



Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia e Ciências

Faculdade de Engenharia

Simone Nascimento de Albuquerque

**Elaboração de mapa de susceptibilidade ao risco geotécnico no
Maciço da Tijuca com utilização de modelo probabilístico**

Rio de Janeiro

2019

Simone Nascimento de Albuquerque

**Elaboração de mapa de susceptibilidade ao risco geotécnico no
Maciço da Tijuca com utilização de modelo probabilístico**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Geotecnia.

Orientadores: Prof. Dr. Marcus Peigas Pacheco
Prof. Dr. Juliano de Lima

Rio de Janeiro

2019

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC/B

A345 Albuquerque, Simone Nascimento de.
Elaboração de mapa de susceptibilidade ao risco geotécnico
no Maciço da Tijuca com utilização de modelo probabilístico /
Simone Nascimento de Albuquerque. – 2019.
140f.

Orientador: Marcus Peigas Pacheco, Juliano de Lima.
Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado do Rio de
Janeiro, Faculdade de Engenharia.

1. Engenharia civil - Teses. 2. Engenharia geotécnica - Teses.
3. Teoria bayesiana de decisão estatística - Teses. 4. Mecânica
do solo - Teses. I. Pacheco, Marcus Peigas. II. Lima, Juliano de.
III. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de
Engenharia. IV. Título.

CDU 624.131

Bibliotecária: Júlia Vieira – CRB7/6022

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial
desta tese, desde que citada a fonte.

Assinatura

Data

Simone Nascimento de Albuquerque

**Elaboração de mapa de susceptibilidade ao risco geotécnico no
Maciço da Tijuca com utilização de modelo probabilístico**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Geotecnia.

Aprovado em 30 de setembro de 2019.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Marcus Peigas Pacheco (Orientador)
Faculdade de Engenharia – UERJ

Prof. Dr. Professor Juliano de Lima (Orientador)
Engenheiro Civil - GEORIO e Professor de Engenharia - CEFET

Prof. Dr. Armando Prestes de Menezes Filho
Faculdade de Engenharia – UERJ

Prof. Dr. Marcos Antonio da Silva
Engenheiro Civil – DSc e Professor de Engenharia - UGB

Rio de Janeiro

2019

AGRADECIMENTOS

Primeiro quero agradecer a Deus, por me dar forças para sempre seguir em frente.

Quero agradecer aos meus pais Maria Tereza e Valter e ao meu irmão Bruno, pelo apoio, incentivo e por nunca me deixarem esmorecer.

Ao meu marido Marcos Lopes pela paciência, compreensão, e por seu amor nesta longa jornada. E à minha anjinha de quatro patas que esteve sempre ao meu lado.

Ao meu orientador Marcus Pacheco, por compartilhar seu conhecimento e visão única de engenharia, sua facilidade em traduzir em números situações práticas de engenharia são admiráveis.

Ao meu orientador e amigo Juliano de Lima, nesse espaço não cabe o quanto sou grata a você, obrigada sempre. Que você continue sendo o profissional de referência para muitas gerações de engenheiros que ainda estão por vir.

Ao Professor Armando Prestes de M. Filho por compartilhar sua sabedoria, você é um exemplo de profissional para mim.

Aos demais professores do PGECIV: Ana Cristina C. F. Sieira, Bernadete R. Danziger, Rogério L. Feijó, Bruno T. Lima e Denise M. S. Gerscovich, aplicarei todos os ensinamentos em minha profissional.

À todos os amigos que fiz durante toda essa jornada, em especial à Fernanda Ignácio e Bruno Vieira, obrigada pelo carinho, tudo ficou mais fácil com vocês.

À todos os engenheiros e geólogos da Fundação GEORIO, mas em especial a Engenheira Úrsula Guerra, que foi praticamente a minha terceira orientadora no decorrer desta pesquisa.

Ao discente de Geologia/Engenharia Fabiano Vasconcelos por todo o suporte com o Arcgis.

Ao Professor Dr Marcos Antonio da Silva por gentilmente aceitar participar da minha banca.

A todos aqueles, que embora não citados nominalmente, contribuíram direta e indiretamente para a execução deste trabalho.

A mente que se abre a uma nova ideia jamais voltará ao seu tamanho original.

Albert Einstein

RESUMO

ALBUQUERQUE, Simone Nascimento. *Elaboração de mapa de susceptibilidade ao risco geotécnico no Maciço da Tijuca com utilização de modelo probabilístico*. 2019. 140f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

Os deslizamentos de encostas são muito frequentes no Rio de Janeiro, principalmente no verão, onde as condições meteorológicas são influenciadas pelo calor e alta umidade do ar, contribuindo para formação de áreas de instabilidade ocasionando chuva forte. Na cidade do Rio de Janeiro o Maciço da Tijuca, Maciço da Pedra Branca e Maciço Gericinó-Mendanha constituem o compartimento de maciços litorâneos, sendo que o Maciço da Tijuca ocupa a posição central do município. Este maciço é formado por uma grande variedade de serras e por morros, alguns com vertentes para a Zona Norte, outras para o centro da cidade, outras em direção ao Oceano Atlântico e outras para a Baixada de Jacarepaguá. Em algumas regiões do Maciço da Tijuca, devido à morfologia, características geológicas, urbanização e a alta densidade populacional ocorrem muitos movimentos de massa que são agravados principalmente em dias de chuva intensa. Neste contexto é necessário ter o conhecimento prévio de onde são as áreas mais afetadas, para que medidas mitigadoras sejam empregadas, e muitas tragédias não voltem a acontecer. Neste trabalho, foram gerados mapas de susceptibilidade ao risco geotécnico utilizando o modelo de atualização bayesiana de probabilidades, a partir da análise de laudos de ocorrências geotécnicas no período de 2010 a 2015 e aplicando a metodologia proposta por Lima (2017), onde todas as ocorrências são classificadas de acordo com a gravidade do movimento de massa associados ao correspondente risco de susceptibilidade. Definidos os valores das probabilidades em cada grupo de pontos, torna-se possível a modelagem dos mapas de com a utilização de ferramenta de interpolação geoestatística do software ArcGIS.

Palavras-chave: Maciço da Tijuca; Teoria bayesiana; Krigagem; Mapas de Susceptibilidade ao Risco Geotécnico.

ABSTRACT

ALBUQUERQUE, Simone Nascimento. *Elaboration of geotechnical risk susceptibility map in Tijuca's Massif using probabilistic model*. 2019. 140f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

The landslides are very common in Rio de Janeiro, especially in summer, where weather conditions are influenced by heat and high humidity, contributing to the formation of areas of instability causing heavy rain. In the city of Rio de Janeiro the Tijuca Massif, Pedra Branca Massif and Gericinó-Mendanha Massif constitute the compartment of coastal massifs, the Tijuca Massif occupies the central position of the municipality. This massif is made up of a wide variety of mountain ranges and hills, some with slopes to the North Zone, others to the city center, others towards the Atlantic Ocean and others to the Jacarepaguá. In some regions of the Tijuca Massif, due to morphology, geological features, urbanization and high population density many mass movements occur that are aggravated mainly in days of heavy rain. In this context it is necessary to have prior knowledge of where the most affected areas, mitigation measures to be employed, and many tragedies don't happen again. In this work, geotechnical risk susceptibility maps were generated using the Bayesian probability update model, from the analysis of reports of geotechnical occurrences in the period of 2010 to 2015 and applying the methodology proposed by Lima (2017), where all occurrences are classified according to with the gravity of mass movement associated with the corresponding susceptibility risk. Probability values defined in each point group, modeling of maps is possible, using the geostatistical interpolation tool of ArcGIS software.

Keywords: Tijuca Massif; Bayesian Theory; Kriging; Geotechnical Risk Susceptibility Maps.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - (A) Deslizamento deixou 119 mortos em Laranjeiras em 1967 (O Globo, 2019), (B) Em Santa Teresa, 40 pessoas foram soterradas na clínica Santa Genoveva Fevereiro de 1988 (Acervo O Globo, 2019), (C) Túneis do Morro Dois Irmãos interditados por deslizamento, em fevereiro de 1996 (Acervo O Globo, 2019) (D) Morro do Vidigal, fevereiro de 1988 (Acervo O Globo, 2019).....	21
Figura 2 - (A) Escorregamento planar de solo em encosta no Morro dos Prazeres (B) Línguas de escorregamento na região do Laboriaux – Rocinha (GEORIO, 2010)	22
Figura 3 - Principais tipos de movimento de massa (A) Queda, (B) Tombamento, (C) Rolamento, (D) Escorregamento Planar, (E) Escorregamento circular, (F) Escorregamento em cunha, (G) Expansão lateral e (H) Corrida de Massa (Adaptado de GEORIO, 2014 e USGS, 2004).....	27
Figura 4 - Diagrama de Venn para a operação união dos eventos A e B (Farias, 2006).....	38
Figura 5 - Diagrama de Venn para a operação interseção dos eventos A e B	38
Figura 6 - Diagrama de Venn para Eventos mutuamente exclusivos $A \cap B = \emptyset$ (Farias, 2006).....	39
Figura 7 - Diagrama de Venn para Eventos complementares (Farias, 2006)	39
Figura 8- Partição do espaço amostral	43
Figura 9 - Partição do espaço amostral, com destaque para o evento B.	44
Figura 10 – Variável aleatória (Correa, 2003).....	48
Figura 11 - Função de distribuição de uma variável aleatória discreta (Lebensztayn e Coletti)	49
Figura 12 - Densidade de uma variável aleatória contínua (Lebensztayn e Coletti) ..	50
Figura 13 - Curva simétrica de uma distribuição (Lopes, 2003)	51
Figura 14 - Curvas assimétricas positivas e negativas de uma distribuição (Lopes, 2003).....	52
Figura 15 - Duas distribuições de probabilidade com médias de mesmo valor e diferentes graus de dispersão (Ermano).....	54
Figura 16 – Modelo Bernoulli (Bressan, 2002)	57

Figura 17 – Função densidade aplicados os parâmetros $n= 5$ e $p=0,1$ (Bressan, 2002)	59
Figura 18 – Função de Probabilidade da distribuição de Poisson (Farias, et al)	60
Figura 19 – Função de distribuição de probabilidade de uma variável aleatória com média μ e desvio padrão σ^2 (Morettin, 2010)	62
Figura 20 – Funções de probabilidade da distribuição Normal (Tucci, 2001)	63
Figura 21 – Trecho da tabela de distribuição normal	65
Figura 22 - Ilustração do cálculo de probabilidades para a $N(0,1)$ (Morettin, 2010)	65
Figura 23-Trecho da tabela de distribuição normal	66
Figura 24 - Ilustração do cálculo de $P2 \leq Z \leq 5$ para a variável aleatória $N(3, 16)$ (Morettin, 2010)	66
Figura 25 - Gráficos da Distribuição $Beta\alpha, \beta$ (Bressan, 2002)	67
Figura 26 – Valores dos parâmetros α e β na distribuição beta (Harr, 1987)	69
Figura 27- Ábaco para obtenção de $\beta^2(1)$ e $\beta(2)$ em função de α e β (Harr, 1987)	70
Figura 28 - Família de curvas de distribuição de probabilidades (Pearson & Hartley, 1972 apud Harr, 1987)	71
Figura 29 - valores de pontos da distribuição Beta (F), para $K=P[x \leq F]$ no intervalo $[0,1]$ necessários ao cálculo de $x(k)=a+F.(b-a)$ de $[0,1]$ (Harr, 1987)	72
Figura 30 - Gráficos da função de densidade de probabilidades da distribuição beta com parâmetros a e b tais que $a = b$, isto é, com formato simétrico em torno da media $1/2$: (a) côncavos para baixo quando $\alpha \geq 1$ e $\beta \geq 1$ e (b) côncavos para cima quando $0 < \alpha < 1$ e $0 < \beta < 1$ (Barros, 2015)	73
Figura 31 - Gráficos da função de densidade de probabilidades da distribuição beta com parâmetros a e b tais que: (a) $\alpha < \beta$ e (b) $\alpha > \beta$ (Barros, 2015)	73
Figura 32 - Distribuição beta (Harr, 1987)	76
Figura 33 – Algumas distribuições do modelo de Atualização Bayseana	76
Figura 34 - Fenômenos espaciais: A) isotrópico e B) anisotrópico (Yamamoto e Landim, 2013)	80
Figura 35 - Relação entre a função variograma e a função covariância (Yamamoto e Landim, 2013)	83
Figura 36 – Esquema básico de uma função semivariograma (Mota, 2008)	84
Figura 37 – Modelo teórico esférico (Lima, 2006)	86
Figura 38 - Modelo teórico Exponencial (Lima, 2006)	86

Figura 39 - Modelo teórico Gaussiano (Lima, 2006).....	87
Figura 40 - Localização do Maciço da Tijuca, Maciço da Pedra Branca e Maciço de Gericinó no município do Rio de Janeiro (Coelho Netto, 2005).....	91
Figura 41 - Localização do Maciço da Tijuca com destaque aos limites do Parque Nacional da Tijuca e o Pico da Tijuca (Dias, 2011).	92
Figura 42 - Mapa hipsométrico do maciço da Tijuca e adjacências.....	93
Figura 43 - Mapa de localização do Parque Nacional da Tijuca (Martinez G., 2014).	94
Figura 44- Perfil geológico ao longo da serra da Carioca (Modificado de Pires et al, 1989 apud Fernandes, 2004).....	95
Figura 45– Subsistemas hidrográficos (Fernandes, 2004)	96
Figura 46 - Mapa da localização da População no Maciço da Tijuca,.....	98
Figura 47 - Mapa de evolução da ocupação por favelas no maciço da Tijuca e adjacências (Fernandes, 2004).	99
Figura 48 – Gráfico do Número de laudos geotécnicos no Maciço da Tijuca entre 2010 e 2015.....	100
Figura 49 – Gráfico com o número de ocorrências geotécnicas no Maciço da Tijuca entre 2010 e 2015.....	102
Figura 50 - Grupos de pontos distribuídos em todo o Maciço da Tijuca	103
Figura 51 – Área Norte do Maciço da Tijuca (parte do Setor 1) e área Oeste Maciço da Tijuca (parte do Setor 2).	104
Figura 52 – Área Nordeste do Maciço da Tijuca (parte do Setor 1), área Oeste Maciço da Tijuca (parte do Setor 2) e Zona Sul do Maciço da Tijuca (Setor 3).....	104
Figura 53 – Gráfico que relaciona a classe de gravidade ao dano no ano de 2010 e o período 2010-2015.	111
Figura 54 – Gráfico que relaciona a classe de gravidade ao dano com as subdivisões em setores.	111
Figura 55 - Mapa de Susceptibilidade ao Risco do Maciço da Tijuca a partir de dados de ocorrência geotécnica	114
Figura 56 - Mapa de Susceptibilidade ao Risco do Maciço da Tijuca a partir de dados de ocorrência geotécnica	115

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Índice Pluviométrico em algumas estações do Rio de Janeiro, (Climatempo, 2019).....	24
Tabela 2 – Classificação dos movimentos de encosta segundo Varnes (1978).....	25
Tabela 3– Características dos principais movimentos de encosta na dinâmica ambiental brasileira (Augusto Filho, 1992).	26
Tabela 4 – Fatores deflagradores dos movimentos de encostas (Varnes, 1978).....	28
Tabela 5 - Termos utilizados na elaboração de mapas de risco (GEORIO, 2014)....	30
Tabela 6- Representação tabular do modelo de Bernoulli	57
Tabela 7 - Modelos teóricos de variograma com patamar (Olea,1999 apud Yamamoto e Landim)	85
Tabela 8 - Critérios para estabelecimento da classe de susceptibilidade ao risco com base na avaliação dos laudos de ocorrências (Lima,2017).....	101
Tabela 9 - Planilha com os valores das probabilidades Pr1, Pr2 e Pr3 para cada ponto de referência no ano de 2010.....	106
Tabela 10 - Planilha com os valores das probabilidade Pr1, Pr2 e Pr3 para cada ponto de referência no período de 2010 a 2015.....	108

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABGE	Associação Brasileira de Geologia de Engenharia
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
B.O.	Boletim de ocorrência
CPRM	Companhia de Pesquisa de Recursos Minerais
DFL	Diretoria de Fiscalização e Licenciamento
ESRI	<i>Environmental Systems Research Institute</i>
GEORIO	Fundação Instituto de Geotécnica
GIS	<i>Geographic Information System</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
IAEG	<i>International Association of Engineering Geology and the Environment</i>
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
INMET	Instituto Nacional de Meteorologia
IPT	Instituto de Pesquisas Tecnológicas de São Paulo
ISDR	<i>International Strategy for Disasters Reduction</i>
ISSMGE	Comitê Técnico da Sociedade Internacional de Mecânica do Solo e Engenharia Geotécnica
IUGS	<i>United States Geological Survey</i>
MUNIC	Pesquisa de Informações Básicas Municipais
NBR	Norma Brasileira
ONU	Organização das Nações Unidas
PNGRRDN	Plano Nacional de Gestão de Riscos e Resposta a Desastres Naturais
PNT	Parque Nacional da Tijuca
PUC-RIO	Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
SIG	Sistema de Informações Geográficas
SIRGAS	Sistema de Referência Geocêntrico das Américas
2000	
SNAPU	Secretaria Nacional de Programas Urbanos
SSHBG	Subsistema Hidrográfico Baía de Guanabara
SSHJ	Subsistema Hidrográfico Jacarepaguá
SSHZS	Subsistema Hidrográfico Zona Sul

UTM

Universal Transversa de Mercator

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Evento A
$P(A)$	Probabilidade de ocorrência do evento A
A^c	Evento complementar de A
Ω	Espaço amostral
\cup	União de eventos
\cap	Interseção de eventos
σ	Desvio-padrão
σ^2	Variância
R	Risco
C	Condição de vulnerabilidade
P	Possibilidade ou probabilidade
V	Vulnerabilidade
$E(X)$	Esperança de uma variável discreta
α	Número de sucessos de um evento atualizados
β	Número de insucessos de um evento atualizados
X	Média (caso discreto)
Md	Mediana
Mo	Moda
μ	Média (caso contínuo)
n	Número de ensaios de Bernoulli
$C(h)$	Covariância
$\gamma(h)$	Função variograma

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	17
1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	20
1.1. GRANDES DESASTRES CARIOCAS	20
1.2. MOVIMENTOS DE MASSA	25
1.2.1. Tipos e Classificação dos movimentos de massa	25
1.2.2. Causa dos movimentos de massa	28
1.3. MAPAS DE SUSCEPTIBILIDADE	29
1.3.1. Conceitos adotados	30
1.3.2. Métodos de Mapeamentos	33
1.3.3. Levantamentos expeditos e laudo de vistoria	34
1.3.4. Sistema de Informações Geográficas - SIG	35
2. PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA	37
2.1. FUNDAMENTOS DE PROBABILIDADE	37
2.1.1. Alguns conceitos sobre a teoria dos conjuntos	37
2.1.2. Definição de Probabilidade	39
2.1.3. Probabilidade da União de Eventos	40
2.1.4. Probabilidade Condicional e Independência	41
2.1.5. Partição do espaço amostral e Teorema da Probabilidade Total	43
2.1.6. Teorema da Bayes	44
2.2. VARIÁVEIS ALEATÓRIAS – MODELOS PROBABILÍSTICOS	48
2.2.1. Conceito de variável aleatória	48
2.2.2. Função discreta de probabilidade	49
2.2.3. Função acumulada de probabilidade de uma variável aleatória discreta	49
2.2.4. Função contínua de probabilidade	49
2.2.5. Medidas de posição para variáveis aleatórias	50
2.2.6. Esperança	52
2.2.7. Variância, Desvio Padrão e outras medidas de dispersão	53
2.2.8. PRINCIPAIS MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO	56
2.2.8.1. Modelo Bernoulli	57
2.2.8.2. Modelo Binomial	58

2.2.8.3. Modelo Poisson	59
2.2.8.4. Modelo Normal	61
2.2.8.5. Distribuição Beta	66
2.2.8.6. Modelo de Atualização Bayseana.....	74
3.0 GEOESTATÍSTICA	77
3.1. Inferência Espacial	77
3.2. Variáveis aleatórias e regionalizadas	78
3.3. Hipóteses de Estacionaridade.....	78
3.4. Variograma.....	82
3.5. Modelos de variograma teórico.....	83
3.6. Krigagem	87
4. ÁREA DE ESTUDO: MACIÇO DA TIJUCA	91
4.1. Localização e Aspectos Gerais	91
4.2. Morfologia	92
4.3. Vegetação e o Parque Nacional da Tijuca	94
4.4. Geologia e Morfologia do Maciço da Tijuca	95
4.5. Os três grandes subsistemas hidrográficos.....	95
4.6. Ocupação das encostas no Maciço da Tijuca.....	97
5. MODELAGEM DO MAPA DE SUSCEPTIBILIDADE AO RISCO NO MACIÇO DA TIJUCA	100
5.1. Critérios Iniciais.....	100
5.2. Classificação do risco geotécnico	101
5.3. Distribuição espacial das ocorrências	103
5.4. Cálculo das probabilidades de danos associados as ocorrências geotécnicas.....	105
5.5. Mapas de Susceptibilidade ao Risco a partir das probabilidades calculadas	112
6. CONCLUSÕES.....	117
REFERÊNCIAS.....	120
APÊNDICE A - Informações referentes à cada ocorrência geotécnica: Setor, grupo de pontos, localização geográfica, nº do laudo e ano da ocorrência	129
ANEXO A - Folha 1 de Fichas de Campo adotadas pela GEORIO	136
ANEXO B - Folha 2 de Fichas de Campo adotadas pela GEORIO	137
ANEXO C - Laudo de vistoria adotado pela Defesa Civil Municipal	138

ANEXO D - Tabela da normal padrão $Z \sim N(0; 1)$ valores de $p = P(0 \leq Z \leq z)$.

139

ANEXO E - Tabela da distribuição acumulada da normal padrão $Z \sim N(0; 1)$

valores de $p = \Phi z = P(Z \leq z)$ 140

INTRODUÇÃO

A expansão populacional da cidade do Rio de Janeiro fez com que parte da população começasse a ocupar trechos do Maciço da Tijuca a partir do século IX. Já no século XX, principalmente na segunda metade, houve grande proliferação de habitações mais pobres na forma de favelas e outras ocupações formais que circundam este maciço, resultando no quadro de forte pressão urbana em que se encontra atualmente (Fernandes,1998). O Maciço da Tijuca é uma região de grande importância na urbanização carioca por se localizar na área central da cidade.

O Maciço da Tijuca destaca-se ainda por outras características sejam elas fisiográficas (distintas em algumas vertentes), e por várias atividades antrópicas como desmatamento, cortes, aterros, linhas de transmissão, revestimento dos solos por conjuntos arquitetônicos, pavimentação por vias asfálticas e ocupação de suas encostas (Temoteo,1993). Tais atividades associadas as chuvas intensas, muitas vezes, têm efeito catastrófico sobre as encostas do maciço pois muitas regiões são áreas densamente ocupadas, em especial quando a população se dirige às partes mais elevadas e mais íngremes das encostas, os efeitos são quase sempre desastrosos, causando mortes durante esses fortes temporais (Mazur e Pontes, 2013). Para que os danos causados pelas chuvas não sejam devastadores a Fundação GEORIO realiza o mapeamento de áreas de suscetibilidade a escorregamentos assim como as informações necessárias e detalhadas para a execução das obras de mitigação de riscos geotécnicos.

A principal vantagem na utilização de mapas de suscetibilidade está na avaliação das áreas de risco selecionadas, abrangendo o levantamento de dados sobre o meio físico e de desastres anteriormente ocorridos nas áreas, assim com o mapa fica mais fácil identificar áreas em que a ocupação é indevida, evitando inúmeros acidentes.

Nesta dissertação será utilizado o método de mapeamento estatístico. Segundo Amaral Junior (2007) a principal vantagem deste método é a minimização da subjetividade na análise da predisponência ao desenvolvimento dos processos geodinâmicos. A eficácia deste método depende diretamente da qualidade e quantidade dos dados disponíveis e adquiridos. Desta forma, todos os dados utilizados nesta dissertação são oriundos de ocorrências geotécnicas, em que os

técnicos da GEORIO identificaram evidências de processos de instabilidade nas encostas, os fatores condicionantes desses processos, e indícios do desenvolvimento de novos processos de instabilização.

A proposta desta dissertação é a implementação de conceitos de probabilidade e estatística, aplicados a ocorrências geotécnicas no ano de 2010 e no período de 2010 a 2015, para a obtenção de mapas de suscetibilidade ao Risco Geotécnico.

Objetivos

Objetivos Geral: A presente dissertação tem como finalidade a obtenção do mapa de suscetibilidade ao Risco Geotécnico no Maciço da Tijuca com atualização bayesiana de probabilidades e estimativas geoestatísticas para interpolação espacial de dados, com base em laudos técnicos elaborados pela GEORIO em diversas ocorrências de deslizamentos ou queda de blocos no Maciço da Tijuca.

Objetivos Específicos:

- i. Elaborar uma planilha relacionando o número de ocorrências com as correspondentes coordenadas cartesianas.
- ii. Analisar na planilha qual dos três grandes subsistemas hidrográficos pertencia cada uma das ocorrências/pontos, separando-os características em comum.
- iii. Aplicar a metodologia proposta por Lima (2017), para obter as probabilidades em cada grupo de pontos.
- iv. Elaboração de dois capítulos teóricos um sobre Probabilidade e estatística e outro sobre Geoestatística.
- v. Implantação da planilha no programa ArcGIS, gerando, posteriormente, mapas de suscetibilidade ao risco geotécnico no ano de 2010 e outro atualizado 2010-2015.

Estrutura da dissertação

A presente dissertação é composta por seis capítulos, apresentando-se neste capítulo inicial a introdução ao tema e os objetivos (geral e específicos) da pesquisa desenvolvida e descrição dos capítulos.

No capítulo 1 será apresentada uma revisão bibliográfica sucinta, onde serão lembrados os grandes desastres cariocas em decorrência do alto índice pluviométrico, assim como os tipos de movimento de massa e suas causas. Para o melhor entendimento do trabalho também serão abordados alguns conceitos adotados na confecção de mapas e o software utilizado.

No capítulo 2 serão apresentados os conceitos básicos de probabilidade e estatística, dando maior ênfase ao Teorema de Bayes e Distribuição Beta, pois esses conceitos culminam no Modelo de Atualização Bayesiana, que é um dos pontos essenciais do método aplicado nessa dissertação.

No capítulo 3 serão apresentados os conceitos básicos de Geoestatística.

No capítulo 4 é apresentado o local em estudo com seus condicionantes físicos e principais características.

No capítulo 5 será apresentado o critério de classificação do risco geotécnico, proposto por Lima (2017) resultando no Mapa de susceptibilidade ao risco no Maciço da Tijuca, assim como algumas observações quanto às ocorrências geotécnicas no local de pesquisa.

No capítulo 6 apresenta-se a conclusão do trabalho, além de algumas propostas para trabalhos futuros.

Após a apresentação dos capítulos principais seguem as Referências Bibliográficas e os Anexos.

1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

De acordo com dados da Organização das Nações Unidas (ONU) de 1993, um dos fenômenos naturais que mais causam prejuízos financeiros e óbitos no mundo são os movimentos de massa. Segundo a Pesquisa de Informações Básicas Municipais (MUNIC), feita pelo IBGE em 2002 e publicada em 2005, cerca de 50% dos municípios brasileiros já sofreram com algum desastre onde em 16% destes, ocorreram movimentos de massa. Devido as suas características climáticas e geomorfológicas, a Cidade do Rio de Janeiro é muito suscetível a ocorrências geológico-geotécnicas, principalmente em áreas de encosta (GEORIO, 2016).

Na última década, o Estado do Rio de Janeiro foi atingido por grandes escorregamentos de massa que causaram a perda de bens materiais, assim como a perda de vidas humanas. As condições geomorfológicas particularmente adversas do Rio de Janeiro (orografia muito complexa e ocorrência de intensas precipitações em períodos curtos) associadas ao desmatamento e a ocupação desordenada em áreas com alta susceptibilidade ao deslizamento proporcionam frequentes escorregamentos catastróficos.

1.1. GRANDES DESASTRES CARIOCAS

A chuva é um dos maiores elementos deflagradores de escorregamentos na cidade do Rio de Janeiro. A chuva é associada por diversos autores como principal causa de ruptura de taludes. É possível verificar que há uma intrínseca relação entre os grandes eventos pluviométricos e as ocorrências geotécnicas ocorridas no mesmo período, na cidade do Rio de Janeiro.

Dentre os grandes eventos pluviométricos amplamente estudados, estão as chuvas de jan/66, fev/67, fev/88, fev/96 e abril/10. Em 1966, foi uma das maiores tragédias em decorrência das fortes chuvas, deslizamentos e enchentes deixaram 250 pessoas mortas e mais de 50 mil ficaram desabrigadas. As chuvas transbordaram rios e alagaram a cidade durante cinco dias de temporal. No ano seguinte (1967), o deslizamento de uma encosta causado pela chuva destruiu uma casa e dois prédios, provocando a morte de 119 pessoas, em Laranjeiras, Zona Sul.

Em 1988, muitos deslizamentos foram registrados, a enchente alagou bairros inteiros e causou caos na capital deixando mais de 300 mortos em duas semanas. Em 1996 uma nova tragédia, as tempestades causaram deslizamentos e alagamentos que mataram 200 pessoas e deixaram mais de 30 mil desabrigados (O Globo, 2019). Na Figura 1, é possível observar alguns dos deslizamentos devidos as fortes chuvas.

(A)



(B)



(C)



Figura 1 - (A) Deslizamento deixou 119 mortos em Laranjeiras em 1967 (O Globo, 2019), (B) Em Santa Teresa, 40 pessoas foram soterradas na clínica Santa Geneveva Fevereiro de 1988 (Acervo O Globo, 2019), (C) Túneis do Morro Dois Irmãos interditados por deslizamento, em fevereiro de 1996 (Acervo O Globo, 2019) (D) Morro do Vidigal, fevereiro de 1988 (Acervo O Globo, 2019)

As chuvas de 2010

No início da noite do dia 5 de abril a cidade do Rio de Janeiro parou. Muitas pessoas não conseguiram voltar para suas casas após o dia de trabalho porque a Avenida Brasil, principal ligação do centro com as zonas norte e oeste do Rio de Janeiro ficou com vários bolsões d'água. Os bombeiros chegaram a usar botes salva-vidas para resgatar pessoas que ficaram presas com o transbordamento do Rio Maracanã, a cidade ficou em estado de alerta máximo. A recomendação da prefeitura foi que as pessoas evitassem ao máximo sair de suas casas. As aulas foram suspensas nas escolas publicas e na maioria das escolas particulares. Foi dado ponto facultativo em muitas instituições.

De acordo com o Corpo de Bombeiros, na capital foram registradas 55 mortes. Em Niterói, na Região Metropolitana, foram 107. São Gonçalo teve 16 vítimas fatais. Outras mortes foram registradas nos municípios de Nilópolis e Magé, na Baixada Fluminense, Petrópolis, na Região Serrana, e em Paracambi (G1, 2010). A Figura 2 mostra dois grandes escorregamentos devido às chuvas de 2010.

(A)



(B)

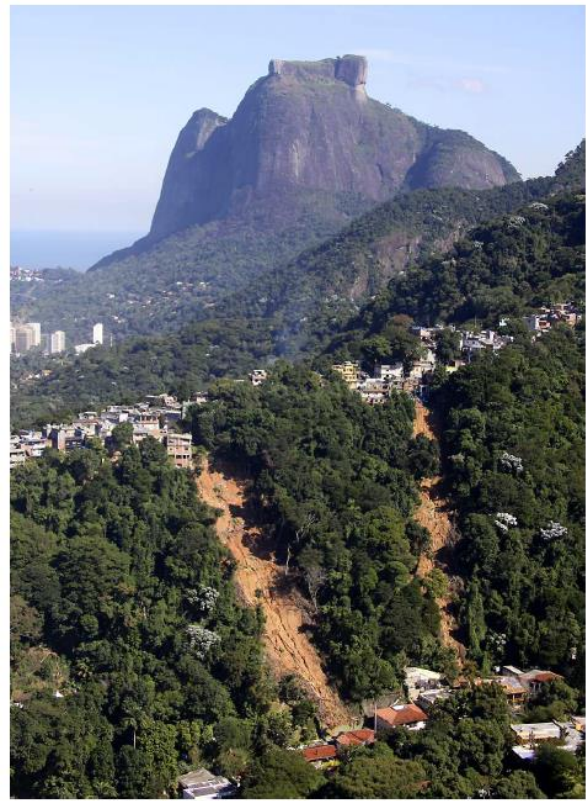


Figura 2 - (A) Escorregamento planar de solo em encosta no Morro dos Prazeres

(B) Línguas de escorregamento na região do Laboriaux – Rocinha (GEORIO, 2010)

De acordo com o Instituto Nacional de Meteorologia (INMET), os dados indicam que a quantidade foi a mais elevada desde 1962, há 48 anos, quando foi registrado o maior volume em único dia pela série histórica - a medição é feita desde 1917. Já segundo a prefeitura do Rio, o volume registrado bateu o das chuvas de 1966, há 44 anos, quando tempestades também causaram estragos no município (G1, 2010).

Segundo a GEORIO (2010), analisando todas as ocorrências geotécnicas daquele ano, 75,8% foram relacionados ao evento chuvoso de abril de 2010.

Como decorrência das chuvas intensas de 2010, foram instaladas sirenes de alerta para risco de deslizamento de terra em várias comunidades da cidade.

Em entrevista ao G1, O engenheiro civil Alberto Sayão, da PUC-Rio, explica que grandes deslizamentos ocorrem periodicamente no Rio de Janeiro. “O Rio tem condições de topografia, geologia e clima que são favoráveis a esse tipo de coisa. Então a cada dez ou quinze anos mais ou menos nós temos uma ocorrência dessas. Tivemos em 1966 e 1967, depois 1988, daí 1996 e agora”, explica. “Dizer que é inesperado é impossível” (G1, 2010).

As chuvas de 2019

Na noite do dia 8 de abril de 2019, a cidade do Rio de Janeiro viveu mais um dramático evento meteorológico recebendo um volume de chuva extremo, que não se observa com frequência. Mais uma vez a capital fluminense ficou debaixo d'água. Ruas viraram rios. Pessoas ilhadas, carros quase submersos ou sendo levados sem controle pelas ruas por causa da forte correnteza que se formou pelas ruas. (Climatempo, 2019). Dez pessoas morreram em consequência da chuva intensa.

Em 4 horas choveu de 100 mm a 200 mm em vários bairros, superando a média local para o mês de abril. Segundo informações do Instituto Climatempo e do Alerta Rio, na Rocinha, por exemplo, o volume de chuva em 24 horas chegou 343,4 milímetros. A maior marca registrada anteriormente era de 304,6 milímetros, no início de abril de 2010 (G1, 2019). A

Tabela 1, mostra quanto choveu na cidade do Rio em 4 horas, entre 18h15 e 22h15, pela medição do Alerta Rio - Prefeitura do Rio de Janeiro. As lacunas coloridas indicam que a chuva já superou a média local para abril. Entre 21 horas e 22 horas a chuva voltou a se intensificar em áreas da zona sul e da zona oeste. Os

volumes entre 50 mm e 70 mm em apenas 1 hora são considerados muito elevados (Climatempo, 2019).

Tabela 1 - Índice Pluviométrico em algumas estações do Rio de Janeiro, (Climatempo, 2019)

CHUVA EXTREMA NA CIDADE DO RIO DE JANEIRO 8 DE ABRIL DE 2019				
Local	Chuva em 1h - entre 21h15 e 22h15 (mm)	Chuva em 4h - entre 18h15 e 22h15 (mm)	Média abril (mm)	% da média
Barra/Barrinha	57,6	212,0	120,1	177
Copacabana	58,2	168,4	112,2	150
Rocinha	18,8	164,0	149,7	110
Alto da Boa Vista	15,0	163,2	193,8	84
Barra/Riocentro	37,2	159,4	99,7	160
Jardim Botânico	8,4	149,6	136,0	110
Jacarepaguá/Cidade de Deus	24,2	143,8	95,6	150
Urca	65,4	143,0	85,3	168
Vidigal	13,4	132,6	122,6	108
Recreio dos Bandeirantes	34,8	110,8	95,2	116
Laranjeiras	49,0	99,4	135,0	74
Tijuca	15,4	90,4	163,9	55
Tijuca/Muda	5,0	88,4	169,9	52
Campo Grande	70,8	84,0	97,0	87

Fonte: Alerta Rio – Prefeitura do Rio de Janeiro CLIMATEMPO

Caputo (1978) destaca que muitas vezes as causas de um escorregamento podem ser o aumento de peso do talude (incluindo as cargas aplicadas) e a diminuição da resistência ao cisalhamento do material. A concomitância desses fatores nas estações chuvosas ou pouco depois, onde a saturação aumenta o peso específico do material e o excesso de umidade reduz a resistência ao cisalhamento pelo aumento da pressão neutra, explica a ocorrência da maioria dos escorregamentos nos períodos de grandes precipitações pluviométrica.

1.2. MOVIMENTOS DE MASSA

Os movimentos de massa são fenômenos naturais que ocorrem frequentemente em diferentes intensidades, tanto em encostas naturais (bem florestadas) como em encostas que já foram alteradas pela ação do homem. Apesar de bastante estudados, os movimentos de massa podem se apresentar de difícil previsão de ocorrência (Guerra, 2015). Em determinadas circunstâncias, uma parte do material de um talude pode desarticular-se em relação ao maciço restante, provocando o processo denominado de movimento de massa que ocorre ao longo de uma determinada superfície denominada superfície de ruptura (Gomes, 2000). Os movimentos de massa podem evoluir de maneira muito lenta ou muito rápida, levando a eventos catastróficos.

1.2.1. Tipos e Classificação dos movimentos de massa

A classificação de Varnes (1978), vista na Tabela 2, se tornou referência para muitos pesquisadores ao redor do mundo, sendo ela a considerada oficial pela International Association of Engineering Geology and the Environment - IAEG. Trata-se de um sistema simples em que cada movimento é classificado por meio da utilização de dois termos. O primeiro caracteriza a cinemática, ou seja, o modo como se processa o movimento da deslocada, enquanto o segundo identifica os materiais geológicos envolvidos no fenômeno.

Tabela 2 – Classificação dos movimentos de encosta segundo Varnes (1978)

Tipo de movimento			Tipo de material		
			Rocha	Solos (engenharia)	
				Grosso	Fino
Quedas			De rocha	De detritos	De terra
Tombamento			De rocha	De detritos	De terra
Escorregamento	Rotacional	Poucas unidades	Abatimento de rocha	Abatimento de detritos	Abatimento de terra
	Translacional	Muitas Unidades	De blocos rochosos De Rocha	De blocos de detritos De detritos	De blocos de terra De terra
Expansões laterais			De rocha	De detritos	De terra
Corridas/Escoamento			De rocha (rastejo profundo)	De detritos	De terra
				(Rastejo de solo)	
Complexo: Combinação de dois ou mais tipo principais de movimento					

No Brasil, a classificação proposta por Augusto Filho (1992), apresentada na Tabela 3, é um referencial para elaboração de mapas de risco. Ela apresenta os principais movimentos de massa na dinâmica ambiental brasileira, e suas características, como materiais, velocidade e geometria mobilizada.

Tabela 3– Características dos principais movimentos de encosta na dinâmica ambiental brasileira (Augusto Filho, 1992).

Tipo de movimento	Características do movimento, material e geometria.
Quedas	Sem planos de deslocamento Movimentos tipo queda livre ou em plano inclinado Velocidades muito altas (vários m/s) Material rochoso Pequenos a médios volumes Geometria variável: lascas, placas, blocos, etc. Rolamento de matacão Tombamento
Escorregamentos	Poucos planos de deslocamento (externos) Velocidades médias (m/h) a altas (m/s) Pequenos a grandes volumes de material. Geometria e materiais variáveis Planares – solos pouco espessos, solo e rochas com um plano de fraqueza Circulares – solos espessos homogêneos e rochas muito fraturadas Em cunha – solos e rochas com dois planos de fraqueza
Rastejos ou Fluência	Vários planos de deslocamento (internos) Velocidades muito baixas (cm/ano) a baixas e decrescentes com a profundidade Movimentos constantes, sazonais ou intermitentes Solo, depósitos, rocha alterada/fraturada Geometria indefinida
Corridas	Muitas superfícies de deslocamento (internas e externas à massa em movimentação) Movimento semelhante ao de um líquido viscoso Desenvolvimento ao longo das drenagens Velocidades médias a altas Mobilização de solo, rocha, detritos e água Grandes volumes de material Extenso raio de alcance, mesmo em áreas planas

Alguns dos principais movimentos de massa descritos anteriormente nas tabelas 2 e 3, podem ser vistos na Figura 3.

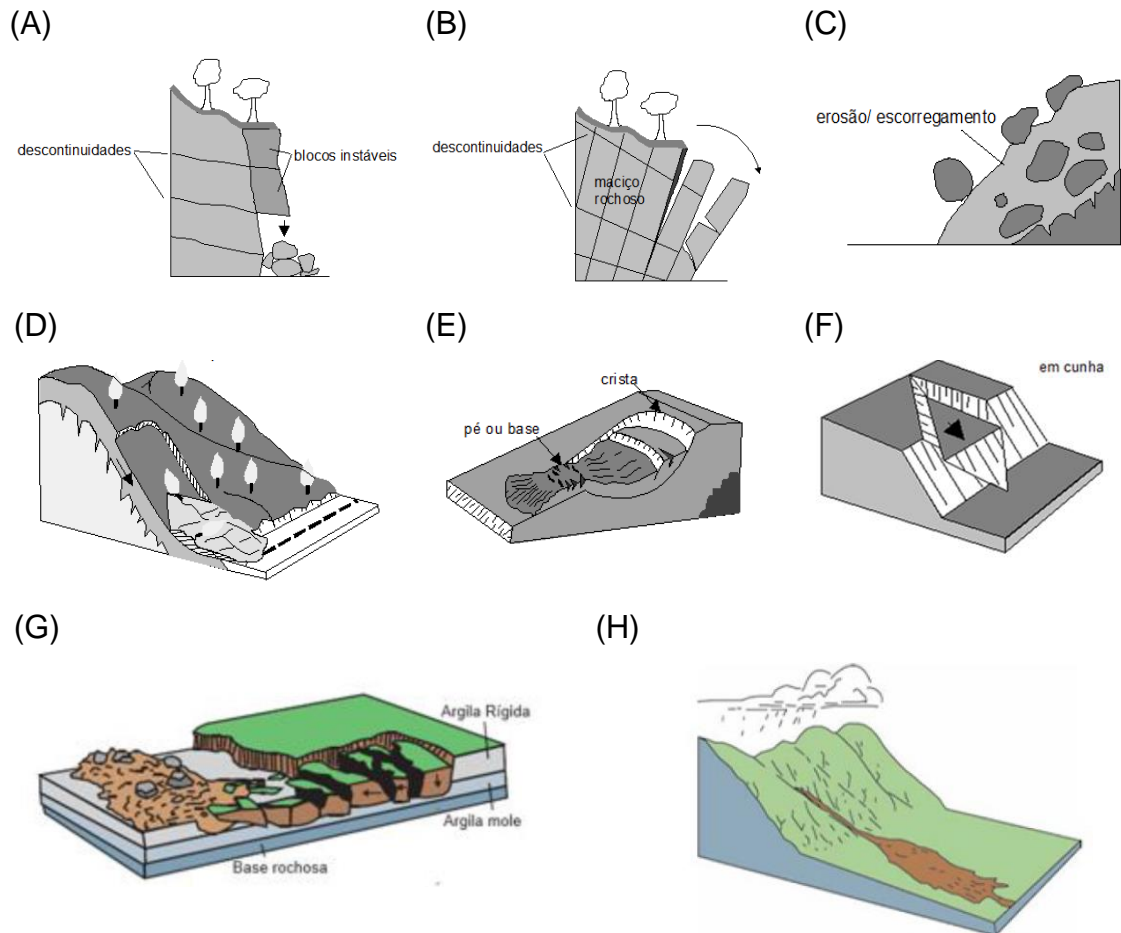


Figura 3 - Principais tipos de movimento de massa (A) Queda, (B) Tombamento, (C) Rolamento, (D) Escorregamento Planar, (E) Escorregamento circular, (F) Escorregamento em cunha, (G) Expansão lateral e (H) Corrida de Massa (Adaptado de GEORIO, 2014 e USGS, 2004)

1.2.2. Causa dos movimentos de massa

A dinâmica dos processos que ocorrem na instabilização de uma encosta é muito complexa. Mesmo assim, algumas causas influem mais diretamente do que outras, e conhecê-las é de grande importância, já que permitem o melhor entendimento dos movimentos de massa, como prevê-los, evitá-los ou se prevenir dos mesmos (Conti, 2012). A Tabela 4 apresenta de forma resumida quais são os principais fatores dos movimentos de massa.

