Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Educação e Humanidades

Faculdade de Educação da Baixada Fluminense

Elohá Sheyla Vaz Gomes

Construção de conceitos matemáticos pertencentes ao campo multiplicativo em uma turma do oitavo ano

Duque de Caxias

2020

Elohá Sheyla Vaz Gomes

Construção de conceitos matemáticos pertencentes ao campo multiplicativo em uma turma do oitavo ano

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Comunicação, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Educação, Escola e seus Sujeitos Sociais

Orientadora: Prof.ª. Dra. Gabriela dos Santos Barbosa

Duque de Caxias

2020

CATALOGAÇÃO NA FONTE

UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CEH/C

G633Gomes, Elohá Sheyla Vaz
Tese Construção de conceitos matemáticos pertencentes ao campo multiplicativo em uma turma do oitavo ano / Elohá Sheyla Vaz Gomes – 2020.
124 f.

Orientadora: Gabriela dos Santos Barbosa
Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação da Baixada Fluminense, Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

1. Matemática – Estudo e ensino - Teses. 2. `Multiplicação - Teses. I. Barbosa, Gabriela dos Santos. II. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Faculdade de Educação da Baixada Fluminense. III. Título.

CDU 51,07

Bibliotecária: Lucia Andrade CRB7 / 5272

Elohá Sheyla Vaz Gomes

Construção de conceitos matemáticos pertencentes ao campo multiplicativo em uma turma do oitavo ano

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Comunicação, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Educação, Escola e seus Sujeitos Sociais.

Aprovada em 11 de março de 2020.

Banca Examinadora:

Prof.ª Dra. Gabriela dos Santos Barbosa (Orientadora)
Faculdade de Educação da Baixada Fluminense – UERJ

Prof. Dr Alexandre Ribeiro Neto
Faculdade de Educação da Baixada Fluminense – UERJ

Prof.ª Dra. Eline das Flores Victer
Universidade do Grande Rio

Duque de Caxias
2020

Às crianças

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha família, pela força e incentivo em toda a minha vida acadêmica, desde a pré-escola até esse momento tão importante.

À minha orientadora Prof.ªDrª Gabriela dos Santos Barbosa. Obrigada pelas orientações, por respeitar meu tempo, pela confiança e por enxergar em mim potencialidades que eu desconhecia.

Aos docentes do PPGECC que compartilharam seus conhecimentos, provocando, acima de tudo, uma reflexão crítica acerca da importância da educação em ambientes de re-existência.

Aos colegas do GEPAEM, grupo que me possibilitou aprendizagens para além deste estudo, pelos momentos de estudos, sempre tão produtivos. Em especial aos amigos Fernanda, Viviane e Jerlan, por dividir as angústias e anseios ao longo do curso.

Ao meu amor Leandro por todas as palavras que me incentivaram na realização desse sonho.

À amiga Aline Assumpção pelo carinho e apoio no decorrer dessa pesquisa.

À toda equipe da Escola Municipal Professor Hélio Ferreira da Silva, que abriu suas portas possibilitando a realização dessa pesquisa.

Por fim, sou grata a todos que de alguma forma, direta ou indiretamente, participaram da concretização deste trabalho.

“A educação é um ato de amor,
por isso, um ato de coragem.
Não pode temer o debate”.

Paulo Freire

RESUMO

GOMES, E. S. V. *Construção de conceitos matemáticos pertencentes ao campo multiplicativo em uma turma do oitavo ano*. 2020. 130 f. (Mestrado em Educação, Cultura e Comunicação) – Faculdade de Educação da Baixada Fluminense, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Duque de Caxias, 2020.

Esta pesquisa teve como objetivo analisar o processo de aprendizagem do eixo comparação multiplicativa por alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental. Nessa dissertação, tivemos como questão de pesquisa: Como ocorre o processo de aprendizagem relativo ao eixo comparação multiplicativa em alunos de uma turma do oitavo ano? Para alcançar o objetivo proposto, nosso cenário de pesquisa foi a Escola Municipal Professor Hélio Ferreira da Silva, localizada na periferia de Paracambi, que pertence a Baixada Fluminense. Os 22 sujeitos envolvidos pertencem a uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental, com média de idade de 13 anos. Buscamos aportes teóricos na Teoria dos Campos Conceituais com os estudos de Vergnaud (1981, 1983, 1990, 1991, 1996, 1999, 2009), que nos levou até os estudos de Magina, Santos e Merlini (2011, 2016), que classificaram o Campo das Estruturas Multiplicativas, que foi objeto de estudo dessa pesquisa. A pesquisa teve uma abordagem qualitativa a partir do método de pesquisa-ação, pois analisamos as resoluções de duas avaliações – inicial e final – e dos esquemas utilizados durante uma sequência de ensino, ambos formulados a partir dos estudos de Magina, Santos e Merlini (2011, 2016) e aplicado pela pesquisadora na turma. Como resultado, apontamos que o campo conceitual multiplicativo, nas relações ternárias, eixo comparação multiplicativa, que a classe referido desconhecido é a que os alunos apresentaram maior número de respostas corretas, seguidas das classes referente desconhecido e relação desconhecida, nessa ordem. Porém, após a aplicação da sequência de ensino, a classe relação desconhecida foi a que apresentou maior crescimento no número de acertos. A análise dos conceitos apresentados pelos alunos aponta para a utilização dos algoritmos da multiplicação e divisão, seguido da utilização de adição de parcelas repetidas ou subtrações sucessivas.

Palavras-chave: Teoria dos Campos Conceituais. Campo Multiplicativo. Resolução de Problemas. Ensino Fundamental. Comparação Multiplicativa.

ABSTRACT

GOMES, E. S. V. *Construction of mathematical concepts belonging to the multiplicative field in an eighth grade class.* 2020. 130 f. (Mestrado em Educação, Cultura e Comunicação) – Faculdade de Educação da Baixada Fluminense, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Duque de Caxias, 2020.

This research aimed to analyze the learning process of the multiplicative comparison axis by eighth grade students. In this dissertation, we had as a research question: How does the learning process related to the multiplicative comparison axis in students of an eighth grade class? To achieve the proposed objective, our research scenario was the Professor Hélio Ferreira da Silva Municipal School, located on the outskirts of Paracambi, which belongs to Baixada Fluminense. The 22 subjects involved belong to an 8th grade elementary school class, with an average age of 13 years. We sought theoretical contributions in the Theory of Conceptual Fields with the studies of Vergnaud (1981, 1983, 1990, 1991, 1996, 1999, 2009), which led us to the studies of Magina, Santos and Merlini (2011, 2016), who classified the Field of Multiplicative Structures, which was the subject of this research. The research had a qualitative approach based on the action research method, since we analyzed the resolutions of two evaluations - initial and final - and the schemes used during a teaching sequence, both formulated from the studies of Magina, Santos and Merlini (2011, 2016) and applied by the researcher in the class. As a result, we point out that the multiplicative conceptual field, in the ternary relations, multiplicative comparison axis, that the class referred to unknown is the one that students presented the highest number of correct answers, followed by the classes referring to unknown and unknown relation, in that order. However, after applying the teaching sequence, the unknown relationship class was the one that showed the greatest increase in the number of correct answers. The analysis of the concepts presented by the students points to the use of the multiplication and division algorithms, followed by the use of the addition of repeated plots or successive subtractions.

Keywords: Conceptual Field Theory. Multiplicative Field. Problem solving. Elementary School. Multiplicative Comparison

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Esta pesquisa tem como objetivo analisar o processo de aprendizagem do eixo comparação multiplicativa por alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental. Para isso, desenvolvemos uma sequência de ensino[1] e aplicamos dois testes diagnósticos – um anterior e outro posterior à sequência.

Em todas as etapas, buscamos identificar e compreender os esquemas de resolução apresentados por um grupo de 31 alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, ao vivenciarem diferentes experiências de aprendizado envolvendo situações relacionadas à comparação multiplicativa.

Magina, Santos e Merlini (2011) retratam que os problemas matemáticos pertencentes ao eixo comparação multiplicativa envolvem duas grandezas de mesma natureza e uma relação entre elas. São situações que abordam a ideia de fração, partição, relações de dobro, triplo, metade etc. Por exemplo, “Ana possui metade da idade de sua irmã. Se sua irmã tem 12 anos, qual é a idade de Ana?”. Também são utilizadas as expressões “vezes mais”, “vezes menos”, “vezes maior” e “vezes menor”, que podem em alguns casos exigir um raciocínio cognitivo mais complexo, como, por exemplo, na situação “Marcos tem R$52,00 para gastar no shopping. João possui 4 vezes mais que o valor que tem Marcos. Quanto João possui?”.

Antes de iniciar o percurso científico da pesquisa, é importante apresentar os motivos que culminaram na escolha desse tema. Sendo assim, os trechos que seguem serão destinados a isso. Como se trata da trajetória pessoal da autora da pesquisa, será adotada a primeira pessoa do singular.

A motivação para essa pesquisa surgiu durante minha experiência como professora no município de Paracambi, localizada na região metropolitana do Rio de Janeiro. Em 2013 concluí a graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal Fluminense e no mesmo ano comecei a lecionar em duas escolas municipais, ambas em regiões periféricas. A partir desse momento verifiquei que não só em minhas turmas, como também nas turmas dos colegas, os alunos chegavam ao segundo segmento do Ensino Fundamental sem o domínio da resolução de problemas. Com o passar das séries, a situação se agravava ainda mais. Os alunos

---

[1] Chamaremos de sequência de ensino as três atividades que serão aplicadas entre os testes diagnósticos inicial e final, que será detalhada no capítulo 3.

do segundo ciclo do fundamental, que correspondem ao 8º e 9º ano, em sua maioria, conheciam os algoritmos que resolviam essas situações, mas apresentavam dificuldades no momento da interpretação. Como consequência disso, não conseguiam resolver os problemas.

Em 2018 ingressei no Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Comunicação da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (PPGECC/UERJ). Ao ingressar nesse Programa, me identifiquei com a linha de pesquisa "Educação, Escola e seus Sujeitos Sociais", no contexto do Projeto Construção de Conceitos Matemáticos pertencentes ao Campo Numérico", coordenado pela Prof.ª Drª Gabriela dos Santos Barbosa, e para o qual apresentei o pré-projeto intitulado "Construção de conceitos matemáticos: um estudo de caso nas periferias urbanas".

Ao ingressar no Mestrado, passei a integrar o Grupo de Estudo, Pesquisas e Aprendizagem em Educação Matemática (GEPAEM), coordenado também pela Prof.ª Drª Gabriela dos Santos Barbosa, que possui alunos de Mestrado e Graduação da Faculdade de Educação da Baixada Fluminense (UERJ/FEBF), que me trouxeram novas perspectivas sobre aprender e ensinar matemática.

Com os estudos realizados em função dos encontros do grupo e a participação no XXII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, reuni subsídios para a pesquisa, que logo foi ganhando forma e passou a ter um novo título: Construção de conceitos matemáticos pertencentes ao Campo Multiplicativo[2] em uma turma de oitavo ano.

A partir dessa problematização inicial, me interessei em investigar essas dificuldades que os alunos traziam, e buscar elementos teóricos que auxiliassem nessa compreensão, apontando suas possíveis causas.

De acordo com Pacha e Minoto (2005), essa dificuldade advém do fato de que o ensino é pautado na resolução de algoritmos convencionais. Em seguida, o aluno é apresentado a uma atividade de resolução de problemas com a finalidade de verificar se o aluno compreendeu o algoritmo trabalhado. As autoras acreditam que essa metodologia se baseia na utilização de modelos já estabelecidos pelo professor, o que atrapalha a construção de conceitos pelos alunos. Numa tentativa de reproduzir o que

[2] O Campo Multiplicativo abrange as situações-problema que podem ser resolvidas por meio de uma multiplicação, uma divisão, ou ainda uma combinação entre as duas operações, que será abordado no capítulo 2.

foi previamente demonstrado pelo professor, os alunos acabam não refletindo sobre o problema.

Essa dificuldade se reflete no Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) dos últimos anos no município. Em 2017, o município alcançou média 4,0, ficando aquém da média obtida pelas escolas municipais no país, que foi 4,3, e 1,0 ponto abaixo da meta projetada para o ano, que foi a média de 5,0 (BRASIL, 2017).

De acordo com os resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) do ano de 2017 apresentados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), na escola em que realizamos nossa pesquisa no município de Paracambi, apenas 21,15% (INEP, 2017a) dos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental conseguem resolver problemas por meio de multiplicação, subtração ou divisão. Por esse motivo, a pesquisa foi aplicada numa turma de oitavo ano.

Concordando com Morse (1994 apud ARAÚJO; BORBA, 2013, p. 34), "[...] muitas vezes, as questões de pesquisa se originam na própria prática profissional do pesquisador [...]", surgiu o interesse em estudar os processos cognitivos. Com a intenção de analisar especialmente os que tratam do ramo da matemática, por acreditar que faço parte deles e me sentir responsável pela formação desses alunos.

Nas duas últimas décadas, o currículo das escolas de todo país se pautavam nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Analisando esse documento encontramos trechos que nos levam a refletir acerca do conhecimento e os processos cognitivos. De acordo com os PCN (BRASIL, 1998), a aprendizagem matemática deve se ligar à compreensão, ou seja, à apreensão dos significados de um objeto ou conceito. Dessa forma, o aluno compreende a matemática através das conexões que ele faz com outras disciplinas ou com o seu cotidiano.

Assim, entendemos que a construção de um conceito matemático pelo aluno está ligada às diversas conexões mentais que ele mesmo realiza. Isso contribui para que o processo de ensino-aprendizagem da matemática perpasse por diversas áreas, ora outras disciplinas, ora outros saberes que cada aluno traz consigo.

Os PCN (BRASIL, 1998) também enfatizam que o aluno não deve pensar nos algoritmos de resolução apenas para realizar operações, mas que eles devem ter uma abordagem reflexiva. Essa abordagem propõe que o aluno perceba a existência de diferentes tipos de números, e que eles possuem diferentes significados.

A seção Números e Sistemas de Numeração dos PCN (BRASIL, 1998) ressalta a importância de se trabalhar a multiplicação de maneira abrangente, em sua totalidade. Isso inclui não limitar a multiplicação à definição de parcelas de somas iguais, sobretudo em problemas que trabalharão proporcionalidade, configuração retangular, combinatória, proporcionalidade e comparação multiplicativa.

Em 2015, iniciaram-se as discussões sobre a necessidade de um documento norteador dos currículos no país, e com isso a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) começou a tomar forma. O novo documento teve sua versão que abrange a Educação Infantil e o Ensino Fundamental em 2017, e em 2018 ele foi finalizado em sua totalidade, englobando os três níveis da Educação Básica: a Educação Infantil, o Ensino Fundamental e o Ensino Médio.

De acordo com o Ministério da Educação (MEC), a BNCC (BRASIL, 2018) tem caráter normativo e deve ser utilizado para nortear as aprendizagens que todos os alunos do país devem desenvolver segundo o Plano Nacional de Educação (PNE) (BRASIL, 2014).

Também “[...] orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva [...]” (BRASIL, 2018, p. 7). A BNCC (BRASIL, 2018) afirma que, ao longo de toda Educação Básica, as aprendizagens devem assegurar ao aluno o desenvolvimento de 10 competências gerais. Essas competências englobam os direitos de aprendizagem e desenvolvimento, além de contribuir para as atividades que compõem o cotidiano escolar, e ainda propõe que essas competências devem contribuir para a formação de valores e exercício da cidadania.

A BNCC (BRASIL, 2018), além de orientar Estados e Municípios brasileiros, também foca em avaliações internacionais. Dessa forma, o documento também aponta para a necessidade de um aprendizado matemático com ênfase na resolução de problemas, no qual o aluno utiliza as operações fundamentais para se posicionar diante deles.

Embora utilize a expressão “práticas sociais” diversas vezes, na seção referente à matemática do documento, a BNCC (BRASIL, 2018) converge para um idealismo do saber matemático, buscando uma visão universalista desse conhecimento. Pode-se destacar, por exemplo, que o documento propõe que o ensino e aprendizagem da disciplina ocorram de maneira que abarque os conteúdos presentes em avaliações internacionais de desempenho.

Sobre o ensino e aprendizagem da matemática, a BNCC (BRASIL, 2018) ressalta que o Ensino Fundamental deve estar em consonância com o “letramento matemático”. De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), o letramento matemático favorece que, através dos conhecimentos matemáticos, o aluno compreenda sua atuação no mundo e auxilia no desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico.

A preocupação em desenvolver o raciocínio matemático nas crianças necessita de um olhar diferenciado quando as questões socioeconômicas são observadas. Dados do PISA (2018) mostram que a situação é mais complexa quando comparamos alunos menos favorecidos.

A avaliação concluiu que “[...] a exposição dos estudantes a conceitos matemáticos varia de acordo com seus *status* socioeconômico” (PISA, 2018, p. 67). Na prática, isso significa que mesmo que passem o mesmo tempo em aulas de matemática, os estudantes menos favorecidos reconhecem menos conceitos matemáticos do que os estudantes mais favorecidos. De acordo com o PISA (2018, p. 67-68), isso ocorre porque os alunos menos favorecidos são expostos à menos conteúdos matemáticos que os mais favorecidos.

Para o leitor que realizar uma leitura superficial, pode parecer que estamos falando que crianças de camadas mais populares aprendem menos. Não se trata de afirmar que crianças das camadas mais populares tem menos capacidade de aprender, o que estamos afirmando, é que com base em dados do PISA (2018), se trata de criança com condições socioeconômicas menores ter menos oportunidades, sobretudo oportunidades formais de estudo, do que as crianças de camadas mais elevadas.

No Brasil, de acordo com a avaliação divulgada em 2018 (PISA, 2018), o país ocupa a posição 54 de 61 países participantes, também mostrou que existe uma diferença de familiarização com a matemática de aproximadamente 25% entre alunos favorecidos e menos favorecidos. Essa disparidade também aparece nos índices do SAEB (INEP, 2017b).

Entendendo a importância da escola na vida daquelas crianças, e que existem equívocos que, se não forem superados dentro da escola, podem se tornar uma barreira para outras situações fora dela posteriormente; e considerando o baixo rendimento dos alunos dos anos finais do segundo segmento do Ensino Fundamental apresentado pelo IDEB (BRASIL, 2017), juntamente com o documento divulgado pelo

PISA (2018), se deu a curiosidade de inferir que conhecimentos do Campo Multiplicativo os alunos do oitavo ano dominavam.

Sabe-se que a compreensão dos campos aditivo e multiplicativo colabora para o entendimento de outros ramos da matemática, em especial na resolução de problemas envolvendo operações simples, regra de três, proporção, juros, frações, análise combinatória, entre outros; além de contribuir para aprendizagens em outras ciências.

Dessa forma, não podemos deixar de ressaltar a justificativa desse estudo, que contribuirá para que esse conteúdo seja abordado em outras áreas na vida dos alunos, auxiliando o desenvolvimento do pensamento multiplicativo. Assim, espera-se que a pesquisa contribua de modo a favorecer que alunos lidem com situações não só dentro do ambiente escolar, mas também em sua vivência fora da escola.

Essa pesquisa procura auxiliar os alunos em situações reais do cotidiano, favorecendo o cálculo mental e o raciocínio lógico, que podem ser utilizados até mesmo para comparar quantidades e valores fazendo compras no mercado ou durante o preparo de uma receita. Pensamos que os conhecimentos do Campo Multiplicativo podem auxiliar o indivíduo que se sente familiarizado com seus conceitos.

Vergnaud (1990) aponta para a importância da construção de conceitos para o desenvolvimento de situações mais complexas no processo de ensino e aprendizagem das ciências. Para o autor, a Teoria dos Campos Conceituais fornece subsídios para o estudo e desenvolvimento de competências mais complexas, partindo de situações mais simples.

Sobre a importância do Campo Multiplicativo, Vergnaud (1990) enfatiza que a educação matemática varia de acordo com a representação utilizada por professores e alunos. Eles desenvolvem competências e atitudes com o passar do tempo, moldando duas visões sobre a matemática e a sociedade. Através de experiências adquiridas em diferentes situações, seja dentro ou fora da escola, os alunos aplicam os conceitos construídos diante das situações numa tentativa de moldá-las às que surgirão. Entendendo que a origem do conhecimento é local, a construção dele acontece através de situações que são familiares aos alunos.

Ao planejaressa pesquisa, nosso objetivo geral, como descrevemos inicialmente éanalisar o processo de aprendizagem do eixo comparação multiplicativa por alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Prefeito Hélio

Ferreira da Silva, no município de Paracambi - RJ. Nessa direção, seremos norteados pela seguinte questão de pesquisa: **Como ocorre o processo de aprendizagem relativo ao eixo comparação multiplicativa em alunos de uma turma do oitavo ano?**

Os objetivos específicos são: desenvolver uma sequência de ensino voltada para a comparação multiplicativa; analisar uma sequência de ensino voltada para a comparação multiplicativa; diagnosticar os conhecimentos acerca da comparação multiplicativa que alunos do oitavo ano do ensino fundamental possuem; e analisar os esquemas[3] utilizados pelos alunos.

Para alcançar os objetivos específicos, tentaremos responder às seguintes questões: de que modo podemos utilizar as sequências de ensino para facilitar a aprendizagem do eixo comparação multiplicativa? Que conhecimentos os alunos do oitavo ano apresentam durante a resolução de problemas de comparação multiplicativa? Que esquemas os alunos empregam durante a resolução?

Para contemplar nosso objetivo, realizamos uma pesquisa-ação, de caráter qualitativo, que de acordo com Thiollent (1985), demanda uma relação entre as pessoas envolvidas nela e o pesquisador. Nossa pesquisa foi desenvolvida no oitavo ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Prefeito Hélio Ferreira da Silva, no município de Paracambi – RJ. Durante os encontros com a turma, que foram realizados nos meses de junho, agosto e setembro de 2019. Nos encontros que ocorreram no campo, foram aplicados dois testes diagnósticos, sendo uma avaliação inicial e uma avaliação final. Entre a aplicação dos testes foi realizada uma sequência de três atividades abordando a comparação multiplicativa, que chamamos de sequência de ensino.

Nos orientou, tanto na construção na sequência quanto na análise dos resultados, as ideias de Vergnaud (1990, 2009) sobre a Teoria dos Campos Conceituais. Para Vergnaud (1990, 2009), um campo conceitual é um conjunto formado por uma tríade, composta por situações, invariantes e representações. Um conceito é o resultado de uma experiência, não podendo ser limitado apenas à uma definição. Dessa forma, de acordo com Vergnaud (1990, 2009), uma criança só compreende um conceito quando se depara com uma situação. Uma situação, por sua vez, pode ser entendida como uma tarefa, uma vivência prática na qual o sujeito

---

[3] Na seção 1.1 explicamos detalhadamente o que são esses esquemas.

deve aplicar sua resposta. Os esquemas são estratégias ou organizações mentais que cada indivíduo realiza quando é posto diante de uma situação. Por fim, os invariantes são os elementos implícitos nesses esquemas.

Nos trechos que se seguem, descreveremos como foi estruturado o texto dessa pesquisa e o modo como pensamos na divisão dos capítulos.

Na introdução, apresentamos o tema e a problemática da pesquisa, um breve relato de experiência da pesquisadora, a justificativa da escolha do tema e sua relevância para o meio acadêmico, bem como os objetivos e as questões gerais e específicas que foram levantadas para a formulação desse trabalho e a metodologia que foi utilizada.

O primeiro capítulo foi dedicado à revisão de literatura. Na primeira seção, apresentamos uma revisão da literatura existente acerca do Campo Multiplicativo, elencando dissertações e artigos acerca do tema estudado. Selecionamos os estudos de Magina, Santos e Merlini (2011), Santos, Almeida e Oliveira (2016), Marques e Almeida (2016), Barreto et al. (2017), Maia et al. (2016), Carvalho Jr. e Aguiar Jr (2008), Cruciol e Silva (2013) e Almeida (2017). Ainda no primeiro capítulo, na segunda seção fizemos uma revisão sobre os documentos de currículo que subsidiam a educação matemática.

No segundo capítulo apresentamos o quadro teórico, que foi construído a partir da Teoria dos Campos Conceituais de Gerárd Vergnaud (1990, 2009) e das contribuições de Margina, Santos e Merlini (2015) sobre as estruturas multiplicativas, em especial uma seção sobre o eixo comparação multiplicativa, o qual concentramos nossa pesquisa.

No terceiro capítulo descrevemos a metodologia utilizada para essa pesquisa, os sujeitos, o cenário, os instrumentos e intervenções utilizados.

No quarto capítulo, apresentaremos a análise dos instrumentos utilizados e logo após as considerações finais do estudo. Encerramos o trabalho apresentando as referências que tanto contribuíram para o desenvolvimento dessa pesquisa.

1 **A PRODUÇÃO NA ÁREA**

Neste capítulo, apresentaremos, na primeira seção, uma revisão dos documentos oficiais que ressaltam a importância do saber matemático. Em seguida, na segunda seção, uma revisão da literatura existente sobre a temática dessa pesquisa.

1.1 **Revisão de documentos oficiais**

Esta seção traz uma análise dos documentos curriculares para a educação, que são: os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998), Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) (BRASIL, 2013), Plano Nacional de Educação (PNE) (BRASIL, 2014) e Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), mais precisamente nos trechos que se referem à Matemática para as séries finais do Ensino Fundamental (correspondentes ao 3º e 4º ciclos) como disponibilizados pelo Ministério da Educação – MEC. Esses documentos, assim como Evangelista (2009) pontua sobre estudo de documentos de educação "[...] expressam não apenas diretrizes para a Educação, mas articulam interesses, projetam políticas, produzem intervenções sociais" (2009, p. 2), buscando promover melhorias na qualidade da Educação através de reformas educacionais que têm sido realizadas não só no Brasil, mas mundialmente, como a autora também aponta quando se apropria das ideias de Neves para o estudo deles:

> Os anos de 1990 do século XX e os anos iniciais deste século no Brasil vêm sendo palco de um conjunto de reformas na educação escolar que buscam adaptar a escola aos objetivos econômicos e político-ideológicos do projeto da burguesia mundial para a periferia do capitalismo nesta nova etapa do capitalismo monopolista (EVANGELISTA, 2009, apud NEVES, 2004, p. 1).

Antes de chegarmos no documento mais recente, a BNCC, é importante percorrer o caminho histórico em busca dos interesses que levaram até o quadro atual. Legalmente, o documento se apoia na Constituição Federal de 1988, que em seu Artigo 205 determina que:

> [...] a educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho (BRASIL, 1988, s.p.).

No Artigo 210 da Carta Constitucional, ainda em 1988 (BRASIL, 1988), já se falava em conteúdos mínimos e comuns: "[...] fixados conteúdos mínimos para o Ensino Fundamental, de maneira a assegurar formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais" (BRASIL, 1988, s.p).

Posteriormente, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) de 1996 traz no inciso IV do artigo 9º que cabe à União:

> [...] estabelecer, em colaboração com os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, competências e diretrizes para a Educação Infantil, o Ensino Fundamental e o Ensino Médio, que nortearão os currículos e seus conteúdos mínimos, de modo a assegurar formação básica comum (BRASIL, 1996, s.p.).

Nesse mesmo artigo, a lei diferencia dois conceitos e deixa claro o que significa cada um deles. O primeiro, já mencionado anteriormente pela Constituição, define comum de diversificado enquanto suas aplicações no documento: "as competências e diretrizes são comuns, os currículos são diversos" (BRASIL, 1996, s.p).

Ainda na década de 90, o documento que norteava nacionalmente o currículo eram os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998), formulado inicialmente em 1996 pelo então presidente Fernando Henrique Cardoso. Dentre as principais propostas do documento para a matemática, destacamos:

> A Matemática pode e deve estar ao alcance de todos e a garantia de sua aprendizagem deve ser meta prioritária do trabalho docente; A atividade matemática escolar não é olhar para coisas prontas e definitivas, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade; No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras, escritas numéricas); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. (BRASIL, 1998, p. 56-57)

Os PCN (BRASIL, 1998) enfatizam que a matemática não deve ser ensinada somente pelos números e operações que podem ser feitas a partir deles, mas que ela esteja:

> [...] ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. [...] O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos (BRASIL, 1998, p. 19).

Também reconhecia que o ensino da matemática é indispensável e deve buscar um caráter de aproximação com o cotidiano:

> Também apontar em que medida os conteúdos contribuem para o desenvolvimento intelectual do aluno, ou seja, para a construção e coordenação do pensamento lógico-matemático, para o desenvolvimento da criatividade, da intuição, da capacidade de análise e de crítica, que constituem esquemas lógicos de referência para interpretar fatos e fenômenos (BRASIL, 1998, p. 49).

Ainda de acordo com os PCN (BRASIL, 1998), a construção de conceitos matemáticos é importante para que o aluno perceba:

> [...] a existência de diversos tipos de números (naturais, negativos, racionais e irracionais) bem como de seus diferentes significados à medida que deparar com situações-problema, envolvendo operações ou medidas de grandeza, como também ao estudar algumas das questões que compõem a história do desenvolvimento matemático (BRASIL, 1998, p. 50).

Posteriormente aos PCN, dando continuidade às orientações curriculares, foram lançadas em 2013 as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) (BRASIL, 2013) para a Educação Básica que traziam orientações explícitas com a forma na qual deveria ser conduzida a Educação. Após isso, em 2014, foi criado o Plano Nacional de Educação (PNE) (BRASIL, 2014), que traçava metas com fins de melhorar a Educação no país.

Dentre essas metas, ressaltamos:

> Meta 2: universalizar o ensino fundamental de 9 (nove) anos para toda a população de 6 (seis) a 14 (quatorze) anos e garantir que pelo menos 95% (noventa e cinco por cento) dos alunos concluam essa etapa na idade recomendada, até o último ano de vigência deste PNE. (BRASIL, 2014, p. 9).

A partir da meta anterior e das outras que compunham o documento, iniciou-se o processo de mudança do currículo, no qual o MEC selecionou especialistas para repensar o documento proposto e apresentar um currículo comum em todo território nacional que pudesse ser posto em prática em todas as escolas do Brasil. Daí a necessidade da mudança que fez surgir a nova base curricular, e com ela questões referentes aos conteúdos e disciplinas dessa nova base passaram a ser levantadas.

