



Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Educação e Humanidades

Faculdade de Formação de Professores

Angelina Gonçalves Marmelo

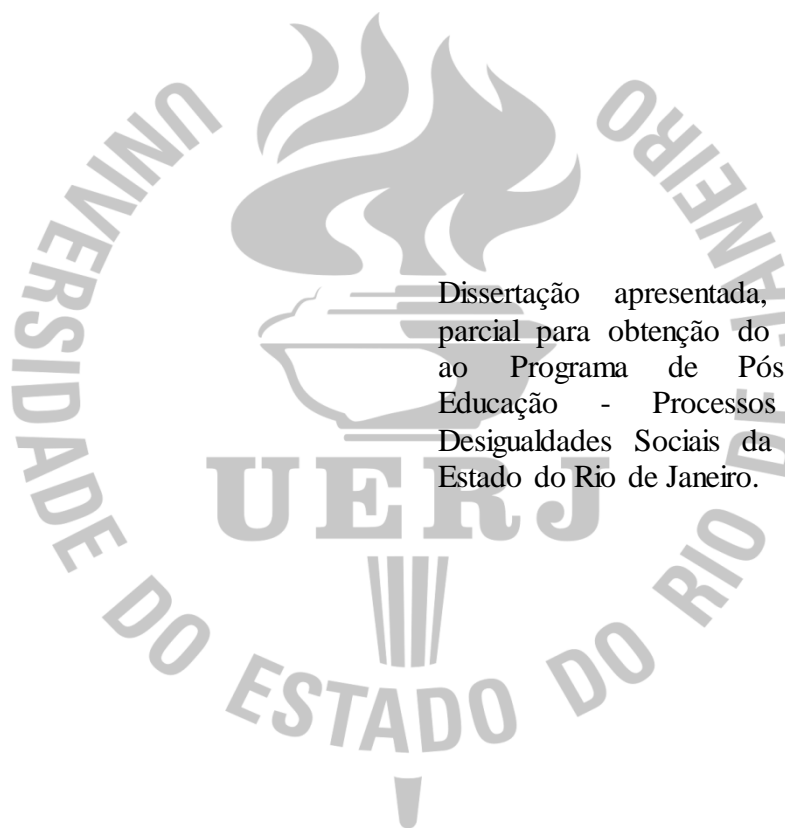
**Situações Multiplicativas: uma análise da resolução dos estudantes do 4º
ano do ensino fundamental**

São Gonçalo

2022

Angelina Gonçalves Marmelo

Situações Multiplicativas: uma análise da resolução dos estudantes do 4º ano do ensino fundamental



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Educação - Processos Formativos e Desigualdades Sociais da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Orientadora: Prof^ª. Dra. Vania Finholdt Ângelo Leite

São Gonçalo

2022

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ/REDE SIRIUS/BIBLIOTECA CEH/D

M351 Marmelo, Angelina Gonçalves.

Situações Multiplicativas: uma análise da resolução dos estudantes do 4º ano do ensino fundamental/ Angelina Gonçalves Marmelo. – 2022.
118f.: il.

Orientadora: Prof.^a Dra. Vania Finholdt Ângelo Leite.

Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Formação de Professores.

1. Matemática (Ensino fundamental) – Teses. 2. Multiplicação – Teses.
I. Leite, Vania Finholdt Ângelo. II. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Faculdade de Formação de Professores. III. Título.

CRB/7 - 4994

CDU 372.47

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação, desde que citada a fonte.

Angelina G. Marmelo

Assinatura

06/03/2023

Data

Angelina Gonçalves Marmelo

Situações Multiplicativas: uma análise da resolução dos estudantes do 4º ano do ensino fundamental

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Educação - Processos Formativos e Desigualdades Sociais da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Aprovada em 24 de maio de 2022.

Banca Examinadora:

Prof^a. Dra. Vania Finholdt Ângelo Leite (Orientadora)
Faculdade de Formação de Professores – UERJ

Prof^a. Dra. Ana Virgínia Luna
Universidade Estadual de Feira de Santana

Prof^a. Dra. Sandra Maria Pinto Magina
Universidade Estadual de Santa Cruz

Prof^a. Dra. Gabriela dos Santos Barbosa
Faculdade de Educação da Baixada Fluminense – UERJ

São Gonçalo

2022

À minha filha por estar presente em todos os momentos da minha vida e mesmo em silêncio, mas com sorriso nos olhos, se alegra com cada uma das minhas conquistas.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar ao meu Deus pelo dom da vida e por me possibilitar alcançar mais uma etapa na minha trajetória.

Aos meus familiares que torceram para que essa vitória fosse alcançada, em especial à minha mãe, por seus momentos de oração que me fortaleceram indefinidamente.

À minha filha por ser meu maior incentivo e por me ajudar na escuta e na organização do texto.

À professora Vania Finholdt Ângelo Leite pelas conversas virtuais, pelas orientações e por tantas contribuições nesta pesquisa. Obrigada por sua dedicação e por me fazer sentir acolhida. Você tornou-se o meu maior incentivo nesse período acadêmico.

À Letícia Trotte por me convidar para ministrar uma palestra na UERJ, no grupo de estudos TriVértice, sobre a minha experiência pedagógica e por me incentivar a participar do processo seletivo do Mestrado. Foi aí que tudo começou!

À minha amiga e irmã, por escolha e afinidade, Luciane Athanázio por toda a sabedoria e tranquilidade com as palavras quando, em momentos tão difíceis, fazia com que eu me sentisse encorajada para prosseguir.

Ao grupo TriVértice, meu grupo de pesquisa, por tantos ensinamentos, trocas e aprendizagens. Em especial à Renata e Alessandra por partilharmos momentos difíceis que nos tornaram mais fortalecidas para continuar. À Fernanda pelo seu exemplo de amor e dedicação na formação de professores e à Gisele por sua objetividade e por todas as trocas significativas.

À UERJ e seus professores pelos trabalhos que possibilitaram a ampliação dos meus conhecimentos.

Aos professores da banca Ana Virgínia, Sandra Magina e Gabriela Barbosa que foram fundamentais em suas contribuições para o enriquecimento deste trabalho.

À minha escola, meu local de trabalho, por toda experiência conquistada ao longo desses anos. Agradeço aos diretores, coordenadores, professores e principalmente aos alunos que foram essenciais para a efetivação dessa pesquisa.

Gratidão!

Algumas pessoas gostam de dançar, outras não. Há quem vibre ao dirigir automóveis e quem sinta sono na direção. Como tudo na vida, há quem goste de Matemática e quem não a veja com bons olhos. Mas, para gostar de alguma coisa, é preciso conhecê-la. É preciso experimentá-la e ter a chance de sentir algum prazer nesse contato.

Nilson José Machado

RESUMO

MARMELO, Angelina Gonçalves. *Situações Multiplicativas*: uma análise da resolução dos estudantes do 4º ano do ensino fundamental. 2022. 118f. Dissertação (Mestrado em Educação - Processos Formativos e Desigualdades Sociais) – Faculdade de Formação de Professores, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, São Gonçalo, 2022.

O objetivo desse estudo é investigar o desempenho e as estratégias utilizadas pelos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental na resolução de diferentes situações multiplicativas. A pesquisa buscou responder a seguinte questão norteadora: o que revelam as resoluções dos estudantes do 4º ano do ensino fundamental nas situações-problema do campo conceitual multiplicativo? Nesse sentido, articulamos como base teórica a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud(1983, 1988, 1990, 1991, 1994, 1998, 2013); Estruturas multiplicativas, uma releitura feita por Magina, Santos e Merlini (2012, 2014, 2016). Também, articulamos a esse trabalho as reflexões de Santana et al (2010, 2012, 2017, 2019) e Gitirana et al (2014). Buscando alcançar os objetivos propostos nesta pesquisa, elegemos um estudo de natureza qualitativa no qual os conceitos são formulados e aprimorados no decorrer da investigação. A pesquisa foi realizada em uma instituição escolar privada na qual dispõe de um ensino fundamentado na construção do conhecimento em que o aluno é o centro do processo da aprendizagem. Situada no município de Niterói- RJ, em um bairro de classe média. Optamos por utilizar, neste trabalho de pesquisa, para produção de dados: a aplicação de um protocolo investigativo com 15 situações multiplicativas em que apresentam situações recorrentes e inéditas no grupo do 4º ano. Concluímos que a maioria dos estudantes se apropriou das situações multiplicativas de proporção simples, comparação e combinatória. No entanto, precisam trabalhar com configuração retangular distinguindo cálculo de área e perímetro. Observamos, também, que houve apropriação dos algoritmos da multiplicação e divisão.

Palavras-chave: Situações-problema. Situações Multiplicativas. Teoria dos Campos Conceituais. Anos Iniciais.

RESUMEN

MARMELO, Angelina Gonçalves. *Situaciones multiplicativas: un análisis de la resolución de los estudiantes del 4to año de la escuela primaria*. 2022. 118 f. Dissertação (Mestrado em Educação - Processos Formativos e Desigualdades Sociais) – Faculdade de Formação de Professores, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, São Gonçalo, 2022.

El objetivo de este estudio es investigar el desempeño y las estrategias utilizadas por los estudiantes del 4to año de la escuela primaria en la resolución de diferentes situaciones multiplicativas. La investigación buscó responder a la siguiente pregunta orientadora: ¿qué revelan las resoluciones de los estudiantes del 4º año de la enseñanza fundamental en las situaciones-problema del campo conceptual multiplicativo? (1990, 1991, 1994, 1998, 2013); Estructuras multiplicativas, una reinterpretación realizada por Magina, Santos y Merlini (2012, 2014, 2016). Articulamos también a este trabajo las reflexiones de Santana et al (2010, 2012, 2017, 2019) y Gitirana et al (2014). Buscando alcanzar los objetivos propuestos en esta investigación, optamos por un estudio cualitativo en el que se formulan y mejoran los conceptos durante la investigación. La investigación se llevó a cabo en una institución escolar privada la cual tiene una enseñanza basada en la construcción del conocimiento en la que el estudiante es el centro del proceso de aprendizaje. Ubicado en la ciudad de Niterói-RJ, en un barrio de clase media. Optamos por utilizar, en este trabajo de investigación, para la producción de datos: la aplicación de un protocolo investigativo con 15 situaciones multiplicativas en las que se presentan situaciones recurrentes e inéditas en el grupo de 4º año simple, comparación y combinatoria. Sin embargo, necesitan trabajar con configuración rectangular distinguiendo el cálculo del área y el perímetro. También observamos que hubo una apropiación de los algoritmos de multiplicación y división.

Palabrasclave: Situaciones problema. Situaciones multiplicativas. Teoría de los Campos Conceptuales. Años Iniciales.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Tabela 1 –	Anos de publicação das pesquisas	24
Figura 1 –	Fórmula	39
Figura 2 –	Estratégia de Resolução.....	41
Figura 3 –	Ilustração do campo de futebol	41
Figura 4 –	Etapas da pesquisa	49
Figura 5 –	Resolução de Amora.....	56
Figura 6 –	Resolução de Bila.....	56
Figura 7 –	Resolução do Gael.....	57
Figura 8 –	Resolução de Paulo André.....	57
Figura 9 –	Resolução de Alina	58
Figura 10 –	Resolução de Jogabi	59
Figura 11 –	Resolução de Peri	59
Figura 12 –	Resolução de Luan.....	60
Figura 13 –	Resolução de Selena	60
Figura 14 –	Resolução de Cátia	62
Figura 15 –	Resolução de Bila.....	62
Figura 16 –	Resolução de Lia	64
Figura 17 –	Resolução de Benício	65
Figura 18 –	Resolução de Peri	65
Figura 19 –	Resolução de Fernando	66
Figura 20 –	Resolução de Piter	66
Figura 21 –	Resolução de Gael	67

Figura 22 – Resolução de André	68
Figura 23 – Resolução de Bento	69
Figura 24 – Resolução de Amora	69
Figura 25 – Resolução de Bila	73
Figura 26 – Resolução de Jogabi	73
Figura 27 – Resolução de Peri	74
Figura 28 – Resolução de Luna	75
Figura 29 – Resolução de Paulo André	75
Figura 30 – Resolução de Rony	76
Figura 31 – Resolução de Milton	77
Figura 32 – Resolução de Piter	77
Figura 33– Resolução de Ênio	78
Figura 34 – Resolução de Bila	78
Figura 35 – Resolução de Luan	80
Figura 36 – Resolução de Gael	81
Figura 37 – Resolução de Amora	81
Figura 38 – Resolução de Lia	82
Figura 39 – Resolução de Cátia	82
Figura 40 – Resolução de Selena	83
Figura 41 – Resolução de Bento	83
Figura 42 – Resolução de Piter	84
Figura 43 – Resolução de Amora	84
Figura 44 – Resolução de Ênio	85
Figura 45 – Resolução de Melina	85

Figura 46 – Resolução de Alina	87
Figura 47 – Resolução de Bila	88
Figura 48 – Resolução de Joel	88
Figura 49 – Resolução de Valquíria	89
Figura 50 – Resolução de Rony	90
Figura 51 – Resolução de Jogabi	90
Figura 52 – Resolução de Paulo André	91
Tabela 2 – Categorização das explicitações dos estudantes	92

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 –	Panorama das Pesquisas selecionadas de 2015 a 2019	22
Quadro 2 –	Origem das Pesquisas	23
Quadro 3 –	Categorização das pesquisas de acordo com os grupos temáticos	25
Quadro 4 –	Esquema de classificação do campo multiplicativo	42
Quadro 5 –	Protocolo diagnóstico com as situações multiplicativas	50
Quadro 6 –	Ordem decrescente de acertos- Proporção Simples	53
Quadro 7 –	Situações de Proporção Simples	54
Quadro 8 –	Ordem decrescente de acertos- Comparação Multiplicativa.....	71
Quadro 9 –	Situações de Comparação Multiplicativa	72
Quadro 10 –	Ordem decrescente de acertos- Configuração Retangular	79
Quadro 11 –	Situações de Configuração Retangular	79
Quadro 12 –	Ordem decrescente de acertos- Combinatória	86
Quadro 13 –	Situações de Combinatória	86

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
C	Combinatória
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CM	Comparação Multiplicativa
CPD	Centro de Processamento de Dados
CR	Configuração Retangular
FFP	Faculdade de Formação de Professores
FGV	Fundação Getúlio Vargas
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
PPP	Projeto Político e Pedagógico
PS	Proporção Simples
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
TCC	Teoria dos Campos Conceituais
UEFS	Universidade Estadual de Feira de Santana
UERJ	Universidade do Estado do Rio de Janeiro
UESC	Universidade Estadual de Santa Catarina
UFF	Universidade Federal Fluminense

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	15
1	REVISÃO DA LITERATURA.....	21
2	APORTE TEÓRICO.....	28
2.1	Um diálogo com a teoria dos campos conceituais: uma teoria cognitivista.....	28
2.2	Campo Conceitual: a interconexão entre os conceitos matemáticos.....	33
2.3	Situações: um caminho ao campo conceitual.....	35
2.4	Esquema: organização de ações e habilidades cognitivas	36
2.5	Conceito: a tríade da construção do conhecimento.....	39
2.6	As estruturas multiplicativas.....	40
3	PERCURSO METODOLÓGICO	44
3.1	Contextualização do campo investigativo.....	44
3.2	Formas de acesso ao campo da investigação	45
3.3	Participantes da pesquisa.....	46
3.4	Caracterização da pesquisa.....	48
3.5	Os mecanismos de produção de dados.....	48
3.6	Protocolo diagnóstico com as situações multiplicativas.....	49
4	ANÁLISE DAS SITUAÇÕES MULTIPLICATIVAS.....	52
4.1	Relação Quaternária	52
4.1.1	<u>Proporção simples</u>	52
4.1.1.1	Situações com maior número de acertos	55
4.1.1.2	Situações com maior resultado inadequado com raciocínio coerente	61
4.1.1.3	Situações com maior resultado inadequado com raciocínio incoerente	63

4.2	Relação Ternária	70
4.2.1	<u>Comparação Multiplicativa</u>	71
4.2.2	<u>Produto de Medidas</u>	78
4.3	Como você chegou a essa solução?	91
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	95
	REFERÊNCIAS	99
	APÊNDICE A – Situações multiplicativas do protocolo diagnóstico	102
	APÊNDICE B – Instrumento diagnóstico - 1ª parte,.....	103
	APÊNDICE C – Instrumento diagnóstico - 2ª parte	106
	APÊNDICE D – Instrumento diagnóstico - 3ª parte	109
	ANEXO A – Termo da faculdade para pesquisa	112
	ANEXO B – Termo de anuência da escola	113
	ANEXO C – Termo de consentimento da escola- professor 3º ano	114
	ANEXO D – Termo de consentimento da escola- professor 4º ano	115
	ANEXO E – Termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE)- aos pais	116
	ANEXO F – Termo de assentimento livre e esclarecido (TALE)- aluno.....	117
	ANEXO G – Termo de assentimento livre e esclarecido (TALE)- aluno ...	118

INTRODUÇÃO

“Aprender a resolver problemas matemáticos deve ser o maior objetivo da instrução matemática. Certamente outros objetivos da matemática devem ser procurados, mesmo para atingir o objetivo da competência em resolução de problemas. Desenvolver conceitos matemáticos, princípios e algoritmos através de um conhecimento significativo e habilidoso é importante. Mas o significado principal de aprender tais conteúdos matemáticos é ser capaz de usá-los na construção das soluções das situações-problema. ”

Larry L. Hatfield

Esse estudo busca investigar o desempenho e as estratégias utilizadas pelos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental na resolução de diferentes situações multiplicativas. Ele foi realizado em uma instituição de ensino privado, fundamentada na construção do conhecimento no qual a criança é o centro do processo de ensino-aprendizagem.

