SOSSAE, 2003), (FRANK; MISTRO; DIOMAR, 2014), (FREIRE, 2007) e assim foi possível estimar os valores necessários para a simulação. A primeira simulação tem base na academia e os demais são estimativas do modelo.

Conforme descrito na introdução, ao se modelar um problema vários dados devem ser calibrados e alguns erros podem ocorrer, inclusive em virtude da não disponibilidade desses dados. Para melhor efetivação do modelo proposto, testes em campo devem ser efetuados futuramente, desde a forma mais simples, como testes com pano de batida²⁷, até um controle mais rígido, com técnicas mais robustas. Com esses resultados em mãos, o resultado da modelagem do sistema melhor se adequará à realidade.

²⁷A explicação da técnica, tal como a ficha de monitoramento desenvolvida pela EMBRAPA, estão disponíveis no Anexo I.

Cabe observar que, embora F seja tratada como uma função de variação apenas temporal ela varia, também, no espaço, mas, como observado acima, não se levam em conta os termos de difusão e advecção. Ou seja, para cada ponto (x_i, y_i) F varia só temporalmente. Disto, resulta o uso de um sistema como (16) e não como o (17) ou (18).

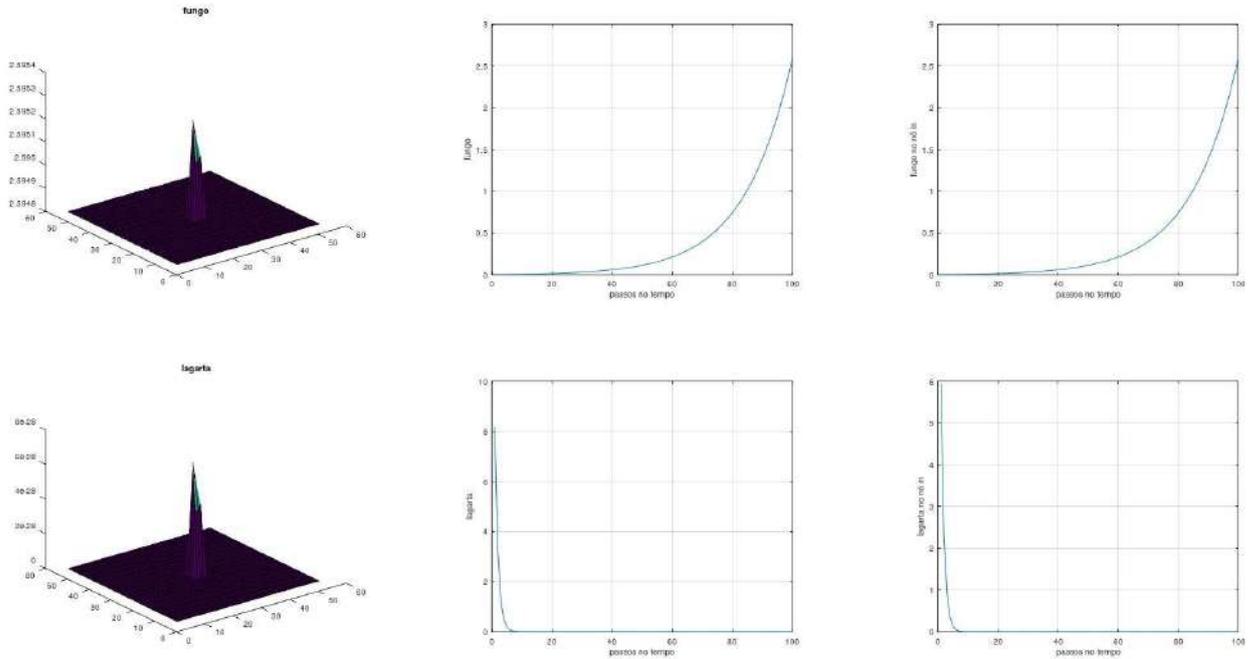
4.3 Resultado das Simulações

A seguir serão apresentadas algumas simulações com os respectivos valores de parâmetros utilizados. Para efeito de comparação, a simulação numérica 1, será utilizada como base para as demais simulações. Nas demais simulações serão apresentados os principais parâmetros tabelas e serão enfatizados os valores que foram ajustados em cada uma das simulações.

Tabela 3: Simulação numérica – 1

α_L	β_{FL}	β_{LF}	L_{BF}	L_{BL}	K_F	L_L
$1.25e-3$	$1.25e-4$	$0.125e-6$	$0.125e0$	$0.5e-1$	$1.25e+4$	$4.0e+4$

Figura 7 – Resultado da Simulação Numérica – 1



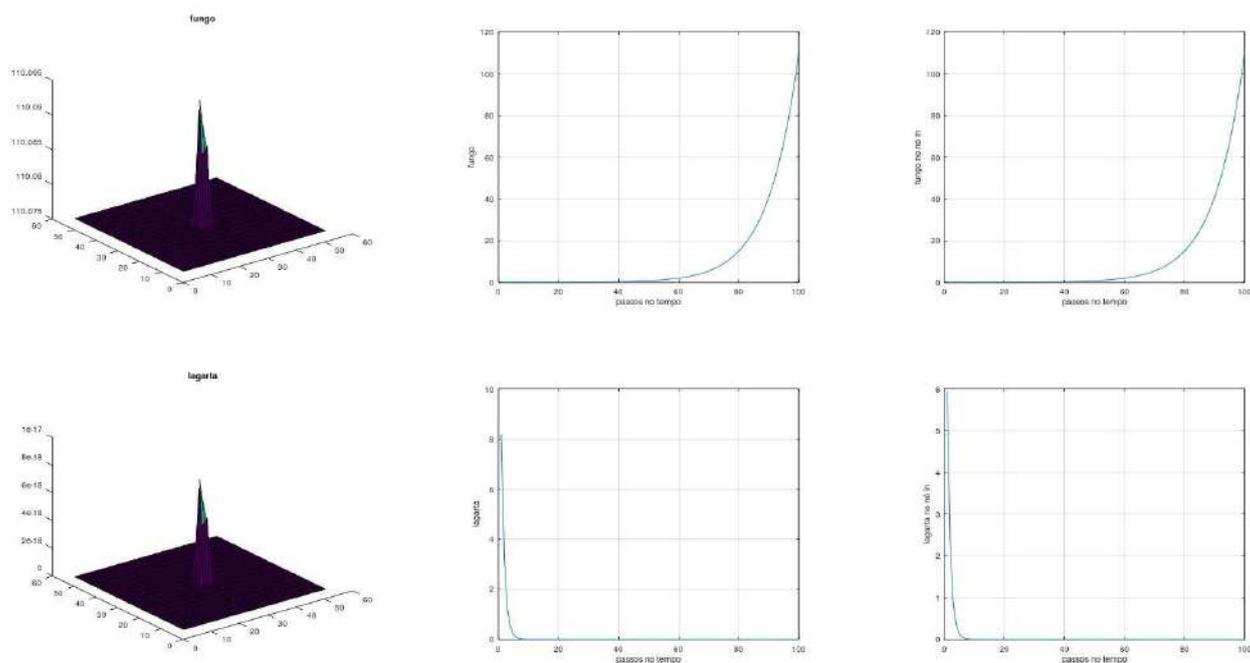
Fonte: Autora

Nesta primeira simulação temos não só o crescimento logístico da população de fungos, mas também a eliminação das lagartas de maneira bastante rápida e, portanto, eficiente. Nas simulações seguintes, serão comentadas as modificações realizadas e o objetivo das variações dos parâmetros.