Tabela 4 – Fatores deflagradores dos movimentos de encostas (Varnes, 1978).

Ação	Fatores	Fenômenos geológicos/antrópicos
Aumento da solicitação	Remoção de massa (lateral ou da base)	*Erosão, escorregamentos *Cortes
	Sobrecarga	*Peso da água de chuva *Depósito de material *Peso da vegetação *Construção de estruturas, aterros, etc.
	Solicitações dinâmicas	*Terremotos, ondas, etc. *Explosões, tráfego, sismos induzidos
	Pressões laterais	*Água em trincas, congelamento, material expansivo
Redução da resistência	Características inerentes ao material (textura, geometria, estruturas, etc.)	*Características geomecânicas do material, tensões iniciais
	Mudanças ou fatores variáveis	*Redução da coesão, ângulo de atrito *Elevação do nível d'água *Aumento da umidade/Redução da sucção

A partir de informações geradas em mapeamentos geológico-geotécnicos no Rio de Janeiro, alguns itens que devem ser considerados nos estudos de instabilidade e deflagração de acidentes:

1. Distribuição e espessura dos solos e dos materiais antrópicos (ex.:lixo).
2. Compartimentação e grau de fraturamento dos maciços rochosos.
3. Hidrologia das encostas.
4. Características texturais, granulométricas, mineralógicas e estruturais dos perfis de alteração das rochas e depósitos de vertente.

1.3. MAPAS DE SUSCEPTIBILIDADE

A elaboração de mapas de suscetibilidade é prevista no Plano Nacional de Gestão de Riscos e Resposta a Desastres Naturais (PNGRRDN), lançado em agosto de 2012 (BRASIL, 2013). O objeto do PNGRRDN compreende o conjunto de municípios incluídos no cadastro nacional estabelecido, inicialmente com 821 municípios. Na sequência, outros municípios incluídos no cadastro nacional também deverão ser objeto de mapeamento (IPT, 2014).

No Rio de Janeiro, tem-se empregado a cartografia geotécnica, representada pelas cartas de suscetibilidade, cartas geológico/geotécnicas ou geotécnicas propriamente ditas e cartas de risco como instrumento eficaz e de baixo custo para orientar as medidas preventivas e corretivas concernentes aos escorregamentos e administrar a ocupação e uso do solo em áreas de risco potencial (GEORIO, 2014).

A premissa para a realização do mapeamento de áreas suscetíveis compreende a necessidade de elaboração de um modelo básico aplicável em nível nacional, com as adaptações necessárias a cada região, bem como em condições de propiciar a comparabilidade entre os municípios mapeados, de modo a subsidiar a formulação e implantação de políticas públicas municipais, estaduais e federais voltadas à prevenção de desastres naturais (IPT, 2014).

Lima (2017) caracteriza Mapas de Susceptibilidade a Escorregamentos como sendo a representação gráfica que apresenta e classifica áreas onde existe a possibilidade de movimentos de massa encosta abaixo, com energia que dependerá, entre outros fatores, da inclinação do talude sobre o qual o deslocamento de solo e/ou rocha irá se desenvolver. Já os Mapas de Risco representam conceito mais amplo: apresentam e classificam também de forma ilustrativa através de manchas, ora denominadas de “shapes”, áreas consideradas, segundo avaliação de geólogos e engenheiros geotécnicos, de risco geralmente classificados como alto, médio e baixo. Esses riscos consideram principalmente a possibilidade de perdas humanas, e devem ser mitigados seja através da execução de intervenções de engenharia, construindo obras de estabilização, seja através da remoção total ou parcial de moradias na área de alcance do movimento de massa.

1.3.1. Conceitos adotados

Embora as últimas décadas tenham assistido a um crescente avanço técnico-científico em relação à área de conhecimentos sobre riscos naturais, a terminologia usualmente empregada pelos profissionais que atuam com o tema ainda encontra muita variação em sua definição. As definições descritas na Tabela 5 são baseadas em IUGS (1997) com algumas modificações em relação a detalhes baseadas em definições internacionalmente adotadas, preparadas pelo Comitê Técnico da Sociedade Internacional de Mecânica do Solo e Engenharia Geotécnica (ISSMGE).

Tabela 5 - Termos utilizados na elaboração de mapas de risco (GEORIO, 2014)

Termo	Definição
Deslizamento	O movimento da massa de rochas, cascalhos ou terra (solo) que desliza em uma encosta.
Inventário de deslizamento	Um inventário do local, classificação, volume, atividade, data de ocorrência e outras características de um deslizamento em uma área
Susceptibilidade de deslizamento	Uma análise quantitativa ou qualitativa da classificação, volume (ou área) e distribuição espacial de deslizamentos que existem ou podem ocorrer em uma área. A susceptibilidade também pode incluir uma descrição da velocidade e intensidade do deslizamento existente ou em potencial. Embora seja esperado que deslizamentos ocorrerão com mais frequência em áreas mais suscetíveis, na análise de susceptibilidade o período de tempo não é levado em conta. A susceptibilidade de deslizamento inclui deslizamentos cuja origem é em sua própria área ou fora de sua área, mas pode se mover para ou regressar à área de origem.
Perigo	Uma condição com o potencial de causar uma consequência indesejável. A descrição de um perigo de deslizamento deve incluir o local, volume (ou área), classificação e velocidade dos deslizamentos em potencial e materiais destes resultantes, e a probabilidade de sua ocorrência dentro de um período de tempo determinado.
Vulnerabilidade	O grau de perda para um dado elemento ou grupo de elementos dentro da área afetada pelo deslizamento. É expressa numa escala de zero (sem perda) até um (perda total). Para propriedades, a perda será o valor do dano relativo ao valor da propriedade; para pessoas, será a probabilidade de uma vida em particular (elemento em risco) ser perdida, dado que a pessoa seja afetada pelo deslizamento.
Elementos em risco	A população, prédios e construções, atividades econômicas, serviços públicos, outros tipos de infra-estrutura e valores do meio ambiente na área que é potencialmente afetada pelo perigo do deslizamento.

Termo	Definição
Risco	Uma medida da probabilidade e severidade de um efeito adverso à saúde, propriedade ou meio ambiente. O risco é frequentemente estimado pelo produto da probabilidade de um fenômeno de uma dada magnitude multiplicado por suas consequências. No entanto, uma interpretação mais geral de risco envolve uma comparação da probabilidade e consequências numa forma que não calcule o produto. Para Análise Quantitativa de Risco o uso da intensidade do deslizamento é recomendado.
Zoneamento	A divisão do solo entre áreas homogêneas ou domínios e sua classificação de acordo com graus de susceptibilidade de deslizamentos reais ou em potencial, perigo ou risco ou aplicabilidade de certas regulamentações ligadas ao perigo.

É importante ressaltar que o uso das palavras “deslizamento” ou “escorregamento” se referem tanto a deslizamentos existentes (ou deslizamentos conhecidos) quanto a deslizamentos em potencial, os quais um profissional do ramo pode prever baseado na geologia, geometria da encosta, comportamento geotécnico e os processos geomorfológicos atuantes. A probabilidade de ocorrência de tais deslizamentos em potencial pode variar.

Muitas vezes o termo mapa de risco é usado de maneira inadequada quando, na verdade, o objeto de estudo seria mapas de suscetibilidade. Assim, de forma mais detalhada, esses dois termos serão melhores definidos abaixo.

Suscetibilidade

Suscetibilidade é a medida da predisposição natural que uma área ou região tem de sofrer um processo perigoso devido às suas condições intrínsecas. Para Pfaltzgraff (2007), a suscetibilidade pode ser diferenciada em natural e induzida. Assim a suscetibilidade natural serve como ferramenta para planejamento da ocupação de áreas ainda livres e apresenta, portanto, um caráter eminentemente preventivo. A suscetibilidade induzida, por outro lado, é determinada para áreas já urbanizadas, onde as atividades humanas alteraram extensivamente o terreno e, conseqüentemente, a suscetibilidade natural.

Brito (2014) destaca que a avaliação da suscetibilidade é essencial para o planejamento territorial, pois a partir da mesma é possível ponderar as vantagens e desvantagens da ocupação de diferentes áreas e identificar o tipo de ocupação mais

apropriado às condições de cada uma. Além disso, a suscetibilidade constitui-se no primeiro passo para a avaliação de risco, indicando os locais onde devem ser realizados mapeamentos mais detalhados. Dessa forma, ela geralmente é determinada em estágios preliminares do planejamento do uso do solo, o que, de acordo com Fell et al. (2008), permite reduzir custos pela limitação do mapeamento de risco apenas nos locais indicados como prioritários.

Risco

O conceito de Risco está atrelado a potenciais perdas, seja de vidas, do meio ambiente, da qualidade de vida, em bens e serviços que podem ocorrer devido a um processo perigoso em um período específico de tempo no futuro. Sua medida pode ser quantitativa ou qualitativa. Tominaga (2012) define como a relação entre a possibilidade de ocorrência de um dado processo ou fenômeno e a magnitude de danos ou consequências sociais e/ou econômicas sobre um dado elemento, grupo ou comunidade. Quanto maior a vulnerabilidade, maior o risco. Assim, considera-se o risco como uma função do perigo, da vulnerabilidade e dano potencial.

Segundo Nogueira (2002), quando é possível estabelecer um prognóstico temporal e espacial para uma ameaça específica com possibilidade ou probabilidade (P) com base nos processos e mecanismos geradores, que permita uma avaliação das prováveis consequências (C), a uma determinada condição de vulnerabilidade, os componentes da equação de risco (R) ficam mais bem expressos pela (1).

$$R = P \times C \quad (1)$$

Pode-se expressar um conceito adequado à prática de gerenciamento de riscos ambientais como em (2).

$$R = P(fA) \times C(fV) \times g^{-1} \quad (2)$$

Onde risco (R) é o produto entre a probabilidade (P) de ocorrer um fenômeno físico (A) com previsão de local, intervalo de tempo, dimensão, etc., e os danos ou consequências (C), que são função da vulnerabilidade (V) das pessoas ou bens, o que pode ser modificado pelo grau de gerenciamento ($g - 1$).

O gerenciamento de riscos ambientais é um processo que se inicia quando a sociedade, ou parcela desta, adquire a percepção de que as manifestações

aparentes ou efetivas de um certo perigo ou ameaça, existente em dado local em um determinado momento, podem provocar consequências danosas superiores ao admissível por esta comunidade (Nogueira, 2002).

1.3.2. Métodos de Mapeamentos

Método Heurístico ou Empírico

O método mais facilmente encontrado é o Heurístico. Essa metodologia é amplamente utilizada no Brasil, pois são de fácil aplicação e permitem uma avaliação rápida da suscetibilidade. É o método de observação, onde a experiência do profissional é o fator determinante.

Este método possui resultados subjetivos, pois trata de uma análise qualitativa do grau de risco, o qual é definido pelo julgamento de especialistas com conhecimento prévio sobre todas as causas e fatores de instabilidade na área investigada (Glade e Crozier, 2005). Pode ser feito a partir do mapeamento direto, baseado em levantamentos de campo e mapa de detalhe.

Método Determinístico

O método Determinístico utiliza modelos e quantificação, sendo dependente da quantidade e da qualidade dos dados disponíveis. Pode apresentar desvantagens devido à sua simplificação, diretamente ligada a variabilidade dos parâmetros.

Os métodos com base determinística levam em consideração os princípios da teoria clássica de estabilidade de encostas e modelos matemáticos, como métodos de equilíbrio limite, técnicas de elementos finitos e modelos hidrológicos (Fell et al., 2008). Leão (2014) destaca que inúmeros modelos matemáticos vêm sendo desenvolvidos com objetivo de compreender os fatores que condicionam os movimentos gravitacionais de massa. No Brasil, um dos mais utilizado é o modelo *Shalstab*, desenvolvido por Montgomery e Dietrich (1994). O modelo *Shalstab* é baseado na combinação da equação de talude infinito com um modelo hidrológico (Guimarães et al., 2008).

Método Probabilístico

O método de mapeamento probabilístico é baseado em padrões mensurados, utilizando modelo estatístico para a correlação entre eventos e fatores. Como no método determinístico, há a dependência da quantidade e da qualidade dos dados.

Leão (2014) destaca que os métodos estatísticos se baseiam nas relações entre os fatores condicionantes das instabilidades dos terrenos e a distribuição dos movimentos de massa na paisagem, tanto atuais como do passado. O método parte do pressuposto que os fatores que causaram instabilidade em um certo local no passado serão os mesmos que causarão movimentos de massa no futuro nesse mesmo local (Guzzetti et al., 1999)

Essa dissertação tem como base o método de mapeamento estatístico, que é um processo dinâmico ao longo do tempo, dessa forma sempre que ocorrerem obras de contenção ou demais intervenções, a probabilidade de ocorrência vai sendo revisadas por conceitos de probabilidade Bayesiana.

1.3.3. Levantamentos expeditos e laudo de vistoria

Os levantamentos de campo são essenciais para a investigação dos movimentos de massa, onde o conhecimento geológico é um dos requisitos para a formação de um modelo conceitual a respeito dos processos que podem levar ao colapso da encosta. O primeiro passo para uma investigação eficiente consiste numa vistoria do local onde se pretende executar uma obra de estabilização. Há duas situações distintas: a primeira é o registro de ocorrência de um movimento de massa já ocorrido, que fará parte de um cadastro geral; a segunda é o preenchimento da ficha de vistoria, que abrange todos os detalhes de instabilização visíveis na ocasião. Esta inspeção é feita por Geólogos e Engenheiros Geotécnicos (GEORIO, 2014).

Na cidade do Rio de Janeiro, todos os acidentes geotécnicos que se tem notícia, envolvendo danos materiais ou humanos, são registrados pela Defesa Civil e/ou pela Fundação GEORIO, órgão da prefeitura responsável institucionalmente por todas as obras de estabilidade nas encostas, no âmbito municipal. Esses registros são materializados formalmente, através de laudos, após vistoria técnica no local da ocorrência (Lima, 2017). Um modelo de ficha de vistoria e laudos de campo utilizados pela GEORIO será apresentado nos anexos A e B. Muitas vistorias técnicas de natureza geotécnica se iniciam, em geral, a partir de demandas originadas na Defesa Civil, através da emissão de boletins de ocorrência (B.O.). Um modelo de boletim de ocorrência, que é utilizado pela Defesa civil da cidade do Rio de Janeiro, será apresentado no anexo C.

1.3.4. Sistema de Informações Geográficas - SIG

O termo Sistemas de Informação Geográfica (SIG ou GIS - Geographic Information System, do acrônimo inglês) é aplicado para sistemas que realizam o tratamento computacional de dados geográficos e recuperam informações não apenas com base em suas características alfanuméricas, mas também através de sua localização espacial, oferecem ao administrador (urbanista, planejador, engenheiro) uma visão inédita de seu ambiente de trabalho, em que todas as informações disponíveis sobre um determinado assunto estão ao seu alcance, inter-relacionadas com base no que lhes é fundamentalmente comum – a localização geográfica. Para que isto seja possível, a geometria e os atributos dos dados num SIG devem estar georreferenciados (Felgueiras, 2001).

O geoprocessamento em sua essência utiliza técnicas matemáticas e computacionais para processamento da informação geográfica. As técnicas de análise de dados a partir do uso de ferramentas de geoprocessamento têm influenciado cada vez mais os diversos campos de pesquisa a recorrer as áreas de Cartografia para melhor compreensão do seu território de pesquisa. Os sistemas de informações geográficas fazem parte do rol de ferramentas computacionais utilizados no geoprocessamento, a utilização dessa ferramenta permite a integração

de dados diversos e organização desses dados em um banco de dados georreferenciado o que, também, proporciona a realização de análises complexas considerando as peculiaridades da área de estudo (Casanova et al, 2005).

O grande benefício do software de geoprocessamento está na sua capacidade e facilidade de armazenamento dados; simplicidade de atualização dos dados; possibilidade de trabalhar os dados de maneira espacial, por meio da análise multicritério; e na replicação e precisão dos resultados obtidos. Além disso, é possível alterar cenários, por meio da reclassificação dos pesos e notas atribuídos aos temas e suas classes (Leão, 2014).

Embora existam vários softwares de geoprocessamento disponíveis no mercado, nesta dissertação foi utilizado o ArcGis, que faz parte dos pacotes de softwares da ESRI (Environmental Systems Research Institute) de elaboração e manipulação de informações vetoriais e matriciais para o uso e gerenciamento de bases temáticas. O ArcGIS disponibiliza em um ambiente de Sistema de Informação Geográfica (SIG) uma gama de ferramentas de forma integrada e de fácil utilização. Com esse software é possível trabalhar com informação geográfica de forma interativa para visualizar, explorar, pesquisar e analisar toda a informação, em qualquer conjunto de dados, sejam geográficos ou simplesmente alfanuméricos (Rubert, 2011). Um dos formatos de armazenamento de dados vetoriais é o *shapefile*, que contém a posição, o formato e os atributos dos elementos geográficos. Os arquivos *shapefile*, obrigatoriamente, devem apresentar como sistema de referência geodésico o Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas do ano 2000 (SIRGAS 2000). Conforme a Resolução nº 1/2005 do IBGE, este é o sistema de referência a ser usado no Sistema Geodésico Brasileiro e no Sistema Cartográfico Nacional (CPMR, 2018).

2. PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

2.1. FUNDAMENTOS DE PROBABILIDADE

A Probabilidade pode ser definida como a teoria matemática que permite a quantificação da incerteza, oriunda de fenômenos aleatórios, permitindo que ela seja aferida, analisada e usada para a realização de previsões ou para a orientação de intervenções. A teoria da probabilidade através da observação ou experimentos consegue expressar numericamente problemas que envolvem o imprevisível.

A teoria da probabilidade teve sua origem no estudo dos problemas que se relacionam com jogos de azar. A estabilidade das frequências relativas dos acontecimentos foi observada nos jogos de cartas e dados, este fato possibilitou a elaboração de princípios básicos da teoria. No início do século XIX Laplace estabeleceu o conceito de probabilidade, como sendo o quociente do número de “casos favoráveis” sobre o número de “casos possíveis” (Cunha, 1978).

2.1.1. Alguns conceitos sobre a teoria dos conjuntos

A teoria dos conjuntos é utilizada, frequentemente, para exemplificar o cálculo das probabilidades, dessa forma alguns conceitos detalhados seguem nos itens a seguir.

Experimentos Determinísticos e Experimentos aleatórios

Os experimentos determinísticos são experimentos que, repetidos sob as mesmas condições, conduzem a resultados idênticos. Contrapondo aos experimentos determinísticos, um experimento aleatório é um processo que acusa variabilidade em seus resultados, isto é, repetindo-se o experimento sob as mesmas condições, os resultados serão diferentes (Farias, 2006). Por exemplo, não é possível prever com exatidão as condições climáticas para o próximo final de semana, assim como não é possível prever o número de acidentes de trânsito em uma determinada cidade.

Espaço amostral, Subconjunto e Conjunto vazio

James (2004) define espaço amostral como sendo o conjunto de resultados possíveis em experimentos realizados sob certas condições fixas. Seja Ω (ômega) o conjunto de resultados possíveis, onde “resultado possível” entende-se resultado elementar e indivisível do experimento. Os subconjuntos de Ω são denominados eventos e representados pelas letras latinas maiúsculas A, B, ... Z. O conjunto vazio, neste trabalho, será denotado por \emptyset .

União de eventos

A união de dois eventos A e B, indicado por $A \cup B$, representa a ocorrência de, pelo menos, um dos eventos A ou B, sendo representado pela Figura 4.

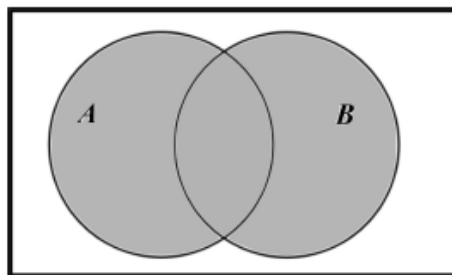


Figura 4 - Diagrama de Venn para a operação união dos eventos A e B (Farias, 2006)

Intersecção de eventos

A intersecção do evento A com B, indicado por $A \cap B$, é a ocorrência simultânea de elementos em A e B, sendo representado pela parte hachurada na Figura 5.

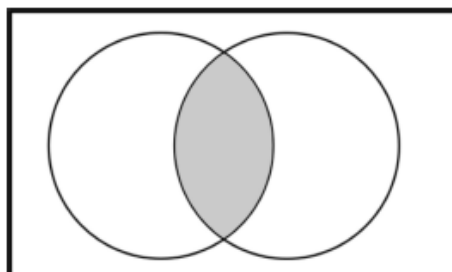


Figura 5 - Diagrama de Venn para a operação intersecção dos eventos A e B (Farias, 2006)

Eventos Disjuntos

Dois eventos A e B são disjuntos ou mutuamente exclusivos quando não têm elementos em comum, isto é, isto é, $A \cap B = \emptyset$, sendo representado pela Figura 6.

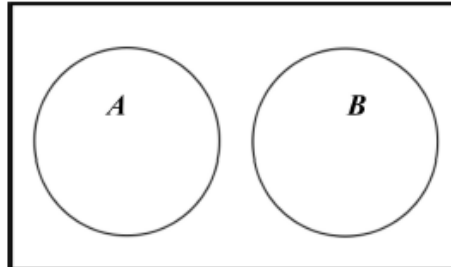


Figura 6 - Diagrama de Venn para Eventos mutuamente exclusivos $A \cap B = \emptyset$ (Farias, 2006)

Eventos complementares

Os eventos A e A^c são ditos complementares se a união desses eventos é o espaço amostral $A \cup A^c = \Omega$ e sua intersecção $A \cap A^c = \emptyset$ é vazia (Magalhães, 2015). O complementar de A pode ser determinado por A^c ou \bar{A} . A Figura 7, representa eventos complementares.

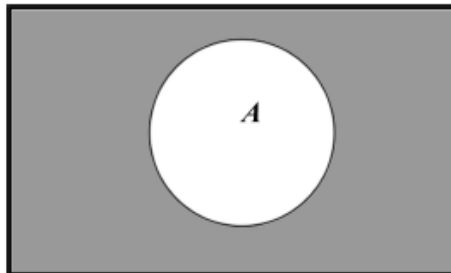


Figura 7 - Diagrama de Venn para Eventos complementares (Farias, 2006)

2.1.2. Definição de Probabilidade

Define-se, assim, a probabilidade de um evento A como a razão entre o número de elementos de A e o número de elementos de Ω . Referindo aos elementos de A – o evento de interesse – como sendo os “casos favoráveis”, enquanto os elementos de Ω são os “casos possíveis”, o que leva à seguinte definição. Seja A um

evento de um espaço amostral Ω finito, cujos elementos são igualmente prováveis (Farias, 2006). Define-se a probabilidade do evento A como na equação (3).

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}} = \frac{n(A)}{\Omega} \quad (3)$$

Esta definição formal de probabilidade é utilizada como a definição clássica de probabilidade sendo baseada em duas hipóteses:

1. Há um número finito de eventos elementares, isto é, Ω é um conjunto finito.
2. Os eventos elementares são igualmente prováveis.

Magalhães (2015) define probabilidade como sendo uma função $P(\cdot)$ que atribui valores numéricos aos eventos do espaço amostral, conforme as definições a seguir.

Uma função $P(\cdot)$ é denominada probabilidade, se satisfaz as condições:

- $0 \leq P(A) \leq 1, \forall A \subset \Omega;$
- $P(\Omega) = 1;$
- $(P \cup_{n=1}^m A_j) = \sum_{j=1}^n P(A_j),$ com os A_{j_s} disjuntos.

2.1.3. Probabilidade da União de Eventos

A probabilidade da união dos eventos A e B é calculada através da regra da adição de probabilidades apresentada na equação (4).

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (4)$$

Se A e B forem disjuntos, a equação da probabilidade da união se reduz à soma das probabilidades dos eventos A e B , como é observado na equação (5), pois neste caso a intersecção é vazia consequentemente probabilidade é nula.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (5)$$

A união de probabilidades pode ainda ser utilizada para mais de dois eventos. A equação (6) exemplifica a propriedade aplicada à três eventos, mas o mesmo raciocínio pode ser expandido para inúmeros eventos.

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) \quad (6)$$

Como conseqüências da regra da adição, seguem as equações (7),(8) e (9).

$$P(A) = 1 - P(A^c) \quad (7)$$

$$P(A \cup A^c) = P(\Omega) = 1 \quad (8)$$

$$P(A \cap A^c) = P(\emptyset) = 0 \quad (9)$$

As equações (7),(8) e (9)são de fácil demonstração, mas não se aplica ao objetivo desse trabalho.

2.1.4. Probabilidade Condicional e Independência

Em muitas situações práticas, o fenômeno aleatório estudado pode ser separado em etapas. A informação do que ocorreu em uma determinada etapa pode influenciar nas probabilidades de ocorrências das etapas sucessivas. Nestes casos, é possível "recalcular" as probabilidades de interesse. Essas probabilidades "recalculadas" recebem o nome de probabilidade condicional (Magalhães, 2015).

Probabilidade Condicional

Dados dois eventos A e B, a probabilidade condicional de A dado que ocorreu B é representada por $P(A|B)$, sendo $P(B) > 0$, e explicitada pela equação (10).

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad (10)$$

No caso de $P(B) = 0$, a probabilidade condicional $P(A|B)$, pode ser definida como na equação (11).

$$P(A|B) = P(A) \quad (11)$$

Morettin (2010) define a probabilidade condicional, considerando $P(A)$ como a probabilidade *a priori* de A e, com a informação adicional de que B ocorreu, é possível obter a probabilidade *a posteriori* $P(A|B)$, nesse caso, $P(A|B) > P(A)$, logo a informação de que B ocorreu aumentou a chance de A ocorrer.

Regra do produto de probabilidades

A definição de probabilidade condicional leva a um resultado importante, conhecido como produto de probabilidades. Assim dados dois eventos A e B , onde $P(B) > 0$, o produto de probabilidades de A dado que ocorreu B é representada por $P(A|B)$, explicitada pela equação (12).

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) \quad (12)$$

Farias (2006) ressalta que calcular a probabilidade da interseção de dois eventos é muito útil para modelar experimentos que têm caráter sequencial, isto é, os que são executados em etapas. Em tais situações, pode ser de ajuda desenhar um diagrama de árvore para ilustrar os eventos em questão.

Independência de eventos

Dois eventos A e B são independentes, se a informação da ocorrência ou não de B não altera a probabilidade da ocorrência de A , como será visto na equação (13), onde $P(B) > 0$.

$$P(A|B) = P(A) \quad (13)$$

A equação (14), trás a forma equivalente para a independência de eventos.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad (14)$$

Magalhães (2015) diz que não é difícil verificar que se A é, independente de B , então B é independente de A . O uso da expressão acima permite, ainda, verificar que o evento vazio é independente de qualquer evento.

2.1.5. Partição do espaço amostral e Teorema da Probabilidade Total

Os eventos A_1, A_2, \dots, A_n , formam uma partição do espaço amostral, se eles não têm intersecção entre si e se sua união é igual ao espaço amostral (Magalhães, 2015). Matematicamente essa afirmativa pode ser reescrita como nas equações (15) e (16).

$$A_i \cap A_j = \emptyset \text{ para } i \neq j \quad (15)$$

$$\bigcup_{i=1}^n A_i = \Omega \quad (16)$$

De forma gráfica, a Figura 8 apresenta um exemplo de uma partição com seis eventos.

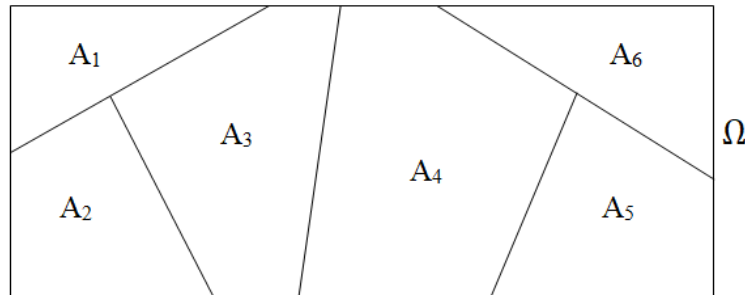


Figura 8- Partição do espaço amostral

Teorema da Probabilidade Total

Seja A_1, A_2, \dots, A_n uma partição do espaço amostral Ω e seja B um evento qualquer em Ω . Matematicamente a equação (17), define o teorema da probabilidade total.

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P(B|A_i) \quad (17)$$

O conceito pode ser melhor entendido a partir da Figura 9. Onde é apresentada a partição de um espaço amostral Ω , que contém B como um evento qualquer contido neste espaço e originado pela união de eventos A_i , os quais também estão contidos em Ω .

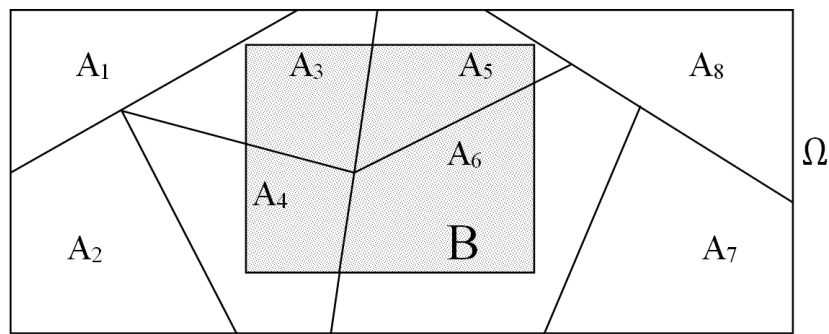


Figura 9 - Partição do espaço amostral, com destaque para o evento B.

Os eventos $A_1 \cap B$, $A_2 \cap B$, ..., $A_n \cap B$ são todos mutuamente exclusivos e é possível associa-los ao somatório das probabilidades parciais onde interseção de cada evento A_i com o evento B, resulta no próprio conceito de probabilidade total ou absoluta: como na equação (18)

$$P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \dots + P(A_n \cap B) \quad (18)$$

2.1.6. Teorema de Bayes

Supondo que os eventos A_1, A_2, \dots, A_n formem uma partição de Ω e que suas probabilidades sejam conhecidas. Suponha, ainda, que para um evento B, se conheçam as probabilidades $P(B|A_i)$ para todo $i = 1, 2, \dots, k$. E um j qualquer. Utilizando a regra do produto de probabilidades (equação(12)) e o teorema da probabilidade total (equação(17)), obtém-se a equação (19). Esse resultado é conhecido como Teorema de Bayes.

$$P(A_j|B) = \frac{P(B|A_j) \cdot P(A_j)}{\sum_{i=1}^n P(B|A_i) \cdot P(A_i)}, j = 1, 2, \dots, k \quad (19)$$

Silver (2013) destaca que o teorema de Bayes relaciona informações, com as respectivas probabilidades de ocorrências, para gerar uma nova probabilidade quando os fatos acontecem de maneira relacionada ou são dependentes. Também é importante ressaltar que essas probabilidades podem e devem ser revistas à medida que são observados novos fatos que podem alterar a probabilidade de cada um dos acontecimentos envolvidos.

Aplicação do Teorema de Bayes em Engenharia Geotécnica

Exemplo 1: É sabido que a probabilidade de ocorrência de escorregamento aumenta diretamente com o aumento da pluviometria. Em uma determinada comunidade como medida preventiva, as sirenes de alarme tocam quando é atingido o índice pluviométrico crítico de 50mm/h. Estudos mostram que em 5% das vezes em que chove, o índice pluviométrico crítico é alcançado. Em 70% das vezes em que a sirene tocou houve escorregamento e em 2% das vezes a sirene não tocou, mas houve escorregamento.

a) Qual a probabilidade escorregamento nesta comunidade?

Primeiro é necessário explicitar que a sirene sempre toca quando o valor do índice pluviométrico crítico (50mm/h) é alcançado, isto é :

$$[\text{índice pluviométrico} \geq (\text{de } 50\text{mm/h})] \rightarrow [a \text{ sirene toca}]$$

Definindo os eventos, tem-se:

$I = \text{índice pluviométrico maior que crítico (de } 50\text{mm/h)}$

$E = \text{escorregamento}$

A probabilidade do índice pluviométrico maior (ou igual) ao crítico é de $P(I) = 0,05$

A probabilidade de escorregamento, sabendo que choveu mais que o índice crítico é de $P(E|I) = 0,70$

A probabilidade de escorregamento, sabendo que choveu menos que o índice crítico é de $P(E|I^c) = 0,02$

Assim pela equação (7) , a probabilidade quando o índice pluviométrico é menor que o crítico é de $P(I^c) = 1 - P(I) = 0,95$

Pelo teorema da probabilidade total (equação (17), é possível determinar qual a probabilidade de ocorrer deslizamento naquela comunidade

$$P(E) = P(E|I).P(I) + P(E|I^c).P(I^c)$$

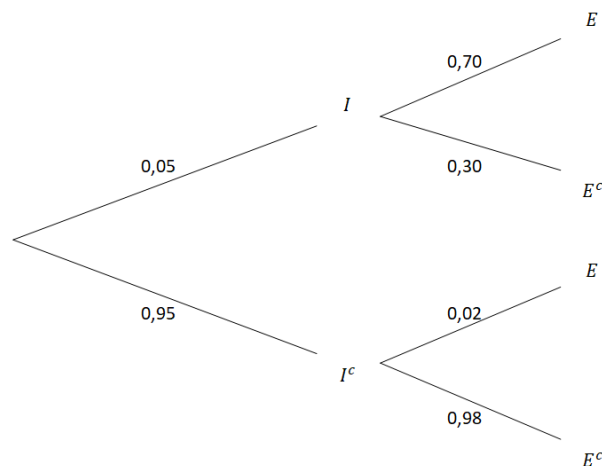
$$P(E) = 0,70.0,05 + 0,02.0,95 = 0,054 = 5,4\%$$

b) Considerando os casos em que houve deslizamento, qual a probabilidade do índice pluviométrico ser acima do crítico?

Pelo teorema de Bayes equação (19), é possível determinar qual a probabilidade de ocorrer deslizamento somente quando os índices pluviométricos críticos foram alcançados.

$$P(I|E) = \frac{P(E|I) \cdot P(I)}{P(E)} = \frac{0,70 \cdot 0,05}{0,054} = 0,648 = 64,8\%$$

Utilizando outra forma de resolução para este exemplo, será apresentado o diagrama de árvore de probabilidades, que consiste em representar os eventos e as probabilidades condicionais associadas às realizações. Cada um dos caminhos da árvore indica uma possível ocorrência.



Então:

Escorregamentos ocorridos quando o índice pluviométrico crítico é alcançado

$$0,05 \cdot 0,70 = 0,035 = 3,5\%$$

Não ocorrência de escorregamentos mesmo com chuva acima do índice crítico

$$0,05 \cdot 0,30 = 0,015 = 1,5\%$$

Escorregamentos ocorridos quando o índice pluviométrico é menor que o crítico

$$0,95 \cdot 0,02 = 0,019 = 1,9\%$$

Não ocorrência de escorregamentos quando o índice pluviométrico é menor que o crítico

$$0,95 \cdot 0,98 = 0,931 = 93,1\%$$

Exemplo 2: Em um estudo detalhado, um maciço foi dividido em três setores de acordo com a área de drenagem de cada bacia. De forma aproximada, o setor A é responsável por 30% da área total, setor B é responsável por 45% da área total e o setor C é responsável por 25% da área total. Como as condições geotécnicas são distintas em cada setor, as probabilidades de escorregamento são respectivamente 1%, 2% e 1,5%.

a) Qual a probabilidade de escorregamento nesse maciço?

Definindo os eventos, tem-se:

S = Área em cada Setor do maciço

E = Probabilidade de Escorregamento em cada região

Pelo teorema da probabilidade total equação (17), é possível determinar qual a probabilidade de ocorrer deslizamento naquela comunidade

$$P(E) = 0,30 \cdot 0,01 + 0,45 \cdot 0,02 + 0,25 \cdot 0,015$$

$$P(E) = 0,01575 = 1,58\%$$

b) Se durante o estudo, houver um deslizamento, qual a probabilidade de ter ocorrido no setor B?

Pelo teorema de bayes equação (19), é possível determinar qual a probabilidade de ocorrer escorregamento no setor indicado.

$$P(S|E) = \frac{P(E|S) \cdot P(S)}{P(E)} = \frac{0,45 \cdot 0,02}{0,01575} = 0,571 = 57,1\%$$

2.2. VARIÁVEIS ALEATÓRIAS – MODELOS PROBABILÍSTICOS

Muitos experimentos aleatórios produzem resultados não-numéricos. Antes de analisá-los, é conveniente transformar seus resultados em números, o que é feito através de uma variável aleatória, que é uma regra de associação de um valor numérico a cada ponto do espaço amostral. Portanto, variáveis aleatórias são variáveis numéricas associadas aos modelos probabilísticos. Uma variável aleatória tem um número para cada resultado de um experimento e que uma distribuição de probabilidades associa uma probabilidade a cada resultado numérico de um experimento (Correa, 2003).

2.2.1. Conceito de variável aleatória

Uma variável aleatória é uma função real (isto é, que assume valores em \mathcal{R}) definida no espaço amostral de um experimento aleatório. Isso significa que uma variável aleatória é uma função que associa a cada elemento de um número real. (Farias, 2018.)

O diagrama da Figura 10 mostra de forma gráfica o conceito de variável aleatória. Então considerando E um experimento e S o espaço associado ao experimento. Uma função X , que associe a cada elemento $s \in S$ um número real $X(s)$, é denominada variável aleatória. As variáveis aleatórias podem ser classificadas ainda como variável aleatória discreta, se a sua imagem é um conjunto finito ou enumerável ou como variável aleatória contínua se sua função de distribuição é uma função absolutamente contínua. Correa (2003)

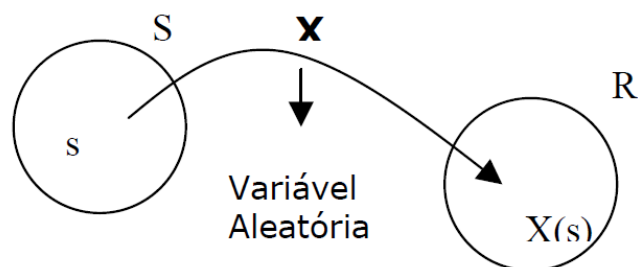


Figura 10 – Variável aleatória (Correa, 2003).

2.2.2. Função discreta de probabilidade

A função que atribui a cada valor da variável aleatória sua probabilidade é denominada função discreta de probabilidade ou, simplesmente, função de probabilidade, como na expressão (20).

$$P(X = x_i) = p(x_i) = p_i, \quad i = 1, 2, \dots \quad (20)$$

Uma função de probabilidade satisfaz $0 \leq p_i \leq 1$ e $\sum p_i = 1$

2.2.3. Função acumulada de probabilidade de uma variável aleatória discreta

A função de distribuição ou função acumulada de probabilidade de uma variável aleatória discreta X é definida, para qualquer número real x , pela seguinte expressão (21).

$$F(x) = P(X \leq x) \quad (21)$$

A Figura 11 mostra de forma gráfica como se comporta uma função acumulada de probabilidade.

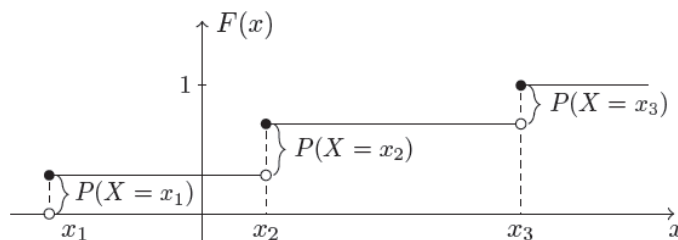


Figura 11 - Função de distribuição de uma variável aleatória discreta (Lebensztayn e Coletti)

2.2.4. Função contínua de probabilidade

Pode-se dizer que $f(x)$ é uma função contínua de probabilidade ou função densidade de probabilidade para uma variável aleatória contínua X , se satisfaz as condições i e ii.

- i) $f(x) \geq 0$, para todo $x \in (-\infty, \infty)$;
- ii) A área definida por $f(x)$ é igual a 1.

Com o auxílio do cálculo diferencial e integral, é possível caracterizar a condição ii) através da integral (22).

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1 \quad (22)$$

Da mesma forma, para calcular probabilidades, considerando $a \leq b$, a integral (23), indica a área sob a função f definida pelo intervalo $[a, b]$.

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx \quad (23)$$

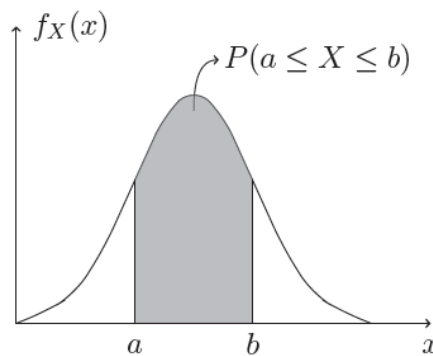


Figura 12 - Densidade de uma variável aleatória contínua (Lebensztayn e Coletti).