Sabemos que a Matemática faz parte da nossa vida fora da escola e no cotidiano escolar dos estudantes desde os primeiros anos e apesar de percorrer todos os campos do conhecimento humano, ainda é tida como disciplina isolada e excludente.

O trabalho com a Matemática é sempre um desafio para os professores e um dos motivos se dá em função das objeções dos estudantes que acreditam que a Matemática é uma matéria muito difícil.

Segundo dados do Sistema de Avaliação da Educação (SAEB), somente 15,52% dos estudantes saem do 5º ano do Ensino Fundamental com conhecimento básico em Matemática e 51,35% com conhecimento elementar. No último ano do Ensino Fundamental, esses índices ocorrem em 32,39%, com conhecimento essencial e somente 4,5% se mostram com aprendizagem adequada (BRASIL, 2017).

Diante desse contexto, torna-se imprescindível ao estudante um trabalho diferenciado que proporcione a criação de estratégias na realização de situações que envolvam o raciocínio lógico-matemático.

Nesse processo de construção da aprendizagem de conceitos matemáticos, é pertinente que o estudante seja orientado a compreender que para resolver um problema, talvez sejam

necessários vários caminhos e dentre esses, diferentes resoluções que precisam ser consideradas.

Além disso, os conceitos multiplicativos precisam estar articulados com a resolução de problemas em acordo com o currículo escolar e com a realidade no qual os estudantes estão inseridos.

Essa compreensão corrobora com os argumentos de Smole e Centurion, quando nos mostram que

É, pois fundamental que o estudo da matemática seja calcado em situações-problema que possibilitem a participação ativa na construção do conhecimento matemático. O aluno desenvolve seu raciocínio participando de atividades, agindo e refletindo sobre a realidade que o cerca, fazendo uso das informações de que dispõe. Se quisermos melhorar o presente estado de conhecimento, devemos nos questionar sobre como pode, de fato o nosso aluno desenvolver o pensamento crítico ou raciocínio lógico. (SMOLE;CENTURION, 1992, p.9)

A Base Nacional Comum Curricular(BNCC), promulgada em 2017, propõe para o Ensino Fundamental, anos iniciais, uma progressão múltipla de aprendizagens em que se articulam as experiências cotidianas dos alunos com a prática do professor. A BNCC designa 5 unidades temáticas para a aprendizagem matemática do 1º ao 5º ano, idealizadas de maneira que uma complementa a outra, são elas: número, álgebra, geometria, grandezas e medidas, probabilidade e estatística (BRASIL, 2017b). Esses temas que estão em conexão uns com os outros, possibilita ao discente rever os assuntos estudados anteriormente para logo após, dar continuidade a outros conceitos.

Segundo a BNCC, as situações-problema envolvendo o campo conceitual multiplicativo devem ser inseridas a partir do 2º ano, incluindo a multiplicação e a comparação entre razões; no 3º ano acrescentam-se as situações de configuração retangular; no 4º ano trabalha-se o raciocínio combinatório, além dos conceitos multiplicativos ensinados anteriormente. Ao término do 5º ano, Ensino Fundamental, anos iniciais, supõe-se que tenham sido estudadas as quatro situações do campo conceitual multiplicativo e as quatro acepções da multiplicação: soma de parcelas iguais, proporcionalidade, configuração retangular e combinação.

Nesse trabalho de ensino-aprendizagem o papel do professor é fundamental para promover situações contextualizadas e problematizadoras no intuito de alcançar a aprendizagem desses conceitos. Ademais, espera-se “que o estudante desenvolva diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e cálculo mental, além do algoritmo e uso de calculadoras” (BRASIL, 2017b, p.270). Dessa forma, para que os alunos

desenvolvam as competências propostas, a BNCC destaca a elucidação do conhecimento por meio de situações argumentativas e desafiadoras (BRASIL, 2017b). Destacam-se entre os objetos de conhecimento no ensino da multiplicação o uso de situações-problema para o desenvolvimento de competências através de estratégias distintas em sua resolução. Diante disso, entende-se que a resolução de problemas é um caminho relevante para a aprendizagem dos conceitos multiplicativos.

Nesse sentido, a BNCC valoriza as situações lúdicas de aprendizagens para estimular o pensamento lógico e criativo do aluno em que as atividades sugeridas contribuam para o desenvolvimento da capacidade de perguntar, argumentar, interagir e ampliar seu conhecimento de mundo. Assim, a BNCC mostra que:

Ao longo do Ensino Fundamental, anos iniciais, a progressão do conhecimento ocorre pela consolidação das aprendizagens anteriores e pela ampliação das práticas de linguagem e da experiência estética e intercultural das crianças, considerando tanto os seus interesses e suas expectativas quanto o que ainda precisam aprender. (BRASIL, 2017, p.59).

Diante do exposto, a Base Nacional Comum Curricular destaca a relevância do conhecimento matemático como uma ferramenta essencial para ler, compreender e transformar a realidade. Assim, os conteúdos matemáticos precisam estar em conexão com a realidade para que ultrapassem a simples repetição e os estudantes atuem como seres pensantes e críticos. Essa reflexão corrobora com as políticas curriculares que veem a contextualização como instrumento pedagógico e alegam que:

A contextualização não pode ser feita de maneira ingênua, visto que ela será fundamental para as aprendizagens a serem realizadas- o professor precisa antecipar os conteúdos que são objetos de aprendizagem. Em outras palavras, a contextualização aparece não como uma forma de ilustrar o enunciado de um problema, mas como uma maneira de dar sentido ao conhecimento matemático na escola. (BRASIL, 1997, p.83)

Inferimos que a citação acima mostra uma conexão com a Teoria dos Campos Conceituais, pois a falta da contextualização das atividades matemáticas pode ocasionar dificuldade no encadeamento dos conceitos matemáticos.

No desenvolvimento dos conceitos matemáticos por meio da resolução de problema é necessário considerar todo o desdobramento da resolução e não somente o resultado. Nesse sentido, torna-se essencial ponderar como o aluno compreendeu aquele conceito matemático que está sendo trabalhado e de que forma ele está registrando esse conhecimento em sua tarefa.

Quando iniciamos nossa prática pedagógica na Educação Infantil em uma escola construtivista, percebemos o quanto é essencial trabalhar com a resolução de problemas desde o início da escolarização, pois assim os estudantes vão tendo a oportunidade de apreender os conceitos matemáticos ao longo do processo de aprendizagem.

Logo que começamos a lecionar nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o trabalho com o raciocínio lógico matemático despertou-nos ainda mais a vontade de compreender a construção do conhecimento matemático a partir da resolução de problemas.

Em 2019, ministramos uma palestra sobre a nossa prática pedagógica construtivista, na Educação Matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Essa palestra, cujo tema era: “A matemática como prática de ensino e suas possibilidades educativas”, foi organizada para os alunos do curso de Pedagogia da FFP\UERJ. Mediante a isso, podemos dizer que essa experiência se tornou um momento diferenciado em nossa trajetória, pois falar da nossa prática profissional para professores que estão iniciando sua carreira foi surpreendente e prazeroso. Nesse mesmo ano, participamos do concurso para o Mestrado em educação na UERJ e conseguimos ingressar no curso. A partir desse momento, integramos o Programa de Pós-Graduação Processos Formativos e Desigualdades Sociais- FFP\UERJ, passamos a fazer parte do grupo Tri-Vértice coordenado pela Prof^a. Dr^a. Vania Finholdt Ângelo Leite, orientadora deste estudo de Mestrado.

Nesse grupo, o qual se discute três vertentes: Formação de Professores, Didática e Educação Matemática, começamos a estudar sobre o Campo Conceitual Multiplicativo sob a ótica de Vergnaud (1983, 1988, 1990, 1991, 1994, 1998, 2013) e as Estruturas Multiplicativas, a partir dos estudos de Magina, Santos e Merlin i(2012, 2014, 2016). Por meio desses estudos aumentava cada vez mais o interesse em perceber como ocorre o processo de aprendizagem dos alunos dos anos iniciais a partir da resolução de problemas multiplicativos. Mais precisamente, como eles se apropriam dos conceitos multiplicativos através da resolução de problemas.

Como integrante do curso de Mestrado em Educação exploramos os novos conhecimentos e dessa forma nos aprofundamos em questões mais específicas correspondentes a nossa área de atuação no Ensino Fundamental. Nesse sentido, acreditamos que a pesquisa que realizamos sobre a resolução dos alunos do 4º ano do Ensino Fundamental nas situações-problema do campo conceitual multiplicativo trouxe contribuições significativas para o encaminhamento de novos estudos sobre os conceitos matemáticos multiplicativos.

A presente pesquisa e a escolha pelo tema agregam motivações de caráter pessoal, profissional e social. A questão pessoal relaciona-se ao atrativo pela temática resolução de

problemas e pela construção do raciocínio lógico matemático. O intuito profissional destina-se à contribuição desse estudo para a nossa atuação como professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental e, finalizando como pretensão social, acreditamos poder contribuir com a prática dos professores dos anos iniciais na utilização da teoria dos campos conceituais como apoio para o ensino dos conceitos matemáticos.

A partir do exposto, essa pesquisa pretende responder a seguinte questão norteadora: O que revelam as resoluções dos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental nas situações-problema do campo conceitual multiplicativo? E tem por objetivo investigar o desempenho e as estratégias utilizadas pelos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental na resolução de diferentes situações multiplicativas.

Para esse estudo, utilizamos a pesquisa qualitativa e para a coleta de dados, primeiro fizemos uma pesquisa documental no qual verificamos em 15 cadernos dos alunos do 3º ano as situações-problema com estrutura multiplicativa mais recorrente e menos recorrente no ano de 2020. A partir daí, elaboramos um protocolo diagnóstico com 15 situações multiplicativas que foram aplicadas aos estudantes do 4º ano em 2021. Participaram desta pesquisa 27 alunos do 4º ano do Ensino Fundamental, anos iniciais, no qual realizaram o protocolo diagnóstico em três dias distintos.

Esta pesquisa está disposta em quatro capítulos e as considerações finais. No primeiro capítulo, abordaremos a revisão de literatura com os resultados dos estudos fundamentados na TCC, enfatizando o campo conceitual multiplicativo na resolução dos problemas com estruturas multiplicativas, nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

No segundo capítulo, trataremos do aporte teórico sobre a Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud (1983, 1988, 1990, 1991, 1994, 1996, 1998, 2009, 2013); Estruturas Multiplicativas, uma releitura feita por Magina, Santos e Merlini (2012, 2014, 2016). Também, articulamos a esse trabalho as reflexões de Santana et al (2010, 2012, 2017, 2019) e Gitirana et al (2014).

No terceiro capítulo, discorreremos sobre o percurso metodológico, a contextualização e a forma de acesso ao campo investigativo, os sujeitos participantes, a caracterização da pesquisa e a produção de dados.

No quarto capítulo, apresentaremos a análise das resoluções segundo a Teoria dos Campos Conceituais e as Estruturas Multiplicativas.

Nas considerações finais pretendemos responder à questão norteadora explicitada inicialmente, elaborando uma síntese sobre a investigação realizada, nosso entendimento e apreensão dos fatos da pesquisa, evidenciando os resultados, os problemas encontrados e as

recomendações para futuros trabalhos. Por fim, viabilizamos as ferramentas utilizadas para o desdobramento desse estudo nos apêndices e anexos.

Sendo assim, iniciamos o primeiro capítulo dessa dissertação com a revisão de literatura que contribuiu significativamente para o desdobramento deste trabalho investigativo.

1 REVISÃO DE LITERATURA

Buscando fundamentar a relevância da temática escolhida para esse trabalho, realizamos a revisão de literatura com o objetivo de saber o que já foi pesquisado sobre o tema resolução de problemas e os conceitos multiplicativos nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para tanto, nos inserimos em um percurso de consulta das produções mais recentes de dissertações e teses.

Dessa forma, realizamos a revisão de literatura com o intuito de obter informações precisas que tratassem do assunto a ser pesquisado, procuramos analisar os textos com a finalidade de investigar sobre essa temática para, assim, sistematizar a metodologia de maneira que possamos definir o objeto de pesquisa. O repertório de dados apresentados nesse estudo tem a intenção de organizar o material já publicado sobre o referido assunto. Nesse sentido, procuramos atingir os seguintes objetivos:

- a) Mostrar um panorama das investigações realizadas sobre a resolução de problemas e as estruturas multiplicativas;
- b) Identificar suas principais colaborações para esta pesquisa, principalmente sobre a aprendizagem dos conceitos multiplicativos durante a resolução de situações-problema;
- c) Perceber as lacunas existentes nos trabalhos a fim de que certifiquem a relevância deste estudo;
- d) Contribuir para o interesse de futuros pesquisadores nas áreas de Formação de Professores, Didática e Educação Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A revisão foi realizada a partir de um levantamento no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES. Para isso, utilizamos as seguintes palavras-chave: Situações-problema, Situações Multiplicativas, Teoria dos Campos Conceituais, Anos Iniciais.

Selecionamos os trabalhos de 2015 a 2019 (período de 5 anos), organizando os estudos mais recentes sobre o tema. No início da investigação, foram selecionados, na plataforma da CAPES 90 (noventa) trabalhos com as palavras-chave citadas acima. Entretanto, filtramos através dos títulos os que mais se aproximavam do nosso objeto de pesquisa, pois muitos abordavam o assunto, contudo abrangiam o Ensino Fundamental anos

finais (6º ao 9º ano), outras áreas do conhecimento e até mesmo estudos voltados para o professor. Esses estudos não fazem parte da revisão, porque o que nós procurávamos eram os estudos que abrangessem a resolução dos estudantes dos anos iniciais.

Nessa primeira seleção foram eliminados 63 (sessenta e três) estudos, restando 27 (vinte e sete) pesquisas. Dentre esses, em uma análise mais aprofundada, foram descartados 19 (dezenove) estudos por se tratarem, em grande parte, da prática de professores. Enfim, diante desse contexto, foram selecionadas 8 (oito) pesquisas para serem analisadas. Ressaltamos que nossa seleção foi realizada com os trabalhos que tratam das situações-problema com estrutura multiplicativa aplicados nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Selecionamos as dissertações, seguindo a ordem das mais antigas para as mais recentes, da seguinte forma: Araújo (2015), Galdino (2016), Primo (2016), Silva (2016), Teixeira (2016), Altoé (2017), Nascimento (2017), Oliveira (2018). Em sequência, selecionamos, no quadro abaixo, o ano, o sobrenome, o tema e a universidade de cada um dos autores referenciados acima.