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) é uma ação da política de currículos do país que iniciou sua discussão em 2013. Essa discussão apresentou no seu processo de formulação três versões preliminares que foram disponibilizadas pelo MEC com a intenção de que professores, gestores educacionais e a comunidade acadêmica de pesquisadores da área, além de secretarias municipais e estaduais, trouxessem sugestões e questões pertinentes ao debate. A primeira versão do documento foi disponibilizada para essas sugestões em outubro de 2015. Posteriormente, em abril de 2016, foi lançada uma segunda versão contendo sugestões que foram acolhidas no primeiro momento e com a mesma finalidade. Em maio de 2017, foi disponibilizada uma terceira versão que foi retirada do ar apenas 3 dias depois. Então em 20 de dezembro de 2017, foi homologada a versão final do documento pelo então ministro da Educação Mendonça Filho.

A BNCC (BRASIL, 2018), que foi elaborada por uma equipe de professores especialistas nas várias áreas do conhecimento, apresenta a direção e os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento que passarão a nortear a formação dos currículos em escolas de Educação Básica de todo país. A BNCC propõe que os direitos de aprendizagem e desenvolvimento englobem 10 competências gerais, que são:

> 1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
> 2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
> 3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
> 4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
> 5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
> 6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
> 7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com

> posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
> 8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.
> 9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
> 10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários (BRASIL, 2018, p.9-10).

Essas competências são definidas pelo documento:

> "[...] como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2018, p.8).

Definido pelo MEC como um sendo grande instrumento que deve ser implementado pela gestão pedagógica para ajudar os professores, a BNCC também tem o objetivo de contribuir para a formação humana dos educandos em sua totalidade e cooperar para uma educação que busque caminhar aliada à qualidade social.

A versão final do documento estudada neste trabalho é definida como:

> [...] um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). (BRASIL, 2018, p. 7).

Para o MEC, a BNCC busca um ensino ajustado em todo país, partindo do princípio que ela foi construída contando com a participação de estados e municípios. O objetivo desse currículo mais abrangente é que os alunos se sintam mais próximos dos conteúdos abordados, pois no modelo de ensino praticado até então existia um foco maior nos grandes centros urbanos, fazendo com que a parte que não vive nesses locais se sinta muito distante do currículo praticado, contribuindo para o desinteresse do aluno. Com a BNCC, além da parte nacional comum, também existe a possibilidade de que cada região a adeque às suas características e peculiaridades trabalhando a parte diversificada (BRASIL, 2018).

As propostas também foram debatidas em suas áreas especificas. A Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) participou dessa fase com discussões feitas por educadores, especialistas e pesquisadores em Educação Matemática, com debates extensos realizados por áreas educacionais com interesse na temática discutida (BRASIL, 2018).

Analisamos alguns elementos desse novo currículo da disciplina de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, focando em como ele se relaciona com a realidade cotidiana dos alunos. Buscando entender de que forma os objetivos de aprendizagem para o ensino da Matemática e as competências propostas no documento contribuem para a construção e a consolidação de conceitos específicos da disciplina. Também compreender de que forma a proposta de um currículo flexível possibilita uma aprendizagem em que aluno e professor sejam protagonistas. A análise que será apresentada busca traçar caminhos indispensáveis para a construção do conhecimento matemático.

1.1.1 A importância do saber matemático

Provavelmente a Matemática é a mais antiga ciência. Desde seus primeiros registros, ela evoluiu muito e passou por mudanças consideráveis. Atualmente, a Matemática está centrada em modelos formais e bastante polidos de sua ideia inicial. Ela foi criada para auxiliar na resolução de problemas cotidianos da humanidade, e com o processo de evolução da sociedade precisou se reinventar para se adequar a essas necessidades que surgiam. Em busca desse novo modelo de Matemática que supra as insuficiências do homem e que se difere muito da sua concepção, chegou-se ao padrão de ensino da Matemática que temos hoje trazendo um modelo de ensino cansativo, inconsistente e tido como uma frustação para muitos alunos que constroem uma ideia equivocada de que ela foi criada somente para alguns.

A Matemática é ensinada nas escolas pois é inegável sua presença no convívio social, e por esse motivo o principal objetivo de sua aprendizagem deveria estar atrelado às práticas Matemáticas que acompanham a vivência em sociedade.

No entanto, se almejamos uma Educação próspera diferente da imagem errônea construída de uma disciplina feita apenas para algumas pessoas detentoras de saberes especiais, fugindo dessa imagem de disciplina tabu, é necessário buscar ferramentas de trabalho que mudem essa imagem. A forma de ensinar precisa passar por mudanças, pois permanecer amarrado à maneira tradicional é negar toda realidade de ensino atual, buscando um pensar crítico e se distanciando cada vez mais de um ensino mecânico voltado puramente à memorização (GITIRANA et al., 2014).

Ao abordar a Matemática como uma disciplina presente no currículo, a BNCC propõe uma divisão em 5 eixos que o documento chama de unidades temáticas. São eles: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística, diferentemente dos PCN que subdividia a disciplina no que ele chamava de blocos, e eram 4: Números e operações, Espaço e forma, Grandezas e medidas e Tratamento da informação (BRASIL, 2014, 2018).

> [...] a expectativa é a de que os alunos resolvam problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo as operações fundamentais, com seus diferentes significados, e utilizando estratégias diversas, com compreensão dos processos neles envolvidos. Para que aprofundem a noção de número, é importante colocá-los diante de problemas [...] No tocante a esse tema, espera-se que saibam reconhecer, comparar e ordenar números reais [...] (BRASIL, 2018, p. 269).

A partir daí, surgem as implicações para a Matemática. Uma questão que aparece na BNCC (BRASIL, 2018) e que precisa de uma atenção especial consiste em buscar um ensino da Matemática que esteja atrelado à realidade do aluno. Nesse caso, o que ocorre na prática é uma interpretação distorcida desse objetivo. Praticar um ensino da matemática associado à realidade do aluno não significa apenas reduzi-la a essa realidade, fazendo com que ele se sinta desestimulado e não exerça seu senso crítico.

> No Ensino Fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade, precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. (BRASIL, 2018, p. 263)

A BNCC (BRASIL, 2018) propõe para a disciplina que o processo de aprender esteja diretamente ligado a compreender, ou seja, absorver realmente o conteúdo.

Isso permite que o aluno exercite a habilidade investigativa, forme conceitos e trabalhe o raciocínio lógico. A BNCC (BRASIL, 2018) aponta que o ensino da Matemática deve estar em consonância com as:

> [...] avaliações internacionais da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), que coordena o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA, na sigla em inglês), e da Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco, na sigla em inglês), que instituiu o Laboratório Latino-americano de Avaliação da Qualidade da Educação para a América Latina (LLECE, na sigla em espanhol) (BRASIL, 2018, p. 13).

Essas organizações acima mencionadas entendem que o ensino da matemática deve ter compromisso com o desenvolvimento da disciplina, o que o texto chama de “letramento matemático”, definido como:

> [...] a capacidade individual de formular, empregar, e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e predizer fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias (PISA, 2012, p. 1).

É essa capacidade que fará com que o aluno compreenda e possa atuar de maneira significativa na sociedade em que está inserido e com isso desenvolver o raciocínio lógico, crítico e investigativo de forma prazerosa. A essa vivência cotidiana, aliando os saberes Matemáticos com os de outras disciplinas, o educando tem a capacidade de vivenciar o que o documento intitula “processos matemáticos”, o que pode ser tido como objeto e ao mesmo tempo estratégia para a aprendizagem. Esses processos desencadearão nas competências específicas da disciplina. A BNCC (BRASIL, 2018) traz 8 competências especificas para a Matemática. Dentre elas, aborda o fato de que essa é uma ciência em constante mudança, que se adequa às necessidades locais e históricas de determinada sociedade, mas já na primeira competência reforça que ela deve se adequar às necessidades do mercado de trabalho. Também aborda questões sociais e pontua a importância do trabalho coletivo, dando ênfase à sua prática e sua relevância na formação de laços afetivos e capacidades cognitivas, como vemos a seguir:

> 1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes

> momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
> 2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
> 3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
> 4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
> 5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
> 6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
> 7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
> 8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BRASIL, 2018, p. 265)

Ao longo do texto da BNCC (BRASIL, 2018), não há indícios de abordagens ou sugestões quanto à metodologia que deve ser utilizada, o documento somente traz uma definição de que o fazer Matemático está ligado à resolução de problemas.

A BNCC (BRASIL, 2018) traz as habilidades que devem ser trabalhadas em cada ano de escolarização, e ressalta que é de extrema importância que ao lidar com essas habilidades o professor deverá levar em conta as experiências e conhecimentos prévios apresentados pelos alunos e fazer uma conexão entre aspectos quantitativos, qualitativos e essa vivência Matemática prévia. Essas habilidades devem ser articuladas de forma vertical, resgatando o que foi apresentado no ano anterior e dando continuidade ao trabalho previsto para aquele conteúdo.

1.2 **Revisão de literatura**

Nesta seção, serão apresentadas pesquisas que se aproximam do tema estudado para servir como base e apresentar uma compilação de trabalhos que se assemelham com o tema e que são relevantes para esse estudo. De acordo com Alves-Mazzotti (1992), é com a revisão de literatura que o pesquisar consegue traçar seu caminho, delineando os passos que irá percorrer e buscando respostas para o seu problema de pesquisa. A apresentação dessas pesquisas irá posicionar o leitor diante do assunto.

Para delinear essa seção, foram realizadas buscas com os seguintes descritores: “resolução de problemas”, “Teoria dos Campos Conceituais”, ”Campo Multiplicativo”, “Comparação Multiplicativa”, ”Ensino Fundamental”, no período de 2008 até 2019. As plataformas de pesquisa utilizadas foram: Banco de Teses e Dissertações da Capes, da PUC-SP e Google Acadêmico.

Das pesquisas que encontramos, selecionamos sete que acreditamos contribuir para o desenvolvimento desse trabalho. Trouxemos sete pesquisas que apresentam um trabalho com a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud voltado para alunos, assim como a nossa pesquisa. Acreditamos que essas pesquisas nos auxiliaram a pensar a sequência de ensino, bem como a análise que foi feita após a aplicação da nossa sequência. O Quadro 1 apresenta as pesquisas que serão apresentadas.

Quadro 1 - Apresentação das pesquisas

Autor/Ano	Instituição	Metodologia	Sujeitos
Carvalho Jr. e Aguiar Jr.(2008)	UFMG	Análise de uma intervenção didática	Alunos
Cruciol e Silva (2013)	UCB	Análise de um instrumento diagnóstico	Alunos
Magina, Santos, e Merline (2011)	PUC/SP	Análise de um instrumento diagnóstico	Alunos
Barreto et al. (2017)	UECE	Análise de um instrumento diagnóstico	Alunos
Almeida (2017)	UESC	Análise de um instrumento diagnóstico e de uma intervenção de ensino	Alunos
Santos, Almeida e Oliveira (2016)	UESC	Análise da formulação e resolução de questões	Docentes
Marques e Almeida (2016)	UESC	Análise da formulação e resolução de questões	Docentes

Fonte: A autora, 2020

Dessa forma, buscando pesquisas que contribuíssem para o nosso trabalho, encontramos o estudo de Gabriel Carvalho Jr. e Orlando Aguiar Jr, chamado “Os campos conceituais de Vergnaud como ferramenta para o planejamento didático”, publicado em 2008 pela Revista Caderno Brasileiro de Ensino de Física. O assunto abordado traz a Teoria dos Campos Conceituais como um referencial para a análise de situações-problema de física. O artigo tem o objetivo de apresentar a teoria dos Campos Conceituas como um instrumento para análise de intervenções didáticas.

O trabalho de Carvalho Jr. e Aguiar Jr. (2008) originou-se de uma das conclusões de uma pesquisa de mestrado de um dos autores, na qual acompanharam a trajetória de sete alunos de uma turma do segundo ano do Ensino Médio durante as aulas de física, com o objetivo de analisar a efetividade das estratégias utilizadas durante a realização das atividades. Foi adotado como referencial teórico a Teoria dos Campos Conceituas de Vergnaud (1990; 1993). A pesquisa de Carvalho Jr. e Aguiar Jr. (2008) se desenvolveu durante um período longo, respeitando o pressuposto de que nem sempre o tempo de aprendizagem é o mesmo tempo de ensino. Segundo os autores, o objetivo dessas atividades foi “[...] permitir que os estudantes revelassem seus modelos explicativos sobre os conceitos da Física Térmica e indicassem as atividades que mais contribuíram para o seu aprendizado” (CARVALHO JR.; AGUIAR JR., 2008, p. 3).

Carvalho Jr. e Aguiar Jr. (2008) planejaram diversas atividades, como leituras em grupo seguidas de discussões, leituras individuais e uso de tecnologias, com a finalidade de acompanhar o desenvolvimento dos alunos no assunto abordado. Ao todo, a pesquisa se desenvolveu durante 24 encontros com a turma para aplicação das propostas e coleta de dados. Os autores acompanharam a forma como os estudantes compreendiam os conceitos e de que forma construíam novas ideias.

Os resultados obtidos por Carvalho Jr. e Aguiar Jr. (2008) foram analisados sob a perspectiva dos Campos Conceituais, com ênfase em análises qualitativas de acordo com as propostas de Vergnaud (1990, 1993). Carvalho Jr. e Aguiar Jr. (2008) analisaram e apresentaram a forma com que cada aluno progrediu individualmente durante os encontros. Os autores finalizaram concluindo que a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990, 1993) contribui para que seja realizada a análise das trajetórias de aprendizagem dos alunos, visto que o criador da Teoria se preocupa com o sujeito-em-situação.

Prosseguindo nas pesquisas sobre estudos referentes ao eixo comparação multiplicativa, dentro do campo conceitual multiplicativo, encontramos o trabalho de Daniela Cruciol e Erondina da Silva, da Universidade Católica de Brasília intitulado “Obstáculos apresentados por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas do campo multiplicativo”, apresentado no XI Encontro Nacional de Educação Matemática realizado em Curitiba em 2013.

Para Cruciol e Silva (2013), a resolução de problemas é uma competência que de acordo com os PCN (BRASIL, 1998) deve ser desenvolvida na escola. Apesar de não ser um ramo exclusivo da matemática, essa é a área que esses conteúdos predominam. O documento também ressalta que os conteúdos sejam trabalhos de maneira contextualizada e que tenham significado para a criança, envolvendo conceitos além da resolução de algoritmos matemáticos.

Os PCN (BRASIL, 1998, p. 39) “apontam a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática”. O que indica que não é o trabalho através de algoritmos, que são as “contas soltas” de multiplicação e divisão que farão o aluno compreender os conceitos do campo conceitual multiplicativo. É fato que o aluno precisa conhecer os algoritmos, mas é o trabalho a partir de resolução de problemas que fará o aluno desenvolver a competência esperada. De acordo com Vergnaud (1999), o sentido de um conceito só é adquirido através da situação, ou seja, de um problema.

Segundo as autoras:

> As operações de multiplicação e divisão são amplamente utilizadas em nosso cotidiano. Isso significa que essas operações são usadas pelas pessoas para resolver problemas encontrados no dia-a-dia [...] Embora sejam operações muito usuais, as crianças e adolescentes têm muitas dificuldades em resolver problemas que envolvem a multiplicação e a divisão. Não raro se ouve de professores de Matemática que os adolescentes não sabem multiplicar e nem dividir (CRUCIOL; SILVA, 2016, p. 1-2).

Partindo de suas vivências, Cruciol e Silva (2013) constataram a dificuldade de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental em resolver problemas envolvendo as operações básicas, principalmente as que trabalhavam adição e subtração. Sendo assim, o trabalho de Cruciol e Silva (2013) teve o objetivo de analisar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas do Campo Multiplicativo com a finalidade de entender e analisar os obstáculos encontrados pelos alunos, avaliando o nível de aprendizagem deles.

Cruciol e Silva (2013) acreditam que não existe uma “receita ideal” para a resolução de problemas envolvendo multiplicação e divisão, mas entendem que se o professor conhece os obstáculos que os alunos comumente apresentam, o professor pode, através do papel de um mediador do conhecimento, auxiliar os alunos a enfrentarem esses obstáculos. Colocando-se no lugar de um mediador, o professor pode propor atividades que estimulem os alunos a progredirem no processo de construção do conhecimento referente ao campo conceitual multiplicativo.

Para a realização do trabalho, Cruciol e Silva (2013) realizaram uma pesquisa composta pela observação de 12 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública na periferia de Brasília. Os alunos tinham idade entre 12 e 13 anos e participavam do Projeto Escola Integral do Distrito Federal. Os alunos foram separados em dois grupos e responderam a um questionário com 16 problemas. Cruciol e Silva (2013) observaram que os alunos apresentaram dificuldade em interpretar os enunciados, o que os atrapalhava a chegar à resposta correta.

Cruciol e Silva (2013) alcançaram o objetivo da pesquisa, pois conseguiram identificar as dificuldades que os alunos apresentaram na resolução dos problemas de comparação multiplicativa, avaliando o nível de aprendizagem dos alunos participantes. A avaliação dos resultados mostrou que os alunos estão em processo de construção do conhecimento. Nas questões de multiplicação comparativa os participantes demonstraram conhecimento em conceitos básicos como metade e dobro. Já nas questões de proporção, os alunos apresentaram dificuldade em associar as operações de multiplicação e divisão aos enunciados das questões, e ainda mostraram dificuldade em interpretar os enunciados.

As pesquisas que apresentaremos a seguir fazem parte de programa mais amplo chamado “Um estudo sobre o domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental” – denominado Rede E-Mult, financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Esse programa foi idealizado pela professora Drª Sandra Magina, cujas pesquisas se voltam para a Teoria dos Campos Conceituais e dialogam com as pesquisas do GEPAEM, grupo de pesquisa da qual faço parte.

Dessa forma, dialogando com o eixo da comparação multiplicativa, encontramos a pesquisa de Sandra Magina, Alexandre Santos e Vera Merlini intitulada

“Comparação multiplicativa: a força que a expressão exerce na escolha das estratégias de resolução dos estudantes” apresentada na XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática em Recife no ano de 2011.

O trabalho de Magina, Santos e Merlini (2011) traz um desdobramento da aplicação de um teste contendo 13 questões referentes ao Campo Conceitual Multiplicativo, mais precisamente sobre o eixo Comparação Multiplicativa. As situações que envolvem Comparação Multiplicativa consistem em comparar duas quantidades de mesma natureza e uma relação entre elas. No início do processo de escolarização essas situações já aparecem quando se utiliza o conceito de “dobro” ou “metade”.

A pesquisa de Magina, Santos e Merlini (2011) buscou avaliar o desempenho de alunos de 3º e 5º ano de escolaridade sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, de forma quanti-quali, no qual buscaram analisar o desempenho dos estudantes que responderam corretamente, mas também o raciocínio desenvolvido pelos estudantes que não conseguiram chegar à resposta final. O objetivo do artigo foi analisar de que forma as expressões utilizadas no enunciado dos problemas afeta o desempenho dos estudantes. Os autores buscaram analisar a dificuldade de intepretação das situações mesmo por alunos mais experientes. Problemas que trazem expressões como “vezes mais” e “vezes menos” podem trazer interpretações errôneas que levem os alunos a somar na situação de “vezes mais” ou subtrair em problemas com “vezes menos”, por exemplo, mesmo em casos em que a operação necessária para resolver corretamente o problema seja outra. Em alguns momentos, apesar de uma parte dos alunos não apresentarem dificuldades quanto às operações, tendem a analisar da maneira errada as situações-problema referente ao Campo Multiplicativo.

O estudo do Campo Multiplicativo é relevante para essa pesquisa pois de acordo com Muniz (2009 apud MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2011), nos livros didáticos utilizados hoje encontramos atividades com propostas de resolução na qual o esforço maior gira em torno da capacidade de conceituar as operações, mas o processo de articulação entre o procedimento adequado para resolver tal problema e o conceito trabalhado nas operações causa muita dificuldade.

No currículo do nosso país, já no final do 3º de escolaridade do Ensino Fundamental acontece o ensino da multiplicação e divisão. A aprendizagem da multiplicação parte da ideia da adição, na qual a multiplicação é ensinada como um meio mais rápido de se fazer uma adição de várias parcelas. Para isso, tem-se a ideia de que para compreender as operações, o objetivo principal é aprender os algoritmos, ou seja, cria-se uma ideia de que para se alcançar o sucesso na multiplicação e na divisão basta saber tabuada.

Com a finalidade de retificar essa ideia, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998) indicam que mesmo com a matemática dividida em quatro blocos, o trabalho para a resolução de problemas não deve ser pensado como um caso isolado, mas sim um trabalho interligando todas as áreas, dessa forma:

> O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema; o problema não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório; aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros; o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas; a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (BRASIL, 1998, p. 43).

Essa direção vai ao encontro às ideias de Vergnaud (1990, 1991, 1994) que afirma através da Teoria dos Campos Conceituais que cada campo do conhecimento não trabalha de maneira isolada.

Para alcançarem os objetivos, Magina, Santos e Merlini (2011) realizaram uma pesquisa descritiva com a finalidade de analisar o desempenho de alunos de 3º e 5º anos de escolaridade na resolução de duas situações-problema abordando o Campo Multiplicativo. A análise dos resultados observou aspectos quantitativos e qualitativos. Nessa análise verificou-se que em ambas as questões os alunos que associaram as expressões à multiplicação e divisão obtiveram mais sucesso na resolução das questões.

Com essa pesquisa, os autores concluem que durante o processo cognitivo seja levado em conta não só aspectos quantitativos, mas também qualitativos. Ou seja, que o professor não deve olhar para as respostas somente como certo ou errado, mas que investigar que conceitos o aluno trabalhou naquela resolução também faz parte do processo. Magina, Santos e Merlini (2011) também concluíram que as dificuldades apresentadas pelos alunos não residem na maioria das vezes nas operações de multiplicação e divisão, mas sim em entender o enunciado da questão e seu aspecto linguístico.

Prosseguindo nos estudos referentes ao eixo Comparação Multiplicativa, encontramos o trabalho "Situações de comparação multiplicativa: o que alunos de 4º e 5º anos do ensino fundamental demonstram saber? ", de Barreto et al. (2017) publicado no periódico Educação Matemática em Revista em 2017. O estudo de Barreto et al. (2017) também faz parte do programa E-Mult, como mencionamos acima. De um modo geral, os alunos apresentaram baixo desempenho na resolução de questões de comparação multiplicativa. Os autores buscam entender de que forma os alunos resolvem situações problemas de matemática, acreditando que essa estratégia possa ser um caminho facilitador para se tentar chegar até um resultado positivo.

O trabalho de Barreto et al. (2017) fez uma análise do desempenho dos alunos ao resolverem questões pertencentes ao Campo Multiplicativo como uma estratégia para ser adotada pelos professores para que o processo cognitivo se torne mais eficiente. Maia et al. (2016 apud BARRETO et al., 2017) afirmam que os alunos acabam ficando com um pensamento restringido sobre comparação multiplicativa porque os professores não apresentam domínio referente ao tema.

Para a concretização da pesquisa de Barreto et al. (2017), foi realizada uma análise do desempenho de 114 alunos de 4º e 5º anos do Ensino Fundamental e das estratégias apresentadas por eles para a resolução de problemas do campo conceitual envolvendo as estruturas multiplicativas, realizada sob a ótica dos campos conceituais do psicólogo francês Gérard Vergnaud. Nesse trabalho, Barreto et al. (2017) ressaltaram que os conhecimentos apresentados pelos alunos devem ser valorizados, entendendo que avaliação é "uma busca de evidências que nos ajudem a tomar decisões sobre os objetivos de ensino para um grupo específico de alunos e nos ajudem a conhecer melhor os resultados de nossa ação pedagógica" (NUNES et al., apud BARRETO et al., 2017, p. 157).

De acordo com os autores, compreender que para se resolver um problema matemático são envolvidos vários campos do conhecimento pode ser mais complexo do que parece. Muniz (2009, apud BARRETO et al., 2017, p. 102) esclarece: "[...] quando a escola trabalha tão somente um conceito para cada operação, acaba por produzir um fenômeno que aqui denominamos de "reducionismo conceitual" [...]". Compreender a utilização desse conceito é um passo importante para a aprendizagem e a consolidação dos conteúdos, a fim de desenvolver habilidades matemáticas.

Barreto et al. (2017) acreditam que o professor pode lançar mão da estratégia de formular um programa de ensino baseado no conhecimento prévio de seus alunos, ou até mesmo no conhecimento que eles não têm da disciplina. Porém, essa metodologia acaba sendo pouco usada, ficando os alunos restritos, na maioria das vezes, à forma tradicional de avaliação, na qual só é levado em conta se o aluno tem ou não a capacidade de resolver problemas. Investigar que metodologias ele criou na tentativa de resolver o problema é um procedimento muito importante mas acaba quase sempre sendo deixado de lado. O professor pode partir do conhecimento que os alunos demonstram, mesmo não respondendo corretamente à questão, para iniciar uma sequência de ensino.

Barreto et al. (2017) concluem que a avaliação formal pode se tornar aliada ao aluno e ao professor no processo de ensino e aprendizagem. O docente ao observar e analisar os procedimentos adotados pelos alunos para a resolução de problemas pode trazer um indicador maior que apenas certo ou errado, sendo importante que o aluno entenda cada campo conceitual como uma possibilidade para a resolução de problemas, e não como um único caminho a ser seguido.

Sem esgotar ainda o assunto sobre Campo Multiplicativo e resolução de problemas, selecionamos a dissertação de Luana Cerqueira de Almeida, que também faz parte do Programa E-Mult, intitulada “Solução de situações de comparação multiplicativa e a criatividade matemática”, apresentada em 2017 na Universidade Estadual de Santa Cruz – BA. Nessa pesquisa, a autora teve como objetivo analisar a influência de uma sequência de ensino baseando-se na criatividade matemática e analisando as soluções apresentadas pelos alunos na resolução de problemas de comparação multiplicativa. Para alcançar o objetivo, a autora se apoiou na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, pois essa teoria se preocupa e compreender como o conhecimento é trabalhado em sala de aula, de modo a favorecer a aprendizagem.

Para Almeida (2017), muitas vezes o aluno se confunde ao ler e interpretar um problema de comparação multiplicativa, pois quando se deparam com as expressões “vezes mais” e “vezes menos” associam erroneamente a solução ao algoritmo da multiplicação (ao ler a palavra vezes) ou à adição e subtração (ao ler as palavras mais ou menos). Vale ressaltar que a autora indica que em algumas situações ela acredita ocorrer um distanciamento entre a forma como um certo conteúdo é apresentado aos alunos e a forma como o aluno entende, pois segundo Almeida (2017, p. 17) “[...] a dificuldade apresentada pelos alunos não é em realizar as operações de multiplicação e divisão, mas em interpretar os enunciados que devem se distanciar desses termos [...]".

Para alcançar como a criatividade matemática se relaciona com o Campo Multiplicativo, Almeida (2017) propôs uma sequência de ensino abordando situações-problema de comparação multiplicativa. A autora realizou dois estudos com a turma que escolheu para realizar a sequência, um estudo piloto e um estudo principal. O estudo piloto serviu como um teste para ajustar possíveis pontos nos quais o estudo principal poderia ser melhorado. Com o estudo piloto, foram identificadas limitações metodológicas que puderam ser ajustadas antes da aplicação do estudo principal.

O estudo principal de Almeida (2017) foi uma sequência de ensino tomando como base a criatividade matemática, com foco nos problemas de comparação multiplicativa, para analisar as respostas dadas pelos estudantes sobre o referido campo, buscando dar sentido aos conceitos demonstrados pelos alunos. O estudo foi realizado numa escola estadual localizada no Sul da Bahia.

Após a aplicação do teste diagnóstico, Almeida (2017) deu início a uma sequência de ensino abordando as expressões que são comumente utilizadas em problemas dessa classe e aplicou a sequência de ensino durante dois meses letivos. A análise dos resultados se deu de maneira qualitativa, porém em alguns momentos ocorreu uma análise quantitativa objetivando um olhar mais geral dos resultados.

Almeida (2017) concluiu que os alunos apresentaram uma melhora quando foram comparados o teste inicial e o final, e que nas situações de referente ou referido desconhecido os alunos apresentaram uma quantidade maior de acertos, enquanto nas situações de elemento desconhecido, apesar de menos acertos, houve um crescimento maior dos alunos.

Ainda buscando pesquisas que se aproximam desse estudo, selecionamos dois trabalhos da Universidade Estadual de Santa Cruz que tratam da formação de professores. Entendemos que essas pesquisas são importantes pois nos orientam sobre possíveis equívocos dos professores que tentamos não cometer na nossa intervenção e na análise dos dados. As pesquisas também nos auxiliam em como devemos olhar para as estratégias e os recursos que os alunos demonstram durante a execução desse trabalho.

Nesse sentido, selecionamos o trabalho de Valéria Santos, Irlene de Almeida e Caio Oliveira da Universidade Estadual de Santa Cruz, que também estudaram os campos conceituais e o processo de aprendizagem no programa E-Mult. Com a pesquisa intitulada “Estruturas multiplicativas: Teoria e prática envolvendo Proporção dupla e múltipla” apresentada no XII Encontro Nacional de Educação Matemática realizado em São Paulo em 2016.

O objetivo do trabalho de Santos, Almeida e Oliveira (2016) foi propor aos professores uma discussão sobre situações-problema que trabalham o Campo Conceitual Multiplicativo, mais precisamente sobre os eixos de proporção dupla e múltipla da relação ternária. A proposta dessa discussão surgiu a partir de outros encontros ministrados pelos autores que também são integrantes do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática, Estatística e em Ciências – GPEMEC. A pesquisa de Santos, Almeida e Oliveira (2016) faz parte do programa E-Mult, que mencionamos anteriormente.

A partir do proposto pela Teoria dos Campos Conceituais (TCC), Santos, Almeida e Oliveira (2016) buscaram fazer com que os professores refletissem acerca do nível de complexidade das questões e de sua importância para construção de conceitos futuros. As situações envolvendo o Campo Conceitual Multiplicativo muitas vezes são apresentadas aos alunos pelos professores como uma forma de adição, ou seja, pertencente ao Campo Conceitual Aditivo. Porém, “[...] Vergnaud (1996) enfatiza que o quadro teórico da TCC tem a finalidade de compreender as filiações e as rupturas existentes entre conhecimentos (SANTOS; ALMEIDA; OLIVEIRA, 2016). ”

Para alcançar os objetivos da pesquisa, os autores fomentaram o diálogo reflexivo entre os sujeitos da pesquisa, ou seja, os professores, com a finalidade de que esses trocassem experiências acerca da prática docente. Essa discussão mostrou a necessidade dos sujeitos de repensarem suas práticas de sala de aula no que diz respeito ao conteúdo do Campo Multiplicativo, propriamente nas questões que abordam a proporção dupla e múltipla.