2.2.5. Medidas de posição para variáveis aleatórias

As medidas de posição ou de tendência central são, em geral, valores de maior concentração dada uma distribuição. Tais medidas possibilitam comparações de séries de dados entre si pelo confronto desses números.

A média é um valor típico ou representativo de um conjunto de dados. Como esses valores tendem a se localizar em um ponto central, dentro de um conjunto de dados ordenados segundo suas grandezas (Spiegel, 1985). A média (aritmética) é, de modo geral, a mais importante de todas as medidas descritivas.

Magalhães (2015) define média, considerando X uma variável com observações representadas por x_1, x_2, \dots, x_n . A média desse conjunto é a soma dos valores dividida pelo número total de observações (n), como na equação (24).

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (24)$$

Mediana é posição central da série de observações, quando estão ordenadas em ordem crescente ou decrescente. A mediana também é uma separatriz, pois divide o conjunto em duas partes iguais, com o mesmo número de elementos. Magalhães (2015) define a mediana como o valor Md que satisfaz as condições, descritas na expressão (25).

$$P(\bar{X} \geq Md) \geq 1/2 \text{ e } P(\bar{X} \leq Md) \geq 1/2 \quad (25)$$

Moda é definida como sendo a observação de maior frequência. Magalhães (2015) define moda como o valor (ou valores) da variável que tem maior probabilidade de ocorrência, representando-a por Mo , assim como na expressão (26).

$$P(X = Mo) = \max(p_1, p_2, \dots, p_k) \quad (26)$$

Posição relativa da média, mediana e moda

Comparando as grandezas média(\bar{X}), mediana(Md) e moda(Mo) é possível tirar algumas conclusões. Uma delas é quando uma distribuição é simétrica, as três medidas coincidem, como é possível observar na Figura 13.

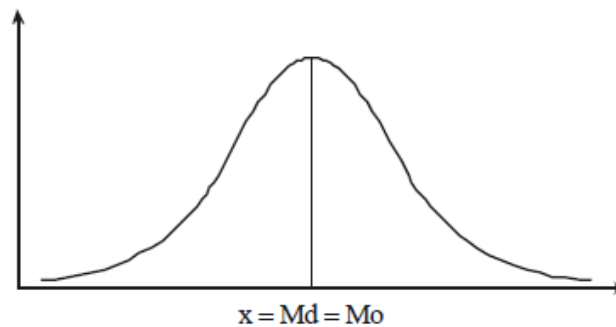


Figura 13 - Curva simétrica de uma distribuição (Lopes, 2003)

Na Figura 14 é possível observar as curvas assimétricas. A assimetria deixa evidente a diferença entre as grandezas (média, moda e mediana). Na curva assimétrica negativa à direita é possível perceber a relação $(\bar{X} < Md < Mo)$ já na curva assimétrica positiva à esquerda $(Mo < Md < \bar{X})$.

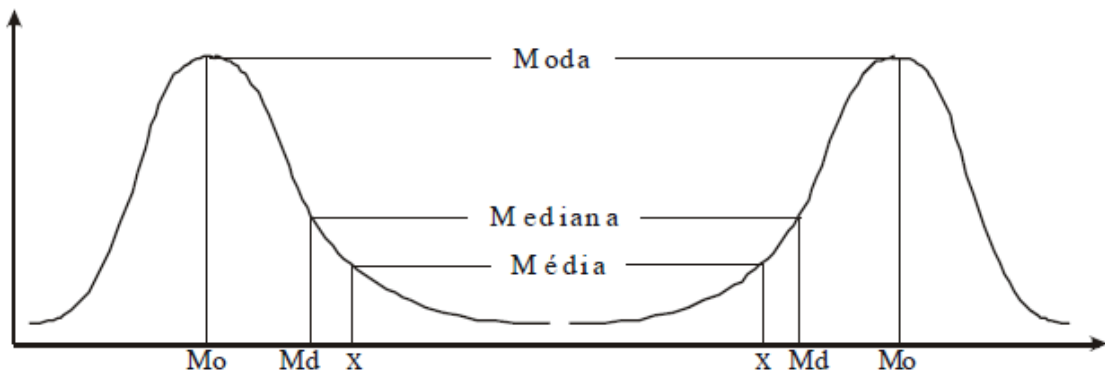


Figura 14 - Curvas assimétricas positivas e negativas de uma distribuição (Lopes, 2003).

2.2.6. Esperança

Esperança Matemática, valor esperado ou média de uma variável aleatória pode ser entendido como fenômeno ou experimento aleatório calculado para os dados da amostra, enquanto a esperança matemática é calculada nos modelos probabilísticos que se ajustam a esses conjuntos de dados. A Esperança ainda pode ser vista como uma média “ponderada”, onde os “pesos” são as probabilidades de cada ponto.

Magalhães (2015) define Esperança de uma variável discreta X pela expressão (27).

$$E(X) = \sum_{i=1}^K x_i \cdot p_i \quad (27)$$

E a esperança da variável aleatória contínua X , com função densidade dada por $f(x)$, é determinada pela integral (28).

$$E(x) = \mu = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx \quad (28)$$

Outra característica da variável aleatória contínua, que a esperança coincide com o cálculo do valor da abscissa do centro de gravidade da área que fica definida por uma função qualquer $f(x)$. É um ponto de equilíbrio que é calculado a partir da função densidade de probabilidade.

Propriedades da Esperança (Casos discretos e Contínuos)

Erbano apresenta algumas as propriedades operatórias que são válidas para variáveis aleatórias discretas e variáveis aleatórias contínuas.

1ª) Se a é uma constante, então: $E(a) = a$

2ª) Se a e b são constantes, então: $E(aX + b) = a E(X) + b$

3ª) $E(X \pm Y) = E(X) \pm E(Y)$

4ª) Se X e Y são duas variáveis aleatórias independentes, então $E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$

2.2.7. Variância, Desvio Padrão e outras medidas de dispersão

Medidas de dispersão visam descrever os dados no sentido de informar o grau de dispersão ou afastamento dos valores observados em torno de um valor central representativo chamado média. Informa se um conjunto de dados é homogêneo (pouca variabilidade) ou heterogêneo (muita variabilidade).

Variância – Definição

A variância de uma variável aleatória é uma medida de sua dispersão ou variabilidade em torno de sua média. A Figura 15 apresenta um exemplo de distribuições de probabilidade de duas variáveis aleatórias X_1 e X_2 que possuem a mesma forma da distribuição e a mesma esperança matemática, porém a diferença entre elas é a variabilidade que elas apresentam em torno de sua média. É possível observar que a variável aleatória X_2 se apresenta mais dispersa (mais “espalhada”) em torno da média do que a variável aleatória X_1 .

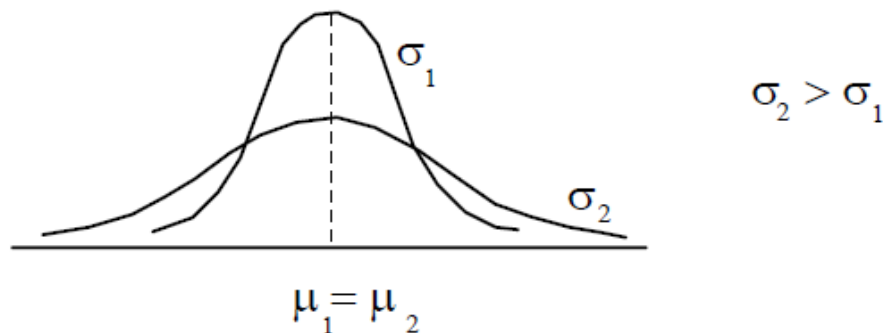


Figura 15 - Duas distribuições de probabilidade com médias de mesmo valor e diferentes graus de dispersão (Erbano)

Variância (Caso discreto)

A variância de um conjunto de dados x_1, x_2, \dots, x_n é definida pela equação (29).

$$Var(X) = \sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (29)$$

Essa definição diz que a variância é a média dos desvios quadráticos. Uma expressão alternativa mais simples de ser usada em cálculos manuais dada pela equação (30).

$$Var(X) = \sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2 \quad (30)$$

A variância definida anteriormente pela equação (30) pode ainda ser considerada como o valor esperado de uma nova variável aleatória. A equação (31) deixa mais claro tal definição.

$$Var(X) = E(X^2) - \mu^2 = \sum_{i=1}^k p_i x_i^2 - \mu^2 \quad (31)$$

O termo $E(X^2)$ é o valor esperado da variável aleatória X^2 , ao passo que μ^2 indica o quadrado do valor esperado de X .

Variância para variáveis aleatórias contínuas

Para uma variável aleatória X com densidade $f(x)$, a variância é dada pela equação (32)

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx \quad (32)$$

Como no caso discreto, a variância é a medida de dispersão mais utilizada na prática, assim pode-se utilizar a expressão (33) como alternativa.

$$\sigma^2 = E(X^2) - \mu^2 \quad (33)$$

O termo $E(X^2)$ pode ser calculado como na equação (34).

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx \quad (34)$$

O desvio-padrão

O desvio-padrão é a medida mais usada na comparação de diferenças entre conjuntos de dados, por ter grande precisão. O desvio padrão determina a dispersão dos valores em relação à média e é calculado por meio da raiz quadrada da variância (Correa, 2003).

O desvio-padrão (σ) de um conjunto de dados x_1, x_2, \dots, x_n é definida como a raiz quadrada da variância, como observado na equação (35).

$$\sigma = \sqrt{\text{variância}} = \sqrt{\sigma^2} \quad (35)$$

Coeficiente de variação em um conjunto de dados

O coeficiente, de variação da variável X em um conjunto de dados é definido, para $\bar{x} \neq 0$, pela equação (36).

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \quad (36)$$

O coeficiente de variação, é adimensional e, em geral, apresentado na forma de porcentagem.

Diz-se que uma distribuição tem:

Baixa dispersão: $CV \leq 15\%$

Média dispersão: $15\% < CV < 30\%$

Alta dispersão: $CV \geq 30\%$

Amplitude de uma variável em um conjunto de dados

A amplitude, é referente a uma certa variável, definida como a diferença entre o maior e o menor valor do conjunto de dados. Será denotada por Δ . A amplitude só leva em conta dois valores de todo o conjunto e, assim, é mais conveniente considerar uma medida que utilize todas as observações.

2.2.8. PRINCIPAIS MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO

Algumas variáveis aleatórias adaptam-se muito bem a uma série de problemas práticos. Portanto, um estudo dessas variáveis é de grande importância para a construção de modelos probabilísticos para situações reais e a consequente estimação de seus parâmetros. Para algumas dessas distribuições existem tabelas que facilitam o cálculo de probabilidades, em função de seus parâmetros. (Morettin, 2010). Em alguns casos, a função de probabilidade pode ser escrita de uma maneira mais compacta, isto é, de uma forma abreviada para a função de probabilidade variável. Neste capítulo, serão apresentados os modelos probabilísticos discretos ou contínuos mais relevantes.

2.2.8.1. Modelo Bernoulli

Uma variável X segue o modelo Bernoulli se atribui respectivamente 0 ou 1 à ocorrência de fracasso ou sucesso (Magalhães, 2015). Com p representando probabilidade de sucesso, $0 \leq p \leq 1$, sua função discreta de probabilidade é dada pela Tabela 6.

Tabela 6- Representação tabular do modelo de Bernoulli

x	0
p_i	$1 - p$ p

Ou de modo resumido pela equação (37).

$$P(X = x) = p^x(1 - p)^{1-x} \quad \text{sendo } x=0,1 \quad (37)$$

A repetição de ensaios de Bernoulli independentes dá origem à mais importante variável aleatória discreta denominada modelo Binomial.

Função densidade

Função densidade dada pela equação (38).

$$P(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ 1 - p & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ 1 & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad (38)$$

A Figura 16 ilustra a distribuição de Bernoulli.

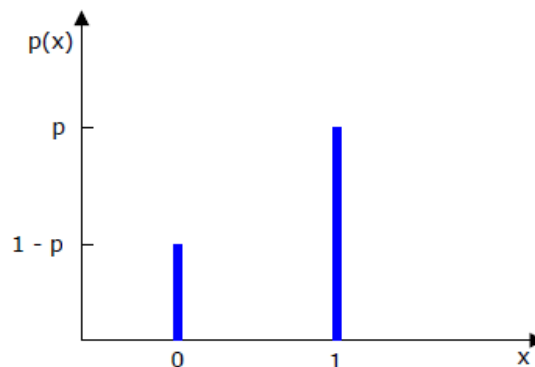


Figura 16 – Modelo Bernoulli (Bressan, 2002)

Função Distribuição

A função de distribuição é definida pela equação (39).

$$P(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ \sum_{i=0}^x \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} & \text{se } 0 \leq x < n \\ 1 & \text{se } n < k \end{cases} \quad (39)$$

Média e Variância

A média e variância são calculadas, respectivamente pelas equações (40) e (41).

$$\bar{x} = p \quad (40)$$

$$\sigma^2 = p(1-p) \quad (41)$$

2.2.8.2. Modelo Binomial

A distribuição Binomial se aplica às ocorrências repetidas de um evento independente, cuja ocorrência isolada siga a distribuição de Bernoulli. Assim Magalhães (2015) define a distribuição Binomial como a repetição de n ensaios de Bernoulli independentes e todos com a mesma probabilidade de sucesso p . A variável aleatória que conta o número total de sucessos é denominada Binomial com parâmetros n e p e sua função de probabilidade é dada pela equação (42)

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}, k = 0, 1, 2, \dots, n \quad (42)$$

Sendo o coeficiente binomial calculado pela equação (43).

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (43)$$

A notação $X \sim b(n, p)$ é utilizada para indicar que a variável aleatória X , segue a Figura 17 com modelo Binomial com parâmetros n e p .

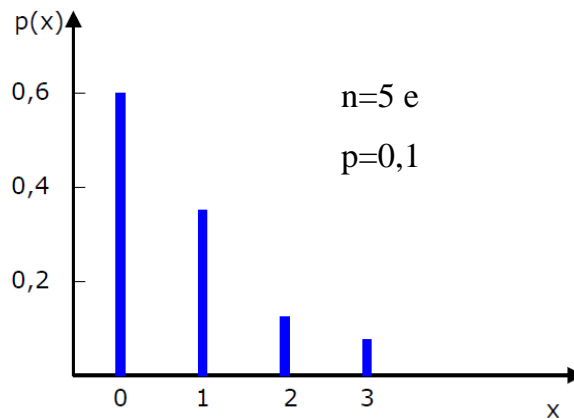


Figura 17 – Função densidade aplicados os parâmetros $n= 5$ e $p=0,1$ (Bressan, 2002)

Função Distribuição

A função de distribuição é definida pela equação (44).

$$P(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ \sum_{i=0}^x \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} & \text{se } 0 \leq x < n \\ 1 & \text{se } n < k \end{cases} \quad (44)$$

Média e Variância

A média e variância são calculadas, respectivamente pelas equações (45) e (46).

$$\bar{x} = n \cdot p \quad (45)$$

$$\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1 - p) \quad (46)$$

2.2.8.3. Modelo Poisson

A distribuição de Poisson é largamente empregada quando se deseja contar o número de eventos de certo tipo que ocorrem num intervalo de tempo, ou superfície ou volume (Morettin, 2010). O modelo Poisson ainda é muito utilizado em experimentos físicos e biológicos e, nesses casos, λ é a frequência média ou esperada de ocorrências num determinado intervalo de tempo. É importante notar que a probabilidade da ocorrência de um sucesso no intervalo é proporcional ao seu intervalo. Magalhães (2015) determina que uma variável aleatória X tem distribuição

de Poisson com parâmetro $\lambda > 0$, se sua função de probabilidade é dada pela equação (47).

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (47)$$

Sendo:

$e \approx 2,71828$ (constante natural)

λ = taxa de ocorrência do evento x (número esperado de eventos)

k = valor da variável aleatória número de ocorrências do evento em um intervalo

Com o parâmetro λ sendo usualmente referido como a taxa de ocorrência. A notação utilizada para a distribuição de Poisson será $X \sim \text{Po}(\lambda)$.

Nas Figuras (22)a) e (22)b) ilustra-se a distribuição de Poisson para dois valores do parâmetro: $\lambda = 2$ (distribuição bimodal, com modas 1 e 2) e $\lambda = 4$; 3 (distribuição unimodal, com moda 4).

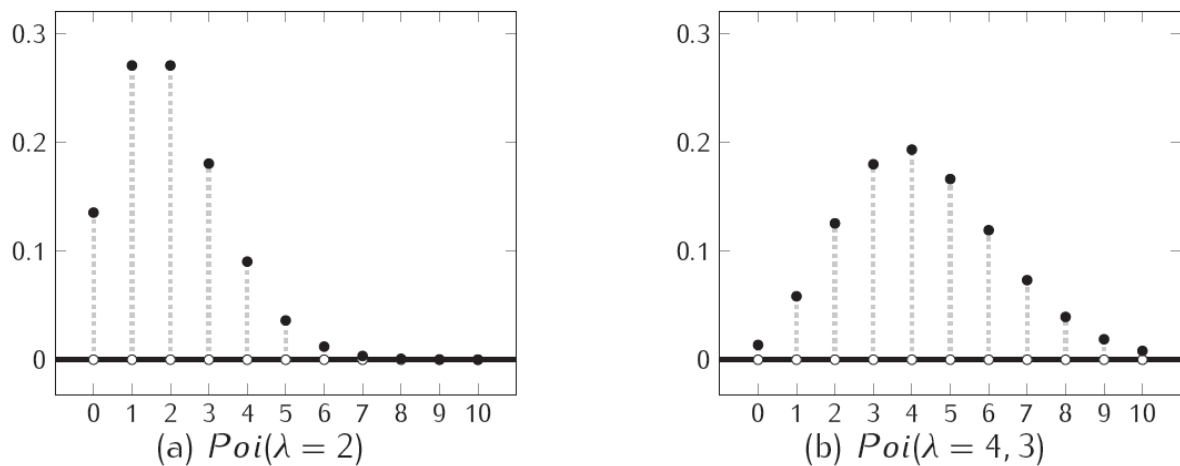


Figura 18 – Função de Probabilidade da distribuição de Poisson (Farias, 2018).

Função de Distribuição

A função de distribuição é dada pela equação (48)

$$P(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ e^{-\lambda} \sum_{i=0}^x \frac{\lambda^i}{i!} & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad (48)$$

Média e Variância

A média e variância são calculadas, respectivamente pelas equações (49) e (50).

$$E(x) = \lambda \quad (49)$$

$$\sigma^2 = \lambda \quad (50)$$

2.2.8.4. Modelo Normal

Para Correa (2003), a distribuição normal é a mais importante das distribuições de probabilidades. Conhecida como a “curva em forma de sino”, a distribuição normal tem sua origem associada aos erros de mensuração. É sabido que quando se efetuam repetidas mensurações de determinada grandeza com um aparelho equilibrado, não se chega ao mesmo resultado todas às vezes; obtém-se, ao contrário, um conjunto de valores que oscilam, de modo aproximadamente simétrico, em torno do verdadeiro valor. Construindo-se o histograma desses valores obtém-se uma figura com forma aproximadamente simétrica. Gauss deduziu matematicamente a distribuição normal como distribuição de probabilidade dos erros de observação, denominando-a então “lei normal dos erros”. Supunha-se inicialmente que todos os fenômenos da vida real devessem ajustar-se a uma curva em forma de sino; em caso contrário, suspeitava-se de alguma anormalidade no processo de coleta de dados. Daí a designação de curva normal.

A distribuição normal tem sua função de densidade de probabilidade definida como uma variável aleatória contínua X tem distribuição Normal com parâmetros μ e σ^2 , se sua função densidade é dada pela equação (51). A variável aleatória X tem distribuição normal com média μ e variância σ^2 , descrita por $X \sim N(\mu, \sigma^2)$.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \text{ para } -\infty < x < \infty. \quad (51)$$

Sendo:

$-\infty < x < \infty$ = domínio da função

μ = posição central da distribuição

σ = dispersão da distribuição

A Figura 19 ilustra uma particular curva normal, determinada por valores particulares de μ e σ^2 .

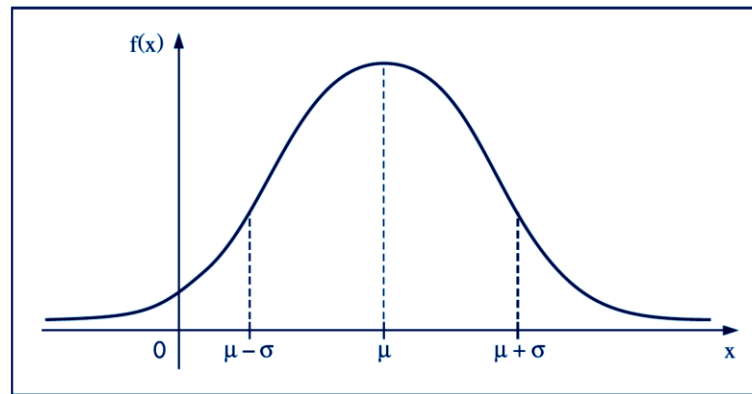


Figura 19 – Função de distribuição de probabilidade de uma variável aleatória com média μ e desvio padrão σ^2 (Morettin, 2010)

Algumas propriedades da densidade da Normal podem ser facilmente, observadas em seu gráfico:

- i) $f(x)$ é simétrica em relação à μ ;
- ii) $f(x) \rightarrow 0$ quando $x \rightarrow \pm\infty$
- iii) o valor máximo de $f(x)$ se dá para $x = \mu$

Média e Variância

Os parâmetros μ e σ^2 representam respectivamente, a média e a variância da distribuição, e podem ser definidos pelas equações (52) e (53).

$$E(x) = \mu \quad (52)$$

$$Var(X) = \sigma^2 \quad (53)$$

A distribuição normal depende dos parâmetros μ e σ^2

Segundo Tucci (2001), conforme o valor do parâmetro, a distribuição assumirá uma escala e, às vezes uma forma distinta. A Figura 20 apresenta as diferentes formas da função de probabilidade da distribuição Normal, para distintos valores de μ e σ . O parâmetro μ não afeta a forma, mas o posicionamento da distribuição com relação ao eixo da variável aleatória. Visualmente é possível constatar que a moda, mediana e a média posicionam-se em μ . O parâmetro σ altera a forma, sendo que ela apresenta-se mais concentrada em torno do eixo $x = \mu$ quanto menor for σ .

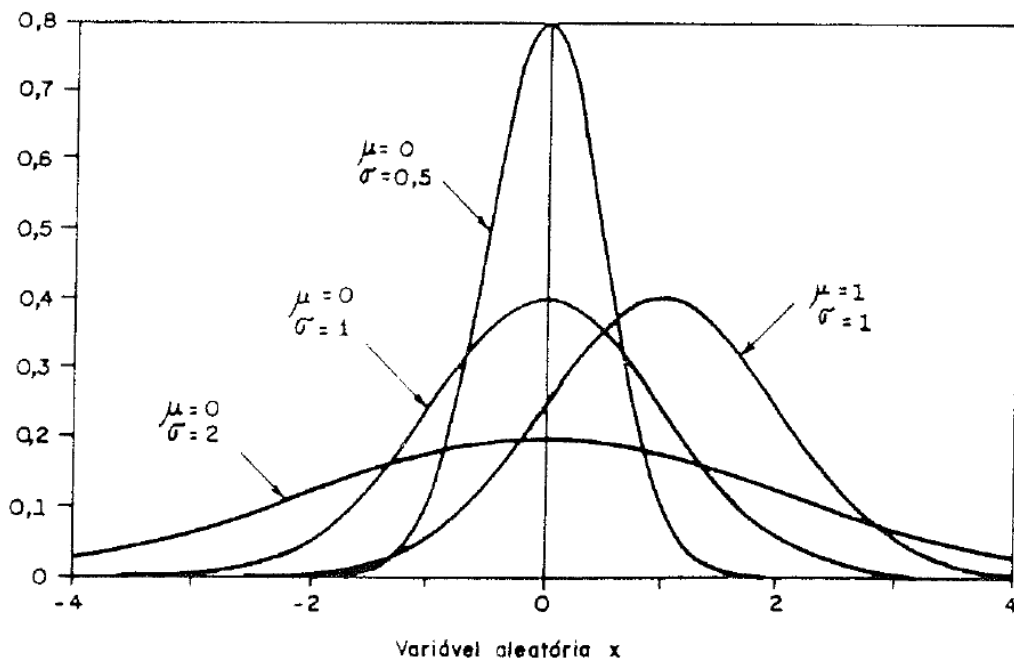


Figura 20 – Funções de probabilidade da distribuição Normal (Tucci, 2001)

No cálculo de probabilidades para variáveis contínuas, é necessário resolver a integral (54) de função densidade no intervalo de interesse.

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (54)$$

A integral (54), só pode ser resolvida de modo aproximado e por métodos numéricos. Por essa razão as probabilidades para o modelo Normal são calculadas por meio de tabelas (Magalhães, 2015).

A distribuição normal padrão

Para evitar multiplicações desnecessárias de tabelas para cada par de valores (μ, σ^2) , utiliza-se uma transformação que conduz sempre ao cálculo de probabilidades. A distribuição normal particular com média 0 e desvio padrão 1 é chamada de distribuição normal padrão e costuma ser denotada por Z. Considerando $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ e definindo uma nova variável Z definida pela equação (55).

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad (55)$$

Onde:

Z = variável padronizada

- . x = ponto considerado
- . μ = média da distribuição normal

Segundo Magalhães (2015), pode-se ainda verificar que as transformações não afetam a normalidade e, assim, a variável Z terá distribuição $N(0,1)$ e será denominada de Normal Padrão ou Normal Reduzida. O novo intervalo de domínio, pode ser definido como em (56). Quaisquer que sejam os valores μ e σ será utilizada a Normal Padrão para obter probabilidades com a distribuição Normal.

$$P(a \leq X \leq b) = P\left(\frac{a - \mu}{\sigma} \leq Z \leq \frac{b - \mu}{\sigma}\right) \quad (56)$$

Os valores para $P(0 \leq Z \leq z)$, $z \geq 0$ são apresentados no anexo D. Com a simetria da densidade Normal pode-se calcular valores de probabilidade em outros intervalos. É observado que a simetria também implica que a probabilidade de estar acima (ou abaixo) de zero é 0,5. Como probabilidade é sempre um número entre 0 e 1, a tabela contém apenas a parte decimal.

Aplicação da Função de Probabilidade Normal

Morettin (2010) propõe exemplos que tem como objetivo obter probabilidades a partir dos valores tabelados. Lembrando que a tabela dá as probabilidades sob uma curva normal padrão, que nada mais são do que as correspondentes áreas sob a curva.

I. Na distribuição $Z \sim N(0,1)$, com $z_c = 1,73$, calcule $P(0 \leq Z \leq 1,73)$

Solução: Essa probabilidade é dada diretamente na Figura 21, utilizando a entrada correspondente à linha 1,7 e à coluna com o valor 0,03. Dessa forma:

$$P(0 \leq Z \leq 1,73) = 0,4582.$$

Casa inteira e 1ª decimal	2ª decimal									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817

Figura 21 – Trecho da tabela de distribuição normal

II. Calculando mais algumas probabilidades (Figura 7.17):

(a) $P(-1,73 \leq Z \leq 0) = P(0 \leq Z \leq 1,73) = 0,4582$, devido à simetria da curva.

(b) $P(Z \geq 1,73) = 0,5 - P(0 \leq Z \leq 1,73) = 0,5 - 0,4582 = 0,0418$, pois

$$P(Z \geq 0) = 0,5 = P(Z \leq 0).$$

(c) $P(Z < -1,73) = P(Z > 1,73) = 0,0418$.

(d) $P(0,47 \leq Z \leq 1,73) = P(0 \leq Z \leq 1,73) - P(0 \leq Z \leq 0,47) = 0,4582 - 0,1808 = 0,2774$.

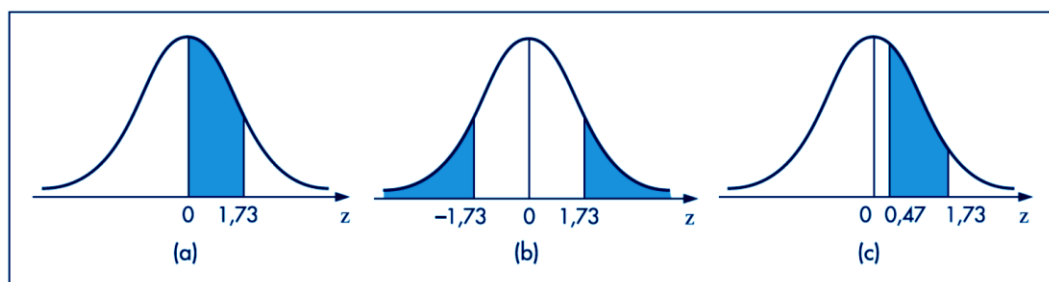


Figura 22 - Ilustração do cálculo de probabilidades para a $N(0,1)$ (Morettin, 2010)

III. Seja, X uma v.a. $N(\mu, \sigma^2)$, com $\mu = 3$ e $\sigma^2 = 16$, e queiramos calcular $P(2 \leq Z \leq 5)$. Utilizando (7.22), temos

$$\begin{aligned} P(2 \leq Z \leq 5) &= P\left(\frac{2-\mu}{\sigma} \leq \frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{5-\mu}{\sigma}\right) \\ &= P\left(\frac{2-3}{4} \leq Z \leq \frac{5-3}{4}\right) = P\left(-\frac{1}{4} \leq Z \leq \frac{1}{2}\right) \end{aligned}$$

Portanto a probabilidade de que X esteja entre 2 e 5 é igual à probabilidade de que Z esteja entre $-0,25$ e $0,5$ (Figura 24). Utilizando a Figura 23, é possível calcular:

$$P(-0,25 \leq Z \leq 0,5) = 0,0987 + 0,1915 = 0,2902$$

Casa inteira e 1ª decimal	2ª decimal									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852

Figura 23-Trecho da tabela de distribuição normal

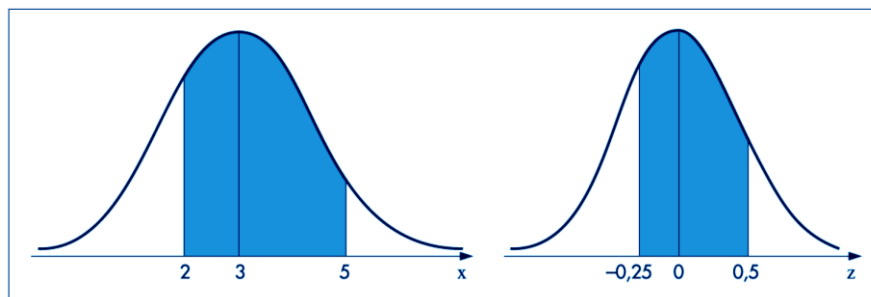


Figura 24 - Ilustração do cálculo de $P(2 \leq Z \leq 5)$ para a variável aleatória $N(3, 16)$ (Morettin, 2010).

2.2.8.5. Distribuição Beta

Segundo Gupta e Nadarajah (2004), a distribuição beta é apropriada nas situações em que o pesquisador precisa analisar dados de variáveis medidas no intervalo $(0, 1)$, como taxas e proporções, ou até mesmo como uma versão mais flexível da distribuição uniforme, assumindo diferentes formas dependendo do valor dos seus parâmetros. Nesta dissertação será utilizada a distribuição beta associada ao teorema de Bayes para a determinação de probabilidades de eventos.

A distribuição é chamada de beta por possuir em sua função de densidade de probabilidades a função beta, que aparece como uma constante normalizadora para garantir que a função seja de densidade, ou seja, que a integral em todo o espaço definido resulte em 1 (Barros, 2015). A função beta é definida pela equação (57),

$$Beta(\alpha, \beta) = \int_0^1 x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} dx \quad , \alpha > 0 \text{ e } \beta > 0 \quad (57)$$

Sendo α e β os coeficientes (parâmetros) de forma, inteiros e maiores que -1;

A função Beta apresentada na equação (57), tem algumas características especiais, como descritas nos itens i e ii (Farias 2018).

- (i) Beta é uma função real, isto é, $\forall \alpha > 0 \text{ e } \beta > 0$ tem-se $Beta(\alpha, \beta) < \infty$.
- (ii) $Beta(\alpha, \beta) = Beta(\beta, \alpha)$, isto é, Beta é uma função comutativa.

É possível observar na Figura 25 que a distribuição beta produz curvas com assimetria positiva e negativa em relação ao eixo central (0,5).

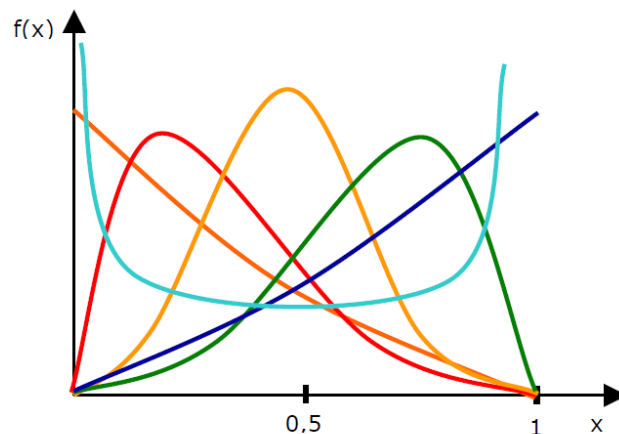


Figura 25 - Gráficos da Distribuição $Beta(\alpha, \beta)$ (Bressan, 2002)

A distribuição beta não apresenta forma fechada para sua função de distribuição acumulada.

- Se $\alpha = \beta = 1$ a densidade de Beta se reduz à Uniforme no intervalo (0, 1).
- A densidade beta é apropriada para modelar proporções, por causa do seu domínio (o intervalo [0, 1]) e também pela variedade de formas que a densidade pode assumir, de acordo com os valores especificados de (α e β).

Harr (1987) trás de forma simplificada, em (58) a aplicação da distribuição Beta, sobre os limites [a,b]. A abordagem neste trabalho será pautada na definição de Harr.

$$f(x) = C. (x - a)^\alpha. (x - b)^\beta \quad (58)$$

Sendo C uma constante de normalização definida pela equação (59).

$$C = \frac{(\alpha + \beta + 1)!}{\alpha!. \beta!. (b - a)^{(\alpha + \beta + 1)}} \quad (59)$$

Onde, a e b são os limites da distribuição beta;

Esperança e Variância

A esperança matemática e a variância serão calculadas utilizando, respectivamente, pelas equações (60) e (61).

$$E[x] = a + \frac{\alpha + 1}{\alpha + \beta + 2} (b - a) \quad (60)$$

$$Var[x] = \frac{(b - a)^2. (\alpha + 1). (\beta + 1)}{(\alpha + \beta + 2)^2. (\alpha + \beta + 3)} \quad (61)$$

Os parâmetros α e β são obtidos pelo cálculo da média $E[\text{beta}] = E[x]$, e, pelo desvio-padrão $\sigma = \sigma[x]$, calculados respectivamente, pelas equações (62) e (63).

$$\alpha = \frac{X^2}{Y^2} \cdot (1 - X) - (1 - X) \quad (62)$$

$$\beta = \frac{\alpha + 1}{X} - (\alpha + 2) \quad (63)$$

Onde os valores de X e Y, são por (64) e (65).

$$X = \frac{\bar{x} - a}{b - a} \quad (64)$$

$$Y = \frac{\sigma}{b - a} \quad (65)$$

Os valores de α e β também podem ser obtidos graficamente por meio do ábaco da Figura 26.

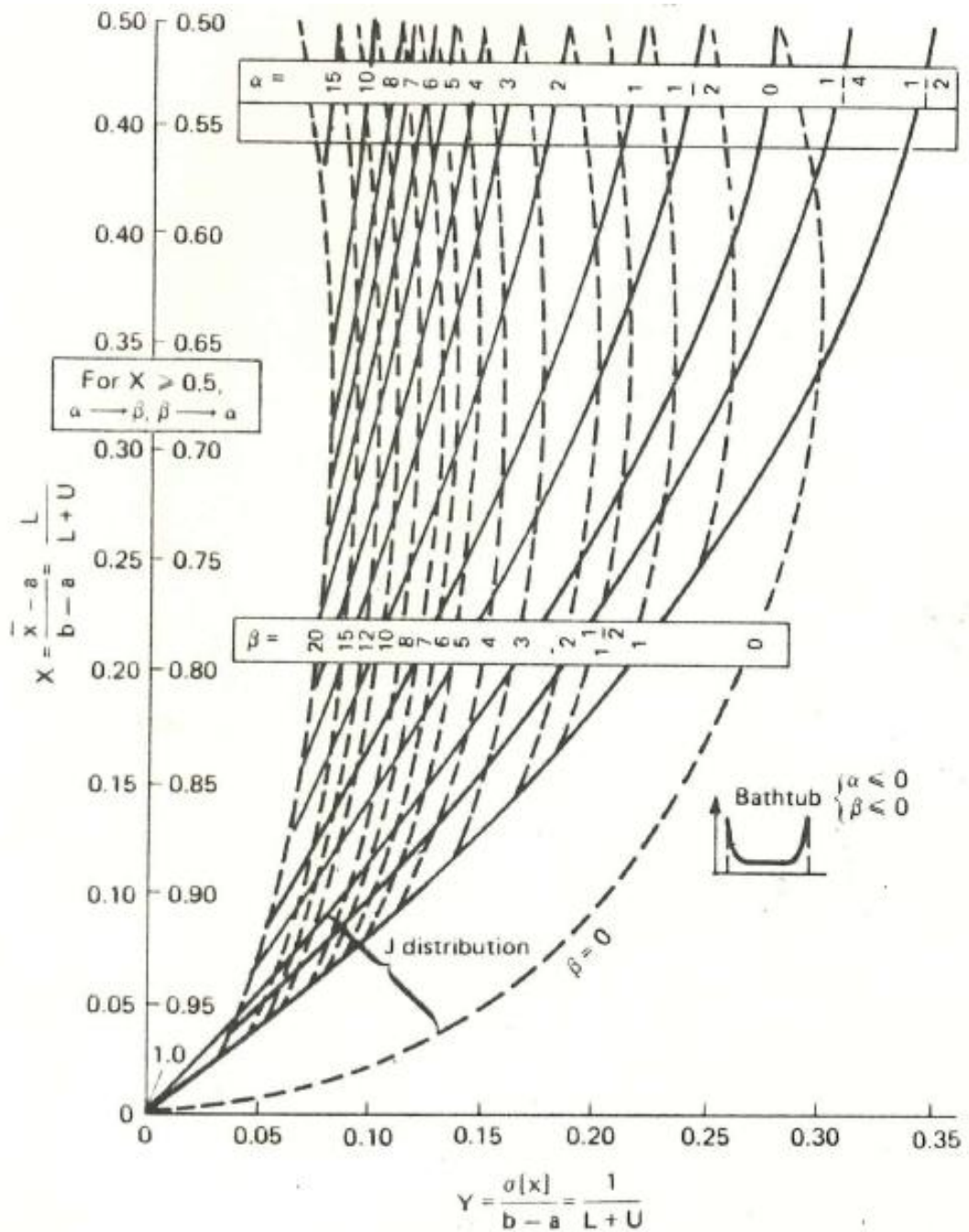


Figura 26 – Valores dos parâmetros α e β na distribuição beta (Harr, 1987).

$$\beta(1) = \frac{2(\beta - \alpha)}{(\alpha + \beta + 4)} \sqrt{\frac{\alpha + \beta + 3}{(\alpha + 1)(\beta + 1)}} \quad (66)$$

$$\beta(2) = \frac{3(\alpha + \beta + 3)[2(\alpha - \beta)^2 + (\alpha + 1)(\beta + 1)(\alpha + \beta + 4)]}{(\alpha + 1)(\beta + 1)(\alpha + \beta + 4)(\alpha + \beta + 5)} \quad (67)$$

Determinando os parâmetros α e β é possível obter os coeficientes de assimetria $\beta(1)$ e curtose $\beta(2)$ de forma analítica pelas equações (66) e (67) ou pela consulta ao ábaco ilustrado na Figura 27.

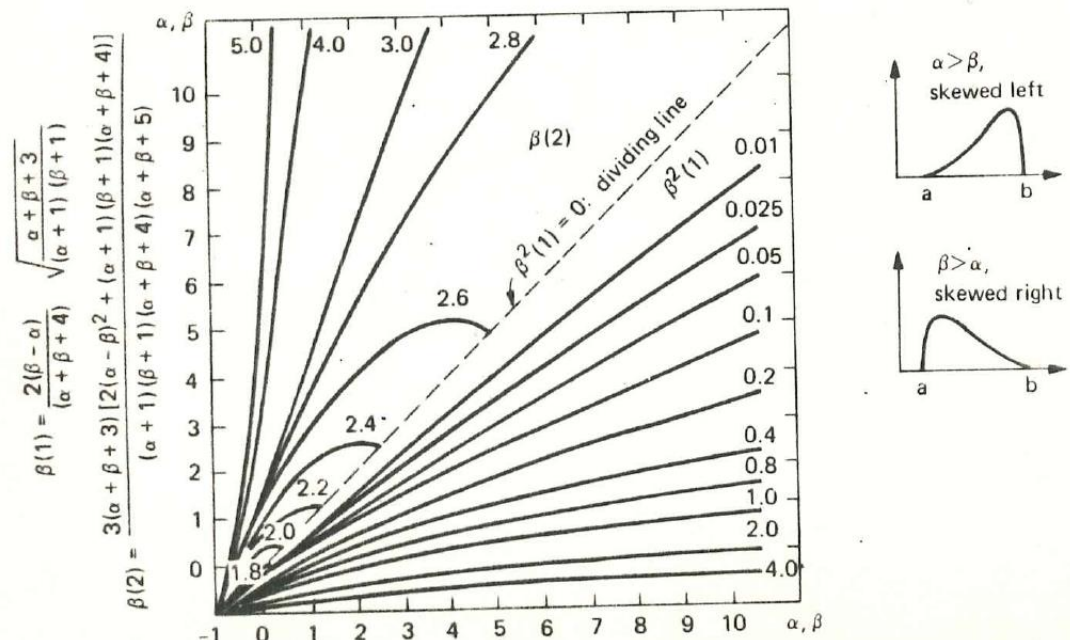


Figura 27- Ábaco para obtenção de $\beta^2(1)$ e $\beta(2)$ em função de α e β (Harr, 1987)

Com relação à forma da curva da função de distribuição das variáveis, esta pode ser definida conhecendo-se os valores dos parâmetros $\beta^2(1)$ e $\beta(2)$, segundo proposta de Karl Pearson (1985), apresentada na Figura 28.