Tabela 4: Simulação numérica – 2

α_L	β_{FL}	β_{LF}	L_{BF}	L_{BL}	K_F	L_L
$2.0e-3$	$1.25e-4$	$0.125e-6$	$0.125e0$	$0.5e-1$	$1.25e+4$	$5.0e+4$

Figura 8 – Resultado da Simulação Numérica – 2



Fonte: Autora

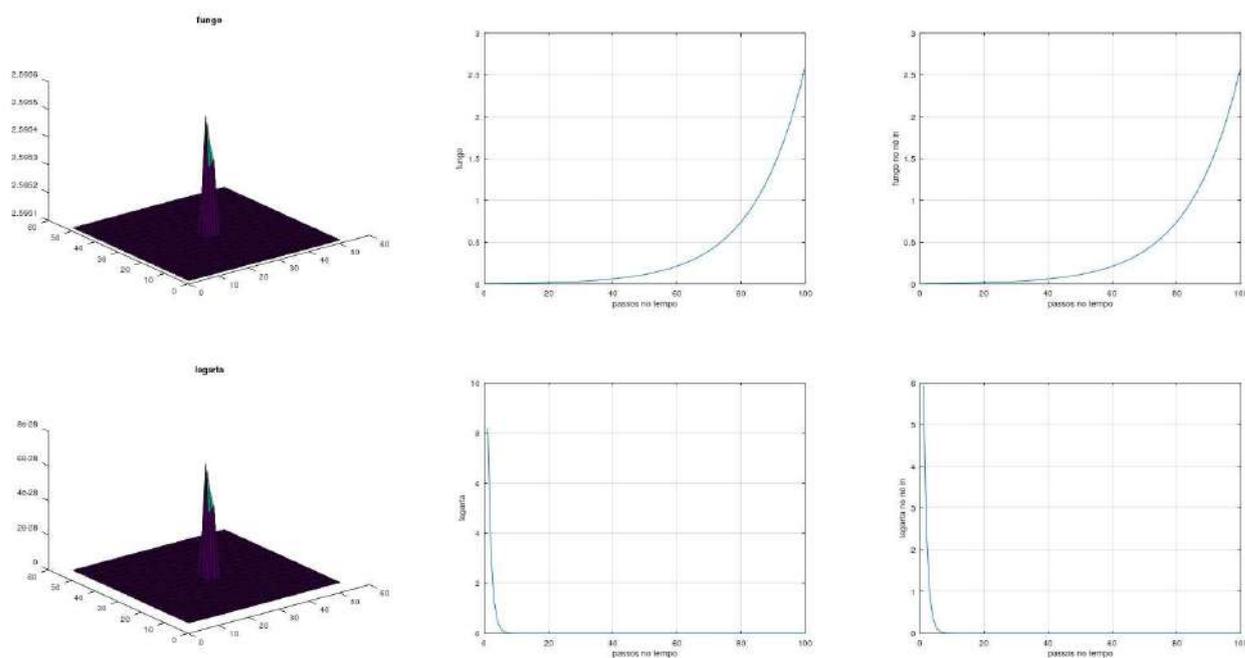
Alterações realizadas nos parâmetros: α_L e L_L .

Nesta simulação, o coeficiente de dispersão populacional da lagarta é aumentada, simulando uma espécie que se movimentava mais e, portanto, forrageava melhor. O incremento na capacidade de suporte das lagartas indica lagartas mais resilientes no mesmo meio, o que resulta em uma superior capacidade de suporte.

Tabela 5: Simulação numérica – 3

α_L	β_{FL}	β_{LF}	L_{BF}	L_{BL}	K_F	L_L
$1.25e-3$	$1.25e-4$	$0.125e-6$	$0.125e0$	$0.5e-1$	$2.5e+4$	$4.0e+4$

Figura 9 – Resultado da Simulação Numérica – 3



Fonte: Autora

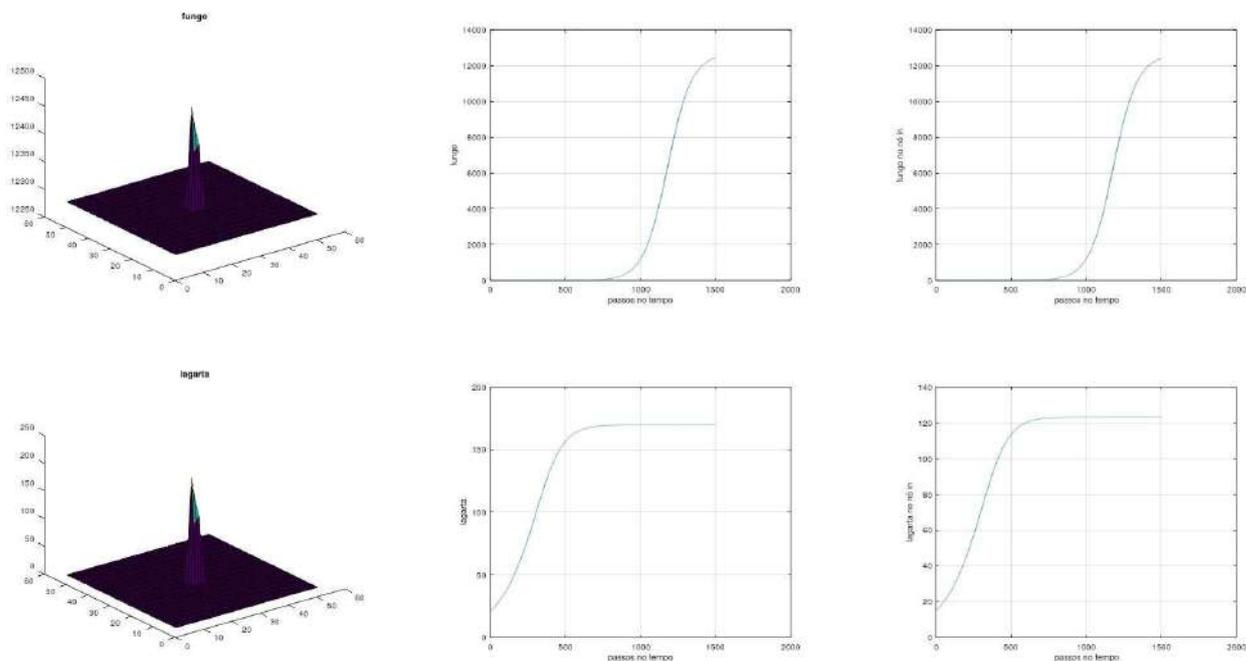
Alteração realizada no parâmetro: K_F .

