Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia e Ciências

Instituto de Matemática e Estatística

Ricardo José Chamon Alves

Novas perspectivas para o uso da História da Matemática

Rio de Janeiro

2016

Ricardo José Chamon Alves

Novas perspectivas para o uso da História da Matemática

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Orientador: Prof. Dr. Rogerio Luiz Quintino de Oliveira Junior

Rio de Janeiro

2016

CATALOGAÇÃO NA FONTE

UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC-A

A474 Alves, Ricardo José Chamon.
Novas perspectivas para o uso da história da matemática/ Ricardo José Chamon Alves – 2016.
f. : il.
Orientador: Rogério Luiz Quintino de Oliveira Júnior.
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática e Estatística

1. Matemática – História – Teses. I. Oliveira Júnior, Rogério Luiz Quintino de. II. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Instituto de Matemática e Estatística. III. Título.

CDU 51(091)

Ricardo José Chamon Alves

Novas perspectivas para o uso da História da Matemática

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Aprovada em 10 de junho de 2016.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Rogerio Luiz Quintino de Oliveira Junior
Instituto de Matemática e Estatística – UERJ

Prof. Dr. Helvécio Rubens Crippa
Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

Prof.ª Dra. Jeanne Denise Bezerra de Barros
Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

Prof.ª Dra. Aline Maurício Barbosa
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Rio de Janeiro

2016

O pensamento é a ponte que o corpo constrói a fim de chegar ao objeto do seu desejo.

Rubem Alves

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha pequena Sophia, amor da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, à minha filha Sophia, que nasceu durante o mestrado e, ainda no mesmo período, me deu um grande exemplo de determinação e luta pela vida. Fato este que me motivou ainda mais nesse processo de minha formação acadêmica.

Agradeço a Deus por me dar forças para buscar, a cada dia, o melhor para mim e para minha família.

Agradeço também, aos meus amigos, professores e colegas de turma e de trabalho sem os quais não conseguiria terminar o curso e esta dissertação.

Gostaria de agradecer ao meu orientador Rogerio Luiz Quintino de Oliveira Junior, por aceitar me orientar e por sua contribuição no meu trabalho.

RESUMO

ALVES, Ricardo José Chamon. **Novas perspectivas para o uso da História da Matemática**. 2016. f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT), Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016

O presente estudo tem como objetivo principal propor atividades que envolvam a história da matemática como elemento instigador do conhecimento. Observa-se a grande dificuldade que muitos alunos possuem com a disciplina da matemática, principalmente no mundo contemporâneo onde os estímulos são constantes e a atenção em sala encontra-se em segundo plano. Desta forma, buscou-se fundamentar a história da matemática na antiguidade, privilegiando Mesopotâmia, Egito e Grécia como civilizações que produziram marcos significativos na matemática. Após esse panorama, investigou-se a predisposição dos alunos para aulas que envolvessem a história da matemática através de questionários que visavam compreender melhor a visão dos alunos sobre seus papéis como agentes ativos de seu próprio conhecimento e qual o lugar que a matemática ocupa em suas vidas. Por último, após a análise desses questionários, foram propostas atividades concretas em forma de oficinas, com o objetivo de tornar os alunos protagonistas da construção de conhecimento.

Palavras-chave: História da matemática. Ensino básico. Antiguidade.

ABSTRACT

ALVES, Ricardo José Chamon. New perspectives for the use of history of mathematics. 2016. f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT), Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016

This study aims to propose activities involving the history of mathematics as an instigator of knowledge. We note the great difficulty that many students have with the discipline of mathematics, especially in today's world where the stimuli are constant and the room in mind is the background. Thus, it sought to substantiate the history of mathematics in ancient times, favoring Mesopotamia, Egypt and Greece as civilizations that have produced significant milestones in mathematics. After this overview, we investigated the willingness of students to classes involving the history of mathematics through questionnaires aimed at better understand students' views about their roles as active agents of their own knowledge and what is the place that mathematics occupies in their lives. Finally, after analysis of the questionnaires concrete activities have been proposed in the form of workshops, in order to make students protagonists of the construction of knowledge.

Keywords: History of mathematics. Basic education. Antiquity

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Para todo o professor, independente da disciplina que ministre, existem desafios que só aparecem no cotidiano de sala de aula. Durante nossa formação acadêmica, esses desafios parecem passar despercebidos, esperando que a vivência da prática docente possa vir a descobri-los. A sala de aula é sem dúvida um lugar de desafios múltiplos. Desde a gerência de conflitos à relação ensino-aprendizagem, ao professor é delegado a tarefa de despertar o interesse dos alunos em relação ao saber e isso nem sempre é tarefa fácil de se realizar.

Na disciplina matemática, a grande problemática, em meio às questões comuns para todas as disciplinas e da educação de forma generalizada, consiste no grande mito que a própria disciplina representa: um saber complexo, difícil de alcançar, destinado a poucos que possuem, na visão dos alunos, um conhecimento que não se mostra acessível para a maioria. A partir dessa visão, amplamente sedimentada no ambiente escolar, alguns desafios importantes se colocam ao professor: como alterar essa visão dos alunos? Como demonstrar que a matemática pode ser compreendida de uma forma mais conectada com a realidade que o cerca? Como responder à pergunta que a todo o momento surge em sala de aula: professor, para que eu aprendo isso?

D'Ambrosio afirma em seus estudos que *"há algo errado com a matemática que estamos ensinando. O conteúdo que tentamos passar a diante através dos sistemas escolares é obsoleto, desinteressante e inútil".*[1] O autor, em outros trabalhos, explicita ainda mais como o desenvolvimento da sociedade, de maneira geral, aponta para a criação de múltiplas inteligências, fato que acaba trazendo para a escola tradicional desafios cada vez maiores e mais complexos. Tais desafios não se restringem, obviamente, ao trabalho do professor em sala de aula. Existem enormes problemas estruturais na educação brasileira e até mesmo para o sistema educacional mundial. Trazer sentido ao que está sendo abordado com os alunos parece ser o desafio mais marcante para quem enfrenta as salas de aula cotidianamente e como solucionar esse problema é assunto de intenso debate no meio acadêmico, fazendo surgir alternativas muitas vezes significativas e outras vezes um tanto quanto caricatas.

Beatriz S. D'Ambrosio, em seu artigo *"Como ensinar a matemática hoje"*[2], elenca algumas soluções possíveis para o ensino da matemática nos dias de hoje. A autora menciona

---

[1] D'AMBRÓSIO, U. Matemática, ensino e educação: uma proposta global. Temas & Debates, São Paulo, 1991.

[2] D´AMBROSIO, Beatriz. Como ensinar matemática hoje. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Beatriz.pdf p. 4. Último acesso em 16/10/2015.

que o campo de estudo para a educação matemática, a partir de muitas reflexões, propõe caminhos que buscam relacionar o que está sendo ensinado com a realidade do aluno, como por exemplo, a modelagem matemática, o uso de computadores, os jogos matemáticos, a etnomatemática e a história da matemática.

A modelagem matemática consistiria, de forma resumida, em uma tentativa de relacionar a matemática aprendida com o mundo do aluno, fazendo com que ele utilize modelos matemáticos para resolução de problemas do dia a dia. O uso de computadores também parece ser uma ferramenta interessante, pois auxiliam o aluno através da produção de jogos como LOGO e "geometric supposer", onde é apresentada aos alunos uma série de possibilidades de construção dos conceitos matemáticos e de investigações de fenômenos geométricos, fazendo com que o aluno seja participante ativo da construção dos conceitos, fato que mexe diretamente com a sua confiança matemática.

Os jogos matemáticos surgem como possibilidade de trabalhar a matemática na medida em que buscam resgatar aspectos da aprendizagem que são preteridos no ensino tradicional, como o pensamento lógico-matemático e o pensamento espacial. Através da elaboração desses jogos, onde D´Ambrósio destaca como produção de ponta o Pentathlon Institute, que no Brasil pode ser encontrado na UNICAMP, os alunos desenvolveriam a capacidade de criar hipóteses através do enfrentamento de situações problemas, o que faz parte fundamental da construção do saber matemático.

A etnomatemática propõe uma linha de trabalho que se distancia muito do ensino tradicional na medida em que ela busca como ponto de partida do seu trabalho justamente as experiências extraescolares do aluno com a matemática, buscando entender os processos de aprendizagem da matemática informais criados pelos mesmos. Essa linha busca, inclusive, acabar com a ideia de que o aluno chega a escola sem nenhum conhecimento prévio da matemática, pois acredita que é a partir desse conhecimento informal que o ensino formal deve acontecer.

Diante de tantas teorias e possibilidades, uma das alternativas que tem se mostrado mais eficiente e apontada como uma possibilidade concreta de desconstrução da matemática como saber fechado e inalcançável tem sido a história da matemática como ferramenta em sala de aula. E aqui cabe uma distinção da história da matemática traçada no campo acadêmico, de rica e inegável contribuição para a matemática enquanto objeto de conhecimento e a história da matemática utilizada como ferramenta de trabalho para o ensino básico.

A história da matemática enquanto disciplina de ensino superior demorou muito para conquistar o espaço que deveria dentro do meio acadêmico. Seu surgimento como aspecto de relevância dentro do campo da matemática no Brasil foi tardio e tímido, como explica Cristina Motta, em trabalho anterior:

> Segundo Silva (2001, p. 144), a disciplina de História da Matemática só foi tornada obrigatória no Instituto de Matemática da USP em 1968, apesar de estar prevista no currículo desde 1934, data de criação do curso de Matemática. A oferta desta disciplina passou por sérias dificuldades, como a ausência de bibliografia em língua portuguesa e a falta de professores preparados para ministrá-la.[3]

Motta pontua ainda que além da história da matemática não ser uma disciplina obrigatória nas universidades do Brasil, as instituições de ensino superior que oferecem a disciplina de História da Matemática não apresentam um padrão de ementa, bibliografia ou de avaliação. As instituições privadas que oferecem o curso de Matemática, por exemplo, quase não possuem tal disciplina, ficando a história da matemática restrita apenas às instituições públicas, a uma bibliografia parca em Língua Portuguesa e Espanhol, bibliografia essa que se encontra constantemente esgotada, criando uma dificuldade enorme para os profissionais e estudiosos da matemática que se interessam sobre o assunto.

As diretrizes nacionais para a educação também se mostram receptivas ao trabalho com a história da matemática, mas se demonstram um tanto quanto indefinidas quanto à direção a ser tomada no trabalho concreto. Os Parâmetros Curriculares Nacionais ressaltam a importância da mesma, mas não delineiam com precisão o caminho a ser seguido. Os PCNs, nesse sentido, buscam pontuar uma crítica muito interessante ao uso da História da Matemática como ferramenta, afirmando que não basta relacionar automaticamente a história com a matemática, contando anedotas que possam demonstrar apenas a genialidade de quem fez a descoberta. É necessária uma relação mais íntima entre as duas disciplinas, como pontua o trecho dos *Parâmetros Curriculares Nacionais*:

[3] MOTTA, C. D. V. B. História da matemática na educação matemática: espelho ou pintura? FEUSP. Pág. 10.

> Apresentada em várias propostas como um dos aspectos importantes da história da matemática, por propiciar compreensão mais ampla da trajetória dos conceitos e métodos da Ciência, a História da Matemática também tem se transformado em assunto específico, um item a mais a ser incorporado ao rol dos conteúdos, que muitas vezes não passa da apresentação de fatos ou biografia de matemáticos famosos.[4]

Esta crítica deve-se ao fato de que no surgimento dessa prática, a história da matemática tinha um objetivo superficial de unir as duas disciplinas de forma anedótica, buscando apenas incluir a história como um momento de descontração frente à seriedade e a concentração exigida pelo trabalho desenvolvido pela matemática. A partir desta ótica, a história, portanto não estaria contribuindo de forma efetiva para a aprendizagem da matemática e, mais ainda, seria apenas um intervalo factual, dentro da dinâmica inalterável da disciplina matemática.

Apesar desta forma de fazer a história da matemática não se aplicar mais aos dias de hoje, essa perspectiva dominou o surgimento da disciplina, como afirma Antônio Miguel e Maria Ângela Miorim:

> Essa posição se manifestou no Brasil de forma muito intensa no período em que eram discutidas as propostas de um movimento de renovação da educação brasileira, iniciado nas primeiras décadas do século XX, que provocaria uma ampla discussão acerca das questões educacionais e ficaria conhecida como Movimento da Escola Nova. Neste momento, encontraríamos, talvez pela primeira vez, uma manifestação explícita em propostas oficiais sobre a importância da História da Matemática para a formação dos alunos das séries do então chamado ensino secundário.[5]

Desta forma, o trabalho com a história da matemática não consiste apenas em estabelecer uma relação imediata entre o conceito matemático e o contexto histórico, que apareceria como pano de fundo. O próprio PCN coloca a importância de trabalhar com a história da matemática como instrumento de resgate cultural de uma sociedade:

[4] BRASIL, 1998, pág. 23 Apud: MIGUEL, A. & MIORIM, M.A. História na educação matemática: propostas e desafios. Pág. 15.
[5] BRASIL, Op. Cit. Pág.17.

> (...) ao verificar o alto nível de abstração matemática de algumas culturas antigas, o aluno poderá compreender que o avanço tecnológico de hoje não seria possível sem a herança cultural de gerações passadas. Desse modo, será possível entender as razões que levam alguns povos a respeitar e conviver com práticas antigas de calcular, como o uso do ábaco, ao lado dos computadores de última geração (PCNs, 1998, p.43). [6]

Desta forma, mais do que informar sobre peculiaridades de grandes personalidades da matemática ou pautar grandes descobertas, a história da matemática deve servir para provar que as teorias que hoje aparecem nos livros de maneira formalizada foram frutos de esforço enorme por parte da sociedade que enfrentava aqueles desafios de então e que de forma alguma foram construídas sem conflitos ou dificuldades. Esta forma de abordagem ajudaria muito a diminuir a ideia da matemática como disciplina acabada e inatingível. Nas palavras de Vianna: *É uma proposta que proporciona ao aluno e ao professor, a oportunidade de levantar questões sobre temas que, muitas vezes, aparecem como inquestionáveis e intocáveis.*[7]

Para trabalhar com a história da matemática desta forma, principalmente no tocante a educação básica que é o objeto de pesquisa do presente estudo, Motta afirma que uma boa saída para amenizar as dificuldades de estudo da história da matemática se dará através da parceria entre o professor de matemática e professores e estudiosos das áreas humanas, principalmente das áreas de história, filosofia e sociologia.

O objetivo, segundo Mendes[8], seria de trabalhar com a História da matemática para traçar atividades voltadas para a construção dos conceitos matemáticos de forma a envolver os alunos no caráter investigativo que vai desde a geração do conceito até a sua formalização no processo histórico. Desta forma, a história da matemática, dentro do contexto escolar, servirá não somente para demonstrar como a disciplina matemática é fruto de um contexto histórico, ajudando na tarefa de desconstruí-la como algo dado, mas principalmente, de maneira a colocar aos alunos justamente os desafios por que passaram os matemáticos para chegarem a este ou aquele conceito específico que o aluno está estudando. Assim, a matemática deixa,

---

[6] VIANA, M. Concepções de professores de matemática sobre a utilização da história da matemática no processo de ensino-aprendizagem. Retirado do site: http://www.limc.ufrj.br/htem4/papers/15.pdf Último acesso em 27/10/2015.

[7] VIANNA, M. Op. Cit. Pág. 3.

[8] MENDES 2003 Apud: Vianna, M. Op. Cit. Pág. 5.

mesmo que por um breve momento, de ser um saber abstrato para ser uma resposta a um desafio concreto que foi vivido por alguém.

Mendes indica, para tal ação, dois caminhos a serem seguidos dentro da História da Matemática: o primeiro caminho incluiria também a prática da pesquisa, ou seja, seriam apresentados aos alunos problemas que necessitem de respostas a serem investigadas. Tal pesquisa seria guiada pelo professor através de atividades pedagógicas seguidas de uma sistematização do conhecimento aprendido por eles, dentro do conteúdo programático em questão.

O segundo caminho seria utilizar as informações históricas para elaborar atividades que possam produzir ou fomentar o desenvolvimento de noções matemáticas, despertando no aluno a curiosidade de criar respostas àqueles desafios já vividos e superados por outras sociedades. Desta forma, não apenas resgatamos os aspectos culturais de outras sociedades para estes alunos como oferecemos a eles a oportunidade de trabalhar com uma matemática desafiadora e estimulante. Esse parece ser o caminho mais adequado para trabalhar com os alunos da educação básica.

Partindo dessas reflexões iniciais, o presente trabalho tem como objetivo propor caminhos para o ensino da matemática no ensino básico da seguinte maneira: o primeiro e o segundo capítulos buscam traçar uma trajetória da matemática na antiguidade, buscando elencar, através do apoio principal da obra *História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas,* alguns cenários de descobertas matemáticas na história que possam ser apresentados para os alunos como “situações problemas”, desconstruindo a ideia de matemática como um saber fechado.