Após a primeira etapa, os professores foram levados a discutir e analisar os enunciados de cinco questões. Na terceira etapa, foi sugerido que os professores fizessem uma síntese da Teoria dos Campos Conceituais, dando atenção especial ao campo conceitual multiplicativo. Feito isso, realizaram uma dinâmica com a proposta de que os professores elaborassem quatro questões cada e por fim levantaram questionamentos acerca dessas questões, com a finalidade de relacionar as possíveis dificuldades que os alunos apresentariam ao resolverem-nas.

Santos, Almeida e Oliveira (2016) concluíram que a dinâmica realizada propiciou aos participantes uma reflexão acerca das características das questões de proporção dupla e múltipla, e que a participação nesse projeto trouxe aos professores um olhar diferenciado sobre as questões do Campo Multiplicativo.

Entre as pesquisas eleitas, trazemos a de Claire Souza Da Costa Marques e Luana Cerqueira de Almeida, alunas da Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC, com o título "Estratégias de Ensino de Comparação Multiplicativa por meio de situações-problema" apresentada no XII Encontro Nacional De Educação Matemática (ENEM) em 2016 na cidade de São Paulo. O trabalho é proveniente de um minicurso referente às estruturas multiplicativas, mais precisamente sobre o eixo Comparação Multiplicativa, visando a resolução de problemas para a formação de professores em duas escolas municipais do Sul da Bahia, oriundo de um estudo sobre o domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental (E-Mult). Marques e Almeida (2016) buscaram refletir acerca da formulação e a resolução de questões referentes ao eixo Comparação Multiplicativa através da resolução de situações-problemas.

A pesquisa de Marques e Almeida (2016) traz a fundamentação teórica acerca do Campo Conceitual Multiplicativo, com um destaque para a Comparação Multiplicativa, considerações, agradecimentos e referências. O trabalho de Marques e Almeida (2016) buscou entender e refletir sobre práticas envolvendo situações-problema pertencentes ao Campo Multiplicativo, abrangendo docentes de escolas municipais do Sul da Bahia. Segundo as autoras, a dificuldade principal dos alunos concentra-se em compreender o enunciado das questões abordando situações desse eixo, e não nas operações propriamente ditas. Isso se confirma através dos estudos de Magina, Santos e Merlini (2011, p. 4) quando comentam

> [...] que esta dificuldade não reside na habilidade de se efetuar a operação de multiplicação ou divisão, mas sim na complexidade de compreender o enunciado e traduzi-lo na operação matemática adequada para a resolução da situação [...].

Pereira (2015) corrobora o exposto pelos autores quando afirma:

> [...] os estudantes resolvem as situações procurando uma "palavra-dica" e, quando se tem a presença da palavra "vezes", eles utilizam uma multiplicação. Quando as expressões linguísticas são acompanhadas de expressões como "vezes mais", "vezes menos", "menos do que", os estudantes tendem a fazer operações de adição e subtração, respectivamente. E, ainda, há os que fazem duas operações como a multiplicação e, em seguida, a adição ou subtração (PEREIRA, 2015, p.88).

O trabalho de Marques e Almeida (2016) para a formação de professores foi dividido em três momentos. No primeiro momento, foram feitos questionamentos acerca do conhecimento prévio dos professores sobre o Campo Conceitual Multiplicativo e foram apresentados os conceitos de Campo Conceitual definidos por Vergnaud (1999). No segundo momento, os professores foram divididos em grupos de até cinco participantes com a finalidade de que elaborassem problemas sobre o tema para que os outros grupos pudessem analisar e buscar estratégias para a resolução das questões. No terceiro e último momento, foi solicitado aos professores que buscassem resolver os problemas agora aplicando os conceitos e classificações trabalhados por Vergnaud (1990, 2009), buscando possíveis erros e acertos que poderiam ocorrer durante essa resolução.

Marques e Almeida (2016) indicam a utilização de materiais concretos como um recurso para auxiliar o aluno na criação de novas situações facilitando a aprendizagem do conceito que está sendo estudado. As autoras concluíram que a partir da apresentação do docente à Teoria dos Campos Conceituais, mais precisamente, no caso desse estudo à Comparação Multiplicativa pode trazer uma visão melhor da forma como os alunos das séries iniciais e finais do Ensino Fundamental absorvem os conceitos da Teoria e se familiarizam com a resolução de situações-problema.

2 REFERENCIAL TEÓRICO: A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Gérard Vergnaud é um psicólogo discípulo de Piaget que procura investigar como o sujeito do conhecimento se comporta diante de uma sequência de ensino. Porém, diferentemente de Piaget que acredita que o foco desse processo é o sujeito epistêmico, Vergnaud acredita que o foco está no sujeito em ação. Com essa mudança de foco, o autor procura entender como o sujeito aprende diante de uma situação. Nas palavras de Vergnaud:

> [...] emprestado de Piaget aspectos importantes do seu trabalho: primeiro o conceito de esquema, que possui uma larga interpretação, que o conhecimento é adaptado (acomodação e assimilação), bem como Piaget conceituou globalmente que a ação e representação fazem parte do desenvolvimento (VERGNAUD, 2009, p. 84).

Para Vergnaud (1990, 2009), o processo de aprendizagem está diretamente ligado ao ensino. Sua teoria afirma que o ponto crucial da aprendizagem é a conceitualização do real pelo aprendiz. Nesse momento, o processo cognitivo não pode ser resumido somente a operações lógicas ou linguísticas.

O trabalho se fundamenta na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990, 2009). Segundo o autor:

> A teoria dos campos conceituais é uma teoria cognitivista que visa a fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente das que se relevam das ciências e das técnicas (VERGNAUD, 1990, p. 135).

De acordo com Vergnaud (1990, 2009) um campo conceitual é um conjunto de situações cuja apropriação necessita do domínio de vários conceitos de origens diferentes, que estão interligados. De acordo com ele um conceito não pode se limitar a uma definição pois certa definição não pode ser pensada isoladamente. Campos conceituais são definidos como situações e conceitos, suas relações, classes de problemas, esquemas organizados que farão o conceito fazer sentido para a criança (VERGNAUD, 1993).

Para Vergnaud (1990, 2009) o conhecimento se organiza por meio de campos conceituais, e para que o aluno tenha domínio sobre esses campos ele precisa trabalhar os conteúdos que o englobem. O autor acredita que o conhecimento é construído com o tempo e a prática, à medida que ele adquire experiência, aprendizagem e maturidade. As pesquisas fundamentadas nessa Teoria buscam entender a maneira como a criança constrói essa bagagem - que é o que o autor chama de Campos Conceituais – e como contribuir e favorecer esse processo.

Vergnaud (1999, 2009) também se dedicou a estudar a relação entre a formulação dos problemas e as estratégias de solução adotada pelos alunos. De acordo com o autor, além de problemas com estruturas linguísticas diferentes necessitarem de estratégias diferentes, problemas de categorias diferentes podem geral dificuldades diferentes. A partir daí, Gérard Vergnaud (1990, 2009) desenvolveu a Teoria dos Campos Conceituais, de acordo com as necessidades específicas envolvendo as quatro operações essenciais, trazendo um diálogo entre a Psicologia Cognitiva e a Didática Matemática, com a finalidade de compreender como a criança internaliza e constrói seus próprios conceitos matemáticos.

Vergnaud (1999, 2009) afirma que não se deve resumir um conceito apenas a sua definição, pois é necessário que ele seja explorado e compreendido totalmente, através de diferentes pontos de vista. Nessa pesquisa, nos subsidiaremos na Teoria de Vergnaud e em seus estudos sobre o campo conceitual multiplicativo, ou campo das estruturas multiplicativas, que engloba as operações de multiplicação, divisão, ou ainda uma relação entre elas.

De acordo com Vergnaud (1990), campo conceitual é um conjunto de situações e problemas, que para serem trabalhados necessitam de procedimentos, conceitos e representações que assumem as mais variadas formas, que se interligam entre si. Como exemplo, pode-se tomar o campo das estruturas aditivas, no qual um mesmo problema pode ser resolvido por meio de uma adição, uma subtração, ou ainda uma união de ambas. Da mesma forma, um problema do Campo Multiplicativo por ser resolvido através de uma multiplicação, uma divisão, ou ainda, utilizando as duas operações.

Nas palavras do próprio autor, campo conceitual pode ser definido como:

> Consideremos, antes de mais nada, um campo conceitual como um conjunto de situações. Por exemplo, para o campo conceptual das estruturas aditivas, o conjunto das situações que exigem uma adição, uma subtração ou uma combinação destas duas operações e, para as estruturas multiplicativas, o conjunto das situações que exigem uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação destas duas operações. A primeira vantagem desta abordagem

> pelas situações é permitir gerar uma classificação que assenta na análise das tarefas cognitivas e dos procedimentos que podem ser postos em jogo em cada uma delas.
> O conceito de situação não tem aqui, o sentido de situação didática, mas antes o sentido de tarefa; a ideia é que qualquer situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, cuja natureza e dificuldade próprias é importante conhecer. A dificuldade de uma tarefa não é, nem a soma, nem o produto das dificuldades diferentes subtarefa, mas é claro que o fracasso numa subtarefa implica o fracasso global (VERGNAUD, 1996, p.167).

Moreira salienta que campo conceitual é um:

> [...] conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição (MOREIRA, 2002, p. 8).

Confluindo com as ideias de Vergnaud (1990, 2009), a BNCC (BRASIL, 2018) propõe que o conhecimento matemático seja construído a partir da união de vários conceitos, como proposto:

> [...] por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade –, precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. A dedução de algumas propriedades e a verificação de conjecturas, a partir de outras, podem ser estimuladas [...] (BRASIL, 2017, p. 265).

Para se apropriar de um campo conceitual, o indivíduo necessita trabalhar outros cenários, como tempo, experiência, reflexão e censo crítico. A medida que o sujeito vai avançando nessa apropriação, dificuldades são superadas e outras são encontradas, em diferentes níveis. Portanto, não existe uma única aprendizagem e ela não acontece de uma só vez.

Assim, Vergnaud (1990, p. 8) entende que a partir do desenvolvimento do processo cognitivo pelos Campos Conceituais surge a vantagem "... de permitir gerar uma classificação baseada na análise das tarefas cognitivas e nos procedimentos que podem ser adotados em cada uma delas". A BNCC (BRASIL, 2018), assim como Vergnaud (1990, 2009), também propõe que o aprendizado matemático acontece de maneira individual:

> [...] a aprendizagem em Matemática no Ensino Fundamental – Anos Finais também está intrinsecamente relacionada à apreensão de significados dos objetos matemáticos. Esses significados resultam das conexões que os alunos estabelecem entre os objetos e seu cotidiano, entre eles e os diferentes temas matemáticos e, por fim, entre eles e os demais componentes curriculares (BRASIL, 2017, p. 299).

Vergnaud (1990, 2009) acredita que para se apropriar de um determinado conceito, o indivíduo precisa manter uma relação direta entre ele e várias situações. De maneira análoga, uma situação que embora possa parecer simples utiliza vários conceitos, não sendo possível realizar o estudo de um desses conceitos de maneira separada, mas em conjunto de um Campo Conceitual, cujo domínio necessita a absorção de conceitos de natureza diferentes.

Dessa forma, três argumentos levaram Vergnaud(1990, 2009) a construir a ideia do que é campo conceitual:

> 1) um conceito não se forma em um único tipo de situação;
> 2) uma situação não se analisa com um único conceito;
> 3) a construção e apropriação das propriedades de um conceito ou dos aspectos de uma situação é um processo de muito fôlego que se estende ao longo dos anos, às vezes uma dezena de anos, com analogias e mal-entendidos entre situações, entre concepções, entre procedimentos, entre significantes (VERGNAUD, 1983, p. 393).

Diante do exposto, Vergnaud (1990, 2009) entende que um campo conceitual é formado por uma terna de conjuntos, que ele chama de S.I.R. Magina et al. definem essa terna como:

> S é um conjunto de situações que tornam o conceito significativo;
> I é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) que podem ser reconhecidos e usados pelo sujeito para analisar e dominar essas situações;
> R é um conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para pontuar e representar esses invariantes e, portanto, representar as situações e os procedimentos para lidar com eles (MAGINA et al., 2008, p.7).

Para Vergnaud (1993), uma situação é a primeira apresentação de um conceito, e que um campo conceitual é formado por diversas situações. Ele ressalta que uma situação se assemelha a uma tarefa, e que os processos de aprendizagem que a criança desenvolve são as respostas à essa tarefa. Para o pesquisador, as situações podem se apresentar em duas classes:

> 1- classe de situações para as quais o sujeito dispõe, no seu repertório, num dado momento do seu desenvolvimento, e em determinadas circunstâncias necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação;
> 2- classe de situações para as quais o sujeito não se dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga a um tempo de reflexão e de exploração, a hesitações, a tentativas abordadas, conduzindo-o, quer ao êxito, quer ao fracasso (VERGNAUD, 1996, p.156).

A partir dessas duas classes, entende-se que o aluno pode partir de seus conhecimentos prévios para solucionar uma situação, ou pode refletir através de várias tentativas que realizar, gerando novas descobertas, como apresentando na segunda classe.

Ao lidar com uma mesma situação, os alunos podem apresentar comportamentos diferentes. Eles podem se posicionar considerando seus conhecimentos prévios sobre determinado assunto ou ainda, buscar estratégias diferentes, organizando suas ideias e desenvolvendo o pensamento diante daquela situação. Essa organização mental que cada aluno realiza internamente, Vergnaud (1990, 2009) chama de esquema, e é um dos conceitos-chave da Teoria dos Campos Conceituais.

Para chegar a esse conceito de esquema, Vergnaud partiu dos estudos de Piaget, que ao observar como seus filhos aprendiam e lidavam com certas situações, propôs que os esquemas seriam uma maneira de organização do pensamento e desenvolvimento cognitivo. Para Vergnaud, "[...] os esquemas necessariamente se referem a situações, a tal ponto que, segundo ele, dever-se-ia falar em interação esquema-situação ao invés de interação sujeito-objeto da qual falava Piaget" (MOREIRA, 2002, p. 12). A partir dessa definição, entende-se que a educação deve favorecer o desenvolvimento da criança, no sentido de que ela desenvolva um gama de esquemas que contribua com seu desenvolvimento cognitivo.

Entendendo que esquema é o comportamento que a criança desenvolve ao se deparar com uma certa situação, Moreira (2002) estudando a Teoria dos Campos Conceituais chegou à quatro especificações que facilitam a compreensão de um esquema. São elas:

> 1. metas e antecipações (um esquema se dirige sempre a uma classe de situações nas quais o sujeito pode descobrir uma possível finalidade de sua atividade e, eventualmente, submetas; pode também esperar certos efeitos ou certos eventos);
> 2. regras de ação do tipo "se ... então" que constituem a parte verdadeiramente geradora do esquema, aquela que permite a geração e a

> continuidade da sequência de ações do sujeito; são regras de busca de informação e controle dos resultados da ação;
> 3. invariantes operatórios (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação) que dirigem o reconhecimento, por parte do indivíduo, dos elementos pertinentes à situação; são os conhecimentos contidos nos esquemas; são eles que constituem a base, implícita ou explícita, que permite obter a informação pertinente e dela inferir a meta a alcançar e as regras de ação adequadas;
> 4. possibilidades de inferência (ou raciocínios) que permitem "calcular", "aqui e agora", as regras e antecipações a partir das informações e invariantes operatórios de que dispõe o sujeito, ou seja, toda a atividade implicada nos três outros ingredientes requer cálculos "aqui e imediatamente" em situação (MOREIRA, 2002, p. 12-13).

Ainda sobre a terna que compõe os conceitos da Teoria de Vergnaud, estão os invariantes operatórios, que são informações que compõem os esquemas, e uma parte fundamental para entender como se dá no sujeito o processo de construção de conceitos. Os invariantes operatórios estão diretamente ligados às atitudes e comportamento que o sujeito desenvolve quando se depara com determinada situação que lhe é apresentada. Sendo assim, um invariante operatório é um conjunto formado por conceitos que o sujeito constrói, no qual partindo desses elementos, ele seleciona a ação mais adequada para lidar com determinada situação. Para dar sentido a esse conjunto dos invariantes, Vergnaud (1990, 2009) apresenta dois elementos: conceitos-em-ação e teoremas-em-ação.

Conceitos-em-ação podem ser pensados como informações que facilitam a compreensão do sujeito diante de uma situação. São processos construídos internamente e de maneira individual, não estão ligados a ideia de “certo” ou “errado”, mas são pertinentes ou não para se entender determinada situação. Por exemplo, na situação: “Marcos tinha 4 lápis e ganhou 5. Quantos lápis ele tem agora?”, existem vários conceitos-em-ação diferentes que estão subentendidos, por exemplo, ganhar, aumentar, adicionar, etc.

Já os teoremas-em-ação admitem a condição de certo ou errado partindo de uma situação. Gitirana et al. (2014) estudando a Teoria de Vergnaud explicam que esses podem ser entendidos como relações matemática que os no momento em que os alunos escolhem uma operação ou uma sequência de operações para resolver certa situação, como por exemplo, a situação apresentada por Vergnaud (1998 apud MOREIRA, 2002, p. 14):

> O consumo de farinha é, em média, 3,5 kg por semana para dez pessoas. Qual a quantidade de farinha necessária para cinquenta pessoas durante 28 dias?

> Resposta de um aluno: 5 vezes mais pessoas, 4 vezes mais dias, 20 vezes mais farinha; logo, 3,5 x 20 = 70 kg.

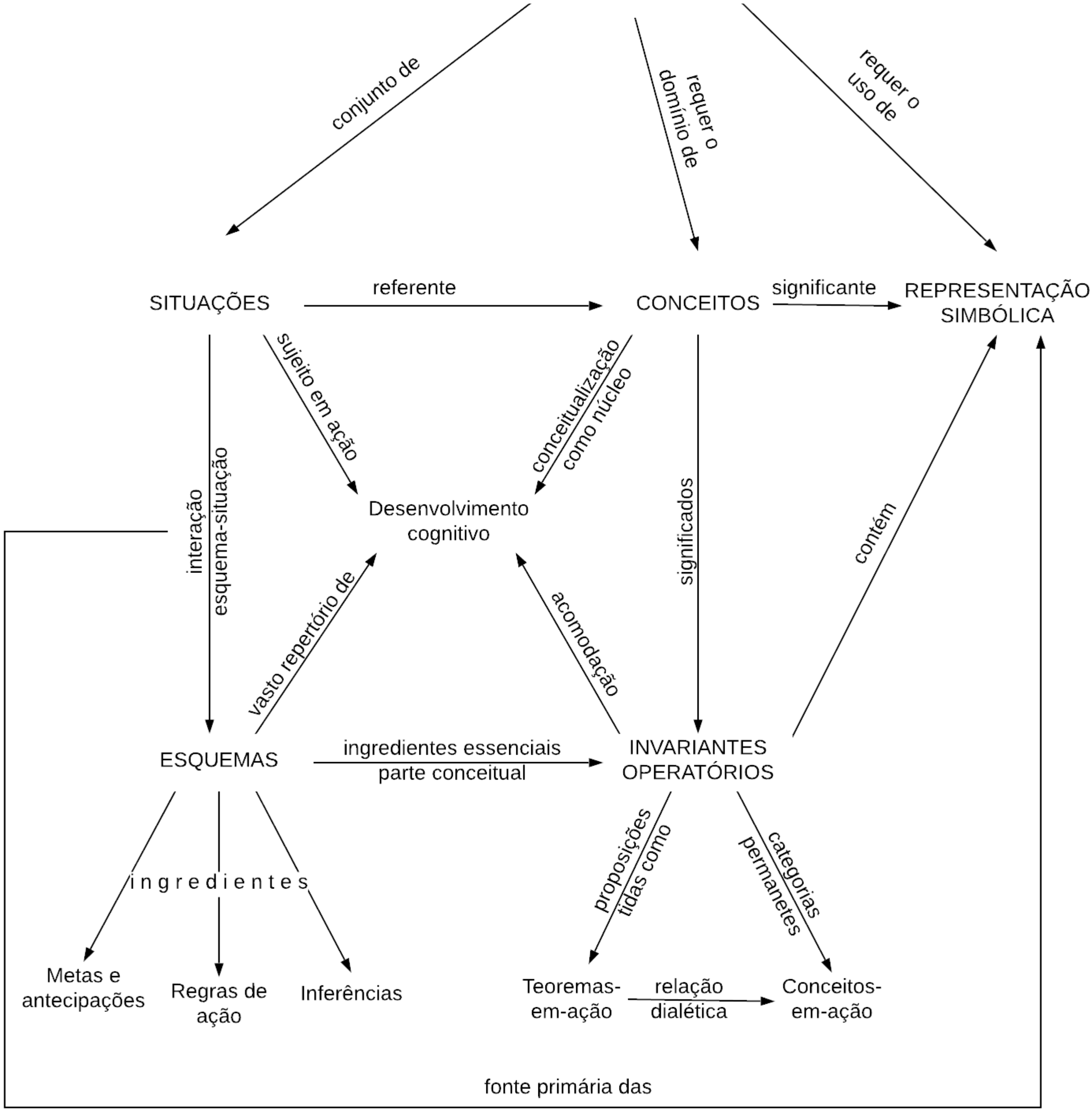
Para resolver a situação-problema, o aluno traz consigo implicitamente um teorema, no qual ele realiza uma série de multiplicações sucessivas que Vergnaud (1990, 2009) define como teoremas-em-ação.

Por fim, finalizando a terna SIR, trazemos a definição de representação simbólica na Teoria dos Campos Conceituais, que para Vergnaud (1981) não pode abranger a representação da realidade em sua totalidade, ou tampouco parecer com ela, sendo assim, uma representação reúne os objetos matemáticos que darão suporte ao conceito, em alguns casos ajudando na resolução de situações complexas. Não podem ser associadas a uma só imagem, como visto nas palavras do autor:

> 1) Não existe apenas uma representação, mas múltiplas representações, de formas diferentes e de níveis diferentes;
> 2). Existem homomorfismos não somente entre a realidade por um lado e as representações por outro, mas também entre as diferentes formas de representação (entre representação por imagem e linguagem, entre representação geométrica e representação algébrica, etc.) (VERGNAUD, 1981, p.201).

A Figura 1 é um mapa adaptado de Moreira (2012) e que resume os elementos que compõem o campo conceitual e como esses se interligam.

Figura 1 - Mapa conceitual para a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud



Fonte: Adaptado de Moreira (2012)

2.1 **O campo multiplicativo**

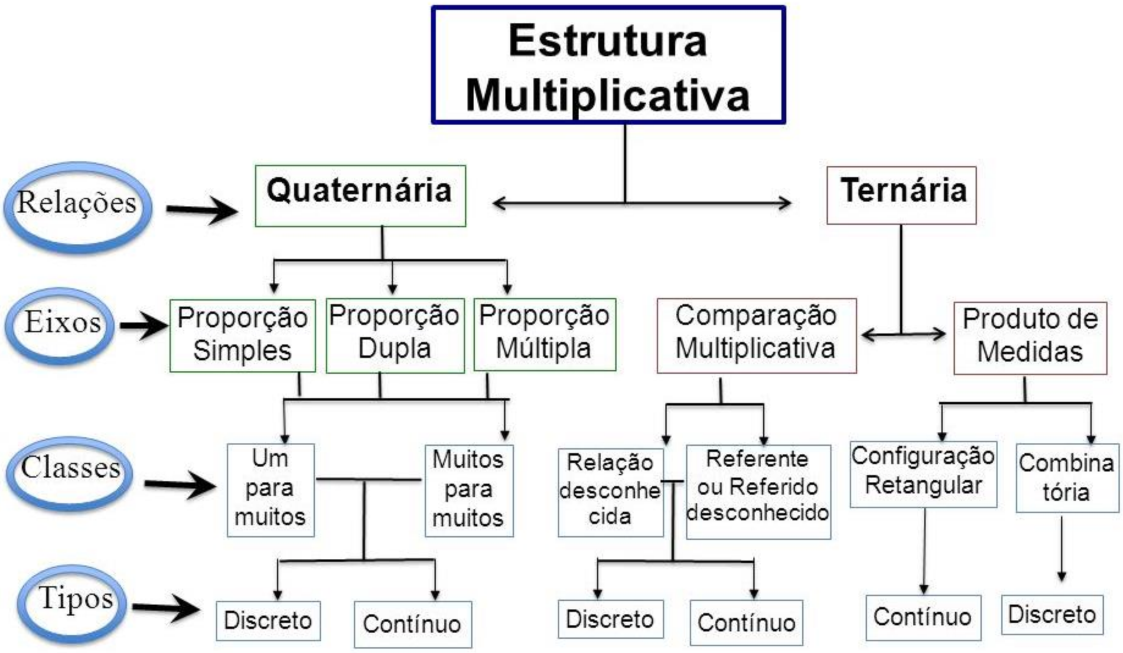
O Campo Multiplicativo é um conjunto de situações que requerem uma operação de multiplicação ou divisão, ou em alguns casos as duas, para a formação de conceitos interligados entre si. Também chamado de estruturas multiplicativas, o campo multiplicativo é formado por um conjunto de problemas ou situações envolvendo o conceito de multiplicação, divisão, ou ainda, ambas operações. Dentro desse conceito, destacamos: proporções podendo pertencer aos eixos simples, duplo ou múltiplo, quociente, frações, combinação linear, múltiplos e divisores, etc. (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2013).

Através de seus estudos envolvendo a Teoria dos Campos Conceituais, Vergnaud (1990, 2009) afirma que o processo de apropriação do conhecimento acontece através do contato com problemas e situações já conhecidas, o que faz com que o conhecimento tenha características únicas, de acordo com o loco em que o aprendiz se encontra. Multiplicar e dividir podem ser exemplos de conceitos que não fazem sentido serem estudados separadamente, pois estão inseridos em um mesmo campo conceitual, o campo de estruturas multiplicativas, que o teórico define como:

> O campo conceitual das estruturas multiplicativas é, simultaneamente, o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar estas situações: proporção simples e proporção múltipla, função linear e n-linear, relação escalar direta e inversa, quociente e produção de dimensões, combinação linear e aplicação linear, fração, relação, número racional, múltiplo e divisor, etc. (VERGNAUD, 1990, p.147).

De acordo com Vergnaud (1990, 2009), as estruturas multiplicativas se dividem em duas relações: ternárias e quaternárias. Magina, Santos e Merlini (2013) após estudos realizados sobre a Teoria dos Campos Conceituais elaboraram um esquema que traduzisse esses campos. O esquema proposto pelos autores apresentado na Figura 2 tem o objetivo de classificar os problemas pertencentes ao Campo Multiplicativo de acordo com o que propõe Vergnaud (1990, 2009).

Figura 2 - Esquema do Campo Multiplicativo



Fonte: Magina, Merlini e Santos (2012, p.5)

As relações quaternárias possuem quatro elementos, dois elementos de uma mesma grandeza e outros dois elementos de uma grandeza distinta da primeira. A relação quaternária foi dividida nos eixos proporção simples, proporção dupla e proporção múltipla. Esses eixos foram divididos nas classes um para muitos e muitos para muitos.

Organizamos os eixos e as classes no Quadro 2, com um exemplo para cada situação.

Quadro 2 - Exemplos de situações da relação quaternária

RELAÇÕES QUATERNÁRIAS			
	Classes		
		Um para muitos	Muitos para muitos
		Relação entre as quantidades é explícita. Dentro das variáveis existentes, uma possui valor unitário e as outras possuem valor desconhecido.	Relação entre as quantidades é implícita, ou seja, no enunciado do problema nenhuma variável possui valor unitário.
Eixo	Proporção simples	Tenho cinco caixas de lápis. Há 12 lápis em cada caixa. Quantos lápis eu possuo?	Marcos comprou 5 bolas de gude e pagou R$3,00 por elas. Quanto pagaria se quisesse comprar 12 bolas de gude?".

	Proporção dupla ou múltipla	Para assar um bolo, Ana utiliza 3 ovos e 2 copos de farinha. Para assar 3 bolos, ela irá precisar de quantos ovos e quantos copos de farinha?	10 escoteiros num acampamento necessitam de 4kg de arroz para 3 dias. Se 50 escoteiros forem acampar por 10 dias, precisão levar quantos kg de arroz?”

Fonte: A autora, 2020

As relações ternárias, por sua vez, são as que possuem três elementos oriundos de uma mesma situação, que chamamos de grandeza. A relação ternária também foi dividida em dois eixos: comparação multiplicativa e produto de medidas. O eixo comparação multiplicativa foi divido nas classes relação desconhecida ou referente/referido desconhecido. O eixo produto de medidas foi dividido nas classes configuração retangular e combinatória.

Assim como fizemos com as relações quaternárias, organizamos o Quadro 3 com exemplos do eixo produto de medidas.

Quadro 3 - Exemplos de situações da relação ternária

RELAÇÕES TERNÁRIAS		
	Classes	
Eixo Produto de Medidas	Configuração retangular	Combinatória
	Remetem à noção de produto cartesiano. Podem ser pensados como uma organização retangular.	As grandezas representam medidas organizadas na horizontal e na vertical, e união dessas medidas representam a quantidade de conjuntos.
Ex.:	Numa sala de aula, são organizadas 5 fileiras com 10 cadeiras cada. Quantas cadeiras há na sala?	Quantas combinações diferentes de short e blusa Maria pode fazer com 5 blusas e 4 shorts?

Fonte: A autora, 2020

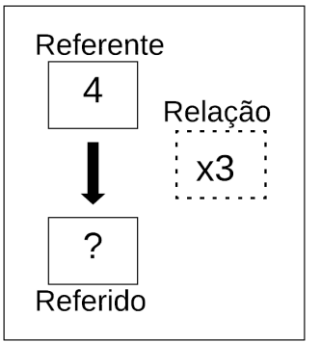
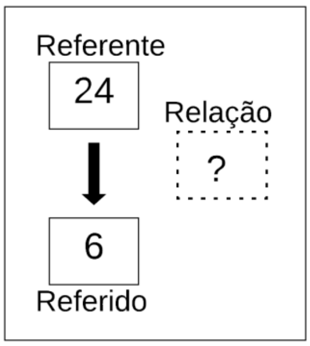
2.1.1 Comparação multiplicativa

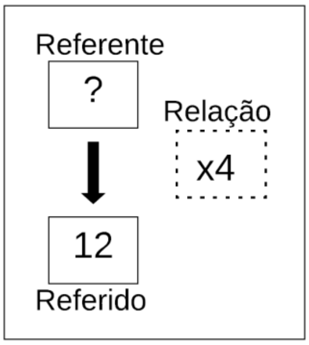
Em nossa pesquisa, não serão exploradas todas as situações pertencentes ao Campo Multiplicativo. Nos limitaremos a analisar o desempenho dos alunos diante das situações problemas relacionados à comparação multiplicativa, que é uma das relações ternárias, que recebe esse nome por serem problemas que possuem três elementos.