Quadro 1 - Panorama das Pesquisas selecionadas de 2015 a 2019

Ano	Autor	Título	Universidade
2015	ARAÚJO	Análises das dificuldades na resolução de problemas matemáticos por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental	Universidade Federal de Sergipe- São Cristóvão.
2016	GALDINO	O conhecimento matemático de estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental sobre o conceito de multiplicação: um estudo com base na teoria histórico cultural	Universidade do Sul de Santa Catarina.
2016	PRIMO	O aprendizado da matemática no Ensino Fundamental: um estudo com uma turma do 2º ano	Universidade Estadual de Londrina.
2016	SILVA	Ideias/significados da multiplicação e divisão: o processo de aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental	Universidade Estadual da Paraíba-Campina Grande.

2016	TEIXEIRA	A introdução do raciocínio funcional no 5º ano do Ensino Fundamental: uma proposta de intervenção	Universidade Estadual de Santa Cruz- Ilhéus.
2017	ALTOÉ	Formulação de problemas do campo conceitual multiplicativo no ensino fundamental: uma prática inserida na metodologia de resolução de problemas	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, Vila Velha.
2017	NASCIMENTO	Problemas multiplicativos no 4º ano do Ensino Fundamental: ensino e estratégias de resolução	Universidade Luterana do Brasil, Canoas.
2018	OLIVEIRA	Proporcionalidade: um olhar sobre os esquemas de estudantes do Ensino Fundamental	Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Das 8 (oito) dissertações selecionadas em que os temas versam com a resolução de problemas e as estruturas multiplicativas, objetos de estudo desta investigação, percebe-se que a maioria das pesquisas se origina de Universidades Estaduais. Assim sendo, pode-se constatar, essa informação, no quadro abaixo.

Quadro 2 - Origem das Pesquisas

Universidades Estaduais	Instituto Federal de Educação	Universidade Federal de Sergipe	Universidades privadas
PRIMO (2016) SILVA (2016) TEIXEIRA (2016) OLIVEIRA (2018)	ALTOÉ (2017)	ARAÚJO (2015)	GALDINO (2016) NASCIMENTO (2017)

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Além disso, nota-se que as investigações realizadas nesse período de cinco anos (2015-2019), em sua maioria, foram realizadas na região do Nordeste no qual foram constatados 5 trabalhos, já na região Sul foram identificados 2 estudos e somente 1 investigação na região Sudeste. Vale destacar que o ano de 2016 obteve um maior número de publicações, o que não aconteceu nos anos subsequentes nos quais observamos uma diminuição nos estudos referentes aos temas investigados. No quadro a seguir podemos conferir os anos de publicação das pesquisas.

Tabela 1 - Anos de publicação das pesquisas

Ano	2015	2016	2017	2018	2019
Dissertações	1	4	2	1	0

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Continuando ainda a trilhar o caminho dessa revisão de literatura partimos para a leitura do resumo, da metodologia e das considerações finais a fim de percebermos o que as pesquisas nos mostram sobre a resolução de problemas multiplicativos e quais contribuições podemos encontrar para o aprimoramento do nosso estudo. A partir da análise dos trabalhos selecionados, percebe-se a reincidência de um grupo relevante de teóricos que são citados em várias pesquisas como referencial no trabalho com a resolução de problemas, formulação de problemas, Campo Conceitual e estruturas multiplicativas, dentre esses podemos destacar: Smole, Vergnaud, Pires, Magina, Onuchic, Dante, Allevato, Polya, Van de Walle, Boavida, Chica, Damore e Silver.

Mediante essa revisão, constatou-se que os espaços em que os pesquisadores realizaram seus estudos eram instituições públicas, em sua maioria. Somente a pesquisa de Araújo (2015) foi realizada em uma escola particular e, também, em uma escola de ensino público nas turmas de 5º ano. Destacamos que as pesquisas selecionadas para esta revisão se centram no aluno e desta forma, podemos classificá-las em dois grupos temáticos distintos relacionados a seguir:

- I. Dificuldades na resolução de situações multiplicativas- selecionamos os estudos que abordam o conhecimento e a dificuldade dos alunos na resolução de problemas com estruturas multiplicativas;
- II. Estratégias dos estudantes- destacamos as investigações que sinalizam as estratégias utilizadas pelos alunos ao resolverem os problemas com estruturas multiplicativas e o procedimento do professor diante dessas estratégias;

Apresentamos a seguir, no quadro 3, os trabalhos organizados de acordo com cada um dos critérios acima apresentados.

Quadro 3 - Categorização das pesquisas de acordo com os grupos temáticos

Grupos Temáticos	Trabalhos	Quantidade
DIFICULDADES NA RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES MULTIPLICATIVAS	ARAÚJO (2015), GALDINO (2016), SILVA (2016), TEIXEIRA (2016), ALTOÉ (2017).	5
ESTRATÉGIAS DOS ESTUDANTES	PRIMO (2016), NASCIMENTO (2017), OLIVEIRA (2018).	3

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

A partir da análise de organização do quadro acima, identificamos maior quantitativo dos estudos que retratam as dificuldades dos alunos na resolução de situações multiplicativas. Nesse grupo, foram encontradas 5 pesquisas, dentre elas: Araújo (2015), Galdino (2016), Silva (2016), Teixeira (2016) e Altoé (2017). Sobre a temática que apresenta as estratégias utilizadas pelos estudantes foram considerados 3 trabalhos a seguir: Primo (2016), Nascimento (2017) e Oliveira (2018).

No grupo I cuja temática é “Dificuldades na resolução de situações multiplicativas” encontram-se cinco estudos com abordagem qualitativa que apresentam as dificuldades dos alunos nas resoluções de problemas com estrutura multiplicativa. Araújo (2015) percebeu, com a análise de dados, que as crianças encontram dificuldade não só por não compreender os enunciados do problema, mas também por não saber qual operação utilizar. Ressaltou a relevância de um trabalho específico da professora com a interpretação dos textos dos problemas com os alunos o que culminou em menos dificuldade durante a resolução. Galdino (2016), em seus estudos, procurou compreender qual o pensamento adotado por esses estudantes para resolver os problemas solicitados pela professora. Percebeu que os estudantes, em sua maioria, utilizavam a soma sucessiva para resolver as situações multiplicativas porque não sabiam usar as operações de multiplicação. O estudo aponta que a variedade de estratégias contribui para os alunos se apropriarem das questões multiplicativas. Silva (2016) detectou que os estudantes apresentavam dificuldades com os problemas que envolviam a configuração retangular e combinatória. Notou-se também que a intervenção do professor durante o processo ensino aprendizagem foi norteada pela leitura, interpretação e oportunidades de refazer as situações para se chegar à solução. Após as intervenções chegou-se a conclusão de que os estudantes desenvolveram suas potencialidades com autonomia, criatividade, reflexão, interpretação e criação de diferentes estratégias. A pesquisadora percebe que a resolução de problemas é processual e contribui para o desenvolvimento, a

formação escolar e social do aluno. Teixeira (2016) baseou o seu estudo em uma intervenção de ensino pautada em situações multiplicativas e sequenciais, iônicas e numéricas. Percebeu-se a dificuldade dos alunos em trabalhar com a proporcionalidade, mas à medida que os testes eram realizados os estudantes iam ampliando seus conhecimentos acerca do campo multiplicativo. Altoé (2017) proporcionou atividades pautadas na formulação de problemas para o ensino de conceitos de multiplicação e de divisão nos anos iniciais do ensino fundamental. O pesquisador reafirma que a prática da formulação de problemas é quase inexistente na sala de aula, por isso os estudantes têm dificuldades com a elaboração de problemas. Acredita que essa estratégia precisa estar mais presente para o ensino e a aprendizagem das operações de multiplicação e divisão. Os pesquisadores dessa temática apontam como lacunas a importância de um estudo na organização do ensino da Matemática desde a Educação Infantil, salientando o trabalho do professor a partir dos erros dos alunos. Apontam a importância de verificar a introdução do pensamento algébrico e do raciocínio funcional, assim como auxiliar os estudantes na aprendizagem das operações aritméticas.

No grupo II com a temática as “Estratégias dos estudantes”, selecionamos três estudos: Primo (2016), Nascimento (2017), Oliveira (2018). Constatamos que o trabalho de Primo (2016) focalizou as atividades de ensino, a mediação pedagógica e os processos interativos na sala de aula de uma turma de 2º ano do Ensino Fundamental. Percebeu-se com esse estudo que os estudantes utilizavam desenhos representativos para conseguir resolver os problemas e que a pergunta “É de vezes ou de dividir?” era frequente durante as propostas com situações multiplicativas. Chegou-se à conclusão que é necessário repensar o ensino numa perspectiva que enfatize a promoção da aprendizagem do estudante. Nascimento (2017) em seu estudo percebeu que os problemas de proporcionalidade, comparação multiplicativa e de configuração retangular são mais trabalhados pelos professores e assim, os estudantes apresentam melhor desempenho e, além disso, as estratégias mais utilizadas por eles são a representação por desenhos e adição repetida. Com essa investigação concluiu-se que a multiplicação é considerada, pelos educadores, difícil de ser ensinada e que o erro é pouco utilizado para um novo procedimento de ensino. Oliveira (2018) buscou compreender em sua pesquisa quais os esquemas empregados pelos estudantes ao resolverem situações de proporção simples.

Os resultados dos estudos apontam que em todos os anos escolares a maioria dos alunos apresenta esquemas implícitos das operações matemáticas, a representação numérica é a que mais prevalece e a operação fundamental mais utilizada foi a estrutura multiplicativa. As lacunas apontadas por esses pesquisadores estão em perceber quais métodos alternativos

dos que já vem sendo usados poderiam ser mais eficazes para o ensino-aprendizagem das estruturas multiplicativas e do mesmo modo, compreender os esquemas adotados pelos estudantes sobre as estruturas multiplicativas, além da proporção simples.

A partir do desenvolvimento dessa revisão de literatura e as lacunas aqui apresentadas, pretende-se, com esse estudo, responder à seguinte questão norteadora: O que revelam as resoluções dos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental nas situações-problema do campo conceitual multiplicativo?

Assim sendo, essa pesquisa tem por objetivo investigar o desempenho e as estratégias utilizadas pelos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental na resolução de diferentes situações multiplicativas.

Logo após, destinamos o próximo capítulo ao aporte teórico no qual embasamos a nossa investigação.

2 APORTE TEÓRICO

Para darmos prosseguimento a esta pesquisa nos deparamos com a necessidade de apoiar-nos em uma teoria e, para tanto, neste capítulo, iremos discorrer sobre a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Vergnaud, porque acreditamos ser pertinente para fundamentar nossa pesquisa e, assim, investigar o desempenho dos estudantes do 4º ano do ensino fundamental na resolução de diferentes situações multiplicativas.

Dessa forma, organizamos o trabalho em tópicos que versam sobre: A Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud; e o Campo Conceitual Multiplicativo, baseado nos estudos de Magina, Santos e Merlini.

2.1 Um diálogo com a teoria dos campos conceituais: uma teoria cognitivista

Para compreendermos a Teoria dos Campos Conceituais partiremos de uma visão mais geral para depois discorrermos de tópicos mais específicos desta teoria.

A Teoria dos Campos Conceituais formulada por Gérard Vergnaud (1996) é uma teoria na qual agrega a Psicologia do Desenvolvimento Cognitivista, principalmente, com a Educação Matemática.

Sendo uma teoria cognitivista que sofreu influência da Epistemologia Genética (PIAGET, 1966), a Teoria dos Campos Conceituais- (TCC) “amplia e redireciona o foco piagetiano das operações lógicas gerais, das estruturas gerais do pensamento, para o estudo do funcionamento cognitivo do ‘sujeito-em-situação” (2003, p.7). Aliás, essa teoria, ampliando os estudos de Piaget, considerou como referência o próprio conteúdo do conhecimento e a análise dos conceitos de domínio específico da Matemática (VERGNAUD, 1994).

De acordo com Vergnaud (1996) a relevância dos estudos de Piaget evidencia as ideias de: adaptação, desequilíbrio e reequilíbrio que sugerem a necessidade do ensino conseguir se ajustar as estruturas mentais já estabelecidas, como fundamentais para a análise em estudos da Didática da Matemática. No entanto, acreditamos que o principal legado

deixado por Piaget foi o conceito de esquema¹ (VERGNAUD, 1996, p.206). Esse conceito como veremos nos próximos tópicos, desta pesquisa, é de suma importância para a teoria de Vergnaud.

Da mesma forma, Vergnaud ressalta que a Teoria dos Campos Conceituais recebeu influência, também, a partir dos estudos de Vygotsky. Percebemos isso, por exemplo, ao valor designado à linguagem, à interação social e a simbolização no progressivo domínio do conhecimento, pelos sujeitos, de um campo conceitual².

Em um outro conceito utilizado por Vergnaud, a Zona de Desenvolvimento Proximal³, ele ressalta que “para o pesquisador, a tarefa mais difícil é a de prover oportunidades aos alunos para que desenvolvam seus esquemas na zona de desenvolvimento proximal” (VERGNAUD, 1988, p.181). Nesse sentido, o autor ressalta a relevância da elaboração, pelo professor, de atividades significativas para os alunos, de acordo com a sua realidade, a fim de que eles desenvolvam seus esquemas na ‘zona de desenvolvimento proximal’.

A Teoria dos Campos Conceituais ainda que tenha se destacado na Educação Matemática e, principalmente nos estudos das estruturas aditivas e multiplicativas não é um estudo específico desta área da educação, mas abrange outras ciências como a Física, a Química e a Biologia, por exemplo, que têm interesse em estudar e aplicar essa tese em seus trabalhos.

Essa teoria fornece subsídios aos docentes a partir das ações dos alunos, ou seja, ela permite um diagnóstico da aprendizagem e das dificuldades que os sujeitos possam apresentar durante o processo de construção do conhecimento.

Vergnaud define a Teoria dos Campos Conceituais da seguinte forma:

A Teoria dos Campos Conceituais é uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e aprendizagem de competências complexas, notadamente das que se revelam das ciências e das técnicas (VERGNAUD, 1990, p.135).

Como percebemos na citação acima, essa teoria busca evidenciar alguns pontos de vista referentes ao desenvolvimento das competências complexas que provém das ciências e das técnicas. Para o pesquisador a Teoria dos Campos Conceituais é relevante para Didática,

¹ “Esquema é a organização invariante do comportamento para uma dada classe de situações” (VERGNAUD, 1990, p. 136)

² Podemos dizer que campo conceitual é um conjunto de problemas ou situações cuja análise e tratamento requerem vários conceitos, procedimentos e representações simbólicas em estreita conexão.

³ Essa teoria define a distância entre o nível de desenvolvimento real do indivíduo que é a capacidade de resolver um problema sem ajuda e o nível de desenvolvimento potencial determinado pela resolução de um problema sob a orientação de um adulto ou outro estudante. (OSTERMANN; CAVALCANTI, 2010).

mas esclarece que sua finalidade “[...] é fornecer um quadro que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos, nas crianças e nos adolescentes, entendendo como conhecimento, tanto o saber fazer como os saberes expressos”. (VERGNAUD, 1996, p. 155)

Assim, a TCC sendo uma teoria cognitivista disponibiliza informações que favorecem o trabalho com a linguagem, o raciocínio, a percepção e a memória, elementos que conduzem o desenvolvimento intelectual dos seres humanos.