O terceiro capítulo tem como objetivo se debruçar exatamente na presença da história da matemática dentro de sala de aula. Quais seriam os ganhos reais de se trabalhar com a mesma e até que ponto existe uma real predisposição de parte dos alunos e professores para esta forma de trabalho. De maneira nenhuma o presente estudo ignora as tentativas frustradas de contextualização das aulas de matemática, onde o objetivo de tornar a aula interessante acaba sendo maior do que a qualidade da proposta. Não devemos ignorar, igualmente, o peso que uma prática tradicional do ensino da matemática possui e como esta metodologia se encontra arraigada culturalmente em nossa sociedade. Uma prática docente de qualidade deve levar em consideração propostas que possam vir a atender necessidades específicas dos discentes que serão submetidos a ela. A grande questão é adequar a essas necessidades, um trabalho com a história da matemática sólido e eficiente. Desta forma, a presente pesquisa compartilha da mesma visão de Vianna, ao pontuar que:

> Ao enxergamos a Matemática como uma produção cultural, tacitamente assumiremos que a História da Matemática não é um reflexo imediato do que foi a realidade de uma época, a ser “usado” em sala de aula como uma forma de reproduzir a elaboração de um conceito ou de apresentá-lo. Ao contrário, vemos na História da Matemática a possibilidade de trabalhar a recriação, ou a redescoberta, de um conceito em sala de aula a partir da discussão sobre a objetividade e a validade universal da Matemática em relação à sua produção histórica social e culturalmente determinada, às negociações de significados envolvidas nos diversos contextos sociais e às mudanças conceituais ocorridas no decorrer do tempo.[9]

Posto isso, pensamos em partir da ótica do aluno e não do professor, tentando entender qual é a visão da matemática que eles possuem e, a partir disso, traçar estratégias possíveis para construir a melhor forma de contextualização dos conceitos matemáticos. Para sondagem de tal visão dos alunos foi implementado um questionário com quatorze questões sobre a forma com que os alunos veem a matemática e qual seria o grau de seus interesses em aulas que trabalhassem com a história da matemática.

A escola selecionada para o presente estudo foi a Escola Municipal Rio das Pedras, situada em Jacarepaguá, zona oeste do Rio de Janeiro. Os alunos consultados estavam, na presente data, cursando o oitavo ano do ensino fundamental. Os resultados foram avaliados e sistematizados no terceiro capítulo. Um pequeno questionário foi dedicado aos professores da disciplina, que ministram aulas no ensino fundamental da mesma escola, nos sétimo, oitavo e nono anos com o objetivo também de ouvir suas predisposições para implementação da história da matemática em sala de aula.

O quarto capítulo do presente estudo destina-se a propor aulas práticas que utilizem a história da matemática como ferramenta, provando a aplicabilidade do método proposto. Os resultados de toda a pesquisa se encontram nesse capítulo, com o objetivo de demonstrar na prática, a reflexão teórica dessas páginas. O objetivo principal é provar que retirando a matemática do campo dos conhecimentos inatingíveis, podemos apresenta-la como uma ferramenta que pode tornar o aluno o protagonista de sua própria vida. José Pitombeira de Carvalho demonstra isso de forma muito lúcida ao afirmar que:

---

[9] VIANNA, M. Op. Cit. Pág. 12.

> O desafio é ensinar Matemática útil e relevante para o cidadão, sem perder as especificidades e a estrutura inata à Matemática. Como diz Frank Lester, usando como referência o título de um livro de E. T. Bell, Matemática, Serva e Rainha das Ciências, todo aluno de Matemática, quer no 1º, 2º ou 3º grau, deve ter a oportunidade de conhecer a rainha, de perceber o encanto e o poder da Matemática, sua capacidade organizadora de estruturas lógicas, sua versatilidade prodigiosa.[10]

[10] CARVALHO, João Pitombeira de. Avaliação e perspectivas da área de ensino de matemática no Brasil. Disponível em: http://emaberto.inep.gov.br/index.php/emaberto/article/viewFile/934/840 Último acesso em 12/10/2015.

1 A MATEMÁTICA NA MESOPOTÂMIA E NO EGITO

A história da matemática enquanto disciplina acadêmica fundamentada, inicialmente, surge em comum acordo com o cientificismo do século XIX, com o objetivo de arraigar a ideia de uma disciplina que evoluía de forma linear e acumulativa. Tal forma de pensamento se torna tão sedutora e recorrente que Isaac Asimov, no próprio prefácio da terceira edição da obra de Carl B. Boyer, *A História da matemática*[11], obra referência da disciplina, nos mostra como essa visão ainda persiste, sendo inclusive utilizada como forma de separar a matemática de outros saberes: "*agora vemos o que torna a matemática única. Apenas na matemática não há correção significativa, só extensão."*[12] A ideia de um saber que se torna gradativamente único e fechado em si mesmo, percorre todo o século XIX até os dias de hoje, nas palavras do mesmo autor:

> Cada grande matemático acrescenta algo que veio antes, mas nada tem que ser removido. Consequentemente, quando lemos um livro como A História da matemática, temos a figura de uma estrutura crescente, sempre mais alta, mais larga e mais bela e magnífica e com uma base que é tão sem mancha e tão funcional agora como era quando Tales elaborou os primeiros teoremas geométricos, há quase 26 séculos.[13]

Tal visão, oriunda de um processo histórico inegável onde a ciência se posicionava agora como foco no mundo e não mais a religião, teve repercussões tanto no campo acadêmico, como na visão da matemática para os alunos da educação básica de ensino em todo mundo. A forma positivista que a disciplina matemática se fundamentava, dava a ideia de um eterno progresso dos conceitos, se assemelhando desta forma ao progresso com que a humanidade caminhava até então.

Dois séculos passados e se inicia um interessante e significativo processo de questionamento dessa visão da matemática como um saber fechado e destinado a poucos, tanto no meio acadêmico quanto na educação básica. Estudos publicados recentemente, como a obra de Tatiana Roque intitulada "*História da matemática: uma visão crítica, desfazendo*

---

[11] BOYER, Carl B. & MERZBACH, Uta C. História da matemática. São Paulo, Blucher, 2012.
[12] Ibidem. Pág. 10
[13] Idem.

mitos e lendas" e a publicação da Sociedade Brasileira de Matemática[14] são exemplos que como a visão de linearidade da matemática começa a ser questionada, dando lugar a uma visão mais crítica e fiel ao desenvolvimento histórico das indagações matemáticas. Tal processo vem acompanhado, não obstante, de uma quantidade enorme de estudos sobre a ineficácia de abordagem da matemática em salas de aula do ensino básico em todo o Brasil. D'Ambrósio nos fornece material muito extenso sobre as mudanças sociais e como elas estão afetando o sistema educacional, que vem demonstrando enormes dificuldades em acompanhar tais transformações.

As salas de aula hoje nos colocam desafios de *sentido*, desafios esses que precisamos responder prontamente. Desta forma, parece que a grande ânsia dos alunos, de forma geral é entender "os porquês". E essa dificuldade se torna clara no ensino da matemática a partir do momento em que a metodologia da disciplina parece não partir desses porquês. Como bem coloca Roque e Pitombeira, no prefácio de seu livro:

> Acreditamos, contudo, que, quando os alunos pedem que a matemática se torne mais "concreta", eles podem não querer dizer somente que desejam ver esse conhecimento aplicado às necessidades práticas. Talvez eles queiram compreender os conceitos matemáticos em relação com algo que lhes dê sentido, ou seja, conectando-os a uma rede de significados e de relações com outras ideias, que podem ser ou não matemáticas. Aqui se insere a História.[15]

Assim, a concretude da matemática pode ser alcançada a partir da apresentação de um contexto. E, desta forma, podemos então analisar em que situação histórica tais conceitos, tão fundamentados na matemática, foram criados, *contrabalançando a concepção tradicional que se tem da matemática como um saber operacional ou técnico.*[16]

A partir destas reflexões, cabe ressaltar que o presente capítulo não tem como objetivo traçar uma história linear da matemática, tecendo-a como saberes que foram sendo acumulados e foram evoluindo de forma crescente e pacífica. Ao contrário: ao trabalhar com a história da matemática, buscamos fundamentá-la de forma a compreender a construção da disciplina matemática como fruto de uma conjuntura histórica, ou melhor, como fruto de

---

[14] ROQUE, Tatiana & CARVALHO, João Bosco Pitombeira de. Tópicos de História da Matemática. *SBM* Coleção PROFMAT, Rio de Janeiro 2012.
[15] Ibidem. Pág. IX
[16] Ibidem. Pág. X

várias conjunturas históricas diferentes e concomitantes. Assim como pontua a autora Tatiana Roque, *pode-se fazer história da matemática, essencialmente, por duas razões: para mostrar como ela se tornou o que é; ou para indicar que ela não é apenas o que nos fazem crer que é.*[17]

Desta forma, mesmo trabalhando com o público da educação básica, não procuramos fundamentar um saber de grandes gênios e descobertas inalcançáveis e sim uma matemática que teve como principal objetivo responder a perguntas do dia-a-dia de cada povo estudado: Mesopotâmia e Egito, para o presente capítulo.

1.1 **A matemática na Mesopotâmia**

Os relatos da historiografia tradicional, apontam para a Mesopotâmia e o Egito como lugares onde os primeiros fundamentos da matemática surgiram, sendo a matemática ocidental oriunda destas primeiras manifestações concretas, que foram evoluindo linearmente para os conceitos mais abstratos da disciplina, como se apresenta hoje. Esse tipo de pensamento de "berço" possui recorrência na historiografia e um exemplo emblemático é o do historiador grego Heródoto, que indica o Egito como berço da geometria, por exemplo. Essa concepção, segundo Roque, segue praticamente inalterada até o século XX, citando como exemplos de tentativas de manter uma linearidade no desenvolvimento da matemática estudiosos como Neugebauer nas décadas de 30 e 40 e B.L. Van Der Waerden nas décadas de 50 a 80. Ambos, segundo a visão crítica da autora, acabam cometendo anacronismos por não considerarem outras expressões da matemática em outros locais, elegendo como objetos de pesquisa somente processos cognitivos que corroborassem suas teorias.

Fato é que muitos estudiosos indicam, por motivos lógicos, o nascimento da matemática associado ao desenvolvimento das primeiras formas de registro do Homem. Isso acontece, não por considerarmos impossível a elaboração de processos matemáticos antes do registro, mas porque simplesmente não podemos estudar algo que não esteja registrado. E nesse caso, a construção de uma linearidade se torna ainda mais inalcançável visto a escassez e a fragmentação de fontes das civilizações antigas. Como não há uma maneira de se trabalhar com a tradição oral, grande parte da historiografia data a invenção da matemática em

[17] ROQUE, Tatiana. *História da matemática*: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012. Pág. 15.

concomitância com a invenção do registro, onde a Mesopotâmia aparece como precursora de ambos, segundo aponta Roque: *"O surgimento da escrita e o da matemática nessa região estão intimamente relacionados."*[18]

Normalmente, associa-se a história dos números à necessidade que se apresentava a determinada civilização, necessidade essa principalmente relacionada a atividades de subsistência, onde surge com certa frequência a figura do pastor de ovelhas. A explicação clássica que se dá é que para saber se nenhuma ovelha havia se perdido, o pastor precisava representar a quantidade de ovelhas ao sair e ao retornar do pastoreio. Por isso, costuma-se dizer que as primeiras formas de registro surgem para solucionar problemas práticos e organizar a sociedade.

A história da matemática elege os antigos babilônicos, na Mesopotâmia, como principais fornecedores de fontes históricas do período, apesar de datarem de uma época anterior aos egípcios. Isto acontece porque, diferente do Egito, a Mesopotâmia possuía como principal fonte de registro os tabletes de argila, onde eram realizados os registros considerados importantes para aquela sociedade. Da mesma época que os primeiros registros matemáticos, data-se também a invenção da primeira forma de escrita: a escrita cuneiforme. Os babilônicos escreviam com um objeto pontiagudo nos tabletes de argila molhada e colocavam para secar ao sol, conservando ali informações preciosas sobre seu cotidiano. Os egípcios nos fornecem menos fontes porque ao longo do tempo, os tabletes de argila permanecem mais íntegros para pesquisa do que os papiros do Egito, mais desgastados com o tempo.

Foi no Egito, entretanto, que a matemática começou a ser registrada com objetivos pedagógicos, através da educação para cálculos realizada aos jovens escribas. Os escribas, com exceção do faraó, compunham o único grupo social alfabetizado e por isso responsável pela administração da civilização egípcia. Para a formação de novos escribas, era necessário acesso a um conhecimento minimamente sistematizado, encontrado em alguns desses papiros. Apesar de possuir três línguas, a demótica, a hieroglífica e a hierática, os papiros egípcios que possuem a maior quantidade de informações sobre a sistematização da matemática encontram-se em linguagem hierática, linguagem destinada apenas a parcela culta da população egípcia, fator que comprova o elevado nível social dos escribas.

---

[18] ROQUE, T. *História da matemática*: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012. Pág 35.

O mais famoso papiro egípcio com abordagem matemática encontrado é o Papiro de Rhind, datado de 1650 a.C. Importante ressaltar que apesar do nome dado insinuar a autoria do papiro à Rhind, este foi apenas o homem que comprou o papiro, em 1850 a.C. Segundo Roque, a confecção deste papiro está atribuída a um escriba de nome Ahmes, que na verdade teria copiado este papiro de um outro mais antigo ainda.

Figura 1 – Papiro de Rhind

A utilização destes ricos documentos históricos nos levam a perceber não só características cognitivas da sociedade, mas como estas, antes, advém do desenvolvimento da própria sociedade em questão. Como afirma Roque: "*Os tabletes e papiros indicam que o modo como os cálculos eram realizados em cada cultura dependia intimamente da natureza dos sistemas de numeração utilizados.*"[19]

Roque atenta ainda para o fato de que o que denominamos matemática no Egito e na Mesopotâmia, a exemplo dos babilônios, está muito distante do que entendemos por matemática hoje, sendo a "matemática" desta época preocupada, principalmente, com o registro de quantidades e operações. E afirma ainda que com o passar do tempo, determinados grupos de pessoas foram se tornando responsáveis por se preocuparem

[19] ROQUE, T. Op. Cit. Pág. 38.

especificamente com ela, ou seja, se inicia um processo de especialização de grupos sociais que possuíam acesso e conhecimento matemáticos.

A própria concepção de número é trabalhada pela autora como algo que possa ter partido de problemas concretos, mas que necessitou, posteriormente, de certo grau de abstração. Contar é uma operação concreta, segundo sua visão, mas utilizar um mesmo número para expressar quantidades iguais de coisas diferentes é um procedimento abstrato. Portanto, não podemos afirmar que a matemática da época era essencialmente concreta, visto que mesmo partindo de uma situação real, as técnicas foram evoluindo para que pudessem expressar quaisquer problemas.

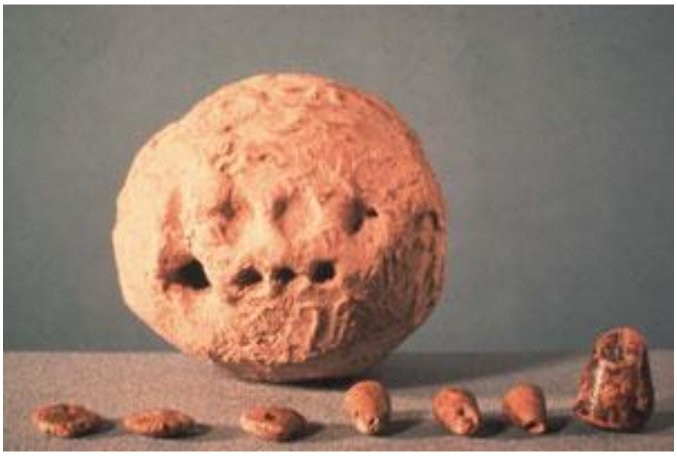
Apesar da historiografia tradicional afirmar que os babilônios teriam se desenvolvido muito na resolução de problemas algébricos, Roque cita J. Hoyrup, que na década de noventa busca refutar essa afirmativa porque:

> Ele mostrou que a “álgebra” dos babilônicos estava intimamente relacionada a um procedimento geométrico de “cortar e colar”. Logo, tal prática não poderia ser descrita como álgebra, sendo mais adequado falar de “cálculos de grandezas”. Tantos os mesopotâmicos quanto os egípcios realizavam uma espécie de cálculos de grandezas, ou seja, efetuavam procedimentos de cálculo sobre coisas que podem ser medidas (grandezas). E essa é uma das principais características de sua matemática.[20]

Roque traça uma interessante trajetória sobre o início do sistema de contagem babilônio, ao demonstrar que a evolução desse sistema reside em uma forma de contar objetos, através de pequenos “tokens”, que tinham diferentes formatos. Cada formato se referia a algo nessa sociedade que necessitava de contagem, a exemplo das jarras de óleo, que eram contadas por tokens em formato ovoide. Como era necessário armazenar esses tokens, grandes esferas foram criadas para armazená-los. A figura abaixo pode demonstrar com maior precisão do que se trata[21]:

[20] ROQUE, T. Op. Cit. Pág. 39.
[21]Fonte retirada do site http://parquedaciencia.blogspot.com.br/2014/05/matematica-na-antiguidade-oriente-medio.html Último acesso em 27/10/2015.