Nesse eixo estão os problemas que trabalham a ideia de comparação entre dois valores de uma mesma natureza e uma relação entre eles. Nos primeiros anos de sua vida escolar, a criança já encontra situações menos complexas que se enquadram nesse eixo, como por exemplo as que trabalhar a noção de dobro ou metade. Essas situações podem ser entendidas como matrizes da comparação multiplicativa, como: *Marcos tem o dobro da idade de Ana. Se Marcos tem 26 anos, qual é a idade de Ana?*

Dentro desse eixo, algumas situações exigem níveis mais avançados para sua resolução. O eixo comparação multiplicativa possui três classes: referido desconhecido, relação desconhecida e referente desconhecido (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2013). Listamos no Quadro 4 um exemplo de cada uma das três classes:

Quadro 4 - Exemplos de situações do eixo comparação multiplicativa

<table>
<tr><th colspan="2"></th><th>Exemplo</th><th>Esquema de resolução</th><th>Operação esperada</th></tr>
<tr><td rowspan="2">CLASSES</td><td>Referido desconhecido</td><td>Num supermercado, um pacote de biscoitos custa R$4,00 e uma caixa de bombons custa três vezes mais que o biscoito. Quanto custa a caixa de bombons?</td><td>
</td><td>Multiplicação
4 x 3 = 12</td></tr>
<tr><td>Relação desconhecida</td><td>Mariana tem 24 figurinhas e sua irmã Marcela tem 6 figurinhas. Mariana tem quantas vezes mais figurinhas que Marcela?</td><td>
</td><td>Divisão
24 ÷ 6 = 4</td></tr>
</table>

	Referente desconhecido	Lucas e Luiz são primos. Luiz possui quatro vezes mais carrinhos que seu irmão Lucas. Sabendo que Luiz possui 12 carrinhos, quantos carrinhos tem Lucas?		Divisão 12 ÷ 4 = 3

Fonte: A autora, 2020

Situações como as apresentadas nos exemplos acima, que pertencem ao eixo comparação multiplicativa, podem trazer dúvidas quanto a compreensão dos enunciados e dificuldades na interpretação, até para alunos com mais experiência. Sendo assim, é possível compreender que a dificuldade dos alunos não está propriamente na aplicação dos algoritmos de multiplicação e divisão, mas em interpretar um enunciado complexo e efetuar a operação adequada, traduzindo o problema na operação matemática que o resolve.

Sobre a interpretação dos enunciados, Pereira (2015) identificou que:

> [...] os estudantes resolvem as situações procurando uma “palavra-dica” e, quando se tem a presença da palavra “vezes”, eles utilizam uma multiplicação. Quando as expressões linguísticas são acompanhadas de expressões como “vezes mais”, “vezes menos”, “menos do que”, os estudantes tendem a fazer operações de adição e subtração, respectivamente. E, ainda, há os que fazem duas operações como a multiplicação e, em seguida, a adição ou subtração (PEREIRA, 2015, p. 88).

Desde muito cedo, as crianças são expostas à problemas que apresentam expressões do tipo “dobro” ou “metade”, e de uma maneira geral, não trazem dificuldades na hora da resolução. Porém, nos exemplos 2 e 3 que foram apresentados anteriormente, a expressão *“vezes mais”* apresenta uma incongruência entre as palavras e a operação que soluciona o problema. Nesse caso, o nível de dificuldade por parte dos alunos aumenta. O que ocorre é que na maioria das vezes o aluno associa as expressões *“vezes mais”* e *“vezes menos”* às operações de multiplicação e divisão, respectivamente. Dessa maneira as situações do eixo em questão demandam um pouco mais de atenção por parte dos alunos e de professores que trabalham o conteúdo em sala de aula. Sobre isso, Santos (2012) pontua que:

> [...] a falta de congruência entre as palavras utilizadas no enunciado do problema e a operação requerida para a sua resolução, pois não é tão simples para o estudante compreender que a expressão “vezes mais” ou “vezes menos” associa a ideia de uma operação de multiplicação ou divisão (SANTOS, 2012, p. 147).

Concordo com o apresentado por Santos (2012), e de posse dos aportes teóricos apresentados nos capítulos 1 e 2, o próximo capítulo será dedicado a apresentação da metodologia da pesquisa.

3 METODOLOGIA

Neste capítulo apresentamos o percurso metodológico que trilhamos em nossa pesquisa realizada com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede municipal de Paracambi. Essa pesquisa foi dividida em três partes. A primeira etapa da pesquisa teve caráter exploratório, na qual partimos da aplicação de um teste diagnóstico, que chamamos de avaliação inicial, com o qual pretendíamos captar informações sobre que tipo de relação os alunos já possuíam sobre comparação multiplicativa. Que classes os alunos já dominavam? Que estratégias eles utilizavam na resolução das situações-problema? Quais eram os erros mais comuns?

A segunda parte foi composta de três atividades de natureza intervencionista. A terceira e última parte refere-se à aplicação de um segundo teste diagnóstico que chamamos de avaliação final, com as mesmas questões da avaliação inicial. A aplicação dos dois testes nos permitiu identificar os prováveis subsídios da sequência de ensino durante o processo de construção de conceitos pelos alunos. Que novas estratégias passaram a adotar? Que conceitos construíram?

A elaboração da sequência de ensino pela pesquisadora se deu após os estudos realizados no GEPAEM[4], e das contribuições de pesquisas semelhantes a essa, as quais encontramos durante o processo de revisão de literatura. Dessa forma, nossa pesquisa se une a outras pesquisas elaboradas a partir de diferentes vivências e aspectos teóricos. Procuramos repensar a sequência de ensino sob as contribuições da teoria de Vergnaud, que serão complementadas pelas pesquisas específicas sobre construção de conceitos referentes ao eixo comparação multiplicativa.

Neste capítulo detalharemos o método seguido em nosso estudo, bem como o teste diagnóstico (avaliações inicial e final), que tem o objetivo de delimitar o perfil da turma acerca dos conceitos sobre comparação multiplicativa, antes e após a aplicação da sequência de ensino.

Essa pesquisa busca analisar, à luz da Teoria dos Campos Conceituais, de que forma ocorre a construção dos conceitos que mencionamos acima, considerando que o sujeito é o responsável pela construção do seu conhecimento. Quando o aluno se vê diante de um problema, realiza uma série de esquemas mentais. Esses esquemas

---

[4]Grupo de Estudo, Pesquisas e Aprendizagem em Educação Matemática

não se restringem à uma estrutura lógica única. Existem diversos conceitos matemáticos empregados de maneira entendida ou subentendida nesse processo.

3.1 **Método**

As definições que encontramos sobre metodologia em sua maioria adotam princípios genéricos, e acabam não levando em conta as particularidades de cada pesquisa. Apesar de percorrer caminhos metodológicos semelhantes, cada pesquisa possui características próprias. Dessa maneira, é necessário adaptar a metodologia às particularidades e aos problemas (BECKER, 1993, p. 13).

Essa pesquisa possui caráter intervencionista, sendo classificada como uma pesquisa-ação, pois como pontua Baldissera, a pesquisa-ação ocorre quando:

> [...] houver realmente uma ação por parte das pessoas implicadas no processo investigativo, visto partir de um projeto de ação social ou da solução de problemas coletivos e estar centrada no agir participativo e na ideologia de ação coletiva (BALDISSERA,2001, p. 6).

A pesquisa-ação também possui características da pesquisa qualitativa. Nas palavras de Thiollent:

> A pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação da realidade a ser investigada estão envolvidos de modo cooperativo e participativo (THIOLLENT, 1985, p. 14).

Ainda de acordo com o autor:

> [...] é necessário definir com precisão, qual ação, quais agentes, seus objetivos e obstáculos, qual exigência de conhecimento a ser produzido em função dos problemas encontrados na ação ou entre os atores da situação (THIOLLENT,1985, p. 16).

Nossos experimentos foram a sequência de ensino e os testes diagnósticos, e participaram desses experimentos todos os alunos da turma. Os testes diagnósticos foram aplicados de maneira individual, enquanto a sequência de ensino será aplicada em duplas, que serão formadas aleatoriamente.

A pesquisa qualitativa se mostra cada vez mais presente no ambiente escolar. De acordo com Lüdke e André (1986), ela contribui para que, através da aproximação entre o pesquisador e os sujeitos, novos conhecimentos sejam construídos dentro desse universo. Assim, entende-se a importância de realizar uma análise dos fenômenos que ocorrem dentro da sala de aula, especialmente no que diz respeito aos processos cognitivos, sob um olhar qualitativo. Através dessa prática espera-se subsidiar a formação de conceitos que contribuam para a prática escolar, os sujeitos envolvidos nela, e a relação de ambos com o aprendizado cotidiano.

Kimura (2005) citando Trivinos (1987), nos explica o que difere a pesquisa qualitativa da pesquisa quantitativa:

> [...] responde a questões particulares, e que as ciências sociais não tratam da realidade quantificada. Elas trabalham com um universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, por isso as variáveis não podem ser medidas, porém devem ser descritas daí seu caráter exploratório e não confirmatório (TRIVIÑOS, 1987, apud KIMURA, 2005, p. 194).

De acordo com Lüdke e André (1986), citando Bogdan e Biklen (1982), a pesquisa qualitativa em educação possui cinco características principais:

> 1) A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento.
> [...]
> 2)Os dados coletados são predominantemente descritivos. O material obtido nessas pesquisas é rico em descrições de pessoas, situações, acontecimentos; inclui transcrições de entrevistas e de depoimentos, fotografias, desenhos e extratos de vários tipos de documentos.
> [...]
> 3)A preocupação com o processo é muito maior do que com o produto. O interesse do pesquisador ao estudar um determinado problema é verificar como ele se manifesta nas atividades, nos procedimentos e nas interações cotidianas.
> [...]
> 4)O “significado” que as pessoas dão às coisas e à sua vida são focos de atenção especial pelo pesquisador.
> [...]
> 5) A análise dos dados tende a seguir um processo indutivo (BOGDAN; BIKLEN, 1982, apud LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 11-13).

Por fim, apesar de ser uma pesquisa que estuda uma área bem específica da matemática, não podemos deixar de ressaltar que por se tratar de uma pesquisa em educação, possui também uma dimensão política. Assim, além das definições metodológicas que descrevemos nessa seção, também nos preocupamos em buscar caminhos que auxilie a ação e transformação dos sujeitos, e não somente descrever a realidade encontrada.

Apesar do foco metodológico do nosso estudo ser qualitativo, em alguns momentos se fez necessário quantificar os erros e acertos dos alunos nos instrumentos diagnósticos utilizados.

3.2 **Etapas da pesquisa**

Nossa pesquisa foi dividida em três etapas, sendo a primeira de cunho exploratório, a segunda um pouco mais complexa referente a coleta de dados e a última etapa foi composta pela análise dos dados coletados. Essas três etapas, em alguns momentos, se fundiram, não sendo possível precisar quando se iniciou uma etapa e encerrou-se outra.

No momento de exploração, o pesquisador estuda com mais precisão seu objeto, os instrumentos, a construção do quadro teórico, o ambiente e os sujeitos, e as estratégias que serão adotadas no decorrer da pesquisa.

Na segunda etapa, realizamos a coleta dos dados. Aplicamos o teste diagnóstico inicial, as atividades que compunham a proposta de sequência e o teste diagnóstico final.

Na terceira etapa, realizamos a análise e discussão dos dados coletados, composta por uma análise quantitativa e uma análise qualitativa das informações, fundamentadas na Teoria dos Campos Conceituais e nas pesquisas do Grupo Modernidade/Colonialidade.

3.3 Delineamento da pesquisa

A coleta de dados ocorreu nos meses de junho, agosto e setembro de 2019. Na primeira semana de junho, aplicamos o teste diagnóstico (avaliação Inicial) composto por 12 questões que se encontra no apêndice A. Sua realização ocorreu durante duas aulas de 50 minutos. Antes da aplicação do teste, realizamos uma roda de conversa sobre a pesquisa que iriámos realizar naquela turma. A roda de conversa teve a finalidade de familiarizar a turma e a pesquisadora, já que éramos desconhecidos até esse momento. Falamos sobre a pesquisa e sua finalidade, para que os alunos pudessem compreender a importância do que estávamos estudando.

No restante do mês de junho e no mês de julho, a escola entrou em período de avaliação bimestral e recesso escolar, e utilizamos essa pausa para pensar e desenvolver a proposta de ensino.

No Quadro 5, trazemos de forma simplificada um cronograma da aplicação das atividades, bem como a ordem em que foram aplicadas e assinalamos os momentos em que foram aplicados os testes diagnósticos.

Quadro 5 – Cronograma dos encontros

Data	Atividade	Tempo de Aplicação (min)
03/06/2019	Realização do teste diagnóstico inicial	Aula dupla (100)
22/08/2019	Manipulação do material concreto	Aula dupla (100)
29/08/2019	Atividade 1 - Escala	Aula dupla (100)
30/08/2019	Atividade 2 – Fazendo limonadas	Aula dupla (100)
06/09/2019	Atividade 3 – Máquina da transformação	Aula dupla (100)
12/09/2019	Realização do teste diagnóstico final	Aula dupla (100)

Fonte: A autora, 2020

3.4 **O cenário da pesquisa**

Nesta seção faremos um detalhamento sobre a escola em que escolhemos aplicar nossa pesquisa e as pessoas que foram envolvidas.

A Escola Municipal Prefeito Hélio Ferreira (Figura 3) da Silva é uma escola localizada no bairro BNH, no município de Paracambi. Ela se diferencia das demais escolas do município pela sua estrutura, pois inicialmente foi construída para abrigar as instalações da FAETEC no município, que posteriormente se mudou para outro prédio. Para todas as turmas, estão incluídas no currículo escolar aulas de informática. Devido a essa estrutura, a Escola também recebe um curso municipal preparatório para o Ensino Médio técnico que atende à comunidade.

Figura 3 - Fachada da escola

Fonte: A autora, 2020

São 10 turmas do primeiro segmento e 11 do segundo segmento do Ensino Fundamental, funcionando nos horários matutino e vespertino. Os alunos têm acesso à sala de vídeo, biblioteca e sala de recursos para alunos especiais. Para as aulas de Educação Física os alunos utilizam uma quadra municipal no mesmo bairro, porém fora das dependências da escola. As salas são espaçosas e ventiladas, e algumas são climatizadas.

Apresentamos a nossa pesquisa à direção da escola e recolhemos a assinatura dos documentos. Após essa etapa iniciamos a coleta de dados.

A turma em que o estudo foi realizado possui 31alunos matriculados, sendo 16 meninas e 15 meninos, mas para a análise dos dados, computamos apenas como sujeitos os alunos que participaram de todas as etapas. Assim, foram considerados em nosso estudo 22alunos do 8º ano do Ensino Fundamental do horário matutino. A maioria dos alunos tinha 13 anos, o que representa adequação idade/série.

A maioria dos alunos da turma estuda na escola desde a primeira série do Ensino Fundamental, o que gera um bom entrosamento entre a turma. O grupo demonstrou compromisso durante nossos trabalhos e uma constante participação. Trabalhavam de maneira ordenada e demonstravam preocupação quando não conseguiam desenvolver alguma das atividades propostas.

Devido ao fato dos alunos estudarem na escola desde as séries iniciais, é possível traçar um perfil socioeconômico da comunidade que a escola atende. Em nosso trabalho, como já foi citado nos capítulos anteriores, essa informação é de grande valia. É um grupo que não pode ser considerado classe média, e grande parte das famílias recebe algum auxílio do governo através de algum plano assistencial. Dessa forma, os alunos são filhos de pessoas de origem humilde, sendo em sua maioria empregados de fábricas, construção civil, funcionários do comércio local, transporte ou serviços domésticos.

3.5 **Teste diagnóstico inicial**

A aplicação do teste diagnóstico (que se encontra no apêndice A) teve caráter exploratório, com a finalidade de obter um diagnóstico acerca dos conhecimentos dos alunos referente a comparação multiplicativa, antes e após a sequência de ensino.com os dados coletados na avaliação inicial, voltamos as práticas da sequência para ampliar os conhecimentos que os alunos já demonstravam saber. Após a sequência, aplicamos novamente o teste diagnóstico, utilizando as mesmas questões, em ordem diferente, a fim de verificar os efeitos da sequência.

O teste diagnóstico (avaliação inicial e avaliação final) pensado para esse estudo conteve 12 questões, sendo quatro questões para cada uma das classes da comparação multiplicativa (relação desconhecida, referido desconhecido e referente desconhecido), que requerem o uso da divisão ou multiplicação para sua resolução. A avaliação foi aplicada de maneira coletiva, e cada aluno resolveu de maneira individual. Na listagem da turma, contavam 32 nomes. Desses 32 alunos, um aluno que realizou o teste foi transferido poucos dias depois, ficamos então com 31 sujeitos computados na pesquisa.

No momento da aplicação da avaliação inicial, pedimos aos alunos que não conversassem entre si, e evitassem deixar questões em branco, já que nosso interesse era investigar os conhecimentos prévios acerca desse eixo, mesmo que o aluno não chegasse à resposta correta. Também pedimos à turma que os rascunhos utilizados para a realização dos cálculos fossem deixados nas folhas de resposta que eles receberam. Não explicamos o que deveria ser feito em cada questão e não lemos os enunciados para a turma.

A seguir, apresentamos no Quadro 6 a descrição das 12 situações-problema do teste diagnóstico e a operação esperada em cada situação.

Quadro 6 - Conteúdo do teste diagnóstico

Questão	Diagrama	Resposta
1) Marcos tem seis figurinhas e João tem quatro vezes mais figurinhas que Marcos. Quantas figurinhas João tem?	Referente 6 Referido ? Relação x 4	24
2) Ana e Marina colecionam batons. Marina tem 30 batons e Ana tem cinco vezes menos batons que Marina. Quantos batons Ana tem?	Referente 30 Referido ? Relação : 5	6
3) Em um campeonato de futebol, Fábio marcou 4 gols e Lucas marcou 8 gols. Fábio marcou quantas vezes menos gols que Lucas?	Referente 8 Referido 4 Relação ?	2
4) Comprei um tênis por R$84,00 e uma blusa por R$14,00. Quantas vezes o tênis foi mais caro que a blusa?	Referente 84 Referido 14 Relação ?	6
5) Leandro comprou uma mesa que custa cinco vezes menos que uma TV. A mesa custou R$120,00. Quanto custou a TV?	Referente ? Referido 120 Relação x 5	600

6) Uma goiabeira é cinco vezes menor que uma palmeira. A goiabeira possui 4 metros de altura. Qual é a altura da palmeira?	Referente: ? ↑ Referido: 4 Relação: x 5	20
7) Rafael tem doze canetas e seu amigo Rodrigo tem quatro vezes mais canetas. Quantas canetas Rodrigo tem?	Referente: 12 ↓ Referido: ? Relação: x 4	48
8) A idade de Eduardo é três vezes maior que a de sua irmã Laís. Eduardo tem 24 anos. Quantos anos Laís tem?	Referente: ? ↑ Referido: 24 Relação: : 3	8
9) A lanchonete “Lanche Bom” vende em média 96 lanches por dia, em dias comuns. Aos feriados são vendidos três vezes menos lanches. Quantos lanches são vendidos nos feriados?	Referente: 96 ↓ Referido: ? Relação: : 3	32
10) Clara tem quatro vezes mais livros que sua amiga Ísis. Clara tem 20 livros. Quantos livros Ísis tem?	Referente: ? ↑ Referido: 20 Relação: : 4	5
11) Júlia comprou um pedaço de tecido com 90 cm e Isabel comprou 15 cm do mesmo tecido. Isabel comprou um pedaço quantas vezes menor que Júlia?	Referente: 90 ↓ Referido: 15 Relação: ?	6

12) Flávia juntou 49 selos para uma promoção e seu irmão Carlos só conseguiu juntar 7 selos. Flávia possui quantas vezes mais selos que Carlos?	Referente 49 Referido 7 Relação ?	7

Fonte: A autora, 2020

No próximo capítulo serão realizadas as análises dos testes, onde esses casos serão quantificados. E comparados com as mudanças ocorridas após a aplicação da sequência de ensino, através da avaliação final.

Reunindo as informações sobreo teste diagnóstico, no Quadro 7, organizamos as questões de acordo com as classes às quais elas pertencem:

Quadro 7 – Distribuição das questões do teste diagnóstico por classes

Classe	Número da questão
Relação desconhecida	3, 4, 11, 12
Referente desconhecido	5, 6, 8, 10
Referido desconhecido	1, 2, 7, 9

Fonte: A autora, 2020

3.6 **Critérios de correção**

Nos critérios que usaremos para realizar a correção de todas as etapas realizadas em sala de aula durante a pesquisa, é fundamental explicar nossa concepção acerca dos erros apresentados pelos alunos em uma avaliação ou atividade. Atualmente, currículos pautados numa concepção construtivista da aprendizagem trazem para os professores oportunidades para uma prática cotidiana cada vez mais dinâmica. Dentro desse contexto, o erro ganha uma nova abordagem e assume um papel importante diante dos processos cognitivos desenvolvidos pelas crianças. Sobre isso, Pinto (2000) pontua que:

> [...] diferentemente das didáticas tradicionais em que o erro servia, geralmente, como indicador do fracasso do aluno, nas novas teorias ele se apresenta como um reflexo do pensamento da criança, sendo percebido

> como manifestação positiva de grande valor pedagógico (PINTO, 2000, p. 10).

Especificamente sobre o ensino da Matemática, o autor aconselha que a análise do erro pode se tornar uma oportunidade para repensar a prática e enfatiza que:

> [...] o erro apresenta-se como uma oportunidade didática para o professor organizar melhor seu ensino a fim de criar situações apropriadas para o aluno superar seus erros e apropriar-se dos conhecimentos necessários à sua cidadania (PINTO, 2000, p. 11).

Dessa maneira, ele afirma que de alguma maneira o erro representa um conhecimento, pois podemos entender que ele nos mostra um caminho para o acerto, que ainda se encontra implícito. Assim, o autor entende que o erro demonstrado pelo aluno pode ser compreendido como uma dica para organizar o processo de aprendizagem.

Concordamos com Pinto (2000) quando entendemos o erro como parte da aprendizagem, tanto nas avaliações, como na realização das atividades, e procuramos observá-los e entender suas causas. Dessa forma, nos pautamos em análises qualitativas, de modo que o erro pode ser compreendido em diferentes níveis.

3.7 **A sequência de ensino**

Para a sequência de ensino, preparamos três atividades englobando a ideia de “vezes mais” e “vezes menos”, que iremos detalhar nas próximas subseções.

3.8.1 Escala

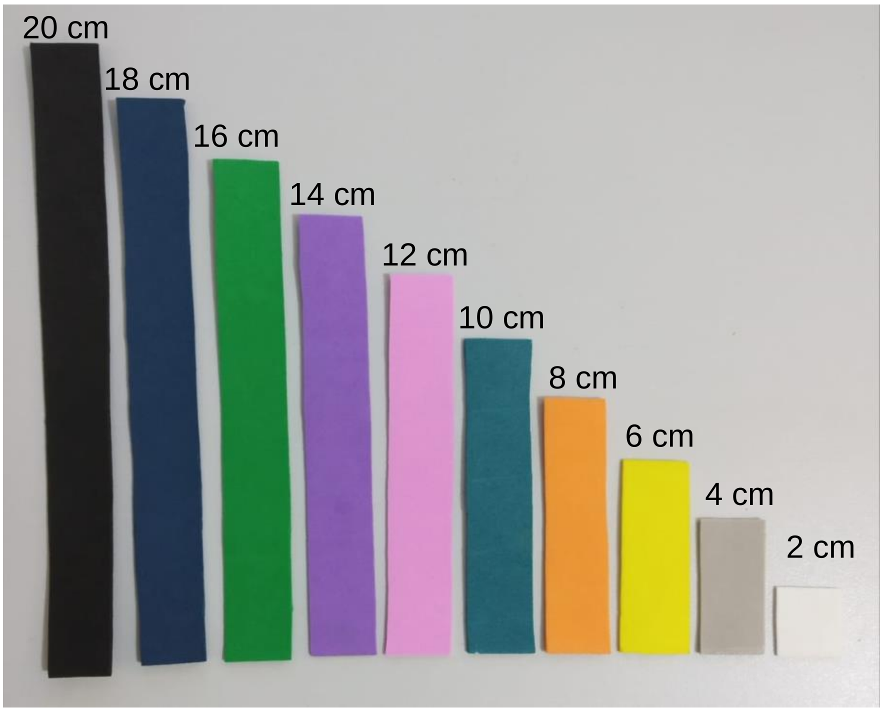
Foi a primeira atividade da sequência. Construímos um material concreto apresentado na Figura 4, inspirado na Escala Cuisenaire[5]. Foram confeccionados kits

---

[5] A Escala Cuisenaire é um material manipulável formado por réguas coloridas. Esse material foi construído pelo professor belga Georges CuisenaireHottelet (1891-1980) a partir da observação das dificuldades apresentadas por seus alunos. Ele cortou dez pedaços de madeira e pintou cada peça com cores diferentes com a finalidade de ajudar os alunos nas operações básicas (BOLDRIN, 2009). A Escala Cuisenaire é formada por dez réguas, com uma régua menor e outras nove réguas com tamanhos proporcionais, representadas por dez cores diferentes. Para essa atividade, a régua menor foi cortada com 2cm de comprimento.

contendo 10 réguas não milimetradas, como mostra a figura 4. A régua maior tem 20 cm de comprimento, e cada régua seguinte é 2 cm menor[6].

F igura 4 - Material concreto

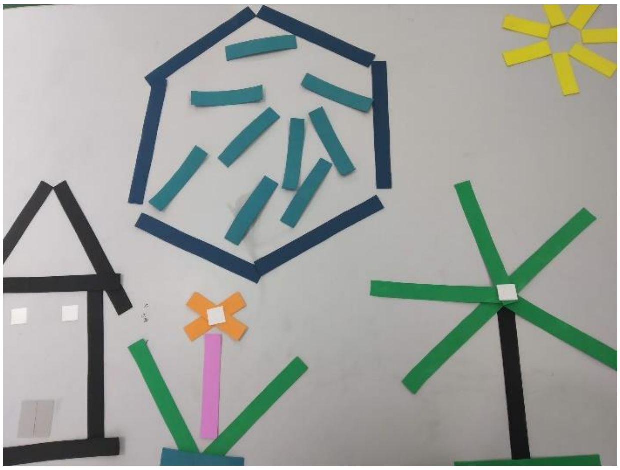


Fonte: A autora, 2020

Essa atividade teve dois momentos. Para que ao alunos conhecessem o material, num primeiro momento, propomos que eles manipulassem o kit da forma como quisessem, seja formando figuras com as peças do kit, como na Figura 5, montando como um quebra-cabeças etc. O objetivo desse momento foi que os alunos se apropriassem do material para que no momento em que fossem indagados sobre suas propriedades não entendessem aquelas peças como algo desconhecido. Nesse primeiro momento, não coletamos dados quantitativos.

[6] Legenda de cores e tamanhos: preta: 20cm; azul escura: 18 cm; verde: 16 cm; lilás: 14 cm; rosa: 12 cm; azul clara: 10 cm; laranja: 8 cm; amarela: 6 cm; cinza: 4 cm e branca: 2 cm.

Figura 5 - Alunos manipulando o material



Fonte: A autora, 2020

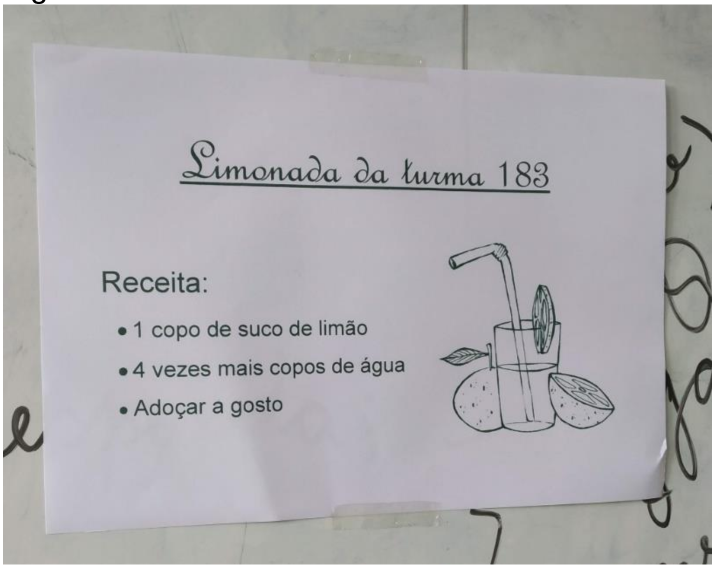
Num segundo momento, os alunos foram indagados a refletir sobre os conceitos de “vezes mais”, “vezes menos, “vezes maior” e “vezes menor”. A turma foi organizada em duplas, e cada dupla ganhou um kit contendo 10 réguas e uma atividade que abordava questões e problemas referentes ao kit que receberam.

Para a execução dessa atividade, além do kit com as réguas, cada dupla recebeu uma folha com questões que levavam à reflexão acerca do manuseio das réguas, na qual cada régua foi representada pela sua cor. O material com a questões está no apêndice B.

3.8.2 Fazendo limonadas

Na segunda atividade, propusemos o preparo de uma limonada. Fixamos a receita de limonada mostrada na Figura 6 no quadro da sala, cujo texto aparecia a expressão “vezes mais”.

Figura 6 - Receita da limonada



Fonte: A autora, 2020

A turma foi dividida em grupos de 5 ou 6 alunos, e cada grupo preparou a sua limonada como mostrado na Figura 7. Cada grupo recebeu uma jarra, copos descartáveis (todos receberam copos iguais, de 200ml), uma colher, um pote com açúcar e um copo contendo suco de limão (que a pesquisadora levou previamente preparado). A intenção desse momento era que os alunos refletissem sobre a utilização da expressão “vezes mais” que estava na receita.

Durante a preparação da limonada, os alunos foram até o bebedouro encher os copos que receberam, quantas vezes fossem necessárias. Cada grupo ficou livre para se organizar da forma que achasse melhor.