O fato de não se identificar como uma teoria didática revela-se como um apoio teórico que auxilia os docentes na elaboração de uma metodologia que se preocupa em como a aprendizagem acontece em sala de aula e de que forma esses estudantes estão desenvolvendo a aprendizagem. Essa concepção de ensino-aprendizagem visa beneficiar a ampliação do conhecimento dos estudantes e contribui para que o professor perceba os processos pelos quais esses sujeitos alcançam o conhecimento relacionado a um determinado conceito matemático, possibilitando mais clareza ao que está sendo transmitido. Entendemos que este conceito apresentado por Vergnaud, proporciona a união entre o conhecimento, o professor e o estudante em um ciclo de informações, ideias e ações que compreendem o progressivo desenvolvimento do ensino e da aprendizagem. Trata-se de uma teoria que possibilita ao professor repensar suas práticas e reorganizar os conteúdos em sala de aula, de modo a privilegiar uma variedade de situações⁴ nas quais estejam relacionadas a um mesmo conceito e dessa forma favorecer o desenvolvimento da aprendizagem de seus alunos. Vergnaud (1996) reforça que esse quadro da Teoria dos Campos Conceituais tem a intenção de identificar por meio do conhecimento dos estudantes, as filiações e rupturas existentes. Ainda segundo o autor, quando desafiamos os estudantes com novas situações-problema, eles utilizam os conhecimentos já vivenciados anteriormente, mais simples e familiarizados por eles e tentam adequar o que já compreendem às novas propostas de ensino (VERGNAUD, 1988, p.141).

De acordo com esses princípios, a Teoria dos Campos Conceituais propicia aos professores examinar os procedimentos pelos quais os alunos alcançam o conhecimento, possibilitando que eles tenham maior compreensão sobre os elementos conceituais, as propriedades, as operacionalizações que estão sendo aplicadas e, assim, consigam propor situações que contribuam para o aprimoramento do conhecimento desses estudantes.

Segundo Vergnaud (1990, 1996), a Teoria dos Campos Conceituais constitui um conjunto de situações em que o domínio progressivo exige uma variedade de conceitos, de procedimentos e representações simbólicas distintas e em estreita conexão uns com os outros.

⁴ Para a Teoria dos Campos Conceituais o termo “situações” refere-se a “atividades”. Iremos usar esse termo para fazer referência às situações-problema.

Por isso, ao abordarmos um determinado conceito matemático devemos planejar essa situação inserida em um campo conceitual. Entendemos que por mais que uma situação-problema venha apresentar-se de maneira simples, certamente abrange vários conceitos nos quais são primordiais para a sua compreensão e para resolução de uma tarefa. Como já exposto anteriormente, a teoria “vergnaudiana” (MAGINA; SANTOS. MERLINI, 2014, p. 520) não tem a finalidade de ser um conceito didático, mas propõe um quadro teórico que permite compreender as filiações e rupturas entre os conhecimentos. O domínio de uma determinada situação matemática não reduz a uma única definição de conceitos, mas proporciona aos estudantes uma ruptura entre os conhecimentos já adquiridos e as novas percepções que estão sendo conquistadas no processo da aprendizagem (VERGNAUD, 2012).

Vergnaud defende “como premissa que o conhecimento está organizado em campos conceituais, cujo domínio, por parte dos sujeitos, ocorre ao longo de um largo período de tempo, através de experiência, maturidade e aprendizagem” (VERGNAUD, 1982, p.40). A partir dessas questões, espera-se que os alunos, por meio da resolução de problemas, consigam fazer comparação com seus conhecimentos prévios; caso isso não aconteça, entende-se que os estudantes tenham ficado com lacunas na aprendizagem, o que dificulta a construção de novos conhecimentos.

Sabemos que para a aprendizagem dos conceitos multiplicativos é importante que os estudantes desenvolvam a compreensão dos algoritmos, dos conceitos matemáticos presentes em cada situação, que tenham a capacidade de solucionar diversos tipos de problemas com diferentes ideias e significados que contribuirão para a compreensão do pensamento matemático. Essa colocação corrobora com Vergnaud quando o pesquisador diz que “um conceito não pode ser reduzido à sua definição, principalmente se nos interessarmos por sua aprendizagem e seu ensino. É através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança” (VERGNAUD, 1993, p.1).

Segundo Vergnaud (1993) é significativo o trabalho com a resolução de problemas para a aprendizagem de um conceito ou de um conjunto de conceitos, assim entendemos que a compreensão das situações-problema se dá com a sistematização de conceitos apreendidos a partir das experiências de estudos com uma variedade de situações de diversos modelos. Dessa forma, percebemos que a compreensão dos conceitos que envolvem as operações matemáticas não acontece apoiado em uma única situação, mas faz-se necessário o envolvimento com uma variedade de atividades distintas, uma vez que “os conceitos matemáticos traçam seus sentidos a partir de uma variedade de situações, e cada situação

normalmente não pode ser analisada com a ajuda de apenas um conceito” (MAGINA et al., 2008, p.8)

Um dos maiores desafios dos docentes de Matemática é o de elaborar situações-problema adequados à relação de conceitos, ou seja, oferecer problemas em que os estudantes tenham acesso a mais de um conceito na mesma situação e a partir daí, buscar subsídios para diagnosticar a aprendizagem e perceber as dificuldades dos estudantes durante o processo de aquisição de um determinado conceito.

Repensar as condições de aprendizagem conceitual é exatamente uma das propostas da Teoria dos Campos Conceituais afirmando que:

(...) a estrutura dos campos conceituais também é útil para auxiliar os professores a organizar situações didáticas e intervenções, que dependem tanto da epistemologia da matemática quanto de uma melhor compreensão do processo de conceitualização dos estudantes (VERGNAUD, 2009, p. 83, tradução nossa).

Caberá ao professor escolher quais situações o estudante poderá compreender, assimilar e acomodar um determinado conceito proveniente de seus saberes prévios.

Assim, a aprendizagem matemática é vista como um processo gradual e contínuo, vivenciado no decorrer do ensino básico, partindo de experiências e conhecimentos que os alunos já possuem. A partir disso, entendemos que a aprendizagem de um conceito acontece quando o estudante resolve variadas situações-problema por meio da experiência oportunizada ao longo dos anos, da maturação inerente ao desenvolvimento biológico e da aprendizagem motivada pela escola (VERGNAUD, 1996; SANTANA, 2012).

Em relação às experiências oportunizadas ao longo de anos, explicitada acima, essa faz alusão a uma perspectiva de desenvolvimento da aprendizagem cognitiva, ou seja, não é em pouco tempo que uma pessoa adquire uma competência nova ou compreende um novo conceito, mas sim, no decorrer de anos e de acordo com suas experiências mediante a uma diversidade de situações experimentadas tanto na escola quanto em outros espaços.

De acordo com Vergnaud (1982, p.40), o domínio de um campo conceitual, pelo aluno, demanda um “longo período de tempo, por meio da experiência, maturação e aprendizagem”. Entendemos que a compreensão de um determinado campo conceitual poderá ocorrer tanto dentro da escola quanto fora dela, de acordo com as experiências vivenciadas por cada criança em seu cotidiano. No que diz respeito à maturação, esse termo é usado por Vergnaud com o mesmo sentido empregado por Piaget que se refere ao desenvolvimento do sistema nervoso ou fisiológico. Quanto à experiência, entendemos que ocorre pela interação

da pessoa com o seu cotidiano e a aprendizagem tem por primazia, a responsabilidade da instituição escolar.

Se quisermos que os alunos dominem progressivamente essas situações não devemos evitar as suas dificuldades conceituais, pois elas só poderão ser sanadas na medida em que forem encontradas e enfrentadas, porém isso não acontecerá de uma só vez. (VERGNAUD, 1983).

Podemos dizer que na Teoria dos Campos Conceituais estão inseridos alguns princípios básicos e indispensáveis que fundamentam essa teoria vergnaudiana que são, além do próprio conceito de campo conceitual, o de situação, o conceito de esquema- herança dos estudos de Piaget, a sua concepção de conceito e os invariantes operatórios (teorema-em-ação ou conceito-em-ação).

Dando continuidade às explicações acerca da Teoria dos Campos Conceituais, buscando compreendê-la melhor, iremos dialogar nos tópicos seguintes com cada uma dessas concepções abordadas por Vergnaud. Consideremos, a seguir, o tópico que discorre sobre o campo conceitual.

2.2 Campo Conceitual: a interconexão entre os conceitos matemáticos

Vergnaud apresenta em seus estudos várias definições para o campo conceitual que se complementam e fortalecem o desenvolvimento dessa teoria. Em uma de suas definições ele aponta que o campo conceitual é:

[...] um conjunto de situações. Por exemplo, para o campo conceptual das estruturas aditivas, o conjunto das situações que exigem uma adição, uma subtração ou uma combinação destas duas operações e, para as estruturas multiplicativas, o conjunto das situações que exigem uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação destas duas operações. A primeira vantagem desta abordagem pelas situações é permitir gerar uma classificação que assenta na análise das tarefas cognitivas e dos procedimentos que podem ser postos em jogo em cada uma delas. O conceito de situação não tem, aqui, o sentido de situação didáctica, mas antes o sentido de tarefa; a ideia é que qualquer situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, cuja natureza e dificuldade próprias é importante conhecer. A dificuldade de uma tarefa não é, nem a soma, nem o produto das dificuldades diferentes subtarefa, mas é claro que o fracasso numa subtarefa implica o fracasso global (VERGNAUD, 1996, p. 167).

Assim posto, identificamos nessa transcrição a relevância dada por este estudioso a dois campos conceituais da matemática: o campo conceitual das estruturas aditivas e o campo

conceitual das estruturas multiplicativas que são essenciais para sustentar os demais conceitos dessa disciplina. O primeiro faz referência às situações que exigem uma adição, uma subtração ou a conexão entre essas duas operações para sua resolução, assim também ocorre com o campo conceitual das estruturas multiplicativas que nos orienta em sua resolução a buscar uma multiplicação, uma divisão ou a combinação dessas operações em uma mesma situação.

Temos como objeto de estudo de nossa pesquisa o campo conceitual das estruturas multiplicativas, sendo assim, iremos discorrer com mais detalhes nos tópicos posteriores.

Vergnaud (1982, p. 40) toma como premissa que o conhecimento está estabelecido em campos conceituais no qual a aprendizagem ocorrerá por certo período de tempo em função da experiência, da maturidade e da aprendizagem desses estudantes.

Em outro texto, Vergnaud (1983, p.127) aborda que o campo conceitual é “[...] um conjunto de problemas e situações para o tratamento necessário de conceitos, procedimentos e representações de diferentes tipos, mas que tem uma interconexão muito próxima”. Pensando no contexto da escola, podemos dizer que a situação matemática apresentada ao aluno deverá desencadear uma série de conceitos, esquemas mentais assim como estratégias e registros para a conclusão da situação. Perceber essa nuance é essencial para a prática dos professores na medida em que entendam como esses sujeitos elaboram suas hipóteses e constroem seus esquemas de pensamento, levando-os a reconstruir sua forma de ensinar. A partir das ações dos sujeitos mediante o seu pensamento, torna-se possível examinar os elementos cognitivos apreendidos por eles e aqueles que ainda precisam ser trabalhados para levá-los à compreensão desses conceitos. Essas contribuições externadas pelos alunos realizam-se a partir das variadas formas de linguagem como: língua materna, registros e representações compartilhadas e que, portanto, fazem parte do campo conceitual que está sendo estudado (VERGNAUD, 2009).

Resumindo, podemos dizer que um campo conceitual se refere a um conjunto de problemas ou situações em que a análise e tratamento necessitam de uma diversidade de conceitos, procedimentos e representações simbólicas em estreita conexão uns com os outros. Assim, como já dito anteriormente, uma situação mesmo sendo elaborada de forma simples, sem complexidade, não envolve apenas um conceito em seu tratamento, mas um campo conceitual.

2.3 Situações: um caminho ao campo conceitual

Reafirmamos que para Vergnaud (1996), o conceito de situação não faz referência à situação didática, mas sim, ao de tarefa, sendo que “qualquer situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas”, em que seja necessário conhecer sua natureza e suas próprias dificuldades. De acordo com o autor, o que proporciona a complexidade de uma situação são os próprios conceitos matemáticos que estão envolvidos nela, mas acredita que outros aspectos, como a linguística e a forma como é colocado o enunciado em determinadas situações, são fatores pertinentes a complexidade, contudo admite que a função desses fatores está subordinada ao próprio conceito matemático.

Santana (2012) esclarece que as situações são o ponto de entrada para um dado campo conceitual e são elas que dão sentido ao conceito e, esse, necessita de uma variedade de situações para tornar-se significativo.

É fundamental, então, oportunizar aos estudantes o contato permanente com uma variedade de situações que proporcionem condições de ampliar e desenvolver a aprendizagem. O crescimento cognitivo e a solução dada pelos alunos são funções das situações que irão aumentando gradativamente, conforme o estudante vai sendo provocado às novas aprendizagens.

Vergnaud (1990), em seus estudos, nos mostra duas ideias classificadas como essenciais para as situações: são as ideias de variedade e de história. Essas concepções significam que cada campo conceitual possui uma variedade de situações e o conhecimento dos aprendizes vai se ampliando na medida em que vão dominando e sendo influenciados por essas diferentes situações. Os sujeitos vinculam seu conhecimento através das situações que lhes são apresentadas e que progressivamente conseguem dominar.

Como já foi abordado nos parágrafos anteriores, são as situações as maiores responsáveis por atribuírem sentido aos conceitos, porém um conceito só se torna expressivo no decorrer do tempo e conforme esses alunos solucionam variados tipos de situações (VERGNAUD, 1994). Contudo o sentido não está somente nas situações, assim como nem só nas palavras e símbolos (VERGNAUD, 1990). Dessa forma, entendemos que são as situações que dão sentido ao conceito, tornando-se um caminho para o campo conceitual.

No que se refere à história, Vergnaud aponta que o conhecimento dos discentes é construído continuamente durante o contato desses com as situações (VERGNAUD, 1990). Assim, entendemos que essas são algumas das condições que levaram ao desdobramento dos

estudos em campos conceituais e não em situações ou conceitos isolados. Segundo Vergnaud (1994), outra razão para esse estudo é o fato de os estudantes compreenderem algumas classes de situações mais simples antes de compreenderem as mais complexas.

A ruptura de conhecimento de uma situação mais fácil para uma mais elaborada não ocorre rapidamente, mas requer um longo prazo, nesse processo de construção o aprendiz passa por:

[...] situações, palavras, algoritmos e esquemas, símbolos, diagramas e aprenderá ora por descoberta, ora por repetição, às vezes representando e simbolizando, às vezes diferenciando e às vezes por redução de diferentes coisas. Tudo isso porque o panorama da aquisição do conhecimento é muito complexo [...] (VERGNAUD, 1994, p.46, tradução nossa)

Em meio a esse quadro de construção do conhecimento se incluem as relações, as propriedades, registros e representações que são inerentes ao conceito a ser estabelecido, necessitando apoiar-se em diversas situações para que aconteça a aprendizagem em função de uma variedade de conceitos.

Como vimos nesse tópico é fundamental oferecer situações para que o estudante consiga desenvolver o conhecimento. E assim a ação didática, ou mais do que ação, para Vergnaud (2003a, p.38) a revolução didática consiste em propor situações que possibilitem o desenvolvimento de esquemas. Esse é um assunto que iremos abordar no próximo tópico.

2.4 Esquema: organização de ações e habilidades cognitivas

Segundo Vergnaud “esquema é a organização invariante da conduta para uma dada classe de situações” (VERGNAUD, 1990, p. 136). De acordo com essa citação, podemos dizer que esquema trata-se de uma organização realizada pelo estudante que tem por finalidade o processo da resolução de uma situação. Consideramos que os esquemas são compostos por ideias e princípios nos quais os estudantes acreditam ser pertinentes na concretização de suas ações.

