



Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Ciências Sociais

Faculdade de Ciências Econômicas

Alexandre Fonseca Rocha Barreto


**Modelo de 5 fatores de Fama e French aplicado ao mercado
brasileiro**

Rio de Janeiro

2019

Alexandre Fonseca Rocha Barreto

Modelo de 5 fatores de Fama e French aplicado ao mercado brasileiro



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Econômicas, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Orientador: Prof. PhD Andrea Ugolini
Coorientador: Prof. PhD Pedro Hemsley

Rio de Janeiro

2019

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ/REDE SIRIUS/BIBLIOTECA CCS/B

B273 Barreto, Alexandre Fonseca Rocha.
Modelo de 5 fatores de Fama e French aplicado ao mercado brasileiro /
Alexandre Fonseca Rocha Barreto. – 2019.
44 f.

Orientador: Prof. Dr. Andrea Ugolini.
Coorientador: Prof. Dr. Pedro James Frias Hemsley.
Dissertação (mestrado) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro,
Faculdade de Ciências Econômicas.
Bibliografia: f. 42.

1. Mercado de capitais –Brasil – Teses. 2. Ações (Finanças) – Teses. I.
Ugolini, Andrea. II. Hemsley, Pedro James Frias. III. Universidade do
Estado do Rio de Janeiro. Faculdade de Ciências Econômicas. IV. Título.

CDU 336.76(81)

Bibliotecária: Luciana Zöhler CRB7/5643

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação, desde que citada a fonte.

Assinatura

Data

Alexandre Fonseca Rocha Barreto

Modelo de 5 fatores de Fama e French aplicado ao mercado brasileiro

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Econômicas, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Aprovada em 9 de Setembro de 2019.

Banca Examinadora:

Prof. PhD Andrea Ugolini (Orientador)
Faculdade de Ciências Econômicas – UERJ

Prof. PhD Pedro Hemsley (Coorientador)
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Fernando Antônio Lucena Aiube
Faculdade de Ciências Econômicas - UERJ

Rio de Janeiro

2019

AGRADECIMENTOS

A minha família, meus amigos e minha amada esposa por todo o apoio. Aos meus orientadores, pela dedicação e disponibilidade.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001

Valeu a pena? Tudo vale a pena se a alma não é pequena.
Fernando Pessoa, poema Mar português

RESUMO

BARRETO, Alexandre F. R. B. *Modelo de 5 fatores de Fama e French aplicado ao mercado brasileiro*. 2019. 44 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Econômicas) – Faculdade de Ciências Econômicas, Universidade do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

Neste estudo, os portfólios Fama e French de cinco fatores são usados para examinar como os prêmios associados ao tamanho, valor, rentabilidade e investimento se comportam em um mercado de ações brasileiro. Utilizamos dados mensais variando de Julho/95 até Julho/17 de todas as ações listadas na BOVESPA, gerando uma amostra de dados de mais de 13.200 pontos. Os resultados mostram grande aderência ao modelo fornecido, exceto para o caso do prêmio de tamanho, que provoca um efeito na direção oposta. O autor interpreta isso como uma consequência esperada de um mercado em desenvolvimento com poucos players.

Palavras-chave: Modelo de 5 fatores. Regressão por fatores. Liquidez.

ABSTRACT

BARRETO, Alexandre F. R. B. *Fama and French 5 factor model applied to the brazilian Market*. 2019. 44 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Econômicas) – Faculdade de Ciências Econômicas, Universidade do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

In this study the Fama and French five factor portfolios are used to examine how the premiums associated with the size, value, profitability and investment behave in a Brazilian developing stock market. We use monthly data ranging from July/95 up to July/2017 from all stocks listed, comprising a data sample of more than 13200 points. The results show great adherence to the model provided except for the case of the size premium, which provide an effect in the opposite direction. The author interprets this as an expected consequence of a developing market with few players

Keywords: 5 Factor Model. Factor Regression. Liquidit

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Fronteira Eficiente de Markwitz	16
Figura 2 - <i>Capital Allocation Line</i> - CAL	18
Figura 3 - Fronteira Eficiente de Markowitz e CAL - o ponto de tangência é o portfólio ótimo.	18
Figura 4 - Teste de aderência do modelo CAPM - Aqui, o autor compara a pre- visão do modelo CAPM (linha contínua) com a regressão MQO (Mínimos Quadrados Ordinários) feita a partir de 10 portfólios <i>value-weighted</i> extraído da bolsa da Nova York no período de 1947 - 1996 (linhas pon- tilhadas).	19
Figura 5 - Quantidade de empresas listadas por ano - sem filtro de liquidez	24
Figura 6 - Quantidade de empresas listadas por ano - com filtro de liquidez	24
Figura 7 - Algoritmo geral para construção dos fatores.	30
Figura 8 - Retorno médio mensal para os portfólios <i>Size-Value</i> (VM x VM/VP) apresentados nas Tabelas 5 e 8.	33
Figura 9 - Retorno médio mensal para os portfólios <i>Size-Investment</i> (VM x INV) apresentados nas Tabelas 6 e 9.	34
Figura 10 - Retorno médio mensal para os portfólios <i>Size-Profitability</i> (VM x RO) apresentados nas Tabelas 7 e 10.	35
Figura 11 - Retorno médio mensal para os portfólios Fama e French (2015) de <i>Size- Value</i> (VM x VP/VM) apresentado na Tabela 11	37
Figura 12 - Retorno médio mensal para os portfólios Fama e French (2015) de <i>Size- Investment</i> (VM x INV) apresentado na Tabela 12	38
Figura 13 - Retorno médio mensal para os portfólios Fama e French (2015) de <i>Size- Profitability</i> (VM x RO) apresentado na Tabela 13	38

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Conjunto de dados fictícios para Valor de Mercado [R\$ M]	26
Tabela 2 - Conjunto de dados fictícios para Retorno [%]	27
Tabela 3 - Conjunto de dados fictício para Valor de Mercado [R\$ M] - ordenados	
no ano 2010	27
Tabela 4 - Portfólio VM - VP/VM - sem filtro de liquidez	34
Tabela 5 - Portfólio VM - INV - sem filtro de liquidez	35
Tabela 6 - Portfólio VM - RO - sem filtro de liquidez	35
Tabela 7 - Portfólio VM - VP/VM - com filtro de liquidez	36
Tabela 8 - Portfólio VM - INV - com filtro de liquidez	36
Tabela 9 - Portfólio VM - RO - com filtro de liquidez	36
Tabela 10 - Resultados de Fama e French (2015) para os Portfólio VM - VP/VM	36
Tabela 11 - Resultados de Fama e French (2015) para os Portfólio VM - INV	37
Tabela 12 - Resultados de Fama e French (2015) para os Portfólio VM - RO	37

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Quadro resumitivo das variáveis, prêmios associados e cortes realizados . . .	31
Quadro 2 - Quadro Comparativo dos Resultados	40

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	REVISÃO DA LITERATURA	14
3	METODOLOGIA	22
3.1	Descrição dos dados	22
3.2	Modelagem	25
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	32
	CONCLUSÃO	41
	REFERÊNCIAS	44

INTRODUÇÃO

Os benefícios que a sociedade extrai ao ter um mercado de capitais bem desenvolvido são amplos e variados. Enquadram desde melhores opções de financiamento para as empresas (diminuindo seu custo de capital e tornando-as mais eficientes) até a possibilidade real de participação nos lucros de grandes empresas nacionais para os cidadãos (JONES; SIRRI, 2013). Diversos estudos associam um setor financeiro bem desenvolvido com maior crescimento do PIB, aumento do empreendedorismo, mais educação e menos desigualdade (ZINGALES, 2015). Dessa forma, a possibilidade de gerenciar e otimizar a alocação de um portfólio de ações, de tal forma a obter o maior retorno possível se tornou, naturalmente, alvo de diversos estudos.

Sendo assim, o presente estudo ambiciona, primeiramente, realizar uma breve Revisão de Literatura sobre a temática de regressão multifatorial aplicada ao mercado financeiro. O ponto de partida é a Fronteira Eficiente de Markowitz, passando pelo CAPM de Sharpe e Lintner e chega-se até os trabalhos mais recentes de Fama e French (como o modelo de 5 fatores). Espera-se assim fornecer ao leitor um panorâma geral da área e explicar os caminhos que a trouxeram até os padrões atuais.

A segunda parte da Dissertação computa os retornos médios de diversos tipos de portfólios. Os portfólios foram constituídos seguindo o mesmo algoritmo usado em Fama (2015) e visam, como será detalhado mais a frente, isolar determinados fatores para explicar os retornos obtidos. Os dados utilizados são do mercado acionário nacional, englobando todas as empresas listadas no período de 1994 até 2017. Uma vez que o *step-by-step* é o mesmo, espera-se criar uma base de comparação justa entre os retornos obtidos pelo trabalho original.

Todo trabalho científico deve ser reproduzível e facilmente verificável. Com esse propósito, a seção de Metodologia é dividida em duas seções. A primeira descreve o processo de coleta e tratamento dos dados. Além disso, ainda especifica detalhadamente qual será o papel de cada tipo de dado dentro do trabalho. Aborda-se ainda, uma breve discussão sobre filtros usados em cima dos dados. Por exemplo, um filtro muito comum aplicado é o que mantém apenas um *ticker* por empresa. Evitando assim que empresas que tenham dois ou mais tipos de ações não sejam sobredimensionadas na amostra. Um filtro mais exótico, também utilizado, é um que limita a amostra a empresas que tiveram pelo menos 252 negócios em um ano (número de dias úteis no ano). Justamente pelo seu caráter idiossincrático, apresenta-se o retorno médio para os dois casos: com o filtro de 252 negócios por ano e sem.

A segunda parte da Metodologia é a modelagem em si. Nesta seção, o algoritmo utilizado é explicado em detalhes. Para tanto, criou-se um fluxograma e um caso exemplo. O algoritmo apresenta muitos *loops* e é impraticável apresentá-lo por inteiro. Apesar

disso, optou-se por fornecer o máximo de detalhes possível de forma a garantir a plena compreensão do método.

A terceira seção é a apresentação e discussão dos resultados. Resumidamente, os resultados obtidos apresentam algumas divergências do que era esperado pela teoria. Tal resultado é consistente tanto para os dados filtrados e para os não filtrados. Um fato estilizado no mercado financeiro é que empresas menores tendem a apresentar um retorno maior que as empresas maiores. Tal fato não se verificou no trabalho. Diversos motivos foram elencados como possíveis explicações para essa anomalia. Um possível motivo é que as grandes turbulências macroeconômicas que o Brasil passou (e passa), aliados a intrincada rede regulatória não criam um ambiente favorável para o surgimento de novos *players*.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Talvez a principal ambição da área de estudos de finanças seja construir um teoria geral (modelagem) que explique os preços dos ativos financeiros. Tal teoria permitiria que os agentes de mercado possam construir portfólios ótimos que garantam o máximo de retorno para determinado nível aceitável de risco. Muitas perguntas surgem dessa busca, a principal sendo: Quais fatores explicam o retorno dos ativos? Seriam esses fatores exógenos ou endógenos? No caso de *equities*, pode-se citar como exemplo de fatores endógenos a lucratividade ou endividamento da companhia em análise. Já como fatores exógenos, pode-se supor que a taxa de crescimento do PIB ou o nível de juros do país também influencie o preço da ação subjacente. Saber quais fatores atuam como *drivers* para os retornos pode possibilitar uma previsão mais acurada e conseqüentemente maiores retornos nos portfólios geridos.