Figura 2 – Imagem de um receptáculo de tokens



Supõe-se que a pressão desses tokens na argila molhada marcavam a esfera com as suas formas e, como cada uma possuía um formato diferente, as marcas deixadas por eles também eram diferentes. Segundo Roque, isso pode ter levado os mesopotâmicos a pensarem que não era mais necessário guardar os tokens em sua forma concreta, bastava reproduzir suas marcas. *"Uma vez que o registro na superfície tornava desnecessária a manipulação de tokens, os invólucros não precisavam ser usados como tais e as impressões passaram a ser feitas sobre tabletes planos de argila.*"[22]

Desta forma, portanto, podemos compreender que os símbolos não eram números absolutos, mas caracterizavam diferentes relações numéricas, dependendo do que estava sendo contado naquele caso específico. As primeiras marcas que indicavam quantidade vinham acompanhadas de um ideograma que representava o que estava sendo contado. Antes, havia um sistema de contagem para cada coisa. A evolução no sistema de contagem, tornando-o um só para cada coisa pode ser considerado o início de uma abstração, já que a contagem em si passava a servir para contar qualquer tipo de coisa.

Um grande exemplo do desenvolvimento desta abstração reside no fato da escrita cuneiforme, específica dos povos sumérios da Mesopotâmia, já trazer em seus símbolos sinais que eram utilizados para cálculos e com a possibilidade de se utilizar o mesmo símbolo para quantidades diferentes, como demonstra a figura abaixo[23]:

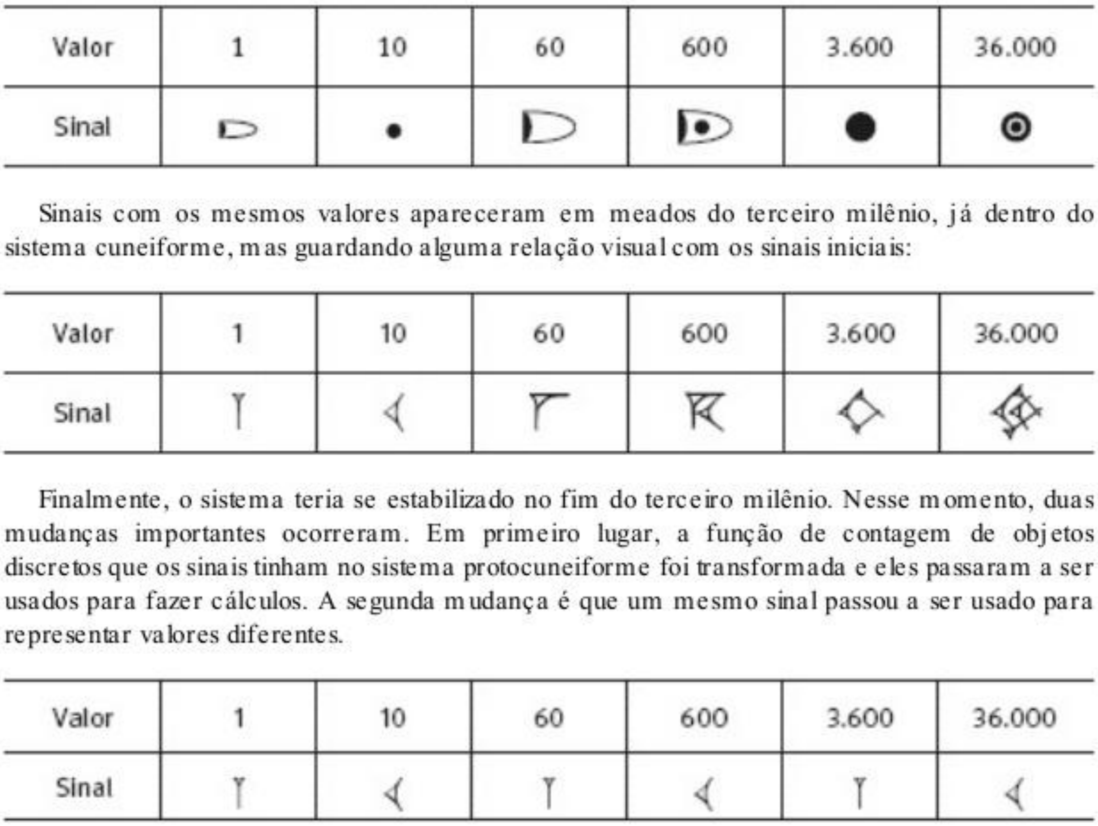
[22] ROQUE, T. Op. Cit. Pág. 43.
[23] Ibidem. Op. Cit. Pág. 45.

Figura 3 – Sistema sexagesimal posicional

Como podemos observar, o símbolo para os números 1 e 60 era o mesmo. O sistema, portanto, era posicional. Desta forma, podemos observar que os sistemas de numeração estavam completamente relacionados com o contexto e sua posição, podendo ser utilizados sinais idênticos em relações numéricas diferentes.[24] O próprio sistema de contagem foi se alterando ao longo do processo. Na figura 4, seguem três tabelas sobre a transformação do sistema de contagem babilônico[25]:

[24] ROQUE, T. Pág. 44.
[25] Ibidem. Págs. 45 e 46.

Figura 4 – Transformações do sistema de contagem babilônico[26]



Valor	1	10	60	600	3.600	36.000
Sinal						

Sinais com os mesmos valores apareceram em meados do terceiro milênio, já dentro do sistema cuneiforme, mas guardando alguma relação visual com os sinais iniciais:

Valor	1	10	60	600	3.600	36.000
Sinal						

Finalmente, o sistema teria se estabilizado no fim do terceiro milênio. Nesse momento, duas mudanças importantes ocorreram. Em primeiro lugar, a função de contagem de objetos discretos que os sinais tinham no sistema protocuneiforme foi transformada e eles passaram a ser usados para fazer cálculos. A segunda mudança é que um mesmo sinal passou a ser usado para representar valores diferentes.

Valor	1	10	60	600	3.600	36.000
Sinal						

A partir da observação dessas três tabelas podemos identificar duas mudanças importantes: uma diz respeito ao fato de que a função de contagem dos objetos que os símbolos possuíam se transformou e eles passaram a ser utilizados não mais para representar algo, mas para serem utilizados em cálculos. A segunda modificação é que, por isso, um mesmo símbolo passou a ser utilizado para representar valores diferentes, dependo do contexto. A evolução que se supõe é a de que antes, um único contador era impresso tantas vezes quanto necessário para expressar determinada quantidade e que, ao longo do caminho foi possível diminuir a quantidade de impressões e somas diferentes. Roque, portanto, afirma que: *Essa é a essência do sistema posicional: um mesmo símbolo serve para representar diferentes números, dependendo da posição que ocupa na escrita.*[27] Dentro dessa lógica, surge o sistema posicional sexagesimal, sistema de contagem típico dos babilônios.

[26] ROQUE, T. Pág. 45
[27] Ibidem. Pág. 46.

Roque afirma que foi a partir de meados do terceiro milênio a.C[28] que começou a existir uma investigação das propriedades dos números por eles mesmos, fato que poderia indicar o início de uma matemática abstrata. Podemos perceber isto através da consciência de que muitos dos tabletes de argila mesopotâmicos que são estudados hoje demonstrarem funções pedagógicas, pois sugerem que foram escritos para o ensino de novos escribas, fato que nos fornece informações muito importantes sobre as práticas educacionais mesopotâmicas. Não devemos esquecer, contudo, como a própria pesquisadora salienta, que interpretar estes tabletes até onde sabemos é lidar com "múltiplas camadas de interpretações e reconstruções", ou seja, é necessário sempre um olhar cuidadoso para não cometer anacronismos e falsas interpretações.

O sistema posicional sexagesimal era utilizado em textos matemáticos e astronômicos, mas na medida em que se referiam a medidas de volume ou área, mesclavam vários sistemas distintos. O sistema sexagesimal sendo posicional nos demonstra que o número não vale pelo seu valor absoluto, mas pela posição que ocupa dentro de um número, como vimos anteriormente. Esse sistema, no entanto, nos fornece também ambiguidades visto que, muitas vezes, para diferenciar números diferentes que eram representados pelo mesmo símbolo, eles alteravam o tamanho deste símbolo ou optavam por manter uma coluna em branco, dificultando a interpretação, sendo a mesma premissa válida para o fato de que não existia ainda um símbolo que representasse o zero.

Roque salienta que nosso sistema decimal também é posicional com números diferentes existentes do 1 ao 9 sendo o 10 uma repetição do número 1, em uma posição diferente. Mas aponta para uma diferença importante:

> Uma diferença entre o nosso sistema e o dos babilônios é que estes empregavam um sistema aditivo para formar combinações distintas de símbolos que representam os números de 1 a 59, enquanto o nosso utiliza símbolos diferentes para os números de 1 a 9 e, em seguida, para fazer uso de um sistema posicional. Em nosso sistema de numeração, no número decimal 125, o algarismo 1 representa o 100; o 2 representa o 20; e o 5 representa o 5 mesmo.[29]

---

[28] A autora, em seu livro, utiliza em substituição a nomenclatura a.C e d.C (antes de Cristo e depois de Cristo) a.E.C, que significa Antes da Era Comum. Apesar de estarmos conscientes desta discussão importante dentro do campo historiográfico, optamos em manter a nomenclatura original por ainda ser mais utilizada nos dias de hoje.

[29] ROQUE, T. Op. Cit. Pág. 50

No sistema posicional sexagesimal podem ser representados números inteiros ou fracionados, o que difere do sistema egípcio, como veremos adiante. A representação dos números fracionados, porém, não introduzia nenhum símbolo próprio, o que aumentava a ambiguidade do sistema. Mas uma grande vantagem do sistema posicional era que este permitia o registro de enormes quantidades através de poucos símbolos, fato essencial na medida em que os estudos astronômicos, que envolvem números maiores, começaram a se desenvolver. A astronomia, a aritmética e o sistema posicional parecem ter tido influência sobre a tradição grega de Hiparco e Ptolomeu. A astronomia desenvolvida por eles no Egito utilizava o sistema posicional, mesmo que com simbologia diferente.

> Apesar disso, a ideia de que teria havido uma continuidade entre as matemáticas mesopotâmica e grega foi construída com base em interpretações equivocadas e não há evidências nítidas da influência dos mesopotâmicos sobre a tradição grega.[30]

As operações com o sistema sexagesimal posicional podem ser encontradas em alguns tabletes de argila mesopotâmicos sendo um dos mais famosos a placa de Plimpton 322, datada entre 1900 e 1600 a.C, apresentada da imagem abaixo[31]:

Figura 5 – Placa de Plimpton 322

[30] ROQUE, Op.Cit. Pág. 56

[31] Retirada do site http://ms-matematica.blogspot.com.br/2015/01/plimpton-322.html . Último acesso em 27/10/2015.

Roque pontua a existência de tabletes equivalentes à nossa tabuada. Para a multiplicação, seu uso era fundamental. As divisões eram efetuadas com auxílio de tabletes recíprocos. Além das quatro operações, os babilônios também registravam nos tabletes potências e raízes quadradas. Existiam também tabletes com exercícios resolvidos, que na visão da pesquisadora *"correspondem a problemas que trabalharíamos hoje por meio de equações.*" [32] Podemos dizer que os problemas eram resolvidos por método de interpolação, incorporando-se subalgoritmos dados por certos exemplos previamente resolvidos. Desta forma, não podemos afirmar serem os mesopotâmicos os inventores das equações. Como afirma a pesquisadora: *"havia alguns exemplos que serviam a uma vasta gama de problemas, reduzidos pela resolução a um dos exemplos de base e posterior conversão do resultado para se adaptar ao caso específico."* [33]

Atualmente, buscamos resolver dois ou mais problemas de mesma natureza através de regras gerais que podem vir a ser especificadas para casos particulares. Esses casos, no entanto, permanecem sendo vistos como parte de um problema genérico. A forma babilônica era diferente: eles construíam uma lista de algoritmos distintos como exemplos e iam interpolando-os para os casos específicos que surgiam. Alguns destes exemplos serviam para resolução de várias gamas de problemas, *sendo resolvidos pela redução de um dos exemplos de base e posterior conversão do resultado para se adaptar ao caso específico.* [34]

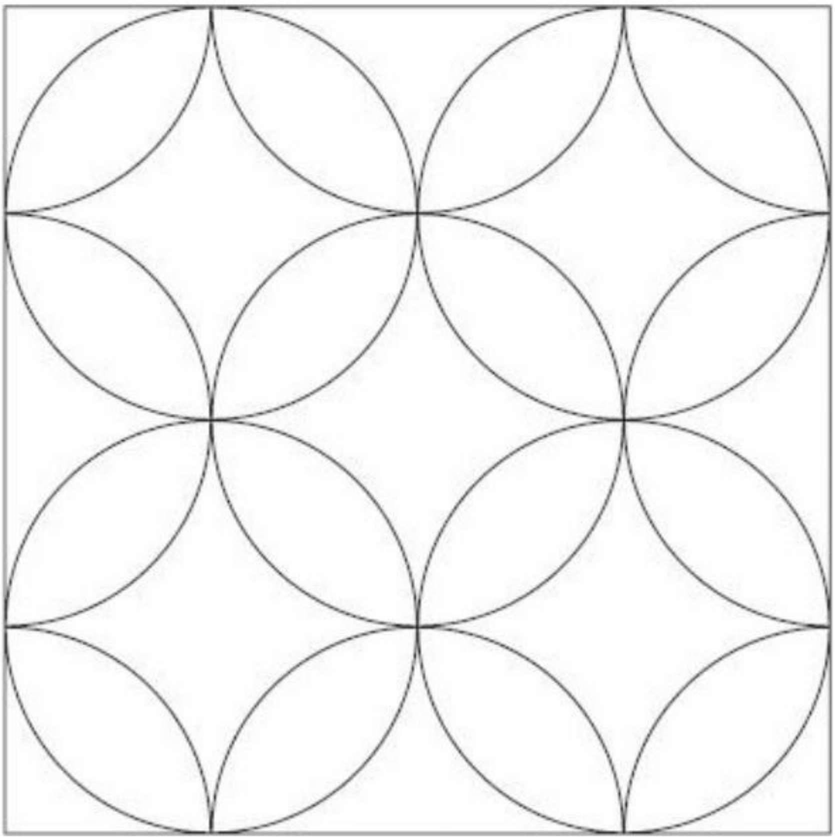
A placa de Plimpton 322 tem como conteúdo aparente a técnica de resolver os problemas através da prática de "cortar e colar" figuras geométricas. *"Este tablete conteria, na verdade, uma lista dos pares de números recíprocos usados para encontrar triplas pitagóricas por meio do método de completar quadrados."*[35] Tal análise é extremamente interessante para demonstrar as diferentes formas de resolução encontradas pelos povos da antiguidade. Porém, isso não seria suficiente para supor que os babilônios, por isso, teriam desenvolvido noções de geometria ao invés de noções de álgebra. Para confirmar tal proposição, Roque cita, inclusive, que não há como provar que houve realmente uma continuidade entre a matemática mesopotâmica e a geometria grega da época de Euclides, apesar dos caminhos estudados apontarem para o início do contato com formas e volumes, como aponta a autora:

---

[32] ROQUE, T. Op. Cit. Pág. 63.
[33] Ibidem. Pág. 65.
[34] Idem.
[35] Ibidem. Pág. 71

Além dos problemas com o objetivo de encontrar quantidades desconhecidas pelo método de completar quadrados geometricamente, outros problemas matemáticos que constam dos tabletes babilônicos envolvem a investigação de formas e volumes. Esse grupo de problemas considerados geométricos, é exemplificado no tablete B M 15285. Este parece ser um texto escolar, um livro-texto contendo diferentes figuras planas inseridas em um quadrado, como na figura 8[36], com o objetivo de ensinar o aluno a encontrar áreas dessas figuras, uma vez que a área do quadrado é dada.[37]

Figura 6 – Tablete B M 15285[38]



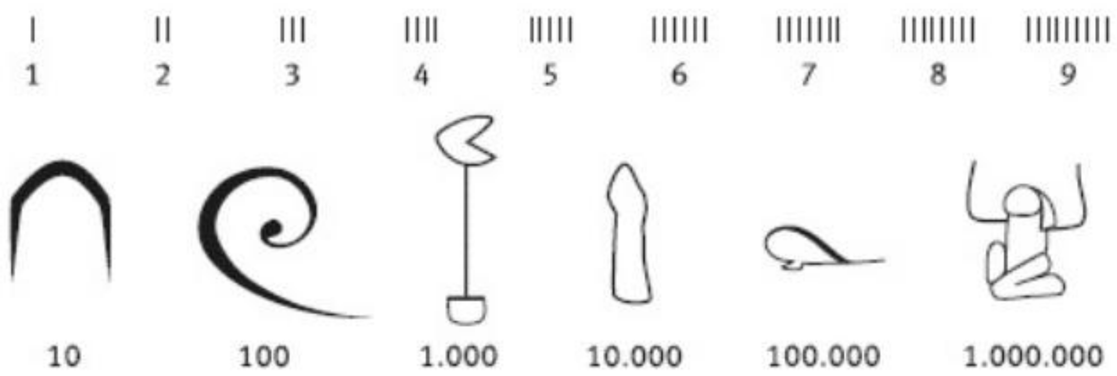
[36] Para esclarecimento, a figura a qual a autora se refere como “figura 8” corresponde a figura 6, da presente pesquisa.
[37] ROQUE, T. Op. Cit. Pág. 72
[38] Ibidem. Pág. 72.