Nesta terceira simulação a diferença foi mudando significativamente a capacidade de suporte da população de fungos, uma situação em que se reduz a dificuldade de sobrevivência no meio mas, em termos do controle biológico, os resultados continuaram sem diferenças de relevância no controle biológico.

Tabela 6: Simulação numérica – 4

α_L	β_{FL}	β_{LF}	L_{BF}	L_{BL}	K_F	L_L
$1.25e-5$	$0.0125e-5$	$0.0625e-8$	$0.125e0$	$0.75e-1$	$1.25e+4$	$4.0e+4$

Figura 10 – Resultado da Simulação Numérica – 4



Fonte: Autora

Nesta última simulação, ocorreram modificações em diversos parâmetros, indicando, sobretudo de modo qualitativo, uma situação com: (1) menor dispersão populacional das lagartas; (2) redução nos parâmetros de como fungos e lagartas afetam-se mutuamente ou seja, a predação dos fungos sobre as lagartas e o benefício disso nos próprios fungos é menor (significativamente); (3) uma melhor taxa intrínseca de reprodução dos fungos no meio, permitindo um aumento populacional maior por parte dessa população; e (4) capacidades de suporte menores para fungos e lagartas, indicando uma situação em que a obtenção de alimentos é mais difícil e, portanto, o meio sustenta populações menores de ambas as espécies

Assim, foram realizadas modificações em todos os parâmetros no sentido de ilustrar diferentes cenários no convívio de fungos e lagartas nessa relação de predação ou de parasitismo. Alteração realizada também no parâmetro npt , que compõe parte do código

dos dados das discretizações em espaço e tempo. Nas simulações acima o parâmetro recebe o valor de 100 e nessa simulação consideramos $n_{pt} = 1500$. Como observação as simulações anteriores levaram uma média de 10min para obter a resposta final e, com essa simulação, o tempo foi um pouco superior a 4 horas.

Informações do computador onde ocorreram as simulações: Processador AMD A10-7860K Radeon R7, 12 Compute Cores 4C+8G - 3.60 GHz; Memória RAM 16,0 GB; Sistema Operacional Windows 10 Education de 64 bits, processador baseado em x64; HD SanDisk SSD PLUS 480 GB 480,1 GB. Durante as simulações, somente o Octave estava em funcionamento.

5 CONCLUSÃO

O presente trabalho, continuação daquele desenvolvido na dissertação de mestrado [40], mostra como o estudo das dinâmicas populacionais foram se desenvolvendo ao longo dos anos, desde os tempos de Malthus. Ressalta a importância do desenvolvimento da agricultura no processo de sedentarização do ser humano, de forma a permitir moradia fixa em determinado local e, com isso, o início da civilização como a conhecemos.

Foi a partir da agricultura que a humanidade conseguiu meios de subsistência para continuar seu processo de desenvolvimento. E, principalmente após a Revolução Industrial, a partir de melhorias em campos agrícolas, maior produção de alimentos se viabilizou em regiões com menor área.

Com o desenvolvimento agrícola, um problema se tornou mais evidente: pragas biológicas exibem o potencial de provocar severos danos à agricultura. Dessa forma, estudos foram realizados para modelar dinâmicas de presa/predador e, assim, entender como controlar (ou contornar) o desastre provocado na lavoura por surtos de determinadas espécies nocivas à colheita.

Este trabalho buscou o estudo da simulação matemático-computacional de uma fonte de prejuízos que ocorre na produção de soja do Brasil, o ataque da lagarta-da-soja nos campos de cultivo. Essa praga é uma das principais responsáveis pelo processo de desfolhamento da plantação de soja. Enfatizamos que, desde a safra 2019/2020, o Brasil ocupa a posição de maior produtor mundial da soja.

O grão de soja foi o primeiro vegetal a ter ações vendidas na bolsa de valores (brasileira), devido a sua importância na nossa exportação e consumo doméstico. Tal fato já induz forte motivação para estudar caminhos que levem a minimizar a perda nos campos para essa praga. Mas a principal justificativa é, mais que econômica e sim ecológica - sua importância na alimentação mundial.

A soja é um dos principais grãos utilizados em rações de animais e qualquer dano em sua produção acarreta aumento de preço em produtos de toda a pecuária. Também possui um notável peso a fabricação do óleo de cozinha, além do próprio consumo humano

desse grão. Ou seja, é um insumo alimentar de extrema diversidade e importância.

No primeiro capítulo discutem-se os principais métodos no campo para controle da peste. Descrevem-se as problemáticas que envolvem o uso excessivo de agrotóxicos, mesmo sendo o Brasil o país que mais libera tal produto indiscriminadamente. Para evitar o uso excessivo de agrotóxicos, técnicas de manejo integrado são implementadas no campo e, no caso discutido neste trabalho, a inserção de um inimigo natural (fungo) para combater a peste (lagarta) é considerada.

Discutimos o que seria uma adequada modelagem dessa ação interespecífica e desenvolvemos um modelo matemático que consiste em um sistema não-linear que acopla uma equação diferencial ordinária a uma equação a derivadas parciais. Consideram-se efeitos de dispersão com um possível transporte advectivo, discretizado no espaço via emprego do método de diferenças finitas centradas, juntamente com a utilização do método de Crank–Nicolson para discretizar a variável temporal. Esse modelo foi desenvolvido e programado em ambiente *freeware* Octave.

Os principais sistemas de dinâmicas populacionais existentes consideram duas populações que coexistem imersas em um processo de competição, comensalismo. As relações predador-presa assim modeladas exibem aspectos tanto intraespecíficos como interespecíficos com dispersão espacial, enquanto o modelo aqui desenvolvido supõe um sistema de duas populações P_1 e P_2 que interagem entre si, num convívio em que a população de fungos não efetua uma dispersão geográfica, havendo tão somente uma dinâmica populacional interespecífica, enquanto que a população de lagartas passa por uma dispersão em termos espaciais.

Foi desenhado um algoritmo que, programado no ambiente Octave, pode produzir algumas simulações de cenários possíveis para o convívio das duas espécies estudadas. Como na literatura disponível não localizamos todos os parâmetros necessários para simulação mais acurada, usamos valores aproximados com base em estudos de outros tipos de interações entomológicas. O modelo utilizado apresentou, em todas as simulações, um comportamento totalmente dentro das expectativas! Ao longo do tempo, a quantidade de lagartas diminuía com a ação do fungo, cuja população aumentava graças à predação.