A Teoria dos Campos Conceituais aponta uma diferenciação entre a classe de situações na qual o aluno tem em seu acervo, das competências necessárias para o seu tratamento. A disposição de ações desempenhadas pelos estudantes na resolução de suas atividades nos mostra que não existe um esquema único para uma dada situação, mas sim uma

variedade de esquemas que podem ser representados em uma única situação. O conceito de esquema é fundamental para a resolução das situações porque é através desses procedimentos que identificamos a aprendizagem presente na ação dos alunos, suas competências são expostas na busca de solução. Santana no diz que: “o esquema é a forma através da qual o estudante estrutura a resolução de sua atividade, ou seja, é a organização invariante que o estudante dá para uma classe de situações, buscando solucionar a tarefa colocada” (SANTANA, 2012, p. 39). Ressaltamos que através dos esquemas elaborados pelos próprios alunos, este vai estruturando o seu pensamento e as suas ações para conseguir resolver uma determinada situação proposta.

Considerando os estudos de Vergnaud (2009), o conceito de esquema foi uma contribuição significativa de Piaget. Ele ampliou a concepção de esquema quando propôs situações mais práticas e incorporou elementos que interferiram na conceitualização. Nas palavras de Vergnaud, “um esquema, para Piaget, é uma totalidade dinâmica que une os ingredientes da atividade funcional e pode tanto acomodar para novas situações como assimilá-las” (VERGNAUD, 1987, p. 231).

O conceito de esquema é fundamental para todos os registros durante as atividades: gestos, raciocínios científicos e técnicos, interações sociais e afetivas, diálogos e outras produções. Assim, um esquema é estruturado pelo pensamento que é a base para a objetivação do raciocínio, exteriorizada por uma estratégia de ação, registros e representação simbólica (VERGNAUD, 2009).

Vergnaud (1998) expõe uma visão de esquema atribuída por quatro elementos essenciais: metas e antecipações; regras de ação; invariantes operatórios (conceito-em-ação e teorema-em-ação); possibilidades de inferência. Destacamos que os componentes nos quais integram um esquema nos auxiliam no entendimento da atuação das crianças diante de uma situação. As metas e antecipações nos mostram qual o propósito do esquema e é parte fundamental no desenvolvimento da proposta. As regras de ação são os fatores que levam não somente às ações, mas proporcionam a busca de informações e as escolhas necessárias para o desdobramento das situações. Os elementos cognitivos fundamentais relacionados aos esquemas são os invariantes operatórios, designados como conceitos em ação, estes concedem ao aluno a seleção dos objetos, das propriedades e as relações que contribuirão na execução do problema e na busca dos teoremas em ação para a prática das operações sugeridas; as possibilidades de inferência possibilitam a percepção do raciocínio aplicado pela criança que a faz pensar nas regras e antecipações com base nas informações e nos invariantes operatórios que dispõe em seu repertório.

Sendo a TCC, uma teoria cognitivista, admite o conceito de esquema como um dos seus principais conceitos e, isso ocorre por sua capacidade de articular o comportamento e vários aspectos da representação. Nessa perspectiva, Vergnaud nos mostra que:

O conceito de esquema é essencial para qualquer teoria cognitivista, porque ele articula, dentro dele mesmo, ambos, o comportamento e os aspectos representacionais: regras de ação e invariantes operatórios. Os esquemas estão no âmago da cognição e no âmago do processo de assimilação-acomodação (VERGNAUD, 1997, p. 27, tradução nossa)

Considerando as palavras de Vergnaud, ressaltamos que o conceito de esquema é fundamental durante a resolução das situações porque é no esquema dos alunos que identificamos sua aprendizagem mediante as competências que são expostas em cada solução encontrada. Santana defende em seus argumentos que “as competências dos estudantes, na resolução de situação-problema, aparecem quando são feitas escolhas corretas” (SANTANA, 2012, p. 45). Assim, acreditamos que as escolhas corretas são mobilizadas quando os estudantes utilizam os invariantes operatórios adequados para realizar uma situação. No entanto, essa escolha não assegura a efetivação do esquema. A resolução adequada está atrelada a habilidade de cada um. Julgamos que essa habilidade se relaciona em saber usar os invariantes operatórios escolhidos de forma que apontem a solução adequada do problema solicitado (SANTANA, 2012). Sendo assim, o esquema está ligado à organização do pensamento, diante de escolhas significativas e tem por objetivo a solução de um dado problema.

Segundo os estudos de Magina et al. (2008, p.13) o esquema mostra como o indivíduo organiza os invariantes de ação ao ajustar com um conjunto de situações, podendo ser designado como: “local, ser organizador dos invariantes necessários em uma dada situação e para atuar naquela situação de maneira implícita”.

Os invariantes são as organizações mentais para se chegar a um resultado e, não a atividade. A atividade é flexível e depende da seleção intencional do professor para trabalhar determinados conceitos com seus alunos.

Para Vergnaud (1997), os algoritmos são esquemas compostos por objetivos, expectativas, regras, invariantes operatórios e possibilidades de inferência. Contudo, eles não são apenas funcionais, mas também efetivos. Quando se examina as ligações entre os algoritmos e as características da situação-problema que se quer resolver, percebemos certa credibilidade no conhecimento do estudante e, esses esquemas podem surgir de forma explícita ou implícita. Corroboramos a esses dados as palavras de Vergnaud:

O conhecimento dos estudantes pode ser explícito, no sentido de que eles podem expressá-lo de forma simbólica (língua natural, esquemas e diagramas, sentenças formais etc.). Seu conhecimento pode ser implícito, no sentido de que eles podem usá-lo na ação, escolhendo as operações adequadas, sem serem capazes de expressar as razões para esta adequação (VERGNAUD, 1988a, p. 141, tradução nossa).

Somos capazes de reconhecer a forma explícita, expressa de forma simbólica por meio da linguagem, pelo uso de diagramas, dentre outras maneiras. Porém, a forma implícita denota dificuldade para ser identificada, pois está contida na ação e na relação de pensamento estabelecidas pelo estudante. O conhecimento implícito aborda a escolha da operação correta, pois não é possível descobrir, porque o estudante teve determinada escolha para solucionar o problema, em algumas situações ele não consegue explicitar o porquê de realizar a tarefa daquela maneira.

2.5 Conceito: a tríade da construção do conhecimento

Conforme a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) o conceito pode ser definido por uma tríade de conjuntos: S, I, R no qual

S é um conjunto de situações que tornam o conceito significativo; I é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) que podem ser reconhecidos e usados pelo sujeito para analisar e dominar essas situações; R é um conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para pontuar e representar esses invariantes e, portanto, representar as situações e os procedimentos para lidar com eles. (MAGINA et al., 2008, p.7).

De acordo com Vergnaud (1983, 1988, 1994, 1998) sobre a definição de conceito: o conjunto de situações é o referente, os invariantes operatórios referem-se aos significados e as representações simbólicas dizem respeito aos significantes do conceito. Logo, podemos representar conceito dessa maneira:

Figura 1 - Fórmula

$$C = S + I + R$$

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Segundo Vergnaud (1996) um conceito não pode ser resumido a sua definição, principalmente quando o nosso interesse é pelo processo ensino-aprendizagem. Dessa forma,

um conceito só tem sentido quando está envolvido em uma situação-problema para ser resolvido. Para que ocorra a apropriação de um determinado conceito matemático, é necessário que a criança tenha acesso a diversas situações em que esses conceitos precisam estar inseridos. Assim, uma situação-problema requer mais de um conceito, em sua estrutura, para ser assimilado e, é a variedade de situações que irá dar sentido ao conceito. Essas ideias confirmam as de Vergnaud quando explicita que: “um conceito não assume a sua significação numa única classe de situações e, uma situação não se analisa com o auxílio de um único conceito” (VERGNAUD, 1996, p.190).

Vergnaud (1996, p.166) aponta que, em uma perspectiva psicológica e didática, conceito pode ser definido como “[...] um conjunto de invariantes utilizáveis na ação”. Já Santana (2010, p.31) reconhece conceito “[...] como a formulação de uma ideia através das palavras e do pensamento”. Como esses autores, entendemos que conceito remete as ideias formuladas no pensamento que certamente ajudarão na elaboração das ações, para a solução de diversas situações-problema.

2.6 As estruturas multiplicativas

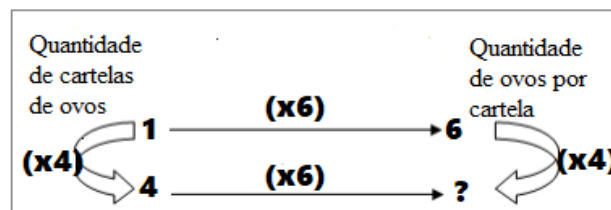
Consideramos que as estruturas multiplicativas são compostas dos seguintes conceitos: funções linear e não-linear, espaço vetorial, análise dimensional, fração, razão, proporção, número racional, multiplicação e a divisão. O campo conceitual multiplicativo engloba uma multiplicação, uma divisão ou a combinação entre elas (VERGNAUD, 1983, 2009). Vergnaud (1991) aponta duas classes de situações multiplicativas, que são: o isomorfismo de medidas e o produto de medidas. O referido autor nos mostra que a “distinção dessas diferentes classes e sua análise devem ser cuidadosamente abordadas a fim de ajudar a criança a reconhecer a estrutura dos problemas e a encontrar o procedimento que levará a sua solução” (VERGNAUD, 2009, p. 265).

O isomorfismo de medidas - apresenta uma relação quaternária em que são consideradas quatro quantidades, em uma relação dupla com características diferentes que são diretamente proporcionais. Pertencem a essa classe problemas básicos da vida cotidiana e algorítmica, objetos do mundo real, preço constante, velocidade, dentre outras situações.

Vergnaud (2009, p.72) assegura que “as relações quaternárias colocam frequentemente em jogo dois conjuntos de referência e não apenas um” - são as grandezas- “e as correspondências entre eles”.

Ex.1-Comprei 4 cartelas de ovos. Tinham 6 ovos em cada cartela. Quantos ovos eu comprei?

Figura 2 – Estratégia de Resolução

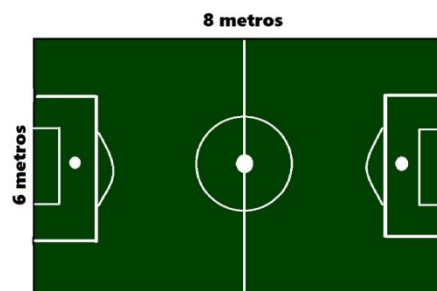


Fonte: Elaboração da autora, 2021.

O Produto de Medidas- consiste em uma relação ternária entre três quantidades, das quais uma é produto das outras duas ao mesmo tempo no plano numérico e dimensional. No problema são apresentadas duas quantidades e busca-se a terceira. Esse grupo faz referência às situações que requerem raciocínio combinatório em que os elementos de um grupo são relacionados aos elementos do outro grupo.

Ex. 2-Um campo de futebol tem 8m de comprimento e 6m de largura. Qual é a medida da área desse campo de futebol?

Figura 3 - Ilustração do campo de futebol

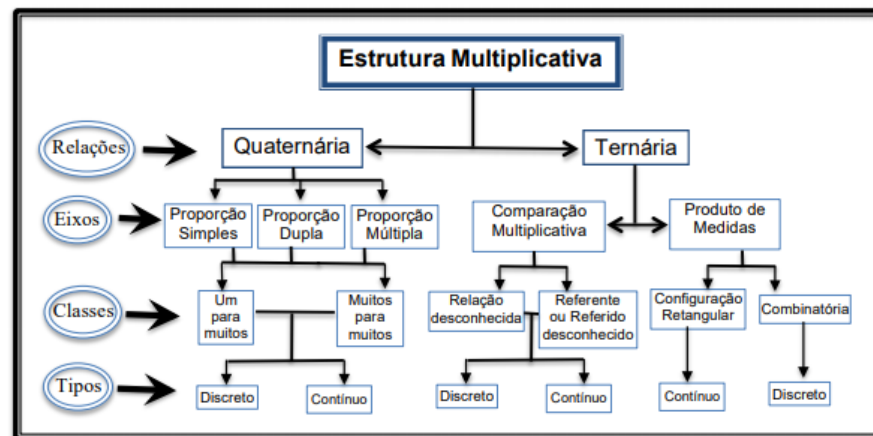


Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Vergnaud (2014) compreende que o Produto de Medida é a segunda grande forma de relação multiplicativa e destaca que a noção de produto cartesiano de conjunto explica a estrutura do Produto de Medidas. Tanto a medida da área, quanto a ideia combinatória estão inseridas nessa classificação. Dessa maneira, o autor avalia que a tabela cartesiana é a forma mais natural de representar essa relação.

Os autores Magina, Merlini e Santos (2012), a partir das ideias de Vergnaud (1990, 1991, 1994), relacionadas ao campo conceitual multiplicativo, fizeram uma releitura sobre as estruturas multiplicativas, construindo um esquema com a intenção de sintetizar as principais ideias desse campo. Iremos eleger, para esse trabalho, o esquema sugerido por esses autores Magina, Merlini e Santos (2016). O quadro a seguir mostra o esquema das estruturas multiplicativas.

Quadro 4 - Esquema de classificação do campo multiplicativo



Fonte: Magina, Santos, Merlini, 2012, ajustado em 2016.

Nesse quadro podemos ver que as situações do campo conceitual multiplicativo foram classificadas em duas relações: as relações quaternárias e as relações ternárias.

As relações quaternárias como podemos observar, é composta por três eixos: Proporção Simples, Proporção Dupla, Proporção Múltipla. Esses eixos apresentam duas classes de correspondências: um para muitos e muitos para muitos, as quais podem trabalhar com dois tipos de quantidades: discretas e contínuas.

O tipo discreto decorre do resultado de uma contagem e representa um número natural, um valor inteiro; já o tipo contínuo, poderá ser dividido várias vezes, considerando qualquer valor. Os números racionais fazem parte desse tipo e precisam do auxílio de algum instrumento de medida.

O eixo proporção simples apresenta uma relação proporcional entre duas grandezas, nas quais são incluídas quatro quantidades com duas medidas, sendo uma quantidade de uma natureza e as outras de outra natureza. (MAGINA, SANTOS, MERLINI, 2014)

Ex. 3-João quer comprar carrinhos para a sua coleção. Ele sabe que em cada saquinho há 5 carrinhos. Ele vai comprar 4 saquinhos. Quantos carrinhos João irá comprar para a sua

coleção? Essa proposta apresenta duas grandezas de diferentes naturezas: a quantidade de saquinhos e a quantidade de carrinhos, classe um para muitos.

Ex. 4-Sabendo que 3 motocicletas têm 6 rodas, quantas rodas têm 5 motocicletas? São duas grandezas distintas: quantidade de motocicletas e quantidade de rodas, classe muitos para muitos.

Em nossa investigação, não abordaremos as proporções dupla e múltipla, pois esses eixos não fazem parte do nosso trabalho.

Seguimos com as relações ternárias nas quais apresentam dois eixos: comparação multiplicativa e produto de medidas.

A comparação multiplicativa são as situações que compreendem a comparação entre duas quantidades de natureza equivalente. Abaixo, seguem alguns exemplos:

Relação desconhecida- nessa situação o referente e o referido são anunciados, porém a relação é desconhecida.

Ex. 5-Carla comprou um livro por R\$ 35,00 e uma lapiseira por R\$ 5,00. Quantas vezes o livro foi mais caro que a lapiseira?

Referente desconhecido ou referido desconhecido- nesse caso pode-se omitir o referente ou referido, mas a relação é apresentada.

Ex. 6-Um livro custa 7 vezes mais do que uma lapiseira. Sabendo que a lapiseira custa R\$ 5,00, qual é o valor do livro?

Ex. 7-Um livro custa 7 vezes mais do que uma lapiseira. Sabendo que o valor do livro é R\$ 35,00, quanto custa a lapiseira?

O produto de medidas é o eixo constituído por duas classes: configuração retangular e combinatória. Configuração retangular- nesse caso, as quantidades representam medidas de forma retangular organizadas na horizontal e na vertical.

Ex. 8-Qual é a medida em área de uma piscina retangular, sabendo que ela tem 7 metros de largura e 15 metros de comprimento?