1.2 **Números e operações no Egito Antigo**

O sistema de contagem egípcio era decimal e já estava desenvolvido antes mesmo da unificação do Egito sob o regime dos faraós. A convenção para se ler os números egípcios era simples: os maiores eram escritos na frente dos menores e se havia mais de uma linha a ser lida, começava-se sempre por cima.

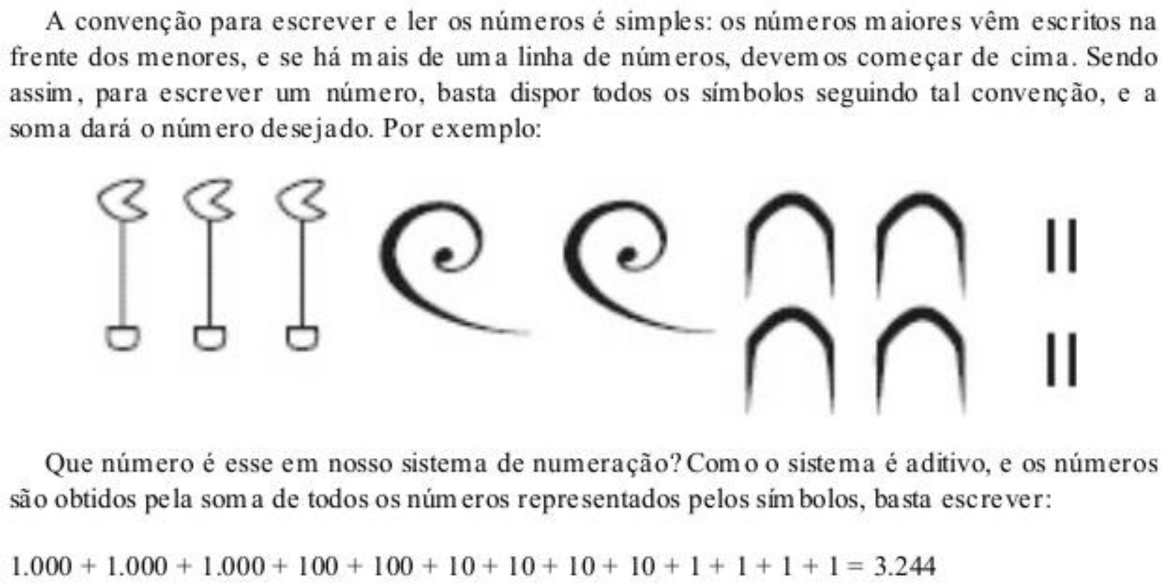
O sistema decimal egípcio, diferente do sistema posicional sexagesimal babilônico, não parece ser eficaz ao representar quantidades muito grandes, visto que o número final é obtido pela soma de todos os valores registrados. Isto pode indicar que para a realidade egípcia, talvez não houvesse a necessidade de lidar com grandes quantidades no dia a dia. O número um era representado por uma barra vertical e os outros números com um algarismo eram obtidos pela soma das barras verticais. Por ser um sistema decimal, os números eram múltiplos de dez. O número dez era representado por uma alça, o número cem era representado por uma espiral, a flor de lótus representava mil, dez mil era representado por um dedo, cem mil por um sapo e um milhão por um deus com as mãos levantadas. Essa representação pode ser melhor compreendida na figura abaixo:

Figura 7 – Sistema de numeração egípcio.[39]



[39] Roque, Tatiana. Op. Cit. Pág. 73.

Figura 8 – Sistema de contagem egípcio.[40]



A convenção para escrever e ler os números é simples: os números maiores vêm escritos na frente dos menores, e se há mais de uma linha de números, devemos começar de cima. Sendo assim, para escrever um número, basta dispor todos os símbolos seguindo tal convenção, e a soma dará o número desejado. Por exemplo:

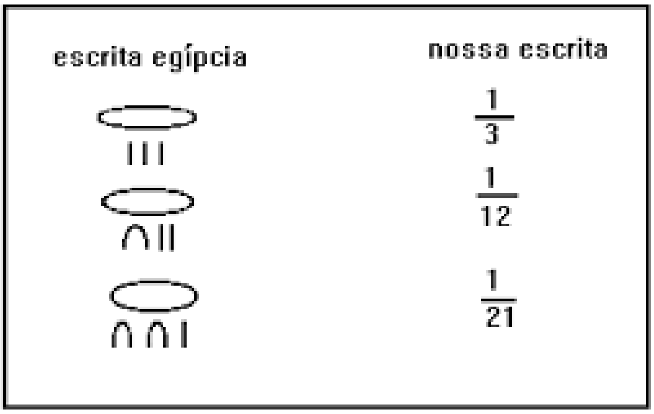
Que número é esse em nosso sistema de numeração? Como o sistema é aditivo, e os números são obtidos pela soma de todos os números representados pelos símbolos, basta escrever:

1.000 + 1.000 + 1.000 + 100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 = 3.244

Outra diferença importante entre o sistema babilônico e o sistema egípcio é a representação de frações: como vimos anteriormente, os babilônicos não possuíam símbolos específicos para representar as frações, ficando a cargo da posição e do contexto a leitura das mesmas. O sistema egípcio, entretanto, possui símbolos específicos para as frações.

No sistema egípcio havia dois tipos de fração: as frações comuns, escritas por símbolos próprios em escrita hierática e hieróglifa e as frações que eram representadas pelo número, acrescido de uma forma oval em cima dele, demonstrando ser uma fração.

Figura 9 – Representação das “frações” egípcias.[41]



[40] ROQUE, T. Op. Cit.Pág. 73.
[41] Retirado do site http://ddj5i.blogspot.com.br/2012/02/um-pouco-de-historia-sobre-fracoes.html Último acesso em 17/12/2015.

Roque, no entanto, aponta para o fato de que:

> Esse símbolo oval colocado acima do número não possui, porém o mesmo sentido daquilo que chamamos hoje de “numerador”. As frações egípcias não tinham numerador. Nosso numerador indica quantas partes estamos tomando de uma subdivisão em um dado número de partes. Na designação egípcia, o símbolo oval não possui um sentido cardinal, mas ordinal. Ou seja, indica que, em uma distribuição em *n* partes iguais, tomamos a *n*-ésima parte, aquela que conclui a subdivisão em *n* partes.[42]

Roque afirma que, por isso, existe uma vantagem do sistema egípcio em relação ao nosso: já que ele opera somente com o numerador 1, é muito mais fácil comparar as frações do que no nosso sistema, onde precisamos igualar os denominadores para realizar tal comparação. Desta forma, chegamos à conclusão de que é incorreto afirmar que os egípcios não possuíam uma noção de fração. De fato, talvez, não a possuíssem na forma da matemática moderna e Roque, mesmo afirmando que a concepção fracionária egípcia não trabalhava com numeradores diferentes de 1, afirma que não é possível qualificar essa característica como uma limitação da aritmética dos egípcios, pois como veremos adiante, essa forma fracionária era utilizada com frequência no auxílio do modo com que eles realizavam as operações matemáticas.

Em relação às operações matemáticas no Egito, podemos afirmar que a adição consistia em agrupar os números a serem adicionados até que fossem reunidos em uma certa quantidade que já poderia ser representada por outro símbolo. A multiplicação, sempre efetuada em uma sequência de multiplicações por 2, podendo ser empregadas, para acelerar o procedimento, sequências de 10. Para exemplificar o método de se trabalhar com as operações matemáticas no Egito, Roque analisa o problema 25 do Papiro de Rhind[43], que pertencia ao grupo de “problemas de aha”. Esse termo era utilizado por representar uma quantidade que era desconhecida em um resultado previamente conhecido. Ao invés de resolvermos isso com uma equação linear, como fazemos hoje em dia, os egípcios tinham um método muito peculiar, onde um “chute” inicial era dado e corrigido ao longo do processo. A maioria dos relatos históricos sobre a matemática egípcia indica que se tratava de uma matemática

[42] ROQUE, T. Op. Cit. Pág. 74

[43] O problema 25 do Papiro de Rhind é “Uma quantidade e sua metade somadas fazem 16. Qual a quantidade?” *In*: ROQUE, Tatiana. Op. Cit. Pág. 80.

essencialmente prática, baseada na tentativa e erro. Desta forma, a ela foi delegada a prática do “método da falsa posição”.

> O método da falsa posição pode fornecer uma maneira de resolver equações aritmeticamente, ou seja, sem procedimentos algébricos, e foi usado em diversos momentos da história.[44]

Essa acusação, no entanto, pode revelar um anacronismo: a nossa cientificidade é construída em busca de uma universalidade e no mesmo Papiro de Rhind, onde encontramos esse problema, encontramos também uma série de outros problemas da mesma natureza que não indicam qualquer relação com problemas empíricos como quantidade de grãos, animais, etc. Tal característica indica uma sistematização de raciocínios matemáticos. *“Mas o mais importante é que o escriba parece ter desejado indicar, por meio de uma lista de problemas similares um procedimento geral de resolução.”*[45] Roque pontua, contudo, que nem todos os problemas do Papiro de Rhind eram resolvidos pelo método da falsa posição. Neste papiro, há diferentes grupos de problemas com diferentes propostas de resolução.

No Egito antigo, multiplicações e divisões com frações apresentavam soluções análogas às resoluções com números inteiros, sendo resolvidas em sequências de duplicações e divisões por 2. Para frações com denominadores ímpares, existia uma tabela a ser seguida para que os cálculos complexos fossem feitos apenas uma vez e registrados para possíveis consultas posteriores.

> Dessa forma, a multiplicação de frações de denominador ímpar, um cálculo “difícil”, era realizada apenas uma vez, e sempre que se necessitasse do resultado recorria-se às tabelas. Pelo mesmo motivo, as somas de frações também traziam dificuldades e deviam ser representadas nas tabelas.[46]

Outra consideração importante é a discussão da teoria que levanta a hipótese de que os babilônios e os egípcios já demonstrariam a consciência do número π. Para realizar essa

---

[44]ROQUE, T. Op. Cit. Pág. 81.
[45] Ibidem. Pág. 82
[46] Ibidem. Pág. 83.

discussão, Roque seleciona dois exemplos de quantidades a serem calculadas: um através do método babilônico e outro através do método egípcio. Através desses dois problemas práticos, enunciados pela pesquisadora, ela demonstra que não era exatamente uma noção de um número constante que os antigos possuíam, mas sim uma operação frequente utilizada para calcular o volume necessário para algo.

No caso egípcio, Roque utiliza o problema 41 do Papiro de Rhind para demonstrar como fazer um celeiro redondo de 9 por 10. Para tal, a autora demonstra que o fator $\frac{1}{9}$ era uma constante que deveria ser aprendida e utilizada pelos egípcios sempre que quisessem calcular a área de uma circunferência. Da mesma forma, o exemplo babilônio pressupõe um padrão de operação e não uma constante numérica. Para exemplificar, Roque utiliza o tablete Haddad 104 através do problema *"Procedimento para um tronco. Sua linha divisória é 0,05. Quanto ele pode armazenar?"* Através da resolução do problema apresentado, Roque demonstra que o cálculo da área da circunferência babilônico consiste em multiplicar o valor pela constante 0,5 na base 60. Roque conclui, portanto, que:

> Seria um tremendo anacronismo dizer que os povos mesopotâmicos e egípcios já possuíam uma estimativa para π, pois esses valores estavam implícitos em operações que funcionavam, ao invés de serem expressas por números considerados constantes universais, como em nossa concepção atual sobre π. O valor de $\frac{1}{9}$ dos egípcios era uma constante multiplicativa que devia ser operada com o diâmetro, e não um número.[47]

Roque ainda faz uma última discussão muito interessante sobre a ideia de um número ser concreto ou abstrato, de acordo com seus estudos sobre Egito e Mesopotâmia. A autora afirma que a noção de número exige uma relação entre o pensamento concreto e abstrato. O procedimento utilizado desde as sociedades antigas está na correspondência entre dois grupos de coisas ou duas coleções. A mesma correspondência que utilizamos, por exemplo, ao contar algo "nos dedos". *"Efetuar uma correspondência entre essas duas coleções de seres é contar".*[48]

---

[47] ROQUE, T. Pág. 85.
[48] Ibidem. Pág. 87.

A contagem dá origem a um número que designa a quantidade de seres ou coisas de determinada coleção. *"A definição de número implica, portanto, uma abstração em relação a quantidade dos seres que estão em cada coleção para que apenas a sua quantidade seja considerada."*[49]

Conforme observado no início do capítulo, os povos da Mesopotâmia desenhavam símbolos nos tabletes de argila. Na virada do quarto para o terceiro milênio a.C, foram introduzidos símbolos para designar quantidades de coisas de grandezas diferentes. "*Logo, os numerais escritos nos tabletes desse período são o primeiro indício da utilização de um sistema de numeração abstrato"*.[50] Para corroborar tal teoria, voltamos ao exemplo de que os invólucros onde as marcações eram feitas com diferentes tokens deixa de ser necessário e apenas o registro daquela quantidade passa a ser essencial, não importando mais o que estava sendo contado, residindo aí a abstração.

Roque, em sua última análise comparativa entre os babilônicos e os egípcios, afirma que não podemos estabelecer uma categoria de fácil ou difícil para os problemas matemáticos que surgiam então. Percebemos que tanto o Egito quanto a Mesopotâmia possuíam técnicas diferentes para efetuar a mesma operação, como, por exemplo, a multiplicação. E, apesar dos mesopotâmicos resolverem seus problemas através de tabelas de produtos inversos e raízes enquanto os egípcios utilizavam sequências de duplicações e divisões por 2 e inversões, ambos utilizavam as tabelas para facilitar e superar dificuldades intrínsecas ao modo como representavam seus cálculos.

> O que é considerado fácil ou difícil depende do que pode ou não pode ser realizado por uma certa técnica. Dito de outro modo, a dificuldade de uma operação matemática é relativa aos métodos de que dispomos para executá-la.[51]

Roque afirma, portanto, que ao resolver problemas práticos, os egípcios e os mesopotâmicos acabaram desenvolvendo sistemas de numeração diferentes, *"ou melhor duas matemáticas"*.[52] Tal observação reforça a ideia inicial de que não existe uma matemática, com

[49] ROQUE, T. Pág. 87..
[50] Ibidem. Pág. 88
[51] Ibidem. 89
[52] Ibdem. Pág. 90

origem comum e evolução linear como muitos autores do início do desenvolvimento da matemática procuraram demonstrar: cada uma vem a desenvolver a sua própria, de acordo com as especificidades do cotidiano que enfrentavam.

Os estudos apresentados neste capítulo servem para comprovar as ideias iniciais de que a história da matemática não pode ser compreendida apenas como um momento da aula de matemática onde existe um intervalo reflexivo para discutir alguma anedota histórica. Nas páginas anteriores procuramos demonstrar como o desenvolvimento histórico e, por isso, as especificidades de cada sociedade em questão, Egito e Mesopotâmia, possibilitaram o desenvolvimento de matemáticas diferentes a partir das necessidades e do cotidiano que cada uma delas traçou em seu desenvolvimento histórico. Não podemos, portanto, de forma alguma, acreditar que a história da matemática se encerra na utilização de algumas histórias que possam vir a entreter os alunos durante as aulas. Ao demonstrar como o desenvolvimento da matemática se dá também condicionado pelas características específicas de cada sociedade, mostramos aos alunos, finalmente, o sentido de se estudar determinados conceitos da disciplina.

Da mesma forma, entendemos que uma abordagem nesse sentido também contribui enormemente para a mudança necessária da visão da matemática em sala de aula como um saber sistemático, acabado e inalcançável por parte da maioria. Demonstrando aos alunos como a matemática foi surgindo a partir das necessidades e vivências dos seres humanos, ela deixa de ser algo do campo dos saberes abstratos e passa a ser ferramenta para a vida dos alunos, respondendo novamente a necessidade de trazer *sentido* ao que está sendo trabalhado com eles em sala de aula. A intenção é demonstrar que não existe uma separação tão delimitada entre saber prático e abstrato e em várias ocasiões, podemos perceber que esses saberes não são excludentes. Essa divisão entre saber abstrato e concreto é atribuída aos gregos, civilização que estudaremos no próximo capítulo.

2 A MATEMÁTICA NA GRÉCIA ANTIGA

Grande parte da história da matemática delega aos gregos um desenvolvimento mais teórico do que os mesopotâmicos e egípcios, que possuíam deduções que se desenvolviam na prática. Segundo muitos autores, a principal teoria seria a de que a geometria teria sido inventada na região do oriente próximo pela necessidade constante de calcular e recalcular os impostos devidos para o faraó, na medida em que o Rio Nilo avançava e tomava parte das terras cultiváveis. Como vimos no capítulo anterior, a falta de documentação da época não nos permite afirmar com certeza onde a geometria surge pela primeira vez e, da mesma, forma, há uma inexistência de fontes que nos permita compreender a matemática grega como uma continuação da matemática egípcia ou mesopotâmica.