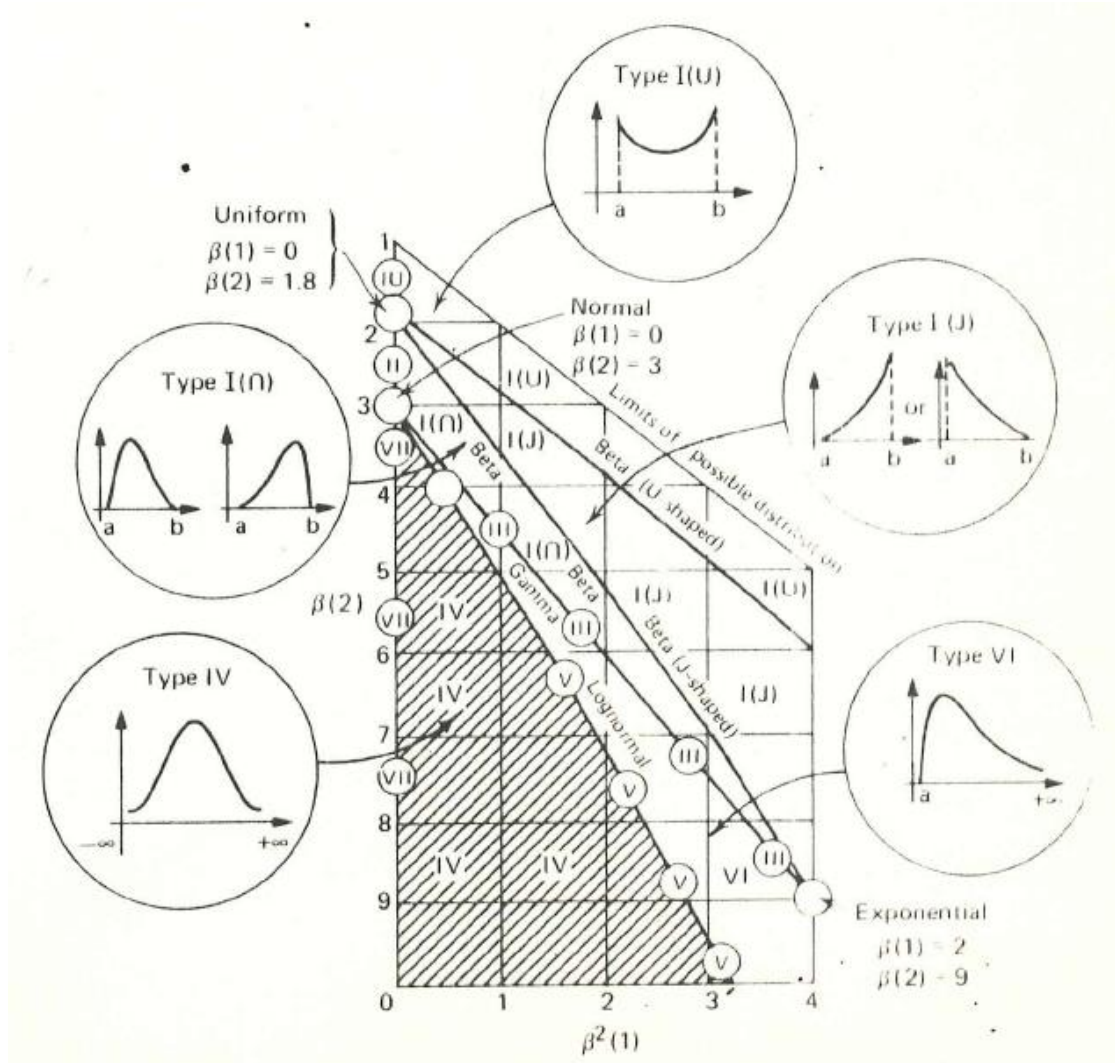


Figura 28 - Família de curvas de distribuição de probabilidades (Pearson & Hartley, 1972 apud Harr, 1987).

A solução da probabilidade acumulada, denominada k , para todo intervalo de parâmetros α e β , foi apresentada na forma de famílias de curvas, apresentadas na Figura 29. Cada família de curvas corresponde a um valor de K , que representa a área no intervalo considerado (probabilidade acumulada), e cada curva representa um valor de F , necessário para determinação da variável aleatória $x(k)$, dado que a distribuição acumulada da função densidade beta é dada por (68)

$$P[x \leq F] = K, \text{ com } a = 0, \text{ e } b = 1. \quad (68)$$

Para algum intervalo $[a, b]$, como em (69)

$$x(k) = a + F(b - a) \quad (69)$$

A solução da probabilidade acumulada, denominada K, em todo intervalo é definida pela equação (70).

$$P[x \leq x(k)] = k = \frac{\int_0^F y^\alpha \cdot (1-y)^\beta \cdot dy}{\int_0^1 y^\alpha \cdot (1-y)^\beta \cdot dy} \quad (70)$$

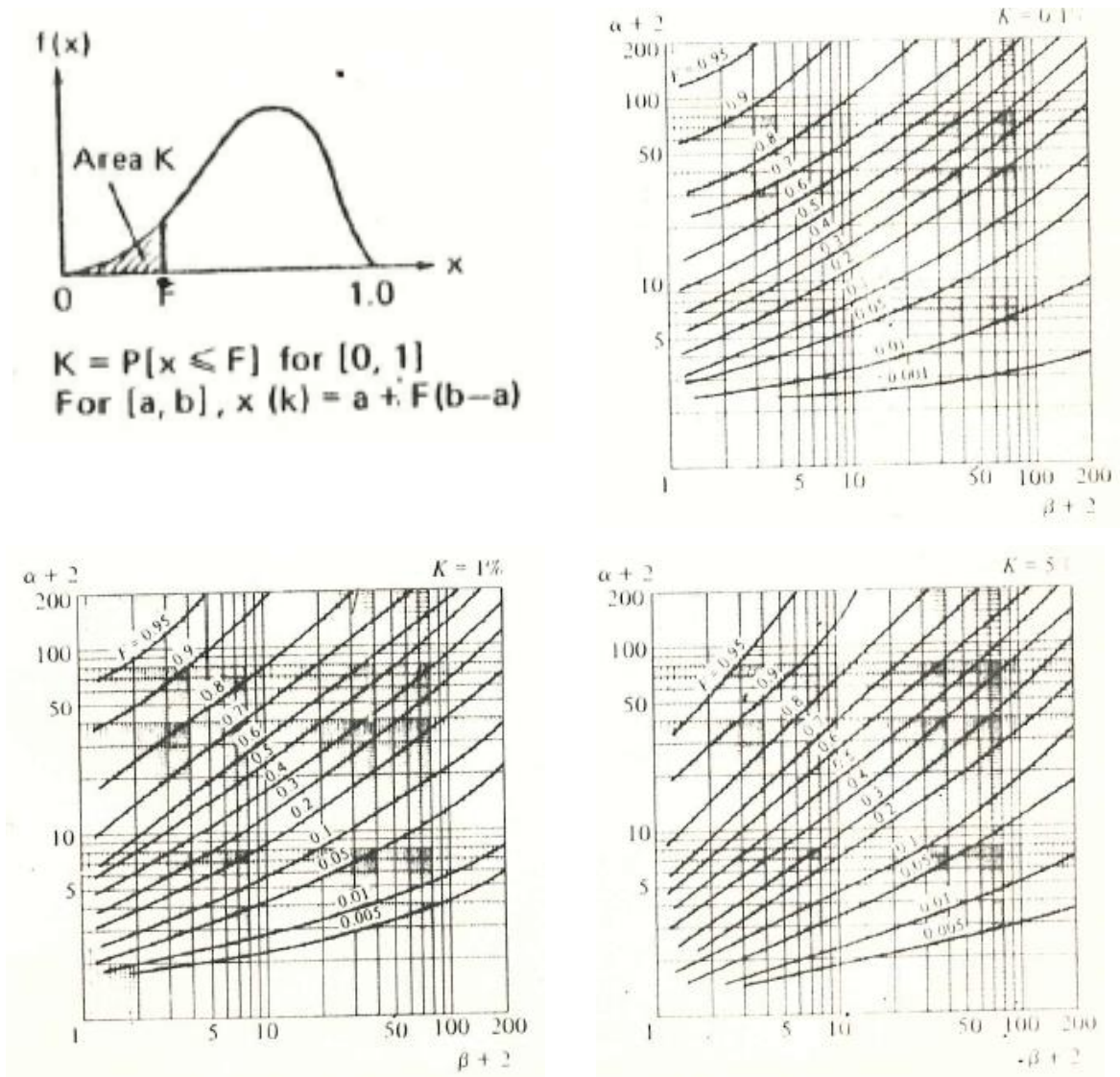
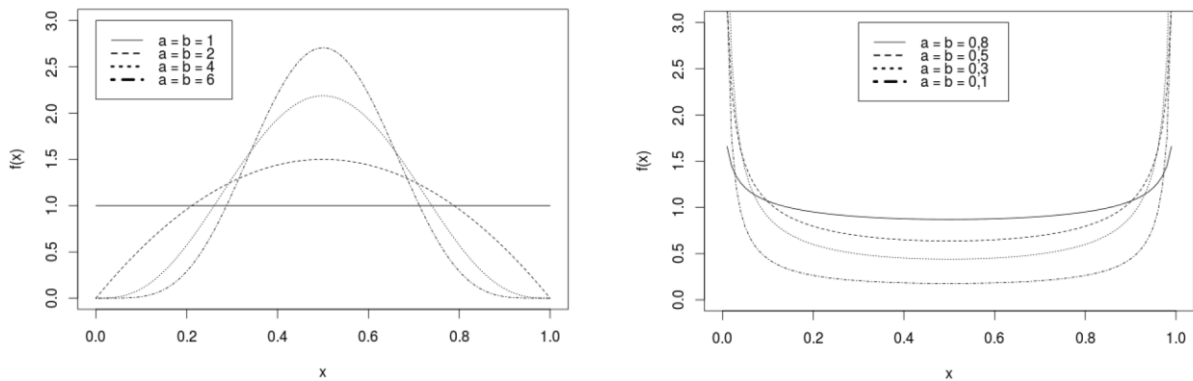


Figura 29 - valores de pontos da distribuição Beta (F), para $K=P[x \leq F]$ no intervalo $[0,1]$ necessários ao cálculo de $x(k)=a+F \cdot (b-a)$ de $[0,1]$ (Harr, 1987)

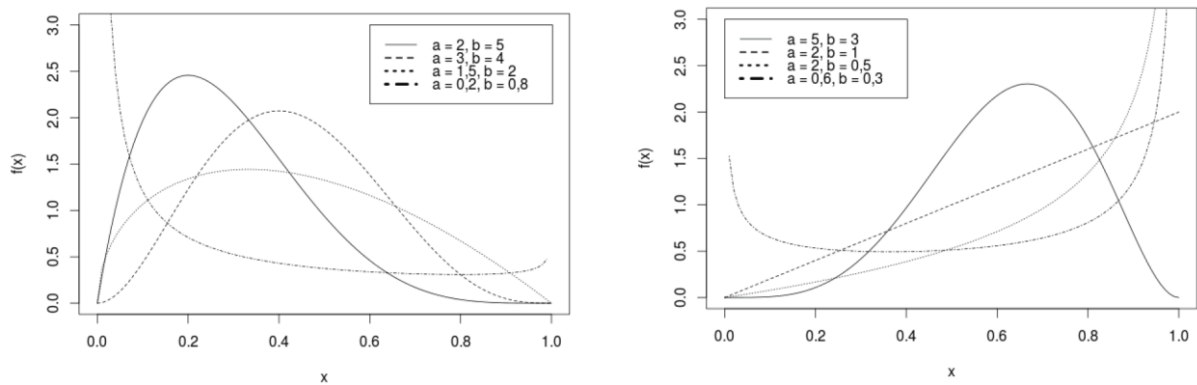
A Figura 30 e Figura 31 mostram as diversas formas assumidas pela distribuição beta de acordo com seus parâmetros α e β ,



(a) $\alpha = \beta$, $\alpha \geq 1$ e $\beta \geq 1$

(b) $\alpha = \beta$, $0 < \alpha < 1$ e $0 < \beta < 1$

Figura 30 - Gráficos da função de densidade de probabilidades da distribuição beta com parâmetros a e b tais que $a = b$, isto é, com formato simétrico em torno da media 1/2: (a) côncavos para baixo quando $\alpha \geq 1$ e $\beta \geq 1$ e (b) côncavos para cima quando $0 < \alpha < 1$ e $0 < \beta < 1$ (Barros, 2015).



(a) $\alpha < \beta$

(b) $\alpha > \beta$

Figura 31 - Gráficos da função de densidade de probabilidades da distribuição beta com parâmetros a e b tais que: (a) $\alpha < \beta$ e (b) $\alpha > \beta$ (Barros, 2015).

2.2.8.6. Modelo de Atualização Bayseana

O modelo de atualização Bayesiana tem como característica a implementação de alguns conceitos de estatística, vistos anteriormente. O diferencial desse modelo é que ele indica de maneira formal e organizada como novas informações podem ser usadas para atualizar o conhecimento prévio.

O modelo de atualização Bayesiana de probabilidades pode ser expresso conceitualmente como probabilidade “à posteriori” (revisada) = probabilidade “à priori” (conhecida) x nova informação, sendo distribuição “à priori” aquela conhecida previamente, com base em eventos pretéritos.

De acordo com a teoria de probabilidade $P(A) = 1 - P(A^c)$, (equação (7)), sendo dois resultados esperados, no caso sucesso (R) e falha (f), sejam mutuamente exclusivos, então $P[\text{sucesso} + \text{falha}] = 1$. Caso seja R a probabilidade de sucesso e $p(f)$, a probabilidade de falha, conclui-se que $R + p(f) = 1$.

Segundo Harr (1987), a confiabilidade R de um sistema é uma variável aleatória, cujas características são prescritas por alguma distribuição de probabilidade. Assim sendo, esta deve variar entre $R_{min} = 0$ e $R_{max} = 1$, conseqüentemente, a média e a variância destas distribuições também são variáveis aleatórias. Com quatro parâmetros ($R_{min} = 0$, $R_{max} = 1$, $E[R]$ e $Var[R]$) o princípio de máxima entropia (incerteza) indica que a distribuição de confiabilidade leve em conta a variável beta. A distribuição de confiabilidade à priori é evidenciada em (71), onde α e β são inteiros.

$$beta(R_0|\alpha, \beta) = \frac{(\alpha + \beta + 1)!}{\alpha! \beta!} \cdot R_0^\alpha (1 - R_0)^\beta \quad (71)$$

Remodelando as distribuições Binomial e Beta, chega-se a equação (72)

$$b(x; N, R) = \frac{N!}{x! (N - x)!} \cdot R^x \cdot (1 - R)^{N-x} \quad (72)$$

Substituindo na equação (72) x por α (número de sucessos) e $(N - x)$ por β (número de insucessos), a distribuição Binomial pode ser reescrita como a equação (73).

$$b(\alpha; \alpha + \beta, R) = \frac{(\alpha + \beta)!}{\alpha! \beta!} \cdot R^\alpha \cdot (1 - R)^\beta \quad (73)$$

Harr (1987) destaca que ao serem satisfeitas as relações acima, as distribuições Beta e Binomial são referidas como distribuições conjugadas.

Média e Variância

Os parâmetros E e σ^2 representam respectivamente, a média e a variância da distribuição, e podem ser definidos pelas equações (74) e (75).

$$\bar{R} = E[beta(R_0|\alpha, \beta)] = \frac{\alpha + 1}{\alpha + \beta + 2} \quad (74)$$

$$\sigma^2[R] = Var[(R_0|\alpha, \beta)] = \frac{(\alpha + 1)(\beta + 1)}{(\alpha + \beta + 2)^2(\alpha + \beta + 3)} \quad (75)$$

Onde:

α : número de sucessos atualizados;

β : número de insucessos atualizados;

Aplicação modelo de Atualização Bayseana (Harr, 1987)

Em um determinado experimento o número de sucessos $\alpha = 4$, e o número de insucessos $\beta = 1$ sendo $R_{min} = 0$ e $R_{max} = 1$.

Utilizando a equação 72 e a equação 73, respectivamente:

$$\bar{R} = E[beta(R/\alpha, \beta)] = 0,71 \text{ e } \sigma(R) = 0,16$$

Com os parâmetros, acima é possível visualizar a distribuição beta, na Figura 32. Como neste caso, $\alpha > \beta$ a distribuição é mais concentrada à esquerda, assim segue intuitivamente que existem mais sucessos do que falhas.

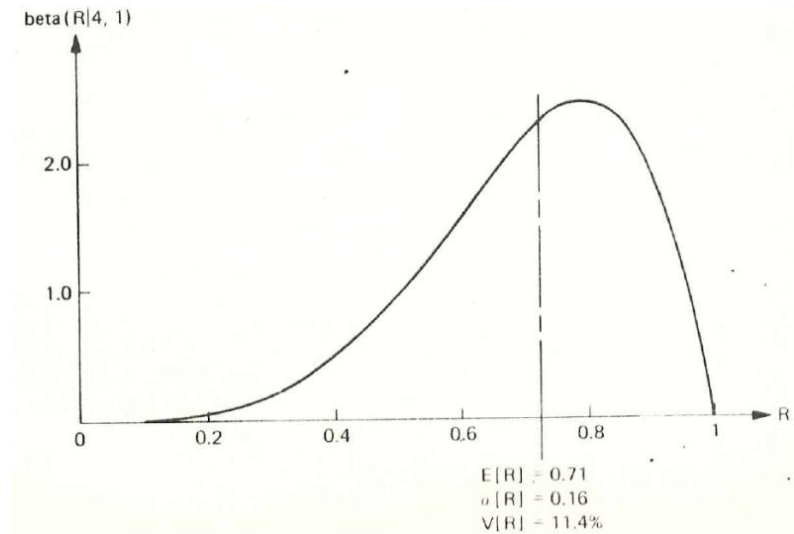


Figura 32 - Distribuição beta (Harr, 1987)

A Figura 33 mostra as seguintes situações:

Quando $\alpha = \beta = 0$, resulta em $\beta(R|0,0) = 1$, sendo $0 \leq R \leq 1$.

Quando $\alpha = 1$ e $\beta = 0$, resulta em $\beta(R|1,0) = 2R$, sendo $0 \leq R \leq 1$.

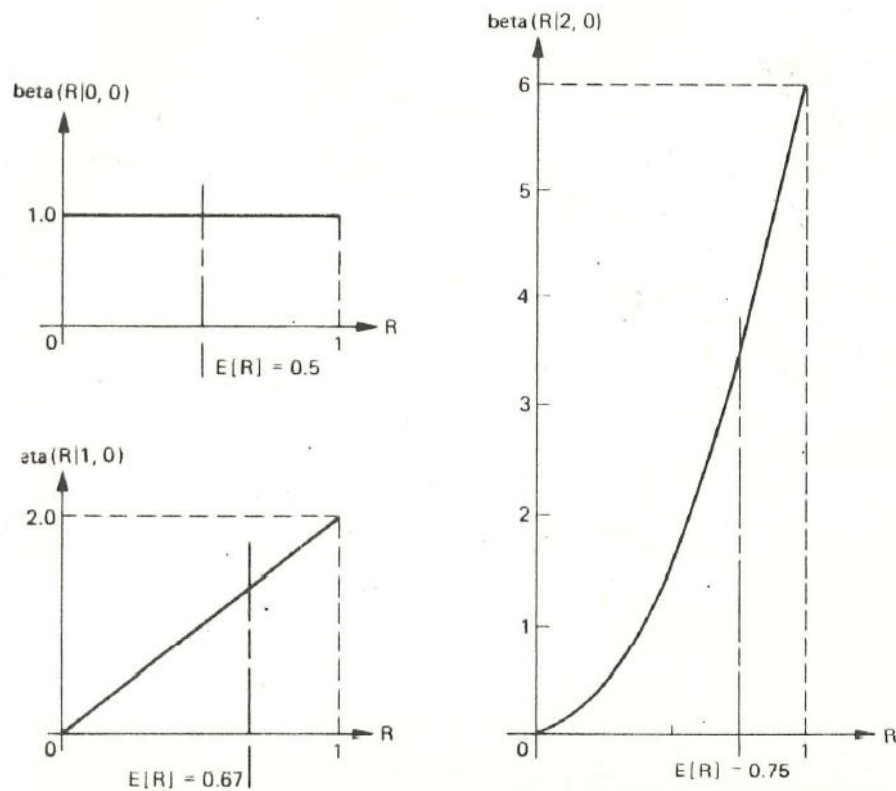


Figura 33 – Algumas distribuições do modelo de Atualização Bayseana (Harr, 1987)

3.0 GEOESTATÍSTICA

A geoestatística pode ser vista como um ramo da estatística espacial que estuda a relação de uma variável regionalizada com ela mesma em outra posição, ou seja, são técnicas que consideram a localização e o arranjo espacial de uma variável na análise ou na interpretação dos resultados de um estudo (Cressie, 1993). As variações dos fenômenos naturais não são aleatórias e apresentam algum grau de dependência espacial (Guimarães, 2001). É por essa razão que a geoestatística se apresenta como nova técnica adicional, que leva em consideração as distribuições espaciais das amostras, permitindo definir o raio de dependência espacial entre elas. As técnicas geoestatísticas vêm sendo empregadas com sucesso em inúmeras áreas, percorrendo campos do mapeamento de solos, da meteorologia, ecologia, oceanografia, geoquímica, epidemiologia, geografia humana, geomorfometria, da própria geotecnia e áreas similares (Hengl 2009). Nesta dissertação os conceitos de geoestatística serão utilizados para a interpolação das probabilidades em certos pontos de amostragem.

3.1. Inferência Espacial

A geoestatística tem por objetivo a caracterização espacial de uma variável de interesse por meio do estudo de sua distribuição e variabilidade espaciais, com determinação das incertezas associadas (Yamamoto e Landim 2013). O fenômeno espacial é o conjunto de todos os valores possíveis da variável de interesse, que define a distribuição e variabilidade espaciais dessa variável dentro de um dado domínio em duas ou três dimensões.

O processo de reprodução das características do fenômeno espacial baseado em pontos amostrais é denominado interpolação ou estimativa. A interpolação ou estimativa de um ponto não amostrado é feita por meio do ajuste de funções matemáticas locais (pontos mais próximos ao ponto não amostrado) ou globais (todos os pontos amostrais).

3.2. Variáveis aleatórias e regionalizadas

Como já foi visto no capítulo 2, uma variável aleatória é aquela cujos valores são gerados aleatoriamente de acordo com um certo mecanismo de probabilidade. O elemento básico da Geoestatística é a variável regionalizada, cuja variação espacial caracteriza o fenômeno regionalizado que a originou. Essas variáveis possuem características casuais e estruturadas, ou seja, podem assumir localmente qualquer valor segundo uma função de probabilidade e globalmente possuem uma estruturação que pode ser tratada por uma função espacial (Journel e Huijbregts, 1978).

A teoria geoestatística é baseada no fato de que a variabilidade de todas as variáveis regionalizadas tem uma estrutura particular. Se $z(x)$ é o valor da variável $Z(x)$ no ponto x , o problema é representar a variabilidade da função $z(x)$ no espaço, quando a variável x varia (Lou, 2004). A solução geoestatística consiste em interpretar cada valor $z(x_i)$ como uma realização particular da variável aleatória $Z(x_i)$ no ponto x_i . O conjunto dessas variáveis aleatórias auto-correlacionadas em um domínio D constitui uma função aleatória. O problema de caracterizar a variabilidade espacial de $z(x)$ é, então, reduzido a caracterizar as correlações entre as várias variáveis aleatórias $z(x_i)$, $z(x_j)$ que constituem a função aleatória $\{z(x_i), x \in D\}$.

3.3. Hipóteses de Estacionaridade

Diz-se que um processo (ou uma variável) é estacionário se o desenvolvimento desse processo no tempo ou no espaço ocorrer de maneira mais ou menos homogênea, com oscilações aleatórias contínuas em torno de um valor médio, em que nem a amplitude média e nem as oscilações mudam bruscamente no tempo ou no espaço (Guimarães, 2001).

Segundo Soares (2014), o conjunto de variáveis aleatórias $Z(x_i)$, $i=1,n$, correlacionadas entre si, constitui uma função aleatória, cuja amostragem fornece uma realização $Z(x_i)$. Por isso, com uma única realização torna-se teoricamente impossível determinar qualquer parâmetro estatístico das variáveis

individuais ponto x_i dessa função, tais como média e variância. A solução consiste em assumir diversos graus de estacionariedade da função aleatória, ou seja, admite-se que as variáveis aleatórias tenham a mesma média como apresentado em (76).

$$E[Z(x_1)] = E[Z(x_2)] = \dots = E[Z(x_n)] = E[Z(x)] = m \quad (76)$$

Desse modo, a média (m) passa a ser independente da localização (x_i) e é estimada como média aritmética das realizações das variáveis aleatórias como em (77)

$$m = E[Z(x)] = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n Z(x_i) \quad (77)$$

Esta hipótese de estacionariedade da média é parte integrante e fundamental do modelo geoestatístico, e não pode nunca ser validada ou refutada na prática, uma vez que, na realidade, só existe uma realização da função aleatória (Soares, 2006), esta homogeneidade espacial raramente ocorre, sendo necessária a verificação da distribuição e da variabilidade espacial da função aleatória.

Guimarães (2001) define que em estudos de geoestatística necessita-se, como restrição máxima, que o primeiro e o segundo momento em relação à origem sejam constantes, ou seja, exige-se no máximo a estacionariedade de segunda ordem.

A variância associada à média é calculada como na equação (78)

$$Var[Z(x)] = E\{[Z(x) - m]^2\} \quad (78)$$

Se o segundo momento em relação à origem é constante, então a variância é constante independentemente da origem no espaço ou no tempo e, portanto, o processo é estacionário de ordem dois.

Yamamoto e Landim (2013) destacam que na estatística a covariância é uma medida da relação mútua entre duas variáveis aleatórias distintas, por exemplo, X e Y. Em Geoestatística, a covariância mede a relação entre valores da mesma variável, obtidos em pontos separados por uma distância h conforme uma determinada direção. Isso significa que, ao alterar a direção, a covariância também pode se alterar e, nesse caso, há indicação de presença de fenômeno espacial anisotrópico, conforme ilustrado na (36). Nas situações em que a covariância é a

mesma, independente da direção, o fenômeno espacial é considerado isotrópico (36). Assim, calcula-se a covariância para várias direções com objetivo de se definir a isotropia (ou anisotropia) do fenômeno espacial. Nos casos de estudos com distribuição em duas dimensões, calculam-se as covariâncias apenas em quatro direções: 0° , 45° , 90° e 135° .

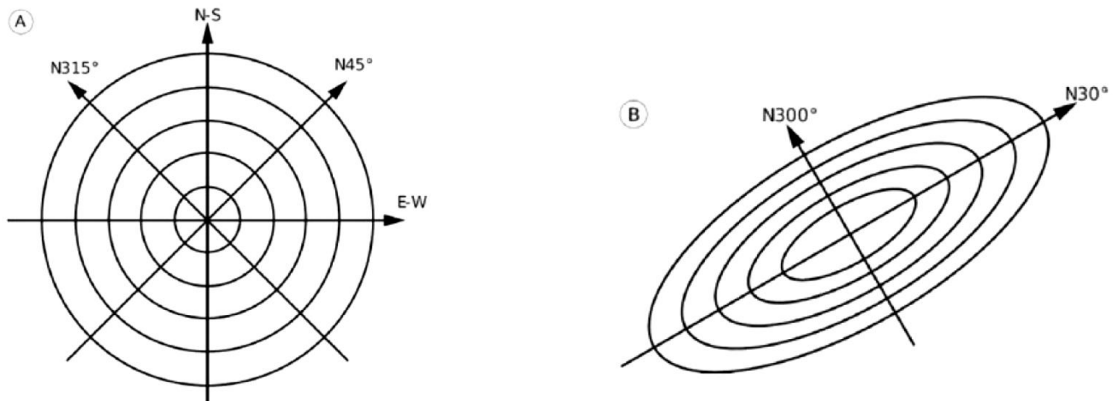


Figura 34 - Fenômenos espaciais: A) isotrópico e B) anisotrópico (Yamamoto e Landim, 2013)

A covariância de uma variável regionalizada para pontos separados por uma distância h pode ser calculada como em (79).

$$C(h) = E\{[Z(x+h) - m] \cdot [Z(x) - m]\} \quad (79)$$

É importante ressaltar que a variância é um caso particular da covariância quando $h = 0$, como observado em (80).

$$C(0) = E\{[Z(x+0) - m] \cdot [Z(x) - m]\} = E\{[Z(x) - m]^2\} = \text{Var}[Z(x)] \quad (80)$$

Dessa forma pode-se utilizar a função de covariância normada pela variância, como apresentado em (81).

$$\rho(h) = \frac{C(h)}{\text{Var}[Z(x)]} \quad (81)$$

Neste caso ρ é chamada de função de correlação ou coeficiente de correlação, que nada mais é do que a correlação entre seções da variável separadas por um passo h . Então quando $h = 0$ $\rho(0) = 1$. É possível definir uma variável como estritamente estacionária se seus momentos estatísticos são invariantes a translações na origem, isto é, o processo $Z(x)$ e $Z(x+h)$ tem a mesma

estatística para qualquer h (Guimarães, 2001). A função variograma é definida como a variância do incremento $[Z(x+h) - Z(x)]$, como em (82).

$$\gamma(h) = \frac{1}{2}E\{ [Z(x+h) - Z(x)]^2\} \quad (82)$$

De acordo com Yamamoto e Landim (2013), a hipótese de estacionaridade de 2ª ordem assume a existência da variância e, portanto, de uma variância a priori finita (Journel & Huijbregts, 1978). Existem, porém, fenômenos físicos e, conseqüentemente, variáveis regionalizadas com uma capacidade infinita de dispersão, nos quais não se pode definir, a priori, nem a covariância nem a variância, mas se pode determinar um variograma (Journel & Huijbregts, 1978).

Ainda segundo Guimarães (2001), a hipótese de estacionaridade de segunda ordem assume a existência de uma covariância e assim de uma variância finita. $Var[Z(x)] = C(0)$. A existência do variograma é uma hipótese mais fraca do que a existência da covariância, e existem muitos fenômenos que possuem uma grande capacidade de dispersão, isto é, que não possuem uma variância a priori nem uma covariância, mas um variograma pode ser definido. Uma hipótese mais fraca (mais abrangente) é a hipótese intrínseca.

Adotar a hipótese intrínseca, não requer a existência de uma média constante e variância finita para a função aleatória $Z(x)$, mas apenas os incrementos da função aleatória $[Z(x+h) - Z(x)]$ sejam estacionários de segunda ordem (Goovaerts, 1997 apud Yamamoto e Landim, 2013). De acordo com Goovaerts (1997), a estacionaridade é uma propriedade do modelo de função aleatória necessária para a inferência estatística. Para todos os vetores h , o incremento $[Z(x+h) - Z(x)]$ tem uma variância finita, como em (83), a qual não depende do suporte x (Journel & Huijbregts, 1978).

$$Var[Z(x+h) - Z(x)] = E\{ [Z(x+h) - Z(x)]^2\} = 2\gamma(h) \quad (83)$$

A hipótese intrínseca é a hipótese mais frequentemente usada em geoestatística, por ser menos restritiva e, portanto, o semivariograma é a ferramenta mais difundida na geoestatística porque exige apenas a hipótese intrínseca, enquanto o autocorrelograma exige a estacionaridade de segunda ordem.

3.4. Variograma

Segundo Armony (2017), variograma é uma ferramenta em que é permitido visualizar e quantificar o quanto diferem os teores das amostras na medida em que se afastam umas das outras. É dado pelo valor médio das diferenças quadráticas entre os valores das amostras em função da distância.

Com relação ao termo variograma, há uma confusão terminológica na literatura geoestatística, a confusão a respeito do prefixo “semi” surgiu porque Matheron (1965) tinha em mente a variância das diferenças $[Z(x+h) - Z(x)]$, mas o valor desejado na prática era a metade dessa diferença, que fornece a variância da diferença de pares de pontos separados por h (Yamamoto e Landim, 2013). Na realidade, o prefixo semi se deve à divisão da média das diferenças ao quadrado por dois, como é possível observar na equação (84)

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E\{[Z(x+h) - Z(x)]^2\} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n [Z(x+h) - Z(x)]^2 \quad (84)$$

De forma resumida, $2\gamma(h)$ é chamado de variograma e $1/2\gamma(h)$ de semivariograma, apesar de se encontrar na literatura a consideração de $\gamma(h)$ como sendo variograma, ainda que os valores estejam divididos por dois. Para os objetivos desta dissertação, é indiferente denominar-se variograma ou semivariograma e, por simplicidade, o termo variograma será aquele utilizado no presente trabalho.

O variograma $\gamma(h)$ e a função de covariância $C(h)$ são relacionados pela expressão (85)

$$\gamma(h) = C(0) - C(h) \quad (85)$$

Onde $C(0)$ é a covariância para o vetor de distância zero, ou seja, $C(0)$ é igual à variância da variável aleatória em estudo.

Com a definição da expressão (85), é possível perceber que se o vetor h apresentar-se infinitamente pequeno, a variância seja mínima e a covariância máxima (Yamamoto e Landim, 2013), havendo um valor Δh para o qual as duas apresentam valores iguais. Entretanto, à medida que Δh aumenta, a covariância diminui, enquanto a variância aumenta. Isto porque ocorre, progressivamente, maior

independência entre os pontos a distâncias cada vez maiores, conforme apresentado na Figura 35.

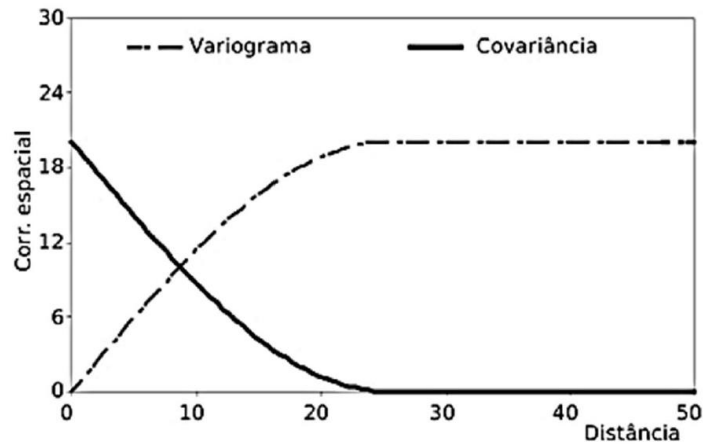


Figura 35 - Relação entre a função variograma e a função covariância (Yamamoto e Landim, 2013)

3.5. Modelos de variograma teórico

Uma vez calculados os valores dos variogramas para diferentes h , com base num conjunto de amostras de uma área A , é necessário ajusta-los por uma função geral e representativa, sendo esta uma curva atenuada média, função de um número reduzido de parâmetros que quantifique a continuidade espacial $Z(x)$. Ajustar o variograma através de uma curva média é inferir um padrão de $\gamma(h)$ representativo para toda área e para toda gama de valores de h , a partir dos valores conhecidos experimentalmente (Soares, 2014).

Segundo Vieira (2000), a característica ideal do variograma é quando intuitivamente, seu comportamento é mais realístico, isto é, represente o que se espera dos dados amostrados, graficamente a função semivariograma é expressa conforme mostra a Figura 36, e suas características são apresentadas em seguida.

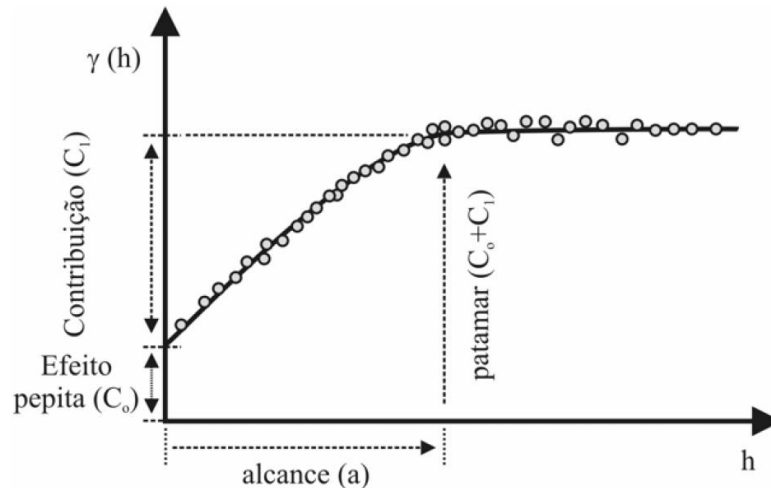


Figura 36 – Esquema básico de uma função semivariograma (Mota, 2008)

*Amplitude variográfica ou alcance (range): a - Distância na qual a máxima variabilidade é atingida e que corresponde ao aumento da distância entre as amostras;

*Patamar (sill): $C = C_0 + C_1$ - Representa o nível de variabilidade onde o variograma se estabiliza. Corresponde a diferença entre o ponto de maior correlação ou a origem do variograma e o ponto que teoricamente representa a variância populacional e variabilidade se estabiliza;

*Efeito Pepita (nugget effect): C_0 - representa uma descontinuidade na origem do variograma. Significa que, mesmo a pequenas distâncias h , as amostras apresentam algum tipo de variância não explicada. Algumas explicações para existência de C_0 podem ser: erros de medição e uma provável descontinuidade do espaço em escala menor

*Contribuição (C_1): é a diferença entre o patamar (C) e o Efeito Pepita (C_0).

Existem vários modelos de variogramas teóricos com patamar, mas apenas alguns explicam a variabilidade da grande maioria dos fenômenos espaciais. As expressões matemáticas destes modelos serão apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 - Modelos teóricos de variograma com patamar (Olea,1999 apud Yamamoto e Landim)

Modelo	Equação
Esférico	$\begin{cases} \gamma(h) = C_o + C \left[1,5 \frac{h}{a} - 0,5 \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right] & \text{para } h < a \\ \gamma(h) = C_o + C & \text{para } h \geq a \end{cases}$
Exponencial	$\gamma(h) = C_o + C \left[1 - \exp \left(-\frac{h}{a} \right) \right]$
Gaussiano	$\gamma(h) = C_o + C \left[1 - \exp \left(-\left(\frac{h}{a} \right)^2 \right) \right]$
Cúbico	$\begin{cases} \gamma(h) = C_o + C \left[7 \left(\frac{h}{a} \right)^2 - \frac{35}{4} \left(\frac{h}{a} \right)^3 + \frac{7}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^5 - \frac{3}{4} \left(\frac{h}{a} \right)^7 \right] & \text{para } h < a \\ \gamma(h) = C_o + C & \text{para } h \geq a \end{cases}$
Pentaesférico	$\begin{cases} \gamma(h) = C_o + C \left[\frac{15}{8} \left(\frac{h}{a} \right) - \frac{5}{4} \left(\frac{h}{a} \right)^3 + \frac{3}{8} \left(\frac{h}{a} \right)^5 \right] & \text{para } h < a \\ \gamma(h) = C_o + C & \text{para } h \geq a \end{cases}$
Efeito furo	$\gamma(h) = C_o + C \left[1 - \frac{\text{sen} \pi(h/a)}{\pi(h/a)} \right]$

Os modelos mais usuais são em geoestatística são: esférico, exponencial e Gaussiano e por esse motivo serão apresentados a seguir.

Modelo Esférico

O modelo esférico é função de dois parâmetros: patamar e amplitude. O patamar C é o limite superior para o qual tendem os valores do variograma com o aumento dos valores de h . A amplitude $h = a$, a distância a partir da qual os valores de $\gamma(h)$ param de crescer e são a um patamar que é normalmente coincidente com a variância de $Z(x)$. A amplitude mede a distância a partir da qual os valores de $Z(x)$ deixam de estar correlacionados (Soares, 2014).

Como características gráficas, o modelo esférico apresenta a tangente na origem da curva e atinge o patamar a uma distância correspondente a $2/3$ da amplitude (a), apresentado na Figura 37.

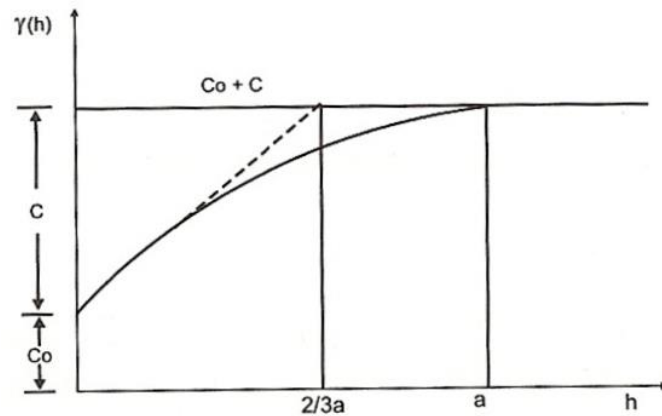


Figura 37 – Modelo teórico esférico (Lima, 2006)

Modelo Exponencial

O modelo exponencial também é função dos mesmos parâmetros, patamar e amplitude, como no modelo esférico. Sendo que neste caso a amplitude a é atingida quando o valor do variograma alcança apenas assintoticamente, 95% do valor do patamar, também é possível observar que a tangente na origem atinge o patamar a uma distância correspondente a $1/3$ da amplitude, apresentado na Figura 38.

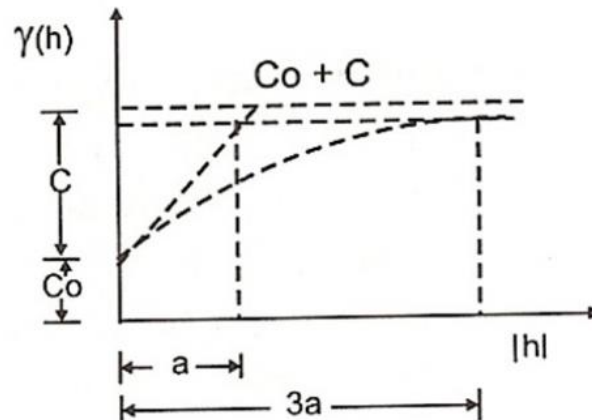


Figura 38 - Modelo teórico Exponencial (Lima, 2006)

Modelo Gaussiano

As duas funções apresentadas anteriormente (modelo esférico e exponencial) tem crescimento relativamente rápido junto da origem, denunciando um comportamento típico de fenômenos relativamente irregulares. Já o modelos Gaussianos, é bem mais regular e contínuos mostra crescimento lento de $\gamma(h)$ com comportamento parabólico na origem. Neste modelo a amplitude também é a distância para a qual o modelo atinge 95% do patamar.

O modelo gaussiano tem muita semelhança com o exponencial principalmente no que se refere a forma como atinge o patamar e larga amplitude variográfica. Difere daquele quanto a seu comportamento parabólico na origem, apresentado na Figura 39.