Um dos primeiros fatos estilizados em finanças é o *trade-off* entre risco¹ e retorno². É fato notório que investimentos que apresentam retornos maiores são associados a um maior risco. Não fosse esse o caso, muitos agentes de mercado comprariam esse ativo e, pela lei da oferta e demanda, seu preço subiria (diminuindo seu retorno e reajustando o mercado). Entretanto, encontrar esse investimento que gere altos retornos a riscos baixos sempre foi o *eldorado* dos investidores. Ambicionando atingir esse objetivo, começou-se a criar metodologias para aumentar o nível de retorno e minimizar o risco.

Assumindo o pressuposto usual de que os investidores são aversos ao risco, pode-se definir que, entre dois portfólios que tenham o mesmo retorno, o de menor risco é melhor avaliado pelo agente³. Analogamente, dado um determinado nível de risco, o portfólio com o maior retorno é preferido em relação aos de menores retorno. Assim sendo, para cada aumento de risco, é necessário haver um aumento suficiente do retorno.

Uma estratégia comum para lidar com esse problema é a diversificação. Ao se combinar diversos ativos, pode-se proteger o portfólio de variações bruscas de valor, preservando seu retorno. Uma montagem inteligente de um portfólio é tal que quando um ativo apresenta um retorno negativo o(s) outro(s) apresentarão retornos positivos, compensando-se mutuamente. Assim, o portfólio ficaria protegido de eventos que afetassem diretamente um ativo. Quando isso é feito, diz-se que o retorno dos ativos possuem

¹ Em geral, Risco é medido pela variância ou pelo desvio padrão do preço do ativo.

² Alguns analistas utilizam um triplo *trade-off*; entre risco, retorno e tempo. O presente trabalho foca apenas nos dois primeiros, deixando o terceiro como alvo de análises futuras.

³ Em linguagem microeconômica, diz-se que o portfólio de menor risco fornece uma maior utilidade para o agente.

correlação negativa entre si, exatamente o que é ambicionado.

Uma máxima frequente na economia é a de que os fatores apresentam retornos marginais decrescentes. Analogamente aqui, podemos dizer que mais diversificação é melhor, porém isso não se dá indefinidamente. Foi o prestigiado trabalho de [Markowitz \(1952\)](#) que determinou que deveria existir uma diversificação ótima. A partir de determinado ponto, não haveria nenhuma redução de risco com o aumento da diversificação. Pior, o acréscimo de uma ação além desse nível poderia, inclusive, piorar o rendimento do portfólio.

Uma breve explicação do *rationale* é o que segue. Utilizando o *framework* da revolução marginalista, modela-se o retorno como sendo um bem bom (quanto mais unidades do bem bom o agente possui, maior é sua utilidade) e risco como um bem mal (quanto mais unidades do bem mal o agente possui, menor sua utilidade). Assim, pode-se falar em utilidade marginal do retorno e desutilidade marginal do risco. Assim sendo, mais retorno gera um aumento da utilidade do agente em ΔU_1 . Entretanto, esse não é o único efeito. O aumento do retorno também gera um aumento do risco. Esse aumento do risco gera uma diminuição da utilidade em ΔU_2 . Assim sendo o efeito líquido de um aumento de retorno é $\Delta U = \Delta U_1 - \Delta U_2$. Para portfólios com baixo retorno, esse ganho é muito alto. Entretanto, assumindo a premissa de rendimentos marginais decrescentes, quanto maior o nível de retorno, menor é esse ganho de utilidade ΔU . Esse ganho fica tão menor até o ponto que vira negativo, momento no qual o aumento de risco não é compensado pelo aumento de retorno. Assim, o risco de cada ativo é modelado em duas etapas: o risco inerente (idiossincrático) e o risco sistêmico (que afeta todos os ativos). Assim, um dos ganhos da diversificação é filtrar todo o risco idiossincrático do ativo.

Os autores determinaram que deveria existir uma combinação ótima de pontos de risco-retorno. A tal conjunto de pontos dá-se o nome de Fronteira Eficiente (também chamada de fronteira Média-Variância) e apresentado na Figura [1](#). Os pontos apresentados na parte debaixo da figura (pontilhado) são considerados sub-ótimos pois, para o mesmo nível de risco, oferecem um nível de retorno mais baixo. Assim, a Fronteira Eficiente é definida como sendo apenas a parte de cima (contínua) da figura. Tais estudos foram tão impactantes que praticamente inauguraram a área de Teoria Moderna do Portfólio.

A partir desse paradigma, Sharpe (1964) e Lintner (1965) criaram o modelo CAPM, apresentado na Equação [1](#):

$$R_{it} = R_{Ft} + \beta_i(R_{Mt} - R_{Ft}) \quad (1)$$

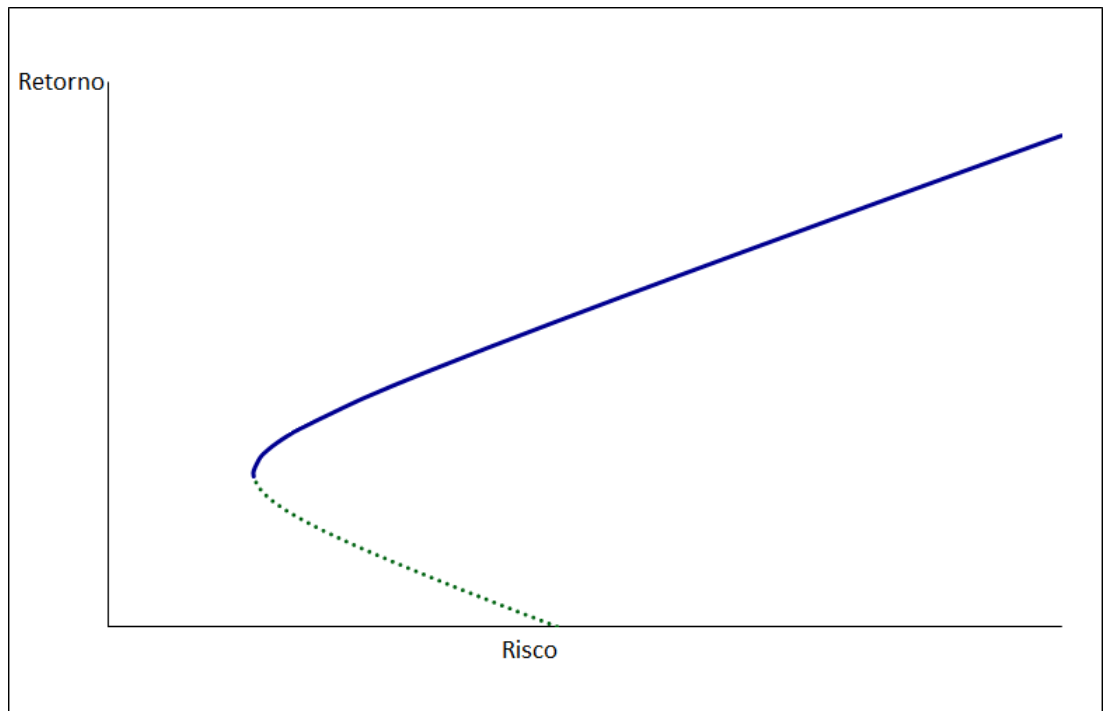
onde:

R_{it} : Retorno do ativo ou portfólio i na data t;

R_{Ft} : Retorno da taxa livre de risco na data t;

R_{Mt} : Retorno de um índice agregado de mercado na data t;

Figura 1 - Fronteira Eficiente de Markwitz



Fonte: Elaboração própria.

β_i : Coeficiente da regressão.

Assim, este modelo determina que o Retorno do ativo i é proporcional a diferença entre o Retorno de Mercado e o Retorno da taxa livre de risco. O coeficiente de proporcionalidade é o β , definido como sendo:

$$\beta = \frac{COV(R_i, R_m)}{VAR(R_m)} \quad (2)$$

onde:

R_i : Retorno do ativo i , em análise;

R_m : Retorno do mercado;

Nota-se que o β nada mais é que a relação entre o Retorno do Ativo em relação ao Retorno do Mercado. Assim, uma ação com β de 2, significa que quando o mercado subir 5% em média, a ação subirá 10%. Analogamente, quando o mercado cair -7% em média, a ação cairá -14%. Por outro lado, uma ação com β de 0,5, indica que a ação varia metade da variação do mercado: uma subida de 5% para a média do mercado, indica uma subida de 2,5% da ação. Por esse motivo, esse fator também é chamado de risco sistemático do ativo analisado.

A partir da Equação 1 e da Equação 2, é possível montar a Equação 3, abaixo:

$$R_{it} = R_{Ft} + \frac{COV(R_i, R_m)}{VAR(R_m)} \cdot (R_{Mt} - R_{Ft}) \quad (3)$$

Rearranjando, chega-se:

$$R_{it} = R_{Ft} + COV(R_i, R_m) \cdot \frac{(R_{Mt} - R_{Ft})}{VAR(R_m)} \quad (4)$$

Convencionou-se chamar $\frac{(R_{Mt} - R_{Ft})}{VAR(R_m)}$ de Índice de Sharpe (em inglês, *Sharp Ratio*, S_i). O S_i fornece um indicador de quanto de retorno o agente está recebendo em troca de seu risco. A Equação 4, por sua vez apresenta a Linha de Alocação do Capital (doravante, CAL, em referência ao seu nome em inglês *Capital Allocation Line*), representa o *locus* geométrico que mapeia as combinações Risco X Retorno obtidas combinando um ativo livre de risco com um ativo arriscado⁴. A CAL é apresentada na Figura 2 abaixo.

A CAL apresenta todas as combinações de retorno entre ativos livres de risco e entre ativos arriscados. Vale ressaltar que, observando a Equação 4, a inclinação da reta é o próprio Índice de Sharpe.

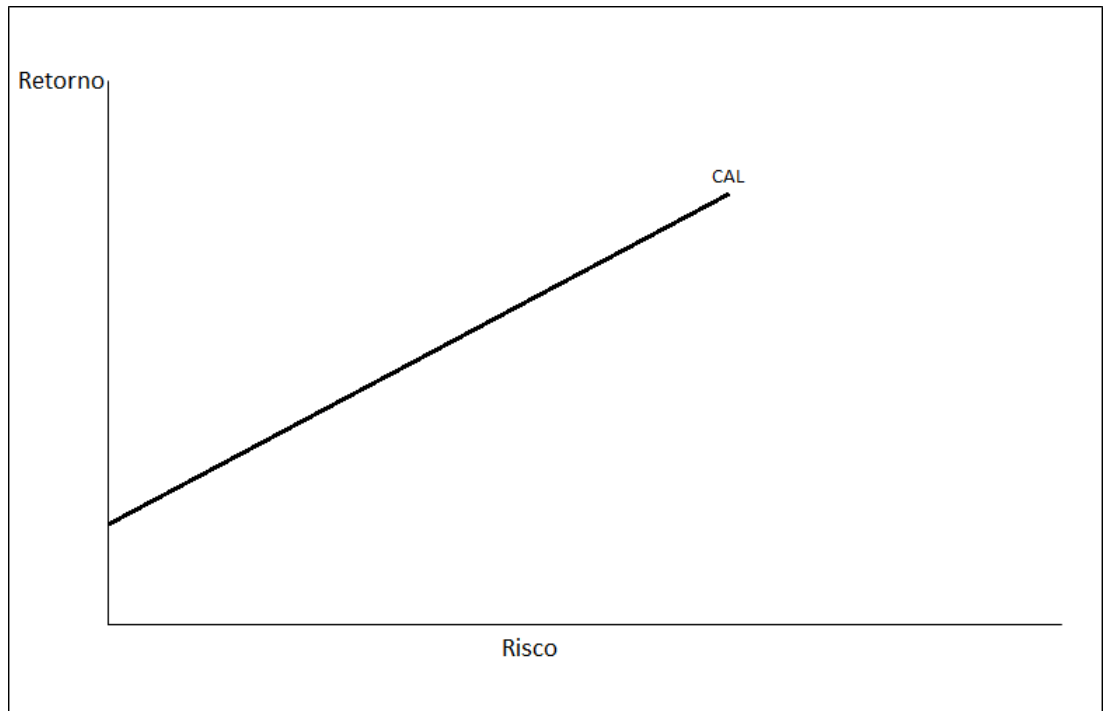
O trabalho de Sharpe (1964) e Lintner (1965) foi extremamente relevante pois, junto com a Fronteira Eficiente de Markowitz, permite encontrar o Portfólio Ótimo de Mercado a partir de seu ponto de tangência, conforme se vê na Figura 3:

Por muito tempo, o CAPM foi considerado o paradigma de sucesso para entender os retornos apresentados pelos portfólios, como pode ser visto na Figura 4 (BRENNAN, 1995).