Para elucidar com um exemplo a construção dessa visão, a pesquisadora Tatiana Roque retorna à anedota de que Tales teria, em sua incursão ao Egito, aprendido noções da geometria egípcia, tendo ele, inclusive, calculado a altura de uma das pirâmides. Isso teria, na opinião da autora, contribuído enormemente para a ideia de que os gregos teriam transportado essas noções dos povos do oriente para calcular áreas e medidas inacessíveis. *"Enfatiza-se, assim, a origem empírica da geometria, bem como sua utilidade no tratamento de questões mais especulativas."*[53] Segundo a autora, tal anedota serviria, inclusive, para corroborar com o mito de que existe uma evolução linear da matemática, ideia que não pode ser comprovada, como já foi visto no capítulo anterior.

Apesar de não termos a capacidade de medir a influência que as culturas grega, egípcia e mesopotâmica tiveram entre elas, podemos afirmar que existem algumas diferenças entre cada uma delas, exatamente porque a compreensão e a evolução dos questionamentos matemáticos dependem muito do contexto histórico em que estes pensadores viviam.

Ao longo deste estudo, procuraremos confirmar a ideia de que a matemática obteve um desenvolvimento que pode ser compreendido mais em forma de rede do que propriamente uma evolução linear e evolutiva. A cada civilização estudada, procuramos demonstrar como são as características de outros aspectos da sociedade como o cultural, social, intelectual que vão suscitar estas ou aquelas questões dentro do campo da matemática.

A primeira característica decisiva para o desenvolvimento da matemática grega surge a partir da própria evolução das cidades gregas, que passavam por um momento muito produtivo entre os séculos V e IV a.C. O surgimento das chamadas *polis* gregas, as cidades-

[53] ROQUE, T. Op. Cit. Pág. 94.

estados, possibilitaram o desenvolvimento de outros tipos de cognição, com o advento de uma farta vida pública onde a administração e o diálogo eram extremamente importantes para o florescer de uma cidade altamente organizada. *"A controvérsia alimentava a polis e a capacidade de persuasão, que contribuía para vencer o debate, tornou-se valorizada."*[54]

O que se torna muito aparente dentro do escopo do desenvolvimento das *polis* gregas é a apreciação do diálogo baseado na razão, de onde surge, não por acaso, a filosofia. A união dessas duas vertentes na vida grega, a razão e o poder de persuasão fizeram com que os gregos começassem a tentar explicar fenômenos que anteriormente pertenciam ao campo do sobrenatural através de uma racionalidade específica do mundo grego. Ao mesmo tempo em que a mitologia perdia espaço para o surgimento da medicina e da História como campo científico, a matemática passou a ser utilizada, da mesma forma, para explicar fenômenos da natureza e do cosmos, de uma forma mais ampla. Isso pode ser comprovado através dos exemplos de Roque em:

> Os filósofos da Escola de Mileto e, posteriormente, os pitagóricos e os sofistas, formularam pensamentos para explicar a formação do Universo – não mais com base em mitos, nos quais o sobrenatural, o divino e a hierarquização entre homens e deuses definiam o mundo, mas a partir de elementos passíveis de racionalidade, como a água, o ar e o número.[55]

Com o surgimento da filosofia, se abre um grande espaço para explicações racionais sobre os fenômenos outrora sobrenaturais, essa mudança de pensamento se expressarão principalmente na figura de Sócrates e Aristóteles que irão desenvolver a retórica e a dialética com este objetivo. Além disso, outros aspectos do desenvolvimento dos gregos vão surgir como possibilidades de desenvolver a matemática em si, como é o caso da arquitetura, da astronomia e de um dispositivo chamado *gnomon*, uma espécie de relógio de sol, demonstrando alguns conceitos geométricos, como círculos e ângulos.[56]

Apesar da história da matemática conceder, justamente, um papel protagonista às contribuições da matemática grega, atualmente muito se questiona sobre a importância de grandes personagens. Obviamente, estes questionamentos não advêm exclusivamente na história da matemática, tendo em vista que desde o século XIX, a história tem deixado de lado

---

[54] ROQUE, T. Op. Cit. Pág. 95
[55] Idem.
[56] Ibidem. Pág. 97

os feitos de grandes heróis e personagens, sendo vista hoje como movimento de pessoas comuns, instituições, movimentos sociais, etc. Dentro do contexto da história da matemática, tal exercício também se encontra expresso em obras atualizadas e críticas, como é o caso da obra de Tatiana Roque.

Roque, em sua obra, problematiza a legitimidade de fontes da época, em relação ao papel que teriam exercido Tales de Mileto e Pitágoras. Sabe-se que exerciam grande influência dentro das discussões sobre os conceitos matemáticos, mas a historiografia da matemática atualmente questiona a autoria de muitas de suas descobertas. A autoria do próprio Teorema de Pitágoras é vista pela historiografia atual como algo a ser questionado pela parca e tendenciosa gama de fontes que nos são oferecidas. O que não pode ser negado, no entanto, é o interesse dos gregos pela matemática, e mais especificamente, pela geometria. Roque levanta ainda a possibilidade da filosofia, materializada na Escola de Platão, ter concedido a matemática, até então surgida de problemas práticos, uma faceta abstrata, traço que podemos ver altamente destacado nos dias de hoje no que se refere às contribuições da matemática grega.

Roque problematiza de forma igualmente contundente a descoberta das medidas incomensuráveis como uma discussão que teria surgido dos pitagóricos. A autora alega que justamente esta foi a descoberta que separou a geometria da aritmética, pois foi a partir dela que a geometria teria ficado encarregada das grandezas geométricas enquanto à aritmética teria sido reservada os números. Essa separação, em si, segundo Roque, já caracteriza uma importante marca da geometria grega. A crise dos incomensuráveis, como descreve a autora, seria descrito pela história da matemática até então como o escândalo contido na ideia de que duas grandezas podem não possuir uma medida comum. Roque desenvolve o raciocínio em:

> Hoje dizemos que duas grandezas A e B são comensuráveis se a razão entre elas pode ser expressa por um número racional, pois isso significa que existe uma terceira grandeza C que cabe em A e B um número inteiro de vezes. Caso contrário, se a razão entre as grandezas não puder ser expressa por um número racional, dizemos que são incomensuráveis. [57]

[57] ROQUE, T. Op. Cit. Pág. 100.

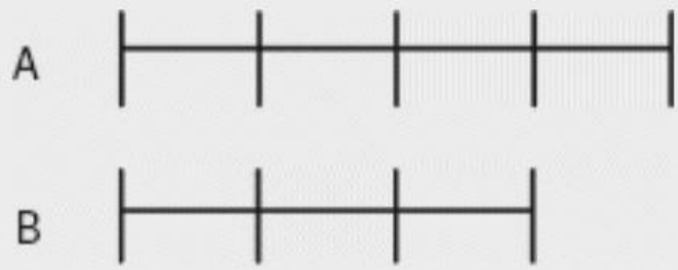
Roque afirma que apesar dos raciocínios da época não envolverem números racionais e estarem muito mais próximos de questionamentos filosóficos e não propriamente matemáticos e tal escândalo ser usualmente colocado por bibliografia ultrapassada, o fato de que duas grandezas podem ser incomensuráveis *desafia o mundo dos sentidos* e, talvez, esse tenha sido um dos motivos pelos quais a geometria tenha se tornando uma ciência abstrata ou tenha ganhado tal motivação na Grécia. Tal contexto é melhor explicado na passagem abaixo:

Figura 10- Procedimentos de medida e a incomensurabilidade.[58]

PROCEDIMENTOS DE MEDIDA E A INCOMENSURABILIDADE

A medida é um procedimento que permite reduzir grandezas a números. Dado um segmento, podemos medir seu comprimento. Dada uma superfície bidimensional no plano, podemos obter a medida de sua área. Para medir, o primeiro passo é escolher uma unidade de medida. Duas medidas da mesma natureza devem possuir uma unidade de medida comum. Cada grandeza é identificada, assim, ao número inteiro de unidades de medida que a compõem. A medida torna possível, portanto, a correspondência entre qualquer grandeza e um número inteiro, ou uma relação entre inteiros.

Como “medir” significa, essencialmente, “comparar”, precisamos, na maioria das vezes, subdividir uma das grandezas para obter uma unidade de medida que caiba um número inteiro de vezes em ambas as grandezas a serem comparadas. Suponhamos que queiramos comparar os segmentos A e B. Como B não cabe um número inteiro de vezes em A, podemos dividir B em 3 e tomar a unidade como sendo um terço de B. Como essa unidade cabe 4 vezes em A, a comparação de A com B nos fornece a razão 4:3. É desse tipo de comparação que surgem as medidas expressas por relações entre números inteiros, que chamamos, hoje, de “racionais” (justamente por serem associados a uma razão).



Mas será que é sempre possível expressar a relação entre grandezas por uma razão entre inteiros? Tal problema é equivalente à seguinte questão: dados dois segmentos A e B, é sempre possível subdividir um deles, por exemplo B, em um número finito de partes, de modo que uma dessas partes caiba um número inteiro de vezes em A? Intuitivamente, se pensamos em grandezas físicas, é lícito supor que sim. Ou seja, se as partes de B puderem ser tornadas muito pequenas, parece ser sempre possível encontrar um segmento que caiba em A um número inteiro de vezes, ainda que este seja um número muito grande. A descoberta das grandezas incomensuráveis mostra que isso não é verdade; logo, nossos sentidos nos enganam quando admitem essa possibilidade.

[58] Roque, T. Op. Cit. Pág.102.

Segundo a autora, existem duas obras importantes para a história da matemática, obras essas atribuídas aos neoplatônicos Jâmblico e Proclus, onde não somente é definido o contexto da transformação da matemática como também os pensadores a quem eles se referem. Roque não deixa de ressaltar que ambos produzem um tipo de sistematização de pensamento que tem como uma das características principais serem demasiadamente elogiosos, prática comum da época em que os textos foram escritos. *"Afirma-se aí que Pitágoras transformou sua filosofia em uma forma de educação liberal, procurando derivar seus princípios de fontes superiores, de modo teórico.*"[59]

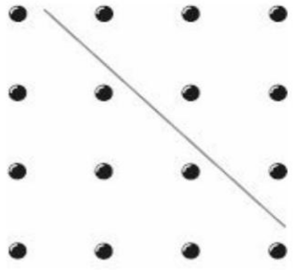
Aristóteles, em *Metafísica*, afirma também que foram os pitagóricos que estabeleceram a relação entre a matemática e a filosofia. *"Aristóteles e Eudemo estão na origem da crença de que o caráter teórico é a marca que distingue a matemática grega das receitas dos antigos."*[60] Mas a autora, em sua obra, busca investigar essa proposição de forma mais profunda. Segundo ela, a contribuição atribuída a Pitágoras é questionável, pois a historiografia não possui fontes concretas para determinar se foi o próprio Pitágoras, a escola pitagórica ou até mesmo os neoplatônicos, em momento *posteriori*, que criaram uma relação mais íntima entre a matemática e a filosofia.

A essência da teoria pitagórica consiste no fato de que a natureza possui muitos elementos e se esses elementos podem ser separados e distintos, eles podem ser contados. Desta forma, podemos entender que tudo no cosmos pode ser contado, ou seja, pode ser expresso por números. Roque defende, entretanto, que os pitagóricos não podem ser vistos como os criadores dos números abstratos porque utilizavam a materialidade para exercer suas deduções, como por exemplo, pedrinhas para a contagem e raciocínio. *"Dessas configurações numéricas, os pitagóricos podiam obter, de forma visual, diversas conclusões aritméticas, como"*[61]*:*

a) Todo o número quadrado é a soma de dois números triangulares sucessivos:

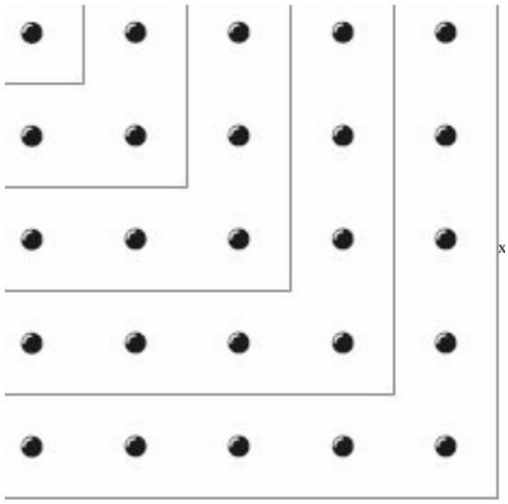
[59] ROQUE, T. Op. Cit. Pág. 103.
[60] Idem.
[61] Ibdem.Pág. 106

Figura 11 – Números triangulares.[62]



b) É possível passar de um número quadrado a um número quadrado imediatamente maior adicionando-se a sequência dos números ímpares. Na figura 11, os números ímpares são dados pelos contornos em forma de L, os *gnomons* dos pitagóricos.

Figura 12 – Gnomons dos pitagóricos[63]



Roque afirma que nesta época, a matemática era dividida em duas partes: uma destinada a trabalhar com a aritmética e a música e a outra dedicada à investigação das grandezas, à geometria e à astronomia. Ao mencionar os pitagóricos, a autora afirma que eles só poderiam conhecer o mundo através dos números e das razões das quais todas as coisas são feitas. Para conhecer, era necessário quantificar, tipificar, medir, etc. Por isso, tudo que era ilimitado ou infinito, não era possível de ser conhecido. Um famoso exemplo dessa busca dos

[62] ROQUE, Tatiana. Op. Cit. Pág.107.
[63] Idem.

pitagóricos pelo que pode ser quantificado é a verdadeira admiração e dedicação aos estudos do triângulo retângulo. Três ângulos onde o ângulo reto é considerado por eles o melhor por sua igualdade e semelhança enquanto os outros dois se definem *em relação* ao reto, ou seja, pela sua grandeza ou pela sua pequenez diante do ângulo reto, que é o limite, a referência.

> Tudo aquilo que pode ser definido a partir de limites claros é superior ao que depende de critérios relativos de mais ou de menos, uma vez que o limite é a fonte de autoidentidade e da definibilidade de todas as coisas, ao menos na definição de Aristóteles na doutrina pitagórica.[64]

Aristóteles também afirma que os pitagóricos são os primeiros a considerar a matemática a partir de princípios, relacionando-a, assim, com a filosofia. Porém, nunca abandonando o mundo material, no caso, as pedrinhas como principal objeto de contagem para o desenvolvimento destas formas de pensamento. Como a própria autora nos lembra: "*os pitagóricos não separavam os números do mundo físico".*[65] Desta forma, podemos afirmar que para os pitagóricos, os números ainda possuíam relevância no mundo real, mais do que em uma teoria abstrata, faceta pela qual os gregos possuem crédito. Tatiana nos chama atenção a isso através da passagem: *"apesar de ser inseparável do ideal filosófico de explicar o mundo por meio de números, os números pitagóricos não eram entidades abstratas."*[66]

Roque parece afirmar com muita propriedade que a relação entre os lados de um triângulo retângulo é anterior aos gregos e, por isso, não devemos considerá-la como autoria de Pitágoras. A autora, porém, demonstra-se muito mais interessada em compreender qual era a relevância da consciência dessa relação para os gregos do que, propriamente, discutir a autoria do famoso "Teorema de Pitágoras".

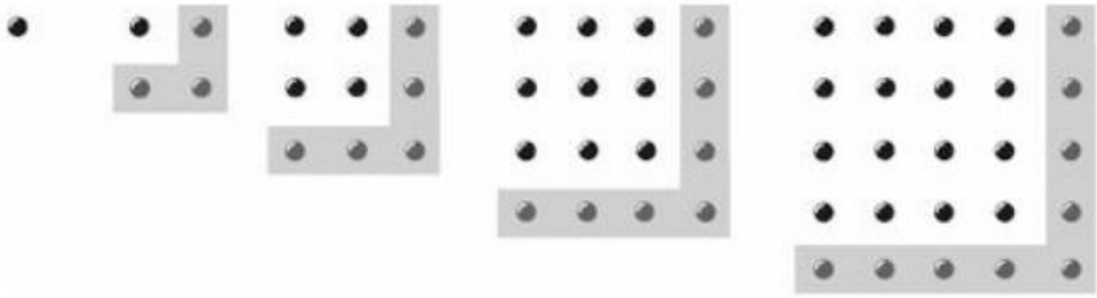
Segundo ela, o Teorema de Pitágoras é resultado de uma investigação muito mais aritmética do que geométrica, pois seu estudo pode ser a evolução das chamadas triplas pitagóricas, como ela mesma demonstra em:

> O problema das triplas pitagóricas é fornecer triplas constando de dois números quadrados e um terceiro número quadrado que seja a soma dos dois primeiros. Essas triplas são constituídas por números inteiros que

[64] ROQUE, T. Op. Cit. Pág. 110.
[65] Ibidem. Pág. 111.
[66] Ibidem. Pág. 112.