Devido a uma ausência, que esperamos temporária, de dados mais precisos – o que exigiria intensivos trabalhos de campo por parte de ecólogos e entomologistas, além de, evidentemente, estatísticos – as simulações computacionais que exibimos foram executadas com alguns dos parâmetros, sob nossa análise, bem próximos dos valores reais, enquanto nossa avaliação para os demais é que foram estimados com menor precisão que aquela esperada. Ainda assim, chegamos a resultados coerentes com expectativas geradas por observações de campo divulgadas na literatura e que, portanto, justificam sua avaliação como qualitativamente relevantes. E o objetivo que perseguimos na presente pesquisa é realmente esse, o de desenvolver um instrumento com o qual se possam criar cenários indicativos desse tipo de controle biológico, de forma a eliminar ao máximo a utilização dos agrotóxicos.

Modelar matematicamente um fenômeno ambiental significa assumir determinadas hipóteses, ditas “de trabalho” e, a partir delas muitas vezes operando, sim, com tentativa-e-erro, criar um sistema numa das linguagens do universo matemático a partir do qual sejam possíveis considerações analíticas e simulações numéricas com vistas a uma melhor compreensão do dito fenômeno, a introdução de novas hipóteses relevantes e, até, em alguns casos, realizar simulações úteis face à situação-problema original. Nesses tempos de COVID-19, vimos a importância da modelagem matemática em modelos de dispersão do vírus, nossa atual peste, desde seus aspectos sociais até os intracelulares.

Tais esforços na modelagem possibilitaram criar condições para avaliar objetivamente certos comportamentos pessoais e grupais de forma a verificar, aprioristicamente, políticas públicas como *lockdowns*, isolamentos, estratégias e prazos de vacinação, uso de doses de reforço... E com isso vimos como é importante a discussão sobre novas metodologias desenvolvidas em problemas de ações entre grupos, entre biomas, entre indivíduos e entre espécies. Novas linhas de modelagem auxiliam a compreensão do comportamento entre populações e a divulgação dessas novas modelagens que visam, sobretudo, auxiliar os estudos em áreas que, ainda que não sejam o principal foco do estudo no momento, preparem as bases para ações igualmente importantes e produtivas, como no caso da COVID-19.

Espero, portanto, que este trabalho seja utilizado para auxiliar novas modelagens na área do controle biológico de pragas, uma alternativa ao problema do controle agroquímico dessas pragas cujas graves (e muitas vezes fatídicas) consequências convivem com nossa natureza e nossa sociedade. O modelo proposto, discretizado e simulado em ambiente computacional, permite mostrar que resultados importantes, necessários e imediatamente úteis, podem ser obtidos com uma colaboração transdisciplinar adequada e cuidadosa. Que esse modelo possa ser aplicado em uma lavoura real para obtenção de dados reais e possíveis ajustes necessários para o melhor entendimento da relação entre a lagarta com o fungo no campo, o que já seria um importante passo em casos semelhantes e, infelizmente, frequentes.

REFERÊNCIAS

- [1] AKIN, J.E.: *Finite Element Analysis with Error Estimators: an introduction to the FEM and adaptive error analysis for engineering students*. UK: Butterworth-Heinemann, 2005. 512 p.
- [2] BASSANEZI, R. C.: *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. 4. ed. São Paulo: Editora Contexto, 2002. 392 p.
- [3] BOSCH, F.V.D.; METZ, J.A.J.; DIEKMANN, O.: *The velocity of spatial population expansion*, Journal of Mathematical Biology 28: 529-566, 1990.
- [4] BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R.C.: *Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno*. LTC, Rio de Janeiro, 6^a ed, 1998.
- [5] CAMACHO, R. S.: *A barbárie moderna do agronegócio–latifundiário–exportador e suas implicações sociambientais*. Agrária, São Paulo, N. 13, p. 169-195, 2010.
- [6] CANTRELL, R. S.; COSNER, C.: *Spatial ecology via reaction–diffusion equations*. UK: John Wiley & Sons, Ltd, 428 p. (Wiley Series in Mathematical Computational Biology Book 7), 2004.
- [7] CARAMASCHI, E. P.: *Populações, comunidades e conservação*. v. 2 / Erica Pellegrini Caramaschi et al. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010. 192p.
- [8] CARNAHAN, B.; LUTHER, H. A.; WILKES, J.: *Applied numerical methods*. John Wiley Sons, New York, 1969.
- [9] CASA CIVIL: *Lei n^o 7802, de 11 de julho de 1986*. Brasília, Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l7802.htm. Acesso em: 06 jan. 2021.
- [10] CECHINEL, C.: *A soja além do óleo e do farelo*, 2014. Disponível em: <https://revistagloborural.globo.com/Noticias/Agricultura/Soja/noticia/2014/04/soja-alem-do-oleo-e-do-farelo.html>. Acesso em: 30 dez. 2021.

- [11] *CONTROLE Biológico. 2006: Disponível em:*
https://www.embrapa.br/documents/1355163/1994475/fold06-08_controleBiologico.pdf. Acesso em: 20 jun. 2018.
- [12] CORREA, F.: *Fenômenos de Transporte: transferência de massa*. Goiás: Puc, 2018. 31 slides, color. Disponível em: [http://professor.pucgoias.edu.br/SiteDocente/admin/arquivosUpload/17297/material/Introdução a transferência de Massa ENG 4281_ A02_ 2018.2.pdf](http://professor.pucgoias.edu.br/SiteDocente/admin/arquivosUpload/17297/material/Introdução%20a%20transferência%20de%20Massa%20ENG%204281_A02_2018.2.pdf). Acesso em: 04 jan. 2022.
- [13] DINIZ, L.C.: *A Mudança no habitat de populações de peixes: de rio a represa – o modelo matemático*. Tese (Mestrado, UNICAMP, Campinas. 1994
- [14] DINGLI, D.; CHALUB, F.; SANTOS, F., SEGBROECK, S. V., PACHECO, J.M.: *Cancer phenotype as the outcome of an evolutionary game between normal and malignant cells* British Journal of Cancer, Vol. 101, 1130–1136, 2009.
- [15] DOUGLAS, J. J.; DUPONT, T.; EWING, R. E.: *Incomplete iteration for time-stepping a Galerkin method for a quasilinear parabolic problem*. SIAM J. Numerical Analysis, 16, 503-522, 1979.
- [16] *EMBRAPA Soja*: Disponível em: <https://www.embrapa.br/soja/cultivos/soja1/dados-economicos>. Acesso em: 06 jan. 2021.
- [17] *EMBRAPA: Soja - Manejo Integrado de Pragas, 2014 - 5ª edição*, Embrapa, ISSN 516–781X.
- [18] FARMNEWS, E.: *Preço da soja acumula maior alta em 2021 frente a 2020, acima de 80%*. 2021. Disponível em: <https://www.farmnews.com.br/mercado/preco-da-soja-acumula-maior-alta-em-2021-frente-a-2020-acima-de-80/>. Acesso em: 30 dez. 2021.
- [19] FERREIRA, J. A. M.: *Métodos numéricos para equações com derivadas parciais*. Coimbra: Universidade de Coimbra, 2004. 94 slides, color. Disponível em:

- <http://www.mat.uc.pt/alma/aulas/mnedp/sebenta/corpo.pdf>. Acesso em: 10 jan. 2022.
- [20] FRANK, A.; MISTRO, D. C.: *Um modelo para controle biológico de pragas associado ao uso de pesticida*. In: CMAC SUL CONGRESSO DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 2., Curitiba. Proceeding Series. [S.L.]: Sbmac, 2014. p. 1-6.
- [21] FREIRE, R. M.: *Modelagem matemática para a simulação de estratégias de controle biológico da mosca-do-mediterrâneo c. "capitata (diptera: tephritidae)", em plantações de citrus: utilização de variáveis temporais e espaciais*. Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.
- [22] GAZZONI, D. L.: *Manejo de pragas da soja: uma abordagem histórica / Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária, Centro Nacional de Pesquisa de Soja - Londrina: Embrapa - CNPSO. Brasília - SPI, 1994. 72p. Disponível em: <http://www.infoteca.cnptia.embrapa.br/infoteca/handle/doc/449293>. Acesso em: 29 dez. 2021.*
- [23] GÊNICA: *Inovação Tecnológica*. Disponível em: <http://www.genica.com.br/>. Acesso em: 19 jul. 2021.
- [24] GERALD, C.F.; WHEATLEY, P.O.: *Applied Numerical Analysis*. 2004, Pearson Education, Inc.
- [25] GNU Octave: Disponível em: <https://www.gnu.org/software/octave/download>. Acesso em: 21 jul. 2021.
- [26] GRIGORI, P.: *96 AGROTÓXICOS são aprovados durante a pandemia liberação e serviço essencial,2020*. Disponível em: <https://reporterbrasil.org.br/2020/05/96-agrotoxicos-sao-aprovados-durante-a-pandemia-liberacao-e-servico-essencial/>. Acesso em: 06 jan. 2021.

- [27] GRIGORI, P.: *GLIFOSATO deixa de ser considerado “extremamente tóxico” no Brasil*. 2019. Disponível em: <<https://exame.abril.com.br/brasil/glifosato-deixa-de-ser-considerado-extremamente-toxico-no-brasil/>>. Acesso em: 20 nov. 2019.
- [28] HIRAKURI, M. H.: *O contexto econômico da produção de soja*. Tecnologias de Produção de Soja: Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento, Paraná, v. 17, n. 17, p. 15-32, jun. 2020.
- [29] JARDINE, J. G.; BARROS, T. D.: *Soja*. Disponível em: <https://www.agencia.cnptia.embrapa.br/gestor/agroenergia/arvore/CONT000fb123vmz02wx5eo0sawqe3vtdl7vi.html>. Acesso em: 04 fev. 2021.
- [30] JORGENSEN, S. E.: *Fundamentals of ecological modelling: applications in environmental management and research*. 4. ed. Elsevier, 399 p, 2011.
- [31] KARDESTUNCER, H.; NORRIE, D.H.: *Finite element handbook*. McGraw-Hill, New York, 1897.
- [32] KOGA, Miguel Tadayuki. *Dinâmica populacional da Mosca-dos-chifres (Haemato-bia irritans) em um ambiente com competição: simulações computacionais*. 2015. 141 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Elétrica, Unicamp, Campinas, 2015.
- [33] LOTKA, A.J.: *Elements of Physical Biology, 1925*. Williams and Wilkins Company, Baltimore.
- [34] MACHADO, M .O.: *Glifosato: a emergência de uma controvérsia científica global*. Tese (Doutorado), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2016.
- [35] MALTHUS, R. T.: *An essay on the principle of population, 1798*. Electronic Scholarly Publishing Project, 1998 (reedição).
- [36] MARCHUK, G.I.: *Mathematical models in environmental problems*. North Holland, 1986. 16 v.
- [37] MEYER, J. F. C. A.: *Modelagem e simulação numérica do transiente térmico em meios compostos*. Tese (Doutorado), UNICAMP, Campinas, 1988.

- [38] MINISTÉRIO DA AGRICULTURA, PECUÁRIA E ABASTECIMENTO. *ATO N° 29-2011: Agente Biológico de Controle*.
- [39] MONITORAMENTO de pragas na cultura da soja - MIP SOJA. Disponível em: <http://www.cnpso.embrapa.br/helicoverpa/ficha-mip.pdf>. Acesso em: 21 jul. 2021.
- [40] MONTEIRO, D. R.: *Uma abordagem por meio da teoria dos jogos de um modelo em ecologia matemática*. Dissertação (Mestrado), UERJ, Rio de Janeiro, 2013.
- [41] MONTEIRO, G.: *Uso do controle biológico de pragas dispara no Brasil*. 2017. Disponível em: <https://exame.com/ciencia/uso-do-controle-biologico-dispara-no-brasil/>. Acesso em: 19 mar. 2019.
- [42] MURRAY, J. D.: *Mathematical Biology: i. an introduction*. 3. ed. New York: Springer, 551 p, 2002.
- [43] NANAKO, S.: *Spatial distribution of dispersing animals*. *Journal of mathematical biology*, 1980. 9. 85-96. 10.1007/BF00276037.
- [44] NUNES, R. R.: *Dinâmica de populações: Um breve histórico, III Bienal da SBM - IME/UFG - 2006*. Disponível em: <https://doczz.com.br/doc/735107/dinamica-de-populacoes-um-breve-historico-ime>. Acesso em: 07 nov. 2021.
- [45] OKUBO, A.: *Diffusion and ecological problems: mathematical models in biomathematics*, v. 10, 254 pp. Berlin-New York: Springer Verlag 1980.
- [46] OKUBO, A.; LEVIN, S. A.: *Diffusion and ecological problems: modern perspectives*. 2. ed. New York: Springer-Verlag, 2001. 468 p.
- [47] PATA, R. B.; CARA, E. R.: *Modelo de Lotka–Volterra: a dinâmica predador–presa*. In: 9° Salão internacional de ensino, pesquisa e extensão – Siepe Extensão – Siepe, 9., Santana do Livramento, 2017.