Figura 7 - Grupo preparando sua limonada

Fonte: A autora, 2020

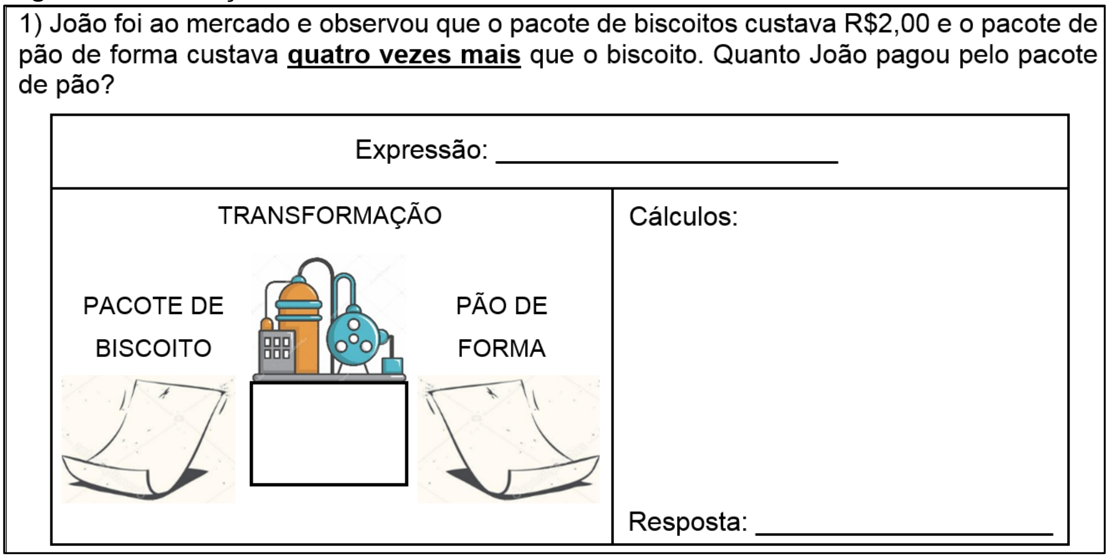
Quando todos os grupos terminaram o preparo da limonada e beberam-na, receberam uma atividade que os levassem a refletir sobre o texto da receita que foi fixada no quadro e a relação que envolvia o preparo. Eles foram separados em duplas para a realização da atividade. Pedimos que eles formassem duplas com o mesmo colega que trabalharam na primeira atividade. Essa atividade que cada dupla recebeu está no apêndice C.

3.8.3 Máquina da transformação

Nessa atividade, o objetivo era que os alunos compreendessem que entre as grandezas que abordamos nos problemas de comparação multiplicativa existe o que Vergnaud (1990, 2009) chama de relação entre o referido e o referente. Para que os alunos se apropriassem dessa relação, durante a realização da atividade a chamamos de “transformação”.

Nesse sentido, pensamos em trabalhar com a figura de uma máquina, na qual entra a informação (referente) numa folha de papel, essa informação passa por uma transformação (relação) e sai do outro lado da máquina em outra folha de papel (referente). A Figura 8 é um exemplo de uma situação-problema que foi trabalhada nessa atividade.

Figura 8 - Situação trabalhada na atividade



1) João foi ao mercado e observou que o pacote de biscoitos custava R$2,00 e o pacote de pão de forma custava **quatro vezes mais** que o biscoito. Quanto João pagou pelo pacote de pão?

Expressão: ______________________

TRANSFORMAÇÃO

PACOTE DE BISCOITO

PÃO DE FORMA

Cálculos:

Resposta: ____________________

Fonte: A autora, 2020

Para a execução dessa atividade, a turma foi separada novamente em duplas, e novamente pedimos que cada aluno fizesse dupla com o colega da atividade anterior. Essa atividade se encontra no apêndice D.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo, apresentaremos a análise dos resultados: a primeira seção será destinada a uma análise quantitativa, na qual serão avaliados os instrumentos diagnósticos inicial e final, na segunda seção será realizada uma análise qualitativa, na qual iremos considerar as três atividades que compuseram a sequência de ensino.

Quanto aos instrumentos diagnósticos, a análise quantitativa mostra como a sequência de ensino favoreceu o processo de construção de conceitos. Na análise qualitativa, consideramos os conceitos que foram construídos pelos alunos e buscamos compreender os esquemas utilizados por eles para resolver as situações em cada uma das três atividades sobre comparação multiplicativa.

Para realizar essa análise, consideramos como resposta a solução que o aluno apresentou em determinada situação e como resolução os esquemas e conceitos que ele utilizou para resolver a situação.

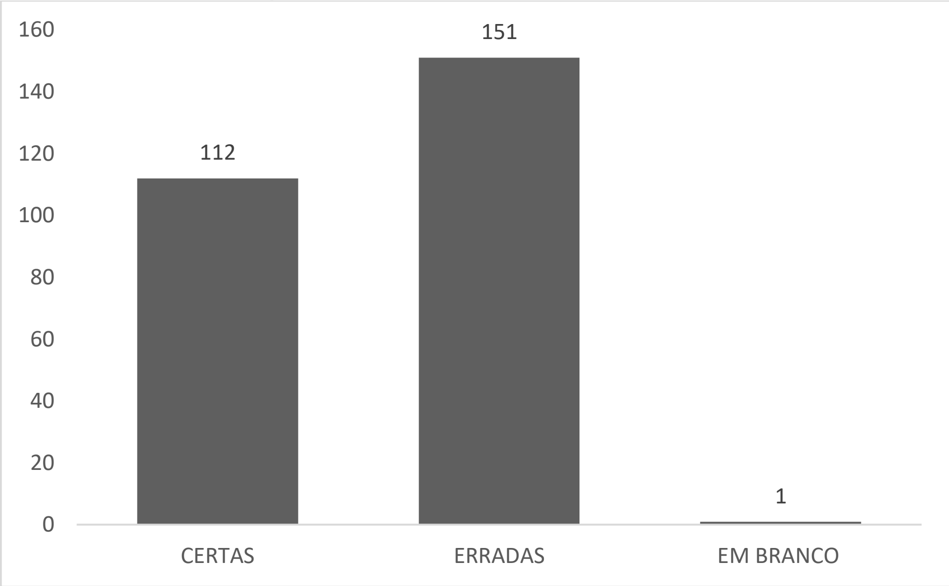
4.1 **Análise quantitativa – os instrumentos**

4.1.1 Respostas certas, erradas e em branco no instrumento diagnóstico inicial

Analisamos as respostas dadas por 22 estudantes que participaram de todo o processo[7] nas 12 situações-problema. Dividimos as respostas dos alunos em três categorias: certas, erradas e em branco. No Gráfico 1, apresentamos a quantidade de respostas no teste inicial.

[7] Os estudantes que faltaram em alguma etapa da pesquisa não foram computados nas análises. Dessa forma, para a análise quantitativa ficamos com apenas 22 sujeitos.

Gráfico 1 - Nº de questões certas, erradas e em branco no testeinicial

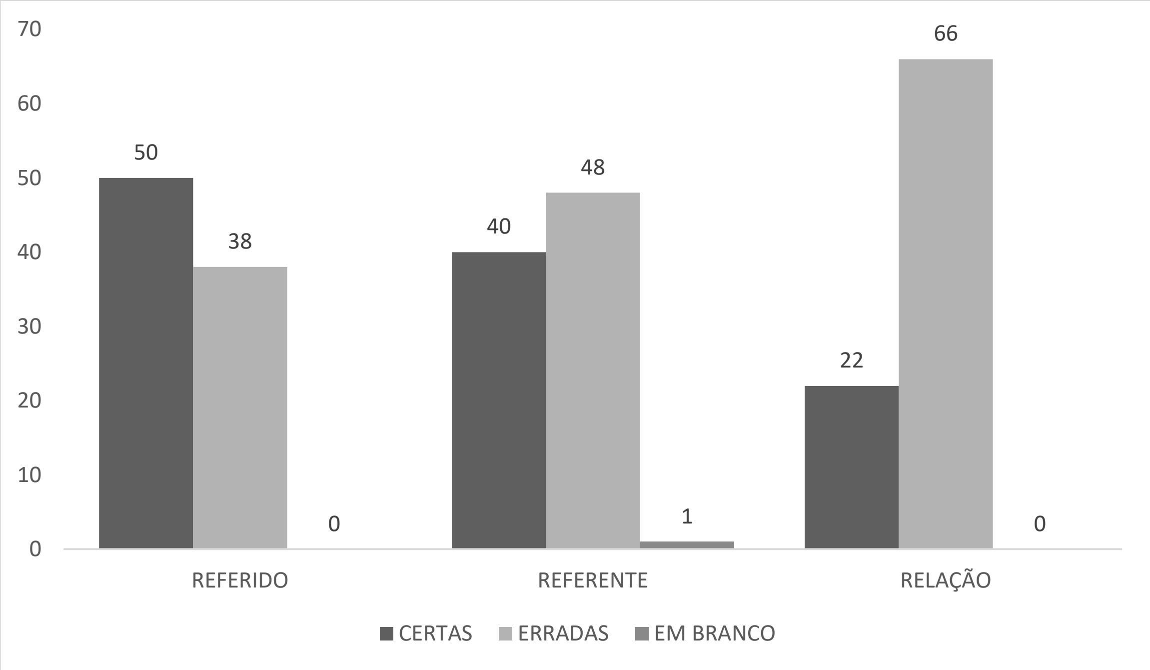


Fonte: A autora, 2020

Observando o Gráfico 1, vemos que a maioria dos alunos não chegou às respostas esperadas, com uma grande diferença entre o número de acertos e o número de erros. Já questões em branco, observamos um número muito pequeno, e durante uma entrevista informal, os alunos relataram que deixaram em branco somente as questões que realmente não sabiam responder, o que demonstra que se empenharam para responder as situações-problema. Esses números são preocupantes, considerando que a comparação multiplicativa deve ser trabalhada desde os iniciais, de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018).

Numa tentativa de compreender as resoluções apresentadas pelos alunos, realizamos análise das questões certas, erradas e em branco em cada uma das três classes, a saber: relação desconhecida, referido desconhecido e referente desconhecido. O instrumento diagnóstico foi composto por 12 questões, com quatro questões pertencentes a cada uma das três classes. Sendo assim, considerando as respostas dos 22 sujeitos, tínhamos 264protocolos de resolução, sendo 88 de cada uma das classes. A seguir, trazemos os acertos e erros separados por classes.

Gráfico 2 - Nº de questões certas, erradas e em branco no teste inicial separadas por classes



Fonte: A autora, 2020

Como é possível observar no Gráfico 2, os alunos acertaram mais as situações cujo elemento desconhecido era o referido. Esse dado já era esperado, pois de acordo com Gitirana et al. (2014) e Pereira (2015), essa classe de situação é a mais fácil de ser compreendida pelos alunos.

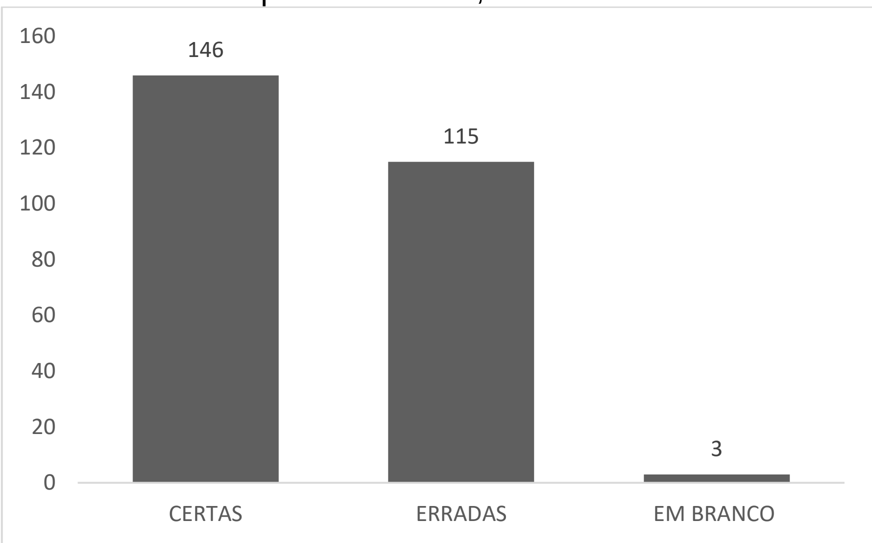
Na classe em que o referente era desconhecido, o número de acertos e erros foi um valor bem próximo, sendo o número de erros um pouco maior do que o número de acertos. De acordo com Gitirana et al. (2014) isso ocorre pois na resolução dos problemas dessa classe é necessário que o aluno realize a operação inversa da requerida no enunciado.

Já na classe relação desconhecida, os alunos apresentaram o rendimento mais baixo, apresentando maior dificuldade na resolução das situações. As situações (3, 4, 11 e 12) apresentavam as expressões “vezes menos”, “vezes mais” e “vezes menor”. Na maioria dos protocolos de resolução, os alunos fizeram uso da subtração, adição ou multiplicação, associando as palavras do enunciado às operações que eles deveriam realizar, levando-os ao erro. Essas resoluções apresentadas pelos alunos serão discutidas na seção 4.1.4, na qual iremos buscar compreender os esquemas que os alunos utilizaram para responder às situações-problema.

4.1.2 Respostas certas, erradas e em branco no instrumento diagnóstico final

O instrumento diagnóstico final foi composto pelas mesmas situações-problema do instrumento diagnóstico inicial. No Gráfico 3, reunimos o quantitativo das respostas certas, erradas e em branco apresentadas pelos alunos.

Gráfico 3 - Nº de questões certas, erradas e em branco no teste final

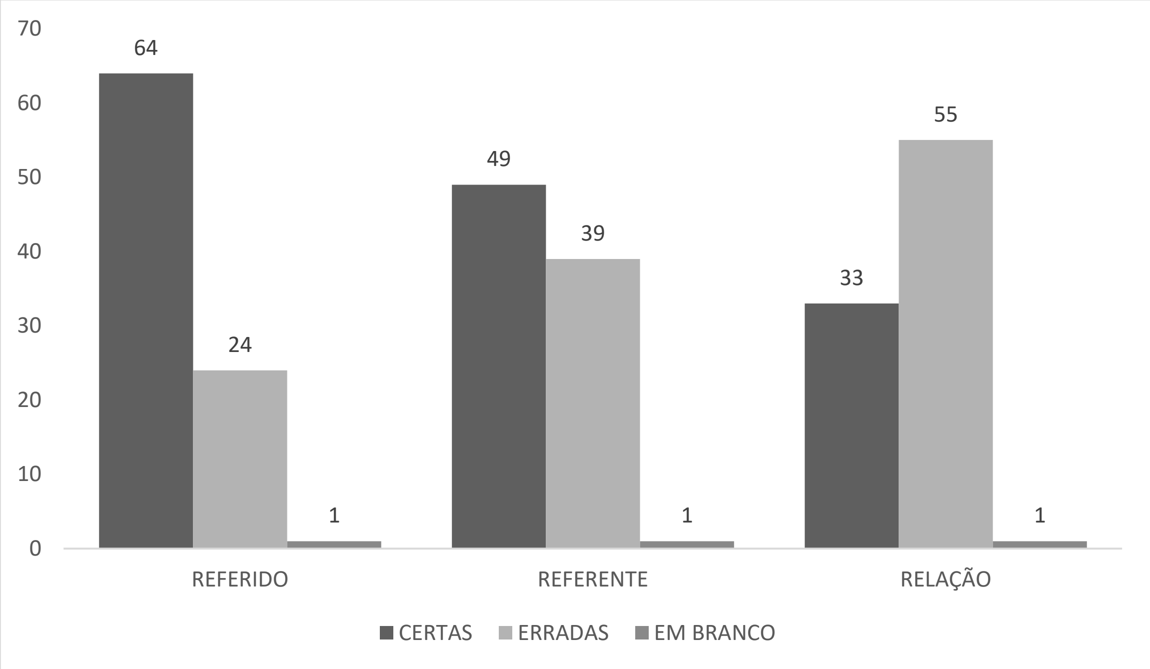


Fonte: A autora, 2020

O acerto nas respostas do instrumento final foi apresentado na maioria das situações. Porém, houve um pequeno aumento nas respostas em branco, que demonstra que alguns alunos ainda apresentaram dificuldades para solucionar as situações apresentadas.

No gráfico abaixo, computamos as respostas certas, erradas e em branco separadas por classes de situação. Assim como no teste diagnóstico inicial, analisamos um total de 264 protocolos de resolução, sendo 88 de cada uma das três classes (referido desconhecido, referente desconhecido e relação desconhecida).

Gráfico 4 - Nº de questões certas, erradas e em branco no teste final separadas por classes



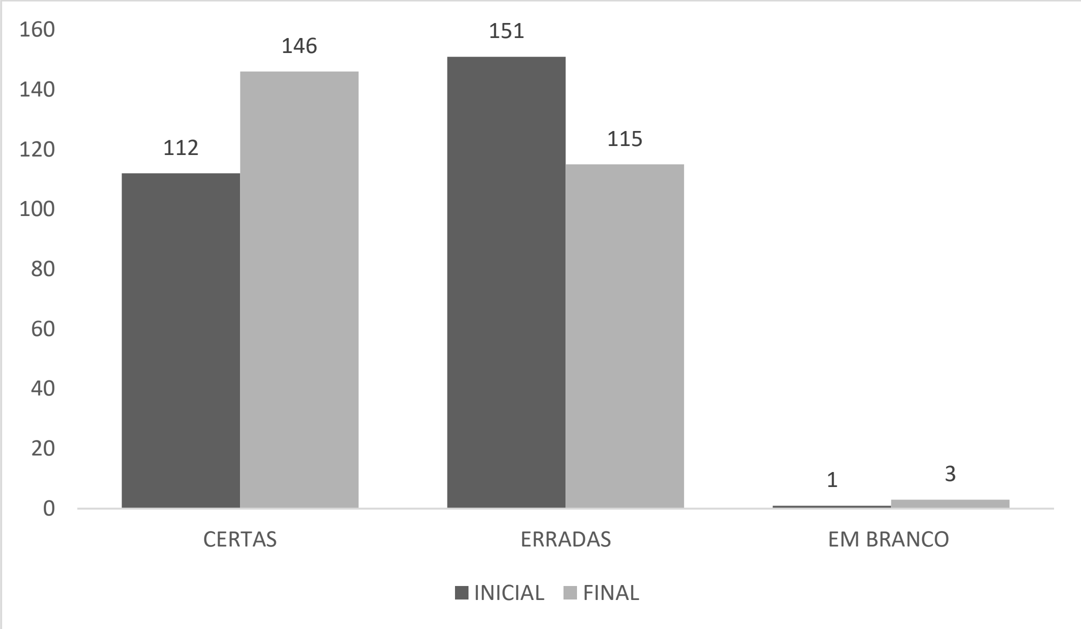
Fonte: A autora, 2020

Pode-se perceber que as situações nas quais o referido ou referente é desconhecido apresentam maior número de soluções corretas, sendo aproximadamente 72% de acertos na classe referido desconhecido e aproximadamente 55% na classe referente desconhecido. Já na classe relação desconhecida, observamos uma quantidade expressiva de erros, representando cerca de 62,5% dos protocolos.

4.1.3 Comparativo entre as avaliações inicial e final

Após analisar as respostas certas, erradas e em branco apresentadas pelos alunos nos testes diagnósticos inicial e final, realizamos um comparativo entre as respostas antes e após a sequência de ensino. Esses dados foram reunidos no Gráfico 5.

Gráfico 5 - Comparativo entre o nº de questões certas, erradas e em branco nos testes inicial e final



Fonte: A autora, 2020

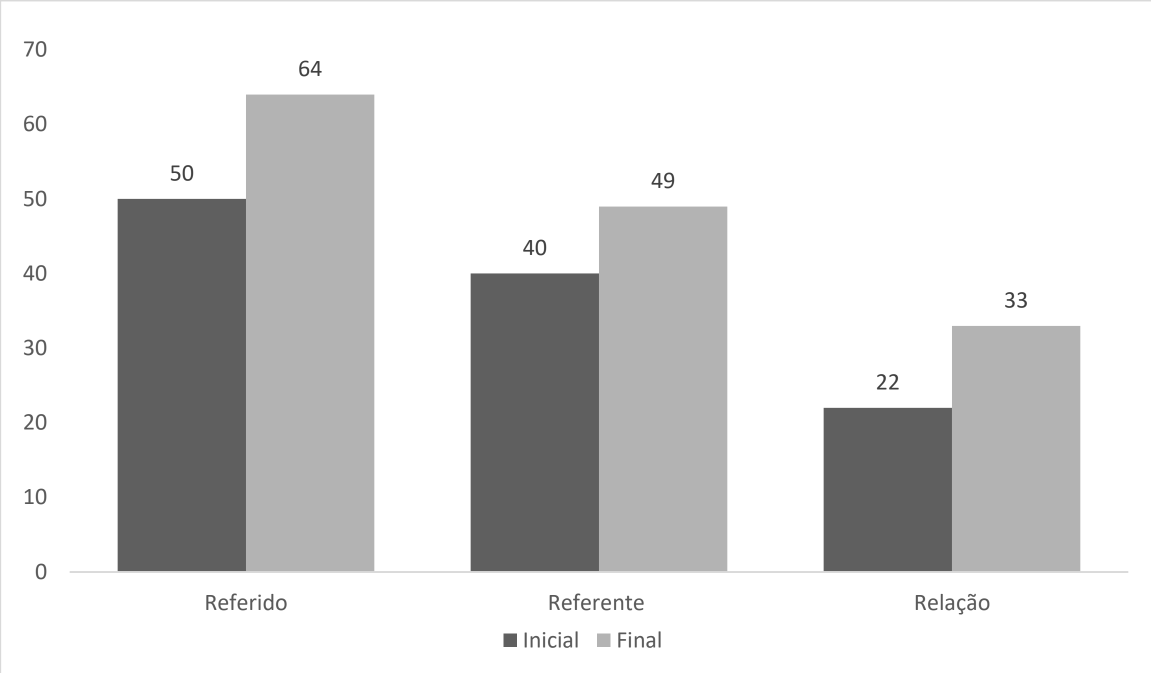
Observando o Gráfico 5, é possível notar que houve um aumento significativo na quantidade de acertos e uma diminuição na quantidade de erros. Enquanto no teste inicial as respostas certas foram aproximadamente 42%, no teste final elas foram cerca de 55%, sendo uma diferença de 13% na quantidade de acertos. Nas respostas erradas, no teste inicial elas foram cerca de 57% e no teste final aproximadmente 43%, sendo uma diferença de 14% entre as duas avaliações.

Nas respostas em branco tivemos um aumento, enquanto no teste inicial elas foram apenas 0,38%, no teste final esse percentual passou a ser de 1,14%.

É importante ressaltar que as situações-problema das três classes (referido desconhecido, referente desconhecido e relação desconhecida) da comparação multiplicativa mostraram um aumento no número de acertos após a realização da sequência de ensino.

O quantitativo de acertos separados por classes, nos testes inicial e final foram reunidos no Gráfico 6.

Gráfico 6 - Nº de acertos nos testes inicial e final separados por classes



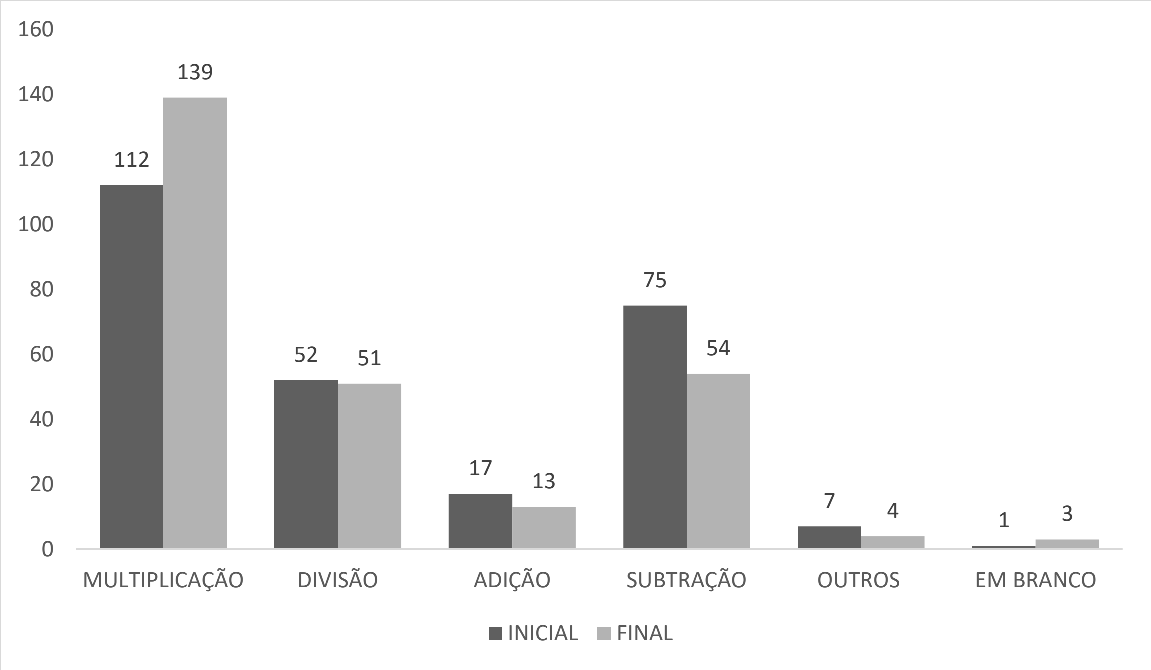
Fonte: A autora, 2020

Essa análise nos permite concluir que a sequência de ensino desenvolvida para essa pesquisa possibilitou o aumento no número de acertos em situações de comparação multiplicativa. Todas as três classes do eixo estudado apresentaram um aumento no número de acertos após a sequência de ensino, sendo a classe referido desconhecido a que teve maior dierença entre o número de acertos do teste inicial para o teste final. Apesar das situações de referido desconhecido apresentarem o maior número de acertos, a classe relação desconhecida foi a que apresentou maior crescimento do número de acertos.

4.1.4 Um olhar sobre as resoluções apresentadas pelos estudantes nos instrumentos diagnóstico inicial e final

Analisando as resoluções apresentadas pelos alunos e contabilizando por categorias, observamos que eles utilizaram com mais frequência as operações de multiplicação, subtração, divisão e adição, nessa ordem. As que não se encaixavam nessa categoria chamamos de outros e as que não possuíam nenhum tipo de resolução foram classificadas como em branco. O Gráfico 7 mostra a quantidade de resoluções por classe e operação na avaliação inicial.

Gráfico 7 - Resoluções por categoria nos testes inicial e final



Fonte: A autora, 2020

De acordo com o Gráfico 7, observamos que a operação mais utilizada foi a multiplicação. Esse tipo de resolução nos chamou atenção, pois das 12 questões do teste diagnóstico, era esperado que oito fossem resolvidas por uma divisão e apenas quatro fossem resolvidas por uma multiplicação, ou seja, em muitas questões que deveriam ser resolvidas por meio de uma divisão, os alunos relacionaram as soluções à operação de multiplicação.

Nos trechos que se seguem, realizamos uma análise dos tipos de resoluções que os alunos apresentaram nos protocolos dos testes diagnósticos. Ressaltamos que nesta seção estamos analisando os tipos de resoluções apresentadas por eles, independentemente de estarem certas ou erradas. Em alguns momentos apresentamos soluções certas, mas também trouxemos soluções erradas, entendendo que a análise do erro é fundamental nessa pesquisa, como já foi citado anteriormente.

Multiplicação: nesta categoria, estão as resoluções em que os alunos optaram por realizar uma operação de multiplicação. As Figuras 9 e 10 apresentam dois protocolos de estudantes que realizaram essa operação.

Figura 9 - Protocolo da situação 1 resolvida por meio de multiplicação

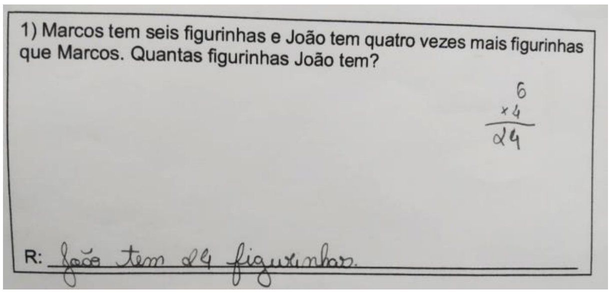
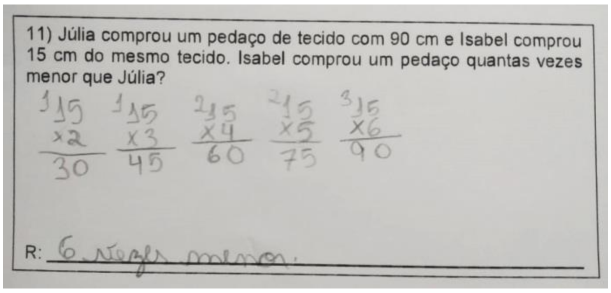


Figura 10 - Protocolo da situação 11 resolvida por meio de multiplicação



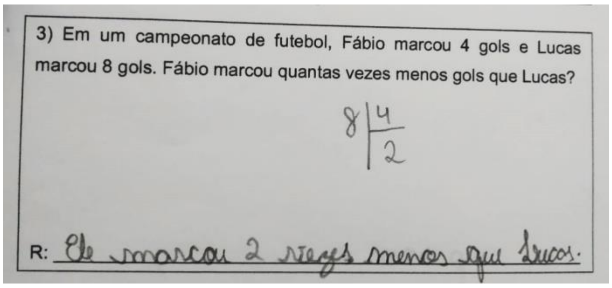
Fonte: A autora, 2020

Na situação 1, era esperado que a solução fosse obtida por meio de uma multiplicação, pois se trata de um problema no qual o referido é desconhecido. O problema fornece o referente (quantidade de figurinhas de Marcos) e a relação (quatro vezes mais). O protocolo da Figura 9 mostra que o aluno associou o problema a operação requerida, o que demonstra que ele compreende as relações presentes na situação.

Observe que na Figura 10, a operação requerida é a divisão, visto que é uma situação da classe relação desconhecida, na qual é dado o referente (pedaço de tecido de Júlia) e o referido (pedaço do tecido de Isabel). O aluno que apresentou o protocolo da direita fez uso da operação inversa para chegar à solução. Nessa situação, o aluno pensou em qual número multiplicado por 15 dá 90. O fato da expressão “vezes” aparecer no eunciado pode ter contribuído para que o aluno fizesse o uso dessa operação, mas não podemos afirmar pois não foi feita uma entrevista com o aluno.