> podem ser associados às medidas dos lados de um triangulo retângulo.[67]

Figura 13 – Triplas pitagóricas[68]



Desta forma, concluímos que o teorema significava, ao menos para a escola pitagórica, um resultado aritmético e não geométrico. Esse método é capaz de gerar triplas como 3,4,5, mas não todas as triplas possíveis para medir os lados de um triângulo retângulo.

Roque reforça a escassez de fontes que possam comprovar teses sobre o período, destacando que grande parte do que se sabe sobre a matemática grega encontra-se nos ensaios de Platão e Aristóteles e nos "*Elementos*" de Euclides, obras que foram escritas em momento posterior e que, justamente por isso, não podem ser consideradas suficientes para afirmações históricas, podendo mascarar não somente a própria opinião dos autores como também o manuseio de informações para justificar este ou aquele argumento que se deseja ressaltar.

No que diz respeito à noção de razão grega, por exemplo, Euclides descreve dois tipos de pensamento: um aplica-se apenas às grandezas comensuráveis e é atribuída aos pitagóricos e a segunda, muito sofisticada, é atribuída a Eudexo e se aplica às grandezas comensuráveis e incomensuráveis.

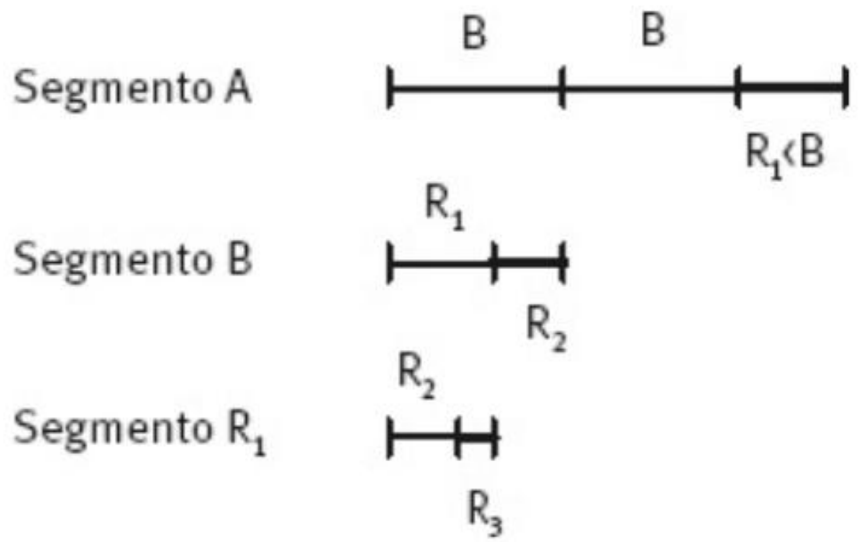
> Comparando as duas teorias das razões expostas por Euclides, há motivos históricos para se acreditar que a inadequação da teoria numérica para tratar as grandezas incomensuráveis tenha levado a busca de uma técnica que pudesse ser aplicada a elas de forma confiável.[69]

---

[67] Ibidem. Pág. 113.
[68] ROQUE, T. Op. Cit. Pág.113.
[69] Ibidem. Págs. 118 e119.

Roque afirma que já existia um método, denominado *antifairese*, utilizados para números e que esse método deve ter sido utilizado para comparar grandezas incomensuráveis. Dessa investigação, segundo Roque, é que devem ter surgido métodos mais formais e menos intuitivos de comparar grandezas.[70] *Antifairese* significa “subtração recíproca”, é semelhante ao “algoritmo de Euclides” e seu objetivo é encontrar o maior divisor comum entre dois números. Tal procedimento pode ser aplicado em números tal como em segmentos de reta, como está sendo demonstrado no exemplo abaixo[71]:

Figura 14 – Método da antifairese



Essa *antifairese* equivale a fazer A = n_0B + R_1, em seguida, B = $n_1R_1 + R_2$, depois, $R_2 = n_1R_2 + R_3$, e assim por diante. O procedimento pode ou não chegar ao fim. Quando ele termina, a medida comum aos dois segmentos fica associada a um terceiro segmento, R, que é o último resto não nulo encontrado e que mede os segmentos A e B. Isso permite achar a medida comum a dois segmentos e, assim, é possível reduzir a geometria à aritmética, pois cada segmento será representado por sua medida. Nesse caso, a verificação da semelhança entre figuras pode ser reduzida à verificação de uma proporção aritmética; e a proporção pode ser definida como uma
47 igualdade de razões entre números.

Quando a *antifairese* não termina, estamos diante de um caso de incomensurabilidade.

Isso indica que os matemáticos já possuíam uma noção de comensurabilidade para números, tendo a

---

70 ROQUE, T. Pág. 119.
71 Ibidem. Pág. 120.

> unidade como medida de todos os números. Em seguida, eles teriam estendido tal noção para as grandezas, mas não puderam encontrar uma medida comum para todas elas. A possibilidade de existirem duas grandezas incomensuráveis tornou necessário o uso da técnica de *antifairese* para que se fundasse uma nova teoria das razões, independente da igualdade entre os números.[72]

Roque utiliza esse pensamento para voltar ao argumento de que em verdade não houve nenhum escândalo na descoberta dos incomensuráveis, como antes se previa. *"Ao contrário, sua existência seria uma circunstância positiva, pois teria sido responsável pelo desenvolvimento de novas técnicas matemáticas para lidar com razões e proporções.* "[73]

Roque não diminui, porém, a importância de tal descoberta, lançando duas possíveis consequências para a história da matemática: primeiro o possível divórcio entre o universo das grandezas e o universo dos números e depois o surgimento da necessidade de demonstração e o desenvolvimento do método axiomático.

A autora continua tecendo discussão muito interessante sobre a descoberta da incomensurabilidade pelos gregos, dizendo que ela surgiu da própria matemática, provavelmente da geometria e não é encontrada nos relatos nenhuma alusão a escândalos ou estarrecimentos sobre esta descoberta. Ao contrário: ela representou novas direções a serem desenvolvidas.

> Um dos primeiros exemplos a apresentar a possibilidade de duas grandezas incomensuráveis teria sido o problema de se usar o lado para medir a diagonal de um quadrado, o que exige conhecimento simples de geometria. Autores do século IV a.E.C.[74], como Platão e Aristóteles, tratam da incomensurabilidade no contexto da comparação entre o lado e a diagonal do quadrado, e citam Teodoro e Teeteto. Apesar de terem sido os primeiros matemáticos de que temos conhecimento a realizar um estudo sobre os incomensuráveis, é provável que já se pudesse conceber a possibilidade de duas grandezas serem incomensuráveis anteriormente. [75]

---

[72] ROQUE, T. Op. Cit. Págs. 121 e 122.
[73] Ibidem. Pág. 122.
[74] a.E.C significa antes da Era Comum e corresponde a antes de Cristo.
[75] Ibidem. Págs. 126 e 127.

Roque afirma que diante do estudo do capítulo, podemos afirmar que Pitágoras, apesar de ser lembrado como o pai da matemática grega, possuía uma matemática baseada na concretude, com a aritmética indutiva. *"A abstração ficava por conta da relevância que os pitagóricos cultivavam pelos números, empregados não apenas para fins práticos."*[76] Com Euclides, a matemática passou a se distinguir por sua teoria própria.

A teoria mais aceita para o desenvolvimento da matemática como saber axiomático é a de que ela foi elevada ao patamar de ciência pura na Academia de Platão.

> A lógica matemática e a prova dedutiva podem ir além do que é perceptível. É verdade que os eleatas já propunham afirmações em franca contradição com as evidências apresentadas pelos sentidos, mas a tarefa de mostrar que o pensamento deve transcender a percepção sensível foi concluída por Platão.[77]

Roque levanta ainda duas possibilidades, portanto, para a sistematização das explicações matemáticas: a primeira seria a de que existiam problemas que não poderiam ser resolvidos por dedução, através da identificação de um padrão. A segunda seria a criação de escolas, onde ficou clara a necessidade de sistematizar o conhecimento para que ele fosse passado adiante. Tudo isso, aliado a um espírito crítico, facilitam o surgimento da necessidade de sistematizar.

> A descoberta dos incomensuráveis levou a que se desconfiasse dos sentidos, uma vez que esses não permitem enxergar que dois segmentos podem não ser comensuráveis. É necessário, portanto, mostrar que isso pode ocorrer, ou seja, praticar geometria sobre bases mais sólidas do que as fornecidas somente pela intuição.[78]

Entre as ciências hipotéticas, a geometria é o principal exemplo usado por Platão. Essa ciência utiliza hipóteses e dados sensíveis para chegar a conclusões de modo consistente. Não é a toa que ela se configura como um dos setores mais complexos para os alunos do ensino

---

[76] ROQUE, T. Pág. 137.
[77] Ibidem. Pág. 139.
[78] Ibidem. Pág. 140

básico, que possuem muita dificuldade em visualizar e utilizar a abstração na resolução de problemas. Talvez os alunos tivessem mais propriedade sobre o assunto se tivessem maior conhecimento sobre como essa disciplina surgiu, panorama que realizamos no presente capítulo. Nas páginas seguintes, buscaremos analisar em que sentido os alunos estão receptivos justamente para a redução do abismo existente entre academia e ensino básico. Ou seja, para a aplicação da história da matemática e discussões sobre os mitos que a disciplina carrega, desconstruindo assim a ideia da matemática distante e inalcançável.

3 A APLICABILIDADE DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO BÁSICO

Após o panorama geral da história da matemática nas civilizações do oriente e na Grécia, especificando pontos muito interessantes para trabalhar de forma efetiva com os alunos, a presente pesquisa buscou entender qual a probabilidade de sucesso de atividades que pudessem abarcar essas temáticas, do ponto de vista dos próprios alunos. Através da realização de uma pesquisa com alunos do ensino fundamental[79], foi possível compreender a visão dos mesmos sobre alguns aspectos da disciplina matemática bem como o interesse em atividades que adotassem a história da matemática como elemento facilitador da aprendizagem.

A pesquisa foi realizada no primeiro semestre do ano de dois mil e quinze, com o quantitativo de cento e quatorze alunos que cursavam o oitavo ano do ensino fundamental da Escola Municipal Rio das Pedras, localizada na zona oeste do Rio de Janeiro. Os alunos não eram obrigados nem mesmo orientados a identificar seus questionários para que ficassem realmente à vontade para responderem o que acreditavam serem suas opiniões. Algumas palavras foram explicadas para esclarecer o vocabulário e o tempo para resposta foi livre, com o objetivo de realmente mapear a visão dos alunos sobre alguns aspectos que a pesquisa considera importante para o presente estudo. O questionário possuía quatorze questões, sendo treze respostas de múltipla escolha e uma discursiva. Os resultados serão analisados nas páginas que se seguem.

A primeira pergunta do questionário tinha o objetivo de investigar a impressão geral dos alunos, através da pergunta *"O que você acha da disciplina de matemática?*". Desta forma, podemos avaliar a empatia do grupo em relação à disciplina. No que se refere às respostas, 20,18% responderam que "*a matemática é muito importante para a minha vida*". 1,75% responderam "*não vejo utilidade nenhuma na minha vida*", 25,44% responderam "*acredito que ela me ajude no meu dia-a-dia*" e 52,63% responderam "*entendo sua importância, mas tenho dificuldade em aprender*". Esses dados reforçam a ideia inicial de que os alunos compreendem a importância da matemática, mas nem sempre sabem como aprender e aplicá-la. Como os dados mostram, apenas 1,75% dos alunos não veem utilidade na matemática, o que demonstra a sua importância como disciplina, mas a maioria (52,63%) possui dificuldade em aprender, o que nos aponta para a necessidade de novos métodos de

[79] Questionário e resultados em anexo.

ensino e, por isso, a possibilidade da história da matemática se torna mais expressiva como alternativa de abordagem para o ensino da matemática.

A segunda pergunta busca testar a ideia de que os alunos acreditam que a matemática é um saber inalcançável para alguns e que muitos não possuem capacidade para aprendê-la. A pergunta era "*Na sua opinião, todas as pessoas têm capacidade de aprender matemática?"*. Apenas 12,28% responderam que "*sim, todas possuem a mesma capacidade"*, o que comprova a ideia de que os alunos acreditam que existam diferentes níveis de inteligência e compreensão da disciplina. No entanto, somente 10,53% responderam que "*não, apenas algumas pessoas possuem essa capacidade*". Este fator é interessante e reforça a resposta que detém a esmagadora maioria, que é a porcentagem de 76,32% que responderam "*sim, mas algumas aprendem mais rápido do que outras*" e 0% responderam *"acredito que nenhuma pessoa possua habilidade para aprender matemática"*. Essas respostas divergem da ideia de que os alunos acreditam que a matemática é para poucos, mas sim que alguns levam mais tempo para aprendê-la do que outros, o que demonstra uma certa confiança na aprendizagem da matemática, diferente do que supúnhamos anteriormente.

A terceira pergunta busca investigar um antigo paradigma dos alunos de que memorizar as fórmulas era suficiente para obter bons resultados em uma avaliação, por exemplo. A pergunta era "*Você acredita que apenas a memorização das fórmulas é suficiente para que você resolva quaisquer questões sobre um assunto?"*. 14,04% dos alunos responderam "*Sim, acredito*". 38,60% responderam *"Não, a memorização das fórmulas é importante, mas precisamos saber aplicá-las".* 1,75% responderam que "*Não vejo sentido em utilizar fórmulas"* e 45,61% *"Sim, mas possuo muita dificuldade em memorizar as fórmulas"*. Nesse quesito, podemos ver que os alunos se demonstram divididos: os que acreditam que apenas as fórmulas não resolvem o problema e os que acreditam que as fórmulas resolvem, mas que possuem dificuldade em memorizá-las. Acreditamos que a dificuldade de memorização parta justamente da ideia de que determinada matéria que não esteja fazendo *sentido* para o aluno, por isso, ele não entenda a fórmula e não a memorize. A presente pesquisa busca justamente em capítulo posterior elencar atividades que possam trazer esse sentido para dentro de sala de aula, com o auxílio da história da matemática.

A quarta questão busca compreender até aonde os alunos relacionam a disciplina da matemática com a vida cotidiana e se eles a enxergam no seu dia-a-dia. Para a pergunta "*Você vê relação entre os conteúdos que aprende em matemática e sua vida cotidiana*?", 9,65% responderam que "*Não vejo nenhuma relação*", o que demonstra um grupo muito pequeno que não observa nenhum traço da matemática no seu dia-a-dia. 44,74% responderam que

“Sim.”, ou seja, grande maioria consegue estabelecer uma relação entre a matemática e o cotidiano, porém, não podemos deixar de observar, que mesmo sendo maioria, não representa metade do grupo estudado. A resposta mais interessante, talvez, seja a de que 22,81% responderam que *“Sim, porém não consigo relacioná-los”*, o que reforça a ideia de que os alunos reconhecem a matemática como disciplina essencial, mesmo que não consigam identificar os motivos pelos quais ela assim se apresenta. A última alternativa teve 21,93% dos votos e representava a resposta *“acredito que existam conteúdos que não se relacionam com a vida cotidiana”.*

A quinta pergunta se refere à consciência do aluno sobre seu real aprendizado da disciplina matemática: a pergunta era *“Você tem facilidade em entender a explicação do professor e repetir o raciocínio em outras questões similares?”*. Para essa pergunta, apenas 15,79% dos alunos responderam que “*sempre*”, ou seja, demonstram muita facilidade de aprender e reproduzir o método. Menos ainda, 10,53% responderam “nunca”, ou seja, a minoria também respondeu ser totalmente incapaz de entender a explicação e reproduzir em outros exercícios. 60,53% dos alunos responderam “*na maioria das vezes*” e 13,16% responderam que “*entendo durante a explicação, mas possuo dificuldade em repetir o raciocínio*”. Esta amostragem demonstra que os alunos possuem capacidade para entender e aplicar o conhecimento na maioria das vezes. Mais importante que assimilar essa informação, deve ser o diagnóstico do que não está sendo aprendido e os motivos pelos quais não está sendo assimilado.

A sexta pergunta consiste em mais um instrumento de sondagem da imagem que os alunos possuem sobre a disciplina da matemática. A questão era *“Na sua opinião, a matemática é um saber teórico ou prático?”* 9,65% responderam “*Teórico*”, demonstrando assim que não conseguem observar a matemática partindo de nenhuma indagação prática. 15,79% responderam “*Prática*”, ou seja, não demonstram dar atenção à matemática em sua formalização abstrata. 69,30% responderam que acreditam que são “*ambos*” e 4,39% responderam “nenhum dos dois”. Isso demonstra que a esmagadora maioria dos alunos, quase setenta por cento, parece compreender que a matemática possui uma faceta que parte da prática, mas também reconhecem que ela possui uma parte fruto da abstração e da formalização de um campo de pensamento. Esses aspectos merecem ser destacados, pois possuem extrema importância para o próximo capítulo, onde estudaremos as propostas de atividades a serem realizadas com os alunos que utilizem a história da matemática como objetivo principal.