Nela, o autor procura fazer uma comparação entre o que o modelo CAPM prevê (linha contínua), com o que é obtido através de dados reais. A linha pontilhada é construída a partir de uma regressão MQO (Mínimos Quadrados Ordinários), para portfólios *value-weighted* extraídos da Bolsa de Nova York no período de 1947 - 1996. Nota-se que alguns pontos à direita do gráfico começam a apresentar problemas de aderência. Tais pontos são portfólios compostos majoritariamente de *small caps*. Tais empresas são precificadas e analisadas de uma maneira diferente pelo mercado. Não se avalia diretamente o seu lucro, mas sim a sua expectativa de crescimento ou as tecnologias que podem gerar. Esse fato gera algumas distorções no modelo⁵.

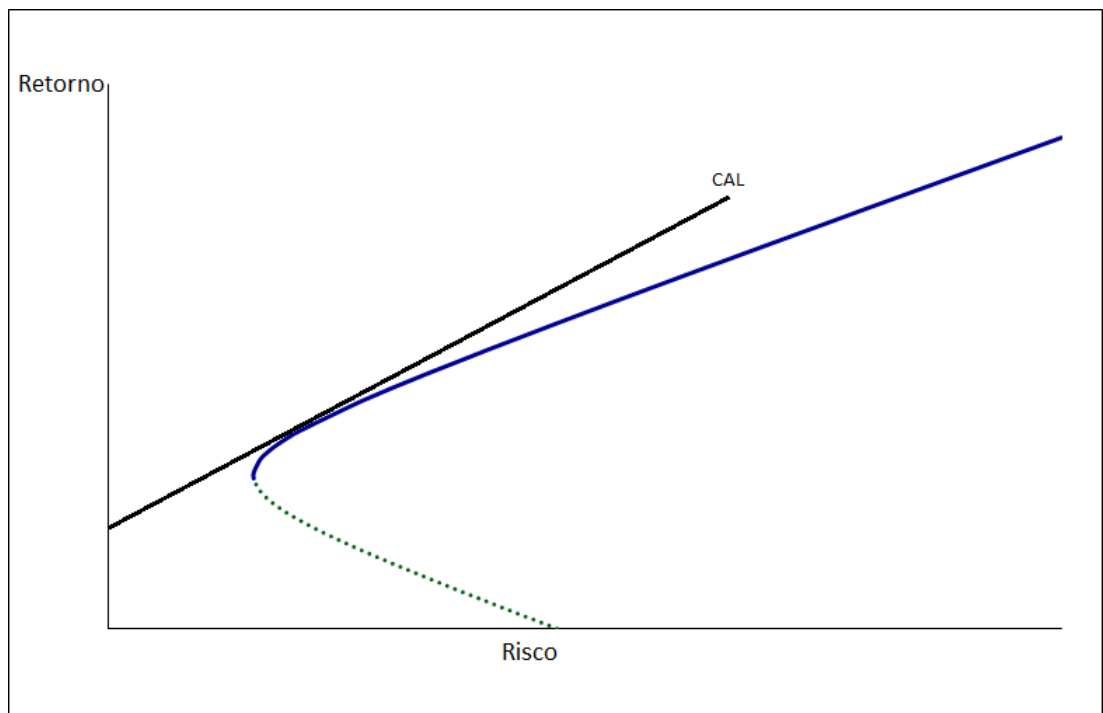
⁴ Esse ativo arriscado pode ser uma combinação de vários ativos arriscados, formando um portfólio arriscado. Este, por sua vez, se combina com o ativo livre de risco para formar um portfólio balanceado

⁵ Tal distorção se dá, inclusive nos modelos mais robustos e complexos que serão apresentados a seguir.

Figura 2 - *Capital Allocation Line - CAL*

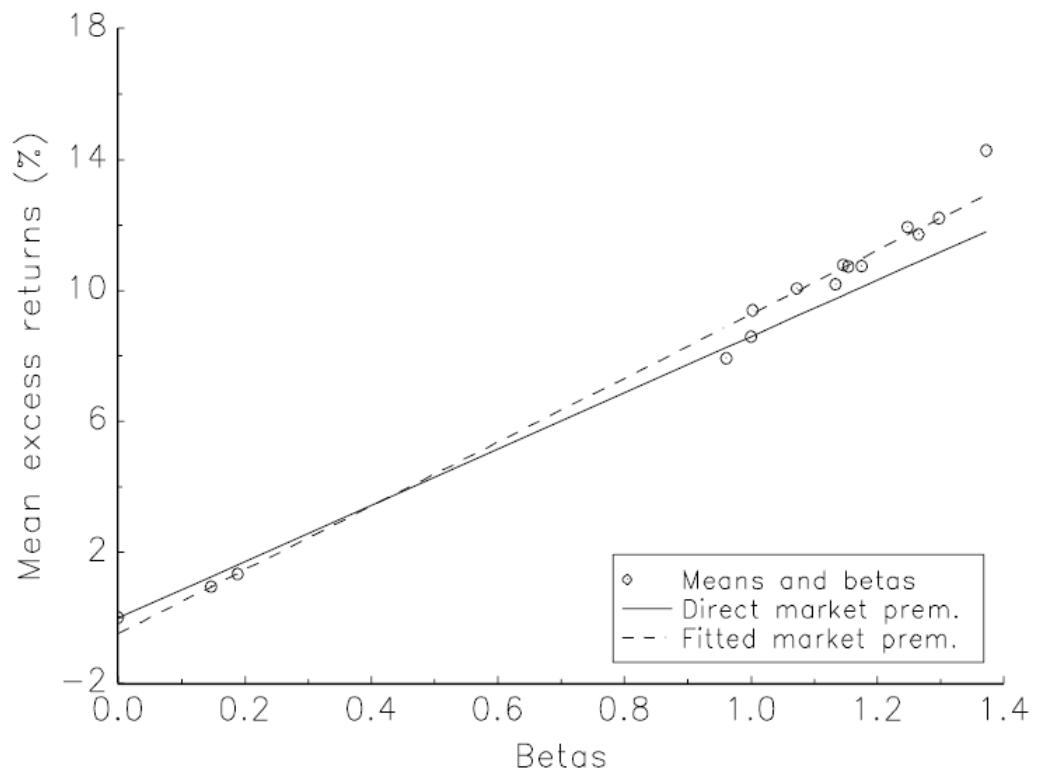
Fonte: Elaboração própria.

Figura 3 - Fronteira Eficiente de Markowitz e CAL - o ponto de tangência é o portfólio ótimo.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 4 - Teste de aderência do modelo CAPM - Aqui, o autor compara a previsão do modelo CAPM (linha contínua) com a regressão MQO (Mínimos Quadrados Ordinários) feita a partir de 10 portfólios *value-weighted* extraído da bolsa da Nova York no período de 1947 - 1996 (linhas pontilhadas).



Fonte: (COCHRANE, 2009)

Por conta desse tipo de distorção, Fama e French (1993) utilizaram mais dois fatores para explicar os retornos esperados das ações. Um dos fatores adicionados no modelo foi o fator tamanho, ambicionando verificar o fato estilizado de que empresas maiores apresentam retornos menores que empresas pequenas (*size premium*). O segundo fator adicionando buscava observar a relação entre o Valor de Mercado e o Valor Patrimonial da empresa (*value premium*), capturando as oportunidades de arbitragem quando o preço do ativo está muito aquém que o seu *Book Value*. Tal modelo ficou conhecido como o Modelo de 3 fatores (doravante chamado de FF3F). Este novo modelo foi (e é) muito popular na área de pesquisa empírica de modelos multifatoriais.

$$R_{it} - R_{Ft} = \alpha_i + \beta_i(R_{Mt} - R_{Rt}) + s_i(SMB_t) + h_i(HML_t) + e_{it} \quad (5)$$

Na Equação 10, temos um modelo para regressão multi-fatorial que incorpora ao CAPM (como pode ser visto comparando a Equação 10 com a Equação 1) dois novos coeficientes para regressão. São eles os fatores s_i e h_i associados respectivamente às séries temporais de SMB_t e HML_t . O fator s_i ambiciona capturar o *size premium* e o fator h_i o *value premium*.

O FF3F foi o paradigma da regressão financeira por fatores, sendo ainda muito presente em cursos básicos de finanças e *MBA's* (COCHRANE, 2009). Apesar da grande melhora apresentada por tais inovações, testes estatísticos ainda apresentavam um grande leque de variação não explicado pelos fatores do FF3F. Novos e recentes estudos passaram a analisar a relação entre outros fatores com os retornos das ações. Novy-Marx (2013) notam que diversas proxys de receitas tem alta correlação com o retorno. Aharoni, Grundy e Zeng (2013) mostram uma relação inversa do retorno com o investimento de uma firma. Diversos outros estudos propõem outros fatores a serem incluídos gerando diversos modelos de 4 fatores, vide Carhart (1997), Pástor e Stambaugh (2003) e Hou, Xue e Zhang (2015).

Respondendo às críticas e sugestões, Fama e French (2015) apresentam o modelo de 5 fatores (FF5F), incorporando a lucratividade e o investimento como duas variáveis que capturariam a parte não explicada dos retornos. A Equação 6 apresenta agora mais dois fatores para a regressão. São eles, r_i e c_i , associados respectivamente a RMW_t e CMA_t . O fator r_i ambiciona capturar o *profitability premium* e o fator c_i o *investment*

⁶ *Small Minus Big.*

⁷ *High Minus Low.*

⁸ *Robust Minus Weak.*

⁹ *Conservative Minus Agressive*

premium.

$$R_{it} - R_{Ft} = \alpha_i + \beta_i(R_{Mt} - R_{Rt}) + s_i(SMB_t) + h_i(HML_t) + r_i(RMW_t) + c_i(CMA_t) + e_{it} \quad (6)$$

Seguidamente, os autores fazem diversos testes para mercados internacionais (FAMA; FRENCH, 2017). Martinsa (2015) e Ruiz (2015) fazem trabalhos semelhantes para dados brasileiros.

O trabalho de Ruiz (2015) realiza o estudo usando dados da Economática para o intervalo de Junho de 1999 até Setembro de 2015. Sua base incorpora apenas empresas listadas na bolsa brasileira e exclui empresas financeiras. O trabalho se destaca pelo questionamento sobre a liquidez das ações. Para tanto, realiza o trabalho tanto com o filtro de pelo menos 252 negócios por dia quanto sem. Ao realizar as regressões e todos os testes estatísticos necessários conclui que o modelo de 5 fatores melhora o poder explicativo do modelo (em comparação com o de 3 fatores). Entretanto, ressalta que os novos fatores possuem menos poder explicativo e que, portanto, em alguns portfólios, podem se tornar estatisticamente insignificantes.