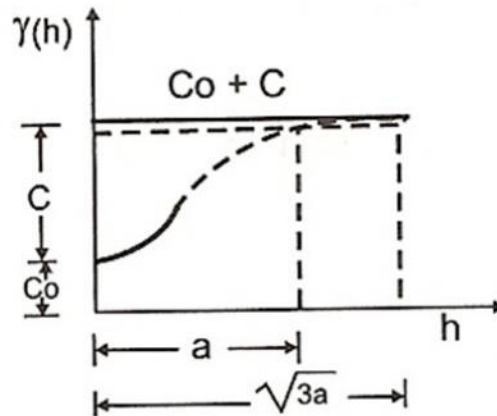


Figura 39 - Modelo teórico Gaussiano (Lima, 2006)

3.6. Krigagem

Yamamoto e Landim (2013) definem Krigagem como o processo geoestatístico de estimativa de valores de variáveis distribuídas no espaço e/ou tempo, com base em valores adjacentes quando considerados interdependentes pela análise variográfica. Pode ser comparado com outros métodos tradicionais de estimativa por médias ponderadas ou por médias móveis, mas a diferença fundamental é que somente a krigagem apresenta estimativas não tendenciosas e a mínima variância associada ao valor estimado.

O termo, tradução do francês *krigeage*, e do inglês *kriging*, foi cunhado pela escola francesa de geoestatística em homenagem ao engenheiro de minas sul-africano e pioneiro na aplicação de técnicas estatísticas em avaliação mineira, Daniel G. Krige. Landim (2006) destaca que a krigagem pode ser usada, como algoritmo estimador, para:

a) previsão do valor pontual de uma variável regionalizada em um determinado local dentro do campo geométrico; é um procedimento de interpolação exato que leva em consideração todos os valores observados, o qual pode ser a base para cartografia automática por computador quando se dispõe de valores de uma variável regionalizada dispostos por uma determinada área;

b) cálculo médio de uma variável regionalizada para um volume maior que o suporte geométrico como, por exemplo, no cálculo do teor

Em todas essas situações o método fornece, além dos valores estimados, o “erro” associado a tal estimativa, o que o distingue dos demais algoritmos à disposição. Nesta dissertação, será abordado somente o caso de krigagem linear simples.

Krigagem simples ou estacionária

Segundo Soares (2014), a krigagem simples é o algoritmo de krigagem na sua versão não-estacionária mais geral, em que se assume o conhecimento das médias do conjunto de variáveis aleatórias referentes aos valores amostrados e aos pontos no espaço não amostrado.

Seja um local não amostrado x_0 e n valores obtidos em pontos adjacentes. Uma estimativa linear ponderada desse local pode ser escrita como em (86) (Journel, 1989 apud Yamamoto e Landim,2013)

$$Z_{ks}(x_0) = m_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot [Z(x_i) - m_i] \quad (86)$$

A krigagem normal pressupõe a hipótese de estacionaridade do primeiro momento de todas as variáveis aleatórias, e sob a condição de estacionaridade de segunda ordem, a média e a variância de todos os locais são constantes, como em (87) e (88)

$$E[Z(x)] = m \quad (87)$$

$$E[(Z(x) - m) \cdot (Z(x+h) - m)] = E[Z(x) \cdot (x+h) - m^2] = C(h) \quad (88)$$

O estimador da krigagem simples é calculado em (89) (Olea,1999, apud Yamamoto e Landim,2013)

$$Z_{KS}^*(x_0) = m + \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot [Z(x_i) - m] \quad (89)$$

O problema consiste em determinar os pesos ótimos da krigagem simples da equação (89) Para sua solução, segundo Olea (1999, apud Yamamoto e Landim,2013), define-se uma nova função aleatória, que é a diferença entre a função aleatória $Z(x)$ e a sua média observado em (90)

$$Y(x) = Z(x) - E [Z(x)] \quad (90)$$

Onde $E [Y(x)]=0$. Assim, a equação (88) faz a estimativa dos resíduos. De acordo com Olea,(1999 apud Yamamoto e Landim, 2013), a covariância de $Z(x)$ é admitida igual à covariância de $Y(x)$

$$Cov(x_i, x_j) = Cov_y(x_i, x_j) = E [Y(x_i).Y(x_j)] \quad (91)$$

E a variância do erro como em (92)

$$\sigma^2(x_0) = Var [Z_{KS}^*(x_0) - Z(x_0)] \quad (92)$$

Que reescrita em termos dos resíduos, fica como em (93)

$$\sigma^2(x_0) = Var \left[\sum_{i=1}^n \lambda_i Y(x_i) - Y(x_0) \right] \quad (93)$$

Fazendo $\lambda_0 = -1$, essa expressão torna-se (94) (Olea,1999, apud Yamamoto e Landim, 2013):

$$\sigma^2(x_0) = Var \left[\sum_{i=1}^n \lambda_i Y(x_i) \right] \quad (94)$$

A variância de uma combinação linear pode ser desenvolvida, segundo este autor, como em (95)

$$Var \left[\sum_{i=1}^n \lambda_i Y(x_i) \right] = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \lambda_i \lambda_j \{E[Y(x_i)Y(x_j)] - E[Y(x_i)]E[Y(x_j)]\} \quad (95)$$

Como $E[Y(x_i)] = E[Y(x_j)] = 0$, então a variância do erro torna-se como em (96)

$$\sigma^2(x_0) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \lambda_i \lambda_j Cov[Y(x_i)Y(x_j)] \quad (96)$$

Ainda de acordo com Olea (1999), separando-se os termos $i = 0$ e $j = 0$, tem-se a variância do erro em (97)

$$\sigma^2(x_0) = Cov(x_0, x_0) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i Cov(x_i, x_0) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j Cov(x_i, x_j) \quad (97)$$

O conjunto de ponderadores ótimos da krigagem simples é obtido pela minimização da variância do erro e, para se determinar o ponto de mínimo da função variância do erro, calculam-se as derivadas parciais em relação aos pesos λ_i e igualam-se a zero, como em (98) (Olea,1999 apud Yamamoto e Landim, 2013):

$$\frac{d\sigma^2(x_0)}{d\lambda_i} = -2Cov(x_i, x_0) + 2 \sum_{j=1}^n \lambda_j Cov(x_i, x_j) \text{ para } i = 1, n \quad (98)$$

Que resulta no sistema de equações (99)

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j Cov(x_i, x_j) = Cov(x_i, x_0) \text{ para } i = 1, n \quad (99)$$

O sistema de equações pode ser escrito em termos matriciais, como em (100), cuja resolução resulta nos ponderadores da krigagem simples (Yamamoto e Landim, 2013)

$$\underbrace{\begin{pmatrix} C(x_1 - x_1) & \cdots & C(x_1 - x_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C(x_n - x_1) & \cdots & C(x_n - x_n) \end{pmatrix}}_{\mathbf{C}_{(n+1)(n+1)}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix}}_{\mathbf{W}_{(n+1)}} = \underbrace{\begin{pmatrix} C(x_1 - x_0) \\ \vdots \\ C(x_n - x_0) \end{pmatrix}}_{\mathbf{D}_{(n+1)}} \quad (100)$$

Onde:

\mathbf{C} – é uma matriz composta pelos valores da covariância entre as amostras (variáveis aleatórias $Z(x_i)$ e $Z(x_j)$) em função das posições espaciais relativas

\mathbf{D} – é o vetor que contém as covariâncias C_{x_n} entre as variáveis $Z(x_i)$ e a variável a ser estimada $Z(x_0)$ na localização x_0 onde se realizará a estimativa por krigagem.

\mathbf{W} – é a solução do sistema e contém os pesos da krigagem $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$

4. ÁREA DE ESTUDO: MACIÇO DA TIJUCA

A cidade do Rio de Janeiro é formada por dois compartimentos geomorfológicos bem distintos: os maciços litorâneos e as áreas de baixada, onde ainda se incluem alguns morros isolados. Dentre os maciços litorâneos destaca-se o da Tijuca, que é uma unidade fisiográfica situada dentro do sítio urbano da cidade do Rio de Janeiro, a qual, juntamente com o mar, caracteriza-se como um dos grandes limitadores do processo de expansão da ocupação da urbana (Fernandes, 2004).

4.1. Localização e Aspectos Gerais

Segundo Fernandes (2004), o maciço da Tijuca é uma unidade geomorfológica que juntamente com o maciço da Pedra Branca e Gericinó-Mendanha constituem o compartimento de maciços litorâneos da cidade do Rio de Janeiro, (Figura 40). Esse maciço possui uma área, delimitada acima da cota 40 m (cota considerada para individualização do maciço), de aproximadamente 118,7 km², que ocupa a porção oriental do município do Rio de Janeiro/RJ, entre os paralelos (22° 55' e 23° 00' S); e os meridianos (43° 20' e 43° 10' W).



Figura 40 - Localização do Maciço da Tijuca, Maciço da Pedra Branca e Maciço de Gericinó no município do Rio de Janeiro (Coelho Netto, 2005).

Segundo Coelho Netto, (1985) a região apresenta clima definido como é tropical de altitude com temperaturas variando de valores médios máximo em fevereiro e mínimo de 19°C em junho, resultando em uma média anual de 22° C. A

temperatura máxima pode atingir 35°C durante o verão e o mínimo excedendo 10°C durante o período de inverno. A precipitação anual média oscila entre 2.000 e 2.500mm, podendo atingir picos de 3.300mm em anos muito chuvosos e picos negativos de 1.600mm em anos mais secos.

A altitude do Maciço da Tijuca está entre 0 a 1.021m e sua paisagem abriga um grande mosaico de coberturas e tipos de uso do solo, que vão desde áreas de afloramento rochoso, gramíneas, florestas em diferentes estágios sucessionais e áreas edificadas. No interior do maciço da Tijuca, insere-se a área correspondente ao Parque Nacional da Tijuca, criado em 1961 e que consta hoje após ampliações uma área de 3.953 há (Negreiros, 2006). Como em Figura 41

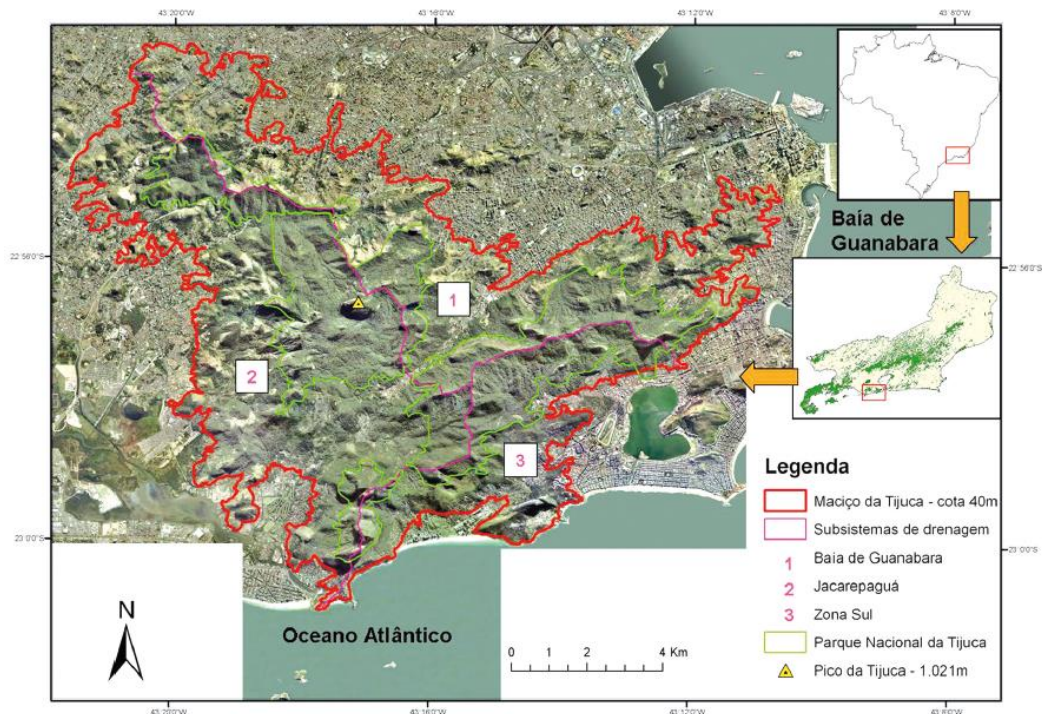


Figura 41 - Localização do Maciço da Tijuca com destaque aos limites do Parque Nacional da Tijuca e o Pico da Tijuca (Dias, 2011).

4.2. Morfologia

Os vales dos rios Maracanã (direção SW – NE) e Cachoeira (direção NE – SW) dividem o maciço da Tijuca nas chamadas serras da Carioca e da Tijuca ou Três Rios. No conjunto, a morfologia do maciço é assimétrica. As amplitudes de relevo e os gradientes topográficos não são espacialmente uniformes (Coelho Netto, 2005). O Maciço da Tijuca é uma barreira montanhosa disposta próxima da linha de

costa do Município, oferecendo variadas feições tais como "pães de açúcar", paredões escarpados, vales, picos (Temoteo, 1993). Dentre os quais se destacam na Figura 42: o Pico da Tijuca, ponto culminante do maciço com 1022 metros onde são encontradas as primeiras nascentes do rio da Cachoeira; o Bico do Papagaio (975 m) que se constitui em um dos divisores entre a sub-bacia do córrego do Açude e a do Alto do rio Cachoeira; o Pão de Açúcar (395 m); o Corcovado (704 m); os Dois Irmãos (533 m); o Morro Dona Marta (362 m); a Pedra do Grajaú (446 m); a Pedra da Gávea (842 m); e a Pedra Bonita (693 m).

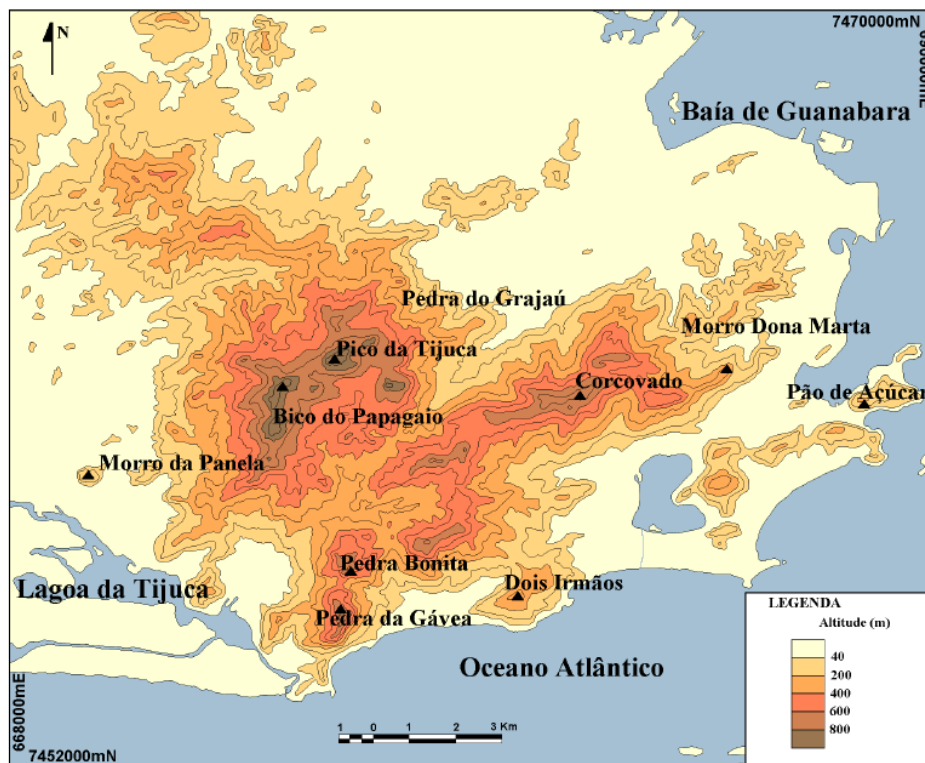


Figura 42 - Mapa hipsométrico do maciço da Tijuca e adjacências (Fernandes, 1998)

É importante ressaltar que a orientação e a altitude do maciço faz com que o relevo funcione como um anteparo aos ventos úmidos provenientes do Oceano Atlântico na sua vertente sul determinando o surgimento de correntes convectivas de origem orográfica nas escarpas montanhosas e fundos de vale. As vertentes norte e noroeste, por sua vez, apresentam condições climáticas desfavoráveis (mais seco), e uma ocupação urbana mais intensa. A vegetação nessas áreas apresenta-se composta em grande parte, por floresta degradada e gramínea, caracterizando uma crescente degradação (Oliveira et al., 1995).

4.3. Vegetação e o Parque Nacional da Tijuca

Dias (2011), destaca que a maior parte da cobertura do maciço da Tijuca é florestal, mas atualmente existem muitos outros usos, podendo-se destacar as áreas de gramíneas, de vegetação arbóreo arbustiva e de ocupação humana, seja formal ou informal (favelas). Podem ser encontrados ainda extensos bananais dispersos e, em pontos mais localizados, alguns eucaliptais. Nas vertentes norte e oeste (subsistemas hidrográficos da Baía de Guanabara e de Jacarepaguá apresentaram um mosaico complexo de usos e coberturas vegetais, com pouca floresta remanescente, e em geral degradada.

Dentro do Maciço da Tijuca se localiza o Parque Nacional da Tijuca, há quase sessenta anos foi instituído o PNT que permitiu a preservação e regeneração dessas matas. O Parque atualmente conta com uma área de 39,51 km², ou seja, cerca de um terço da área total do maciço. Toda sua extensão encontra-se acima da cota de 40m, subdividindo-se em quatro setores descontínuos: Floresta da Tijuca, Serra da Carioca, Pedra Bonita/Pedra da Gávea; Pretos Forros/Covanca, visto em Figura 43. Apesar de ser um dos menores Parques Nacionais do país, sua inserção urbana confere características históricas e ambientais únicas a esta unidade de conservação, de grande relevância para a dinâmica socioambiental da cidade (Stauffer, 2018).

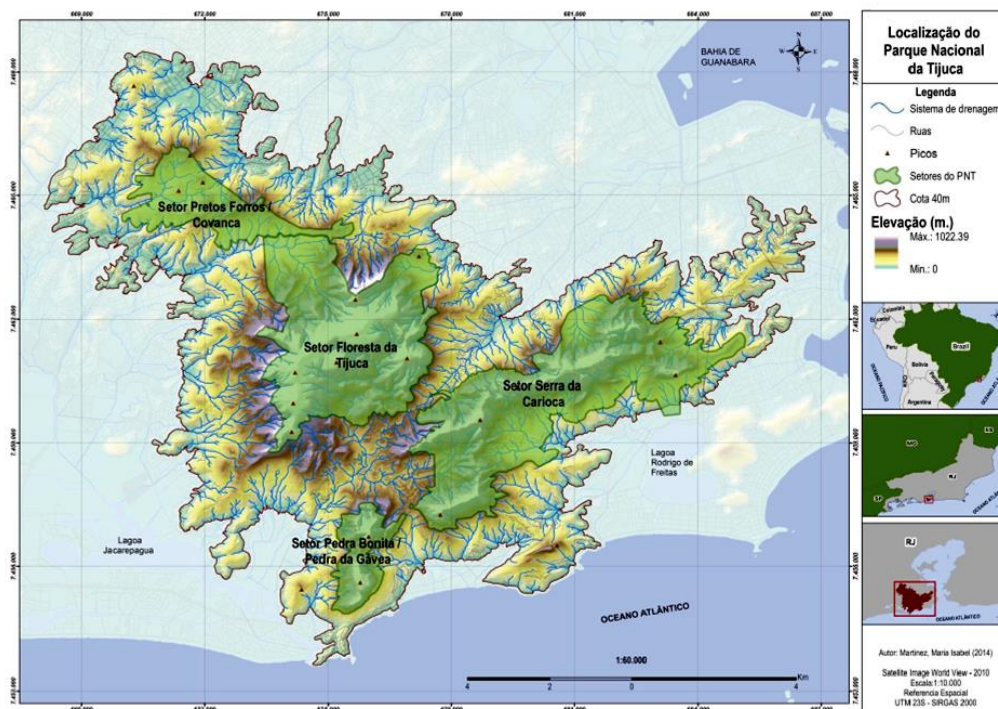


Figura 43 - Mapa de localização do Parque Nacional da Tijuca (Martinez G., 2014).

4.4. Geologia e Morfologia do Maciço da Tijuca

As características geológicas básicas do maciço da Tijuca são um embasamento rochoso de idade pré-cambriana em um terreno metamórfico de alto grau, com presença de corpos graníticos. Ainda segundo de acordo com Pires e Heilbron (1989), o maciço da Tijuca é constituído principalmente por rochas do tipo gnaiss facoidal, biotita gnaiss, kinzigito, ortognaiss (гнаiss Archer) e granito (granito Favela), observado na Figura 44.

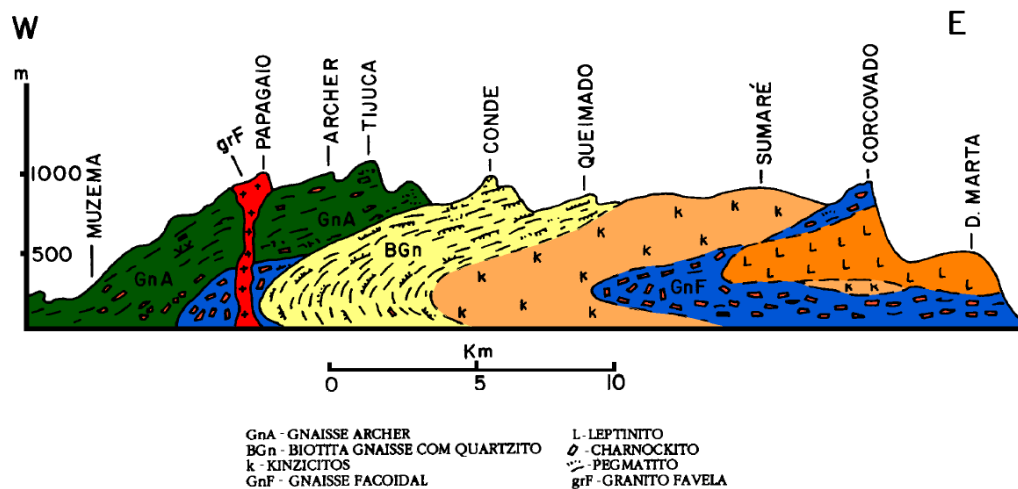


Figura 44- Perfil geológico ao longo da serra da Carioca (Modificado de Pires et al, 1989 apud Fernandes, 2004)

A configuração atual do relevo é vista como resultado do trabalho de erosão e de deposição, tanto nas encostas montanhosas como nas áreas mais baixas e fundos de vales fluviais. Sendo assim, o Maciço da Tijuca se constitui em uma unidade morfológica mais jovem do que as rochas que o compõem (Fernandes, 2004). Os solos caracterizam-se, de acordo com Coelho Netto (1979) pelo predomínio de grandes extensões de Latossolos nas áreas montanhosas, aparecendo localmente solos tipo litossolos e cambissolos nas áreas mais íngremes.

4.5. Os três grandes subsistemas hidrográficos

Coelho Netto (1994) define encosta como o espaço físico situado entre o fundo de vale e o topo da superfície crustal, que determina a amplitude do relevo e o

gradiente topográfico. A trajetória que a água faz ao escoar pelas encostas determina as características da paisagem, atuando como agente modelador do relevo.

A configuração geomorfológica confere ao Maciço da Tijuca a função de produção e distribuição de descargas líquidas, sólidas e solúveis, que convergem para 36 bacias de drenagem conectadas a três reservatórios principais: Baía de Guanabara, Lagoa de Jacarepaguá e Lagoa Rodrigo de Freitas, desaguando em seguida no oceano Atlântico. A partir desses reservatórios pode-se dividir o maciço da Tijuca em três grandes subsistemas hidrográficos (SSH): Baía de Guanabara – SSHBG (SETOR 1) (36,85% da área do maciço), Jacarepaguá - SSHJ (SETOR 2) (46,28%) e Zona Sul – SSHZS (SETOR 3) (16,92%), respectivamente, observados em Figura 45. Esses subsistemas possuem distintos arranjos em nível biótico, abiótico e antrópico, o que lhes confere diferentes descargas, que são reguladas pelas relações funcionais entre esses elementos naturais (gebiofísicos – biótico e abiótico) e artificiais (sócio-culturais - antrópico). Entretanto, de uma maneira geral encontram-se bastante alterados, face às condições de degradação ambientais provenientes do desmatamento, queimadas e ocupação desordenada, hoje com boa parte de seus rios em regime temporário. (Fernandes, 2004)

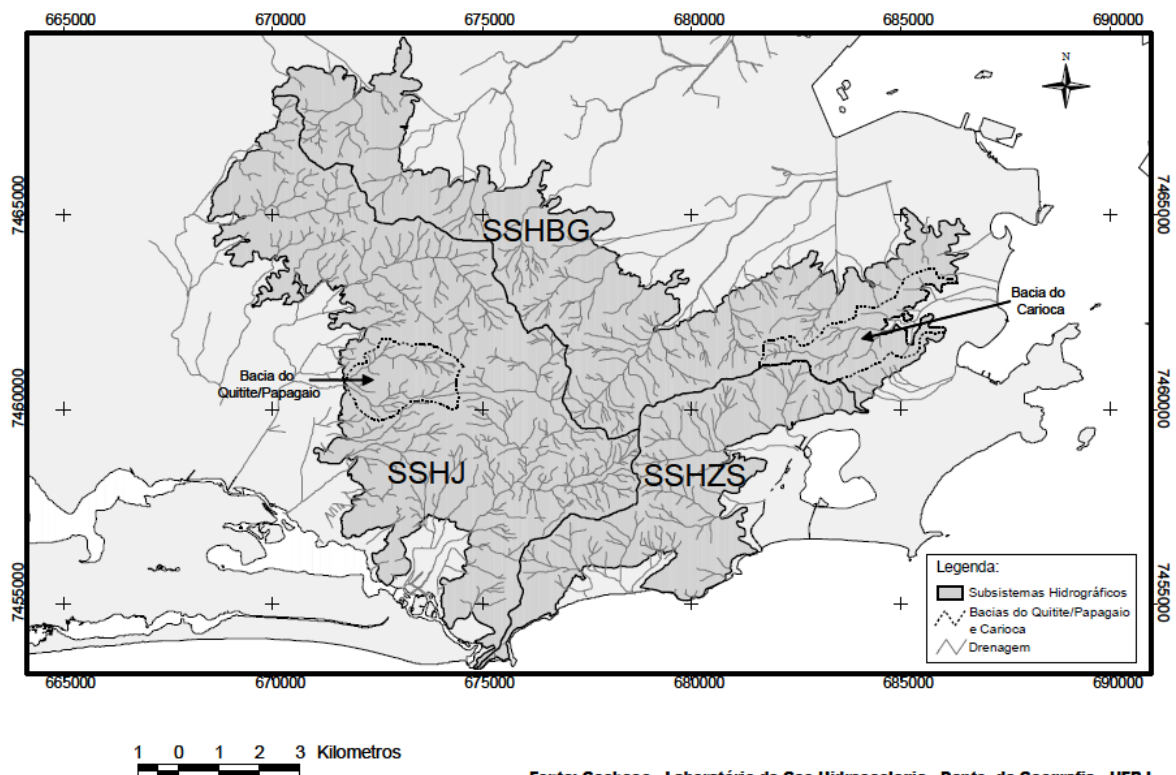


Figura 45– Subsistemas hidrográficos (Fernandes, 2004)

4.6. Ocupação das encostas no Maciço da Tijuca

A ocupação desordenada é um dos maiores problemas da cidade do Rio de Janeiro, a geografia e fatores históricos são alguns dos responsáveis pela ocupação irregular do território municipal. Embora as ocupações irregulares sejam associadas à população carente, é possível verificar no maciço da Tijuca todos os tipos de classes sociais.

Segundo Schlee (2015) a ocupação urbana em alguns trechos do maciço da Tijuca está situada junto a cabeceiras de drenagem, com declividades, formas e aspectos muito variáveis. À montante, existem encostas cobertas por florestas, afloramentos e escarpas rochosas. Em algumas áreas podem-se encontrar loteamentos ou condomínios fechados e favelas. Os núcleos de ocupação são heterogêneos e diversificados, tanto em termos de configuração espacial quanto em termos de composição social, mesmo internamente. O processo de ocupação espacial apresenta características específicas, por um lado, condicionadas pelas relações socioambientais que regeram e estruturaram os processos de urbanização, e por outro lado, fruto das transformações ocorridas no contexto urbano carioca. É possível perceber a leste do Maciço da Tijuca que a urbanização apresenta-se com padrões diferenciados (lotes urbanizados, e glebas de grandes dimensões e as favelas). A ocupação urbana nesta área assenta-se sobre vales estreitos e espraia-se à meia encosta. Já no sul do maciço, a ocupação é composta por loteamentos de classe alta fechados por guaritas ladeados pela favela da Rocinha (a maior favela da América Latina). A ocupação da Rocinha transpôs, nos últimos trinta anos, o divisor entre as bacias da região, e avança sobre o bairro da Gávea, uma das áreas mais valorizadas da cidade.

Martinez, (2014) destaca os dois tipos de ocupação no maciço da Tijuca, e como estes coexistem, observado na Figura 46. Em muitos casos, as áreas de ocupação informal (favelas) encontram-se localizadas ao lado da ocupação formal (classes sociais com maior poder aquisitivo). Observa-se também que a distribuição espacial da ocupação informal, apresenta-se de forma descontínua no entorno das vias de acesso (ruas e caminhos principais).

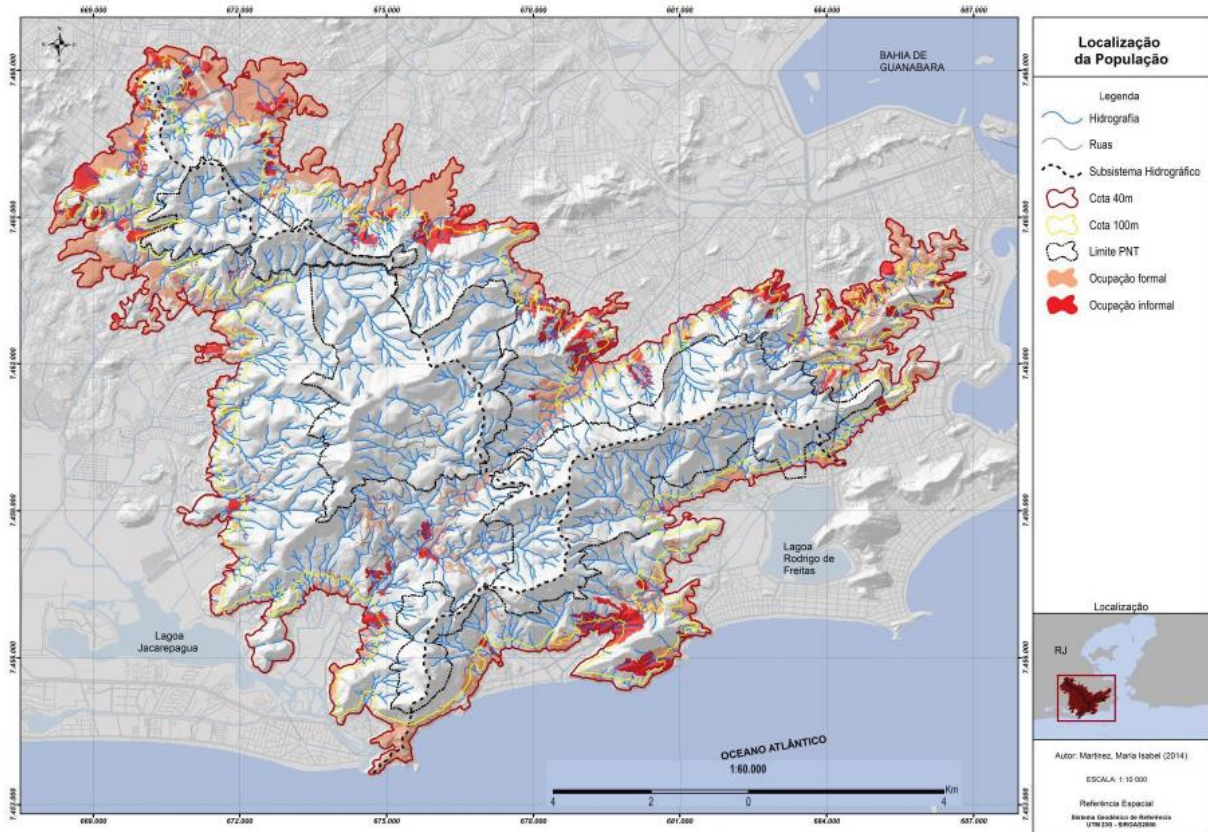


Figura 46 - Mapa da localização da População no Maciço da Tijuca, (Martinez, 2014).

O processo de favelização no maciço da Tijuca se delineou desde o final do IX, ganhando maior impulso entre as décadas de 30 e 60 do século XX. Num primeiro momento, as favelas ocuparam preferencialmente a área central e sul do maciço, após a década de 30 elas se proliferam preferencialmente nos subúrbios e na zona sul. No período de 1971 a 1991, ficou explícito o processo de inchamento das favelas já existentes, iniciado no final da década de 60, e uma nova frente de expansão na zona oeste, como é possível observar na Figura 47, Fernandes et al (1999).

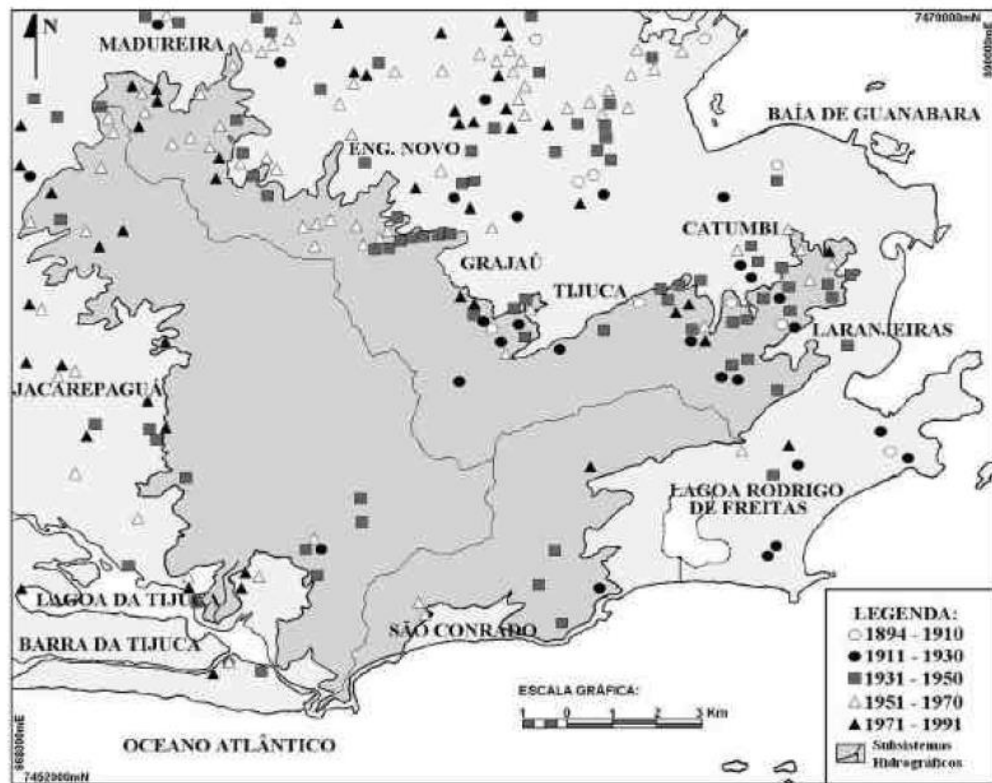


Figura 47 - Mapa de evolução da ocupação por favelas no maciço da Tijuca e adjacências (Fernandes, 2004).

Fernandes (1998), ressalta que o processo de favelização assumiu intensidades variáveis nos diferentes setores de drenagem do maciço, refletindo assim em diferentes índices atuais de ocupação, que respondem diretamente ao número de incidências de deslizamentos em favelas. Portanto, quanto maior a área de favelas, maior vai ser a incidência de deslizamentos nestas áreas, mas este número não reflete diretamente na quantidade total de deslizamentos por setor, pois esta variável não é a única que determina a intensidade destes processos. Este tipo de ocupação assume um grande papel em relação a evolução dos processos erosivos no maciço, pois como as favelas se instalam “a reboque” do processo de urbanização formal, elas acabam ocupando os terrenos desprezados por esta, mais favoráveis a deslizamentos, como nos fundos de vale e no sopé de paredões rochosos, que constituem-se em locais de recarga de água subsuperficial. Mas este tipo de ocupação não é a única responsável por estes processos, pois outras ocupações como a de condomínios de luxo, casas de classe média e outras também avançam em direção ao maciço e trazem consigo, em menor grau, problemas deste tipo.

5. MODELAGEM DO MAPA DE SUSCEPTIBILIDADE AO RISCO NO MACIÇO DA TIJUCA

5.1. Critérios Iniciais

A primeira etapa deste trabalho foi definir a região de estudo de maneira mais minuciosa. Somente com o auxílio do Modelo Digital de Elevação 1:10.000 gentilmente cedido pelo Professor Dr. Manuel Fernandes, UFRJ foi possível determinar exatamente qual a área explorada.

A segunda etapa foi analisar o extenso banco de dados, fornecidos gentilmente pela Diretoria de Fiscalização e Licenciamento (DFL) da Fundação GEORIO, referentes aos laudos de vistoria existentes em todo o Maciço da Tijuca, no período 2010 a 2015. A pesquisa mostrou que no período analisado foi encontrado um total de 837 laudos nesta região. Na Figura 48 é possível visualizar como esses laudos estão subdivididos entre os três setores estudados.

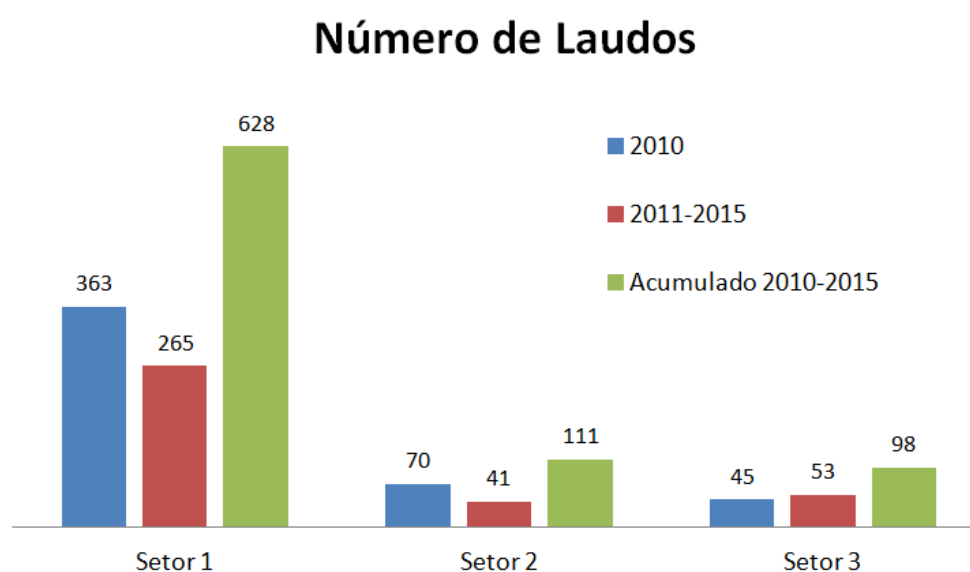


Figura 48 – Gráfico do Número de laudos geotécnicos no Maciço da Tijuca entre 2010 e 2015.

Não houve critérios de seleção dos laudos no estudo, todos que estavam dentro da área de estudo e no período já destacado foram utilizados. Nenhum evento chuvoso foi privilegiado, mas é possível perceber com o gráfico da Figura 48 que o ano de 2010, concentra o maior numero de laudos quando comparado aos outros anos.

5.2. Classificação do risco geotécnico

Após seleção de laudos de ocorrência por período de estudo (2010 a 2015), cada laudo selecionado recebeu uma classificação de risco, de acordo com a gravidade do movimento de massa associado àquela ocorrência. Para tal, Lima (2017) estabeleceu um critério de classificação, que define a classe de gravidade do dano (alto, médio e baixo) associada à susceptibilidade ao risco (1, 2 ou 3), como mostra a Tabela 8.

Tabela 8 - Critérios para estabelecimento da classe de susceptibilidade ao risco com base na avaliação dos laudos de ocorrências (Lima, 2017).

Classificação		Característica
Risco	Dano	
1	Alto	<ul style="list-style-type: none"> - Nos anexos A e B risco alto preenchido pelo vistoriador, item 7.2.1; - Volume de solo mobilizado > 100m³; - Possibilidade de ruptura global junto à área ocupada; - Local com histórico de escorregamentos ou desprendimento de blocos; - Ocorrência junto a talvegues; - Taludes que apresentam trincas de tração ou qualquer outra evidência de movimentação; - Áreas de taludes desprotegidos/desmatados com declividade acentuada, e capa de solo coluvionar/residual maduro sobre superfície rígida de solo residual jovem/rocha; - Taludes com concentração de blocos instáveis à montante de logradouros públicos ou moradias; - Demais situações que podem ser classificadas de modo qualitativo como de perigo humano ou dano material relevante, à critério do engenheiro ou geólogo responsável pela vistoria
2	Médio	<ul style="list-style-type: none"> - Item 7.2.1: risco médio preenchido pelo vistoriador; - Qualquer ocorrência associada a danos humanos ou materiais, que não estejam enquadradas nas características da classe 1.
3	Baixo	<ul style="list-style-type: none"> - Item 7.2.1: risco baixo preenchido pelo vistoriador; - Qualquer ocorrência não associada a danos humanos ou materiais e que não estejam enquadradas nas características da classe 1 e 2.

De acordo com método proposto, para as ocorrências envolvendo mais de um local/residência são atribuídos pesos proporcionais ao número de autuações (ocorrências), de modo a ponderar a gravidade de cada situação. Assim como já relatado foram analisados 837 laudos, e destes são evidenciadas 1909 ocorrências na região. Na Figura 49 é possível visualizar como essas ocorrências estão subdivididas entre os três setores estudados.

Ocorrências

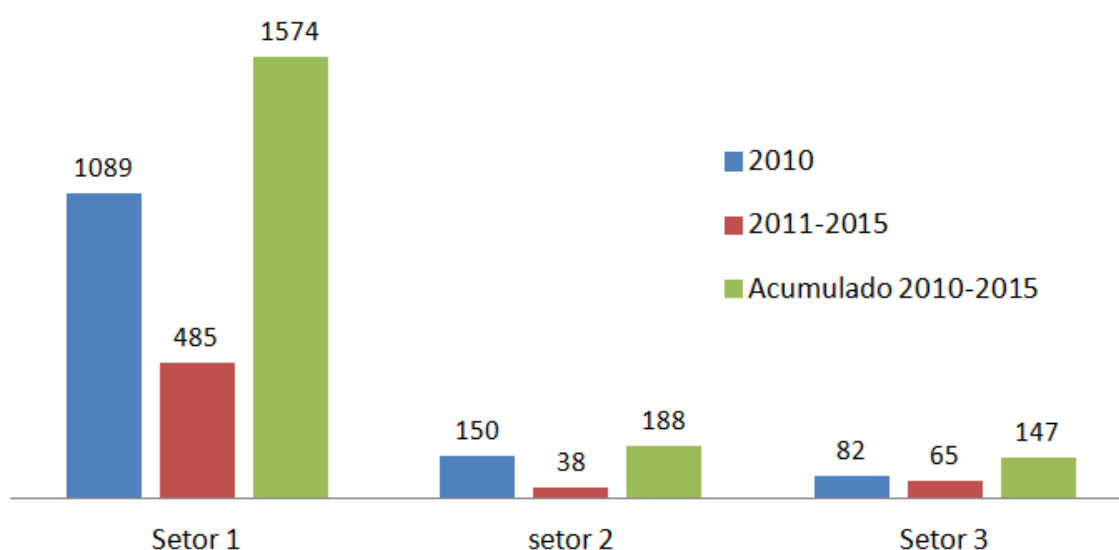


Figura 49 – Gráfico com o número de ocorrências geotécnicas no Maciço da Tijuca entre 2010 e 2015.