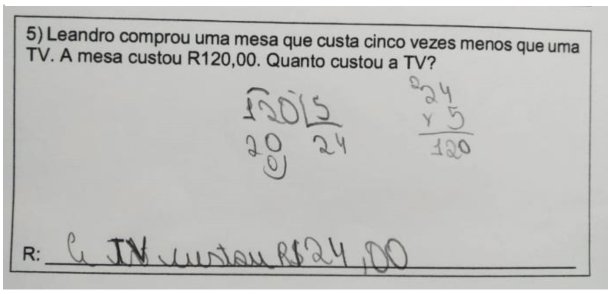
Divisão: nesta categoria estão presentes as resoluções que apresentaram a operação da divisão. Essa operação era esperada em oito das doze situações do teste, logo, esperávamos que ela fosse utilizada com mais frequência. Enquanto esperávamos que a operação da divisão tivesse uma ocorrência de aproximadamente 66% dos protocolos, ela apareceu em somente 19% dos protocolos, tanto no teste inicial quanto no teste final. As Figuras 11 e 12 mostram dois protocolos de resolução nos quais os alunos utilizaram essa operação.

Figura 11 - Protocolo da situação 3 resolvida por meio de divisão


3) Em um campeonato de futebol, Fábio marcou 4 gols e Lucas marcou 8 gols. Fábio marcou quantas vezes menos gols que Lucas?

R: Ele marcou 2 vezes menos que Lucas.

Figura 12 - Protocolo da situação 5 resolvida por meio de divisão


5) Leandro comprou uma mesa que custa cinco vezes menos que uma TV. A mesa custou R120,00. Quanto custou a TV?

R: A TV custou R$24,00

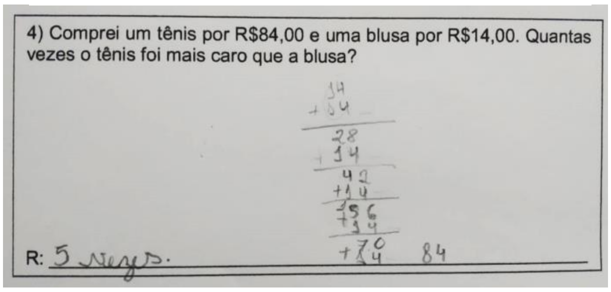
Fonte: A autora, 2020

Na figura 11 trazemos o protocolo de resolução da situação 3, na qual se esperava que fosse resolvida por meio de uma divisão, no teste inicial apenas um aluno apresentou essa resolução, o que pode ser associado à expressão “vezes menos” que aparece no enunciado. Dos 22 sujeitos computados nessa análise, 20 tentaram resolver a situação 3 por meio de uma subtração.

Na Figura 12, que apresenta o protocolo de resolução da situação 5, o aluno resolveu por meio de uma divisão, pois possivelmente associou a expressão “vezes menos” a uma divisão.

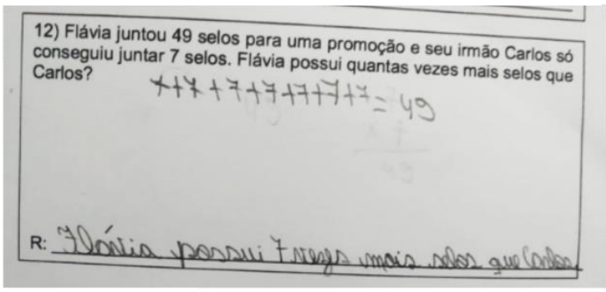
Adição: nesta categoria, computamos as resoluções apresentadas por meio de uma adição. Muitos alunos resolveram as situações de comparação multiplicativa por meio de uma soma de parcelas iguais, como mostram as Figuras 13 e 14.

Figura 13 - Protocolo da situação 4 resolvida por meio de adição


4) Comprei um tênis por R$84,00 e uma blusa por R$14,00. Quantas vezes o tênis foi mais caro que a blusa?

R: 5 vezes.

Figura 14- Protocolo da situação 12 resolvida por meio de adição


12) Flávia juntou 49 selos para uma promoção e seu irmão Carlos só conseguiu juntar 7 selos. Flávia possui quantas vezes mais selos que Carlos?

7+7+7+7+7+7+7 = 49

R: Flávia possui 7 vezes mais selos que Carlos

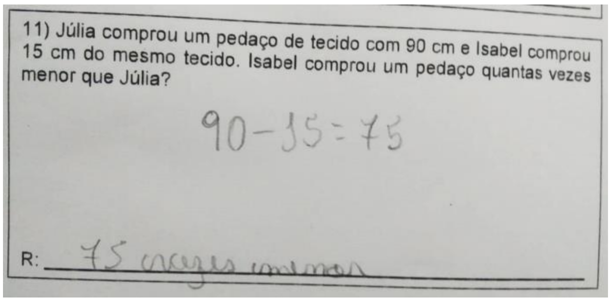
Fonte: A autora, 2020

Dos 13 sujeitos que tentaram resolver as situações por meio de adição, apenas 5 obtiveram êxito. No protocolo da Figura 13, ao somar parcelas iguais de maneira sucessiva, o aluno contou apenas o número de operações que realizou, mas não percebeu que na primeira soma o número 14 apareceu duas vezes, sendo assim, a resposta correta seria 6 vezes, não cinco como o aluno concluiu. Na situação 12 apresentada na Figura 14, o aluno somou sete parcelas iguais, obtendo êxito na solução.

Diante dessa análise, concordamos com Magina, Santos e Merlini (2011), quando os autores afirmam que o uso da palavra "mais" na expressão linguística "vezes mais" pode contribuir para que os sujeitos tenham utilizado a operação da adição nas situações em que a expressão aparece no enunciado.

Subtração: nesta categoria, computamos as resoluções que apresentaram uma subtração. Essa operação apareceu diversas vezes nos protocolos que analisamos. Como nos protocolos apresentados nas Figuras 15 e 16, essa operação foi utilizada pelos alunos quando a expressão apresentada na situação era "vezes menos".

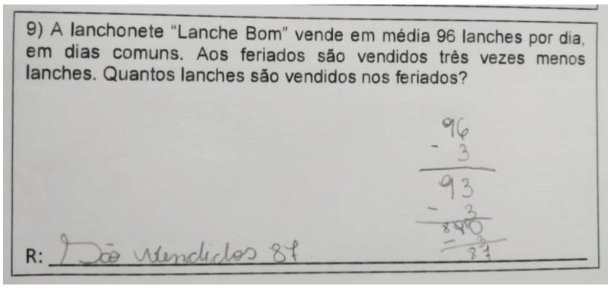
Figura 15 - Protocolo da situação 11 resolvida por meio de subtração


11) Júlia comprou um pedaço de tecido com 90 cm e Isabel comprou 15 cm do mesmo tecido. Isabel comprou um pedaço quantas vezes menor que Júlia?

90-15=75

R: 75 vezes menor

Figura 16 - Protocolo da situação 9 resolvida por meio de subtração


9) A lanchonete "Lanche Bom" vende em média 96 lanches por dia, em dias comuns. Aos feriados são vendidos três vezes menos lanches. Quantos lanches são vendidos nos feriados?

96 - 3 = 93 - 3 = 90 - 3 = 87

R: São vendidos 87

Fonte: A autora, 2020

Após a multiplicação, a operação de subtração foi a segunda com maior frequência entre os protocolos. Cerca de 20% do número total de protocolos apresentou uma subtração. Analisando os 54 protocolos que apresentaram essa operação, vimos que nenhum aluno chegou à resposta correta utilizando essa operação. Com isso, podemos concluir que a subtração não é uma operação adequada para resolução de problemas de comparação multiplicativa.

Outros: nesta categoria, computamos as resoluções nas quais os alunos fizeram desenhos ou alguma outra resolução que não se enquadrava nas anteriores, como nos protocolos das Figuras 17 e 18.

Figura 17 - Protocolo da situação 8 resolvida por outros meios

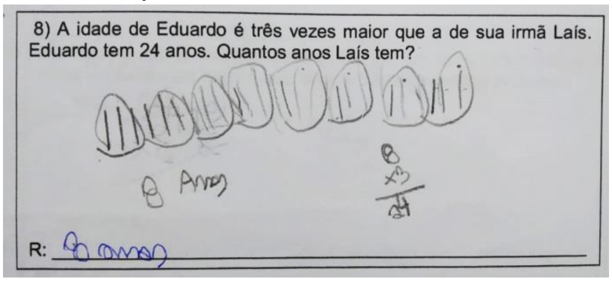
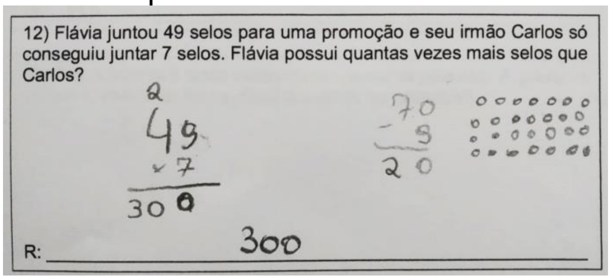


Figura 18 - Protocolo da situação 12 resolvida por outros meios



Fonte: A autora, 2020

Em branco: nesta categoria, computamos quatro protocolos, sendo dois da classe referente desconhecido, um da classe referido desconhecido e um da classe relação desconhecida.O que já era esperado, pois de acordo com Almeida (2016), a classe referente desconhecido é a que os alunos apresentam maior dificuldade.

Com a aplicação do teste diagnóstico, o que nos chamou atenção na avaliação inicial foi a escolha dos alunos para realizar as operações. Como mostramos no detalhamento das resoluções, algumas questões eram resolvidas por multiplicação e outras por divisão. Durante a resolução, os alunos se atentavam, em sua maior, para as palavras que compunham os enunciados. Problemas com a palavra “vezes” foram, na maioria das vezes resolvidos por meio de uma multiplicação, mesmo quando o problema demandava a operação da divisão.

Após apresentarmos os tipos de resoluções adotadas pelos alunos, prosseguimos nossa análise de maneira qualitativa, na qual apresentamos as soluções dadas pelos alunos em cada uma das três atividades que compuseram a sequência de ensino.

4.2 **Análise qualitativa – a sequência de ensino**

4.2.1 Escala

Nas três atividades que compõem a sequência, os alunos foram organizados em duplas, e pedimos que, na medida do possível (considerando os faltosos) eles realizassem as tarefas em dupla com o mesmo colega. Para essa atividade, contamos com a participação de 16 duplas.

Nessa primeira atividade, os alunos deveriam responder às perguntas somente a partir da observação das réguas que receberam. Nesse primeiro momento, não era necessário que efetuassem nenhuma operação. O objetivo dessa atividade era que os alunos se familiarizassem com os conceitos de “vezes mais”, “vezes menos”, “dobro”, “metade, “vezes maior” etc.

Durante a manipulação do kit, surgiram algumas dúvidas, como por exemplo, se os alunos poderiam utilizar uma régua escolar no momento da manipulação do material concreto para auxiliar na resolução da atividade. Sugerimos que não fizessem, afinal o objetivo da atividade era refletir sobre a manipulação das réguas e suas propriedades quanto à comparação multiplicativa.

Mesmo assim, algumas duplas fizeram marcações nas réguas, com a finalidade de “contar” quantas vezes uma régua de determinada cor era maior ou menor que outra. Para Carvalho Jr. e Aguiar Jr (2008), essa representação pode ser entendida como um esquema utilizado pelos alunos. Na Figura 19 destacamos algumas dessas marcações feitas pelos alunos.

Figura 15 - Réguas com marcações feitas pelos alunos

Fonte: A autora, 2020

De acordo com Vergnaud (1990), esse modo de contagem utilizado por alguns alunos pode ser entendido como um esquema, que o autor define como:

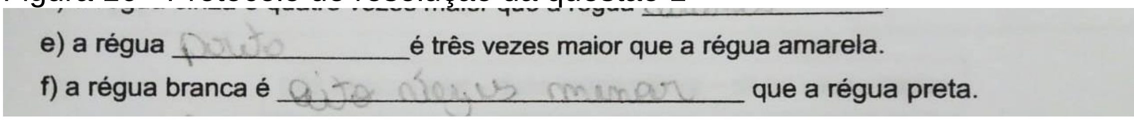
> (...) coordenação dos movimentos dos olhos e dos gestos dos dedos e da mão relativamente à posição do objeto, enunciado coordenado da sequência numérica, cardinalização do conjunto numerado por sublinhado tônico ou pela repetição da última palavra-número pronunciada (VERGNAUD, 1990, p. 137).

Ao tentar associar cada marcação da régua feita por eles mesmos, os alunos encontram uma unidade comum em cada uma das réguas coloridas, ou seja, é uma tentativa de numerar essas réguas, assumindo como medida unitária a régua menor.

Notamos que ao responder às questões propostas, algumas duplas apresentaram dificuldades com os termos "vezes maior" e "vezes menor", que se encontravam nos itens E e F da questão número 1.

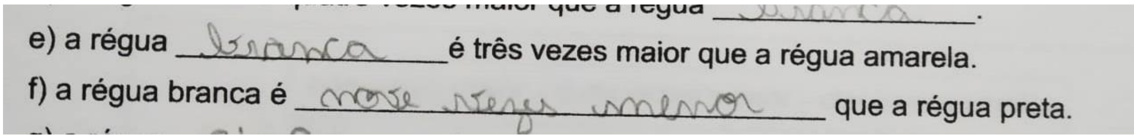
No item E, esperávamos que os alunos respondessem que a régua azul escuro era três vezes menor. Já no item F, a resposta esperada era 10 vezes menor. Das 16 duplas, somente duas identificaram corretamente. Nas Figuras 20 e 21 selecionamos dois protocolos que mostram essa situação.

Figura 16 - Protocolo de resolução da questão 1


e) a régua preto é três vezes maior que a régua amarela.
f) a régua branca é oito vezes menor que a régua preta.

Fonte: A autora, 2020

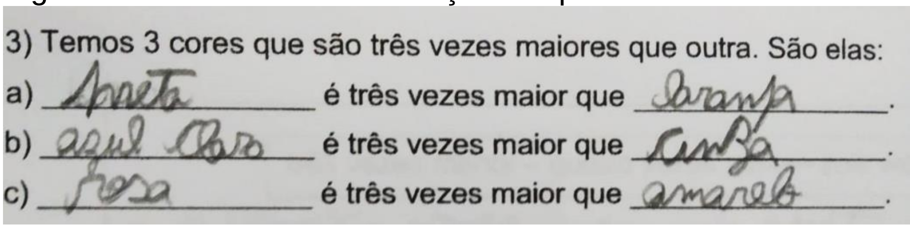
Figura 17 - Protocolo de resolução da questão 1


e) a régua branca é três vezes maior que a régua amarela.
f) a régua branca é nove vezes menor que a régua preta.

Fonte: A autora, 2020

No item 3, o objetivo era que os alunos reconhecessem qual régua era "três vezes maior" que outra. Para as respostas, considerando as cores e os tamanhos das réguas, haviam três possibilidades: amarela e branca, azul escuro e amarela e rosa e cinza. Nesse item, das 16 duplas, apenas 5 não responderam corretamente à questão 3, como mostra a Figura 22.

Figura 18 - Protocolo de resolução da questão 3


3) Temos 3 cores que são três vezes maiores que outra. São elas:

a) Preta é três vezes maior que laranja.

b) azul claro é três vezes maior que cinza.

c) rosa é três vezes maior que amarelo.

Fonte: A autora, 2020

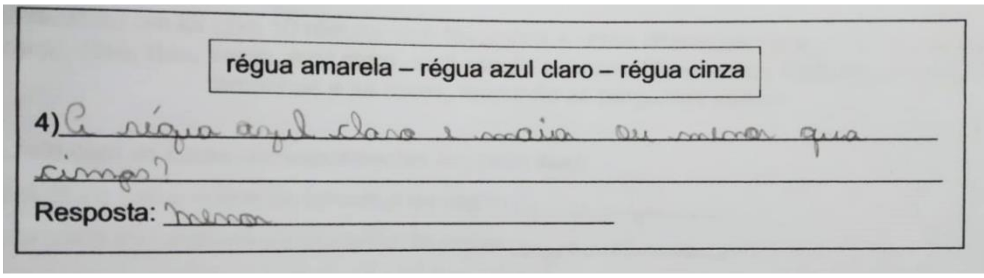
No último item dessa atividade, pedimos que as duplas formulassem problemas a partir das expressões que eram dadas em cada item. O objetivo era que os alunos construíssem conceitos acerca da comparação multiplicativa, ou seja, deveriam realizar uma comparação entre os tamanhos das réguas que receberam.

Pudemos verificar que algumas duplas não compreendiam o conceito de comparação multiplicativa, pois se limitavam em formar problemas que abordavam apenas “qual régua é maior” ou “qual régua é menor”, e não conseguiram formular problemas que trabalhassem o conceito de “quantas vezes”. Em alguns momentos, nos utilizamos da interação verbal com os alunos, o que de acordo com Barreto et al. (2017), encoraja-os a participar das atividades.

> Pesquisadora: você observou as primeiras perguntas que você respondeu?
> Aluno: sim
> Pesquisadora: elas são parecidas com as perguntas que você formulou?
> Aluno: sim

Nas Figuras 23 e 24 estão alguns protocolos das duplas que formularam questões sem o conceito de comparação multiplicativa.

Figura 19 - Protocolo de resolução da questão 4

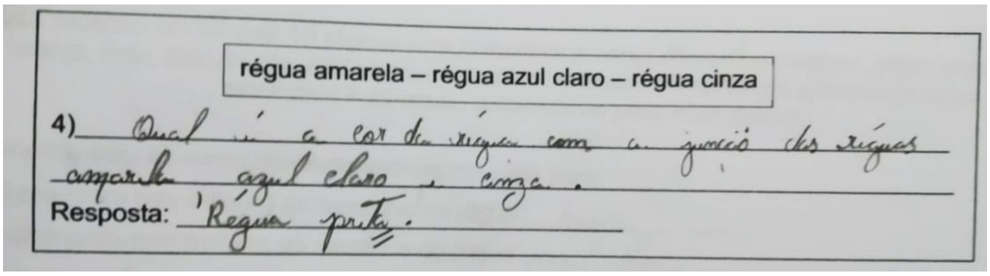

régua amarela – régua azul claro – régua cinza

4) A régua azul claro é maior ou menor que cinza?

Resposta: menor

Fonte: A autora, 2020

Figura 20 - Protocolo de resolução da questão 4



régua amarela – régua azul claro – régua cinza

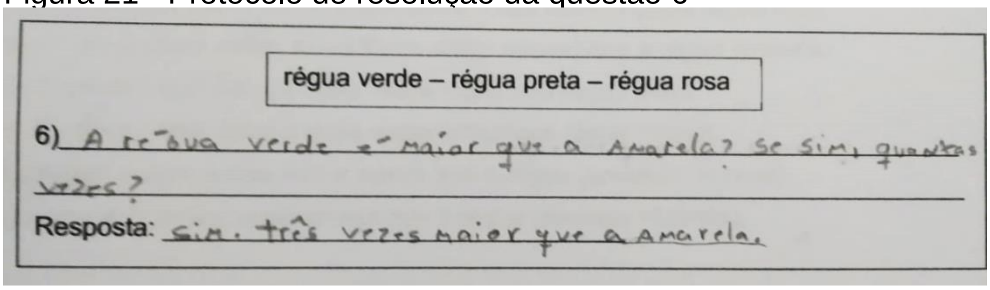
4) Qual é a cor da régua com a junção das réguas amarela azul claro e cinza.

Resposta: Régua preta.

Fonte: A autora, 2020

Por fim, tivemos casos de alunos que compreenderam o conceito de comparação multiplicativa, mas não acertaram a própria questão, como no caso da Figura 25, na qual o aluno afirma (erroneamente) que a régua amarela é três vezes maior que a régua verde.

Figura 21 - Protocolo de resolução da questão 6



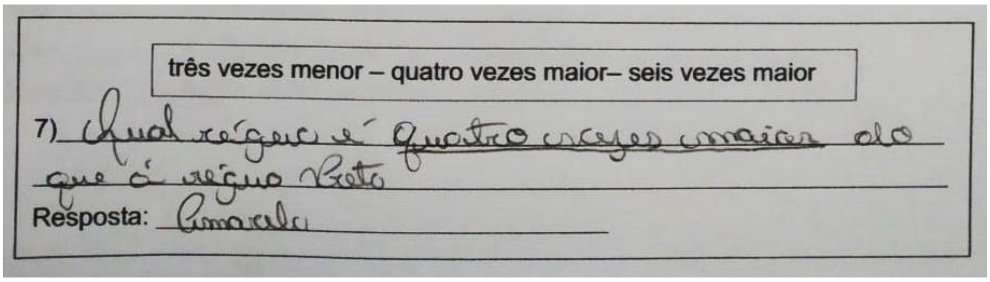
régua verde – régua preta – régua rosa

6) A régua verde é maior que a amarela? se sim, quantas vezes?

Resposta: sim. três vezes maior que a amarela.

Fonte: A autora, 2020

Figura 22 - Protocolo de resolução da questão 7



três vezes menor – quatro vezes maior– seis vezes maior

7) Qual régua é quatro vezes maior do que a régua Preta

Resposta: Amarela

Fonte: A autora, 2020

Nos protocolos das Figuras 25 e 26, os alunos redigiram a pergunta da maneira que era esperada, mas erraram as respostas das perguntas. De acordo com Marques e Almeida (2016), a interpretação equivocada das situações pode ocorrer por uma (in)congruência linguística entre as expressões e as operações.

Em resumo, as duplas se apropriaram de alguns esquemas para chegar à resposta das questões. Notamos que além das marcações que mostramos na Figura 19, algumas duplas dobravam as réguas com a intenção de fazer uma comparação fiel entre duas réguas de cores distintas. Isso mostra que o pensamento de partição está associado à resolução de situações de comparação multiplicativa, mesmo que em alguns momentos os alunos não consigam chegar ao resultado correto.

4.2.2 Fazendo limonadas

Participaram da segunda atividade 15 duplas. As perguntas dessa atividade eram relacionadas ao contexto da limonada que preparamos previamente na sala.
Durante o preparo da limonada, a pesquisadora levantou questões como: “Essa atividade se parece com a atividade anterior? Porque elas se parecem?”, a turma reconheceu que em ambas existia uma relação entre os objetos observados. Enquanto na atividade anterior eram comparadas as réguas de diferentes cores, nessa atividade comparávamos a quantidade de copos de suco de limão e copos de água. Vergnaud (1990) afirma que através da manipulação dos objetos, a criança cria uma representação mental da situação, que significa um passo importante no processo de conceitualização. Selecionamos alguns protocolos de resolução e detalhamos a seguir.

Nessa questão 1 (Quadro 8), foi pedido que os alunos encontrassem a relação entre a quantidade de açúcar apresentada no problema.

Quadro 8 - Questão 1

1) De acordo com a receita, a limonada deve ser adoçada a gosto, ou seja, cada um pode colocar a quantidade de açúcar que preferir. Ana acha que 3 colheres de açúcar é a quantidade suficiente. Já Mila prefere colocar 9 colheres de açúcar na sua receita. A quantidade de açúcar que Mila coloca é quantas vezes maior que a quantidade que Ana utilizou?

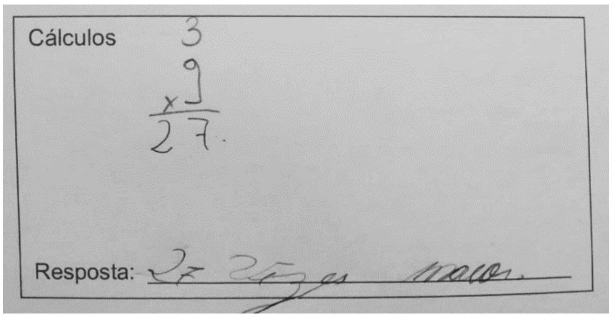
Fonte: A autora, 2020

Esperávamos que os alunos respondessem que a relação era trêz vezes maior, e que eles resolvessem por meio de uma divisão entre o referente e o referido, ou seja, 9 ÷ 3. Dos 15 protocolos que analisamos dessa questão, 9 responderam corretamente. Selecionamos dois protocolos apresentados nas Figuras 27 e 28.

O protocolo da Figura 27 mostra que o aluno não chegou ao resultado esperado, e não compreendeu a operação que deveria ser utilizada. Ele se apropriou dos valores do enunciado mas os relacionou a uma multiplicação. Aqui vemos mais um exemplo do que Magina, Santos e Merlini (2011) ressaltam que ocorrem nos problemas que trazem a expressão “vezes” no enunciado, quando afirma que o aluno tende a realizar uma multiplicação. Dos 15 protoclos, 9 deles apresentaram uma operação de multiplicação.

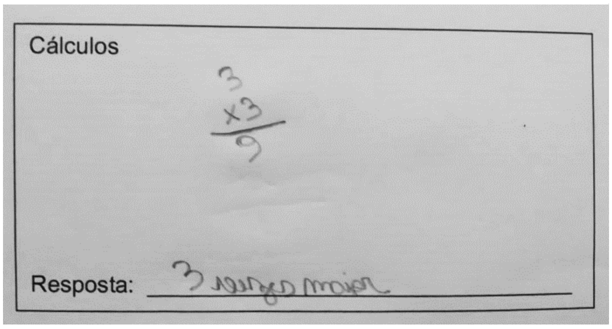
No protocolo da Figura 28, trazemos a resolução de uma dupla que não utilizou a operação esperada, mas utilizando-se das propriedades da multiplicação, conseguiram interpretar que o número que quando é multiplicado por três resulta em nove é o prórpio três.

Figura 23 - Aluno que não utilizou a operação esperada e não chegou ao resultado correto



Fonte: A autora, 2020

Figura 24 - Aluno que não utilizou a operação esperada mas chegou ao resultado correto



A questão 2 (Quadro 9) pertence à classe referido desconhecido. De acordo com Almeida (2017), essa é a classe que apresenta os problemas mais simples de serem interpretados pelos alunos, pois a solução dele depende da expressão que aparece no problema.

Quadro 9 - Questão 2

2) João Pedro quer preparar a limonada na sua casa. Ele utilizou 4 copos de suco de limão. Seguindo a receita, que quantidade de água ele precisa colocar?

Fonte: A autora, 2020

Esperávamos que os alunos resolvessem essa situação através de uma multiplicação entre refrido e relação, ou seja, 4 x 4. De fato, dos 15 protocolos, 13 deles apresentaram uma multiplicação como resolução. Mas dois deles nos chamaram atenção. Apesar de chegar à resposta correta, os protocolos que apresentamos nas Figuras 29 e 30 mostram duas soluções a partir do pensamento aditivo.

O protocolo da Figura 29 mostra que a dupla adicionou 4 parcelas iguais, chegando à resposta correta. No protocolo da Figura 30, o aluno também adicionou parcelas de quatro unidades, mas a sua resolução se assemelha a um pensamento de proporção.

Figura 25 - Problema 2 resolvido por meio de adição de parcelas iguais

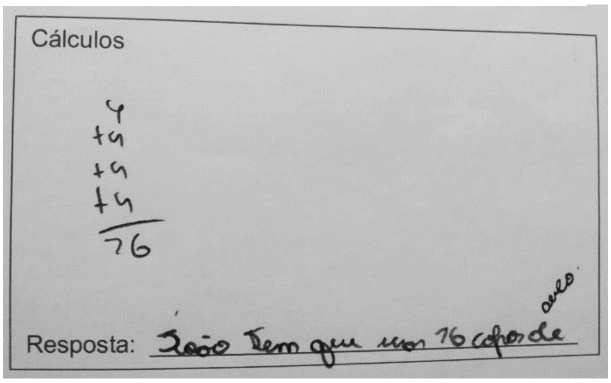
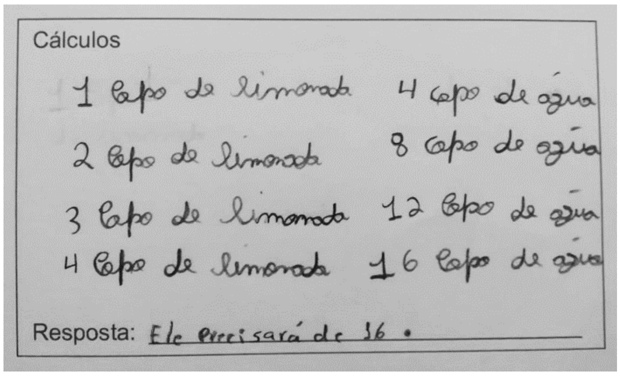


Figura 26 - Problema 2 resolvido por meio de proporção



Fonte: A autora, 2020

Sobre o protocolo da figura 30, Vergnaud (1990) explica:

> [...] as representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.) podem ser usadas para indicar e representar as invariantes e, conseqüentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas (VERGNAUD, 1990, p. 145).

De acordo com o que Verganud afirma, a utilização da escrita nesse caso é entendida como uma ferramenta importante para a construção dos conceitos apresentados.

Prosseguindo, na questão 3item a (Quadro 10), propomos uma reflexão acerca dos conceitos de proporção. Perguntamos às duplas:

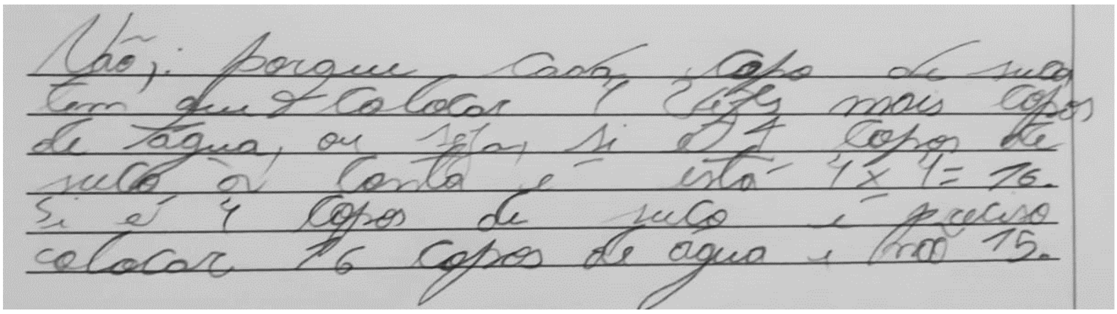
Quadro 10 - Questão 3a

3) Gabrielle fez a receita logo que chegou em casa. Ela colocou 4 copos de suco de limão. a) Amanda leu a receita e disse à Gabrielle que era necessário colocar 15 copos de água para a quantidade de suco de limão que foi utilizada. De acordo com a receita, Amanda está certa? Explique com suas palavras.