3 METODOLOGIA

3.1 Descrição dos dados

O trabalho se propõe a utilizar dados mensais entre Junho de 1995 e Junho de 2017 para todas as ações listadas na BOVESPA. Todos os dados listados estão nesse período. Para realizar o trabalho proposto foram coletados os seguintes dados da plataforma Econômica:

- Valor de Mercado;
- Patrimônio Líquido;
- Ativo Total;
- LAJIR (Lucro Antes de Juros e Imposto de Renda)¹⁰;
- Preço de fechamento;
- Volume total de negócios ;
- CDI mensal.

A variável Valor de Mercado é extraída da plataforma para todas as empresas listadas e para todos os meses (276 meses) do período. Conforme ressaltado, extraiu-se da plataforma os dados do primeiro dia útil de cada mês. Cria-se uma base de dados para o Valor de Mercado de empresas ainda ativas e outra para as empresas já inativas. Após, torna-se necessário concatená-las para se criar uma base única. No final, a base engloba os 276 meses, para 1287 *tickers* listados durante o período. Isso forma apenas para esta variável uma base de dados de 355.212 pontos amostrais . Vale destacar que é uma matriz extremamente esparsa¹¹, visto que existem empresas que só começam a ser listadas em no meio do intervalo (bem como outras que encerram sua listagem antes do fim do período proposto).

As variáveis de Patrimônio Líquido, Ativo Total e *EBIT* utilizam os dados, conforme foram reportados em seus respectivos Balanços Patrimoniais e Demonstrações de Resultado do Exercício. Como as publicações dos *reports* financeiros e contábeis das empresas abertas é trimestral, para esta variável temos apenas 4 dados por ano. Isso culmina em uma base de dados de 92 meses contra as mesmas 1287 empresas.

¹⁰ Também conhecido pela sua sigla em inglês: *EBIT - Earn Before Interest and Taxes*

¹¹ Uma matriz é categorizada como esparsa quando uma grande quantidade de seus elementos são zero.

A variável Preço de fechamento também utiliza dados mensais para o primeiro dia útil de cada mês. A utilização do preço de fechamento se dá no cômputo do Retorno Mensal¹² de cada *ticker*. É um dado extremamente correlacionado com o Valor de Mercado, porém fornecem informações ligeiramente diferentes. A variável Valor de Mercado fornece o Valor de Mercado total de cada empresa e algumas empresas possuem mais que uma classe de ativo. Nesse caso, computar o Retorno Mensal a partir das variações de Valor de Mercado capturaria o Retorno Mensal da empresa como um todo e não de determinado sub-ativo do grupo. Além disso, é necessário tomar cuidado com alguns eventos que podem ocorrer e impactar o retorno do acionista, como por exemplo, o *follow-on*. Neste evento, a empresa emite novas ações no mercado financeiro. Isso dilui a posição acionária dos antigos sócios e consequente, pela lei da oferta e demanda, diminui os preços dos ativos subjacentes. Entretanto o Valor de Mercado da companhia em si não é alterado pelo evento¹³.

Diversos trabalhos utilizam um filtro de liquidez, como forma de evitar distorções causadas por ações que tem muito pouco volume negocial durante o período. Seguindo o exemplo de Martins (2015), utiliza-se o filtro de 252 negócios no ano. Garantindo que em média o cada ação seria negociada pelo menos um vez por dia útil durante o ano. Como forma de dimensionar o impacto deste filtro a Figura 5 apresenta a quantidade de empresas listadas a cada ano sem se levar em conta o filtro de liquidez. Obtém-se uma média de 535 empresas por ano.

A Figura 6 apresenta a quantidade de empresas considerando o filtro de liquidez. Nesse caso, obtém-se uma média de 386 empresas por ano. A decisão de valor do filtro de liquidez é, em algum nível, uma decisão idiossincrática por parte do pesquisador. Assim sendo, ambiciona-se também realizar uma breve análise do impacto do filtro nos retornos do portfólios analisados.

Por último, os retornos apresentados no trabalho utilizam o conceito de retornos excessivos, ou seja:

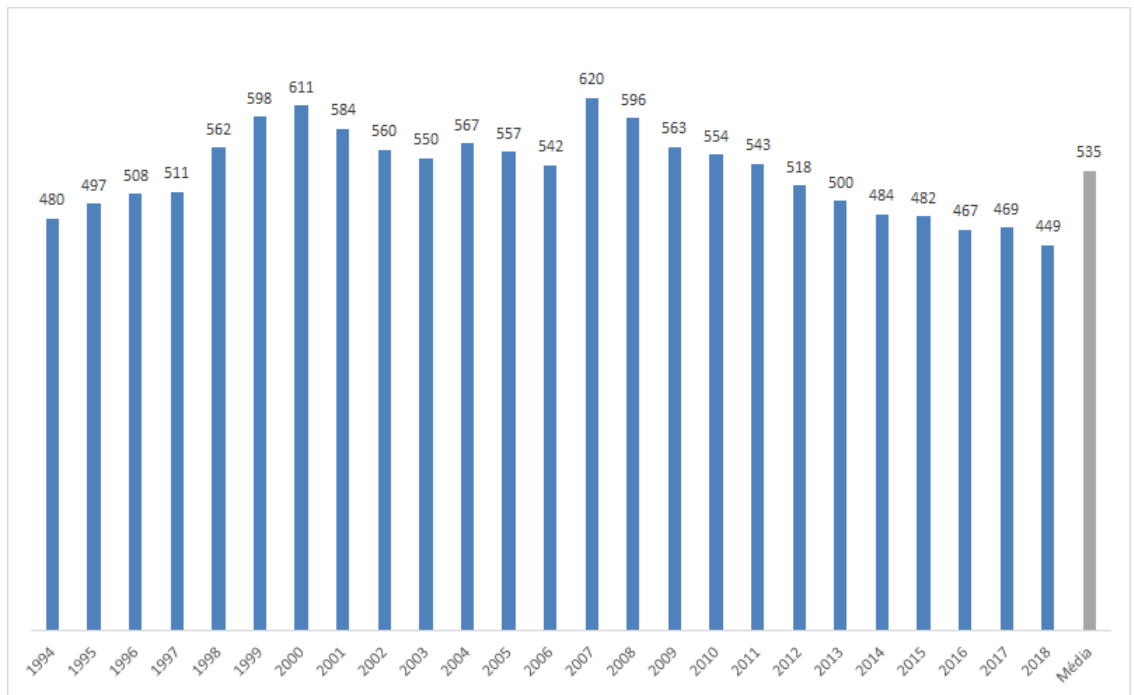
$$R_{excessivo} = R_{ativo} - R_{risk\ free} \quad (7)$$

Assim sendo, os dados de CDI são utilizado como *proxy* da taxa de retorno do ativo livre de risco.

¹² Cálculo de retorno: $\frac{P_2 - P_1}{P_1} \cdot 100\%$

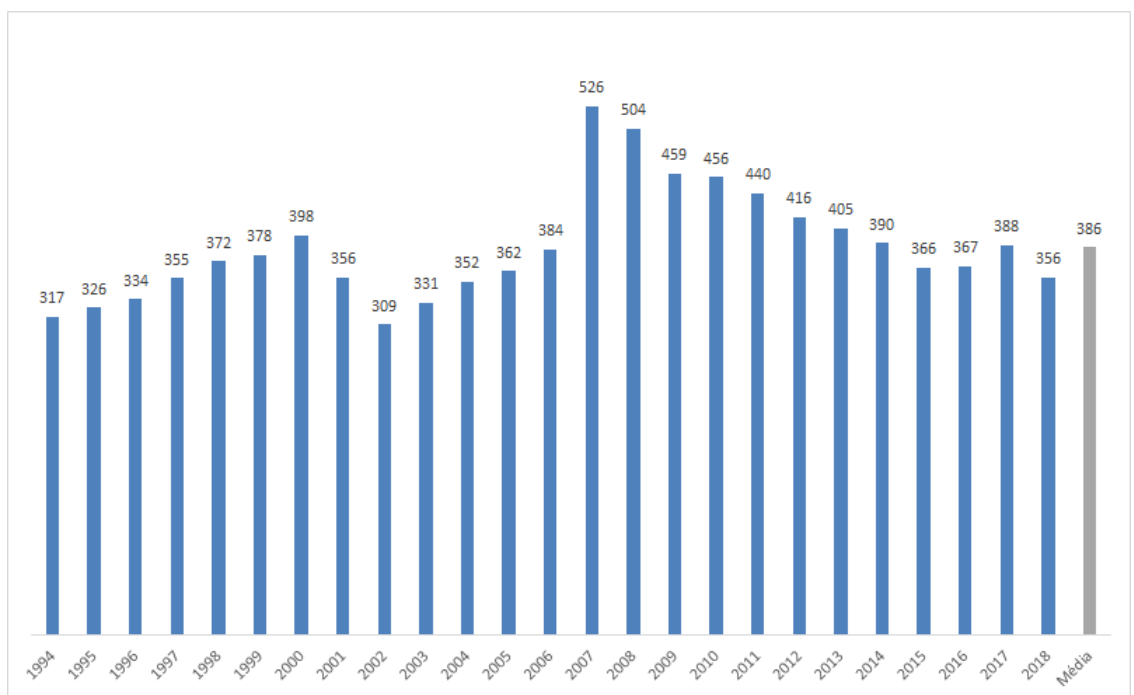
¹³ Evidentemente, o Mercado pode interpretar esse sinal (emissão de novas ações) de modo positivo ou negativo para a companhia e aí sim ajustar o preço

Figura 5 - Quantidade de empresas listadas por ano - sem filtro de liquidez



Fonte: Elaboração própria.

Figura 6 - Quantidade de empresas listadas por ano - com filtro de liquidez



Fonte: Elaboração própria.

3.2 Modelagem

O paradigma básico para a análise de preços de ação começa com o modelo de dividendos descontados. Este determina que o valor de mercado de uma ação é o somatório do valor esperado do valor futuro dos seus dividendos descontados para o presente (COCHRANE, 2009). Isto é:

$$m_t = \sum_{\tau=1}^{\infty} \frac{E(d_{t+\tau})}{(1+r)^\tau} \quad (8)$$

onde:

m_t : Valor da ação;

d_τ : Dividendos do período t;

r : Taxa de desconto;

τ : Período no tempo.

Após algumas manipulações algébricas, é possível mostrar que o valor total de mercado de uma firma é (MILLER; MODIGLIANI, 1961):

$$M_t = \sum_{\tau=1}^{\infty} \frac{E(Y_{t+\tau} - dB_{t+\tau})}{(1+r)^\tau} \quad (9)$$

onde:

M_t : Valor da empresa;

d_τ : Dividendos do período t;

Y_t : Lucros da empresa no período t;

dB_t : Variação do *Book value* no período t;

τ : Período no tempo.

O modelo apresentado na Equação 9 relaciona o valor da empresa com a sua lucratividade e a variação de seu *book-value*. Tais modelos provêm a sustentação teórica para o modelo de 3 fatores (mencionado na seção de Revisão de Literatura). Ele serve como conceituação teórica para construir a Equação 10 de regressão básica apresentada na Revisão de Literatura e re-incluída aqui por fins de praticidade.

$$R_{it} - R_{Ft} = \alpha_i + \beta_i(R_{Mt} - R_{Rt}) + s_i(SMB_t) + h_i(HML_t) + e_{it} \quad (10)$$

O primeiro ponto a ser apontado é que o fator β é exatamente o mesmo descrito

anteriormente. Assim, nota-se que este modelo é uma evolução dos trabalhos de Markowitz, Sharpe e Litner. Não é uma mudança drástica de modelo, tampouco a criação de uma nova teoria. Aqui, o que ocorreu foi um processo acumulativo de endogenização do modelo.