Lima (2017) destaca que o critério utilizado para classificação das ocorrências quanto aos danos causados foi sempre aquele estabelecido pela Tabela 8, proposta exclusivamente para fins de pesquisa. Embora ele tenha procurado minimizar as atribuições de cunho subjetivo no cálculo das probabilidades, os critérios citados demonstram claramente a importância do julgamento pessoal do profissional especialista no cálculo dessas probabilidades. Portanto, a disponibilidade de laudos de vistoria confiáveis, elaborados por engenheiros geotécnicos ou geólogos de engenharia, especializados em estabilidade de encostas é imprescindível ao desenvolvimento dos estudos propostos.

5.3. Distribuição espacial das ocorrências

Para que os técnicos tenham certeza do local da ocorrência, são utilizados GPS durante as vistorias técnicas. Assim os dados ficam georeferenciados o que facilita muito na execução dos laudos e análise dos dados posteriormente, como nessa pesquisa.

Para facilitar a aplicação do método proposto por Lima (2017), alguns pontos (ocorrências) foram agrupados, respeitando a distância entre eles e algumas características em comum. É importante ressaltar que para cada grupo de pontos, um deles foi eleito como o ponto representativo. A notação utilizada para esses pontos significativos distribuídos nos três setores do Maciço são respectivamente Setor 01: S1.01, S1.02, S1.03...S1.81, Setor 02: S2.01, S2.02, S2.03...S2.30 e Setor 03: S3.01, S3.02, S3.03...S3.17. A Figura 50, mostra todos os grupos de pontos distribuídos em todo o Maciço da Tijuca.

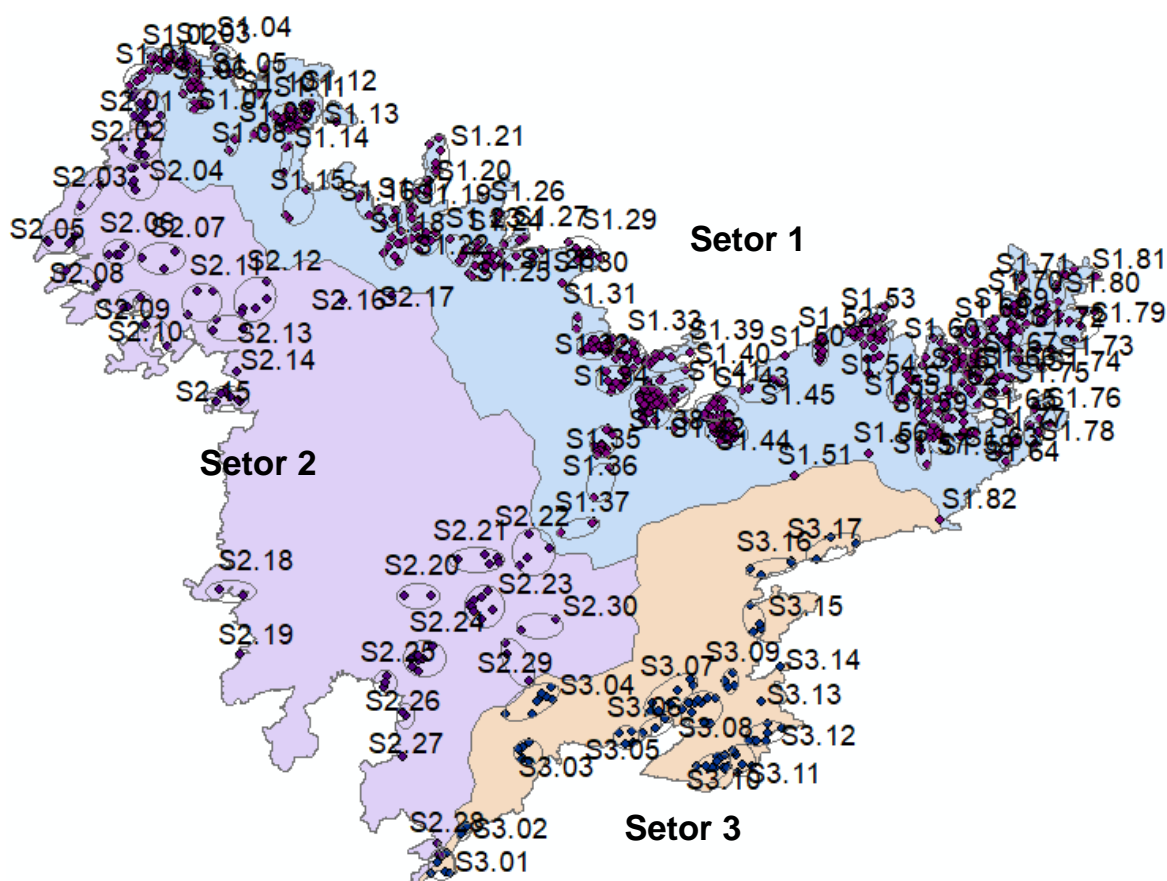


Figura 50 - Grupos de pontos distribuídos em todo o Maciço da Tijuca

Para melhorar a visualização do esquema proposto com esses conjuntos de pontos, seguem as Figura 51 e Figura 52.

A relação dos laudos/pontos com as respectivas informações referentes à localização geográfica, nº do laudo, data da ocorrência e classificação do risco (classes 1,2 ou 3) está apresentada no Apêndice A.

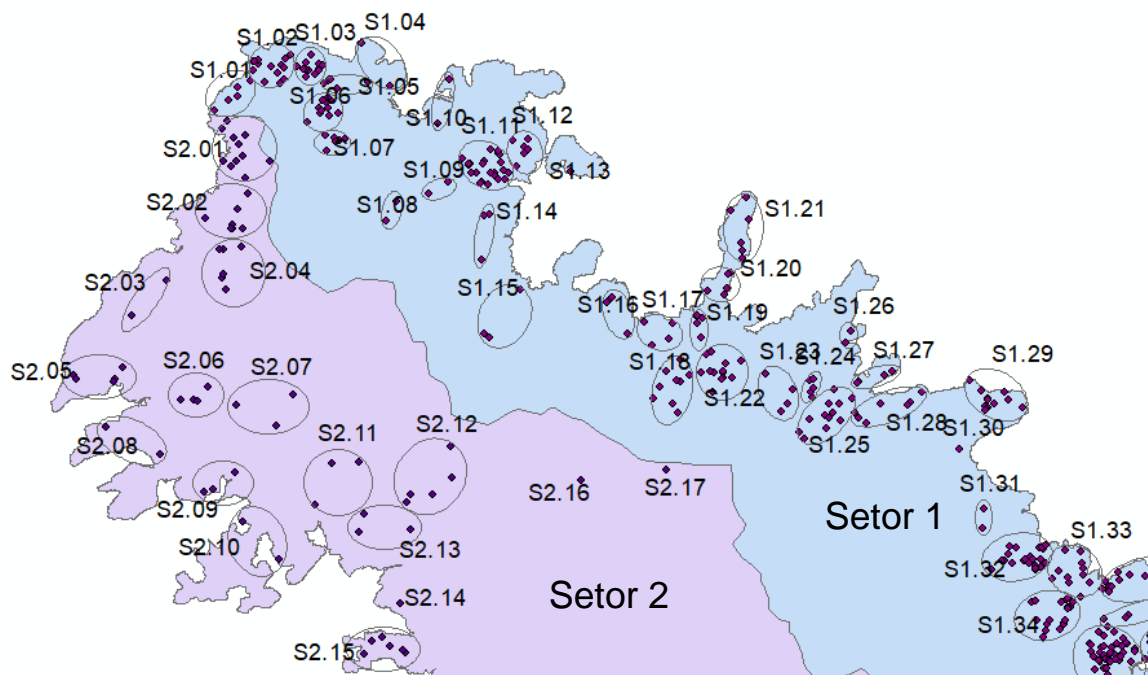


Figura 51 – Área Norte do Maciço da Tijuca (parte do Setor 1) e área Oeste Maciço da Tijuca (parte do Setor 2).

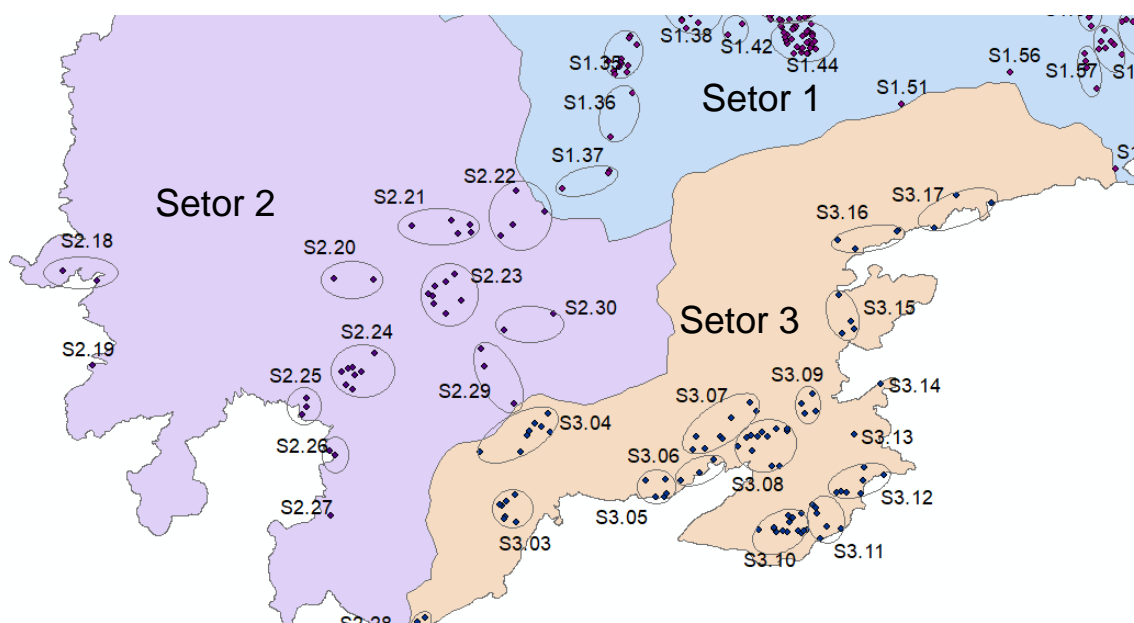


Figura 52 – Área Nordeste do Maciço da Tijuca (parte do Setor 1), área Oeste Maciço da Tijuca (parte do Setor 2) e Zona Sul do Maciço da Tijuca (Setor 3).

5.4. Cálculo das probabilidades de danos associados as ocorrências geotécnicas

Para calcular a probabilidade susceptibilidade ao risco associado as ocorrências geotécnicas, primeiro é necessário definir em cada ocorrência/ponto a classe de gravidade do dano associada à susceptibilidade ao risco, como apresentado no Apêndice A.

Nesse trabalho o método será aplicado para cada grupo de pontos S1.n, S2.n e S3.n (como detalhado no item anterior), considerando dois períodos de análise o ano de 2010 e o acumulado de 2010 a 2015.

Para cada ponto representativo foram calculadas as probabilidades (Pr1, Pr2 e Pr3) a partir das equações (74) e (75), que representam respectivamente, a média e a variância da distribuição de atualização Bayesiana, através da utilização conjunta das distribuições Binomial e Beta.

Como já apresentado anteriormente os parâmetros α (representam o número de sucesso) e β (representam o número de insucesso) e podem ser interpretados respectivamente como eventos que não possuem ocorrências geotécnicas e eventos que possuem ocorrências geotécnicas. Então de acordo com o método proposto por Lima (2017), sucessos (α_1) são eventos em que a classe 1 não se aplica, isto é, os laudos classificados como classes 2 ou 3. Assim como o número de insucessos (β_1) são representados por eventos classificados em classe 1.

Para exemplifica melhor o ponto S1.03 será utilizado:

Classe 1 – número de ocorrências 12.

Classe 2 – número de ocorrências 04.

Classe 3 – número de ocorrência 01.

São 12 ocorrências classificadas como classe 1, logo o insucesso (β_1) é igual 12 o sucesso neste caso é a soma das ocorrências classificadas como classes 2 ou 3, assim (α_1) é igual a 05.

São 04 ocorrências classificadas como classe 2, logo o insucesso (β_2) é igual 04 o sucesso neste caso é a soma das ocorrências classificadas como classes 1 ou 3, assim (α_2) é igual a 13.

E 01 ocorrência classificada como classe 3, logo o insucesso (β_3) é igual 01 o sucesso neste caso é a soma das ocorrências classificadas como classes 1 ou 2,

assim (α_3) é igual a 16. É importante ressaltar que os eventos são mutuamente exclusivos, o somatório das probabilidade $Pr_1+Pr_2+Pr_3$ podem ser diferentes de um.

A Tabela 9 e Tabela 10 evidenciam os cálculos das probabilidades susceptibilidade ao risco associado as ocorrências geotécnicas por período de estudo e para cada grupo de pontos.

Tabela 9 - Planilha com os valores das probabilidades Pr_1 , Pr_2 e Pr_3 para cada ponto de referência no ano de 2010.

Grupos de Pontos	Coordenadas Geográficas		Número de Ocorrências			Cálculo das probabilidades									
	x	y	Classe 1	Classe 2	Classe 3	α_1	β_1	Pr_1	α_2	β_2	Pr_2	α_3	β_3	Pr_3	
SETOR 1															
1	1	670055	7467924	6	0	0	0	6	0,875	6	0	0,125	6	0	0,125
1	2	670470	7468169	16	4	0	4	16	0,773	16	4	0,227	20	0	0,045
1	3	670742	7468213	12	4	1	5	12	0,684	13	4	0,263	16	1	0,105
1	5	671070	7468014	9	5	0	5	9	0,625	9	5	0,375	14	0	0,063
1	6	670920	7467781	38	0	0	0	38	0,975	38	0	0,025	38	0	0,025
1	7	671059	7467468	31	5	0	5	31	0,842	31	5	0,158	36	0	0,026
1	8	671688	7466861	9	0	0	0	9	0,909	9	0	0,091	9	0	0,091
1	9	672018	7466932	0	2	3	5	0	0,143	3	2	0,429	2	3	0,571
1	10	672220	7468103	0	1	0	1	0	0,333	0	1	0,667	1	0	0,333
1	11	672564	7467245	30	2	1	3	30	0,886	31	2	0,086	32	1	0,057
1	12	672997	7467342	8	0	2	2	8	0,750	10	0	0,083	8	2	0,250
1	13	673474	7467154	1	0	0	0	1	0,667	1	0	0,333	1	0	0,333
1	14	672589	7466710	9	0	0	0	9	0,909	9	0	0,091	9	0	0,091
1	16	674053	7465509	1	0	0	0	1	0,667	1	0	0,333	1	0	0,333
1	18	674386	7464957	6	0	0	0	6	0,875	6	0	0,125	6	0	0,125
1	19	674765	7465612	8	0	0	0	8	0,900	8	0	0,100	8	0	0,100
1	20	675069	7465972	2	1	0	1	2	0,600	2	1	0,400	3	0	0,200
1	21	675273	7466890	6	1	0	1	6	0,778	6	1	0,222	7	0	0,111
1	22	675035	7465106	40	0	4	4	40	0,891	44	0	0,022	40	4	0,109
1	23	675740	7464940	6	0	0	0	6	0,875	6	0	0,125	6	0	0,125
1	24	675959	7464948	2	0	0	0	2	0,750	2	0	0,250	2	0	0,250
1	25	676114	7464641	5	5	0	5	5	0,500	5	5	0,500	10	0	0,083
1	26	676282	7465414	0	2	0	2	0	0,250	0	2	0,750	2	0	0,250
1	27	676426	7465014	5	0	0	0	5	0,857	5	0	0,143	5	0	0,143
1	28	676641	7464793	3	0	0	0	3	0,800	3	0	0,200	3	0	0,200
1	29	677739	7464749	17	0	0	0	17	0,947	17	0	0,053	17	0	0,053
1	30	677448	7464331	1	0	0	0	1	0,667	1	0	0,333	1	0	0,333
1	32	678183	7463236	92	2	0	2	92	0,969	92	2	0,031	94	0	0,010
1	33	678568	7463017	8	2	0	2	8	0,750	8	2	0,250	10	0	0,083
1	34	678537	7462576	42	10	0	10	42	0,796	42	10	0,204	52	0	0,019
1	35	678126	7461449	11	4	0	4	11	0,706	11	4	0,294	15	0	0,059
1	36	678008	7460545	0	3	0	3	0	0,200	0	3	0,800	3	0	0,200
1	37	677979	7460108	2	0	0	0	2	0,750	2	0	0,250	2	0	0,250
1	38	679049	7462185	108	12	0	12	108	0,893	108	12	0,107	120	0	0,008
1	39	679089	7462997	30	4	0	4	30	0,861	30	4	0,139	34	0	0,028
1	40	679153	7462605	10	0	0	0	10	0,917	10	0	0,083	10	0	0,083
1	41	679406	7462427	23	2	0	2	23	0,889	23	2	0,111	25	0	0,037

Grupos de Pontos	Coordenadas Geográficas		Número de ocorrências			Cálculo das probabilidade								
	x	y	Classe 1	Classe 2	Classe 3	$\alpha 1$	$\beta 1$	Pr1	$\alpha 2$	$\beta 2$	Pr2	$\alpha 3$	$\beta 3$	Pr3
SETOR 1														
1 42	679598	7461914	1	0	0	0	1	0,667	1	0	0,333	1	0	0,333
1 43	680016	7462118	27	5	0	5	27	0,824	27	5	0,176	32	0	0,029
1 44	680377	7461679	19	33	0	33	19	0,370	19	33	0,630	52	0	0,019
1 45	680730	7462458	10	0	0	0	10	0,917	10	0	0,083	10	0	0,083
1 51	681518	7460947	1	0	0	0	1	0,667	1	0	0,333	1	0	0,333
1 52	682015	7463133	0	0	2	2	0	0,250	2	0	0,250	0	2	0,750
1 53	682753	7463618	10	2	2	4	10	0,688	12	2	0,188	12	2	0,188
1 54	683022	7463369	22	0	0	0	22	0,958	22	0	0,042	22	0	0,042
1 55	683489	7462722	29	1	1	2	29	0,909	30	1	0,061	30	1	0,061
1 57	683749	7461378	7	0	0	0	7	0,889	7	0	0,111	7	0	0,111
1 59	683885	7462099	10	0	0	0	10	0,917	10	0	0,083	10	0	0,083
1 60	683818	7463024	0	2	0	2	0	0,250	0	2	0,750	2	0	0,250
1 61	684186	7463002	15	2	0	2	15	0,842	15	2	0,158	17	0	0,053
1 62	684159	7462183	3	1	0	1	3	0,667	3	1	0,333	4	0	0,167
1 63	684508	7461892	8	0	0	0	8	0,900	8	0	0,100	8	0	0,100
1 65	684659	7462460	3	1	0	1	3	0,667	3	1	0,333	4	0	0,167
1 66	684769	7462749	21	0	0	0	21	0,957	21	0	0,043	21	0	0,043
1 67	684678	7463038	3	9	0	9	3	0,286	3	9	0,714	12	0	0,071
1 68	684729	7463443	20	0	0	0	20	0,955	20	0	0,045	20	0	0,045
1 69	685124	7463387	84	4	0	4	84	0,944	84	4	0,056	88	0	0,011
1 70	685538	7463736	1	2	0	2	1	0,400	1	2	0,600	3	0	0,200
1 71	685553	7464083	0	2	0	2	0	0,250	0	2	0,750	2	0	0,250
1 72	685770	7463810	8	0	0	0	8	0,900	8	0	0,100	8	0	0,100
1 74	685419	7462965	1	0	0	0	1	0,667	1	0	0,333	1	0	0,333
1 75	685020	7462583	21	2	0	2	21	0,880	21	2	0,120	23	0	0,040
1 76	686026	7461858	3	0	0	0	3	0,800	3	0	0,200	3	0	0,200
1 78	685838	7461673	6	0	0	0	6	0,875	6	0	0,125	6	0	0,125
1 79	686157	7463655	2	2	0	2	2	0,500	2	2	0,500	4	0	0,167
1 80	686131	7464212	2	0	0	0	2	0,750	2	0	0,250	2	0	0,250
1 81	686290	7464473	1	1	0	1	1	0,500	1	1	0,500	2	0	0,250
SETOR 2														
2 1	670068	7467436	23	1	0	1	23	0,923	23	1	0,077	24	0	0,038
2 2	670057	7466779	15	2	0	2	15	0,842	15	2	0,158	17	0	0,053
2 3	668971	7465697	1	0	0	0	1	0,667	1	0	0,333	1	0	0,333
2 4	669911	7466118	4	1	0	1	4	0,714	4	1	0,286	5	0	0,143
2 5	668787	7465015	2	1	0	1	2	0,600	2	1	0,400	3	0	0,200
2 6	669602	7464831	5	3	0	3	5	0,600	5	3	0,400	8	0	0,100
2 7	670448	7464571	26	0	0	0	26	0,964	26	0	0,036	26	0	0,036
2 9	669712	7463890	1	1	0	1	1	0,500	1	1	0,500	2	0	0,250
2 10	670105	7463590	5	3	0	3	5	0,600	5	3	0,400	8	0	0,100
2 11	671017	7464186	0	1	0	1	0	0,333	0	1	0,667	1	0	0,333
2 12	672056	7463869	23	0	0	0	23	0,960	23	0	0,040	23	0	0,040
2 13	671353	7463671	8	0	0	0	8	0,900	8	0	0,100	8	0	0,100
2 14	671723	7462758	0	1	0	1	0	0,333	0	1	0,667	1	0	0,333
2 15	671613	7462316	6	0	0	0	6	0,875	6	0	0,125	6	0	0,125
2 18	671821	7458820	3	0	0	0	3	0,800	3	0	0,200	3	0	0,200
2 19	671767	7457789	1	0	0	0	1	0,667	1	0	0,333	1	0	0,333
2 21	676333	7459400	1	0	0	0	1	0,667	1	0	0,333	1	0	0,333
2 22	676685	7459350	1	0	0	0	1	0,667	1	0	0,333	1	0	0,333
2 23	675866	7458628	1	2	0	2	1	0,400	1	2	0,600	3	0	0,200
2 24	674900	7457768	2	1	1	2	2	0,500	3	1	0,333	3	1	0,333
2 25	674338	7457299	0	1	0	1	0	0,333	0	1	0,667	1	0	0,333
2 28	675286	7454272	0	2	0	2	0	0,250	0	2	0,750	2	0	0,250

Grupos de Pontos	Coordenadas Geográficas		Número de ocorrências			Cálculo das probabilidades									
	x	y	Classe 1	Classe 2	Classe 3	$\alpha 1$	$\beta 1$	Pr1	$\alpha 2$	$\beta 2$	Pr2	$\alpha 3$	$\beta 3$	Pr3	
SETOR 3															
3	2	675661	7454637	3	0	0	0	3	0,800	3	0	0,200	3	0	0,200
3	3	676703	7456101	6	1	0	1	6	0,778	6	1	0,222	7	0	0,111
3	4	677259	7457212	2	0	0	0	2	0,750	2	0	0,250	2	0	0,250
3	5	678553	7456210	2	1	0	1	2	0,600	2	1	0,400	3	0	0,200
3	7	679146	7456796	9	0	0	0	9	0,909	9	0	0,091	9	0	0,091
3	8	679545	7456815	29	0	0	0	29	0,968	29	0	0,032	29	0	0,032
3	9	680346	7457215	1	1	1	2	1	0,400	2	1	0,400	2	1	0,400
3	10	680089	7455802	6	2	0	2	6	0,700	6	2	0,300	8	0	0,100
3	12	681025	7456254	2	0	0	0	2	0,750	2	0	0,250	2	0	0,250
3	13	680938	7456960	0	1	0	1	0	0,333	0	1	0,667	1	0	0,333
3	15	680939	7458229	2	0	0	0	2	0,750	2	0	0,250	2	0	0,250
3	16	680954	7459192	1	9	0	9	1	0,167	1	9	0,833	10	0	0,083
3	17	682177	7459851	1	2	0	2	1	0,400	1	2	0,600	3	0	0,200

Tabela 10 - Planilha com os valores das probabilidades Pr1, Pr2 e Pr3 para cada ponto de referência no período de 2010 a 2015.

Grupos de Pontos	Coordenadas Geográficas		Número de ocorrências			Cálculo das probabilidades									
	x	y	Classe 1	Classe 2	Classe 3	$\alpha 1$	$\beta 1$	Pr1	$\alpha 2$	$\beta 2$	Pr2	$\alpha 3$	$\beta 3$	Pr3	
SETOR 3															
1	1	670055	7467924	6	0	0	0	6	0,875	6	0	0,125	6	0	0,125
1	2	670470	7468169	38	4	0	4	38	0,886	38	4	0,114	42	0	0,023
1	3	670742	7468213	25	5	1	6	25	0,788	26	5	0,182	30	1	0,061
1	4	671616	7468030	1	1	0	1	1	0,500	1	1	0,500	2	0	0,250
1	5	671070	7468014	16	5	0	5	16	0,739	16	5	0,261	21	0	0,043
1	6	670920	7467781	46	1	0	1	46	0,959	46	1	0,041	47	0	0,020
1	7	671059	7467468	33	5	0	5	33	0,850	33	5	0,150	38	0	0,025
1	8	671688	7466861	9	0	0	0	9	0,909	9	0	0,091	9	0	0,091
1	9	672018	7466932	0	2	3	5	0	0,143	3	2	0,429	2	3	0,571
1	10	672220	7468103	0	1	0	1	0	0,333	0	1	0,667	1	0	0,333
1	11	672564	7467245	59	5	1	6	59	0,896	60	5	0,090	64	1	0,030
1	12	672997	7467342	12	0	2	2	12	0,813	14	0	0,063	12	2	0,188
1	13	673474	7467154	1	0	0	0	1	0,667	1	0	0,333	1	0	0,333
1	14	672589	7466710	9	0	0	0	9	0,909	9	0	0,091	9	0	0,091
1	16	674053	7465509	1	4	0	4	1	0,286	1	4	0,714	5	0	0,143
1	17	674297	7465391	2	1	0	1	2	0,600	2	1	0,400	3	0	0,200
1	18	674386	7464957	9	4	0	4	9	0,667	9	4	0,333	13	0	0,067
1	19	674765	7465612	8	0	0	0	8	0,900	8	0	0,100	8	0	0,100
1	20	675069	7465972	2	1	0	1	2	0,600	2	1	0,400	3	0	0,200
1	21	675273	7466890	8	4	0	4	8	0,643	8	4	0,357	12	0	0,071
1	22	675035	7465106	43	2	4	6	43	0,863	47	2	0,059	45	4	0,098
1	23	675740	7464940	11	0	0	0	11	0,923	11	0	0,077	11	0	0,077
1	24	675959	7464948	10	1	0	1	10	0,846	10	1	0,154	11	0	0,077
1	25	676114	7464641	16	6	0	6	16	0,708	16	6	0,292	22	0	0,042
1	26	676282	7465414	0	2	0	2	0	0,250	0	2	0,750	2	0	0,250

Grupos de Pontos	Coordenadas Geográficas		Número de ocorrências			Cálculo das probabilidades									
	x	y	Classe 1	Classe 2	Classe 3	$\alpha 1$	$\beta 1$	Pr1	$\alpha 2$	$\beta 2$	Pr2	$\alpha 3$	$\beta 3$	Pr3	
SETOR 1															
1	27	676426	7465014	8	0	0	0	8	0,900	8	0	0,100	8	0	0,100
1	28	676641	7464793	7	0	0	0	7	0,889	7	0	0,111	7	0	0,111
1	29	677739	7464749	26	8	0	8	26	0,750	26	8	0,250	34	0	0,028
1	30	677448	7464331	1	0	0	0	1	0,667	1	0	0,333	1	0	0,333
1	31	677686	7463526	0	0	0	0	0	0,500	0	0	0,500	0	0	0,500
1	32	678183	7463236	125	7	0	7	125	0,940	125	7	0,060	132	0	0,007
1	33	678568	7463017	9	7	3	10	9	0,476	12	7	0,381	16	3	0,190
1	34	678537	7462576	51	10	1	11	51	0,813	52	10	0,172	61	1	0,031
1	35	678126	7461449	12	5	0	5	12	0,684	12	5	0,316	17	0	0,053
1	36	678008	7460545	1	3	0	3	1	0,333	1	3	0,667	4	0	0,167
1	37	677979	7460108	2	1	0	1	2	0,600	2	1	0,400	3	0	0,200
1	38	679049	7462185	140	16	0	16	140	0,892	140	16	0,108	156	0	0,006
1	39	679089	7462997	32	4	0	4	32	0,868	32	4	0,132	36	0	0,026
1	40	679153	7462605	10	2	0	2	10	0,786	10	2	0,214	12	0	0,071
1	41	679406	7462427	24	2	0	2	24	0,893	24	2	0,107	26	0	0,036
1	42	679598	7461914	1	0	0	0	1	0,667	1	0	0,333	1	0	0,333
1	43	680016	7462118	50	6	0	6	50	0,879	50	6	0,121	56	0	0,017
1	44	680377	7461679	42	41	0	41	42	0,506	42	41	0,494	83	0	0,012
1	45	680730	7462458	10	0	0	0	10	0,917	10	0	0,083	10	0	0,083
1	50	681364	7463058	2	0	0	0	2	0,750	2	0	0,250	2	0	0,250
1	51	681518	7460947	1	0	0	0	1	0,667	1	0	0,333	1	0	0,333
1	52	682015	7463133	16	2	2	4	16	0,773	18	2	0,136	18	2	0,136
1	53	682753	7463618	16	5	2	7	16	0,680	18	5	0,240	21	2	0,120
1	54	683022	7463369	43	1	0	1	43	0,957	43	1	0,043	44	0	0,022
1	55	683489	7462722	36	2	1	3	36	0,902	37	2	0,073	38	1	0,049
1	57	683749	7461378	8	0	0	0	8	0,900	8	0	0,100	8	0	0,100
1	58	683920	7461700	7	1	0	1	7	0,800	7	1	0,200	8	0	0,100
1	59	683885	7462099	12	0	0	0	12	0,929	12	0	0,071	12	0	0,071
1	60	683818	7463024	0	2	0	2	0	0,250	0	2	0,750	2	0	0,250
1	61	684186	7463002	23	2	0	2	23	0,889	23	2	0,111	25	0	0,037
1	62	684159	7462183	4	1	0	1	4	0,714	4	1	0,286	5	0	0,143
1	63	684508	7461892	14	0	4	4	14	0,750	18	0	0,050	14	4	0,250
1	64	685249	7461196	3	0	0	0	3	0,800	3	0	0,200	3	0	0,200
1	65	684659	7462460	4	1	0	1	4	0,714	4	1	0,286	5	0	0,143
1	66	684769	7462749	22	2	0	2	22	0,885	22	2	0,115	24	0	0,038
1	67	684678	7463038	4	9	0	9	4	0,333	4	9	0,667	13	0	0,067
1	68	684729	7463443	23	2	0	2	23	0,889	23	2	0,111	25	0	0,037
1	69	685124	7463387	99	4	0	4	99	0,952	99	4	0,048	103	0	0,010
1	70	685538	7463736	5	2	0	2	5	0,667	5	2	0,333	7	0	0,111
1	71	685553	7464083	11	2	0	2	11	0,800	11	2	0,200	13	0	0,067
1	72	685770	7463810	12	0	0	0	12	0,929	12	0	0,071	12	0	0,071
1	73	685804	7463164	5	0	0	0	5	0,857	5	0	0,143	5	0	0,143
1	74	685419	7462965	4	0	0	0	4	0,833	4	0	0,167	4	0	0,167
1	75	685020	7462583	21	2	0	2	21	0,880	21	2	0,120	23	0	0,040
1	76	686026	7461858	5	0	0	0	5	0,857	5	0	0,143	5	0	0,143
1	77	685438	7461517	2	2	0	2	2	0,500	2	2	0,500	4	0	0,167
1	78	685838	7461673	7	0	0	0	7	0,889	7	0	0,111	7	0	0,111
1	79	686157	7463655	8	3	0	3	8	0,692	8	3	0,308	11	0	0,077
1	80	686131	7464212	2	2	0	2	2	0,500	2	2	0,500	4	0	0,167
1	81	686290	7464473	3	1	0	1	3	0,667	3	1	0,333	4	0	0,167

Grupos de Pontos	Coordenadas Geográficas		Número de ocorrências			Cálculo das probabilidades									
	x	y	Classe 1	Classe 2	Classe 3	$\alpha 1$	$\beta 1$	Pr1	$\alpha 2$	$\beta 2$	Pr2	$\alpha 3$	$\beta 3$	Pr3	
SETOR 2															
2	1	670068	7467436	26	1	0	1	26	0,931	26	1	0,069	27	0	0,034
2	2	670057	7466779	17	2	0	2	17	0,857	17	2	0,143	19	0	0,048
2	3	668971	7465697	1	0	0	0	1	0,667	1	0	0,333	1	0	0,333
2	4	669911	7466118	7	1	0	1	7	0,800	7	1	0,200	8	0	0,100
2	5	668787	7465015	5	2	0	2	5	0,667	5	2	0,333	7	0	0,111
2	6	669602	7464831	5	3	0	3	5	0,600	5	3	0,400	8	0	0,100
2	7	670448	7464571	28	0	0	0	28	0,967	28	0	0,033	28	0	0,033
2	8	669259	7464271	3	0	0	0	3	0,800	3	0	0,200	3	0	0,200
2	9	669712	7463890	1	2	0	2	1	0,400	1	2	0,600	3	0	0,200
2	10	670105	7463590	5	3	0	3	5	0,600	5	3	0,400	8	0	0,100
2	11	671017	7464186	0	1	0	1	0	0,333	0	1	0,667	1	0	0,333
2	12	672056	7463869	23	0	0	0	23	0,960	23	0	0,040	23	0	0,040
2	13	671353	7463671	8	0	0	0	8	0,900	8	0	0,100	8	0	0,100
2	14	671723	7462758	0	1	0	1	0	0,333	0	1	0,667	1	0	0,333
2	15	671613	7462316	8	1	0	1	8	0,818	8	1	0,182	9	0	0,091
2	18	671821	7458820	3	0	0	0	3	0,800	3	0	0,200	3	0	0,200
2	19	671767	7457789	1	0	0	0	1	0,667	1	0	0,333	1	0	0,333
2	20	674671	7458835	0	1	0	1	0	0,333	0	1	0,667	1	0	0,333
2	21	676333	7459400	3	0	0	0	3	0,800	3	0	0,200	3	0	0,200
2	22	676685	7459350	1	0	0	0	1	0,667	1	0	0,333	1	0	0,333
2	23	675866	7458628	5	3	0	3	5	0,600	5	3	0,400	8	0	0,100
2	24	674900	7457768	2	3	1	4	2	0,375	3	3	0,500	5	1	0,250
2	25	674338	7457299	0	1	0	1	0	0,333	0	1	0,667	1	0	0,333
2	26	674627	7456760	2	0	0	0	2	0,750	2	0	0,250	2	0	0,250
2	28	675286	7454272	0	2	0	2	0	0,250	0	2	0,750	2	0	0,250
2	29	676481	7457787	2	1	0	1	2	0,600	2	1	0,400	3	0	0,200
2	30	676719	7458224	1	1	0	1	1	0,500	1	1	0,500	2	0	0,250
SETOR 3															
3	1	675140	7453935	0	2	0	2	0	0,250	0	2	0,750	2	0	0,250
3	2	675661	7454637	3	0	0	0	3	0,800	3	0	0,200	3	0	0,200
3	3	676703	7456101	6	1	0	1	6	0,778	6	1	0,222	7	0	0,111
3	4	677259	7457212	3	1	0	1	3	0,667	3	1	0,333	4	0	0,167
3	5	678553	7456210	3	1	0	1	3	0,667	3	1	0,333	4	0	0,167
3	6	678849	7456406	12	0	0	0	12	0,929	12	0	0,071	12	0	0,071
3	7	679146	7456796	12	4	0	4	12	0,722	12	4	0,278	16	0	0,056
3	8	679545	7456815	34	1	0	1	34	0,946	34	1	0,054	35	0	0,027
3	9	680346	7457215	4	1	1	2	4	0,625	5	1	0,250	5	1	0,250
3	10	680089	7455802	30	3	0	3	30	0,886	30	3	0,114	33	0	0,029
3	11	680440	7456112	6	0	1	1	6	0,778	7	0	0,111	6	1	0,222
3	12	681025	7456254	2	0	0	0	2	0,750	2	0	0,250	2	0	0,250
3	13	680938	7456960	0	1	0	1	0	0,333	0	1	0,667	1	0	0,333
3	15	680939	7458229	3	0	0	0	3	0,800	3	0	0,200	3	0	0,200
3	16	680954	7459192	1	9	0	9	1	0,167	1	9	0,833	10	0	0,083
3	17	682177	7459851	1	2	0	2	1	0,400	1	2	0,600	3	0	0,200

Fazendo uma análise criteriosa dos resultados da Tabela 9 e Tabela 10, é possível perceber que em todos os períodos de estudo e em todas as regiões de estudo (setores), as probabilidades de risco associadas aos danos de classe 1 representam o maior número de ocorrências registradas. Por esse motivo as os mapas de risco serão modelados com os valores de Pr1. A Figura 53 e Figura 54 apresentam de forma gráfica o número de classes de gravidade ao dano analisadas neste trabalho.

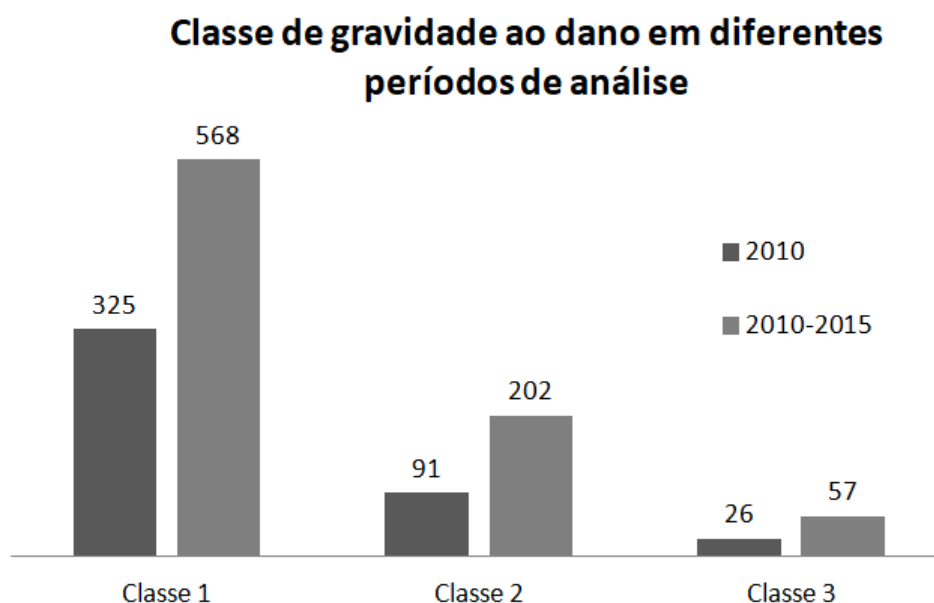


Figura 53 – Gráfico que relaciona a classe de gravidade ao dano no ano de 2010 e o período 2010-2015.

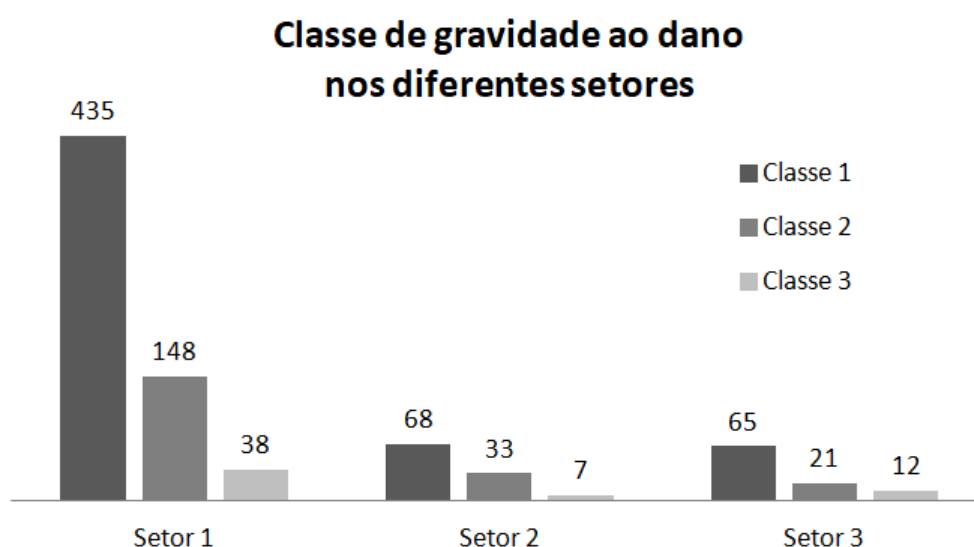


Figura 54 – Gráfico que relaciona a classe de gravidade ao dano com as subdivisões em setores.

5.5. Mapas de Susceptibilidade ao Risco a partir das probabilidades calculadas

Definido os valores de probabilidades, em cada ponto de referência, devidamente georeferenciados em toda área do Maciço da Tijuca, nos período entre 2010 e 2015, torna-se possível a elaboração dos mapas de susceptibilidade ao risco geotécnico.

As probabilidades evidenciadas nas Tabela 9 e Tabela 10 foram calculadas de forma pontual, mas para a apresentação dos mapas é necessário que esses valores sejam interpolados a fim de gerar uma superfície. Segundo Giacomini et al. (2015), a técnica de interpolação tem a grande vantagem de facilitar a distribuição espacial de dados pontuais, estimando os dados recorrentes entre as amostras.

Neste trabalho a modelagem dos dados foi realizada com auxílio do software *ArcGis*. Este *software* possui diversas ferramentas de interpolação, mas o modelo que melhor se ajustou aos dados foi o de origem geoestatística IDW (*Geostatistical Analyst*), que utiliza os valores medidos em torno do local de previsão para prever um valor para qualquer local sem amostragem, com base na suposição de que coisas próximas (vizinhos) umas das outras são mais parecidas do que aquelas que estão mais distantes umas das outras. Os números mínimos e máximos de vizinhos na interpolação determinam, respectivamente, a quantidade mínima e máxima de pontos que influenciam na estimativa dos valores.