A sétima pergunta consiste em sondar a opinião dos alunos sobre a importância do estudo e da matemática para suas vidas a longo prazo. A pergunta era "Você acredita que o saber matemático lhe servirá como um instrumento de ascensão social?". 34,21% responderam que "sim". Apenas 3,51% responderam que "não". 17,54% responderam que "*até um determinado momento da minha vida*" e 41,24% responderam que *"Não só a matemática, mas todas as disciplinas".* É interessante perceber que apenas uma minoria não percebe a importância da matemática como instrumento de ascensão social. Grande parte reconhece a necessidade de estudo, não apenas da matemática, mas de todas as disciplinas como fundamental para que sejam cidadãos bem-sucedidos no futuro. Este resultado surpreende, pois, vivemos em uma sociedade imediatista, onde costumamos perceber os jovens sem perspectiva de uma vida melhor.

A pergunta número oito tinha como objetivo analisar a ideia de que a matemática é um saber fechado em si mesmo e acabado. Vimos que essa perspectiva é um dos paradigmas que se reproduz no ambiente escolar de uma forma geral. A pergunta foi formulada da seguinte maneira *"A matemática, no seu ponto de vista, é uma ciência que já chegou ao seu limite*? *(Que não tem mais para onde evoluir?)".* 14,04% responderam que "*sim*", ou seja, que viam a matemática como um saber já dado. 23,68% responderam "*não*". 21,05% responderam "*Não conheço as pesquisas realizadas recentemente*" e 41,23% responderam que "*nenhuma ciência é limitada*". Tal resultado também demonstra uma percepção muito interessante sobre as ciências de uma forma geral, afinal, a grande maioria dos alunos percebe a ciência como algo em movimento e não como um conjunto fechado e acabado de conhecimento.

A nona pergunta tinha como principal objetivo compreender até aonde vai o conhecimento dos alunos sobre os principais campos de pesquisa da matemática, buscando compreender se existe mesmo um abismo entre as pesquisas atuais e o ensino básico. Essa indagação foi realizada através da pergunta: "*Você já ouviu falar no IMPA (Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada) ou na SBM (Sociedade Brasileira de Matemática)?".* 12,28% dos alunos responderam "*Apenas do IMPA*". 12,28% responderam "*Apenas da SBM*". 14,91% marcaram "*de ambos*" e a grande maioria, 59,65% responderam "*nenhum dos dois*", o que demonstra que realmente, a pesquisa de ponta, desenvolvida nos meios acadêmicos não possui uma relação íntima com o ensino de base. Algo que deve ser observado já que o maior contato dos alunos do ensino fundamental e médio com esses órgãos seria excelente facilitador da percepção de que a matemática é um saber de constante modificação e aperfeiçoamento.

A décima pergunta busca entender os motivos pelos quais os alunos geralmente acham a disciplina da matemática interessante. A pergunta foi formulada da seguinte maneira *"Com que frequência a matemática aparece como uma disciplina estimulante e desafiadora para você*?". 7,89% responderam "*nunca*". 14,91% responderam "*sempre*". 45,61% responderam "*apenas quando vejo relação com o meu cotidiano*" e 31,58 % responderam "*apenas quando eu entendo os motivos pelos quais o assunto foi estudado no passado".* Tais dados também são de igual importância para a presente pesquisa, pois demonstram os momentos em que a disciplina se torna mais estimulante para o aluno: quando ela se relaciona com o cotidiano dos alunos e quando ela mostra como e porque determinado assunto se tornou objeto de estudo da matemática.

A décima primeira pergunta está diretamente relacionada com a curiosidade dos alunos em participar de atividades que tivessem como propósito a história da matemática. A pergunta era "*Você acredita que uma atividade lúdica, como uma peça de teatro ou uma simples encenação em sala de aula, retratando o momento em que uma determinada fórmula ou conceito foi criado, ajudaria na assimilação de tal conteúdo?".* 25,44% dos alunos responderam "*sempre*", 2,63% responderam "*nunca*", 44,74% responderam "*apenas em alguns conteúdos*" e 26,32% responderam "*sim, mas não gostaria de participar.*" Se observarmos que apenas uma resposta é totalmente negativa nessa questão, percebemos que para 97,27% dos alunos, uma encenação que os levasse para o momento que o conteúdo estudado foi pensado os ajudaria a assimilar tal assunto. Essa pergunta também se torna essencial para apoiar a proposta de atividade da presente pesquisa.

A décima segunda pergunta tinha como objetivo entender o grau de necessidade dos alunos em atividades alternativas à aula expositiva comumente aplicada nas salas de aula, através do questionamento *"Com que frequência você gostaria de participar e/ou assistir tal peça ou encenação?"* 9,65% responderam "nunca". 35,09% responderam que "em todas as aulas". 50% responderam "bimestralmente" e 5,26% responderam "semestralmente". Como podemos observar através do quantitativo de alunos, as atividades lúdicas são necessitadas por eles a cada bimestre, o que seria totalmente possível de ser aplicado na dinâmica normal de trabalho com o ensino fundamental. Certamente, uma abordagem diária faria com que o interesse dos mesmos fosse se dispersando, além de se mostrar impossível dentro de um conteúdo programático a ser cumprido.

A décima terceira pergunta está intimamente ligada à presente pesquisa, pois busca entender em que grau o conhecimento sobre a descoberta de tal conteúdo influencia em sua aprendizagem. A pergunta era *"Você acredita que saber o motivo pelo qual um assunto foi* *estudado ajudaria a responder a frequente pergunta que os alunos fazem: "Por que eu tenho que estudar isso?"".* 43,86% respondeu "sempre". 1,75% respondeu "nunca". 25,44% respondeu "sim, porém não acho necessário" e 28,95% responderam "somente em determinados conteúdos". A grande maioria considera muito importante para o aprendizado entender de onde surgiram as indagações que levaram a construção daquele conhecimento que está sendo aprendido por eles. Tal fato só corrobora a necessidade de alternativas ao método tradicional de ensino, principalmente as que envolvam a história da matemática.

A décima quarta e última pergunta era discursiva e consistia na seguinte indagação: "*De que maneira você acha que seu professor deveria ensinar Matemática para que você pudesse aprender melhor?".* Apesar de muitos demonstrarem satisfação com as aulas de matemática, a frequência com que a palavra "atividade prática" aparece como resposta dos alunos é impressionante, o que reforça a necessidade que os mesmos ainda possuem em relação à concretude para se aprender a matemática. "Aparelhos tecnológicos" surgem em recorrência, assim como "aulas mais dinâmicas" ou até mesmo "de uma forma divertida em que todos aprendessem ao mesmo tempo". Esta necessidade está muito ligada na transformação da própria civilização e na criação de múltiplos recursos audiovisuais com os quais os alunos são bombardeados todos os dias e a escola, de uma maneira geral, está tendo muita dificuldade em se inserir.

Outro aspecto muito recorrente é a descrição de si mesmo como um aluno que possui um bloqueio com a disciplina. Muitos escrevem que possuem dificuldade e que gostariam de aprender mais, pois a matemática é importante para o dia-a-dia. Ou seja, reconhecem a importância da disciplina, mas não julgam serem capazes de aprendê-la com qualidade. A incidência desse tipo de pensamento é muito grande e nos traz, novamente, um desejo de desfazer o mito da matemática como um saber inalcançável. Unindo todos esses aspectos coletados, podemos concluir que a aplicabilidade da história da matemática se encaixa na necessidade dos alunos em muitos aspectos, principalmente na proposta de oficinais que aliariam as atividades práticas com o protagonismo do aluno dentro da mesma atividade.

Para concluir, uma reposta que chama muita atenção de um dos questionários aplicados: *"O professor deveria contar como surgiu a história da matéria para depois passar exercícios e também conversar sobre o assunto. A aula ficaria bem melhor".* A frase anterior demonstra não só a angústia de não saber de onde surgem os conteúdos que estão sendo ministradas, mas da consciência de que se eles soubessem a origem dos mesmos, tudo seria mais fácil, pois o conteúdo faria *sentido* e sabemos que quando algo faz sentido, ele se torna muito mais compreendido e significativo, seja em sala de aula ou em quaisquer aspectos da vida.

A aplicação e análise dos questionários, portanto, demonstra que os alunos estão abertos para atividades que tornem a aprendizagem da matemática mais instigante, onde eles possam vê-la se desenvolver e ser gestada de forma concreta para que visualizem o processo desde sua origem até os dias de hoje. Obviamente, a presente pesquisa entende que essas atividades não podem ser aplicadas em todas as aulas e não são adequadas a todos os conteúdos mas, com certeza, iniciativas como essas, principalmente quando interdisciplinares, não só conquistam os alunos como buscam fazer com que eles compreendam que a realidade que os cerca não é segmentada nem compartimentalizada como o sistema educacional é obrigado a fazer. O mundo é um todo muito mais complexo e como veremos no capítulo seguinte, existem diversas formas de demonstrar isso aos alunos através de oficinas pedagógicas que utilizem como fonte principal a história da matemática.

4 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM PROPOSTAS CONCRETAS.

Após a aplicação dos questionários, podemos constatar que a grande maioria dos alunos enxerga na matemática um saber de alta relevância para sua formação e que tem um potencial de transformação em suas vidas, mas possuem extrema dificuldade em aprender os conteúdos e aplicá-los. A grande maioria deles pensa que se aulas demonstrassem os motivos pelos quais aqueles matemáticos chegaram a esta ou àquela conclusão, a aprendizagem seria mais eficiente, justamente porque traria sentido aos mesmos.

Pensando nestes resultados, o presente capítulo tem como objetivo propor três oficinas pedagógicas que atendam às necessidades dos alunos, buscando torna-los agentes ativos de seu próprio processo de ensino aprendizagem. Aliando esse objetivo à ideia inicial de que é importante não compreendermos os alunos como indivíduos que vem para a aula sem o menor conhecimento prévio, as propostas elencadas buscam trabalhar com indagações práticas e com a interdisciplinaridade.

4.1 Calculando no Egito

A presente atividade busca unir e mesclar três disciplinas principais: a matemática, a história e a geografia. A ideia inicial é reproduzir uma porção da civilização egípcia em uma maquete, onde apareça o Rio Nilo como recurso hídrico principal dos egípcios. É sabido que suas margens são extremamente férteis por conta das cheias que deixam no solo uma rica camada de húmus, terras essas utilizadas pelos egípcios para a prática da agricultura. Como podemos comprovar através de estudos históricos e matemáticos, o faraó cobrava impostos sobre essas terras férteis e a cada cheia, era necessário recalcular a porção de terra tributável, já que boa parte dela ficava alagada e não poderia ser utilizada para a agricultura. Desta forma, os alunos teriam contato com um problema matemático prático da época que, como vimos, pode ter sido o início do estudo da geometria. A oficina se dará em seis passos principais.

Inicialmente a turma assistiria a uma aula introdutória de história, onde o contexto da civilização egípcia fosse trabalhado, principalmente a prática da cobrança de impostos por terras cultiváveis. Após essa contextualização, os alunos teriam um momento com o professor de matemática para apenas suscitar neles questionamentos sobre como eles poderiam resolver o problema dos impostos. Este momento é de extrema importância para que os alunos possam realmente refletir sobre as possibilidades de resolução por eles mesmos, sem a orientação ou resolução do professor. Após a fundamentação teórica, a oficina se dará em primeira fase com o professor de geografia, que irá desenvolver com os alunos uma maquete sobre o Egito, com a presença principal do Rio Nilo. A maquete deve ser desenvolvida de forma que o fluxo do Nilo possa ser aumentado para que as margens possam ser alagadas até determinada medida, demonstrando o problema da cobrança de impostos por terras cultiváveis.

A oficina se dará na presença dos três professores, e ao professor de matemática caberá conduzir a atividade, fazendo as principais indagações: demonstrar qual seria o cálculo de imposto devido com o Rio Nilo ainda em seu leito, chegando a um resultado específico. E, após o alagamento das margens, qual o raciocínio que os alunos devem fazer para recalcular esse imposto. É importante frisar que este é o momento onde os alunos devem ficar livres para traçar suas próprias estratégias e que ao professor cabe o papel de explicar o porquê da impossibilidade de algumas propostas, mas sempre estimulando a criatividade matemática dos mesmos. Após as observações realizadas pelos alunos, eles irão, em grupo, registrar suas experiências e descobertas e depois o professor de matemática irá explicar o conteúdo demonstrando a forma mais adequada de realizar o cálculo dos impostos. As áreas alagadas podem formar inclusive outras figuras geométricas, podendo ser trabalhadas áreas de triângulos e quadriláteros cabendo aos próprios alunos a descoberta da área nova e a proporção para o cálculo do novo imposto a ser cobrado. Desta forma, a aprendizagem se dá através do estímulo à curiosidade e à capacidade de resolução dos próprios alunos antes de ser explicado em aula expositiva, como comumente fazemos.

A tabela abaixo demonstra como será realizada a oficina passo-a-passo e quanto tempo em média pode ser utilizado para cada atividade:

Oficina 1- Calculando no Egito:

Fases da oficina:	Objetivo principal:	Tempo estimado para a atividade:
Fase 1: O Egito Antigo	Contextualização da civilização egípcia para os alunos pelo professor de	1 a 2 tempos de aula.

	História, com ênfase na cobrança de impostos por terras cultiváveis.	
Fase 2: Problematização	Exposição do problema das taxas de impostos variáveis devido às cheias no Nilo.	15 a 20 minutos.
Fase 3: Construindo o Egito	Montagem da maquete sobre o Egito antigo, com ênfase no Rio Nilo e suas margens.	2 aulas.
Fase 4: Desafio	Conduzido pelo professor de matemática, os alunos proporão resoluções para o problema dos impostos, observando o alagamento na maquete.	1 aula.
Fase 5: Aula expositiva	O professor ministrará a aula expositiva sobre o conteúdo, se referindo sempre ao trabalho com a maquete.	1 aula.
Fase 6: Análise e registro	Os alunos, em grupo, farão um registro de toda a oficina, elencando quais os principais conhecimentos adquiridos com a oficina.	1 aula.

Tabela 1 – Oficina 1 – Caculando no Egito

A atividade proposta busca não só estimular os alunos com um desafio concreto, mas demonstrar que a matemática, em muitas civilizações, partiu de desafios concretos do dia-a-dia para depois se tornar uma disciplina abstrata e sistematizada. Assim, busca-se quebrar o paradigma da matemática como uma ciência fechada e desconectada do dia-a-dia. Da mesma forma, um aspecto que se pretende alcançar e que raramente é realizado em sala é a ideia de que as disciplinas de matemática, geografia e história, nesse caso, não estão dissociadas quando olhamos para uma situação real. Para observar o Egito, precisamos entender que todos os aspectos estudados, a hidrografia, o relevo, o solo, a formação do Estado, a ideia de um soberano, a administração do reino, tudo isso vai agir influenciando a matemática da época. O que se quer demonstrar é que um problema matemático de proporção ou geometria, quando contextualizado, parte de muitos outros aspectos de outras disciplinas, e vice-versa. Uma vez que o aluno alcance uma visão global de determinada situação, a aprendizagem definitivamente ganha em sentido e em qualidade.

4.2 **O mundo grego e a matemática**

A segunda atividade proposta tem o objetivo de que os alunos percebam a matemática como uma disciplina em movimento, fruto de um contexto específico de produção cultural e política intensa. Para isso, se trabalhará com a história da matemática, elegendo a Grécia como palco principal de aprendizagem para que eles entendam o momento em que a matemática se formaliza enquanto ciência e possam desmistificar a disciplina como algo desconectado e distante da realidade que a cerca. Como observamos em capítulo anterior, a formalização da matemática como ciência surge na Grécia, a partir do desenvolvimento das polis gregas e o florescimento de um racionalismo característico que começava a se distanciar de explicações dentro do campo da mitologia para privilegiar explicações científicas. É a partir do desenvolvimento da retórica, por exemplo, que a política começava a se constituir e tal como ela, o campo da filosofia e da matemática. Assim, a disciplina da matemática começava a adquirir um caráter mais formal de ciência, fazendo com que se buscassem padrões de resolução de problemas, alcançando assim, certa abstração que anteriormente não existia.

Considerando todos estes aspectos, a proposta da oficina consiste na parceria dos professores de matemática, história e filosofia e foca na elaboração de uma peça de teatro que dramatize justamente o contexto de formalização da matemática pelos gregos. A oficina se organizará da seguinte forma:

Oficina 2 – o mundo grego e a matemática

Fases da oficina:	Objetivo principal:	Tempo estimado para a atividade:
Fase 1: Aulão de história e filosofia da Grécia.	Compreensão dos alunos sobre a transformação de pensamento que os gregos implementam: o racionalismo.	2 tempos de aula
Fase 2: Problematização	Com o professor de matemática, pensar quais seriam as influências do racionalismo na matemática.	1 tempo de aula
Fase 3: Escrita do roteiro da peça.	Com auxílio dos três professores, os alunos irão escrever o roteiro da peça, com o principal assunto do surgimento da matemática enquanto ciência.	3 a 4 aulas.
Fase 4: Aplicação	Os alunos irão apresentar a peça para a comunidade escolar.	1 a 2 aulas.