Na equação 10 surgem dois novos parâmetros, denotando que o procedimento para a estimação de s_i e h_i passa agora por uma regressão múltipla. O fator s_i é associado ao fator SMB_t , *Small Minus Big*, criado para capturar o fato estilizado de que empresas menores apresentam retornos maiores. Já o fator h_i é associado ao fator HML_t , *High Minus Low*, feito para explicitar o também fato estilizado de que empresas com uma alta relação de *Book Value* apresenta maior retorno.

Para realizar o trabalho proposto, será necessário construir dois vetores de dados. São eles: os fatores SMB_t , HML_t . Estes são construídos a partir de portfólios desenhados para “isolar” o prêmio associado a cada fator a partir das variáveis VM , $\frac{VP}{VM}$. Cada uma delas será apresentada a seguir. A variável Valor de Mercado, VM , é construída considerando os dados do primeiro dia útil de cada mês. Para a variável *book-to-market ratio*, $\frac{VP}{VM}$, utilizamos dados de fechamento do balanço do ano anterior (Dezembro do ano anterior).

Para entender completamente a modelagem apresentada é preciso entender a fundo como se dá a construção dos fatores SMB_t e HML_t . Para tal, usaremos um conjunto de dados de fictícios de tamanho da empresa¹⁴ e seus respectivos retornos anuais para exemplificar como se dá o processo. O conjunto de dados fictícios relativos ao tamanho são apresentados na Tabela 1 e os dados fictícios relativos ao retorno são apresentados na Tabela 2.

Tabela 1 - Conjunto de dados fictícios para Valor de Mercado [R\$ M]

Ação	2010	2011	2012	2013
A	100	120	130	150
B	50	75	65	70
C	25	20	18	19
D	200	300	500	600
E	5000	6000	7000	2000
F	500	600	750	800
G	300	200	100	350
H	800	850	855	900

Fonte: Elaboração própria.

¹⁴ $Tamanho = (precodação) * (quantidade de ações)$

Tabela 2 - Conjunto de dados fictícios para
Retorno [%]

Ação	2010	2011	2012	2013
A	3,7	20,0	8,3	15,4
B	3,7	20,0	8,3	15,4
C	10,3	-20,0	-10,0	5,6
D	-8,0	50,0	66,7	200,0
E	-5,8	20,0	16,7	-71,4
F	-0,5	20,0	25,0	6,7
G	0,9	-33,3	-50,0	250,0
H	3,5	6,3	0,6	5,3

Fonte: Elaboração própria.

A primeira etapa do processo consiste em ordenar os valores por ordem crescente para cada ano. Após, deve-se delimitar os percentis que serão usados como corte. Por definição, arbitra-se que as ações com Valor de Mercado menor que o decil de 30% ficarão alocadas no portfólio *Small* e as acima de 70%, no portfólio *Big*. Assim, para o primeiro ano teríamos:

Tabela 3 - Conjunto de dados fictício para Valor
de Mercado [R\$ M] - ordenados no ano
2010

Ação	2010
C	25,0
B	50,0
A	100,0
D	200,0
G	300,0
<i>F</i>	<i>500,0</i>
<i>H</i>	<i>800,0</i>
<i>E</i>	<i>5000,0</i>

Fonte: Elaboração própria.

Para este conjunto de dados, o decil de 30% é 110 e decil de 70% é 480. Assim, as ações C, B e A (**em nerrito**) percentem ao portfólio *Small*₂₀₁₀. Analogamente, as ações F, H e E (*em itálico*) percentem ao portfólio *Big*₂₀₁₀. Assim, a partir dos retornos apresentado na Tabela 2, pode-se calcular o retorno médio anual para os portfólios¹⁵.

O retorno do portfólio *Small*₂₀₁₀ é 7,6% e do portfólio *Big*₂₀₁₀ é -0,93%. Assim o

¹⁵ Em todo momento se utiliza portfólios igualmente distribuídos em peso

fator SMB_{2010} , *Small Minus Big*, é $7,6 - (-0,93) = 8,56$. Ao se reaplicar esse algoritmo para todos os anos, cria-se uma série temporal para o fator SMB usada para realizar a regressão.

Esse mesmo algoritmo é reaplicado para todos os anos e também para todos os fatores envolvidos na regressão. O modelo FF3F apresentado na [10] exige que esse processo seja feito para o fator SMB e para o HML .

Assim, os passos para criar os portfólios para a análise inicial são como segue:

- Ordenar todas as variáveis em ordem crescente para cada ano;
- A variável VM é dividida na mediana. As empresas que ficam abaixo são classificadas como S (*Small*) e acima B (*Big*). As demais variáveis são particionadas no seu percentil 30 e 70, criando três subgrupos. A tabela resumo, exposta abaixo, denota adequadamente os nomes e os cortes de cada variável.
- Formar os portfólios a partir das interseções de cada grupo. Por exemplo, ao se cruzar as interseções entre os grupos *Small* e *Low* para determinado ano cria-se um portfólio SL (que deixa livre as outras variáveis). Esse portfólio terá validade de um ano e será composto de diversas empresas. No ano seguinte, monta-se um novo portfólio SL com as novas interseções;

Conforme ressaltado, cada portfólio tem validade de um ano e é montado em Junho, tem validade de 1 ano e ao passar de 12 meses é remontado novamente no mês 6. O algoritmo na Figura 7 explicita o passo a passo geral para a construção de fatores. Conforme ressaltado na Revisão de Literatura, após o FF3F, foi criado o modelo de 5 fatores, conforme apresentado na Equação 6, como forma de responder às críticas e questionamento quanto a presença de outros fatores de influência nos retornos dos portfólios. Destaca-se também que os novos fatores (RMW_t e CMA_t) também são construídos pelo mesmo algoritmo apresentado acima.

Para a construção do novo fator de lucratividade (RMW_t , *Robust Minus Weak*) utiliza-se dados do $EBIT$ (*Earn Before Interest and Taxes* ou Lucro Antes de Juros e Impostos) de cada empresa. O artigo original de Fama e French (2015) fez testes com outras *proxys* de lucratividade, tais quais o $EBITDA$ ou o próprio Lucro Líquido das empresas. Porém, não foram encontradas diferenças significativas entre os resultados.

Para a construção do fator de investimento (CMA_t , *Conservative Minus Agressive*, por sua vez, foi definido como *proxy* de Investimento, a variação do Ativos da companhia, conforme evidenciado na Equação 12. Assim como com o fator de lucratividade (RMW), foram experimentadas outras *proxys* para investimento, tal qual a variação do Patrimônio Líquido (*equity*) da companhia. Apesar dos testes, Fama e French (2015) atestam pouca

variabilidade entre os resultado.

$$Investimento = \frac{Ativos_{t-2} - Ativos_{t-1}}{Ativos_{t-1}} \quad (11)$$

A primeira etapa do Algoritmo geral, apresentado pela Figura 7 é a entrada de dados. Os dados utilizados no trabalho foram detalhados na Seção 2.1. Naturalmente, existe um trabalho prévio de limpeza e padronização dos dados. Após esse primeiro momento é preciso que o usuário defina o horizonte de prazo que está em análise. É muito importante que exista essa flexibilidade para garantir que o trabalho possa ser reproduzível (com um novo conjunto de dados) e continuado a cada mês (ou ano) que se deseje continuar com o estudo.

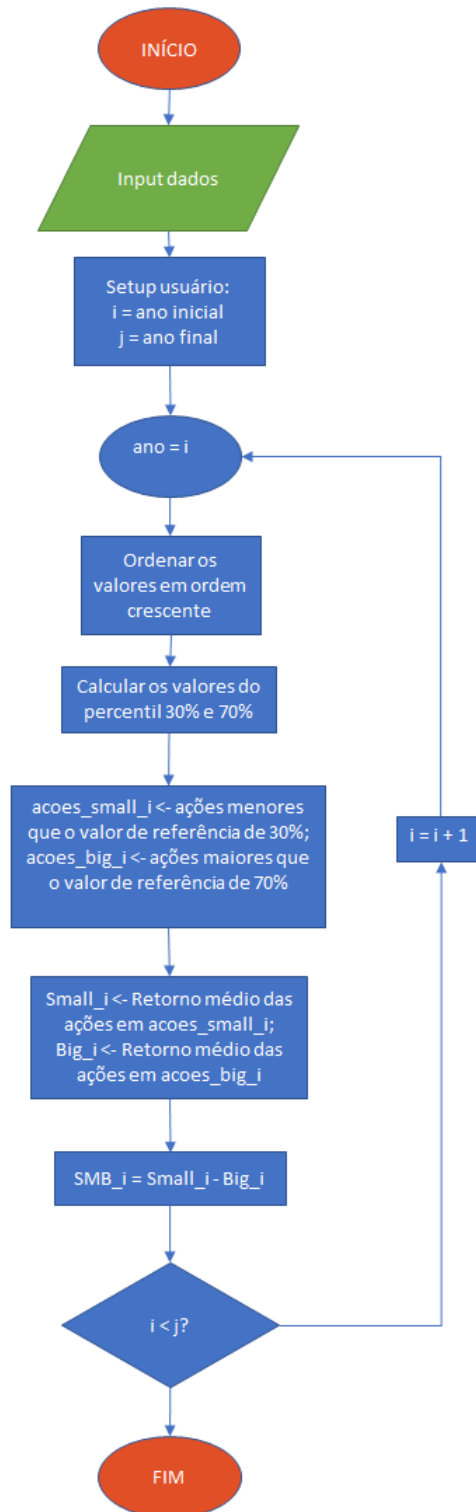
Com essas definições, o algoritmo então inicia o processo no primeiro ano escolhido pelo usuário. Como é notório os dados não estarão necessariamente em ordem crescente para cada variável, logo a primeira etapa é ordená-los. Em seguida, são calculados os percentis de 30% e 70% para os dados em análise. Aqui, vale uma ressalva, é perfeitamente possível definir outros percentuais de corte. Seguindo o padrão da literatura, adotou-se aqui o corte dos dados em três faixas ($\leq 30\%$, >30 e $\leq 70\%$ e por último $> 70\%$). Entretanto é possível uma modificação para definir outras faixas, como 5 (cortes a cada 20%) ou por décis.

Uma vez que os valores dos percentis ajustados foram calculados, é possível categorizar as ações por meio de um teste lógico simples e verificar se a mesma se enquadra no portfólio *Small*, *Neutral* ou *Big*. Uma vez tendo os portfólios montados para o ano inicial, deve-se acessar outra base de dados com os retornos das ações para o período. Utiliza-se esses retorno para computar o retorno médio das ações de cada portfólio no período. Em seguida, basta realizar a subtração $SMB_i = Small_i - Big_i$.

Por fim, o algoritmo deve avaliar se esse foi o ano dessa etapa é o ano final. Esse check é feito pela condição exposta ($i < j$). Caso seja menor, deve-se acrescentar mais um ano a variável i e realizar outra passagem pelo *loop*. Em caso de igualdade, significa que já realizou-se toda a computação necessária e o procedimento pode ser interrompido. Ao fim do processo, o usuário terá a série temporal da variável escolhida. Vale destacar que esse procedimento foi descrito para o caso exemplo da variável de Valor de Mercado. É necessário repeti-lo outras 3 vezes para obter as demais variáveis (*HML*, *RMW*, *CMA*).

Para facilitar a análise o Quadro 1 apresenta um quadro resumido dos fatores:

Figura 7 - Algoritmo geral para construção dos fatores.



Fonte: Elaboração própria.