Os métodos geoestatísticos são baseados em modelos estatísticos que incluem autocorrelação (a relação estatística entre os pontos medidos). Por esse motivo, as técnicas geoestatísticas não apenas têm a capacidade de produzir uma previsão de superfície, mas também fornecem alguma medida da certeza ou precisão das previsões.

Os dados de entrada principais para a modelagem no *ArcGis*, são as coordenadas cartesianas (x e y) de cada ponto de referência e a probabilidade Pr_1 , que o software interpreta como coordenada Z. Para a aplicação do modelo IDW foram utilizados os parâmetros default do software, sendo o intervalo mínimo 5 vizinhos e no máximo 10 vizinhos.

A teoria proposta por Lima (2017) é baseada na atualização Bayesiana, onde é necessário a implementação acumulada do banco de dados. Desta forma, os resultados da interpolação produzidos pelo software, nos períodos de 2010 e entre 2010 a 2015, seguem respectivamente em Figura 55 e Figura 56.

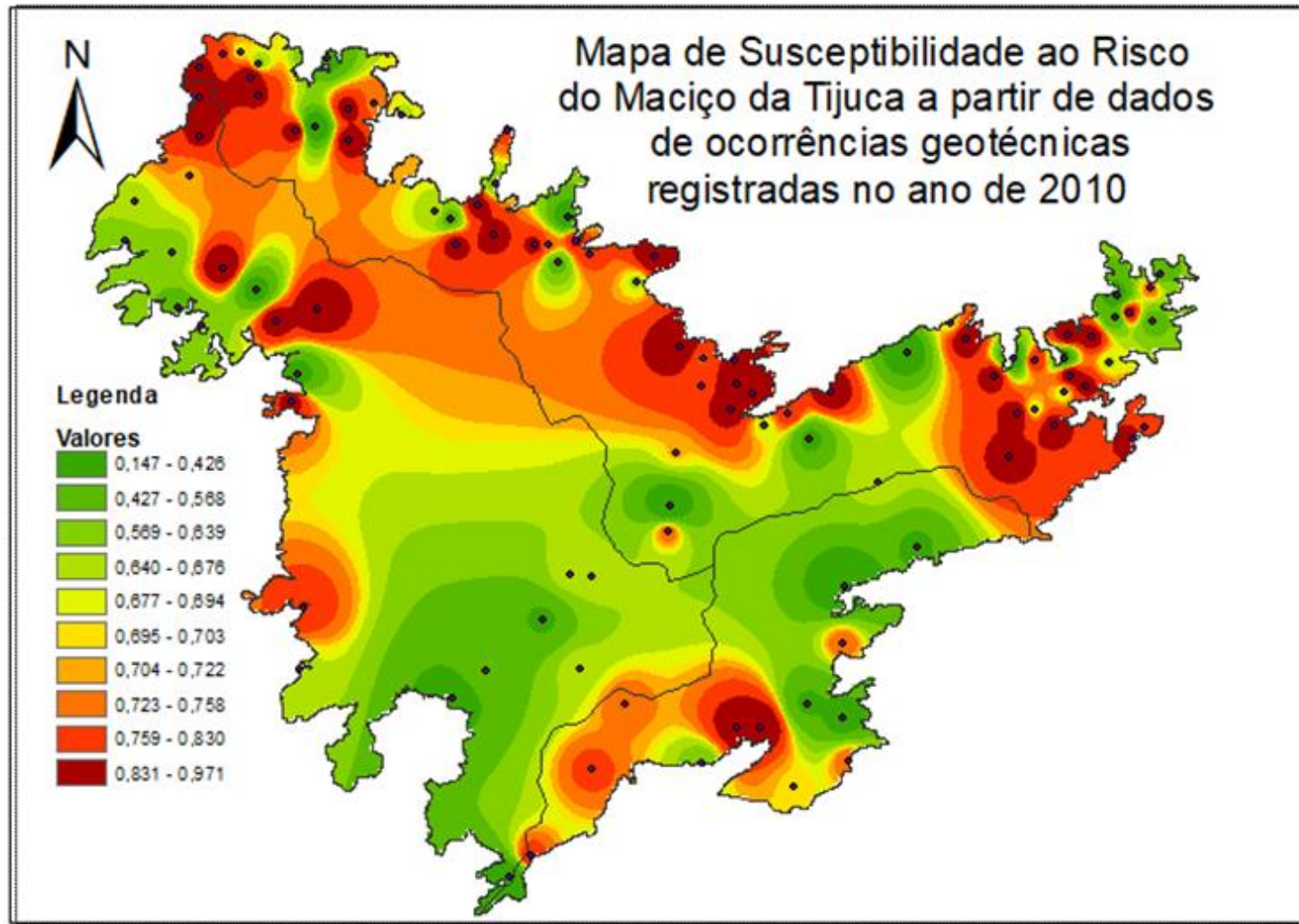


Figura 55 - Mapa de Susceptibilidade ao Risco do Maciço da Tijuca a partir de dados de ocorrência geotécnica registradas no ano de 2010

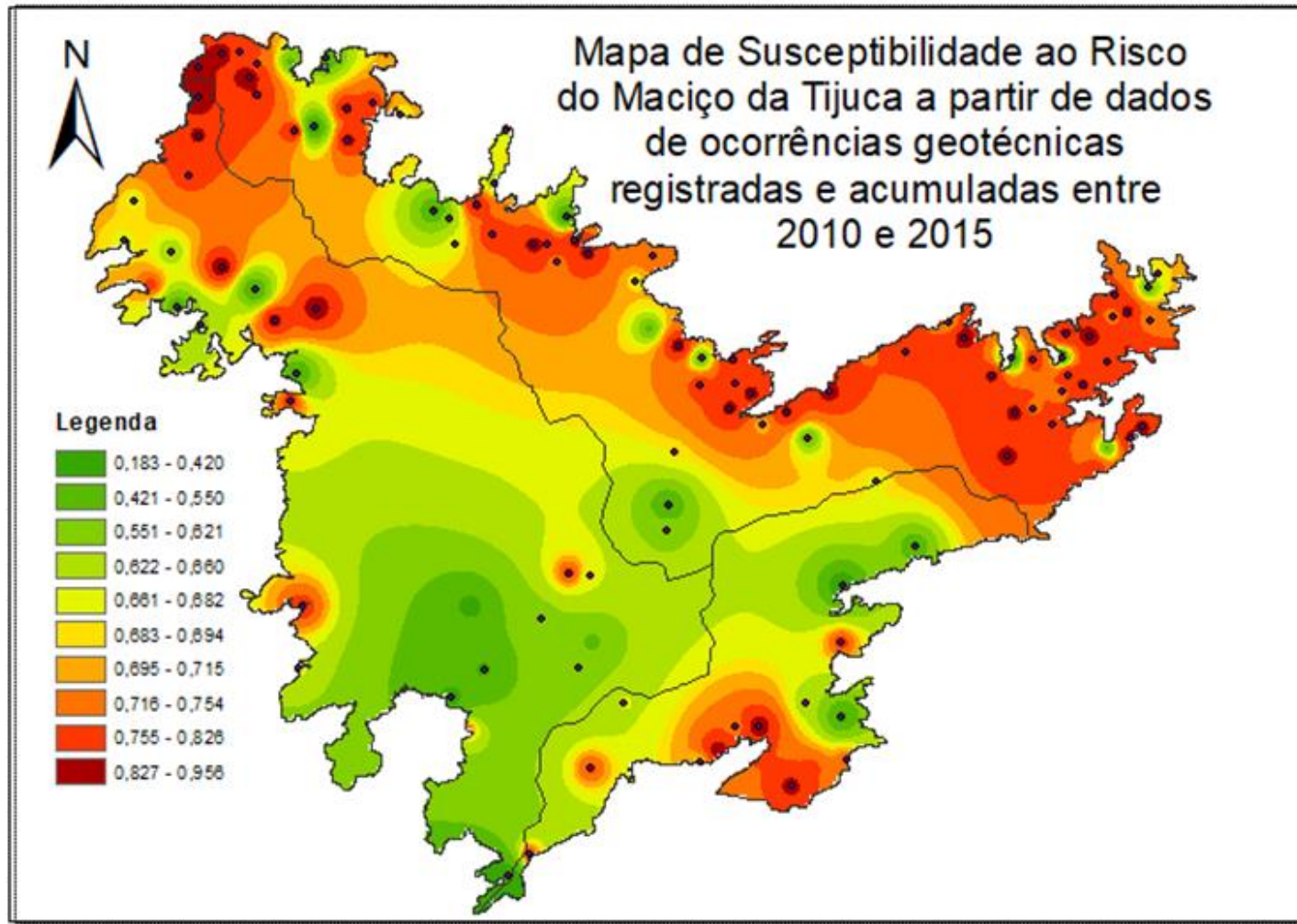


Figura 56 - Mapa de Susceptibilidade ao Risco do Maciço da Tijuca a partir de dados de ocorrência geotécnica registradas e acumuladas entre de 2010 e 2015.

É importante ressaltar que nos mapas (Figura 55 e Figura 56) as cores atribuídas, representam as probabilidades de ruína distribuídas em dez faixas, sendo verde (risco baixo), passando pelos tons de amarelo (risco médio) e vermelho (risco alto).

No ano de 2010 ocorreu um dos maiores eventos pluviométricos registrados na cidade do Rio de Janeiro, o resultado apresentado no mapa (Figura 55) foi o esperado, pois é possível perceber que as regiões de instabilidade são mais concentradas. Sendo as os bairros de Santa Teresa, Cosme Velho, comunidades na Tijuca, Engenho de Dentro, Cascadura, Jacarépagua, e Rocinha na Zona Sul da cidade as mais prejudicadas.

Depois de 2010, algumas medidas mitigadoras ao risco foram tomadas, obras de contenção, drenagem de rios, e em muitas comunidades foram instaladas sirenes de alerta para risco de deslizamento de terra. Nos anos seguintes de 2011 a 2015, o número de ocorrências geotécnicas diminuiu. Analisando o mapa (Figura 56), é possível perceber que ele é mais homogêneo, isto é, as probabilidades de ocorrências já não se encontram tão concentradas em determinadas regiões. Exceto em um trecho no norte do maciço em comunidades de Jacarépagua.

6. CONCLUSÕES

6.1. Conclusões

Este trabalho teve como principal objetivo gerar mapas de susceptibilidade ao risco geotécnico com a utilização de ferramenta probabilística. Assim como demonstrar que a metodologia proposta por Lima (2017) também pode ser aplicada no Maciço da Tijuca.

É Necessário observar que nessa pesquisa os mapas de susceptibilidade ao risco geotécnico são superfícies interpoladas através do software ArcGis, onde os pontos de entrada são as coordenadas cartesianas (x e y) de cada grupo de ocorrências e a probabilidade (Pr1) ao risco geotécnico. A implementação do modelo de atualização bayesiana deve ser realizado para que as probabilidades sejam inseridas corretamente no software, causando erros menores, e chegando mais próximo à realidade da superfície desejada. Com a metodologia proposta por Lima(2017), as probabilidades são calculadas mais facilmente em função sucesso ou insucesso das classes.

Embora a metodologia adotada para elaboração dos mapas de susceptibilidade nesse trabalho não seja empírica, e sim uma aplicação de conjunto de metodologias estatísticas, existe a necessidade de utilização de dados de ocorrências confiáveis, onde é imprescindível contar com a experiência e o conhecimento técnico do profissional especializado nos mecanismos de deflagração de movimentos de massa. Sem a contribuição desses profissionais, não é possível calibrar os diversos modelos de cálculo de modo a produzir estimativas realistas.

Durante a seleção de laudos de ocorrência e aplicação dos critérios estabelecimentos por Lima (2017) para as classe de susceptibilidade ao risco algumas informações importantes foram destacadas e devem ser levadas em consideração para a análise dos mapas.

*Foram analisados um total de 837 laudos, destes 75% estavam concentrados na região do maciço classificado como setor 1 (que abrange a zona norte da cidade).

* Destes 837 laudos analisados, 57% são referentes ao ano de 2010.

* Das 1909 ocorrências geotécnicas verificadas, 57% estão localizadas no setor 1, no ano de 2010.

A classe (alta) de gravidade ao dano no ano de 2010 foi a mais encontrada, principalmente no setor 1.

O resultado apresentado nos mapas, foi mostra-se o coerente com as análises estatísticas feitas anteriormente com os dados dos laudos de ocorrência geotécnicas. O modelo de atualização bayesiana foi muito eficiente na acumulação dos pontos no período de 2010 a 2015, visto que com a implementação dos dados atualizados o efeito de visualização dos resultados, os mapas (Figura 55 e Figura 56) têm comportamento bem distintos. Também não foi surpresa que a região do setor 1 do maciço, apontaram maiores probabilidade.

Ressalta-se que a interpolação utilizada para a modelagem de dados é baseada nos pontos amostrais onde as probabilidades foram calculadas, este procedimento minimiza a subjetividade das interpretações pessoais, com resultados que tendem a variar bem menos quando obtido por diferentes especialistas.

A avaliação das áreas suscetíveis a movimentos de massa não é uma ciência exata. Acidentes podem ocorrer não somente em áreas aparentemente mais suscetíveis à deslizamentos. Esse estudo tem como finalidade o conhecimento prévio do comportamento dos dados de ocorrências assim como estacionaridade e tendências, podendo ser considerado um balizador de áreas mais suscetíveis ao risco geotécnico.

6.2. Sugestões para trabalhos futuros

Com base nos resultados e análises obtidas com a presente pesquisa, são apresentadas a seguir as sugestões e recomendações para estudos futuros.

*O modelo de atualização bayesiano, requer a atualização do banco de dados permanente. Como sugestão para próxima pesquisa é interessante que os dados acumulados sejam implementados, pelo menos, até o ano de 2019, pois neste ano ocorreu mais um evento chuvoso histórico, na cidade do Rio de Janeiro. Mas como muitas medidas mitigadoras já foram tomadas ao longo dos anos, o mapa apresentará comportamento diferenciado, quando comparado com os de analisados neste trabalho.

*A metodologia apresentada nesse trabalho também pode ser adaptada para outras comunidades do Rio de Janeiro, assim como em outros municípios, pois é uma técnica de prática e de fácil aplicação.

.

REFERÊNCIAS

AMARAL JUNIOR, A. F. *Mapeamento geotécnico aplicado a análise de processos de movimentos de massa gravitacionais: Costa Verde – RJ – Escala 1:10.000*. 2007. 191 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2007.

ARMONY, M. *FPG - Geoestatística paramétrica de campo: geoestatística para ouro e outras distribuições altamente assimétricas*. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2017.

AUGUSTO FILHO, O. Caracterização geológico-geotécnica voltada a estabilização de encostas: uma proposta metodológica. In: CONFERÊNCIA BRASILEIRA SOBRE ESTABILIDADE DE ENCOSTAS, 1, 1992, Rio de Janeiro. *Anais...* Rio de Janeiro: ABMS/ABGE/PCRJ. p. 721-733.

BARROS, O. A. *Estimação dos parâmetros da distribuição beta bivariada: aplicações em severidade de doenças em plantas*. 2015. 89 f. Dissertação (Mestrado em Agronomia) - Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Piracicaba, 2015.

BRASIL, Ministério das cidades. *Capacitação em Mapeamento e Gerenciamento de Risco*. Disponível em: < <http://www.defesacivil.mg.gov.br/images/documentos/Defesa%20Civil/manuais/mapeamento/mapeamento-grafica.pdf>>. Acesso em: 17 de jul. de 2019.

BRESSA, G. *Modelagem e Simulação de Sistemas Computacionais*. São Paulo: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, LARC-PCS/EPUSP, 2002. Notas de aula.

BRITO, M. M. *Geoprocessamento aplicado ao mapeamento da suscetibilidade a escorregamentos no município de Porto Alegre, RS*. 2014. 167 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Porto Alegre, 2014.

CAPUTO, H.P. *Mecânica dos solos e suas aplicações: Fundamentos*. 5.ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1978.

CASANOVA, M. A. *et al.* Banco de dados geográficos. Curitiba: MundoGEO, 2005.

CLIMATEMPO. Como ocorre a chuva extrema no Rio de Janeiro? Disponível em: <<https://www.climatempo.com.br/noticia/2019/04/09/como-ocorre-a-chuva-extrema-no-rio-de-janeiro--3778>>. Acesso em: 09 de abr. de 2019.

COELHO NETTO, A. L. O Geocossistema da Floresta da Tijuca. In: ABREU, M. A. (Org.). *Natureza e Sociedade no Rio de Janeiro*. Biblioteca Carioca/IPLANRIO, 1992, v. 21, p.104-142.

COELHO NETTO A. L. *Surface hydrology and soil erosion in a tropical mountainous rainforest drainage basin, RJ*. 1985. 181 f. Phd thesis, Katholieke Univ. Leuven, Belgiun. 1985.

COELHO NETTO, A. L. *O processo erosivo nas encostas do maciço da Tijuca, RJ*. 1979. Dissertação (Mestrado em Geografia) – Programa de Pós-Graduação em Geografia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1979.

COELHO NETTO, A.L. A interface florestal-urbana e os desastres naturais relacionados à água no maciço da Tijuca: desafios ao planejamento urbano numa perspectiva sócio-ambiental. *Revista do Departamento de Geografia*, v.16. pp. 46-60. 2005.

CONTI, A. *Desenvolvimento de um modelo matemático transiente para previsão de escorregamentos planares em encostas*. 2012. 131 f. Dissertação (mestrado em Engenharia Civil) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.

CORREA, S.M.B.B. *Probabilidade e Estatística*. 2 ed. Belo Horizonte: PUC Minas Virtual, 2003.

CPRM. *Manual de Mapeamento de Perigo e Risco a Movimentos Gravitacionais de Massa*. Serviço Geológico do Brasil. 2018.

CUNHA, S. E. *Estatística descritiva na psicologia e na educação*. Rio de Janeiro: Forense-Universitária, 1978.

DIAS, M. A. *Influência da topografia na dinâmica de bordas floresta-gramínea em um relevo montanhoso – maciço da Tijuca, RJ*. 2001. 123 f. Dissertação (mestrado em Geografia) - Instituto de Geociências, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011.

ERBANO, M. O. *Variáveis Aleatórias e Distribuições de Probabilidade*. Paraná: Departamento de Informática do CEFET-PR. 13 f. Notas de aula.

ESRI. *Using ArcGIS Geostatistical Analyst*. Redlands, CA: ESRI Press, 2001.

FARIAS, A. M. L. *Teoria das Probabilidades I*. Niterói: Departamento de Estatística da UFF, 2006. 261 p. Notas de aula.

FARIAS, A. M. L.; KUBRUSLY, J. Q.; SOUZA, M.A.O.. *Probabilidade I: Probabilidade e Variáveis Aleatórias Unidimensionais*. Niterói: Departamento de Estatística da UFF, 2018. 305 p. Notas de aula.

FELGUEIRAS, C. A. *Modelagem Numérica de Terreno*. CÂMARA, G.; MONTEIRO, A. M; MEDEIROS, J. S. (Org). *Introdução à Ciência da Geoinformação*. INPE: São José dos Campos, 2001.

FELL, R. et al. Guidelines for landslide susceptibility, hazard and risk zoning for land-use planning. *Engineering Geology*, v. 102, p. 99-111, 2008.

FERNANDES, M. C. *Desenvolvimento de rotina de obtenção de observações em superfície real: uma aplicação em análises geoecológicas*. 2004. 263 f. Tese (Doutorado em Geografia) – Instituto de Geociências – Programa de Pós-Graduação em Geografia, PPGG, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

FERNANDES, M.C.. *Geoecologia do maciço da Tijuca-RJ: uma abordagem Geo-*

Hidroecológica. 1998. 141f. Dissertação (mestrado em Geografia) - Departamento de Geografia, IGEO/UFRJ, Rio de Janeiro, 1998.

FERNANDES, M.C.; AVELAR, A.S. COELHO NETTO, A.L. Domínios Geo-hidroecológicos do Maciço da Tijuca/RJ. *Anuário do Instituto de Geociências – UFRJ*, Rio de Janeiro, v.29, p.122-148, 2006.

FERNANDES, M.C.; LAGUENS, J.V.M.; COELHO NETTO, A.L. O Processo de Ocupação por favelas e sua relação com os eventos de deslizamentos no Maciço da Tijuca/ RJ *Anuário do Instituto de Geociências – UFRJ*, Rio de Janeiro, v. 22, p.45-59, 1999.

G1. Chuva do Rio é a mais forte em 22 anos, segundo dados do Alerta Rio. Disponível em: <<https://g1.globo.com/rj/rio-de-janeiro/noticia/2019/04/09/chuva-do-rio-e-a-mais-forte-em-22-anos-segundo-dados-do-alerta-rio.ghtml>>. Acesso em: 09 de abr. de 2019.

GEOHECO-UFRJ/ SECRETARIA MUNICIPAL DE MEIO AMBIENTE - RIO DE JANEIRO, *Estudos de Qualidade Ambiental do Geocossistema do Maciço da Tijuca: Fase 2 Subsistema Hidrográfico da Zona Sul (SSHZS)*. Rio de Janeiro: Prefeitura da Cidade do Rio de Janeiro, 2000.

GEORIO. *Manual Técnico de Encostas*. 2ª Ed. Rio de Janeiro. Fundação Instituto de Geotécnica do Rio de Janeiro. 518p.2014.

GEORIO. *Os 50 Maiores Acidentes Geológico-Geotécnicos na Cidade do Rio De Janeiro entre 1966 e 2016*. Rio de Janeiro, Fundação Instituto de Geotécnica do Rio de Janeiro. 113p. 2016.

GIACOMIN, G. et al. Análise Comparativa entre Métodos Interpoladores de Modelos de Superfícies. Rio de Janeiro, *Revista Brasileira de Cartografia*, v. 66, p. 1315-1329, 2015.

GLADE, T.; ANDERSON, M; GROZIER, M. *Landslide Hazard and Risk*. Nova Jersey: John Wiley & Sons Ltd., 2005.

GOOVAERTS, P. *Geostatistics for natural resources evaluation*. New York: Oxford University Press,. 1997

GUIMARÃES, E.C. *Geoestatística básica e aplicada*.. Uberlândia, MG: Núcleo de Estudos Estatísticos e Biométricos da Universidade Federal de Uberlândia, 2001. 49 p. Notas de aula.

GUIMARÃES, R.F.; et al. Movimentos de Massa. In: FLORENZANO, T.G. (Org.). *Geomorfologia: Conceitos e tecnologias atuais*. São Paulo: Oficina de Textos, 2008. p. 159-184.

GUPTA, A.K.; NADARAJAH, S. *Handbook of beta distribution and its applications*. New York: CRC Press, 2004.

GUZZETTI, F et al. Landslide hazard evaluation: a review of current techniques and their application in a multi-scale study, Central Italy, *Geomorphology* v. 31, p. 181–216, 1999.

Harr, M. E. *Reliability-Based Design in Civil Engineering*. United States of America: McGraw-Hill, 1987.

IPT. *Cartas de suscetibilidade a movimentos gravitacionais de massa e inundações: 1:25.000*. São Paulo : IPT. 2014.

JAMES, B.R. *Probabilidade: Um Curso em Nível Intermediário*. 3 ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2004

JOURNEL A.G., HUIJBREGTS C.J. *Mining Geostatistics*. London: Academic Press, 1978.

LANDIM, P. M. B. Sobre Geoestatística e mapas. *Terrae Didatica* , v. 2, p. 19-33, 2006.

LEÃO, R. P. *Carta de Suscetibilidade a Movimentos Gravitacionais de Massa de Nova Lima-MG*. 2016. 112 f. Dissertação (Mestrado em Geotecnia) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2016.

LEBENSZTAYN, E; COLETTI, C.F. *Probabilidade-Teoria e Exercícios*. São Paulo: Universidade de São Paulo. Notas de aula

LI, Z.; ZHU, Q.; GOLD, C. *Digital Terrain Modeling: Principles and Methodology*. London: CRC Press, 2004.

LIMA, E. R. V. *Geoestatística Aplicada ao Estudo de Solos*. In: SIMPÓSIO REGIONAL DE GEOPROCESSAMENTO E SENSORIAMENTO REMOTO, 2006, Aracaju. Paraíba: Universidade Federal da Paraíba, 2006. Disponível em: <https://slideplayer.com.br/slide/356638/>. Acesso em: 15 de fev. de 2019.

LIMA, J. *Elaboração de Mapa de Susceptibilidade ao Risco Geotécnico na Comunidade da Rocinha com utilização de Modelo Probabilístico e Ferramenta Geoestatística*. 2017. 261 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

LOPES, L.F.D. *Apostila de Estatística*. Santa Maria: Universidade Federal de Santa Maria, 2003. Notas de aula.

LOU, A. P. F. *Modelagem Geoestatística Aplicada a Integração entre dados de postos pluviométricos e radar meteorológico*. 2004. 118f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Rio de Janeiro, 2004.

MAGALHÃES, M.N. e LIMA, A.C.P. *Noções de probabilidade e Estatística*. 7 ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2015.

MARTINEZ , M. I. *Avaliação da Susceptibilidade de Terreno para Deslizamentos Rasos: Maciço da Tijuca- Rio de Janeiro*. 2014. 133 f. Dissertação (mestrado em Geografia) - Departamento de Geografia, Instituto de Geociências, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

MATHERON, G. *Le variables régionalisées et leur estimation*. Paris: Masson, 1965.

MAZUR, F. P. R. ; PONTES, L. R. . Caracterização socioambiental do Maciço da Tijuca, Rio de Janeiro.. In: XIV ENCONTRO DE GEÓGRAFOS DA AMÉRICA LATINA, 2013, Lima. *Anais...* Lima: 2013.

MORETTIN, P. A. *Estatística Básica*. 6. ed. São Paulo : Saraiva, 2010.

MORGADO, A.C. *Análise Combinatória e Probabilidade*: Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 1997

MOTA, V. C. *Metodologia geoestatística para caracterizar a variabilidade temporal de elementos climáticos de Juiz de Fora – MG*. 2008. 111 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Lavras. Lavras, 2008.

NEGREIROS, A. B. *Respostas geohidroecológicas em clareira de deslizamento em uma encosta florestada. Alto Rio dos Macacos: Maciço da Tijuca (RJ)*. 2006. 88 f. Dissertação (Mestrado em Geografia) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

NEGREIROS, A. B.; COELHO-NETTO, A.L. Reabilitação Funcional de Clareira de Deslizamento em Encosta Íngreme no Domínio da Floresta Atlântica, Rio de Janeiro (RJ). *Revista Brasileira de Geomorfologia*, Brasília, DF, v.10, p.85-93, 2009.

NOGUEIRA, F.R. Gerenciamento de Riscos Ambientais Associados a Escorregamentos: Contribuição às Políticas Públicas Municipais para Áreas de Ocupação Subnormal. 2002. 266p. Tese (doutorado em Geociências e Meio Ambiente) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

NUNES, A. L. L. S. Estabilidades de Taludes Rochosos em Estradas. In: 6º SIMPÓSIO DE PRÁTICA DE ENGENHARIA GEOTÉCNICA DA REGIÃO SUL, GEOSUL, 2008. Florianópolis. *Anais...* Florianópolis, 2008, 1-11p.

O Globo. *Chuva atípica se repete há séculos no RJ; conheça histórias e imagens de*

grandes temporais. Disponível em: <<https://g1.globo.com/rj/rio-de-janeiro/noticia/2019/04/10/chuva-atipica-se-repete-ha-seculos-no-rj-conheca-historias-e-imagens-de-grandes-temporais.ghtml>>. Acesso em: 21 de abr. de 2019.

O Globo. *Em foco: Enchentes que arrasaram o Rio*. Disponível em: <<http://acervo.oglobo.globo.com/fotogalerias/enchentes-que-arrasaram-rio-9362662>>. Acesso em: 21 de abr. de 2019.

OLIVEIRA, R. R.; ZAÚ, A. S.; LIMA, D. F.; SILVA, M. B. R., VIANNA, M. C.; SODRÉ, D. O.; SAMPAIO, D. D. Significado ecológico da orientação das encostas no maciço da Tijuca, Rio de Janeiro. *Oecologia Brasiliensis*, Rio de Janeiro v.1. p. 523-541.1995.

PFALTZGRAFF, P. A. S. *Mapa de suscetibilidade a deslizamentos na região metropolitana do Recife*. 2007. 120 f. Tese (Doutorado em Geociências) - Centro de Tecnologia e Geociências, Universidade Federal de Pernambuco, 2007.

PIRES, F. R. M.; HEILBRON, M. L. Estruturação e estratigrafia dos gnaisses do Rio de Janeiro, RJ. In: Simpósio de Geologia do Sudeste, 1. Rio de Janeiro. Resumos... Rio de Janeiro, SBG, 1989. p.149-150.

RUBERT, A. V. *Curso Básico de Geoprocessamento em ArcGIS Desktop*. Brasília: Del Giudice Assessoria Técnica Ltda, 2011.

SCHLEE, M. B. Notas sobre a ocupação das encostas no maciço da Tijuca, no Rio de Janeiro. *Pós. Revista do Programa de Pós-Graduação em Arquitetura e Urbanismo da FAUUSP*, v. 22, p. 94-122, 2015.

SILVER, N. *O sinal e o ruído: porque tantas previsões falham e outras não*. Rio de Janeiro: Intrínseca, 2013.

SOARES, A. *Geoestatística para ciências da terra e do ambiente*. 2 ed. Lisboa: IST Press, 2014.

SPIEGEL, M. R. *Estatística*- Coleção Shaum: 2ª Ed. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1985.

STAUFFER, A. M. *Política ambiental e controle sócio-espacial no Maciço da Tijuca (Rio de Janeiro)*: sobre as peculiaridades da proteção ambiental no espaço urbano. 2018. Dissertação (Mestrado em Geografia) – Programa de Pós-Graduação em Geografia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2018.

TEMOTEO, J. P. S. *Condicionantes Geológico - Geotécnicos na Estabilidade de Taludes (Maciço da Tijuca)*. 1992. 141 f. Dissertação (mestrado em Geologia) - Instituto de Geociências. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1992.

TOMINAGA, L.K. Análise e mapeamento de risco. In: TOMINAGA, L.K.; SANTORO, J.; AMARAL, R. do (Org.). *Desastres naturais: conhecer para prevenir*. São Paulo: Instituto Geológico, 2012. cap. 9, 2. ed. p. 147-160.

TUCCI C.E.M. *Hidrologia: Ciência e aplicação*. 2 ed. Porto Alegre: Ed. Universidade/UFRGS, 2001.

VARNES, D. J. *Slope Movement Types and Processes. Special Report 176: Landslides: Analysis and Control*. Transportation Research Board – National Research Council. Washington, USA, 22p., 1978.

VIEIRA, S. R. Geoestatística em estudos de variabilidade espacial do solo. In: NOVAIS, R. F.; ALVAREZ, V. H.; SCHAEFER, G. R. (Ed.). *Tópicos em ciência do solo*. Viçosa: Sociedade Brasileira de Ciência do Solo, 2000. v. 1. p. 1-54.

YAMAMOTO, J.K; LANDIM, P.M.B. *Geoestatística: Conceitos e Aplicações*. São Paulo: Oficina dos textos, 2013.

APÊNDICE A - Informações referentes à cada ocorrência geotécnica: Setor, grupo de pontos, localização geográfica, nº do laudo e ano da ocorrência

Grupos de Pontos	Coordenadas		No Laudo	Ano	Grupos de Pontos	Coordenadas		No Laudo	Ano	Grupos de Pontos	Coordenadas		No Laudo	Ano
	x	y				x	y				x	y		
1 1	670054	7468022	0722/2013	2013	1 1	669815	7467783	0189/2010	2010	1 1	670195	7468084	0453/2010	2010
1 1	669964	7467891	1198/2010	2010	1 1	670055	7467924	1454/2010	2010	1 2	670593	7468353	0090/2014	2014
1 2	670216	7468290	0180/2014	2014	1 2	670210	7468200	0227/2014	2014	1 2	670264	7468258	0704/2013	2013
1 2	670397	7468229	0766/2013	2013	1 2	670547	7468319	0815/2013	2013	1 2	670547	7468319	0840/2013	2013
1 2	670274	7468296	0458/2010	2010	1 2	670506	7468244	0464/2010	2010	1 2	670470	7468169	0500/2010	2010
1 2	670328	7468081	0709/2010	2010	1 2	670535	7468216	1455/2010	2010	1 2	670488	7468063	1457/2010	2010
1 2	670537	7468099	1458/2010	2010	1 2	670225	7468286	1717/2010	2010	1 3	670851	7468149	0154/2014	2014
1 3	670757	7468121	0248/2013	2013	1 3	670783	7468198	0043/2014	2013	1 3	670816	7468349	0044/2014	2013
1 3	670665	7468228	0234/2012	2012	1 3	670742	7468213	0301/2010	2010	1 3	670758	7468206	0302/2010	2010
1 3	670893	7468201	0303/2010	2010	1 3	670892	7468188	0304/2010	2010	1 3	670893	7468261	0347/2010	2010
1 3	670761	7468269	0349/2010	2010	1 3	670934	7468242	0405/2010	2010	1 3	670725	7468208	0772/2010	2010
1 4	671616	7468030	0050/2014	2014	1 4	671330	7468470	0007/2014	2013	1 5	671001	7468103	0063/2014	2013
1 5	670990	7468100	0090/2010	2010	1 5	670982	7468092	0091/2010	2010	1 5	671387	7468079	0413/2010	2010
1 5	671006	7468104	0556/2010	2010	1 5	671070	7468014	0558/2010	2010	1 5	670943	7468064	1279/2010	2010
1 6	671094	7467753	0324/2015	2015	1 6	671011	7467889	0199/2014	2014	1 6	670990	7467729	0301/2013	2013
1 6	670955	7467885	0765/2013	2013	1 6	670965	7467862	0767/2013	2013	1 6	670977	7467916	0231/2010	2010
1 6	670985	7467816	0329/2010	2010	1 6	670933	7467892	0776/2010	2010	1 6	671092	7467757	1251/2010	2010
1 6	670771	7467658	1342/2010	2010	1 6	671092	7467757	1390/2010	2010	1 6	670908	7467753	1469/2010	2010
1 6	670894	7467814	1512/2010	2010	1 6	670920	7467781	1679/2010	2010	1 7	671055	7467504	0247/2013	2013
1 7	671101	7467476	0879/2013	2013	1 7	670974	7467377	0053/2010	2010	1 7	671157	7467487	0557/2010	2010
1 7	671059	7467468	0568/2010	2010	1 7	670956	7467531	0669/2010	2010	1 8	671688	7466861	0054/2010	2010
1 8	671582	7466662	0598/2010	2010	1 9	672018	7466932	0097/2010	2010	1 9	672214	7467051	1135/2010	2010
1 10	672108	7467652	0384/2010	2010	1 10	672220	7468103	0908/2010	2010	1 11	672555	7467050	0099/2015	2015
1 11	672725	7467350	0244/2015	2015	1 11	672355	7467295	0306/2015	2015	1 11	672547	7467038	0162/2014	2014
1 11	672683	7467150	0162/2013	2013	1 11	672441	7467242	0329/2013	2013	1 11	672785	7467172	0888/2013	2013
1 11	672628	7467028	0941/2013	2013	1 11	672690	7467115	0010/2014	2013	1 11	672726	7467076	0030/2014	2013
1 11	672651	7467144	0176/2014	2013	1 11	672753	7467254	0843/2011	2011	1 11	672840	7467148	0035/2010	2010
1 11	672799	7467082	0037/2010	2010	1 11	672741	7467333	0098/2010	2010	1 11	672726	7467377	0341/2010	2010
1 11	672500	7467144	0427/2010	2010	1 11	672580	7467263	0433/2010	2010	1 11	672564	7467245	0648/2010	2010
1 11	672426	7467231	0697/2010	2010	1 11	672654	7467389	0822/2010	2010	1 11	672425	7467234	0906/2010	2010
1 11	672456	7467151	0907/2010	2010	1 12	672991	7467418	0088/2015	2015	1 12	672916	7467219	0047/2014	2013
1 12	672997	7467342	0168/2010	2010	1 12	673028	7467388	0260/2010	2010	1 12	673030	7467488	0340/2010	2010
1 12	672875	7467475	0612/2010	2010	1 13	673474	7467154	0309/2010	2010	1 14	672558	7466261	0995/2010	2010
1 14	672636	7466728	1236/2010	2010	1 14	672589	7466710	1678/2010	2010	1 15	672641	7465465	0161/2014	2013
1 15	672950	7465949	0288/2010	2010	1 15	672584	7465505	0457/2010	2010	1 16	673854	7465834	0113/2014	2014
1 16	673889	7465873	0372/2014	2014	1 16	673845	7465820	0011/2014	2013	1 16	674053	7465509	0095/2010	2010
1 17	674217	7465624	0136/2014	2014	1 17	674472	7465459	0887/2013	2013	1 17	674518	7465614	0385/2012	2012

1	17	674297	7465391	0361/2010	2010	1	18	674600	7465011	0233/2015	2015	1	18	674313	7464849	0391/2014	2014
1	18	674681	7465081	0244/2013	2013	1	18	674681	7465081	0256/2013	2013	1	18	674571	7464697	0451/2013	2013
1	18	674557	7465027	0623/2013	2013	1	18	674446	7465126	0183/2010	2010	1	18	674386	7464957	0649/2010	2010
1	18	674509	7464794	1245/2010	2010	1	18	674599	7465243	1429/2010	2010	1	19	674767	7465681	0896/2010	2010
1	19	674764	7465693	0974/2010	2010	1	19	674821	7465665	1051/2010	2010	1	19	674765	7465612	1463/2010	2010
1	19	674809	7465469	1471/2010	2010	1	20	674874	7465948	1050/2010	2010	1	20	675042	7465899	1053/2010	2010
1	20	675069	7465972	1054/2010	2010	1	20	675116	7466130	1055/2010	2010	1	20	675085	7466118	1718/2010	2010
1	21	675107	7466757	0165/2014	2014	1	21	675107	7466757	0183/2014	2014	1	21	675300	7466667	0440/2014	2014
1	21	675228	7466353	0333/2013	2013	1	21	675220	7466432	0395/2013	2013	1	21	675232	7466276	0903/2010	2010
1	21	675273	7466890	1223/2010	2010	1	22	674857	7465293	0231/2015	2015	1	22	675054	7465206	0218/2013	2013
1	22	674938	7465102	0052/2014	2013	1	22	675127	7465060	0169/2010	2010	1	22	674905	7465316	0328/2010	2010
1	22	674921	7464915	0417/2010	2010	1	22	675035	7465106	0440/2010	2010	1	22	675027	7465123	0441/2010	2010
1	22	674916	7465315	1047/2010	2010	1	22	674903	7465127	1048/2010	2010	1	22	674807	7465103	1049/2010	2010
1	22	675028	7465061	1057/2010	2010	1	22	675019	7465041	1088/2010	2010	1	22	675213	7465225	0044/2011	2010
1	22	675054	7465206	0237/2011	2010	1	23	675630	7464707	0212/2013	2013	1	23	675463	7465096	0526/2013	2013
1	23	675696	7464788	0012/2014	2013	1	23	675740	7464940	1301/2010	2010	1	24	675911	7465026	0157/2015	2015
1	24	675938	7464851	0619/2013	2013	1	24	675928	7464916	0418/2011	2011	1	24	675950	7465039	0875/2011	2011
1	24	675959	7464948	0173/2010	2010	1	25	676234	7464622	0365/2014	2014	1	25	676358	7464844	0447/2014	2014
1	25	675805	7464502	0103/2013	2013	1	25	676170	7464942	0450/2013	2013	1	25	676224	7464796	0155/2014	2013
1	25	676155	7464693	0046/2012	2011	1	25	675912	7464627	0172/2010	2010	1	25	676083	7464538	0412/2010	2010
1	25	676082	7464668	1179/2010	2010	1	25	676114	7464641	1242/2010	2010	1	25	676114	7464787	1275/2010	2010
1	25	675869	7464429	1349/2010	2010	1	26	676282	7465414	1237/2010	2010	1	26	676346	7465535	1350/2010	2010
1	27	676770	7465119	0458/2013	2013	1	27	676679	7465080	0170/2010	2010	1	27	676426	7465014	1276/2010	2010
1	27	676406	7465004	1277/2010	2010	1	28	676951	7464806	0073/2015	2015	1	28	676919	7464774	0369/2013	2013
1	28	676386	7464696	0241/2012	2012	1	28	677070	7464909	0427/2012	2012	1	28	676496	7464596	0569/2012	2012
1	28	676422	7464646	0307/2011	2011	1	28	676641	7464793	0838/2010	2010	1	29	677955	7464825	0156/2014	2014
1	29	678098	7464755	0240/2014	2014	1	29	677554	7465035	0120/2013	2013	1	29	677679	7464928	0949/2013	2013
1	29	677746	7464843	0027/2014	2013	1	29	677717	7464765	0336/2011	2011	1	29	677913	7464911	0575/2011	2011
1	29	677814	7464789	0716/2011	2011	1	29	677739	7464749	0437/2010	2010	1	29	677740	7464836	0438/2010	2010
1	29	677739	7464749	0466/2010	2010	1	29	677724	7464738	0585/2010	2010	1	29	677712	7464725	1409/2010	2010
1	30	677448	7464331	1530/2010	2010	1	31	677705	7463713	0992/2010	2010	1	31	677686	7463526	1317/2010	2010
1	32	677788	7463093	0429/2014	2014	1	32	678117	7463184	0488/2014	2014	1	32	677971	7463337	0077/2013	2013
1	32	678306	7463312	0390/2013	2013	1	32	677917	7463196	0413/2013	2013	1	32	678304	7463322	0475/2013	2013
1	32	677956	7463254	0681/2013	2013	1	32	677889	7463186	0882/2013	2013	1	32	678230	7463139	0893/2013	2013
1	32	678290	7463118	0894/2013	2013	1	32	677990	7463167	0288/2011	2011	1	32	678029	7463321	0479/2011	2011
1	32	678121	7463209	0132/2012	2011	1	32	678183	7463236	1444/2010	2010	1	32	678334	7463168	0127/2011	2010
1	32	678272	7463325	0154/2011	2010	1	32	678184	7463179	0155/2011	2010	1	32	678235	7463103	0156/2011	2010
1	32	678301	7463316	0157/2011	2010	1	32	678230	7463143	0158/2011	2010	1	32	678291	7463202	0159/2011	2010
1	32	678160	7463162	0160/2011	2010	1	32	678333	7463345	0190/2011	2010	1	32	678200	7463198	0431/2011	2010
1	32	678230	7463111	0432/2011	2010	1	33	678472	7463082	0261/2015	2015	1	33	678580	7462960	0328/2013	2013
1	33	678691	7462821	0597/2013	2013	1	33	678723	7463048	0448/2011	2011	1	33	678399	7463001	0697/2011	2011
1	33	678536	7463300	0565/2010	2010	1	33	678703	7463161	0710/2010	2010	1	33	678721	7463107	0782/2010	2010
1	33	678568	7463017	0892/2010	2010	1	33	678696	7463280	0965/2010	2010	1	33	678784	7462969	1144/2010	2010
1	34	678527	7462557	0122/2015	2015	1	34	678556	7462788	0332/2012	2012	1	34	678583	7462717	0161/2011	2011