Combinatória- essa classe refere-se à ideia do produto cartesiano considerando dois grupos independentes, sem ligação entre si.

Ex. 9-Em uma turma de 3º ano havia 8 meninas e 8 meninos. Para a festa junina da escola, cada menino quer dançar com cada uma das meninas e elas também querem dançar com cada um dos meninos. Quantos pares diferentes poderão ser formados?

3 PERCURSO METODOLÓGICO

Este capítulo dedica-se ao percurso do nosso estudo, sendo assim, apresentaremos as ideias que conduziram a investigação e a metodologia utilizada na pesquisa. Iremos retratar a contextualização do campo investigativo, as formas de acesso a este campo, os sujeitos participantes, a caracterização da pesquisa e a análise de dados. Assim, queremos esclarecer ao leitor onde ocorreu; como ocorreu e quem foram os participantes desse trabalho.

3.1 Contextualização do campo investigativo

A pesquisa realizou-se em uma instituição privada de ensino, situada no bairro de Icaraí, município de Niterói, na região metropolitana do estado do Rio de Janeiro.

Buscando melhor compreensão do leitor em relação ao local da pesquisa, mostraremos abaixo alguns aspectos pertinentes da instituição onde ocorreu essa pesquisa. Essa descrição foi uma abreviação do Projeto Político Pedagógico (PPP) da escola.

A Instituição de ensino em que ocorreu o trabalho investigativo atende aos alunos da Creche, Educação Infantil (Grupo I, Grupo II e Grupo III), Ensino Fundamental I (1º ao 5º ano), Turmas de bilíngue, Ensino Fundamental II (6º ao 9º ano) e Ensino Médio (1ª, 2ª e 3ª séries e Pré-Vestibular). O horário de funcionamento ocorre: turno da manhã: 7 h 20 min às 12h 50 min; turno da tarde: 13 h às 17 h 30 min e horário integral: 7 h 30 min às 17 h 30 min.

A prática pedagógica escolar fundamenta-se em um processo de construção do conhecimento do indivíduo, norteados por pensadores como Jean Piaget, Emília Ferreiro, Paulo Freire, Vygotsky e outros (PPP, p.3). Apoiados nesses teóricos e partindo do pressuposto de que o estudante é um ser pensante, crítico, formador de opiniões e capaz de exercer a sua cidadania, a escola adotou sua metodologia com aulas inovadoras favorecendo a autonomia e tornando o ensino mais significativo para o estudante.

O projeto escolar se apoia em três pilares básicos: “conhecimento, valores e cultura” (PPP, p.4). O conhecimento se fundamenta em perceber, experimentar, compreender, relacionar, analisar e transformar que são competências básicas nos quais todos necessitam para aprender os conhecimentos acumulados pela humanidade. Os valores estão relacionados ao respeito, solidariedade, disciplina, honestidade, identidade e generosidade que são alguns

dos princípios exercitados nas atividades cotidianas de forma transversal. E a cultura engloba as formas de expressão, costumes e artes dos diferentes grupos humanos. Todos esses pilares são trabalhados na perspectiva da interação entre o aluno, o meio físico e o social.

A ação pedagógica da escola baseia-se no diálogo produtivo entre as diferentes disciplinas rompendo com a fragmentação do saber e no trabalho com o coletivo em que os alunos são motivados a levantar questionamentos e a ouvir, de maneira respeitosa, a opinião do outro. Assim, esses estudantes percebem seus direitos e deveres em contribuição a um trabalho cooperativo.

O objetivo geral desta unidade escolar é de proporcionar aos educandos condições para a sua autorrealização e o desenvolvimento de suas potencialidades, favorecendo a autonomia, a ação crítica e participativa, ou seja, uma educação transformadora. As Pesquisas de Campo e as Aulas Passeio (PPP, p.6) são práticas fundamentais da instituição que favorecem o desenvolvimento do conhecimento, da cultura e trabalha os valores para além dos muros da escola.

O corpo docente desta escola é formado por uma equipe que em sua maioria possui Pós-Graduação, Mestrado e Doutorado e participa de cursos, muitas vezes, promovidos pela própria instituição. Esses cursos, debates e encontros entre professores ocorrem uma ou duas vezes por ano.

A escola dispõe de uma coordenação de matemática que proporciona encontros semanais com seus professores para orientação no trabalho em sala de aula. Nessas reuniões discute-se o desenvolvimento do grupo com as atividades matemáticas e quais estratégias podemos utilizar para o desenvolvimento efetivo da aprendizagem. O encontro com as famílias, para orientação do trabalho, acontece sempre que há uma necessidade específica em cada turma.

3.2 Formas de acesso ao campo da investigação

A opção pelo desenvolvimento desta pesquisa, nesta escola privada foi pragmática. Ela ocorreu pelo fato desta instituição se constituir o local de trabalho da pesquisadora, o que favoreceu a acessibilidade e o avanço no desenvolvimento da investigação de maneira conveniente. Essa conveniência deu-se pela proximidade da pesquisadora com os gestores da escola, com os professores, alunos e seus responsáveis. Desse modo, entendemos que esta

aproximação viabilizou a evolução da atividade de pesquisa, sendo assim, gestores e professores desta instituição prontamente aceitaram que o trabalho fosse realizado e proporcionaram o que foi necessário para o seu desenvolvimento com as turmas determinadas.

Inicialmente realizou-se um contato com a direção da instituição em que foi apresentada uma carta de solicitação de pesquisa, em que se expôs o objetivo do estudo, a forma de coleta de dados e a importância da investigação no processo de ensino e aprendizagem. Durante o desenvolvimento desta atividade, os professores, os estudantes e seus respectivos responsáveis também receberam os termos de autorização da pesquisa. Esses termos éticos de autorização seguem em anexo no final deste trabalho.

3.3 Participantes da pesquisa

Os discentes que fazem parte desta unidade particular de ensino, em sua maioria, são pertencentes à classe média alta e, normalmente, são frequentadores de livrarias, cinemas e teatros. Uma parte deles é bolsista, filhos de professores ou funcionários de diversos setores e outros bolsistas são selecionados a critério da direção. Alguns estudantes convivem na escola desde a Educação Infantil, este fato proporciona a estes estudantes melhor integração a filosofia desta instituição e favorece o desenvolvimento de todo processo de ensino-aprendizagem da matemática que é desenvolvido nesta escola.

A presente pesquisa aconteceu em duas etapas, na mesma instituição de ensino particular.

A 1ª etapa deste trabalho ocorreu em 2020, em uma turma do 3º ano, com um grupo de 25 estudantes no turno da tarde. Após o consentimento dos pais, coletamos os cadernos de 15 estudantes porque foram estes os alunos que deixaram o material na secretaria da escola ou entregaram diretamente à pesquisadora. Inicialmente, pretendíamos realizar a investigação somente com os dados de resolução de problemas multiplicativos encontrados nestes cadernos, porém como estávamos em meio à pandemia do novo coronavírus e os alunos estavam em isolamento social, participando das aulas on-line, percebemos que a maioria das crianças não realizou as atividades de situações-problema nos cadernos e, assim não teríamos dados suficientes para esta investigação. Por isso, o caderno serviu para fazer o levantamento das situações multiplicativas elaboradas pela professora e que foram trabalhadas com os

estudantes no 3º ano. A partir daí, criamos um protocolo⁵ com as situações multiplicativas mais recorrentes e inéditas, apresentadas nos parágrafos seguintes, no quadro 5 desta pesquisa, para serem resolvidas pelos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental. O quadro 5 mostra os problemas de Proporção Simples (PS) com as situações: PS1, PS2, PS3, PS4, PS5, PS6 e PS7; Comparação Multiplicativa (CM), situações: CM1, CM2, CM3 e CM4; Configuração Retangular (CR), situações: CR1 e CR2; Combinatória (C), situações: C1 e C2.

As situações recorrentes foram as seguintes: PS1, PS2, PS3, PS4, PS7, CM1, CR1, C1, C2) e as inéditas: (PS5, PS6, CM2, CM3, CM4, CR2). Chamamos de 2ª etapa a aplicação desse protocolo com os estudantes do 4º ano, o qual descrevemos a seguir.

A 2ª etapa desta pesquisa, ocorrida em 2021, envolveu 24 alunos do 4º ano, os quais resolveram em sala de aula as situações multiplicativas propostas em nosso protocolo de investigação. Somente três estudantes que participavam das aulas no ensino híbrido,⁶ responderam às questões em casa.

Estas turmas de 3º e 4º anos do Ensino Fundamental foram escolhidas pela disponibilidade de seus professores e estudantes em cooperar com essa pesquisa e pelo acesso da professora-pesquisadora ao grupo do 3º ano, em 2020 e a possibilidade de acompanhá-los no 4º ano para a finalização deste estudo.

O grupo do 4º ano em 2021 era composto por 35 alunos compreendendo os turnos da manhã e da tarde. A turma da manhã era constituída por 9 meninas e 13 meninos, 1 aluno on-line. A classe da tarde, era formada por 10 meninos que participavam da aula presencial e 2 meninas que optaram pelas aulas on-line.

A partir da possibilidade da pesquisadora manter contato tanto com os alunos do turno da manhã quanto com o grupo da tarde e eles terem a mesma professora regente nos dois turnos, optamos por aplicar o protocolo investigativo com as 15 situações do campo conceitual multiplicativo em ambos os turnos para obtermos um maior quantitativo de dados. Dessa forma, conseguimos a participação de 27 alunos que realizaram o protocolo com as situações-problema.

⁵ No corpo da pesquisa utilizamos o termo “protocolo diagnóstico”, porém nas atividades dadas aos estudantes usamos “instrumento diagnóstico”, conforme apêndice representativo no final da dissertação.

⁶ É uma estratégia de ensino que combina recursos digitais com o ensino presencial.

3.4 Caracterização da pesquisa

O estudo que estamos propondo é de abordagem qualitativa, pois compreendemos que a pesquisa qualitativa reúne todas as características importantes para aprofundar a análise das relações e dos significados desta investigação. Trata-se de um processo que envolve a relação e a interação entre o pesquisador e os pesquisados, além de fornecer informações para a compreensão dos problemas da educação e o papel da escola e suas relações com a sociedade. Flick (2009, p. 9) expressa a ideia de que os pesquisadores utilizam a abordagem qualitativa na intenção de conhecer “experiências, interações e documentos em seu contexto natural”. Nas pesquisas qualitativas os conceitos são formulados e aprimorados no decorrer da investigação.

3.5 Os mecanismos de produção de dados

Mediante o levantamento de dados, através dos cadernos dos alunos do 3º ano com as situações-problema mais recorrentes e menos recorrentes, decidimos elaborar um protocolo diagnóstico com 15 situações para ser aplicado, em 3 dias distintos, com 5 situações a cada dia, aos alunos do 4º ano, em 2021.

Desta forma, buscamos responder a seguinte questão norteadora: O que revelam as resoluções dos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental nas situações-problema do campo conceitual multiplicativo?

Partindo desse pressuposto, traçamos os seguintes objetivos.

Objetivo Geral

- Investigar o desempenho e as estratégias utilizadas pelos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental na resolução de diferentes situações multiplicativas;

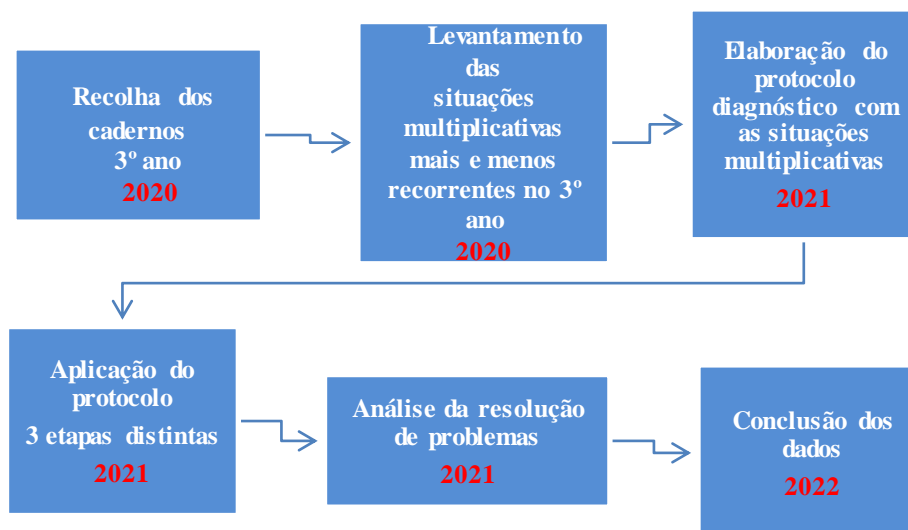
Objetivos Específicos

- Identificar as situações que os alunos do 4º ano conseguiram melhor desempenho e as que resolveram de modo inadequado;
- Verificar as diferentes soluções encontradas pelos discentes do 4º ano do Ensino Fundamental na resolução das situações-problema com estrutura multiplicativa.

Apresentaremos, a seguir, as etapas da pesquisa, possibilitando melhor compreensão da nossa investigação.

A imagem abaixo revela o encaminhamento deste estudo desde o seu início até a sua finalização. A elaboração desse organograma baseou-se em Santana (2012).

Figura 4 - Etapas da pesquisa



Fonte: Elaboração da autora, 2021.

3.6 Protocolo diagnóstico com as situações multiplicativas

O protocolo diagnóstico com as situações-problema do campo conceitual multiplicativo foi construído com a intenção de elaborar uma situação recorrente de cada atividade multiplicativa, compondo com as ideias que não foram trabalhadas com as crianças do 3º ano, em 2020, para ver como esses alunos já no 4º ano, em 2021, as resolveriam.

Reafirmamos que o nosso objetivo é investigar o desempenho e as estratégias utilizadas pelos estudantes do 4º ano do Ensino fundamental na resolução de diferentes situações multiplicativas.

Visando a classificação proposta para a análise, abordamos 15 situações-problema de estruturas multiplicativas, dentre essas, destacamos na relação Quaternária: 7 situações de Proporção Simples (PS1, PS2, PS3, PS4, PS5, PS6 e PS7). Na relação Ternária: 4 situações de Comparação Multiplicativa (CM1, CM2, CM3 e CM4) e 4 situações de Produto de Medidas: Configuração Retangular (CR1, CR2) e Combinatória (C1, C2).

No que se refere à classe das situações-problema propostas para a categorização, 5 situações de proporção são da classe um para muitos (PS1, PS2, PS3, PS4 e PS7) e 2 situações da classe muitos para muitos (PS5 e PS6); 2 situações de comparação multiplicativa apresentam referente desconhecido (CM1 e CM4) e 2 situações abrangem a relação desconhecida (CM2 e CM3); 2 situações de configuração retangular (CR1 e CR2) e 2 situações de combinatória (C1 e C2).

Destacamos que o nosso protocolo diagnóstico além de constituir o campo conceitual multiplicativo, engloba também o campo aditivo com as situações PS4, CR1 e C1. Dessa forma, diferencia-se dos estudos de Magina (2016) e Santana (2019) em que os protocolos só compreenderam o campo multiplicativo.

Apresentamos a seguir, no quadro abaixo, as quinze situações-problema do protocolo diagnóstico aplicadas aos alunos do 4º ano do Ensino Fundamental.