Quadro 1 - Quadro resumitivo das variáveis,
prêmios associados e cortes realizados

Variável	Fator Associado	Prêmio Associado	Nome categórico	Percentil de Corte
VM	SMB	Tamanho (<i>Size premium</i>)	<i>Small</i> <i>Big</i>	≤ 50 > 50
VP/VM	HML	Valor (<i>value premium</i>)	<i>Low</i> <i>Neutral</i> <i>High</i>	≤ 30 > 30 e ≤ 70 >70
RO	RMW	Lucratividade (<i>profitability premium</i>)	<i>Weak</i> <i>Neutral</i> <i>Robust</i>	≤ 30 > 30 e ≤ 70 >70
INV	CMA	Investimento (<i>investment premium</i>)	<i>Conservative</i> <i>Neutral</i> <i>Agressiva</i>	≤ 30 > 30 e ≤ 70 > 70

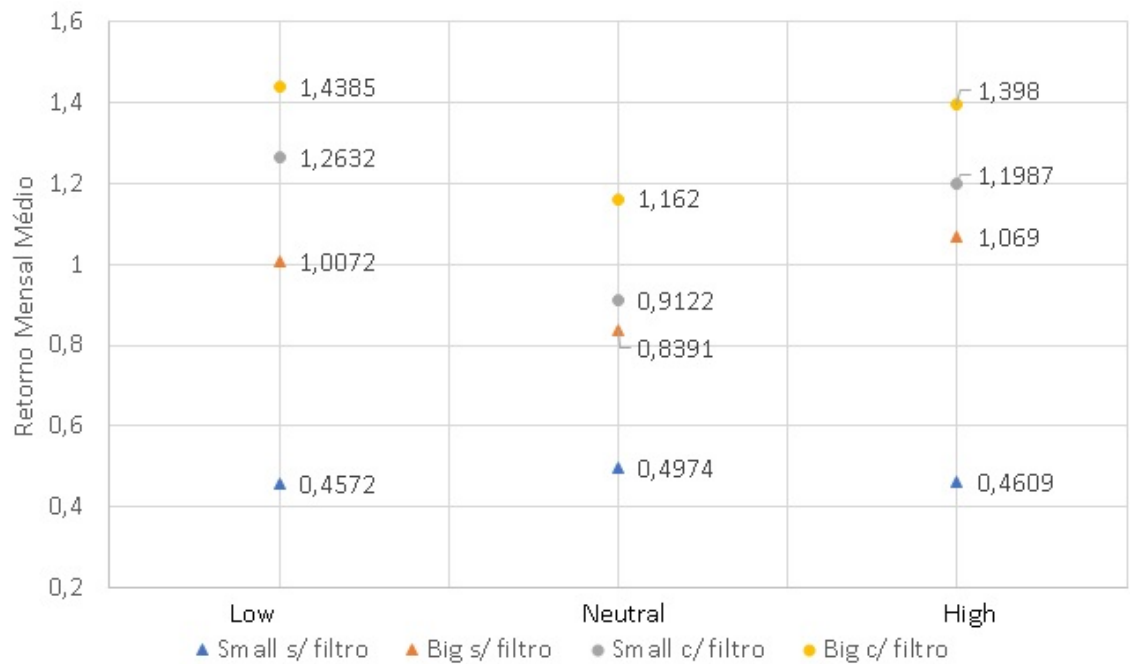
Fonte: Elaboração própria.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

As Tabelas 4, 5, 6 apresentam os retornos médios mensais de 18 portfólios formados seguindo os parâmetros de Fama e French (2015) para o período de Junho de 1995 e Junho de 2017. A cada começo de Junho, as ações são classificadas em duas categorias para a variável tamanho (*Small* e *Big*) e três para as variáveis VM/VP (*Low*, *Neutral* e *High*), INV (*Weak*, *Neutral*, *Robust*) e RO (*Conservative*, *Neutral*, *Agressiva*). O portfólio é remontado após um ano. Vale destacar que tais Tabelas (4, 5, 6) apresentam os retornos para portfólios sem utilizar o filtro de liquidez de 252 negociações no ano (média de, pelo menos, uma negociação por dia útil). Por outro lado, as tabelas 7, 8 e 9 apresentam os mesmos portfólios (seguem exatamente as mesmas definições para construção), com a única diferença de que utilizam o filtro de liquidez de 252 negócios em um ano. Os resultados serão analisados individualmente e, depois será realizada uma comparação dos resultados obtidos com os apresentados por Fama e French (2015). Vale destacar que o trabalho original de Fama e French não utiliza o filtro de liquidez aqui utilizado. Isso ocorre porque o mercado analisado (o mercado Norte-americano) por eles em seu célebre trabalho é um mercado plenamente desenvolvido, com muitas ações listadas, muitos investidores (institucionais e individuais) participantes. Isso torna o filtro de liquidez totalmente desnecessário (tanto que sequer é mencionado no trabalho). Os únicos filtros por eles utilizados, e aqui reproduzidos, são: o filtro que garante apenas uma única empresa por *ticker* e o filtro que retira empresas financeiras da amostra (por terem um funcionamento totalmente particular, elas tenderiam a distorcer demais os dados).

A Figura 8 apresenta o Retorno médio mensal durante o período analisado para cada corte da variável de Valor (VP/VM). Ela, em comunhão com as Tabelas 4 e 7, apresentam os resultados para os portfólios *Size* × *Value*. Analisando os dados, é possível tecer alguns comentários. Primeiro, a variável Valor apresenta um caráter errático. Apesar de gerar um formato de U para três conjuntos de dados, para o quarto apresenta um formato de U invertido. Esse resultado não está de acordo com a teoria, que prevê um crescimento em linha com o crescimento da relação *book-value/market-value*. Além disso, o resultado está em desacordo com o trabalho de Fama e French (2015). Um segundo ponto a se destacar é que os retornos aumentam muito quando incluímos o filtro de liquidez na análise. Tal resultado é consistente para todos os tipos de portfólio (como será visto à frente). A explicação natural é que apenas ações que performam muito mal não chegam ao *cap* do filtro. Ou seja, são ações que têm pouca procura e portanto, liquidez menor. Analogamente, ações que tendem a dar mais retorno (ou os investidores esperam que ela retorne mais) são mais procuradas e, portanto, apresentam um número maior de negócios no ano. Assim, ao excluir as ações que ficaram fora do filtro, o retorno da amostra aumenta.

Figura 8 - Retorno médio mensal para os portfólios *Size-Value* (VM x VM/VP) apresentados nas Tabelas 4 e 7



Fonte: Elaboração própria.

A Figura 9 apresenta o Retorno médio mensal durante o período analisado para cada corte da variável de Investimento. Ela, em comunhão com as Tabelas 5 e 8, permitem analisar os resultados para os portfólios *Size × Inv*. Os dados apresentam um resultado claro. Empresas que investem de modo extremamente agressivo tendem a apresentar retornos menores. Vale lembrar que, adotando o critério de Fama e French (2015), o Investimento é definido aqui como a variação da quantidade de Ativos entre os períodos (vide Equação 12). Uma das explicações para o fenômeno é a de que a alta gestão da companhia tende a se alavancar para entregar grandes resultados no curto-prazo e garantir boas bonificações durante o seu período de mandato. Isso é uma atitude contra-producente para o médio e longo prazo e os investidores tendem a punir empresas extremamente alavancadas. Vale ressaltar que, aqui também, os portfólios com filtrados apresentam retornos sistematicamente superiores aos não filtrados.

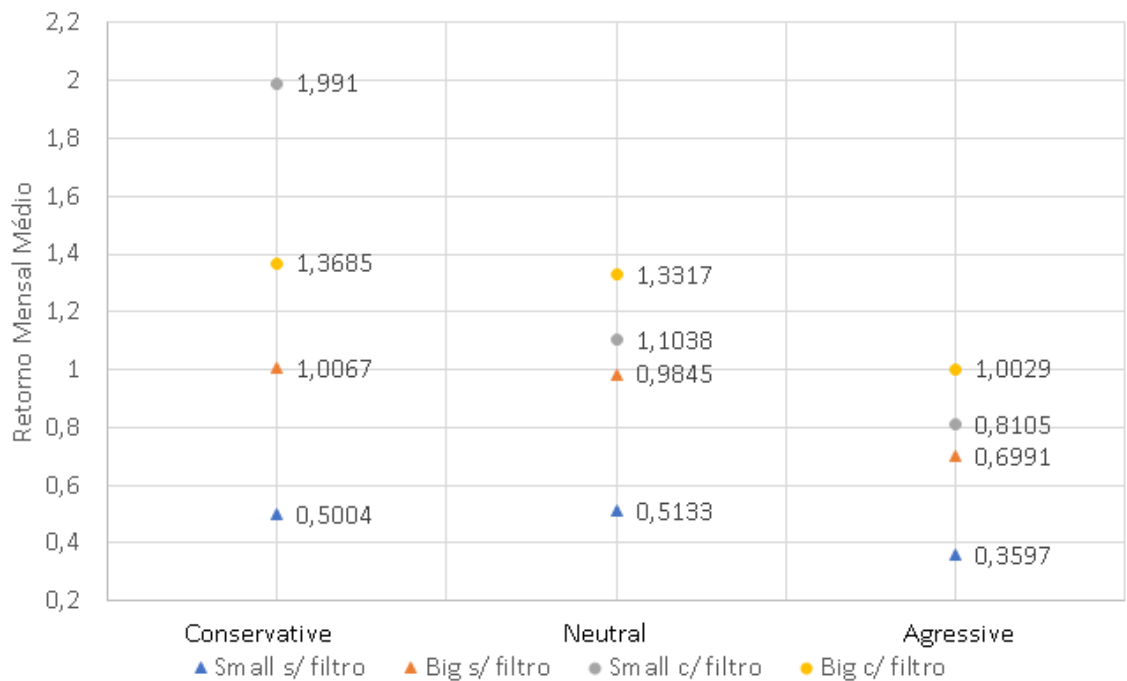
$$Investimento = \frac{Ativos_{t-1} - Ativos_t}{Ativos_t} \quad (12)$$

Por fim, a Figura 10 mostra o Retorno médio mensal durante o período analisado para cada corte da variável de Lucratividade (Retorno Operacional). Analisada conjuntamente com os dados apresentados nas Tabelas 6 e 9, permitem tirar conclusões acerca

dos portfólios. Como esperado, empresas que apresentam maior lucro são empresas que geram retornos maiores para o acionista. Isso reflete o fato estilizado de que no longo prazo, a cotação segue o lucro. Afinal, empresas mais lucrativas têm a possibilidade de reinvestir (sem se alavancar) no próprio negócio e, além disso, fornecer maiores dividendos aos acionistas. É interessante observar que esse fenômeno se reflete para todos os portfólios da análise. Aqui, como já ressaltado, portfólios filtrados apresentam retornos maiores em comparação com os não-filtrados para cada categoria.

Figura 9 - Retorno médio mensal para os portfólios *Size-Investment* (VM x INV) apresentados nas Tabelas

5 e 8.



Fonte: Elaboração própria.