Fase 5: Análise e registro	Os alunos terão uma roda de conversa com os professores sobre a oficina e registrarão, em grupo, as aprendizagens.	1 aula.

Tabela 2 – Oficina 2 – O mundo grego e a matemática

Esta oficina, portanto, tem como principal objetivo ajudar na compreensão dos alunos de porque a matemática se tornou um saber abstrato e como ocorreu a formalização da disciplina. Através da peça montada pelos alunos, poderão ser trabalhadas diversas habilidades como a escrita, a pesquisa histórica de linguagem, vestimenta, pensamento, e principalmente a perspectiva de que as ciências acompanham seu tempo e se forem vistas distantes desse paradigma, muitos aspectos perdem sentido e a aprendizagem torna-se prejudicada.

4.3 **A Matemática na Mesopotâmia**

A terceira atividade consiste na remontagem dos tokens mesopotâmicos e a compreensão do sistema sexagesimal posicional em comparação com o nosso sistema decimal. Será uma oficina em parceria com os professores de história e de artes, de forma que os alunos experimentem o ambiente da época, com os materiais disponíveis no momento. Além de reproduzirem os tokens utilizados e entenderem que cada um servia para a contagem de uma coisa especifica, os alunos poderão entender que à medida que o tempo passou, foi se formando um sistema de contagem único, acompanhado de um símbolo que identificava o que estava sendo contado. Demonstrar a diferença do sistema sexagesimal posicional para o nosso sistema decimal é provar para o aluno que não existe uma “verdade” dentro da matemática e que diferentes sistemas de contagem foram inventados para suprir as necessidades que cada sociedade diferente enfrentava. A oficina se dará de acordo com os seguintes passos:

Oficina 3 - A Mesopotâmia e os sistemas de contagem

Fases da oficina:	Objetivo principal:	Tempo estimado para a atividade:
Fase 1: Aula de história da Mesopotâmia.	Compreensão da necessidade de registro e de um sistema de contagem.	2 tempos de aula
Fase 2: Problematização	Com o professor de matemática, refletir sobre os possíveis problemas de contagem de diferentes coisas sem a presença de papel.	1 tempo de aula
Fase 3: Confecção dos tokens com o sistema sexagesimal posicional.	Com o professor de artes, confeccionar com argila os tokens e as tábuas de argila com o sistema sexagesimal posicional.	3 a 4 aulas.
Fase 4: Comparação	Os alunos irão, em grupo, comparar o sistema sexagesimal posicional com o sistema decimal, elencando qualidades e defeitos de cada um.	1 a 2 aulas.

Fase 5: Análise e registro	Os alunos terão uma roda de conversa com os professores sobre a oficina e registrarão, em grupo, as aprendizagens.	1 aula.

Tabela 3 – Oficina 3 – A Mesopotâmia e os sistemas de contagem

As três oficinas possuem ainda um aspecto lúdico, onde os alunos poderão simular como seria viver nessas épocas e quais os desafios que precisariam resolver. Desta forma, buscamos suprir as principais necessidades apontadas pelos alunos nos questionários aplicados, propondo atividades que sejam estimulantes e divertidas, mas que não percam nunca de vista o objetivo principal: a aprendizagem de conceitos matemáticos que serão fundamentais para o decorrer da vida acadêmica dos alunos.

CONCLUSÃO

Propor inovações dentro de qualquer campo de conhecimento não é tarefa simples. O que se buscou com a presente pesquisa foi demonstrar as dificuldades dentro do ensino da matemática na educação básica, onde os alunos possuem muitas distrações e não se demonstram estimulados com o ensino tradicional. Dentro dessa perspectiva, buscou-se trazer a história de matemática como elemento estimulante de investigação, tentando desconstruir mitos: a matemática é um saber acabado, distante, onde nem todos conseguem aprender, ela possui um desenolvimento linear e evolutivo, etc. Todos esses mitos contribuem para que os alunos boqueiem a aprendizagem por muitas vezes se julgarem incapazes de aprender.

Elegendo como recorte histórico a antiguidade, em especial as civilizações da Mesopotâmia, Egito e Grécia, é possível trabalhar no imaginário dos alunos a matemática como resposta a indagações do cotidiano desses povos, demonstrando a total conexão do desenvolvimento da disciplina com o contexto prático, histórico e social dessas civilizações, ideia que desde já rompe com o paradigma de uma ciência exclusivamente abstrata. A Mesopotâmia, com seus sistemas de contagem, o Egito com os desafios de cobrança de impostos e a Grécia com a necessidade de formalização e sistematização, cada uma demonstrando como a matemática foi indissociável do desenvolvimento dessas sociedades e como ela não pode ser vista de forma linear.

O presente estudo buscou, de forma concomitante, abarcar a visão que os próprios alunos possuem da disciplina, para identificar se os referidos mitos eram reais e a grande maioria dos alunos demonstrou a consciência de que a matemática é um saber que os leva a ascensão social, a consciência das suas dificuldades na disciplina e o desejo por atividades concretas que fizessem sentido para eles. Tais demandas, identificadas nos questionários, buscaram ser sanadas nas atividades propostas no último capítulo da presente pesquisa. As oficinas, concretas, não tem como objetivo apenas trazer novas explicações para as antigas questões mas, principalmente, realocar o aluno no seu processo de ensino e aprendizagem, onde ele possa, sozinho, entrar em contato com os desafios daquela época e ele mesmo, propor resoluções para esses desafios, tornando a matemática uma disciplina totalmente conectada com a realidade e instrumento para criar respostas que façam realmente sentido para os alunos.

Dentro dessa proposta, foram criadas três oficinas diferentes com o principal objetivo de instigar os alunos e comprovar como a realidade, quando observada de perto, traz em seu bojo todas as disciplinas aprendidas na escola. A proposta de uma análise integrada das disciplinas busca refazer o elo que a matemática, a história, a geografia possuem com a realidade, retornando ao objetivo de trazer sentido ao que está sendo estudado. As propostas de oficina possuem um eixo conectivo que é a concretude das atividades de forma instigante e desafiadora e a interdisciplinaridade. Todos os aspectos discutidos nos questionários dos alunos foram sempre com o objetivo de desconstruir o papel do aluno como elemento passivo do processo.

Rubem Alves, no texto "*A arte de produzir fome*"[80], artigo publicado na Folha de São Paulo, nos prova que a aprendizagem é realizada através do desejo. O autor faz um interessante paralelo da educação com uma cozinha, afirmando que o que faz o queijo ser interessante é a fome. E que sem essa fome, mesmo que você possa ter qualquer queijo no mundo, você simplesmente não irá comer. O mesmo acontece com a educação, para que a aprendizagem aconteça é necessário despertar nos alunos o desejo de aprender, como ele afirma no texto,

> Dizia Miguel de Unamuno: "Saber por saber: isso é inumano..." A tarefa do professor é a mesma da cozinheira: antes de dar faca e queijo ao aluno, provocar a fome... Se ele tiver fome, mesmo que não haja queijo, ele acabará por fazer uma maquineta de roubá-los. Toda tese acadêmica deveria ser isso: uma maquineta de roubar o objeto que se deseja...

A presente pesquisa não desconhece nem nega os desafios enormes que as atividades pedagógicas que fogem do senso comum enfrentam. Os preconceitos vão desde o corpo docente aos alunos e até mesmo aos pais que, ávidos pelo sistema tradicional, olham com estranheza para quem busca alternativas de ensino. No entanto, como nos ensina Rubem Alves, não há aprendizagem sem o verdadeiro desejo de aprender. E esse desejo deve ser estimulado de todas as formas pelo professor. Não enfretamos dias fáceis na educação, mas ao aplicar essas oficinas e oferecer aos alunos novos horizontes de aprendizagem, buscamos também prepará-los para a vida.

---

[80] ALVES, Rubem. A arte de produzir fome. In: Folha Online. Data de publicação: 29/10/2002. http://www1.folha.uol.com.br/folha/sinapse/ult1063u146.shtml Último acesso em: 31/01/2016.

As oficinas propostas não tiveram a oportunidade de serem implementadas para que fossem feitos os ajustes necessários. Portanto, um trabaho de pesquisa foi privilegiado e fundamentado. Mesmo não aplicando as oficinas, elas acabam se tornando oportunidades de novos olhares, novas atitudes dos alunos diante da matemática e, principalmente, novas atitudes dos alunos diante de si mesmos e de suas próprias vidas.

REFERÊNCIAS

ALVES, Rubem. Rubem Alves: A arte de produzir fome. In: Folha Online. Data de publicação: 29/10/2002. http://www1.folha.uol.com.br/folha/sinapse/ult1063u146.shtml

ANGLIN, W. S. *Matemática e História.* Trad. Carlos Roberto Vianna. História e Educação Matemática – v.1 – jan/jun. de 2001

BARONI, R. L. S. e NOBRE, S. *A Pesquisa em História da Matemática e Suas Relações com a Educação Matemática*. In: BICUDO, M. A.(org.). Pesquisa em Educação Matemática:concepções e perspectivas. São Paulo:UNESP, 1999

BOYER, Carl B. & MERZBACH, Uta C. *História da matemática*. São Paulo, Blucher, 2012.

CAJORI, F.. *Uma história da matemática*. Rio de Janeiro, Ciência Moderna, 2007

CARVALHO, João Pitombeira de. *Avaliação e perspectivas da área de ensino de matemática no brasil*. Disponível em: http://emaberto.inep.gov.br/index.php/emaberto/article/viewFile/934/840

DEVLIN, Keith. *Matemática: a Ciência dos Padrões*. Editora Porto, 2003

D'AMBRÓSIO, U. *Matemática, ensino e educação: uma proposta global.* Temas & Debates, São Paulo, 1991.

D'AMBRÓSIO, U. *A Interface entre História e Matemática: Uma Visão Histórico-Pedagógica* . In:FOSSA, J. A. (Org) Facetas do Diamante. Rio Claro – SP: Ed. SBHMat, 2000, p. 241-271

D'AMBRÓSIO, U. *Um enfoque transdisciplinar à educação e à história da matemática.* In: BICUDO, M. V.; BORBA, M. Educação matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004

D´AMBROSIO, Beatriz. *Como ensinar matemática hoje*. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Beatriz.pdf. Último acesso em 16/10/2015.

EVES, H. *Introdução à História da Matemática*. Campinas: Editora da Unicamp, 1995.

IFRAH, Geroges. *Os Números – História de uma grande invenção*. Tradução: Stella M. de Freitas Senra Editora Globo – 11ª edição, 2005.

KATZ, V. J.; *História da matemática*. Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 2010

MATOS, J. M. & VALENTE, W. R. (orgs). *A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos*. São Paulo: Da Vinci, 2007.

MIGUEL, A. & MIORIM, M.A. *História na educação matemática: propostas e desafios.*

MOTTA, C. D. V. B. *História da matemática na educação matemática: espelho ou pintura?* FEUSP.

MEDEIROS, C. F. Por uma educação matemática como intersubjetividade In: BICUDO, M. A. V. Educação Matemática. São Paulo: Cortez, 1987

MIORIM, M. A. *Introdução à História da Educação Matemática*. São Paulo: Atual. 1998

NOBRE, S. *Alguns "porquês" na História da Matemática e suas contribuições para a Educação Matemática* . In: Cadernos CEDES 40.História e Educação Matemática. Campinas: Papirus, 1996

RONAN, C.A. *História Ilustrada da Ciência*. Vol 4. São Paulo: Jorge Zahar, 1987.

ROQUE, Tatiana. *História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas.* Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

ROQUE, Tatiana & CARVALHO, João Bosco Pitombeira de. *Tópicos de História da Matemática. SBM* Coleção PROFMAT, Rio de Janeiro 2012.

SAVIANI, D. *Pedagogia histórico-crítica: primeiras aproximações*. 2. ed.São Paulo: Cortez,1991

SILVA, J.; *Filosofias da matemática*. São Paulo, UNESP, 2007.

STRUIK, D.J. *História Concisa das Matemáticas*. Lisboa: Gradiva, 1986.

VALENTE, W. R. *Uma história da matemática escolar no Brasil*, 1730-1930. São Paulo: Editora Annablume/Fapesp, 1999.

VIANA, M. *Concepções de professores de matemática sobre a utilização da história da matemática no processo de ensino-aprendizagem.* Retirado do site: http://www.limc.ufrj.br/htem4/papers/15.pdf

ANEXO 1 - Questionário aplicado aos alunos

1) O que você acha da disciplina de matemática?

a) Muito importante para a minha vida.

b) Não vejo nenhuma utilidade.

c) Acredito que ela me ajude no meu dia-a-dia.

d) Entendo sua importância, mas tenho dificuldade em aprender.

2) Na sua opinião, todas as pessoas têm capacidade de aprender matemática?

a) Sim, todas possuem a mesma capacidade.

b) Não, apenas algumas pessoas possuem essa capacidade.

c) Sim, mas algumas aprendem mais rápido do que outras.

d) Acredito que nenhuma pessoa possua habilidade para aprender matemática.

3) Você acredita que apenas a memorização das fórmulas é suficiente para que você resolva quaisquer questões sobre um assunto?

a) Sim, acredito.

b) Não, a memorização das fórmulas é importante, mas precisamos saber aplicá-las.

c) Não vejo sentido em utilizar fórmulas.

d) Sim, mas possuo muita dificuldade em memorizar as fórmulas.

4) Você vê relação entre os conteúdos que aprende em matemática e sua vida cotidiana?

a) Não vejo nenhuma relação.

b) Sim.

c) Sim, porém não consigo relacioná-los.

d) Acredito que existam conteúdos que não se relacionam com a vida cotidiana.

5) Você tem facilidade em entender a explicação do professor e repetir o raciocínio em outras questões similares?

a) Sempre.

b) Nunca.

c) Na maioria das vezes.

d) Entendo durante a explicação, mas possuo dificuldade em repetir o raciocínio.

6) Na sua opinião, a matemática é um saber teórico ou prático?

a) Teórico.

b) Prático.

c) Ambos.

d) Nenhum dos dois.

7) Você acredita que o saber matemático lhe servirá como um instrumento de ascensão social?

a) Sim.

b) Não.

c) Até um determinado momento da minha vida.

d) Não só a matemática, mas todas as disciplinas.

8) A matemática, no seu ponto de vista, é uma ciência que já chegou ao seu limite? (Que não tem mais para onde evoluir?)

a) Sim.

b) Não.

c) Não conheço as pesquisas realizadas recentemente.

d) Nenhuma ciência é limitada.

9) Você já ouviu falar no IMPA (Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada) ou na SBM (Sociedade Brasileira de Matemática)?

a) Apenas do IMPA.

b) Apenas da SBM.

c) De ambos.

d) Nenhum dos dois.

10) Com que frequência a matemática aparece como uma disciplina estimulante e desafiadora para você?

a) Nunca.

b) Sempre.

c) Apenas quando vejo relação com o meu cotidiano.

d) Apenas quando eu entendo os motivos pelos quais o assunto foi estudado no passado.

11) Você acredita que uma atividade lúdica, como uma peça de teatro ou uma simples encenação em sala de aula, retratando o momento em que uma determinada fórmula ou conceito foi criado, ajudaria na assimilação de tal conteúdo?

a) Sempre.

b) Nunca.

c) Apenas em alguns conteúdos.

d) Acredito, porém não gostaria de participar.

12) Com que frequência você gostaria de participar e/ou assistir tal peça ou encenação?

a) Nunca.

b) Em todas as aulas.

c) Bimestralmente.

d) Semestralmente.

13) Você acredita que saber o motivo pelo qual um assunto foi estudado ajudaria a responder a frequente pergunta que os alunos fazem: “Por que eu tenho que estudar isso?”

a) Sempre.

b) Nunca.

c) Sim, porém não acho necessário.

d) Somente em determinados conteúdos.

14) De que maneira você acha que seu professor deveria ensinar Matemática para que você pudesse aprender melhor?

____

____

____

____

____

____

ANEXO 2 - Resultado da pesquisa com os questionários

	Alternativas			
Questões	**A**	**B**	**C**	**D**
1	23	2	29	60
2	14	12	87	0
3	16	44	2	52
4	11	51	26	25
5	18	12	69	15
6	11	18	79	5
7	39	4	20	47
8	16	27	24	47
9	14	14	17	68
10	9	17	52	36
11	29	3	51	30
12	11	40	57	6
13	50	2	29	33

	Alternativas			
Questões	**A**	**B**	**C**	**D**
1	20,18%	1,75%	25,44%	52,63%
2	12,28%	10,53%	76,32%	0,00%
3	14,04%	38,60%	1,75%	45,61%
4	9,65%	44,74%	22,81%	21,93%
5	15,79%	10,53%	60,53%	13,16%
6	9,65%	15,79%	69,30%	4,39%
7	34,21%	3,51%	17,54%	41,23%
8	14,04%	23,68%	21,05%	41,23%
9	12,28%	12,28%	14,91%	59,65%
10	7,89%	14,91%	45,61%	31,58%
11	25,44%	2,63%	44,74%	26,32%
12	9,65%	35,09%	50,00%	5,26%
13	43,86%	1,75%	25,44%	28,95%