Quadro 5 - Protocolo diagnóstico com as situações multiplicativas

Esquema	Situação-problema	Classificação dos problemas
Sacos – Balas 18 60?	PS1.Catarina e Juliana estão preparando saquinhos de balas com a mesma quantidade para distribuir entre as crianças de um orfanato.Em cada saquinho elas colocaram8 balas. Elas já organizaram60 saquinhos. Quantas balas já foram ensacadas por Catarina e Juliana?	Proporção Simples Um para muitos Valor crescente
Jarra – Maçã 1 4 8 ? 12 ?	PS2.D. Maria comprou maçãs para fazer suco para a cantina. Para preparar uma jarra de suco ela usa 4 maçãs. Quantas maçãs ela usará para preparar 8 jarras de suco? E 12 jarras de suco?	Proporção Simples Um para muitos Valor crescente
Embalagem – Suco 1 6 ? 72	PS3.Na cantina da escola podemos comprar suco de caixinha em embalagens com 6 unidades. Semana passada D. Maria vendeu 72 caixinhas de suco. Quantas embalagens de suco ela vendeu?	Proporção Simples Um para muitos- quotição Valor decrescente
Caixa- Mangas 1 6 8 ? Sobraram-4 Recolheu ?	PS4.Seu José recolheu mangas do pátio da escola. Ele organizou 8 caixas com 6 mangas e ainda sobraram 4. Quantas mangas seu José recolheu no pátio da escola?	Proporção Simples Muitos para muitos
Volts - Pontos 3 5 15 ?	PS5. Na olimpíada da escola, a cada 3 volts no Pátio da Frente o aluno marca 5 pontos. Moises deu 15 volts no pátio. Quantos pontos ele marcou?	Proporção Simples Muitos para muitos
Cx. leite -Valor 9 45 reais 6 ?	PS6.Daniel comprou 9 caixas de leite e pagou R\$45,00. Se ele comprasse apenas 6 caixas quanto pagaria?	Proporção Simples Muitos para muitos
Amigas - Pulseiras	PS7. Juliana distribuirá 84 pulseiras para 7 amigas	Proporção Simples

7 1	84 ?	da sala de aula. Quantas pulseiras cada amiga receberá?	Partição	
Carrinhos - Triplo 52	?	CM1. Frederico tem uma coleção com 52 carrinhos. Daniel tem o triplo de carrinhos. Quantos carrinhos Daniel tem em sua coleção?	Comparação Multiplicativa Triplo	
Carrinho - Bola 72 reais	8 reais Relação-vezes mais	CM2. Na loja de brinquedos, um carrinho custa R\$72,00 e uma bola R\$8,00. Quantas vezes o carrinho é mais caro do que a bola?	Comparação Multiplicativa Relação desconhecida	
Tênis - Blusa 270 reais	? Relação: 6 vezes menos	CM3. Comprei um tênis por R\$270,00 e gostei de uma blusa que custava 6 vezes menos do que o tênis. Qual era o valor da blusa?	Comparação Multiplicativa Relação desconhecida	
Livro- Estojos 50 reais	? Relação: 5 vezes mais	CM4. Um livro custa 5 vezes mais do que um estojos pequeno. O livro custa R\$50,00. Quanto custa o estojos?	Comparação Multiplicativa Referente desconhecido	
Fileiras - Mesas 5	4 On-line Presencial 2	?	CR1. A sala do 4º ano está organizada com 5 fileiras com 4 mesas em cada uma delas. Quantas mesas há na sala? Sabendo que a sala é composta de uma mesa para cada estudante e duas alunas assistem aula on-line, quantos estudantes estão em aula presencial?	Configuração Retangular Discreto
Largura- 9 Comprimento- 26 Área/Espaço?		CR2. A quadra da escola tem 9 metros de largura e 26 metros de comprimento, quantos metros de grama sintética foram comprados para revestir o piso desse espaço?	Configuração Retangular Contínuo	
Mesas – Cadeiras 4 5 7 3 5	6 2 4 2 4 Pessoas sentadas?	C1. Na quadra da escola há 3 tipos de mesas arrumadas para festa da seguinte forma: 4 mesas com 6 cadeiras; 5 mesas com 2 cadeiras; 7 mesas com 4 cadeiras. Se somente 3 mesas com 2 cadeiras e 5 mesas com 4 cadeiras estiverem desocupadas, quantas pessoas estarão sentadas?	Combinatória Discreto	
Frutas - 2 Combinações- 4 Sucos diferentes?		C2. D. Elisa fez suco de frutas para os seus 8 netos. Ela usou pêssego, uva, mamão, morango e misturou cada fruta com leite ou água. Quantos sucos diferentes D. Elisa conseguiu fazer?	Combinatória Discreto	

Fonte: Elaboração da autora, 2021

No próximo capítulo trataremos da análise das resoluções dos estudantes nas situações-problema do protocolo diagnóstico.

4 ANÁLISE DAS SITUAÇÕES MULTIPLICATIVAS

Neste capítulo, a partir dos dados coletados, apresentaremos as resoluções das situações-problema consideradas adequadas, inadequadas ou não realizadas. Nas resoluções inadequadas contemplaremos duas vertentes: as resoluções inadequadas com raciocínio coerente e as resoluções inadequadas com raciocínio incoerente.

Nesse sentido, resgatamos uma característica fundamental deste trabalho em que grande parte dos alunos participantes deste estudo é integrante assíduo da instituição privada na qual ocorreu esta pesquisa, desde a Educação Infantil.

A análise organiza-se, no primeiro momento, de forma quantitativa baseando-se nos resultados das situações com maior número de resoluções adequadas e o quantitativo das resoluções inadequadas com raciocínio coerente ou incoerente.

Logo em seguida, no segundo momento, partiremos para análise do aspecto qualitativo com as estratégias mais utilizadas pelas crianças e que proporcionaram o resultado adequado ou o equívoco durante a sua realização.

4.1 Relação Quaternária

Nessa pesquisa trataremos das situações quaternárias de proporção simples que são as mais adequadas ao nível de escolaridade desenvolvido neste estudo. Por isso, não investigamos com esses participantes a proporção dupla e a proporção múltipla. Em seus estudos Gitirana et al (2014) aborda que as proporções dupla e múltipla são propostas para estudantes de níveis de escolaridade mais avançados.

4.1.1 Proporção Simples

Entendemos por proporção simples o encadeamento proporcional entre quatro medidas, combinadas duas a duas, ou seja, cada grandeza engloba duas medidas, sendo duas

quantidades de uma natureza e as outras duas de outra natureza (Magina; Santos; Merlini, 2014).

Na classe um-para-muitos, as situações-problema indicam dentre as quatro grandezas uma com grandeza correspondente a um, logo, equivalem à relação proporcional unitária. A classe muitos-para-muitos caracteriza-se por grandezas maiores do que um e necessita da identificação da taxa proporcional entre as quatro quantidades, que também pode ser chamada de quarta proporcional indicando os problemas que requerem em sua resolução a realização das operações de multiplicação e divisão. Segundo Gitirana et al (2014) essas situações são consideradas mais difíceis quando comparadas às proporções simples, pois sua resolução com o algoritmo da multiplicação e da divisão não abrange todos os problemas dessa classe.

Reafirmamos que em nossa análise usaremos quatro categorias para identificar as resoluções das crianças: 1) as resoluções adequadas referem-se às situações realizadas com êxito; 2) as resoluções com resultados inadequados (raciocínio coerente) abrangem as situações em que os alunos conseguiram realizar o raciocínio correto do problema, porém não alcançaram o resultado; 3) as resoluções com resultados inadequados (raciocínio incoerente) envolvem as situações com raciocínio e resultados incorretos e por último, 4) as resoluções não realizadas pelos alunos.

No quadro abaixo apresentamos o quantitativo com as situações de Proporção Simples na ordem decrescente de acertos.

Quadro 6 - Ordem decrescente de acertos - Proporção Simples

PROPORÇÃO SIMPLES	RESOLUÇÕES ADEQUADAS	RESOLUÇÕES COM RESULTADOS INADEQUADOS		NÃO REALIZADAS
		Raciocínio coerente	Raciocínio incoerente	
PS7	24	2	0	1
PS2	21	5	0	1
PS1	19	3	4	1
PS5	18	2	5	2
PS6	17	1	8	1
PS4	16	7	3	1
PS3	15	2	9	1

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Seguem as situações-problema.

Quadro 7 - Situações de Proporção Simples

PROPORÇÃO SIMPLES
PS1 Catarina e Juliana estão preparando saquinhos de balas com a mesma quantidade para distribuir entre as crianças de um orfanato. Em cada saquinho elas colocaram 8 balas. Elas já organizaram 60 saquinhos. Quantas balas já foram ensacadas por Catarina e Juliana?
PS2 D. Maria comprou maçãs para fazer suco para a cantina. Para preparar uma jarra de suco ela usa 4 maçãs. Quantas maçãs ela usará para preparar 8 jarras de suco? E 12 jarras de suco?
PS3 Na cantina da escola podemos comprar suco de caixinha em embalagens com 6 unidades. Semana passada D. Maria vendeu 72 caixinhas de suco. Quantas embalagens de suco ela vendeu?
PS4 Seu José recolheu mangas do pátio da escola. Ele organizou 8 caixas com 6 mangas e ainda sobraram 4. Quantas mangas seu José recolheu no pátio da escola?
PS5 Na olimpíada da escola, a cada 3 voltas no Pátio da Frente o aluno marca 5 pontos. Moisés deu 15 voltas no pátio. Quantos pontos ele marcou?
PS6 Daniel comprou 9 caixas de leite e pagou R\$45,00. Se ele comprasse apenas 6 caixas quanto pagaria?
PS7 Juliana distribuirá 84 pulseiras para 7 amigas da sala de aula. Quantas pulseiras cada amiga receberá?

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

No quadro 7, percebemos que a situação PS7 foi a que teve o maior número de acertos pelos participantes mesmo que esse problema não tenha sido muito trabalhado pelos alunos do 3º ano. Consideramos que o número alto de resoluções adequadas, tenha ocorrido pela dica linguística “distribuirá 84 pulseiras” descrita no enunciado da questão. De acordo com Gitirana et al (2014, p. 60) essa situação é protótipo, porque “a divisão está articulada ao significado de distribuir, partilhar”. Dessa forma, concluímos que por esses dois aspectos, essa situação-problema tenha conseguido atingir o maior número de acertos.

As situações PS1, PS2 e PS4 foram as mais recorrentes no 3º ano. A PS1 e a PS2 envolvem a classe um para muitos e a quantidade discreta. Na situação PS1, os estudantes necessitariam multiplicar 60×8 , aqui a dificuldade pode ser atribuída à magnitude do número 60. Neste caso a pergunta exige saber o número de balas, pois a quantidade de saquinhos já está sendo informada.

Já na situação-problema PS2, a multiplicação envolve 8×4 e 12×4 e isso pode ter influenciado o segundo maior número de acertos, pois o enunciado da questão apresentava uma relação direta com a multiplicação. Verificamos que nas resoluções os estudantes construíram a tabuada para certificar-se da resposta e, acreditamos que essa estratégia pode ter facilitado a resolução proporcionando maior número de acertos.

A situação-problema PS4 compreende uma multiplicação e uma soma final, uma vez que é solicitado ao aluno encontrar o número de mangas recolhidas no pátio da escola. Mas,

não basta a criança multiplicar 6×8 , ela terá que adicionar ao produto dessa operação as 4 mangas que sobraram para chegar ao resultado final da questão.

Verificamos ainda no quadro das situações de proporção simples que houve um número significativo de resoluções com resultados inadequados e raciocínio incoerente nas situações-problema PS3, PS6 e PS5. Já inverteu, nas situações PS4 e PS2 com um número relevante de situações com resultados inadequados e raciocínio coerente.

Identificamos que a situação PS3 além de obter o menor número de acertos, teve o maior quantitativo de resoluções inadequadas com raciocínio incoerente.

Nos parágrafos seguintes faremos a análise da seguinte forma: primeiro iremos analisar a resolução das situações PS7, PS2, PS1 que atingiram o maior número de acertos e, em seguida, a resolução das situações PS4 e PS2 que atingiram quantitativo maior nos resultados inadequados com raciocínio coerente, logo após a resolução das situações PS3, PS6 e PS5 que alcançaram o maior quantitativo com resultados inadequados e raciocínio incoerente.

4.1.1.1 Situações com maior número de acertos

Levando em consideração as situações-problema com maior número de acertos, iremos analisar as situações: PS7, PS2 e PS1. Vejamos as resoluções utilizadas pela maioria dos estudantes na questão PS7. Escolhemos os exemplos abaixo para ilustrar as resoluções adequadas dos estudantes. Destacamos que a maioria dos 27 estudantes resolveu através do algoritmo da divisão sem apresentar outra forma, apoiando-se na construção da tabuada para certificar-se da resposta.

Segundo Vergnaud (1996, p.16) “os algoritmos são esquemas, porque os algoritmos matemáticos são a forma de organização de atividades, mas a maior parte dos nossos esquemas não são algoritmos”.

Situação PS7

Juliana distribuirá 84 pulseiras para 7 amigas da sua sala de aula. Quantas pulseiras cada amiga receberá?
--

Nessa situação que envolve a ideia de proporcionalidade temos uma divisão por partição, haveria uma distribuição de 84 pulseiras entre 7 amigas, questionando-se quantas pulseiras cada uma receberia. A criança teria que realizar uma divisão de $84:7$ para encontrar

o resultado de 12 pulseiras para cada amiga. Analisando as resoluções dos alunos na situação PS7 percebemos que na categorização das resoluções adequadas, 22 estudantes usaram com precisão a operação de divisão e 2 realizaram a representação com palitinhos para fazer a distribuição de 84 por 7, contudo alcançaram o resultado esperado. Os 2 alunos que tiveram raciocínio coerente, fizeram a divisão mas não conseguiram chegar ao resultado esperado para essa atividade.

Vejamos algumas resoluções adequadas.

Figura 5 - Resolução de Amora

Resolução

$$\begin{array}{r} 84 \overline{) 84} \\ \underline{-7} \\ 14 \\ \underline{-14} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 7 \times 1 = 7 \\ 7 \times 2 = 14 \\ 7 \times 3 = 21 \\ 7 \times 4 = 28 \\ 7 \times 5 = 35 \\ 7 \times 6 = 42 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 7 \times 8 = 56 \\ 7 \times 9 = 63 \\ 7 \times 10 = 70 \end{array}$$

R: 12 Pulseiras.

Como você chegou a essa solução?

1- Fiz a divisão de 84 : 7.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Na situação- problema PS7, a estudante Amora fez o cálculo usando a divisão de 84 por 7 e construiu a tabuada de multiplicação do 7 ao lado. Além disso, Amora fez alguns desenhos, que não conseguimos identificar o que de fato ela pensou ao colocar algumas bolinhas com o vinte acima de uma delas.

Apresentamos abaixo, outro exemplo em que a aluna Bila mostra duas possibilidades de resolução.

Figura 6 - Resolução de Bila

Resolução

$$\begin{array}{r} 84 \overline{) 84} \\ \underline{-7} \\ 14 \\ \underline{-14} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 7 \times 1 = 7 \\ 7 \times 2 = 14 \\ 7 \times 3 = 21 \\ 7 \times 4 = 28 \\ 7 \times 5 = 35 \\ 7 \times 6 = 42 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 7 \times 8 = 56 \\ 7 \times 9 = 63 \\ 7 \times 10 = 70 \end{array}$$

R: Cada amiga recebeu 12 pulseiras.

Como você chegou a essa solução?

Eu fiz 12 + 12 7 vezes que dá 84 e aí eu fiz 84 : 7.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

A resolução da estudante Bila mostra que ela fez a soma sucessiva de 12 por 7 vezes, como ela explicita na resposta da questão “Como você chegou a essa solução?”. Em seguida, fez a divisão de 84 por 7, chegando ao resultado 12. Interpretamos que ela construiu a tabuada

do 7 e somou o 12 sete vezes para confirmar o resultado. Acrescentamos que no protocolo a aluna utilizou o marcador de texto para grifar as partes mais importantes do enunciado para ela.

Outro exemplo em que podemos identificar uma resolução adequada, para essa mesma situação, foi a do estudante Gael, vejamos abaixo.

Figura 7 - Resolução do Gael

Resolução

R: 12 pulseiras

Como você chegou a essa solução?