- [48] PRAGAS quarentenárias: Embrapa. Disponível em:
<https://www.embrapa.br/tema-pragas-quarentenarias/sobre-o-tema>. Acesso em: 04 fev. 2021.
- [49] PEREZ, F.; MOREIRA, J. C.: *Saúde e ambiente em sua relação com o consumo de agrotóxicos em um pólo agrícola do estado do Rio de Janeiro, Brasil, 2007*, Cad. Saúde Pública, Rio de Janeiro, 23 Sup 4, S612–S621.
- [50] RACHFORD, J. H. H.: *Two-level discrete-time Galerkin approximations for second-order nonlinear parabolic partial differential equations*. SIAM J. Numerical Analysis, 6, 1010-1026, 1973.
- [51] RAFIKOV, M.: *Notas do Minicurso: Aplicação dos modelos matemáticos no controle de populações, 2003*, UFSC, Santa Catarina.
- [52] SALATI, P.: *De onde vem o que eu como: o que são alimentos orgânicos e por que eles custam mais*. 2021. Disponível em:
<https://g1.globo.com/economia/agronegocios/agro-a-industria-riqueza-do-brasil/noticia/2021/11/17/de-onde-vem-o-que-eu-como-o-que-sao-alimentos-organicos-e-por-que-eles-custam-mais.ghtml>. Acesso em: 30 dez. 2021.
- [53] SANTOS, L. H. S.: *Teoria de Controle Ótimo com Aplicações a Sistemas Biológicos*. Dissertação (Mestrado), UERJ, Rio de Janeiro, 2012.
- [54] SANTOS, P.: *Em 2020, milho é vendido a “preço de soja” e soja é vendida a “preço de boi”; entenda os motivos*. 2020. Disponível em:
<https://www.canalrural.com.br/noticias/milho-preco-de-soja-soja-preco-de-boi/>. Acesso em: 06 jan. 2021.
- [55] SCHNEIDER, S.: *Teoria social, agricultura familiar e pluriatividade*. Scielo: Rbcs, v. 18, n. 15, fev. 2003. Disponível em:
<https://www.scielo.br/j/rbcsoc/a/rztr5GB6thSx7TVPkw4wf7z/?format=pdflang=pt>. Acesso em: 29 dez. 2021.

- [56] SCHUCK, C.; LUGLIO, A.; CARVALHO, G.: *Maior parte dos grãos vira ração, e não alimento humano*. Disponível em: <https://epocanegocios.globo.com/colunas/noticia/2018/04/maior-parte-dos-graos-vira-racao-e-nao-alimento-humano.html>. Acesso em: 06 jan. 2021.
- [57] SKELLAM, J. G.: *Random dispersal in theoretical populations*, Biometrika, Volume 38, Issue 1-2, June 1951, Pages 196-218, <https://doi.org/10.1093/biomet/38.1-2.196>.
- [58] SONTAG, E. D.: *Mathematical Control Theory: Deterministic Finite Dimensional Systems*. Springer, 2ª ed., New York, 1998.
- [59] SOSSAE, R. C.: *A presença evolutiva de um material impactante e seu efeito no transiente populacional de espécies interativas: modelagem e aproximação*. Tese (Doutorado), UNICAMP, Campinas, 2003.
- [60] SOSSAE, R. C.: *Dinâmica populacional densidade-dependente em processos de dispersão e migração*. Dissertação (Mestrado), UNICAMP, Campinas, 1995.
- [61] SOSSAE, R.C; MEYER, J.F.C.A.: *Fenômenos Dispersivos e migratórios em modelos de dinâmica populacional*, Anais do XVI CNMAC, p 29, Uberlândia, 1993.
- [62] SOUZA, L. E. S. de; PREVIDELLI, M. de F. S. do C.: *Algumas considerações sobre a contribuição de Malthus ao Pensamento Econômico*. 13ª conferência internacional de história de empresas. XII CONGRESSO BRASILEIRO DE HISTÓRIA ECONÔMICA, Niterói. Anais. Rio de Janeiro: Uff/Abphe, 2017. p. 1-14. Disponível em: http://www.abphe.org.br/uploads/ABPHE_202017/8_Algumas_considerações_sobre_a_contribuição_de_Malthus_ao_Pensamento_Econômico.pdf. Acesso em: 30 dez. 2021.
- [63] STOPPELLI, I. M. de B. S.; MAGALHÃES, C. P.: *Saúde e segurança alimentar: a questão dos agrotóxicos*. Abrasco, Scielo, v. 10, n. 2, p. 91-100, dez. 2005. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/csc/a/XNxZ68SwTxC8c93jgWjFjLR/?lang=pt>. Acesso em: 20 dez. 2021.

- [64] SUJII, E. R.; TIGANO, M. S.; SOSA-GOMES, D.: *Simulação do impacto do fungo *Nomuraea rileyi* em populações da lagarta da soja *Anticarsia gemmatalis**. Pesq. Agropec. Bras., Brasília, v. 11, n. 37, p. 1551-1558, jul. 2012.
- [65] THERMOMATIC: *Qual é o percentual de umidade da minha cidade?*. Disponível em: <https://www.thermomatic.com.br/duvidas-frequentes/a-umidade-num-pais-quente-fica-perto-do-ideal-ou-muito-longe-disso-quais-as-consequencias-disso.html>. Acesso em: 19 jul. 2021.
- [66] VATH, B.: *Aplicação de modelos matemáticos no controle de populações, 2003*, UFSC, Florianópolis.
- [67] VERHULST, P. F.: *Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement. Correspondance mathématique et physique*, 1838, 10: p. 113-121.
- [68] VOLTERRA, V.: *Fluctuations in the Abundance of a Species considered Mathematically. Nature 118, 558560 (1926)*. <https://doi.org/10.1038/118558a0>.
- [69] ZAMBOLIM, L.; PICANÇO, M. C.: *Controle biológico de pragas e doenças: exemplos práticos*. Viçosa: UFV, 2009. 310 p.
- [70] YAMADA, T.; ABDALLA, S. R. S. e.: *Informações Agronômicas*. International Plant Nutrition Institute, Piracicaba, v. 119, n. 1, p. 1-17, dez. 2007. Disponível em: [http://www.ipni.net/publication/ia-brasil.nsf/0/D787A47E7C767C2883257AA1005F4B57/\\$FILE/Page1-17-119.pdf](http://www.ipni.net/publication/ia-brasil.nsf/0/D787A47E7C767C2883257AA1005F4B57/$FILE/Page1-17-119.pdf). Acesso em: 20 nov. 2021.