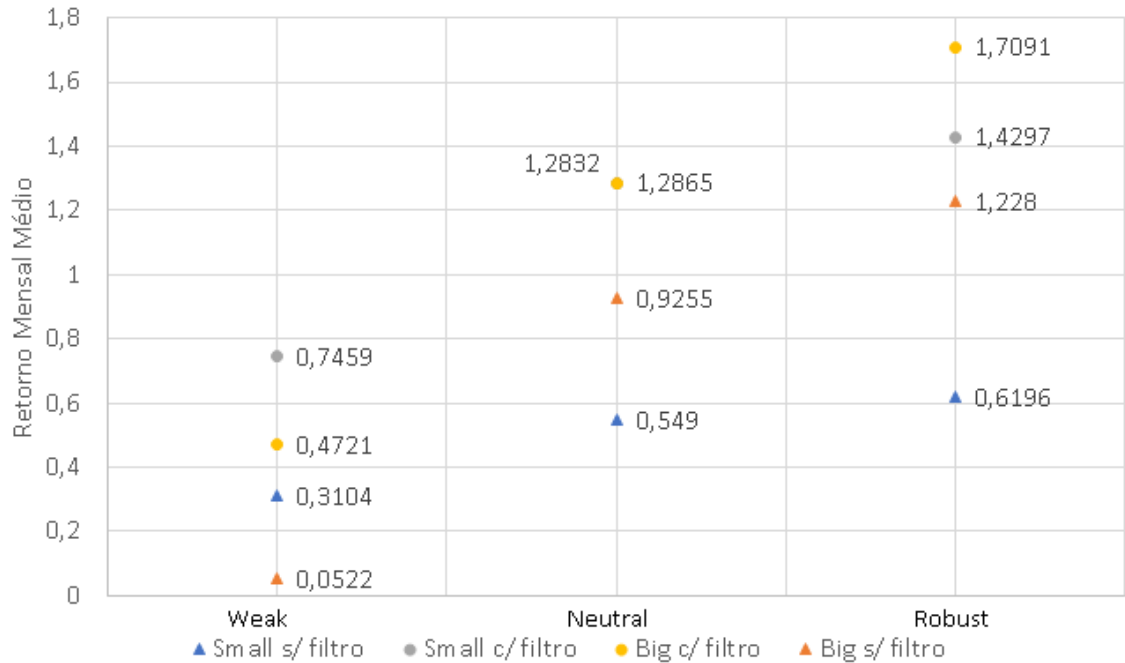
Tabela 4 - Portfólio VM - VP/VM - sem filtro de liquidez

Painel A		VM/VP		
		<i>Low</i> (L)	<i>Neutral</i> (N)	<i>High</i> (H)
VM	<i>Small</i> (S)	0,4572	0,4974	0,4609
	<i>Big</i> (B)	1,0072	0,8391	1,0690

Fonte: Elaboração própria.

Como é possível observar na Figura 11 em comunhão com os dados apresentados na Tabela 10, temos que empresas com maior valor, ou seja, com maior relação *book value/market value*, apresentam maior retorno. Tal resultado é coerente com a teoria,

Figura 10 - Retorno médio mensal para os portfólios *Size-Profitability* (VM x RO) apresentados nas Tabelas 6 e 9.



Fonte: Elaboração própria.

Tabela 5 - Portfólio VM - INV - sem filtro de liquidez

Painel B		INV		
		<i>Conservative</i> (C)	<i>Neutral</i> (N)	<i>Agressive</i> (A)
VM	<i>Small</i> (S)	0,5004	0,5133	0,3597
	<i>Big</i> (B)	1,0067	0,9845	0,6991

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 6 - Portfólio VM - RO - sem filtro de liquidez

Painel C		RO		
		<i>Weak</i> (W)	<i>Neutral</i> (N)	<i>Robust</i> (R)
VM	<i>Small</i> (S)	0,3104	0,549	0,6196
	<i>Big</i> (B)	0,0522	0,9255	1,2280

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 7 - Portfólio VM - VP/VM - com filtro de liquidez

Painel A		VM/VP		
		<i>Low (L)</i>	<i>Neutral (N)</i>	<i>High (H)</i>
VM	<i>Small (S)</i>	1,2632	0,9122	1,1987
	<i>Big (B)</i>	1,4385	1,1620	1,3980

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 8 - Portfólio VM - INV - com filtro de liquidez

Painel B		INV		
		<i>Conservative (C)</i>	<i>Neutral (N)</i>	<i>Agressive (A)</i>
VM	<i>Small (S)</i>	1,1991	1,1038	0,8105
	<i>Big (B)</i>	1,3685	1,3317	1,0029

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 9 - Portfólio VM - RO - com filtro de liquidez

Painel C		RO		
		<i>Weak (W)</i>	<i>Neutral (N)</i>	<i>Robust (R)</i>
VM	<i>Small (S)</i>	0,7459	1,2832	1,4297
	<i>Big (B)</i>	0,4721	1,2865	1,7091

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 10 - Resultados de Fama e French (2015) para os Portfólio VM - VP/VM

Painel A		VM/VP		
		<i>Low (L)</i>	<i>Neutral (N)</i>	<i>High (H)</i>
VM	<i>Small (S)</i>	0,26	0,85	1,15
	<i>Big (B)</i>	0,46	0,48	0,62

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 11 - Resultados de Fama e French (2015)
para os Portfólio VM - INV

Painel B		INV		
		<i>Conservative (C)</i>	<i>Neutral (N)</i>	<i>Agressiva (A)</i>
VM	<i>Small (S)</i>	1,01	0,99	0,35
	<i>Big (B)</i>	0,71	0,49	0,42

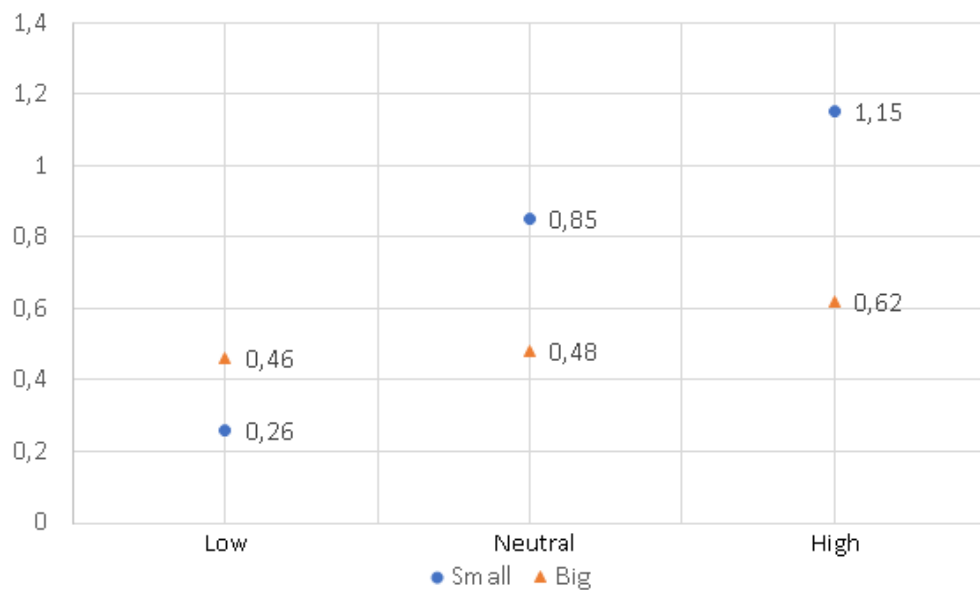
Fonte: Elaboração própria.

Tabela 12 - Resultados de Fama e French (2015)
para os Portfólio VM - RO

Painel C		RO		
		<i>Weak (W)</i>	<i>Neutral (N)</i>	<i>Robust (R)</i>
VM	<i>Small (S)</i>	0,56	0,90	0,88
	<i>Big (B)</i>	0,39	0,43	0,57

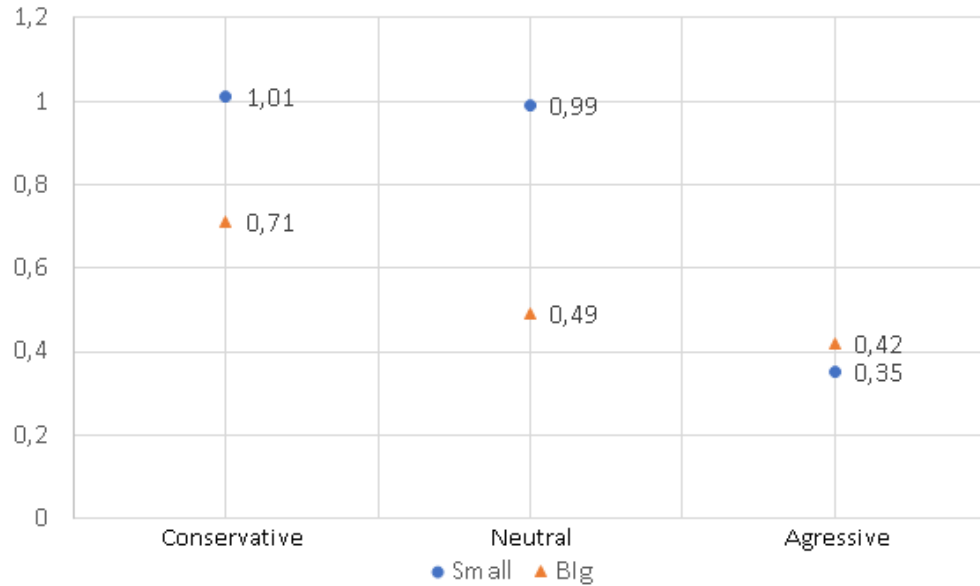
Fonte: Elaboração própria.

Figura 11 - Retorno médio mensal para os portfólios Fama e French (2015) de *Size-Value* (VM x VP/VM) apresentado na Tabela 11



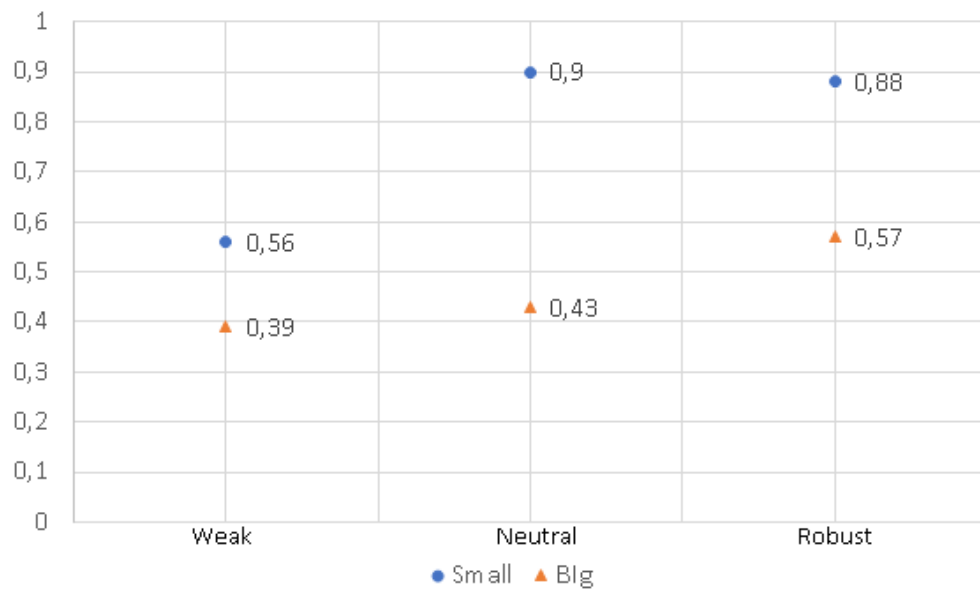
Fonte: Elaboração própria.

Figura 12 - Retorno médio mensal para os portfólios Fama e French (2015) de *Size-Investment* (VM x INV) apresentado na Tabela 12



Fonte: Elaboração própria.

Figura 13 - Retorno médio mensal para os portfólios Fama e French (2015) de *Size-Profitability* (VM x RO) apresentado na Tabela 13



Fonte: Elaboração própria.

muito embora os dados brasileiros não sigam a mesma tendência. Além disso, nota-se que empresas maiores apresentam retorno menor em comparação com empresas pequenas (que ainda apresentam grande potencial de crescimento e, portanto, apresentam maiores retornos).