Fonte: A autora, 2020

Notamos que a maior parte das duplas conseguiu compreender o conceito de proporção e percebemos que a maioria das duplas respondeu corretamente,ou seja, associaram corretamente a situação ao problema de comparação multiplicativa, como no protocolo da Figura 31.

Figura 27 - Protocolo de resolução do problema 3a


Não; porque cada copo de suco
tem que colocar 4 vezes mais copos
de água, ou seja, si é 4 copos de
suco a conta é esta 4x4=16.
Si é 4 copos de suco é preciso
colocar 16 copos de agua e não 15.

Fonte: A autora, 2020

Porém ressaltamos que essa situação apresentada no item 3 é da classe referido desconhecido, e de acordo com Almeida (2017), essa classe é a que os alunos apresentam menos dificuldades.

O item 4 da atividade (Quadro 11) trazia uma situação da classe referente desconhecido. Nessa classe, para resolver corretamente o problema, o aluno deve realizar a operação contrária à que aparece no enunciado da questão.

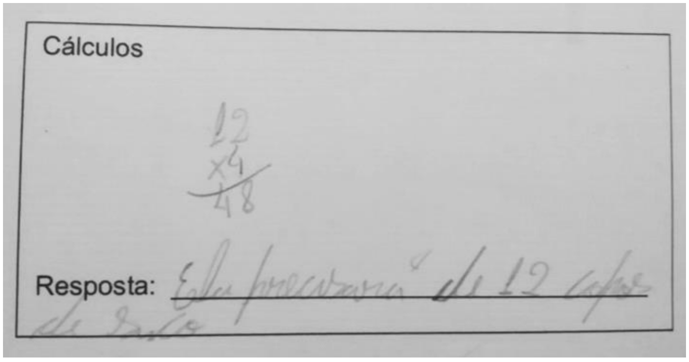
Quadro 11 - Questão 4

4) Renata resolveu preparar a limonada na sua festa de aniversário. Como são muito convidados, ela precisará aumentar a receita. Se ela colocar 48 copos de água, precisará de quantos copos de suco de limão?

Fonte: A autora, 2020

Na situação apresentada no Quadro 11, o aluno deveria realizar a divisão 48 ÷ 4, chegando ao resultado de 12 copos de suco de limão. No protocolo da Figura 32, trazemos a resolução de uma dupla que realizou uma operação de multiplicação, numa tentativa de encontrar o número que multiplicado por 4 resulta em 48.

Figura 28 - Problema 4 resolvido pela operação inversa à operação esperada



Fonte: A autora, 2020

Outras duplas também utilizaram outros meios para chegar à resposa correta. Dos 15 protocolos que analisamos, 10 responderam corretamente o item 4, mas apenas 6 utilizaram a operação esperada (divisão). Barreto et al. (2017) afirma que essas representações apresentadas pelos alunos também fazem parte da construção de conceitos. Abaixo, trazemos dois protocolos de duplas que responderam corretamente a questão sem fazer uso da divisão.

Assim com no item 2, percebemos nas Figuras 34 e 35 que os alunos ainda possuem um entedimento porporcional do conceito de comparação multiplicativa, principalmente nos casos em que o referente é desconhecido.

Figura 34 - Problema 4 resolvido por meio de adição

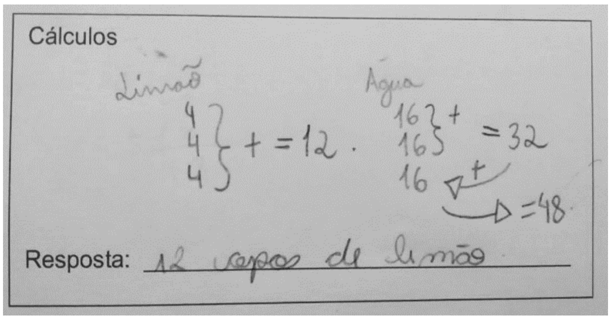
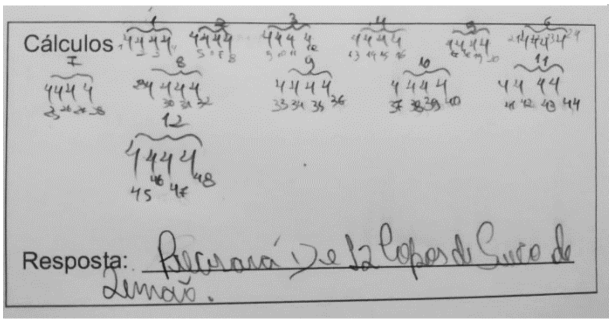


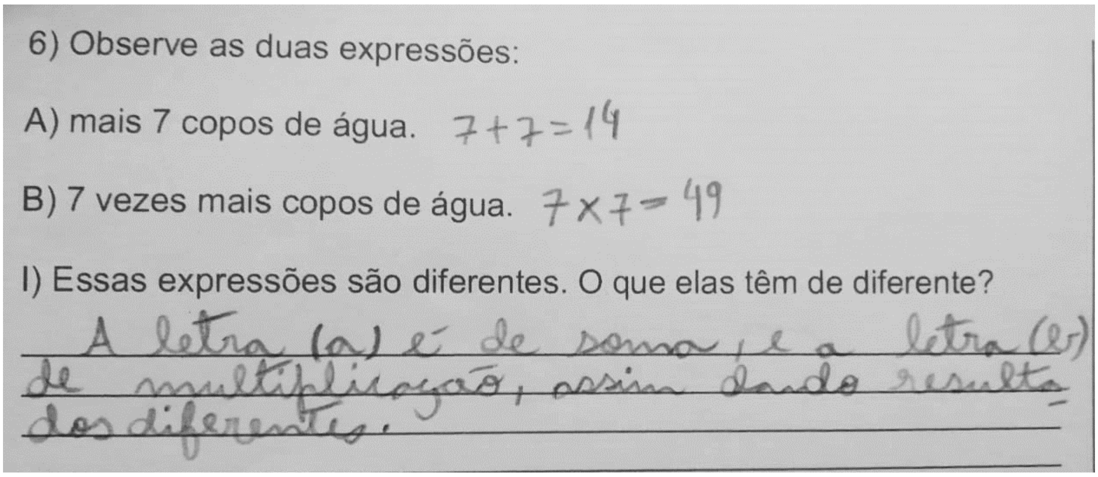
Figura 35 - Problema 4 resolvido por meio de adição



Fonte: A autora, 2020

No item 6, propomos uma reflexão acerca das expressões que aparecem nos enunciados. Percebemos que a maioria dos alunos sabe identificar a diferença entre as exepressões, como mostra a resposta da dupla na Figura 36.

Figura 36 - Protocolo de resolução do item 6



6) Observe as duas expressões:

A) mais 7 copos de água. 7+7=14

B) 7 vezes mais copos de água. 7x7=49

I) Essas expressões são diferentes. O que elas têm de diferente?

A letra (a) é de soma, e a letra (b) de multiplicação, assim dando resultados diferentes.

Fonte: A autora, 2020

Nesse item, a maioria das duplas conseguiu associar corretamente a expressão à operação que deve ser utilizada em cada caso.

Nessa atividade observamos que os alunos mobilizaram alguns esquemas e conceitos para responder às perguntas propostas. Em muitos momentos, como mostramos nos protocolos de resolução, os alunos recorreram à tabuada para chegar ao resultado correto. Esse momento é o que Vergnaud (1990) caracteriza como um esquema. Sendo assim, a dupla demonstra um conhecimento referente à multiplicação quando se utiliza desses esquemas.

4.2.3 Máquina da transformação

Nessa atividade, os alunos deveriam refletir sobre as operações que realizaram e as expressões que aparecem em cada classe de problemas. De acordo com Carvalho Jr. e Aguiar Jr. (2008), essas situações são responsáveis por dar sentido a um conceito. Iniciamos com os problemas 1 e 2, os quais pertencem à classe referido desconhecido. Como já falamos anteriormente, nos problemas pertencentes a essa classe, os alunos cometem mais acertos, pois a expressão que eles devem utilizar a mesma que aparece no enunciado da questão. Os problemas propostos foram descritos no Quadro 12:

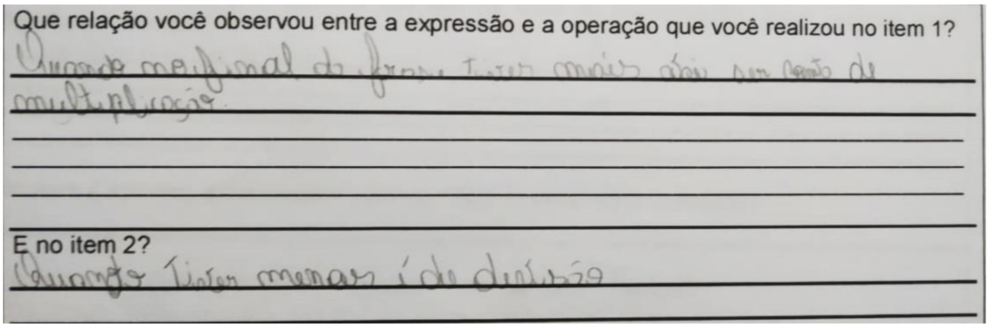
Quadro 12 - Problemas 1 e 2

1) João foi ao mercado e observou que o pacote de biscoitos custava R$2,00 e o pacote de pão de forma custava quatro vezes mais que o biscoito. Quanto João pagou pelo pacote de pão? 2) Para fazer o percurso de sua casa até a escola, Ana caminha 18 minutos. Quando ela vai à escola de bicicleta, gasta três vezes menos tempo. Quanto tempo dura o percurso de Ana quando ela vai à escola de bicicleta?

Fonte: A autora, 2020

No item 1, o aluno deveria realizar a operação de multiplicação (expressão “vezes mais”) e, no item 2, a divisão (expressão “vezes menos”). Algumas duplas associaram corretamente as duas expressões às duas operações, como mostra a Figura 33:

Figura 29 - Protocolo de resolução dos itens 1 e 2


Que relação você observou entre a expressão e a operação que você realizou no item 1?

Quando no final da frase tiver mais [illegible] de multiplicação.

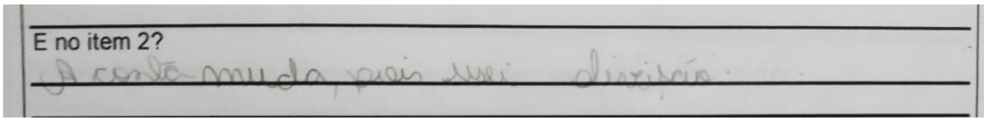
E no item 2?

Quando tiver menos é de divisão

Fonte: A autora, 2020

O protocolo da Figura 33 mostra que a dupla associou corretamente a expressão “vezes menos” à operação de divisão. No protocolo da Figura 34, o aluno afirma que utilizou a conta de divisão, que é diferente do que consta no enunciado. Isso demonstra que apesar de reconhecer a operação que resolve corretamente o problema, a dupla ainda tem como referência as palavras que aparecem no enunciado do problema, quando afirmam que realizaram outra operação.

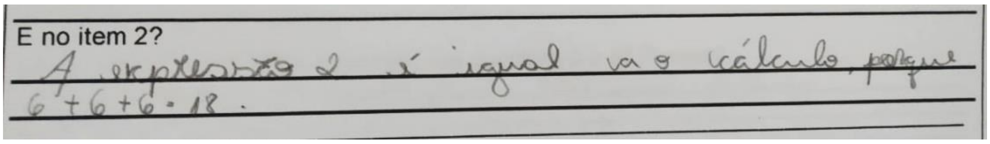
Figura 30 - Protocolo de resolução do item 2


E no item 2?
A conta muda, pois usei divisão.

Fonte: A autora, 2020

Ainda no mesmo item, no protocolo da Figura 35, trazemos a resolução de uma dupla que, no item 2, ainda se apropria do pensamento aditivo para resolver as situações-problema de comparação multiplicativa.

Figura 31 - Protocolo de resolução do item 2

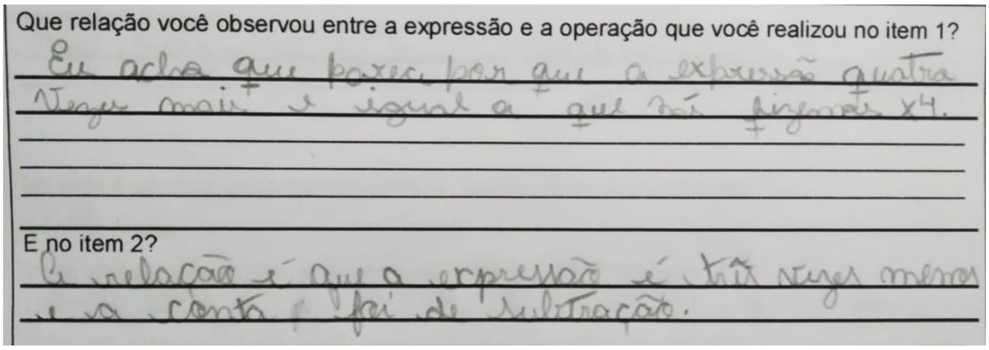

E no item 2?
A expressão é é igual ao cálculo, porque 6 + 6 + 6 = 18.

Fonte: A autora, 2020

De acordo com Vergnaud (1990), isso significa que o aluno ainda não domina as representações referentes ao conceito de comparação multiplicativa. Quando o aluno não utiliza adequadamente a operação esperada entende-se que ele ainda não domina completamente o conceito. Para Magina, Santos e Merlini (2011, p. 9) “[...] a palavra ‘mais’, da expressão linguística empregada “vezes mais”, pode ter sido o fator que induziu a operação de adição na resolução”.

Apesar de muitos alunos associarem a expressão à operação nesse item, algumas duplas ainda associam erroneamente a expressão “vezes menos” à operação de subtração, como mostramos na resolução apresentada na Figura 36.

Figura 32 - Protocolo de resolução dos itens 1 e 2


Que relação você observou entre a expressão e a operação que você realizou no item 1?

Eu acho que parece por que a expressão quatro vezes mais é igual a que nós fizemos x4.

E no item 2?

A relação é que a expressão é três vezes menos e a conta foi de subtração.

Fonte: A autora, 2020

Assim, concordamos com o exposto por Cunha (1997), quando afirma que os alunos associam a expressão à operação que deve ser realizada em situações de comparação multiplicativa. No exemplo da Figura 36, o aluno associou “vezes menos” à operação de subtração, enquanto para solucionar o problema deveria realizar uma operação de divisão. De acordo com Cunha (1997), os alunos tendem a associar a multiplicação como “algo que aumenta” e a divisão como “algo que diminui”. O autor também ressalta que isso ocorre pelo modo como é apresentado nas séries iniciais e reforçado nas séries seguintes.

Nos itens 3 e 4 dessa atividade, trabalhamos com a classe relação desconhecida. Nesses itens (Quadro 12) as duplas deveriam realizar a operação de divisão para resolver os problemas.

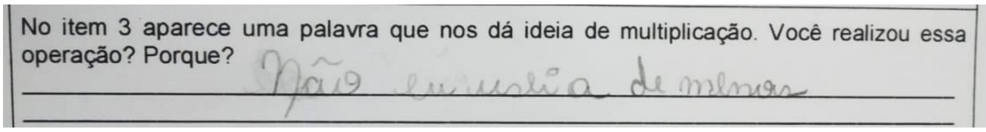
Quadro 13 - Problemas 3 e 4

3) Um caderno custa R$ 18,00 e uma caneta custa R$ 2,00. O preço do caderno é quantas vezes maior que o preço da caneta? 4) Lívia comprou um hambúrguer por R$12,00 e um copo de suco por R$4,00. O suco que ela comprou custou quantas vezes menos que o hambúrguer?

Fonte: A autora, 2020

Quando perguntamos às duplas sobre a relação entre as expressões utilizadas e a operação que eles realizaram, algumas duplas associaram a expressão que aparece no problema erroneamente à operação de multiplicação ou subtração (pelo fato de conter “vezes menos” no enunciado), como nos protocolos as Figuras 37 e 38.

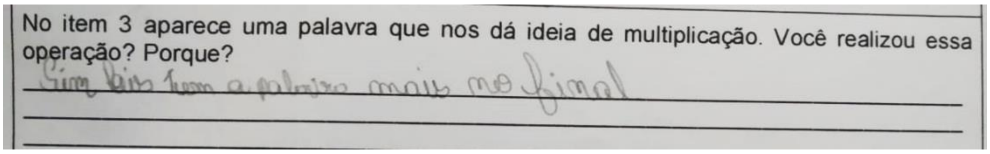
Figura 34 - Protocolo de resolução do item 3 do aluno que associa erroneamente a expressão “vezes maior” à operação de adição


No item 3 aparece uma palavra que nos dá ideia de multiplicação. Você realizou essa operação? Porque?

Não [illegible] de menos

Fonte: A autora, 2020

Figura 33 - Protocolo de resolução do item 3 do aluno que associa erroneamente a expressão “vezes maior” à operação de adição

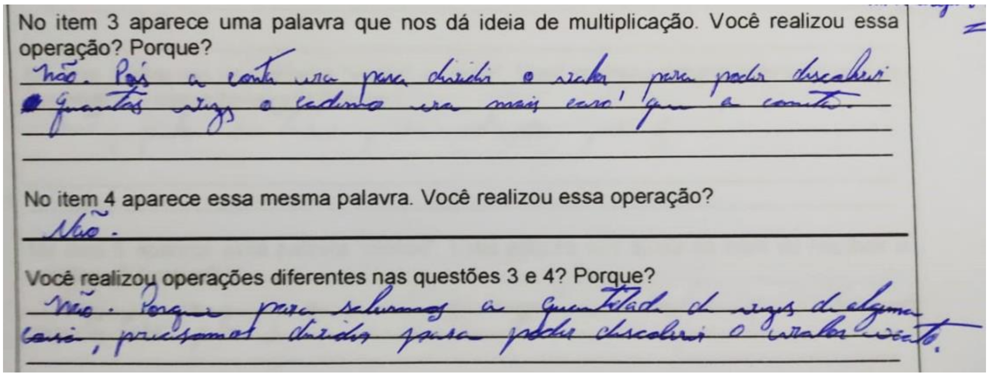

No item 3 aparece uma palavra que nos dá ideia de multiplicação. Você realizou essa operação? Porque?

Sim pois tem a palavra mais no final

Fonte: A autora, 2020

Apenas algumas duplas conseguiram associar corretamente a expressão à operação que resolvia as duas situações. Isso conflui com as ideias de Cruciol e Silva (2013), que afirmam que a interpretação do enunciado em problemas do campo multiplicativo é um obstáculo maior do que efetuar a própria operação em si.

Figura 35 - Protocolo de resolução dos itens 3 e 4 no qual o aluno explica que utilizou a divisão para chegar à resposta


No item 3 aparece uma palavra que nos dá ideia de multiplicação. Você realizou essa operação? Porque?

não. Pois a conta era para dividir o valor para poder descobrir quantas vezes o [illegible] era mais caro que a [illegible].

No item 4 aparece essa mesma palavra. Você realizou essa operação?

Não.

Você realizou operações diferentes nas questões 3 e 4? Porque?

Não. Porque para sabermos a quantidade de vezes de alguma coisa, precisamos dividir para poder descobrir o valor exato.

Fonte: A autora, 2020

No protocolo da Figura 39, a dupla reconheceu corretamente a operação que deveria ser utilizada na resolução, e ainda ressaltou que “para saber a quantidade de vezes”, deve ser utilizada a operação de divisão.

Nas situações-problema dos itens 5 e 6 (Quadro 14), o elemento desconhecido foi o referente. Foram elas:

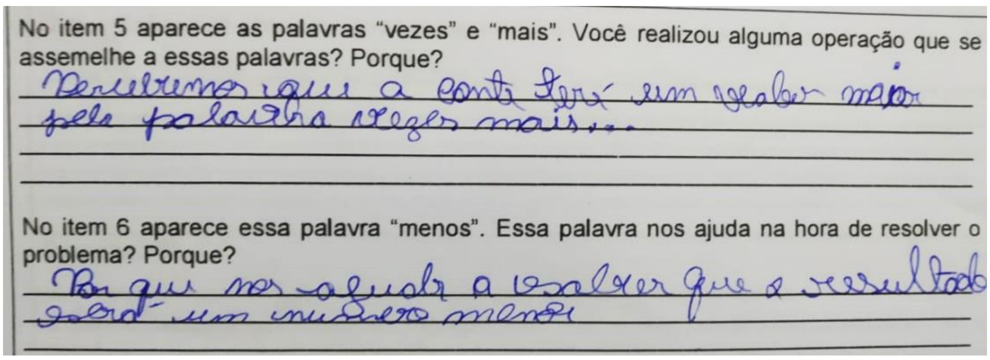
Quadro 14 - Problemas 5 e 6

5) A praça do centro tem seis vezes mais bancos que a praça do bairro. Na praça do centro tem 24 bancos. Quantos bancos tem na praça do bairro? 6) Dona Ana vendeu hoje três vezes menos trufas que ontem. Se hoje ela vendeu 75 trufas, quantas trufas ela vendeu ontem?

Era esperado que as duplas refletissem sobre as expressões do enunciando, chegando à conclusão que para resolver as situações desse tipo, devem realizar a operação contrária da que aparece no problema. Cruciol e Silva (2013) explicam que isso ocorre porque o aluno leva tempo até que consiga formar um conceito. Na situação 5, as duplas deveriam realizar uma divisão (pelo uso da expressão “vezes mais”) e na situação do item 6 as duplas deveriam realizar uma multiplicação (uso da expressão “vezes menos”).

Algumas duplas ainda tiveram dificuldade em fazer essa associação (dos 24 protocolos de resolução, apenas 7 resolveram corretamente), pois muitos ainda associaram as expressões “vezes mais” e “vezes menos” erroneamente à multiplicação/adição e multiplicação/subtração, respectivamente, como na Figura 40:

Figura 36 - Protocolo de resolução dos itens 5 e 6 com associação errada


No item 5 aparece as palavras “vezes” e “mais”. Você realizou alguma operação que se assemelhe a essas palavras? Porque?

Percebemos que a conta terá um valor maior pela palavra vezes mais...

No item 6 aparece essa palavra “menos”. Essa palavra nos ajuda na hora de resolver o problema? Porque?

Porque nos ajuda a resolver que o resultado será um numero menor

Fonte: A autora, 2020

Essa dificuldade mostrada na figura acima é explicada por Magina, Santos e Merlini:

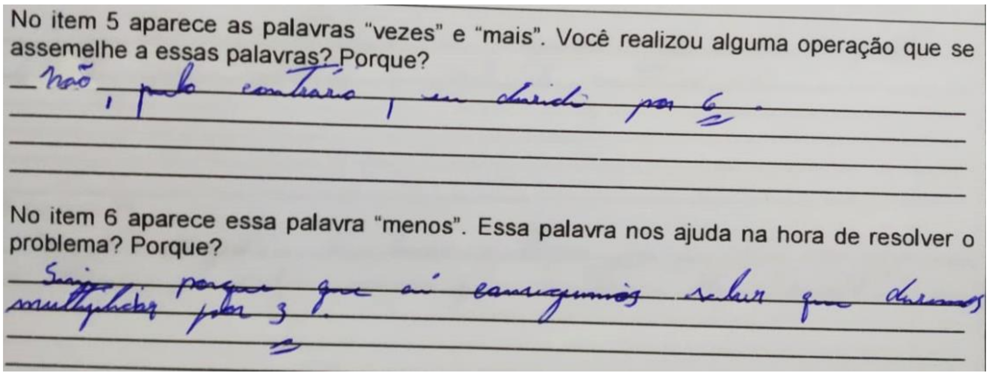
> [...] é razoável inferir que esta dificuldade não reside na habilidade de se efetuar a operação de multiplicação ou divisão, mas sim na complexidade de compreender o enunciado e traduzi-lo na operação matemática adequada para a resolução da situação (MAGINA, SANTOS, MERLINI, 2011, p. 4).

Para Bonanno, resolver um problema vai além de realizar a operação indicada no enunciado, e o professor deve fomentar esse pensamento.

> Cabe ao professor mostrar ao aluno que compreender o enunciado de uma situação problema não é só "interpretar" as palavras que estão lá escritas, mas também analisar e buscar conhecimentos pertinentes à solução (BONANNO, 2007, p.113).

Já no protocolo da Figura 41, a dupla afirma que deve ser reazliada a operação contrária para resolver a situação.

Figura 37 - Protocolo de resolução dos itens 5 e 6 com associação correta


No item 5 aparece as palavras "vezes" e "mais". Você realizou alguma operação que se assemelhe a essas palavras? Porque?

não, pelo contrário, eu dividi por 6.

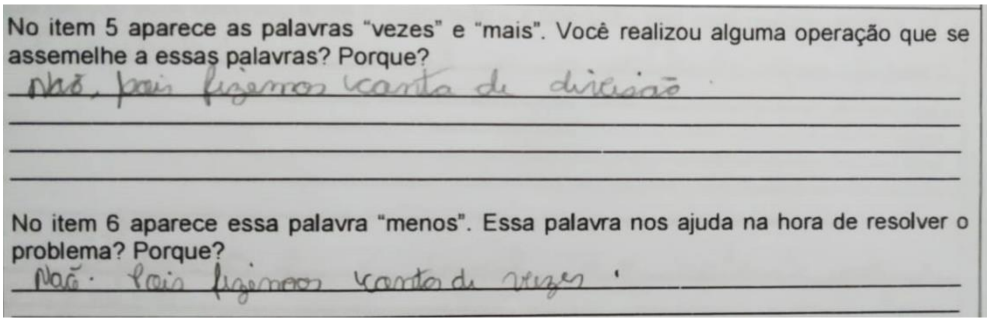
No item 6 aparece essa palavra "menos". Essa palavra nos ajuda na hora de resolver o problema? Porque?

Sim, porque que aí conseguimos saber que devemos multiplicar por 3.

Fonte: A autora, 2020

Poucas soluções apresentaram o pensamento que resolve corretamente o problema, como no protocolo da Figura 42.

Figura 38- Protocolo de resolução dos itens 5 e 6 com associação correta


No item 5 aparece as palavras "vezes" e "mais". Você realizou alguma operação que se assemelhe a essas palavras? Porque?

Não, pois fizemos conta de divisão.

No item 6 aparece essa palavra "menos". Essa palavra nos ajuda na hora de resolver o problema? Porque?

Não. Pois fizemos conta de vezes.

Fonte: A autora, 2020

Percebemos que em muitas situações, as duplas demonstraram não associar corretamente a situação-problema à operação que era esperada para resolvê-la.

Sendo assim, entendemos que em muitos casos os alunos acabam efetuando os cálculos de maneira mecânica, sem realmente refletir acerca da situação que lhe foi proposta.

CONSIDERAÇÕES

Este estudo teve como objetivo principal analisar o processo de aprendizagem do eixo Comparação Multiplicativa por alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Prefeito Hélio Ferreira da Silva. Para alcançar o objetivo proposto, desenvolvemos esse estudo na periferia de Paracambi, na Baixada Fluminense, trabalhando com os alunos uma intervenção de ensino elaborada à luz da Teoria dos Campos Conceituais, na qual propomos a resolução de situações problema envolvendo o Campo Multiplicativo.

A partir do nosso objetivo, formulamos a seguinte questão de pesquisa: Como ocorre o processo de aprendizagem relativo ao eixo comparação multiplicativa em alunos de uma turma do oitavo ano?

A análise dos resultados se deu de forma qualitativa, porém, em alguns momentos, se tornou necessário realizar uma análise quantitativa para que lançássemos um olhar geral sobre os resultados. Num primeiro momento, organizamos as respostas apresentadas pelos sujeitos por classe (referido desconhecido, referente desconhecido e relação desconhecida) e identificamos os esquemas apresentados por eles. Na sequência de ensino, analisamos as resoluções apresentadas pelos sujeitos.

Com a análise, foi possível identificar que os sujeitos acertaram mais questões na avaliação final, quando essa foi comparada a avaliação inicial. Ao fazer essa comparação por classes, observamos que as três classes apresentaram aumento no número de acertos, e a classe referido desconhecido foi a que apresentou maior número de acertos das três classes estudadas. Porém, a classe relação desconhecida foi a que apresentou maior crescimento, com uma diferença de 50% da avaliação inicial para a avaliação final.

A classe referido desconhecido foi a que apresentou maior número de acertos, desde a avaliação inicial. Esse resultado já era esperado, pois de acordo com Gitirana et al. (2014), essa é a classe em que os alunos apresentam mais facilidade para resolver o problema, pois só precisam associar a resolução à operação que aparece no enunciado do problema.

Algo que nos chamou atenção foi o fato de que dos 22 sujeitos considerados nessa pesquisa, 11 deles não alcançaram acertos iguais ou superior a 50% em nenhum dos testes que foram aplicados. O que nos aponta que é necessário apresentar aos alunos esses tipos de situações com mais frequência, para que se apropriem desse conceito.

Quanto aos esquemas, separamos em cinco categorias: multiplicação, divisão, adição, subtração e “outros”. O esquema mais utilizado em ambas avaliações foi a multiplicação. Na avaliação final a multiplicação foi mais utilizada do que todas as outras categorias juntas. A subtração foi o segundo esquema mais utilizado na avaliação inicial. Concordamos com Magina, Santos e Merlini(2011) quando afirmam que o uso da expressão “vezes menos” nas situações-problema faz com que os alunos utilizem, na maioria dos casos erroneamente, a operação de subtração. Já na avaliação final, ocorreu uma diminuição da utilização da subtração, o que aponta para uma possível influência da sequência de ensino. A adição, a divisão e a categoria “outros” apareceram com menos frequência no teste diagnóstico final.

No que concerne à sequência de ensino, as situações que apresentavam a classe referido desconhecido computaram um maior número de resoluções corretas, mesmo quando não utilizavam o algoritmo que era esperado. Em muitos momentos durante a sequência, pedíamos aos alunos que explicassem por quais motivos utilizaram determinado esquema, e durante esses momentos percebemos que muitos dos sujeitos ainda associavam, erroneamente, a operação utilizada à expressão que aparecia no enunciado do problema.

Diante disso, podemos responder nossas questões de pesquisa. A primeira questão foi: De que modo podemos utilizaras sequências de ensino para facilitar a aprendizagem do eixo comparação multiplicativa?