APÊNDICE I – Programa com variabilidade de lagartas e de fungos

Programa com variabilidade de lagartas e de fungos

Aproximação Numérica de um Sistema não-linear de equações diferenciais parciais no espaço e no tempo. E uma pequena advecção para lagartas.

```
clear all
```

```
clc
```

```
% Condições iniciais e de contorno: De início, uma distribuição uniforme de fungos (F) e localizada de lagartas (L); no contorno, a condição de von Neumann homogênea
```

```
% Dados do problema
```

```
lbf = 0.125e0;
```

```
betfl = 0.125e-4;
```

```
Kf = 1.25e+4;
```

```
alfal = 1.25e-3;
```

```
lbl = 0.5e-1;
```

```
betlf = 0.125e-6;
```

```
Ll = 4e+4;
```

```
u = 0.024;
```

```
v = 6.2e-2;
```

```
% Dados do domínio
```

```
bl = 5.0;
```

```
ah = 2.0;
```

```
tf = 5e+1;
```

```
% Dados das discretizações em espaço e tempo
```

```
nx = 50;
```

```
ny = 50;
```

```

npt = 100;
nnx = nx+1;
nny = ny+1;
nn = nnx*nny;
dx = bl/nx;
dy = ah/ny;
dt = tf/npt;
disc=[dx dy dt]

```

```
% Núcleo de Péclet
```

```
Peclet=[u*dx/alfal v*dy/alfal]
```

```
% Cálculos auxiliares (para os termos das matrizes e dos vetores)
```

```

ddx = dx*dx;
ddy = dy*dy;
d4x = 4*dx;
d4y = 4*dy;
alxt = alfal*dt/(2*ddx);
alyt = alfal*dt/(2*ddy);
uxt = u*dt/d4x;
vyt = v*dt/d4y;
lft = lbf*dt/2;
llt = lbl*dt/2;
betflt = betfl*dt/4;
betlft = betlf*dt/4;

```

```
% Definição das matrizes (de esquerda e de direita para fungos e de esquerda e direita para lagartas) - além disto, as matrizes auxiliares para cuidar, iterativamente das não-linearidades.
```

```

mef = sparse(nn);
mdf = mef;

```

```
mel = mef;
```

```
mdl = mef;
```

```
% Também as definições das duas condições iniciais: com os fungos homogeneamente distribuídos.
```

```
fz=0.5e-2*ones(nn,1);
```

```
lz = (1.75e+0)*ones(nn,1);
```

```
in=floor(nnx/2);      %in EST 1x7 DEFINIDO DUAS VEZES
```

```
in=floor((in-0.5)*nny);
```

```
lz(in-1) = 15;
```

```
lz(in) = 25;
```

```
lz (in+1) = 15;
```

```
lz(in-1+nny) = 15.5;
```

```
lz(in+nny) = 20.875;
```

```
lz(in+1+nny) = 15.375;
```

```
lz(in-1+2*nny) = 16.4;
```

```
lz(in+2*nny) = 18.725;
```

```
lz(in+2*nny) = 15.125;
```

```
norefer=in;
```

```
% Cálculo dos elementos das diagonais (principais): fungo e lagarta
```

```
dpef = 1-lft;
```

```
dpdf = 1+lft;
```

```
dpel = 1+2*(alxt+alyt)-llt;
```

```
dpdl = 1-2*(alxt+alyt)+llt;
```

```
% Cálculo dos elementos das diagonais para lagartas (secundárias).
```

```
dsidel = -alxt-uxt;
```

```
dsipel = -alyt-vyt;
```

```
dsspel = -alyt+vyt;
```

```
dssdel = -alxt+uxt;
```

```

dsiddl = -dsidel;
dsipdl = -dsipel;
dsspdl = -dsspel;
dssddl = -dssdel;

```

% Construção das matrizes, parte linear - diagonais principais: fungo e lagarta

```

for i=1:nn
    mef(i,i) = dpef;
    mdf(i,i) = dpdf;
    mel(i,i) = dpel;
    mdl(i,i) = dpdl;
endfor

```

% Diagonais secundárias lagarta (esquerda e direita, perto e longe)

```

for i=1:nn-1
    mel(i+1,i) = dsipel;
    mdl(i+1,i) = dsipdl;
    mel(i,i+1) = dsspel;
    mdl(i,i+1) = dsspdl;
end

```

```

for i=1:nn-ny
    mel(i+ny,i)= dsidel;
    mdl(i+ny,i) = dsiddl;
    mel(i,i+ny)= dssdel;
    mdl(i,i+ny) = dssddl;
endfor

```

% Correções nas bordas: esquerda e direita, acima e abaixo

% Borda horizontal superior

```

for i=1:nnx-1

```

```

    ind=i*nnny;
    mel(ind,ind+1) = 0;
    mdl(ind,ind+1) = 0;
    mel(ind,ind-1) = -2*alyt;
    mdl(ind,ind-1) = 2*alyt;
end
mel(nn,nn-1)=-2*alyt;
mdl(nn,nn-1)=2*alyt;

% Borda horizontal inferior
for i=2:nnx
    ind=(i-1)*nnny+1;
    mel(ind,ind+1)=-2*alyt;
    mdl(ind,ind+1)=2*alyt;
    mel(ind,ind-1)=0;
    mdl(ind,ind-1)=0;
end
mel(1,2) = -2*alyt;
mdl(1,2) = 2*alyt;

% Borda vertical esquerda
for i=1:nnny
    mel(i,i+nnny)=-2*alxt;
    mdl(i,i+nnny)=2*alxt;
end

% Borda vertical direita
for i=1:nnny
    ind=(nnx-1)*nnny+i;
    mel(ind,ind-nny) = -2*alxt;
    mdl(ind,ind-nny) = 2*alxt;

```

```
end
```

```
% Início da parte iterativa no tempo com cuidado especial para construir nas matrizes as partes
não-lineares de ambas de fungo e lagarta E a iteração interna a cada passo
```

```
f = fz;
```

```
l = lz;
```

```
mefa = sparse(nn);
```

```
mdfa = mefa;
```

```
mela = mefa;
```

```
mdla = mefa;
```

```
for it=1:npt
```

```
it
```

```
    for iti=1:4
```

```
        auxf = f + fz;
```

```
        auxl = l + lz;
```

```
            for i=1:nn
```

```
                mefa(i,i) = mef(i,i) + lft*auxf(i)/(2*Kf+auxl(i)) - betflt*auxl(i);
```

```
                mdfa(i,i) = mdf(i,i) - lft*auxf(i)/(2*Kf+auxl(i)) + betflt*auxl(i);
```

```
                mela(i,i) = mel(i,i) + llt*auxl(i)/(2*LI) + betlft+auxf(i);
```

```
                mdla(i,i) = mdl(i,i) - llt*auxl(i)/(2*LI) - betlft+auxf(i);
```

```
            end
```

```
        f = mefa\(mdfa*fz);
```

```
        l = mela\(mdla*lz);
```

```
end
```

```
% visualização usando superfícies de nível de fungos e lagartas
```

```
for i=1:nnx
```

```
    for j=1:nny
```

```
        ind=(j-1)*nnx + i;
```

```
        verf(i,j) = f(ind);
```

```

                verl(i,j) = l(ind);
            end
        end

% saída qualitativa
figure(1)
subplot(1,2,1),surf(verf),grid on,title('fungo')
subplot(1,2,2),surf(verl),grid on,title('lagarta')
pause(0.1)

fz = f;
lz = l;
vpf1(it)=f(in+nny);
vpl1(it)=l(in+nny);
vpf2(it)=f(in+2*nny);
vpl2(it)=l(in+2*nny);
end

%pause(1)

% saída qualitativa
% visualizar soluções finais superfícies e fungos e lagartas no nó 27
figure(2)
    subplot(2,3,1),surf(verf),grid,title('fungo')
    subplot(2,3,4),surf(verl),grid,title('lagarta')
    subplot(2,3,2),plot(vpf1),grid,xlabel('passos no tempo'),ylabel('fungo')
    subplot(2,3,5),plot(vpl1),grid,xlabel('passos no tempo'),ylabel('lagarta')
    subplot(2,3,3),plot(vpf2),grid,xlabel('passos no tempo'),ylabel('fungo no no in')
    subplot(2,3,6),plot(vpl2),grid,xlabel('passos no tempo'),ylabel('lagarta no no in')