1	34	678559	7462713	0195/2011	2011	1	34	678495	7462769	0425/2011	2011	1	34	678517	7462540	0053/2012	2011
1	34	678348	7462536	0048/2010	2010	1	34	678560	7462713	0190/2010	2010	1	34	678621	7462768	0704/2010	2010
1	34	678537	7462576	0747/2010	2010	1	34	678193	7462771	0761/2010	2010	1	34	678306	7462406	0762/2010	2010
1	34	678333	7462482	0763/2010	2010	1	34	678251	7462588	0787/2010	2010	1	34	678226	7462774	0788/2010	2010
1	34	678384	7462579	0807/2010	2010	1	34	678567	7462706	0812/2010	2010	1	34	678481	7462494	0833/2010	2010
1	34	678558	7462802	1562/2010	2010	1	35	678141	7461481	0132/2015	2015	1	35	678045	7461340	0276/2015	2015
1	35	678215	7461410	0373/2014	2013	1	35	678245	7461765	0269/2011	2011	1	35	678227	7461730	0517/2011	2011
1	35	677987	7461453	0981/2010	2010	1	35	678321	7461662	0986/2010	2010	1	35	678136	7461436	1137/2010	2010
1	35	678126	7461449	1138/2010	2010	1	35	678114	7461392	1248/2010	2010	1	35	678046	7461337	1249/2010	2010
1	35	678207	7461329	1609/2010	2010	1	35	678056	7461304	0094/2011	2010	1	36	678271	7461077	0119/2012	2011
1	36	678008	7460545	1197/2010	2010	1	37	677426	7459925	0301/2011	2011	1	37	677998	7460133	1031/2010	2010
1	37	677979	7460108	1032/2010	2010	1	38	679096	7462172	0187/2015	2015	1	38	678906	7462306	0147/2013	2013
1	38	678898	7462253	0158/2013	2013	1	38	679245	7462288	0297/2013	2013	1	38	679254	7462262	0371/2013	2013
1	38	679041	7462237	0485/2013	2013	1	38	678842	7462084	0580/2013	2013	1	38	679017	7462306	0612/2013	2013
1	38	678970	7462205	0646/2013	2013	1	38	678939	7462311	0648/2013	2013	1	38	679113	7462313	0671/2013	2013
1	38	678929	7462225	0726/2013	2013	1	38	678863	7461960	0747/2013	2013	1	38	678933	7462424	0292/2012	2012
1	38	678942	7462186	0411/2012	2012	1	38	678984	7462167	0567/2012	2012	1	38	678880	7462458	0059/2011	2011
1	38	678917	7461850	0416/2011	2011	1	38	679177	7462349	0009/2010	2010	1	38	678831	7462216	0014/2010	2010
1	38	679205	7462162	0015/2010	2010	1	38	678959	7462096	0980/2010	2010	1	38	679069	7462347	0987/2010	2010
1	38	678999	7462255	0993/2010	2010	1	38	678861	7461943	1177/2010	2010	1	38	678967	7462034	1178/2010	2010
1	38	679072	7461918	1221/2010	2010	1	38	679072	7461918	1222/2010	2010	1	38	678794	7462348	1281/2010	2010
1	38	678803	7462335	1282/2010	2010	1	38	679155	7462360	1283/2010	2010	1	38	678999	7462157	1413/2010	2010
1	38	679049	7462185	1414/2010	2010	1	38	678967	7462512	1525/2010	2010	1	38	679123	7462235	1561/2010	2010
1	38	679132	7462251	1761/2010	2010	1	38	679042	7462469	1762/2010	2010	1	38	678802	7462260	1763/2010	2010
1	38	679037	7462469	1765/2010	2010	1	38	679107	7462210	1784/2010	2010	1	38	678898	7462167	1796/2010	2010
1	38	679071	7461917	0012/2011	2010	1	38	679125	7462402	0013/2011	2010	1	39	679685	7463093	0037/2015	2015
1	39	679204	7463045	0464/2014	2014	1	39	678994	7462928	0100/2010	2010	1	39	678992	7462925	0101/2010	2010
1	39	678948	7462976	0313/2010	2010	1	39	678980	7462873	0700/2010	2010	1	39	679016	7462926	0748/2010	2010
1	39	679089	7462997	0831/2010	2010	1	39	678921	7462896	0851/2010	2010	1	39	679358	7463026	1258/2010	2010
1	39	679075	7463073	1265/2010	2010	1	40	678931	7462599	0287/2015	2015	1	40	679188	7462633	0451/2014	2014
1	40	679614	7462806	0827/2011	2011	1	40	679153	7462605	0988/2010	2010	1	41	679358	7462186	0647/2013	2013
1	41	679403	7462351	0470/2012	2012	1	41	679406	7462427	0976/2010	2010	1	41	679564	7462463	0979/2010	2010
1	41	679426	7462257	1297/2010	2010	1	41	679420	7462445	1716/2010	2010	1	42	679423	7461778	1182/2010	2010
1	42	679598	7461914	1193/2010	2010	1	43	680164	7462122	0127/2015	2015	1	43	680277	7461979	0344/2015	2015
1	43	680176	7462322	0396/2014	2014	1	43	680392	7462014	0280/2013	2013	1	43	680159	7461965	0532/2013	2013
1	43	680242	7462116	0501/2011	2011	1	43	680069	7461950	0548/2011	2011	1	43	680359	7462010	0752/2011	2011
1	43	680100	7462221	0924/2011	2011	1	43	680181	7462300	0008/2010	2010	1	43	680016	7462118	1104/2010	2010
1	43	680038	7461957	1278/2010	2010	1	43	679945	7461966	1355/2010	2010	1	43	680351	7461985	1361/2010	2010
1	43	679924	7462002	1362/2010	2010	1	43	679951	7462024	1364/2010	2010	1	43	680253	7462263	1780/2010	2010
1	43	680276	7462238	1781/2010	2010	1	44	680245	7461887	0140/2015	2015	1	44	680135	7461772	0331/2015	2015
1	44	680129	7461716	0109/2013	2013	1	44	680253	7461633	0110/2013	2013	1	44	680425	7461902	0279/2013	2013
1	44	680071	7461863	0338/2013	2013	1	44	680220	7461864	0481/2013	2013	1	44	680193	7461720	0692/2013	2013
1	44	680358	7461788	0335/2011	2011	1	44	680425	7461628	0660/2011	2011	1	44	680233	7461856	0691/2011	2011
1	44	680386	7461835	0250/2012	2011	1	44	680428	7461651	0120/2012	2011	1	44	680481	7461609	0314/2010	2010

1	44	680056	7461881	0897/2010	2010	1	44	680397	7461696	0983/2010	2010	1	44	680327	7461764	0984/2010	2010
1	44	680305	7461565	1103/2010	2010	1	44	680377	7461679	1263/2010	2010	1	44	680440	7461794	1353/2010	2010
1	44	680437	7461759	1354/2010	2010	1	44	680133	7461671	1356/2010	2010	1	44	680314	7461600	1357/2010	2010
1	44	680389	7461553	1358/2010	2010	1	44	680215	7461545	1359/2010	2010	1	44	680372	7461810	1360/2010	2010
1	44	680120	7461716	1363/2010	2010	1	44	680107	7461754	1365/2010	2010	1	44	680093	7461803	1420/2010	2010
1	44	680197	7461843	1421/2010	2010	1	44	680445	7461766	1782/2010	2010	1	44	680466	7461695	1786/2010	2010
1	44	680420	7461614	1787/2010	2010	1	44	680381	7461555	1788/2010	2010	1	44	680318	7461613	1789/2010	2010
1	45	680610	7462441	0191/2010	2010	1	45	681159	7462624	0989/2010	2010	1	45	681244	7462570	1136/2010	2010
1	45	680730	7462458	1250/2010	2010	1	50	681364	7463058	0316/2011	2011	1	51	681518	7460947	1195/2010	2010
1	52	681975	7463318	0124/2015	2015	1	52	681978	7462952	0426/2014	2014	1	52	681961	7463077	0469/2011	2011
1	52	681992	7463261	0470/2011	2011	1	52	681997	7463356	0738/2011	2011	1	52	682004	7463030	0769/2011	2011
1	52	681998	7463077	0770/2011	2011	1	52	682062	7463295	0930/2011	2011	1	52	681930	7463215	0274/2012	2011
1	52	682015	7463133	0016/2010	2010	1	53	682978	7463651	0107/2015	2015	1	53	682859	7463630	0237/2013	2013
1	53	682569	7463476	0224/2011	2011	1	53	682604	7463480	0423/2011	2011	1	53	682665	7463496	0485/2011	2011
1	53	682753	7463618	0533/2010	2010	1	53	683084	7463704	0676/2010	2010	1	53	683113	7463894	1017/2010	2010
1	53	682983	7463706	1113/2010	2010	1	53	682983	7463706	1117/2010	2010	1	53	682612	7463491	1145/2010	2010
1	53	682567	7463381	1157/2010	2010	1	53	682457	7463453	1162/2010	2010	1	53	682676	7463365	1187/2010	2010
1	53	682540	7463458	1314/2010	2010	1	53	682679	7463419	1315/2010	2010	1	54	683015	7463407	0058/2013	2013
1	54	683027	7463055	0079/2013	2013	1	54	682993	7463398	0126/2013	2013	1	54	682984	7463324	0127/2013	2013
1	54	682913	7463195	0215/2013	2013	1	54	683040	7463427	0105/2011	2011	1	54	683089	7463313	0221/2011	2011
1	54	683096	7463512	0409/2011	2011	1	54	682899	7463488	0412/2011	2011	1	54	682920	7463003	0285/2010	2010
1	54	683022	7463369	0286/2010	2010	1	54	683036	7463448	1114/2010	2010	1	54	682740	7463249	1122/2010	2010
1	54	682871	7463361	1123/2010	2010	1	54	682802	7463002	1124/2010	2010	1	54	682802	7463002	1127/2010	2010
1	54	682837	7462735	1546/2010	2010	1	54	682796	7462994	1602/2010	2010	1	55	683437	7462387	0277/2014	2014
1	55	683558	7462633	0017/2015	2014	1	55	683496	7462470	0860/2013	2013	1	55	683437	7462387	0861/2013	2013
1	55	683464	7462260	0972/2010	2010	1	55	683334	7462224	1173/2010	2010	1	55	683688	7462596	1330/2010	2010
1	55	683378	7462259	1498/2010	2010	1	55	683557	7462637	1503/2010	2010	1	55	683489	7462722	1595/2010	2010
1	56	682819	7461322	0363/2015	2015	1	57	683863	7461123	0364/2015	2015	1	57	683730	7461464	0126/2014	2014
1	57	683749	7461378	0727/2010	2010	1	57	683724	7461556	1172/2010	2010	1	58	684177	7461539	0024/2015	2014
1	58	683956	7461823	0208/2013	2013	1	58	683977	7461613	0546/2013	2013	1	58	684080	7461651	0573/2011	2011
1	58	683894	7461599	0593/2011	2011	1	58	683920	7461700	0241/2011	2010	1	59	683703	7462206	0794/2013	2013
1	59	683872	7462065	0317/2011	2011	1	59	683683	7462183	0342/2011	2011	1	59	683885	7462099	0872/2010	2010
1	59	683781	7461989	0970/2010	2010	1	59	683756	7462251	1327/2010	2010	1	59	683807	7461881	1596/2010	2010
1	59	683887	7462227	1617/2010	2010	1	60	683978	7463342	0670/2010	2010	1	60	683818	7463024	0943/2010	2010
1	60	684107	7463258	1194/2010	2010	1	60	683786	7462890	1329/2010	2010	1	61	684331	7463113	0213/2015	2015
1	61	684357	7463159	0524/2014	2014	1	61	684354	7462921	0010/2013	2013	1	61	684487	7463022	0452/2013	2013
1	61	684486	7462952	0583/2013	2013	1	61	684232	7463152	0865/2013	2013	1	61	684490	7462889	0021/2014	2013
1	61	684488	7463019	0414/2011	2011	1	61	684125	7463026	0032/2010	2010	1	61	684333	7462828	0544/2010	2010
1	61	684243	7463176	0677/2010	2010	1	61	684139	7463062	0923/2010	2010	1	61	684487	7463017	1096/2010	2010
1	61	684488	7463019	1108/2010	2010	1	61	684186	7463002	1385/2010	2010	1	61	684488	7463019	1650/2010	2010
1	62	684060	7462049	0490/2012	2012	1	62	684255	7462352	0604/2010	2010	1	62	684159	7462183	0971/2010	2010
1	62	684029	7462293	1495/2010	2010	1	62	684372	7462356	0025/2011	2010	1	63	684600	7461662	0397/2015	2015
1	63	684708	7461683	0203/2014	2014	1	63	684167	7461940	0060/2013	2013	1	63	684309	7461932	0781/2013	2013
1	63	684230	7461955	0782/2013	2013	1	63	684498	7461700	0247/2011	2011	1	63	684508	7461892	0615/2010	2010
1	63	684448	7461622	0874/2010	2010	1	63	684493	7462030	1305/2010	2010	1	63	684496	7462037	1542/2010	2010

1	64	685142	7461327	0205/2014	2014	1	64	685249	7461196	0771/2011	2011	1	65	684783	7462202	0340/2013	2013
1	65	684634	7462366	0325/2010	2010	1	65	684746	7462183	0446/2010	2010	1	65	684248	7462462	0614/2010	2010
1	65	684659	7462460	1106/2010	2010	1	65	684580	7462472	1328/2010	2010	1	65	684460	7462576	1494/2010	2010
1	66	684717	7462717	0387/2015	2015	1	66	684637	7462702	0451/2011	2011	1	66	684581	7462740	0467/2011	2011
1	66	684515	7462771	0845/2010	2010	1	66	684518	7462769	0919/2010	2010	1	66	684566	7462711	1319/2010	2010
1	66	684769	7462749	1442/2010	2010	1	66	684765	7462618	1501/2010	2010	1	67	684760	7462932	0322/2013	2013
1	67	684766	7463018	0165/2012	2012	1	67	684627	7462921	0920/2010	2010	1	67	684678	7463038	0921/2010	2010
1	67	684736	7463135	1107/2010	2010	1	67	684630	7462881	1649/2010	2010	1	68	684687	7463260	0123/2014	2014
1	68	684734	7463298	0013/2014	2013	1	68	684471	7463485	0436/2012	2012	1	68	684470	7463314	0063/2012	2011
1	68	684687	7463530	0951/2010	2010	1	68	684729	7463443	0952/2010	2010	1	68	684680	7463261	1109/2010	2010
1	68	684878	7463308	1110/2010	2010	1	68	684522	7463248	1594/2010	2010	1	68	684662	7463523	1735/2010	2010
1	69	685403	7463576	0202/2014	2014	1	69	685346	7463217	0503/2014	2014	1	69	685368	7463487	0732/2013	2013
1	69	685327	7463621	0020/2014	2013	1	69	685328	7463612	0033/2010	2010	1	69	685491	7463486	0047/2010	2010
1	69	685491	7463486	0046/2010	2010	1	69	685266	7463364	0120/2010	2010	1	69	685028	7463512	0751/2010	2010
1	69	685124	7463387	0752/2010	2010	1	69	685129	7463371	0753/2010	2010	1	69	685336	7463444	0754/2010	2010
1	69	685345	7463457	0925/2010	2010	1	69	685243	7463269	1067/2010	2010	1	69	685196	7463330	1105/2010	2010
1	69	685060	7463683	1196/2010	2010	1	69	685260	7463298	1324/2010	2010	1	69	684934	7463640	1388/2010	2010
1	70	685244	7463867	0195/2012	2012	1	70	685446	7463766	0549/2011	2011	1	70	685423	7463833	0750/2011	2011
1	70	685287	7463797	1352/2010	2010	1	70	685538	7463736	1587/2010	2010	1	70	685375	7463943	1607/2010	2010
1	70	685602	7463610	1616/2010	2010	1	70	685495	7464009	0028/2011	2010	1	71	685499	7464382	0182/2013	2013
1	71	685524	7464461	0460/2013	2013	1	71	685535	7464397	0631/2013	2013	1	71	685553	7464083	1024/2010	2010
1	71	685535	7464072	0030/2011	2010	1	72	685937	7463746	0061/2013	2013	1	72	685865	7463696	0455/2013	2013
1	72	685931	7463923	0049/2011	2011	1	72	686007	7463800	0282/2010	2010	1	72	685770	7463810	0755/2010	2010
1	72	685864	7463615	0760/2010	2010	1	72	685859	7463686	1128/2010	2010	1	73	685472	7463117	0236/2015	2015
1	73	684041	7461700	0393/2015	2015	1	73	686050	7463151	0562/2011	2011	1	73	685804	7463164	0497/2011	2010
1	74	685469	7463013	0044/2012	2011	1	74	685458	7462969	1166/2010	2010	1	74	685457	7462969	1167/2010	2010
1	74	685419	7462965	1539/2010	2010	1	74	685872	7462851	0228/2011	2010	1	75	685322	7462666	0204/2014	2014
1	75	685060	7462635	0759/2010	2010	1	75	685175	7462699	0802/2010	2010	1	75	685248	7462427	1401/2010	2010
1	75	684978	7462416	1499/2010	2010	1	75	685020	7462583	1500/2010	2010	1	75	685279	7462648	0179/2011	2010
1	75	685066	7462413	0242/2011	2010	1	76	685822	7461935	0541/2013	2013	1	76	685783	7462166	0590/2013	2013
1	76	686026	7461858	0768/2010	2010	1	76	685736	7462097	1161/2010	2010	1	77	685277	7461936	0336/2015	2015
1	77	685436	7461598	0271/2014	2014	1	77	685301	7461885	0866/2013	2013	1	77	685388	7461553	0088/2014	2013
1	77	685438	7461517	1307/2010	2010	1	78	685665	7461820	0516/2011	2011	1	78	685838	7461673	0679/2010	2010
1	78	685755	7461494	1099/2010	2010	1	78	685798	7461704	1252/2010	2010	1	79	686366	7463654	0332/2014	2014
1	79	686448	7463336	0128/2013	2013	1	79	686811	7463837	0421/2013	2013	1	79	686561	7463574	0593/2013	2013
1	79	686607	7463827	0393/2012	2012	1	79	686157	7463655	0745/2010	2010	1	79	686185	7463754	1496/2010	2010
1	80	686149	7464293	0395/2015	2015	1	80	686152	7463991	0218/2011	2011	1	80	686131	7464212	0538/2010	2010
1	81	686840	7464436	0512/2012	2012	1	81	686241	7464485	0758/2010	2010	1	81	686290	7464473	0967/2010	2010
1	81	686436	7464568	1015/2010	2010	1	81	686436	7464568	1115/2010	2010	1	82	684089	7460160	0371/2012	2012
2	1	669991	7467217	0332/2013	2013	2	1	670381	7467260	0922/2013	2013	2	1	669953	7467674	0945/2013	2013
2	1	670040	7467268	0165/2010	2010	2	1	670068	7467436	0252/2010	2010	2	1	670040	7467268	0254/2010	2010
2	1	670139	7467528	0732/2010	2010	2	1	670130	7467096	0798/2010	2010	2	1	669894	7467594	1010/2010	2010
2	1	669910	7467261	1034/2010	2010	2	1	670020	7467498	1296/2010	2010	2	1	670109	7467318	0090/2011	2010
2	2	669999	7466583	0901/2013	2013	2	2	669731	7466677	0882/2011	2011	2	2	669997	7466623	0449/2010	2010

2	2	670057	7466779	0483/2010	2010	2	2	669996	7466580	0647/2010	2010	2	2	670164	7466936	0880/2010	2010
2	2	670112	7466574	1131/2010	2010	2	3	669325	7466048	0489/2011	2011	2	3	668971	7465697	0829/2010	2010
2	4	669931	7465949	0150/2015	2015	2	4	670100	7466395	0392/2011	2011	2	4	669910	7466364	0462/2010	2010
2	4	669870	7466362	0609/2010	2010	2	4	669892	7466077	1295/2010	2010	2	4	669911	7466118	1577/2010	2010
2	5	668796	7465036	0082/2013	2013	2	5	668373	7465083	0141/2013	2013	2	5	668408	7465044	0290/2013	2013
2	5	668879	7465155	0083/2010	2010	2	5	668787	7465015	0084/2010	2010	2	6	669754	7464967	0018/2010	2010
2	6	669602	7464831	0387/2010	2010	2	6	669479	7464833	0803/2010	2010	2	6	669651	7464820	1720/2010	2010
2	7	670628	7464882	0051/2013	2013	2	7	670448	7464571	0180/2010	2010	2	7	670046	7464776	0806/2010	2010
2	8	668712	7464548	0849/2011	2011	2	8	669259	7464271	0200/2010	2010	2	9	669799	7463912	0935/2013	2013
2	9	670031	7464085	0434/2010	2010	2	9	669712	7463890	1538/2010	2010	2	10	670105	7463590	0113/2010	2010
2	10	670483	7463199	1013/2010	2010	2	11	670856	7463754	0479/2010	2010	2	11	671017	7464186	0548/2010	2010
2	11	671302	7464194	1200/2010	2010	2	12	672056	7463869	0114/2010	2010	2	12	671832	7463870	0243/2010	2010
2	12	672247	7464034	0249/2010	2010	2	12	672247	7464034	0251/2010	2010	2	12	671792	7463789	1007/2010	2010
2	12	672234	7464356	1631/2010	2010	2	13	671301	7463477	0513/2011	2011	2	13	671833	7463508	1006/2010	2010
2	13	671353	7463671	1536/2010	2010	2	14	671723	7462758	1102/2010	2010	2	15	671772	7462251	0147/2014	2013
2	15	671532	7462411	0078/2012	2012	2	15	671356	7462240	0115/2010	2010	2	15	671613	7462316	0197/2010	2010
2	15	671753	7462277	0486/2010	2010	2	15	671433	7462371	1009/2010	2010	2	16	673578	7464016	0106/2010	2010
2	17	674443	7464112	0193/2010	2010	2	18	671405	7458930	0001/2015	2014	2	18	671821	7458820	1274/2010	2010
2	19	671767	7457789	0711/2010	2010	2	20	675145	7458821	0045/2014	2013	2	20	674671	7458835	1142/2010	2010
2	21	676087	7459544	0241/2015	2015	2	21	676313	7459487	0319/2014	2014	2	21	676164	7459385	0154/2013	2013
2	21	676333	7459400	1201/2010	2010	2	21	675618	7459475	1665/2010	2010	2	22	676865	7459900	0267/2015	2015
2	22	676832	7459494	0121/2012	2011	2	22	676685	7459350	1074/2010	2010	2	22	677213	7459649	1664/2010	2010
2	23	676212	7458571	0258/2015	2015	2	23	675807	7458655	0264/2015	2015	2	23	676028	7458805	0332/2015	2015
2	23	676018	7458416	0637/2013	2013	2	23	676130	7458894	0167/2011	2011	2	23	675895	7458748	0102/2010	2010
2	23	675866	7458628	0977/2010	2010	2	23	675883	7458534	0978/2010	2010	2	24	674925	7457670	0739/2013	2013
2	24	675001	7457721	0814/2013	2013	2	24	674849	7457760	0867/2013	2013	2	24	674768	7457716	0432/2012	2012
2	24	674900	7457768	0975/2010	2010	2	24	674902	7457498	0991/2010	2010	2	24	675159	7457943	1030/2010	2010
2	24	674813	7457559	1035/2010	2010	2	25	674290	7457202	0562/2010	2010	2	25	674344	7457402	1272/2010	2010
2	25	674338	7457299	1400/2010	2010	2	26	674690	7456715	0190/2015	2015	2	26	674627	7456760	0579/2011	2011
2	27	674639	7455977	0430/2011	2011	2	28	675249	7454470	0359/2015	2015	2	28	675286	7454272	0537/2010	2010
2	28	675332	7454240	1271/2010	2010	2	29	676448	7457990	0263/2015	2015	2	29	676849	7457328	0901/2011	2011
2	29	676481	7457787	1627/2010	2010	2	30	677322	7458413	0186/2015	2015	2	30	676719	7458224	0896/2011	2011
3	1	675387	7453964	0388/2015	2015	3	1	675482	7453942	0108/2014	2014	3	1	675255	7454134	0589/2013	2013
3	1	675400	7454308	0244/2011	2011	3	1	675140	7453935	0824/2010	2010	3	2	675675	7454699	0386/2015	2015
3	2	675661	7454637	1438/2010	2010	3	2	675776	7454758	1721/2010	2010	3	3	676862	7456238	0755/2011	2011
3	3	676703	7456101	0536/2010	2010	3	3	676739	7455969	0564/2010	2010	3	3	676730	7455947	0714/2010	2010
3	3	676866	7455902	1085/2010	2010	3	3	676756	7456156	1570/2010	2010	3	3	676672	7456115	1615/2010	2010
3	4	677283	7456986	0408/2015	2015	3	4	677022	7457002	0024/2016	2015	3	4	677007	7456953	0146/2014	2013
3	4	676432	7456750	0352/2012	2012	3	4	677259	7457212	0817/2010	2010	3	4	677174	7457051	1267/2010	2010
3	4	676925	7456752	1566/2010	2010	3	4	677092	7457092	1571/2010	2010	3	5	678430	7456409	0209/2015	2015
3	5	678656	7456211	0261/2014	2014	3	5	678553	7456210	0551/2010	2010	3	5	678687	7456244	0678/2010	2010
3	5	678670	7456422	1396/2010	2010	3	6	679254	7456654	0139/2015	2015	3	6	679083	7456501	0357/2015	2015
3	6	678849	7456406	0810/2010	2010	3	7	678995	7456783	0408/2014	2014	3	7	679328	7456940	0518/2014	2014
3	7	679350	7456906	0391/2012	2012	3	7	679462	7457155	0840/2011	2011	3	7	679146	7456796	0723/2010	2010

3	7	679693	7457347	0764/2010	2010	3	7	679760	7457234	0805/2010	2010	3	7	679037	7456933	1065/2010	2010
3	7	679037	7456933	1068/2010	2010	3	8	679702	7456946	0112/2015	2015	3	8	679774	7456933	0180/2015	2015
3	8	679894	7456933	0224/2015	2015	3	8	679653	7456928	0225/2015	2015	3	8	679710	7456768	0280/2015	2015
3	8	679830	7456990	0330/2015	2015	3	8	680003	7457030	0315/2014	2014	3	8	680041	7456584	0360/2013	2013
3	8	679955	7456583	0049/2010	2010	3	8	679545	7456815	0721/2010	2010	3	8	680140	7457005	1334/2010	2010
3	8	680133	7457023	1335/2010	2010	3	9	680436	7457454	0409/2015	2015	3	9	680475	7457241	1100/2010	2010
3	9	680346	7457215	1169/2010	2010	3	9	680303	7457335	1515/2010	2010	3	10	680265	7455802	0210/2015	2015
3	10	680152	7455985	0133/2014	2014	3	10	680311	7455767	0529/2014	2014	3	10	680369	7455809	0530/2014	2014
3	10	680003	7455785	0550/2013	2013	3	10	680337	7455794	0791/2013	2013	3	10	680139	7455783	0884/2013	2013
3	10	680207	7455958	0049/2014	2013	3	10	680161	7455903	0302/2012	2012	3	10	679973	7455828	0502/2011	2011
3	10	679789	7455814	0667/2011	2011	3	10	680089	7455802	0792/2011	2011	3	10	680089	7455802	0722/2010	2010
3	10	679973	7455834	0724/2010	2010	3	10	680310	7456007	1493/2010	2010	3	11	680499	7456009	0075/2013	2013
3	11	680788	7455819	0425/2013	2013	3	11	680481	7456077	0567/2013	2013	3	11	680440	7456112	0687/2013	2013
3	11	680440	7456112	0702/2013	2013	3	11	680609	7455855	0088/2012	2012	3	11	680530	7455709	0254/2012	2012
3	12	681052	7456406	0717/2011	2011	3	12	680789	7456278	0909/2011	2011	3	12	680850	7456259	0910/2011	2011
3	12	681060	7456571	0572/2010	2010	3	12	681025	7456254	0713/2010	2010	3	12	680730	7456258	1316/2010	2010
3	12	681297	7456476	1603/2010	2010	3	13	680938	7456960	0894/2010	2010	3	14	681262	7457566	0252/2013	2013
3	15	680760	7458644	0481/2011	2011	3	15	680793	7458176	0744/2010	2010	3	15	680939	7458229	1346/2010	2010
3	15	680905	7458326	1611/2010	2010	3	16	681470	7459423	0342/2012	2012	3	16	680752	7459297	0415/2011	2011
3	16	680954	7459192	0898/2010	2010	3	16	681470	7459423	1398/2010	2010	3	16	681456	7459414	1434/2010	2010
3	17	682177	7459851	0682/2010	2010	3	17	681909	7459452	0873/2010	2010	3	17	682601	7459747	0900/2010	2010

ANEXO A - Folha 1 de Fichas de Campo adotadas pela GEORIO

Lauder # 04

LAUDO DE VISTORIA

Folha: 01/02

1. LOCAÇÃO: xxxxx		Data: 20/09/2011
1.1. Ponto de Referência: xxxxx Ponto 04		3 Responsável: ...xxxx
2. Coordenadas UTM: N = 681215 E = 7486405		4. Tipo de Situação:
2.1. Datum: SAO 69		<input type="checkbox"/> Movimento ocorrido
		<input checked="" type="checkbox"/> Possibilidade de movimento
		<input checked="" type="checkbox"/> Estudo/Projeto
		<input type="checkbox"/> Não se trata de problema geotécnico

5. ASPECTOS LOCAIS		
5.1. Tipo da Ocupação / Densidade	5.2. Tipo de Vegetação / Condições	5.3. Drenagem / Condições
<input type="checkbox"/> Área não ocupada <input type="checkbox"/> Área urbana estruturada <input type="checkbox"/> Estrada <input checked="" type="checkbox"/> Favela <input type="checkbox"/> Outra:	<input type="checkbox"/> Alta <input checked="" type="checkbox"/> Média <input type="checkbox"/> Baixa <input type="checkbox"/> Arbórea <input type="checkbox"/> Arbustiva <input type="checkbox"/> Rasteira <input type="checkbox"/> Nenhuma <input type="checkbox"/> Densa <input checked="" type="checkbox"/> Média <input type="checkbox"/> Esparsa	<input checked="" type="checkbox"/> Natural <input type="checkbox"/> Construída <input type="checkbox"/> Inexistente <input type="checkbox"/> Satisfatória <input checked="" type="checkbox"/> Insuficiente <input type="checkbox"/> Obstruída <input type="checkbox"/> Danificada
6. CARACTERÍSTICAS ESPECÍFICAS		5.4. Relevo / Perfil de Encosta
6.1. Local Vistoriado		<input type="checkbox"/> Escarpado <input type="checkbox"/> Montanhoso <input checked="" type="checkbox"/> Ondulado <input type="checkbox"/> Suave <input checked="" type="checkbox"/> Côncavo <input type="checkbox"/> Convexo <input type="checkbox"/> Retilíneo
6.2. Geometria (<input type="checkbox"/> Ver Croqui)		
Altura [m]:		
Largura [m]:		
Inclinação [°]:		
6.3. Obras de Contenção Existentes		
<input type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Pública Tipo: <input checked="" type="checkbox"/> Não <input type="checkbox"/> Privada Dimensões h x l [m]:		
Condições:		
6.4. Natureza do Material		6.5. Condições de Saturação
<input checked="" type="checkbox"/> Solo { <ul style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> Argiloso <input type="checkbox"/> Arenoso <input type="checkbox"/> Com blocos <input type="checkbox"/> S&S <input type="checkbox"/> Alterada <input type="checkbox"/> Fraturada <input type="checkbox"/> Com blocos 		<input type="checkbox"/> Com surgência <input type="checkbox"/> Tubulação rompida <input type="checkbox"/> Artesianismo <input type="checkbox"/> Esgoto in natura
<input type="checkbox"/> Rocha { <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Tálus <input type="checkbox"/> Aterro <input checked="" type="checkbox"/> Residual <input type="checkbox"/> Sedimentar <input checked="" type="checkbox"/> Colúvio <input type="checkbox"/> Entulho <input type="checkbox"/> Lixo Volume [m³]:		
7. CARACTERÍSTICAS DA SITUAÇÃO		6.6. Evidências de Movimentos
7.1. Movimento Ocorrido <input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/> Trincas no solo <input type="checkbox"/> Topo <input type="checkbox"/> Meia encosta <input type="checkbox"/> Sopé <input type="checkbox"/> Trincas em acessos <input type="checkbox"/> Pista <input type="checkbox"/> Acostamento <input type="checkbox"/> Outros: <input type="checkbox"/> Trincas em edificações <input type="checkbox"/> Lascas/blocos instáveis <input type="checkbox"/> Árvores em desaprumo <input type="checkbox"/> Surgências d'água <input type="checkbox"/> Deslocamentos <input type="checkbox"/> Processos erosivos/assoreamento
Data: ... / ... / ... Hora: ...		
Volume estimado [m³]:		
Pluviometria (Últimas 48h) [mm]:		
7.1.1. Consequências		7.2. Possibilidade de Movimento <input checked="" type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/> Vítimas fatais (nº) <input type="checkbox"/> Vítimas não fatais (nº) <input type="checkbox"/> Obstrução de vias <input type="checkbox"/> Danos a bens particulares <input type="checkbox"/> Danos a bens públicos <input type="checkbox"/> Riscos a terceiros <input type="checkbox"/> Sem consequências		7.2.1. Grau de Risco
7.3. Tipologia do Movimento / Características		<input type="checkbox"/> Alto <input checked="" type="checkbox"/> Médio <input type="checkbox"/> Baixo
<input type="checkbox"/> Queda/rolamento de blocos <input type="checkbox"/> Rotacional <input checked="" type="checkbox"/> Escorregamento <input type="checkbox"/> Planar <input type="checkbox"/> Rastejo <input type="checkbox"/> Complexo <input type="checkbox"/> Subsidência <input type="checkbox"/> Lento <input type="checkbox"/> Complexo <input type="checkbox"/> Rápido		7.2.2. Número de Elementos em Risco
7.4. Superfície de Deslizamento		<input type="checkbox"/> < 10 <input type="checkbox"/> entre 10 e 30 <input type="checkbox"/> > 30 <input checked="" type="checkbox"/> Moradias <input type="checkbox"/> Hospitais/Escolas <input type="checkbox"/> Edificações/Estruturas <input type="checkbox"/> Estradas <input type="checkbox"/> Outros:
<input checked="" type="checkbox"/> Solo-Solo <input type="checkbox"/> Solo-Rocha <input type="checkbox"/> Rocha-Rocha <input type="checkbox"/> Não identificada (Descrever):		

Fonte: GEORIO

ANEXO B - Folha 2 de Fichas de Campo adotadas pela GEORIO

UNEP 04

Folha 02/02

8. NECESSIDADE DE PROVIDÊNCIAS URGENTES
 Não Sim (Especificar): drenagem
 Descrição da Situação (Informações Complementares): _____ Área de talvegue

9. INTERVENÇÕES/INVESTIGAÇÕES RECOMENDADAS

9.1. Drenagem							9.2. Contenção						
	l	h	w	V	#	A		h	l	e	V	#	A
	[m]	[m]	[m]	[m³]	unid.	[m²]		[m]	[m]	[m]	[m³]	unid.	[m²]
<input type="checkbox"/> Canaleta Simples							<input type="checkbox"/> Ancoragens Isoladas						
<input checked="" type="checkbox"/> Canaletas com Degraus							<input type="checkbox"/> Contrafortes Ancorados						
<input type="checkbox"/> Caixa de Passagem							<input type="checkbox"/> Contrafortes Chumbados						
<input type="checkbox"/> Dissipador de Energia							<input type="checkbox"/> Cortina Ancorada						
<input type="checkbox"/> Drenos Profundos							<input type="checkbox"/> Estrutura com Chumbadores						
<input type="checkbox"/> Galeria							<input type="checkbox"/> Estrutura de Impacto						
<input type="checkbox"/> Tubo de Descida D'Água							<input type="checkbox"/> Grelha Ancorada						
<input type="checkbox"/> Vala Drenante							<input type="checkbox"/> Muro de Concreto Cidôptico						
<input type="checkbox"/> Desobstrução							<input type="checkbox"/> Muro Chumbado						
<input type="checkbox"/> Recuperação							<input type="checkbox"/> Muro de Flexão						
<input type="checkbox"/>							<input type="checkbox"/> Muro de Flexão com Tirante						
<input type="checkbox"/>							<input type="checkbox"/> Muro de Gabiões						
<input type="checkbox"/>							<input type="checkbox"/> Solo Grampeado						
<input type="checkbox"/>							<input type="checkbox"/> Viga Estaqueada						
<input type="checkbox"/>							<input type="checkbox"/> Recuperação estrutural						
<input type="checkbox"/>							<input type="checkbox"/>						
<input type="checkbox"/>							<input type="checkbox"/>						

9.3. Proteção Superficial							9.4. Movimento de Terra						
	l	h	w	e	V	A		h	l	e	V	#	A
	[m]	[m]	[m]	[m]	[m³]	[m²]		[m]	[m]	[m]	[m³]	unid.	[m²]
<input type="checkbox"/> Concreto Projetado							<input type="checkbox"/> Execução de Variante						
<input type="checkbox"/> Grama Armada							<input type="checkbox"/> Desmorte de rocha						
<input type="checkbox"/> Hidrosemeadura							<input type="checkbox"/> Limpeza e bate choco						
<input type="checkbox"/> Revegetação							<input type="checkbox"/> Remoção de terreno no topo						
<input type="checkbox"/>							<input type="checkbox"/> Remoção de terreno instável						
<input type="checkbox"/>							<input type="checkbox"/> Retaludamento						
<input type="checkbox"/>							<input type="checkbox"/> Suavização						
<input type="checkbox"/>							<input type="checkbox"/>						

9.5. Auxiliares/Específicas							9.6. Investigações Geotécnicas					
	l	w	d	V	#	A				#	h	
	[m]	[m]	[m]	[m³]	unid.	[m²]				unid.	[m]	
<input type="checkbox"/> Remoção							<input type="checkbox"/> Sondagem a Percussão					
<input type="checkbox"/> Delimitador de Área de Risco							<input type="checkbox"/> Sondagem Rotativa					
<input type="checkbox"/> Passarela							<input type="checkbox"/> Coleta de Bloco Indeformado					
<input type="checkbox"/> Limpeza da encosta <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>							<input type="checkbox"/> Ensaios de Caracterização					
<input type="checkbox"/>							<input type="checkbox"/> Ensaios de Resistência					
<input type="checkbox"/>							<input type="checkbox"/>					





l = Comprimento, h = Altura, w = Largura de Cobertura, e = Espessura, V = Volume, # = Número, A = Área

10. FISCALIZAÇÃO
 Aprovado Aprovado com comentários Não aprovado Fiscal: _____
 Comentários: _____

11. ANEXOS
 Relatório Preliminar Fotos
 Croqui Outros (especificar): _____

Fonte: GEORIO

ANEXO C - Laudo de vistoria adotado pela Defesa Civil Municipal

	PREFEITURA DA CIDADE DO RIO DE JANEIRO Secretaria Municipal de Conservação e Serviços Públicos Subsecretaria de Defesa Civil		
BOLETIM OCORRÊNCIA Nº		/16	
Solicitante: <u>Leonardo (GEO-RIO)</u>		Telefone: <u>989093728</u>	
Tipo de Ocorrência: <u>Ameaça desabamento de imóvel</u>			
Endereço: <u>Rua Conselheiro Jobim nº 422 / Casa 01</u>			
Bairro: <u>Engenho Novo</u>		Sub-bairro/Comunidade: <u>São João</u>	
Ponto de Referência: <u>Endereço da Associação de Moradores</u>			
Vistoria Restrita à Análise Visual			
<p>Trata-se de imóvel residencial, multifamiliar e com 03 pavimentos.</p> <p>No momento da vistoria verifiquei que o imóvel localiza-se no pé de encosta vertical, composta por maciço rochoso, matacões e blocos de rocha instáveis, onde foi realizada obra de contenção pela GEO-RIO, instalando barreiras fixas e tela de aço, estando o imóvel supracitado no interior da área de risco.</p> <p>Segundo informações de representante da Associação de Moradores, o proprietário não reside mais no imóvel, estando com processo em andamento no programa "Minha Casa Minha Vida", entretanto o local foi objeto de invasão, estando ocupado.</p> <p>É necessária a relocação destes ocupantes e demolição integral do imóvel, em função do risco potencial de rolamento de blocos de rocha e matacões, podendo atingir a edificação.</p> <p>Para acesso ao local é necessário o acompanhamento por parte de representante da Associação de Moradores (Rua Conselheiro Jobim nº 422).</p>			
Providências			
<p>À Secretaria Municipal de Habitação - SMH para análise e providências com urgência.</p> <p>À Secretaria Municipal de Desenvolvimento Social - SMDS para ciência e providências com urgência.</p> <p>À Coordenação de Operações Especiais da Secretaria Municipal de Conservação e Serviços Públicos - SC/COE para demolição integral do imóvel, após a relocação dos ocupantes.</p> <p>À Fundação Instituto de Geotécnica do Município do Rio de Janeiro – GEO-RIO para conhecer.</p>			
Vistoriante: <u>Engº Daniel Guerra Crivano</u>		Data: <u>15/01/16</u>	
Matrícula: <u>10/209085-0</u>		Assinatura _____	
	Subsecretaria de Defesa Civil Rua Visconde de Santa Isabel, nº 32 - Vila Isabel - CEP: 20.560-120 199 / 2258-8908		

Fonte: Lima, 2017

ANEXO D - Tabela da normal padrão $Z \sim N(0; 1)$ valores de $p = P(0 \leq Z \leq z)$.

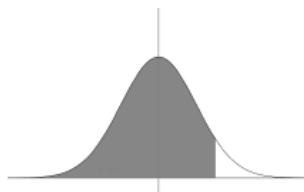


Casa inteira e 1ª decimal	2ª decimal									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990
3,1	0,4990	0,4991	0,4991	0,4991	0,4992	0,4992	0,4992	0,4992	0,4993	0,4993
3,2	0,4993	0,4993	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4995	0,4995	0,4995
3,3	0,4995	0,4995	0,4995	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4997
3,4	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4998
3,5	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998
3,6	0,4998	0,4998	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,7	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,8	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,9	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000
4,0	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000

Fonte: Farias et al, 2018

ANEXO E - Tabela da distribuição acumulada da normal padrão $Z \sim N(0; 1)$

valores de $p = \Phi(z) = P(Z \leq z)$



Casa inteira e 1ª decimal	2ª decimal									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000