Através dos estudos sobre a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990, 2009), entendemos que um conceito deve ser construído. Com as atividades desenvolvidas na sequência de ensino que utilizamos podemos afirmar que a maioria sujeitos envolvidos nessa pesquisa compreendeu o que significa comparação multiplicativa, e muitos são capazes de reconhecer também situações cotidianas em que esses conceitos podem ser utilizados.

Outro fator importante que observamos é no que se refere à operação que era esperada para resolver as situações-problema que trabalhamos nos instrumentos diagnósticos. No instrumento diagnóstico inicial, os alunos utilizaram mais as operações de adição e subtração do que quando comparado ao instrumento diagnóstico final. De fato, a operação que esperávamos que os alunos utilizassem na resolução das situações eram a multiplicação e a divisão.

A utilização da operação correta reduz a utilização de esquemas que não levam o aluno ao acerto. Esse fato indica uma provável influência da sequência de ensino, pois os alunos associaram mais vezes as expressões utilizadas à operação que resolvia corretamente o problema.

Assim como Vergnaud (1990), entendemos que um conceito é construído. Dessa forma, podemos afirmar que essa sequência de ensino facilita a aprendizagem do eixo comparação multiplicativa somente quando o aluno chega não somente na resposta certa, mas aplica os algoritmos adequados. Sendo assim, a intervenção de ensino pensada para essa pesquisa possibilitou que os alunos aumentassem a quantidade de respostas corretas através dos algoritmos esperados frente às situações-problema envolvendo comparação multiplicativa.

A compreensão dos conceitos envolvendo comparação multiplicativa requer antes de mais nada que os alunos saibam interpretar corretamente os enunciados. Essa etapa se torna tão importante quanto a compreensão dos algoritmos utilizados em sua resolução.

Na educação tradicional, se entende que o processo de construção de um conceito é algo linear. Porém, através dos estudos de Vergnaud (1990) entendemos que esse não se trata de um processo linear, pois existem continuidades e rupturas entre os conceitos. Entendemos que para que haja a compreensão de um conceito, é necessário que também ocorra o reconhecimento de suas aplicações. Dessa forma, acreditamos que a construção de um conceito é um processo retórico: só é possível construir um conceito referente ao eixo comparação multiplicativa quando o indivíduo identifica suas aplicações e vice-versa.

A segunda questão de pesquisa foi: Que conhecimentos os alunos do oitavo apresentam durante a resolução de problemas de comparação multiplicativa?

Tomando como base a análise do desempenho dos sujeitos no teste diagnóstico final realizada no capítulo anterior, e apresentada de maneira resumida nesse capítulo, podemos afirmar que os alunos apresentam basicamente dois conceitos quando resolvem situações-problema do eixo comparação multiplicativa após a realização da intervenção de ensino: em problemas nos quais aparece a expressão “vezes mais” eles realizam uma multiplicação, e em problemas nos quais aparece a expressão “vezes menos” eles realizam uma divisão.

A utilização dos algoritmos da divisão e da multiplicação já era algo esperado, pois são as operações que utilizamos comumente para resolver problemas desse eixo. Além disso, outros conceitos que apareceram com frequência foram os algoritmos de adição para situações em que apareciam a expressão “vezes mais” e de subtração para as situações que apresentavam a expressão “vezes menos”.

A utilização de adição de parcelas iguais foi algo bastante recorrente durante a análise das respostas. Os alunos somavam essas parcelas iguais numa tentativa de encontrar o valor que estava presente no enunciado. Esse processo de realizar operações sucessivas deveria ser substituído por apenas uma operação (multiplicação ou divisão).

Quanto aos erros identificados, observamos que de uma maneira geral eles ocorreram quanto à interpretação do enunciado e a associação da expressão utilizada à operação que resolve corretamente o problema. Verificamos inclusive erros que poderiam facilmente ser revistos com um mínimo de interpretação por parte dos alunos. Em situações que era perguntado “quantas vezes menor”, por exemplo, eles interpretavam apenas como “quem é menor”. Os erros relacionados aos cálculos foram poucos, acreditamos que isso tenha ocorrido por se tratar de valores pequenos ou pelos alunos já estariam familiarizados com as operações básicas.

Ressaltamos que nesse estudo trabalhamos com um universo relativamente pequeno de sujeitos, pois aplicamos as atividades em apenas uma turma do oitavo ano. Dessa forma, não podemos afirmar que todos os alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental possuem os mesmos conhecimentos sobre o eixo comparação multiplicativa.

Nossa terceira questão de pesquisa foi: Que esquemas os alunos empregam durante a resolução?

Ao pensarmos na sequência de ensino que foi utilizada em sala de aula, nossa intenção era favorecer a utilização de esquemas pelos alunos. Concordamos com Vergnaud (1990) quando afirma que para que ocorra o processo de aprendizagem é necessário que o aluno atue de maneira significativa e utilize seus próprios esquemas e argumentos. A partir da análise das atividades que compuseram a sequência, observamos que eles apresentaram alguns esquemas de maneira recorrente.

Na primeira atividade, na qual trabalharam com as réguas da escala, identificamos que os alunos utilizaram as próprias réguas para demonstrarem alguns esquemas. A ideia inicial para essa atividade, era que os alunos apenas comparassem as proporções entre as réguas de diferentes cores. Inicialmente, os alunos pensaram em utilizar uma régua escolar para fazer a comparação que gostaríamos. Como falamos que não seria possível, eles aplicaram seus próprios esquemas.

Algumas duplas marcaram com o lápis "quantas vezes" determinada era maior que outra, e nos devolveram as réguas com várias marcações feitas por eles. Outras duplas dobraram as réguas maiores, numa tentativa de verificar "quantas vezes" determinada régua era maior que outra.

Em outros momentos, as duplas deveriam refletir a partir das situações que lhes foram apresentadas durante os encontros em sala de aula. Observamos que um esquema muito utilizado foi o pensamento proporcional, na maioria dos casos acompanhado da escrita. Observamos também que algumas duplas utilizaram como esquema a linguagem matemática. Reproduziram algumas vezes uma igualdade que ora fazia sentido, ora não, resultando em falsas igualdades.

Notamos que quando a situação demandava uma operação de divisão para ser resolvida, muitas duplas utilizaram a operação inversa, ou seja, a multiplicação. As duplas realizavam multiplicações sucessivas para encontrar o resultado, quantas vezes fosse necessário, em vez de realizar uma única operação de divisão.

Após responder as questões específicas, podemos então responder à questão geral: Como ocorre o processo de aprendizagem relativo ao eixo comparação multiplicativa em alunos de uma turma do oitavo ano?

Inicialmente, antes de responder à questão geral de pesquisa, precisamos nos atentar para o fato de que as avaliações e as atividades que compõem a sequência de ensino foram aplicadas em uma única turma de oitavo ano. Foram computados para a realização das análises uma amostra de 22 sujeitos, que consideramos uma quantidade pequena de alunos.

Apesar de realizar inicialmente uma análise qualitativa, entendemos que diante dos números que obtivemos não é possível fazer generalizações para além da nossa pesquisa. Dessa forma, acreditamos que os resultados obtidos com essa pesquisa possam apontar indícios para a forma como ocorre o processo de construção de conceitos pertencentes ao campo multiplicativo.

Para que os alunos construíssem seus conceitos referentes ao eixo Comparação Multiplicativa, elaboramos uma intervenção de ensino que favorecesse não só as propriedades da Comparação Multiplicativa, mas outros conceitos que possam estar associados a ela.

Assim, propomos que a primeira atividade da intervenção contribuísse para a compreensão das expressões “vezes maior” e “vezes menor”. Partindo da comparação entre as réguas coloridas utilizadas na primeira atividade, propomos que os estabelecessem essa relação entre os pares de réguas que tornavam cada expressão verdadeira. A segunda atividade da intervenção buscou dar sentido às expressões com as quais estávamos trabalhando. Através do manuseio dos ingredientes e do preparo do suco que realizamos em sala, esperávamos que os alunos se apropriassem dos conceitos e compreendessem o significado das expressões “vezes mais”, “vezes menos”, “vezes maior” e “vezes menor”.

Por fim, com a última atividade da intervenção, esperávamos que os alunos associassem a Comparação Multiplicativa a uma relação entre duas quantidades, que na atividade chamamos de “transformação”. Entendemos que no momento em que o aluno compreende que a Comparação Multiplicativa é uma relação entre duas quantidades, ele se apropria dos conceitos envolvidos na resolução do problema.

Ressaltamos, porém, que mesmo pensando numa intervenção com fases bem definidas, a construção dos conceitos referentes a Comparação Multiplicativa é um processo. Esse processo pode ser construído de maneira descontínua, onde ocorrem rupturas, não sendo possível dimensionar onde começa ou termina essa construção. Esse processo é acompanhado de erros e abstrações cometidos pelos alunos, os quais são fundamentais para o processo de construção desses conceitos. Não acreditamos que esse processo ocorra apenas durante a aplicação das atividades, pois concordamos com Vergnaud (1990, 2009) quando afirma que o processo de desenvolvimento de um Campo Conceitual ocorre com o passar dos anos. Diante disso, afirmamos que os conceitos referentes à Comparação Multiplicativa devem ser retomados várias vezes ao longo da vida escolar do aluno, de modo que ele se reconheça e se aproprie das propriedades desse eixo.

Nossa primeira sugestão para pesquisas futuras é que seja realizado um trabalho com um número maior de sujeitos, aplicando a sequência de ensino em mais de uma turma, ou até mesmo em mais de uma série. Com a quantidade de alunos com que trabalhamos, não é possível fazer grandes inferências. Aliado a isso, é preciso atentar para o fato de que um trabalho com outros contextos deve levar em conta as particularidades de cada turma, ponderando utilizar situações diversificadas quando for necessário.

A segunda sugestão é que seja realizado um estudo piloto para que se conheça as especificidades da turma em que a sequência será aplicada. Um estudo piloto permitiria que todas as atividades, incluindo a avaliação inicial, sejam pensadas de acordo com a realidade de cada turma.

Também ressaltamos que na BNCC (BRASIL, 2018), as situações pertencentes ao Campo Multiplicativo devem ser trabalhadas desde as séries iniciais. Dessa forma, nossa terceira sugestão é que os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental comecem a trabalhar situações que dão sentido ao conceito de Comparação Multiplicativa antes mesmo de que os alunos cheguem nos anos finais do Ensino Fundamental. Acreditamos que dessa forma os alunos podem se familiarizar com as situações, podendo construir seus conceitos ao longo da vida escolar.

Finalmente, nossa quarta sugestão é que seja realizado um trabalho de formação voltada para os professores de matemática, não somente dos anos finais, mas também dos anos iniciais. Entendemos a importância desse trabalho quando realizamos a revisão da literatura existente, e encontramos pesquisas que apontavam para uma dificuldade dos professores em reconhecer os eixos do Campo Multiplicativo e trabalhar situações que dão sentido aos conceitos que pertençam a esse campo.

REFERÊNCIAS

ALVES-MAZZOTTI, A. J. A revisão de literatura em teses e dissertações: meus tipos inesquecíveis. **Cadernos de pesquisa**, Rio de Janeiro,n. 81, 1992.

BALDISSERA, A. Pesquisa-ação: uma metodologia do “conhecer” e do “agir” coletivo**. Sociedade em Debate**,Pelotas, v. 7, n. 2, p. 5-25, 2012.

BARRETO, A. L. O.; REGES, M. A. G.; BATISTA, P. C. S.; BARRETO, M. C. Situações de comparação multiplicativa: o que alunos de 4º e 5º anos do ensino fundamental demonstram saber?**.Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 22, n. 56, p. 230-245, out./dez. 2017.

BECKER, H. S. **Método de pesquisa em Ciências Sociais**. São Paulo: Ucitec, 1993.

BOLDRIN, M. I. **Barrinhas de Cuisenaire:** Introdução à construção dos fatos fundamentais da adição. São Paulo. 2009. Disponível em: https://pedagogiafmu.files.wordpress.com/2010/09/barrinhas-de-cuisenaireintroducao-a-construcao-dos-fatos-fundamentais-da-adicao1.pdf. Acesso em: 15 out. 2019.

BONANNO, A. L. **Um estudo sobre o cálculo operatório no campo multiplicativo com alunos da 5ª série do Ensino Fundamental**. 2007. 129f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

BORBA, M.; ARAÚJO, J. Construindo pesquisas coletivamente em educação matemática. In: BORBA, M.; ARAÚJO, J. (Org). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática.** 5. ed – Belo Horizonte: Autêntica, 2013. p.31-51.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria da Educação Fundamental (1998). **Parâmetros Curriculares Nacionais** – Matemática, v.3. Brasília: MEC/SEF.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (versão final)**. 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf Acesso em: 12 jun. 2019.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988.** Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicaocompilado.htm Acesso em: 10 maio 2019.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. 2013Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=15548-d-c-n-educacao-basica-nova-pdf&Itemid=30192 Acesso em: 10 maio 2019.

BRASIL. **Índice de Desenvolvimento da Educação Básica – IDEB**. Resultados e metas 2017. Disponível em: http://ideb.inep.gov.br/ Acesso em: 12 jun. 2019.

BRASIL. **Lei nº 13.005, de 25 de junho de 2014.** Aprova o Plano Nacional de Educação - PNE e dá outras providências**.** Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2014/lei/l13005.htm Acesso em: 10maio 2019.

BRASIL. **Lei nº. 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as Diretrizes e Bases da educação nacional. Legislação, Brasília, DF, dez. 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm Acesso em: 10 maio 2019.

CARRIJO, M. H. S. O resgate do poder social da Matemática a partir da educação Matemática crítica: uma possibilidade na formação para a cidadania. **Revista Paranaense de Educação Matemática.** v. 3, n. 5, 2014.

CARVALHO JR., G. D.; AGUIAR JR., O. G. Os Campos Conceituais de Vergnaud como ferramenta para o planejamento didático. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v.25, n.2, p.207-227, 2008.

CERQUEIRA, L. C. **Solução de situações de comparação multiplicativa e a criatividade matemática.** Dissertação (Mestrado Programa de Pós-graduação em Educação Matemática) .- Universidade Estadual de Santa Cruz, 2017.

CRUCIOL, D. F.; DA SILVA, E. B. Obstáculos apresentados por alunos do 6º ano do ensino fundamental na resolução de problemas do campo multiplicativo. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**. Anais.** Curitiba, 2013.

CUNHA, M. C**. Uma investigação sobre Multiplicação e Divisão com alunos de 5ª e 7ª séries.** 1997. 153f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.

D’AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática.** Elo entre as tradições e a modernidade. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

D’AMBRÓSIO, U. **Transdisciplinaridade.** São Paulo: Palas Athenas, 1997.

DOMINGUES, K. C. M. O currículo com abordagem Etnomatemática. **Educação Matemática em Revista,** São Paulo, v. 10, n. 14, p. 35-44. Ago. 2003.

EVANGELISTA, O. **Apontamentos para o trabalho com documentos de política educacional**. I Colóquio A Pesquisa em trabalho, educação e Políticas Educacionais. Belém: UFPA, 2009.

GITIRANA, V.; MENDONÇA, T. M.; MAGINA, S.; SPINILLO, A. **Repensando a multiplicação e divisão**: contribuições da teoria dos campos conceituais. 1. ed. São Paulo: PROEM, 2014.

INEP.**Resultados do Saeb 2017.** 2017b. Disponível em: https://medium.com/@inep/resultados-do-saeb-2017-f471ec72168dAcesso em: 20fev2020

INEP. **Resultados finais das escolas no Saeb 2017.** 2017a. Disponível em: http://sistemasprovabrasil.inep.gov.br/provaBrasilResultados/view/boletimDesempenho/boletimDesempenho.seam. Acesso em: 20fev2020

KIMURA, C. F. K. **O jogo como ferramenta no trabalho com números negativos:** um estudo sob a perspectiva da epistemologia genética de Jean Piaget**.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) = Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação**. São Paulo: EPU, 1986.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M.; GITIRANA, V.; NUNES, T. **Repensando adição, subtração**: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: PROEM, 2008.

MAGINA, S.; MERLINI, V. L.; SANTOS, A. A estrutura multiplicativa à luz da Teoria dos Campos Conceituais. In: CASTRO FILHO, J.A. (Org.). **Matemática, Cultura e Tecnologia: perspectivas internacionais**. 1 ed. Curitiba: CRV, 2016, v. 1, p. 65-82.

MAGINA, S.; MERLINI, V. L.; SANTOS, A. A estrutura multiplicativa sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3. 2012, Fortaleza. **Anais...**Fortaleza: Universidade Federal do Ceará,2012. v. 1, p. 1-12,

MAGINA, S.; SANTOS, A.; MERLINI, V. **Comparação multiplicativa**: a força que a expressão exerce na escolha das estratégias de resolução dos estudantes. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - IACME, 13 ed, 2011, Recife. **Anais...**Recife: CIAEM, 2011, p. 1-12.

MAIA, D.L. Análise de estratégias de resolução de problemas multiplicativos como elemento para formação e prática docente. In: SEMINÁRIO DE ESCRITAS E LEITURAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4, 2016a, Natal. **Anais do IV SELEM**. Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2016a, p. 590-607.

MARQUES, C. S. C.; ALMEIDA, L. C. Estratégias de Ensino de Comparação Multiplicativa por meio de situações-problema. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: SBEM, 2016, p. 1-13.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em ensino de ciências**, Porto Alegre, v. 7, n. 1,p. 7-29, (jan./mar. 2002), 2002.

MUNIZ, C. A. Diversidade dos conceitos das operações e suas implicações nas resoluções de classes de situações. In: GUIMARÃES, R. B. (Org). **Reflexões sobre o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização**. Recife: SBEM, 2009, p. 101-118. (Coleção SBEM; v.6).

NUNES, T.; CAMPOS, T.; MAGINA, S.; BRYANT, P. As estruturas multiplicativas: avaliando e promovendo o desenvolvimento dos conceitos de multiplicação e divisão em sala de aula. **Educação Matemática: Números e operações**, Curitiba, v. 1, p. 83-117, 2005.

PACHA, C. K.; MINOTTO, R. Aprendizagem Matemática: solução de um problema de multiplicação do tipo produto de medidas. In: EDUCERE, 2005. Disponível em: http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2005/anaisEvento/documentos/com/TCCI013.pdf. Acesso em: 12 jun. 2019.

PEREIRA, E., F. **Esquemas utilizados por estudantes do 9º ano ao resolver situações da Estrutura Multiplicativa**, Dissertação (MestradoPrograma de Pós-graduação em Educação Matemática) –Universidade Estadual de Santa Cruz, 2015.

PINTO, N. B. **O erro como estratégia didática**: estudo do erro no ensino da matemática elementar. São Paulo: Papirus, 2000.

PISA. **10 questões para professores de matemática...e como o PISA pode ajudar a respondê-las.** Tradução: Thiago Pandim. Rio de Janeiro; IMPA, 2018.

PISA. **Matriz de avaliação de matemática – 2012**. Disponível em: http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/marcos_referenciais/2013/matriz_avaliacao_matematica.pdf Acesso em: 12 jun. 2019.

SANTOS, V. C.; ALMEIDA, I. S.; OLIVEIRA, C. F. S. Estruturas multiplicativas: teoria e prática envolvendo proporção dupla e múltipla. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: SBEM, 2016.

THIOLLENT, M. **Metodologia da Pesquisa-Ação**. São Paulo: Cortez,1985.

VERGNAUD, G. **A Criança, a Matemática e a Realidade.** Tradução de: MORO, M. L. F. Curitiba: Editora UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. A teoria compreensiva da representação da educação matemática, **Jornal de Comportamento Matemática**, Rio de Janeiro, v.17, n.2, p. 167-181, 1999.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN J. (Ed.). **Didáctica das Matemáticas.** (Maria José Figueiredo, trad.). Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-191.

VERGNAUD, G. A. **El niño, las matemáticas y larealidad**: problemas de las matemáticas em laescuela primária.México: Trilhas, 1991.

VERGNAUD, G. A. La théoriedeschampsconceptuels. **RecherchesenDidactique des Mathématiques**. Grenoble, v. 10, n. 23, p. 133-1701 1990.

VERGNAUD, G. A. Multiplicative conceptual field: what and why? In. GUERSHON, H.;CONFREY, J. (Eds.). The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics. Albany, N.Y.: **State University of New York Press**.. p. 41-59, 1994.

VERGNAUD, G. **L'enfant, lamathématique et laréalité**: problèmes de l'enseignementdesmathématiques à l'écoleélémentaire.Bern: P. Lang, 1981.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Ed.). **Acquisition of mathematics:** concepts and processes. New York: Academic Press, 1983.p. 141-161.

Apêndice A - Teste diagnóstico – avaliação inicial e final

1) Marcos tem seis figurinhas e João tem quatro vezes mais figurinhas que Marcos. Quantas figurinhas João tem?

R: ____

2) Ana e Marina colecionam batons. Marina tem 30 batons e Ana tem cinco vezes menos batons que Marina. Quantos batons Ana tem?

R: ____

3) Em um campeonato de futebol, Fábio marcou 4 gols e Lucas marcou 8 gols. Fábio marcou quantas vezes menos gols que Lucas?

R: ____

4) Comprei um tênis por R$84,00 e uma blusa por R$14,00. Quantas vezes o tênis foi mais caro que a blusa?

R: ____

7) Rafael tem doze canetas e seu amigo Rodrigo tem quatro vezes mais canetas. Quantas canetas Rodrigo tem?

R: ______________________________

8) A idade de Eduardo é três vezes maior que a de sua irmã Laís. Eduardo tem 24 anos. Quantos anos Laís tem?

R: ______________________________

9) A lanchonete “Lanche Bom” vende em média 96 lanches por dia, em dias comuns. Aos feriados são vendidos três vezes menos lanches. Quantos lanches são vendidos nos feriados?

R: ______________________________

10) Clara tem quatro vezes mais livros que sua amiga Ísis. Clara tem 20 livros. Quantos livros Ísis tem?

R: ______________________________

11) Júlia comprou um pedaço de tecido com 90 cm e Isabel comprou 15 cm do mesmo tecido. Isabel comprou um pedaço quantas vezes menor que Júlia?

R: ______________________________

12) Flávia juntou 49 selos para uma promoção e seu irmão Carlos só conseguiu juntar 7 selos. Flávia possui quantas vezes mais selos que Carlos?

R: ______________________________

Apêndice B - Atividade 1

Você recebeu um kit com 10 réguas com tamanhos e cores diferentes (branco, preto, amarelo, laranja, rosa, lilás, verde, azul claro, azul escuro e cinza). Observando a diferença entre os tamanhos e as cores, responda as perguntas abaixo.

1) Complete com as cores correspondentes em cada item:

a) a régua cinza tem o dobro do tamanho da régua ________________.

b) a régua preta tem o dobro tamanho da régua ________________.

c) a régua ________________ é cinco vezes menor que a régua azul claro.

d) a régua cinza é quatro vezes menor que a régua ________________.

e) a régua ________________é três vezes maior que a régua amarela.

f) a régua branca é ________________________________ que a régua preta.

g) a régua ________________é quatro vezes menor que a régua verde.

h) a régua rosa é ________________________________ que a régua cinza.

i) a régua laranja é ________________________________ que a régua branca.

2) observe as réguas e marque a opção verdadeira.

a) A régua amarela é (duas vezes maior/duas vezes menor) que a régua rosa.

b) A régua rosa é (duas vezes maior/duas vezes menor) que a régua amarela.

c) A régua (cinza / azul claro) é duas vezes maior que régua preta.

d) A régua (cinza / azul claro) é duas vezes menor que régua laranja.

e) A régua azul escuro é três vezes menor que a régua (amarela / branca).

f) A régua amarela é três vezes menor que a régua (azul escuro / branca).

3) Temos 3 cores que são três vezes maiores que outra. São elas:

a) ________________ é três vezes maior que ________________.

b) ________________ é três vezes maior que ________________.

c) ________________ é três vezes maior que ________________.

AGORA É A SUA VEZ! Crie perguntas e as responda usando as expressões abaixo.

réguaamarela – régua azul claro – régua cinza

4)____

____

Resposta: ________________________________

três vezes maior – duas vezes menor – cinco vezes maior

5)____

____

Resposta: ________________________________

régua verde – régua preta – régua rosa

6)____

____

Resposta: ________________________________

três vezes menor – quatro vezes maior– seis vezes maior

7)____

____

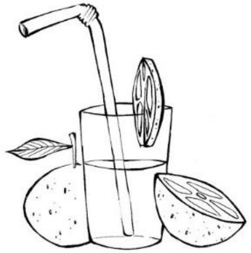
Resposta: ________________________________

Apêndice C - Atividade 2

Limonada da turma 183

Receita:

- 1 copo de suco de limão
- 4 vezes mais copos de água
- Adoçar a gosto



Já preparamos nossa limonada seguindo a receita acima, mas ainda ficaram algumas dúvidas. Pensando na limonada que preparamos no refeitório, como podemos resolver os problemas abaixo?

1) De acordo com a receita, a limonada deve ser adoçada a gosto, ou seja, cada um pode colocar a quantidade de açúcar que preferir. Ana acha que 3 colheres de açúcar é a quantidade suficiente. Já Mila prefere colocar 9 colheres de açúcar na sua receita. A quantidade de açúcar que Mila coloca é quantas vezes maior que a quantidade que Ana utilizou?

Cálculos

Resposta: ________________________________

2) João Pedro quer preparar a limonada na sua casa. Ele utilizou 4 copos de suco de limão. Seguindo a receita, que quantidade de água ele precisa colocar?

Cálculos

Resposta: ________________________________

3) Gabrielle fez a receita logo que chegou em casa. Ela colocou 4 copos de suco de limão.

a) Amanda leu a receita e disse à Gabrielle que era necessário colocar 15 copos de água para a quantidade de suco de limão que foi utilizada. De acordo com a receita, Amanda está certa? Explique com suas palavras.

____
____
____
____
____
____
____

b) Quantos copos de água você acha que Gabrielle precisa colocar?

Cálculos

Resposta: ______________________________

4) Renata resolveu preparar a limonada na sua festa de aniversário. Como são muito convidados, ela precisará aumentar a receita. Se ela colocar 48 copos de água, precisará de quantos copos de suco de limão?

Cálculos

Resposta: ______________________________

5) Rodrigo também fez a receita em casa. Ele colocou 2 copos de suco de limão e 9 copos de água. Ele compreendeu a receita? Explique.

____
____
____
____
____
____
____
____

6) Observe as duas expressões:

A) mais 7 copos de água.

B) 7 vezes mais copos de água.

I) Essas expressões são diferentes. O que elas têm de diferente?

II) Na hora de preparar a receita de limonada, se uma pessoa segue o que está na receita A e outra pessoa segue a receita B, elas irão preparar uma limonada da mesma maneira? Porquê?

III) De acordo com a receita do item A, uma pessoa que coloca 2 copos de suco de limão precisa colocar quantos de água?

Cálculos

Resposta:

E se ela colocar 3 copos de suco de limão?

Cálculos

Resposta:

IV) Se uma pessoa que segue a receita B colocar 2 copos de suco de limão, precisa colocar quantos copos de água?

Cálculos

Resposta:

E se ela colocar 3 copos de suco de limão?

Cálculos

Resposta:

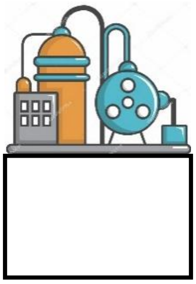
Apêndice D - Atividade 3

1) João foi ao mercado e observou que o pacote de biscoitos custava R$2,00 e o pacote de pão de forma custava **quatro vezes mais** que o biscoito. Quanto João pagou pelo pacote de pão?

Expressão: ________________________

TRANSFORMAÇÃO

PACOTE DE BISCOITO



PÃO DE FORMA

Cálculos:

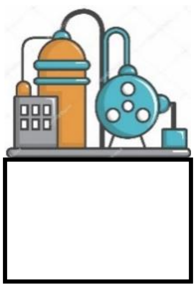
Resposta: ________________

2) Para fazer o percurso de sua casa até a escola, Ana caminha 18 minutos. Quando ela vai à escola de bicicleta, gasta **três vezes menos** tempo. Quanto tempo dura o percurso de Ana quando ela vai à escola de bicicleta?

Expressão: ________________________

TRANSFORMAÇÃO

TEMPO GASTO À PÉ



TEMPO GASTO DE BICICLETA

Cálculos:

Resposta: ________________

Que relação você observou entre a expressão e a operação que você realizou no item 1?

____

____

____

____

E no item 2?

____

____

____

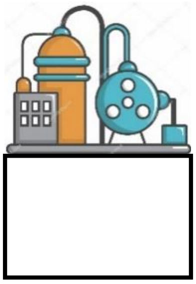
____

3) Um caderno custa R$ 18,00 e uma caneta custa R$ 2,00. O preço do caderno é **quantas vezes maior** que o preço da caneta?

Expressão: ________________________

TRANSFORMAÇÃO

CADERNO



CANETA

Cálculos:

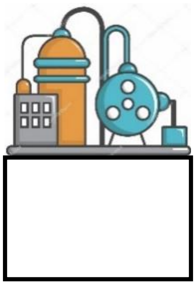
Resposta: _________________

4) Lívia comprou um hambúrguer por R$12,00 e um copo de suco por R$4,00. O suco que ela comprou custou **quantas vezes menos** que o hambúrguer?

Expressão: ________________________

TRANSFORMAÇÃO

SUCO



HAMBÚRGUER

Cálculos:

Resposta: _________________

No item 3 aparece uma palavra que nos dá ideia de multiplicação. Você realizou essa operação? Porque?

____
____
____

No item 4 aparece essa mesma palavra. Você realizou essa operação?

____

Você realizou operações diferentes nas questões 3 e 4? Porque?

____
____
____

5) A praça do centro tem **seis vezes mais** bancos que a praça do bairro. Na praça do centro tem 24 bancos. Quantos bancos tem na praça do bairro?

Expressão: ________________________

TRANSFORMAÇÃO

PRAÇA DO CENTRO

PRAÇA DO BAIRRO

Cálculos:

Resposta___________________

6) Dona Ana vendeu hoje **três vezes menos** trufas que ontem. Se hoje ela vendeu 75 trufas, quantas trufas ela vendeu ontem?

Expressão: ________________________

TRANSFORMAÇÃO

HOJE

ONTEM

Cálculos:

Resposta__________________

No item 5 aparece as palavras "vezes" e "mais". Você realizou alguma operação que se assemelhe a essas palavras? Porque?

____
____
____

No item 6 aparece essa palavra "menos". Essa palavra nos ajuda na hora de resolver o problema? Porque?

____
____
____