```

ANEXO I – Técnica do pano de batida e ficha de monitoramento desenvolvida pela EMBRAPA

Aqui descreveremos brevemente a técnica de pano de batida. No pano-de-batida, é possível verificar a presença de lagartas desfolhadoras - como lagarta-da-soja (*Anticarsia gemmatalis*), falsa-medideira (*Chrysodeixis includens*), percevejos, como percevejo marrom e percevejo verde (*Nezara viridula*) e dos inimigos naturais presentes na área. Com isso, será possível calcular níveis de ação e de não-ação (EMBRAPA, 2014).

Figura 11: Pano de Batida

Método mais comum é o pano-de-batida
Saiba o passo a passo desse método:

- 1** Coloque um pano branco preso em duas varas e com 1 a 1,8m de comprimento estendido entre duas fileiras da cultura
- 2** As plantas de um lado das linhas devem ser sacudidas vigorosamente sobre o pano
- 3** Verifique os insetos (adultos e formas jovens) que caírem sobre o pano
- 4** Esses insetos devem ser contados e anotados numa ficha de amostragem que podem ser elaboradas de várias maneiras
- 5** O exame das plantas, principalmente das hastas, dos pecíolos, dos ponteiros e das vagens, complementa a amostragem com o pano-de-batida



Esse procedimento é o equivalente a **uma amostragem**.
 Recomenda-se, no mínimo, seis amostragens para lavouras de até 10 ha, oito para lavouras de até 30 ha e 10 para lavouras de até 100 ha. Para propriedades maiores, recomenda-se a divisão por talhões de 100 ha. Isso deve ser repetido semanalmente nas épocas críticas das pragas.

Fonte: (EMBRAPA, 2014)

A seguir, tem-se um quadro ilustrativo obtido de (EMBRAPA, 2014), que mostra como as principais pragas da soja se comportam nos diferentes tipos de estágios da planta. A cada estágio da planta é feito o monitoramento dos diferentes tipos de pragas encontradas.

Figura 12: MIP na cultura da soja

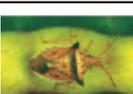
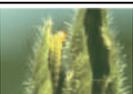


Fonte: (EMBRAPA,2014)

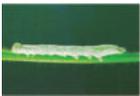
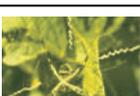
A ficha a seguir foi desenvolvida pela EMBRAPA e encontra-se disponível em (MONITORAMENTO, 2021) para auxiliar o agricultor com o monitoramento da sua plantação.

MONITORAMENTO DE PRAGAS NA CULTURA DA SOJA - MIP SOJA

Data: _____ Monitor: _____ Vegetativo
 Propriedade/Município: _____ Floração
 Cultivar: _____ Desenvolvimento de vagens
 Data da Semeadura: _____ Enchimento de grãos
 Lote/Talhão: _____ Maturação

PRAGAS			PONTOS DE AMOSTRAGEM											Nível de controle		
Lagartas: Pequenas = menores do que 1,5 cm Grandes = maiores do que 1,5 cm			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total		Média	
	Lagarta-da-soja (<i>Anticarsia</i>)	Pequena														20 lagartas > 1,5 cm/m
		Grande														
	Lagarta-falsa-medideira (<i>Chrysodeixis</i>)	Pequena														
		Grande														
	Lagarta-das-vagens (<i>Spodoptera</i> spp.)	Pequena														10 lagartas/m ou 10% de vagens danificadas
		Grande														
	Lagartas do grupo Heliothinae	Pequena														4 lagartas/m - vegetativo 2 lagartas/m - reprodutivo
		Grande														
Desfolhamento																30 % até o florescim. ou 15 % após
	Percevejo-verde (<i>Nezara</i>)	Ninfa (3 ^o ao 5 ^o instar)														Lavoura Grão: 2 perc./m
		Adulto														
	Percevejo-pequeno (<i>Piezodorus</i>)	Ninfa (3 ^o ao 5 ^o instar)														
		Adulto														
	Percevejo-marrom (<i>Euschistus</i>)	Ninfa (3 ^o ao 5 ^o instar)														Lavoura Semente: 1 perc./m
		Adulto														
	Percevejo-barriga-verde (<i>Dichelops</i>)	Ninfa (3 ^o ao 5 ^o instar)														
		Adulto														
Outros Percevejos		Ninfa (3 ^o ao 5 ^o instar)														
		Adulto														
	Broca-dos-ponteiros (<i>Crociosema</i>)	Ponteiros Atacados														25 a 30% das plantas c/ ponteiros atacados
		Nº de Plantas														
	Tamanduá-da-soja (<i>Sternechus</i>)	Adulto														até V3 1 adulto/m V4-V6 2 adultos/m
	Vaquinhas (<i>Diabrotica</i>) (<i>Cerotoma</i>) (<i>Colaspis</i>)	Adulto														Desfolha: 30% até o florescim. ou 15% após
	Torrãozinho (<i>Aracanthus</i>)	Adulto														
Outros Insetos																

MONITORAMENTO DOS INIMIGOS NATURAIS NA CULTURA DA SOJA

DOENÇAS		PONTOS DE AMOSTRAGEM												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total	Média	
	Lagarta com <i>Nomuraea</i> (doença branca)													
	Lagarta com <i>Baculovirus</i> (doença preta)													
PREDADORES														
	<i>Calosoma granulatum</i>													
	<i>Callida</i> sp.													
	<i>Callida scutellaris</i>													
	<i>Lebia concinna</i>													
	<i>Eriopsis connexa</i>													
	<i>Cycloneda sanguinea</i>													
	<i>Podisus</i> sp.													
	<i>Tropiconabis</i> sp.													
	<i>Geocoris</i> sp.													
	<i>Doru</i> sp. (tesourinha)													
	Aranhas													
	Outros													

(As informações contidas nesta ficha somente poderão ser reproduzidas com a autorização expressa do Comitê de Publicações da Embrapa Soja.)

Autores: Beatriz S. Corr a-Ferreira, bsferreira@gmail.com, Daniel R. Sosa-G mez, Clara Beatriz Hoffmann-Campo, Samuel Roggia, Edson Hirose, Adeney de Freitas Bueno, Embrapa Soja.