Já a Figura 12, juntamente com os dados apresentados na Tabela 11 apresentam os resultados obtidos por Fama e French (2015) para os portfólios *Size-Investment*. É possível notar a queda de rendimento em relação a empresas que investem de maneira muito agressiva em comparação com as mais conversadoras. Tal resultado está em linha com a teoria e os dados brasileiros também apresentam a mesma tendência. Além disso, tem-se também que empresas maiores apresentam retornos menores ao acionista.

Por fim, a Figura 13 e os dados da Tabela 12 possibilitam tecer análises quanto aos portfólios *size-profitability*. Assim como esperado na teoria e no fato estilizado, ações que apresentam lucros robustos também geram retornos elevados ao acionista. Assim, o *profitability premium* é de fato refletido pelos dados. Isso também ocorre para os dados nacionais. Também vale a pena ressaltar que empresas menores tendem a retornar valores de mercado maiores em relação a empresas com valor de mercado muito alto.

Como forma de ilustrar os diferentes resultados obtidos, o Quadro 2 apresenta um comparativo dos efeitos esperados pela teoria e os obtidos pelo trabalho original de Fama e French, bem como como os resultados aqui apresentados. Em dois casos (*Profitability premium* e *Investment premium*) obtemos resultados de acordo com a teoria e com o trabalho original de Fama e French (2015). Nos outros dois fatores (*Size premium* e *Value premium*), justamente os fatores FF3M, os resultados são conflitantes com a teoria.

A teoria determina que existiria um prêmio associado ao rápido crescimento pelo qual passam empresas menores. O racional é simples. Em uma empresa pequena, qualquer ganho de produtividade é rapidamente repassado para o seu *Valuation*. Por exemplo, uma empresa tem uma loja funcionando. Ao aumentar para 3, ela tem um aumento potencial de 200% na receita. Ao passo que um aumento de 2 lojas em uma empresa consolidada com já 100 lojas, esse efeito é marginal. Apesar de ser um exemplo extremamente simplista, ele ilustra a ideia por trás do *Size premium*. Porém, aqui, empresas de maior tamanho tendem a apresentar retornos sistematicamente superiores a empresas menores. Esse resultado é encontrado em todos os casos, tanto para os retornos com o filtro de liquidez quando sem o filtro.

Além disso, empresas com maior relação *book-value/market-value* deveriam, seguindo a teoria, apresentar maiores retornos. Toda a ideia aqui se baseia na premissa de que há uma oportunidade de realização de lucros. Esse dado indica que a ação está sendo negociada abaixo do seu valor contábil. Assim, mesmo em um cenário extremamente pessimista para a empresa (uma Recuperação Judicial, por exemplo), ela ainda teria ativos que possibilitam a liquidação de suas dívidas e o retorno do capital para os acionistas. Portanto, a ação oferece uma oportunidade de arbitragem no mercado. Naturalmente,

isso gera maior demanda pelos papéis da empresa. Daí os maiores retornos. Esse resultado não é observado sistematicamente aqui. Os dados brasileiros, entretanto, oferecem apenas uma tendência errática para tal efeito.

Quadro 2 - Quadro Comparativo dos Resultados

Variável	Fator Associado	Prêmio Associado	Resultado Esperado	Resultado FF5M	Resultado obtido
VM	SMB	Tamanho (<i>Size Premium</i>)	↓	↓	↑
VP/VM	HML	Valor (<i>Value Premium</i>)	↑	↑	NA
RO	RMW	Lucratividade (<i>Profitability Premium</i>)	↑	↑	↑
INV	CMA	Investimento (<i>Investment Premium</i>)	↓	↓	↓

Fonte: Elaboração própria.

CONCLUSÃO

Como foi ressaltado na introdução a importância de um mercado financeiro bem desenvolvido é de extrema importância para o desenvolvimento contemporâneo. Com a presença da globalização, digitalização e fluxo de capitais internacionais, entendê-lo adequadamente (por meio de modelos, regressões e estudos estatísticos) é um desafio para todos que trabalham na área e na indústria.

Uma vez que as primeiras bolsas de valores datam de 1600, tem-se aproximadamente 400 anos de história financeira para estudos. Entretanto, ocorreram tantas transformações no mercado, na regulação, nos meios de comunicação e no próprio entendimento do mercado financeiro que a comparação com períodos tão longínquos é um exercício inútil. Os primeiros trabalhos que tratam da área por meio de uma análise moderna datam da década de 50 com Markowitz.

A linha de tempo passou, em linhas gerais, pela Fronteira Eficiente de Markowitz, pela *Capital Allocation Line* e chegou até o modelo CAPM. Simples e elegante o modelo CAPM, apesar de incompleto, fornece diversas análises interessantes que são usadas em larga escala pela indústria e na academia. Entretanto, para estudos mais formais e analíticos, como é o caso da academia, ele se mostrou insuficiente para descrever adequadamente os fenômenos observados no mercado financeiro.

Assim, a evolução natural da área caminhou para o célebre trabalho de Fama e French, em 1993, com o Modelo de Três Fatores. O estudo foi extremamente influente e se tornou o paradigma da regressão por fatores nos anos subsequentes. Após, diversas críticas e estudos sobre como outros efeitos influenciam os retornos das ações. Vários modelos de 4 fatores e tentativas de completá-lo surgiram, mas somente em 2015, Fama e French desenvolveram o modelo de 5 fatores que é base para o presente estudo.

Os dados utilizados aqui englobam o período de Junho de 1995 até Junho de 2017 para todas as ações listadas (e que foram listadas) na Bolsa brasileira. O período foi escolhido para englobar o maior espaço de tempo possível pós-plano Real, no qual a economia (e naturalmente os mercados de capitais) tiveram uma dinâmica muito diferente da que apresentavam até então. Utilizando dados de Valor de Mercado, Patrimônio Líquido, Ativos, EBIT, Preço de fechamento, Volume total de negócios, e dados do CDI mensal, consegue-se recriar os portfólios usados por Fama e French para o mercado brasileiro.

Uma vez que o algoritmo usado não é trivial (tanto pelos passos envolvidos quanto pela quantidade de dados em análise), é apresentado na seção de Metodologia um caso exemplo para ilustrar o passo-a-passo para construir os fatores de Fama e French. Além disso, é exposto um fluxograma detalhado de tudo o que deve ser feito para a reprodução do trabalho. Assim, os objetivos, em linhas gerais, do trabalho consistiam nos seguintes:

- Revisão da literatura do campo de regressão por fatores;

- Criação de exemplo prático do algoritmo usado para criar os fatores de Fama French;
- Criação dos portfólios de Fama French para os dados brasileiros no período de 1994 até 2017;
- Cômputo dos Retornos médios dos portfólios analisados;
- Análise e comparação dos resultados obtidos com a teoria e com o trabalho base de Fama e French (2015).

Os três primeiros itens foram apresentados em momentos devidos ao longo do texto. A revisão da literatura apresentou um resumo do campo desde as primeiras pesquisas de Markowitz até as diversas regressões por fatores utilizadas pela academia nos dias atuais. A seção de desenvolvimento elucida e explicita o algoritmo que deve ser utilizado para a criação dos portfólios da regressão (*SMB*, *HML*, *RMW* e *CMA*). Uma vez que é um algoritmo complexo e com diversos *loops* em seu código, ficaria redundante (além de pouco prático) apresentar todos os passos intermediários. Assim, foi apresentado linhas gerais do algoritmo por meio de um exemplo fictício. Tal trabalho é muito importante pois possibilita a replicação do resultados obtidos aqui e facilita que novos estudos possam ser feitos nessa área.

Além disso, o mercado brasileiro é notoriamente marcado por grandes turbulências macroeconômicas e políticas que tendem a beneficiar empresas grandes que sejam conservadoras e não atuem extremamente alavancadas. Esse é o grupo de empresas que gera maior retorno durante o período analisado. Não suficiente, o mercado brasileiro possui regulamentações complexas que atuam como barreiras para a entrada de novos *players* (CAMPOS; IOOTTY, 2007). Isso acaba por reverter o *size premium*. Outro ponto que os dados brasileiros ficam em desacordo com a teoria estabelecida é no campo de Valor, onde não existe um padrão observável. A análise profunda e assertiva dos motivos que geraram a distorção será fruto de estudos futuros.

A grande inovação do trabalho é a presença do filtro de liquidez. A decisão de usá-lo pode parecer, em um primeiro momento, uma decisão pouco razoável (haja visto o alto grau de discricionariedade embutido na decisão do número - 252 - utilizado para o processo de filtragem). Entretanto, como pode ser evidenciado nos resultados obtidos, as tendências de cada retorno não são alteradas devido ao filtro utilizado. Além disso, o mercado Brasileiro é ainda pouco desenvolvido (especialmente se comparado ao mercado Norte-Americano) e possui diversas ações com baixíssimos negócios. Tais negócios teriam influência muito grande sobre os retornos e cada empresa e atuariam para distorcer os resultados.

Também é preciso destacar o esforço computacional não trivial para a criação e obtenção dos retornos médios dos 36 portfólios para o volume de dados utilizados. Parte do legado do trabalho é o próprio código computacional que fica para a UERJ e para

a comunidade científica como um todo. Isso deverá agilizar o desenvolvimento de novos trabalhos permitirá futuras pesquisas mais complexas na área de análise multifatorial.

REFERÊNCIAS

- AHARONI, Gil; GRUNDY, Bruce; ZENG, Qi. Stock returns and the miller modigliani valuation formula: Revisiting the fama french analysis. *Journal of Financial Economics*, Elsevier, v. 110, n. 2, p. 347–357, 2013.
- BRENNAN, Michael J. Corporate finance over the past 25 years. *Financial Management*, JSTOR, p. 9–22, 1995.
- CAMPOS, Nauro F; IOOTTY, Mariana. Institutional barriers to firm entry and exit: Case-study evidence from the brazilian textiles and electronics industries. *Economic Systems*, Elsevier, v. 31, n. 4, p. 346–363, 2007.
- CARHART, Mark M. On persistence in mutual fund performance. *The Journal of finance*, Wiley Online Library, v. 52, n. 1, p. 57–82, 1997.
- COCHRANE, John H. *Asset pricing: Revised edition*. [S.l.]: Princeton university press, 2009.
- FAMA, Eugene F; FRENCH, Kenneth R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of financial economics*, Elsevier, v. 33, n. 1, p. 3–56, 1993.
- _____. International tests of a five-factor asset pricing model. *Journal of financial Economics*, Elsevier, v. 123, n. 3, p. 441–463, 2017.
- HOU, Kewei; XUE, Chen; ZHANG, Lu. Digesting anomalies: An investment approach. *The Review of Financial Studies*, Oxford University Press, v. 28, n. 3, p. 650–705, 2015.
- JONES, Charles M; SIRRI, Erik R. Examining the main street benefits of our modern financial markets. 2013.
- MARKOWITZ, Harry. Portfolio selection. *The journal of finance*, Wiley Online Library, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952.
- MILLER, Merton; MODIGLIANI, Franco. Dividend policy, growth, and the valuation of shares. *The Journal of Business*, 1961.
- NOVY-MARX, Robert. The other side of value: The gross profitability premium. *Journal of Financial Economics*, Elsevier, v. 108, n. 1, p. 1–28, 2013.
- PÁSTOR, L’uboš; STAMBAUGH, Robert F. Liquidity risk and expected stock returns. *Journal of Political economy*, The University of Chicago Press, v. 111, n. 3, p. 642–685, 2003.
- ZINGALES, Luigi. Presidential address: Does finance benefit society? *The Journal of Finance*, Wiley Online Library, v. 70, n. 4, p. 1327–1363, 2015.