Eu fiz 7 quadradinhos e fui contando

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Esse aluno usou a estratégia de distribuição, aplicou a contagem de 84 palitinhos, total de pulseiras, divididos em 7 partes iguais, chegando assim ao resultado adequado da situação. Gael escreveu “Eu fiz 7 quadradinhos e fui contando”. Entendemos que essa forma de resolver a situação foi adequada porque a quantidade 84 ainda permite a distribuição de um a um. No entanto, essa estratégia não será mais eficaz quando a questão direcionar a uma quantidade maior de elementos, sendo assim, o aluno terá que encontrar outra maneira para solucionar a situação porque esse esquema de contagem de um a um torna-se uma ferramenta inadequada quando a situação expõe números maiores.

Apresentamos a seguir, um exemplo de uma resolução com resultado inadequado, porém com raciocínio coerente.

Figura 8 - Resolução de Paulo André

Resolução

R: cada amiga receberá 11 pulseiras

Como você chegou a essa solução?

Eu dividi 84 por 7

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Paulo André apresentou em sua resolução um raciocínio coerente, porém não conseguiu chegar com êxito ao resultado. Esse estudante retratou um raciocínio adequado pelo fato de apresentar o algoritmo da divisão. No entanto, não soube como resolver essa operação matemática. Ele fez a multiplicação 1×7 , diminuiu da dezena 8, baixou a unidade 4 e encontrou o número 14, mas não continuou a operação. Cogitamos a possibilidade dele ter deduzido que o resultado fosse 14, desconsiderando que o valor do resto (14) poderia continuar sendo dividido por 7. Ele não percebeu que o resultado dessa situação seria o do quociente e não o do resto da divisão e, isso denota que esse aluno não se apropriou do algoritmo da divisão.

Situação PS2

D. Maria comprou maçãs para fazer suco para a cantina. Para preparar uma jarra de suco ela usa 4 maçãs. Quantas maçãs ela usará para preparar 8 jarras de suco? E 12 jarras de suco?

Esse problema era recorrente na sala de aula investigada. É uma situação-problema em que o aluno pode associar diretamente às questões do enunciado com os fatores da multiplicação. Como as crianças do 4º ano, em sua maioria, já formalizaram alguns conceitos da multiplicação, é comum resolverem o problema adequadamente.

Mostraremos a seguir, dois exemplos de resoluções adequadas. A primeira resolução é da estudante Alina e logo após, a resolução do aluno Jogabi.

Figura 9 - Resolução de Alina

The image shows a student's handwritten work. On the left, under the heading 'Resolução', there are three multiplication problems: $8 \times 4 = 32$, $12 \times 4 = 48$, and $12 \times 7 = 84$. Each problem is accompanied by a small table of multiplication facts: $8 \times 3 = 24$, $8 \times 4 = 32$; $12 \times 3 = 36$, $12 \times 4 = 48$; and $12 \times 1 = 12$, $12 \times 2 = 24$. Below these calculations, the student has written: 'R: 32 maçãs para preparar 8 jarras de suco' and '120 maçãs para preparar 10 jarras de suco'. At the bottom, there is a question 'Como você chegou a essa solução?' followed by the handwritten answer: 'Fiz uma conta de vezes para cada uma das perguntas da situação-problema.'

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

A estudante Alina resolveu a situação utilizando o algoritmo da multiplicação e anotando ao lado a tabuada para certificar-se dos resultados. Percebemos que ela confirmou o seu raciocínio quando escreveu que fez uma conta de “vezes” para cada uma das perguntas da situação-problema.

Analisemos a resolução de Jogabi.

Figura 10 - Resolução de Jogabi

Resolução

$12 + 12 + 12 + 12 = 48$

$8 \times 4 = 32$

$8 \times 8 = 64$

$8 \times 4 = 32$

$8 \times 4 = 32$

$8 \times 4 = 32$

$8 \times 4 = 32$

$8 \times 4 = 32$

$8 \times 4 = 32$

$8 \times 4 = 32$

R: Daria 32 maçãs para 8 pessoas.

Como você chegou a essa solução? $4 \times 8 = 32$ $12 \times 4 = 48$

2 maçãs para 4 pessoas e 12 maçãs para 12 pessoas.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

O aluno Jogabi utilizou o algoritmo da multiplicação com o auxílio da tabuada, como também trouxe desenhos de palitos, de maçãs e de jarra. Fez adição de parcelas iguais e ainda usou a operação de divisão para confirmar o seus cálculos. Em sua resposta “Como você chegou a essa solução?”, o aluno escreveu que multiplicou, ou seja, parte do princípio de que se ele somente colocasse a multiplicação das partes daria conta de resolver a situação, mas ele explorou outras maneiras. Essa possibilidade de mais de uma forma de resolução foi solicitada pela pesquisadora antes da entrega do protocolo diagnóstico.

Situação PS1

Catarina e Juliana estão preparando saquinhos de balas com a mesma quantidade para distribuir entre as crianças de um orfanato. Em cada saquinho elas colocaram 8 balas. Elas já organizaram 60 saquinhos. Quantas balas já foram ensacadas por Catarina e Juliana?

A situação acima também era recorrente na atividades dessa turma. Envolve a classe um para muitos e o tipo discreto. Nessa situação procura saber o total de balas pois a quantidade de saquinhos já estava sinalizada no enunciado. Dessa forma, os estudantes poderiam multiplicar 60×8 e alcançar o resultado. Vejamos abaixo, dois exemplos de situações adequadas e um exemplo de situação com resolução inadequada.

Figura 11 - Resolução de Peri

Resolução

60 120 180 240 300 360 420 480

$8 \times 60 = 480$

$60 \times 8 = 480$

$60 + 60 + 60 + 60 + 60 + 60 + 60 + 60 = 480$

C D U

4	6	0
x	8	

	8	0
4	8	0

R: Já foram colocadas 480 balas.

Como você chegou a essa solução?

Contando e multiplicando.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Esse estudante usou a multiplicação, a soma sucessiva e representou a multiplicação no quadro de valor lugar. Alcançou a resposta correta da situação-problema. Em sua resposta “Como você chegou a essa solução?” o aluno foi sucinto em sua explicação: “contando e multiplicando”.

Figura 12 - Resolução de Luan

Resolução

$1^{\circ} = 8^{\circ} \rightarrow 60^{\circ} = 480^{\circ}$

2	-12
3	-18
4	-24
5	-30
6	-36
7	-42
8	-48

R: 480 balas

Como você chegou a essa solução?

Se em uma saca é igual a 8 balascas em 60 sacas é igual a 480 balas.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Esse aluno multiplicou corretamente, construiu a tabuada e elaborou um esquema no qual apontou seu cálculo: Se $1(s) = 8(b)$; $60(s) = 480(b)$ conforme explicitação em “Como você chegou a essa solução?”.

Vejamos abaixo a resolução equivocada de Selena.

Figura 13 - Resolução de Selena

Resolução

$56 \div 8 = 7$

0	7
1	8
2	16
3	24
4	32
5	40
6	48
7	56

R: Catarina e Juliana ensacaram

Como você chegou a essa solução? Faltava 4 balas

É só fazer uma conta de dividir e não dá muito trabalho mas eu não sei fazer conta porque sou muito preguiçosa.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Essa aluna usou equivocadamente a divisão para realizar a situação pedida, porém acertou a conta de dividir. Ela afirmou no tópico “Como você chegou a essa solução?” que não fez outra conta porque daria muito trabalho.

4.1.1.2 Situações com maior resultado inadequado com raciocínio coerente

Nesse tópico analisaremos as resoluções que obtiveram um número significativo dentro da categoria: resoluções com resultados inadequados e raciocínio coerente. Dentre essas resoluções verificamos um quantitativo maior nas situações PS4 na resolução de 7 alunos e na situação PS2 na resolução de 5 crianças.

Nos parágrafos seguintes, iremos exemplificar cada uma dessas categorias com as resoluções da seguinte forma: situação PS4 e PS2.

Vejamos a situação PS4.

Seu José recolheu mangas no pátio da escola. Ele organizou 8 caixas com 6 mangas e ainda sobraram 4. Quantas mangas seu José recolheu no pátio da escola?

Essa situação de proporção simples, tipo discreto exigia uma multiplicação 8×6 e uma adição das 4 mangas que sobraram e que foram recolhidas no pátio. Era um problema recorrente no 3º ano, mas mesmo assim, não atingiu um número significativo de acertos. Acreditamos que a sobra de 4 mangas, após a distribuição em 8 caixas, pode ter dificultado a compreensão dos estudantes que não perceberam que deveriam acrescentar essa quantidade ao resultado final da multiplicação 8×6 .

Tivemos 16 resoluções adequadas, mais 7 estudantes que usaram adequadamente a operação de multiplicação, como também, representaram com desenhos 8 caixas com 6 mangas. Portanto, 23 estudantes resolveram com o raciocínio adequado.

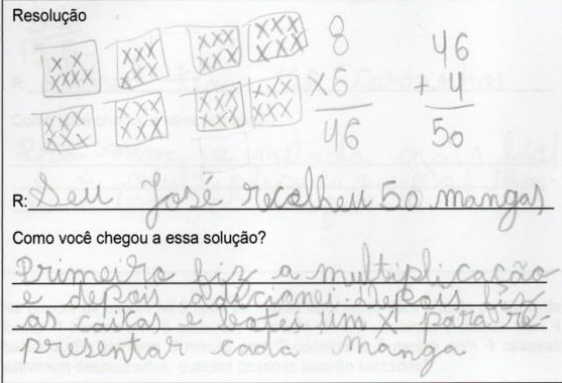
Dentre os 7 alunos que apresentaram raciocínio coerente na primeira parte da situação, só 2 multiplicaram e não contabilizaram as 4 mangas que sobraram. Outros 3, multiplicaram 8×6 , diminuindo do resultado 4 mangas. Somente dois usaram dados equivocados para multiplicar. A dificuldade dos 7 estudantes pode estar atribuída ao enunciado da situação ao mencionar a expressão “e ainda sobraram 4 mangas”. Podemos dizer que o problema da forma como foi redigido provoca dupla interpretação no sentido de que se sobraram 4 mangas, estas podem ser subtraídas da quantidade total. Inferimos que alguns estudantes fizeram dessa maneira porque “sobraram”, geralmente está relacionado a subtração. Nesse caso, as 4 mangas referem-se àquelas que não couberam nas 6 caixas mas que precisariam ser contabilizadas porque a situação-problema exigia saber “Quantas mangas seu José recolheu no pátio da escola?”.

Segue então, um exemplo de estratégia de resolução da situação PS4 com resultado inadequado e raciocínio coerente.

Observemos a resolução da estudante Cátia.

Figura 14 - Resolução de Cátia

Resolução



R: Seu José recolheu 50 mangas.

Como você chegou a essa solução?

Primeiro fiz a multiplicação e depois adicionei. Depois fiz as caixas e botei um x para representar cada manga.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

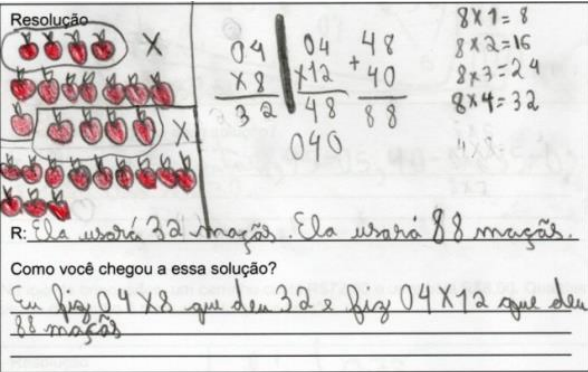
Essa aluna mostrou um raciocínio coerente, pois utilizou adequadamente a multiplicação e a adição para resolver a questão, mas equivocou-se no resultado da operação de multiplicação 8×6 que daria 48 e não 46. Assim, Cátia não alcançou corretamente o resultado final. Percebemos que a estudante respondeu adequadamente como chegou a resolução do problema utilizando a operação correta. Sua inadequação foi em relação ao cálculo.

Voltemos a situação PS2 com uma resolução com resultado inadequado e raciocínio coerente:

D. Maria comprou maçãs para fazer suco para a cantina. Para preparar uma jarra de suco ela usa 4 maçãs. Quantas maçãs ela usará para preparar 8 jarras de suco? E 12 jarras de suco?

Figura 15 - Resolução de Bila

Resolução



R: Ela usará 32 maçãs. Ela usará 88 maçãs.

Como você chegou a essa solução?

Eu fiz 04×8 que deu 32 e fiz 04×12 que deu 88 maçãs.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Essa criança expôs um raciocínio coerente quando usou a operação de multiplicação, mas equivocou-se nos cálculos. Vejamos que ela escreveu que multiplicou 4×8 e 4×12 apresentando um raciocínio correto, no entanto não conseguiu alcançar o resultado da situação-problema. Bila desenhou 4 maçãs, colocando o símbolo da multiplicação e o desenho de 8 maçãs. Continuou desenhando 4 maçãs, colocou o símbolo da multiplicação e logo após, desenhou mais 12 maçãs. Isso significa que ela representou com desenho a operação de multiplicação realizada ao lado direito.

Em relação ao algoritmo da multiplicação demonstra que já realiza com êxito, nos cálculos de 4×8 e 4×12 . Ao armar o 12×4 , colocou o 4 no multiplicando e 12 no multiplicador, invertendo as ordens.

Ela fez os cálculos corretos, porém se enganou quando realizou a adição de $48 + 40$ chegando ao resultado 88. Não havia dados na situação-problema que solicitasse essa adição. Em relação a ter adicionado 40 às 48 maçãs, inferimos que possa ter ocorrido porque ela constrói ao lado a tabuada de multiplicação por 8 e parou na operação 8×4 que é 32, conforme ela mesmo colocou em sua resolução. A próxima multiplicação seria 8×5 que é 40. Talvez, tenha sido por isso, não podemos afirmar, uma vez que não entrevistamos as crianças.

A resolução da situação é inadequada com raciocínio coerente porque a criança escolheu a multiplicação cujo raciocínio estava correto, porém cometeu equívoco na finalização do problema.

4.1.1.3 Situações com maior resultado inadequado com raciocínio incoerente

Nesse tópico abrangeremos as situações PS3, PS6 e PS5 que obtiveram um resultado significativo de resultados inadequados com raciocínio incoerente. Nessas situações identificamos um quantitativo maior na situação PS3 resolução de 9 crianças, na situação PS6 na representação de 8 estudantes e na situação PS5 nas estratégias de 5 alunos.

A situação PS3 apontou um número relevante de resoluções com resultados inadequados em que os estudantes usaram o algoritmo da multiplicação.

Vejamos a situação PS3.

Na cantina da escola podemos comprar suco de caixinha em embalagens com 6 unidades. Semana passada D.Maria vendeu 72 caixinhas de suco. Quantas embalagens de suco ela vendeu?

Esse é um problema caracterizado como situação de quotição em que se divide 72 caixinhas de suco pela cota 6 caixinhas de suco. Isso significa dividir duas quantidades da mesma natureza. O baixo número de acertos nesse tipo de situação pode ter ocorrido porque a escola geralmente dá ênfase na divisão por partição e, compromete “os alunos identificarem o significado da divisão como cota” (GITIRANA et al, 2014, p. 62). As autoras ainda apontam que “o uso da razão já não é mais tão simples, pois ela terá que ser identificada pelos estudantes sem o valor da unidade” (GITIRANA et al, 2014, p. 62).

Nessa situação, 9 estudantes usaram equivocadamente o algoritmo da multiplicação 72×6 e não alcançaram o resultado esperado, ou seja, resolveram a situação com raciocínio incoerente.

Daremos, a seguir, um exemplo de resolução da aluna Lia.

Figura 16 - Resolução de Lia

Resolução

$\begin{array}{r} 72 \\ \times 6 \\ \hline 432 \end{array}$	$\begin{array}{r} 72 \\ + 72 \\ \hline 144 \\ + 144 \\ \hline 288 \end{array}$	$\begin{array}{r} 72 \\ + 144 \\ \hline 216 \\ + 216 \\ \hline 432 \end{array}$	$\begin{array}{l} 1 \times 72 = 72 \\ 2 \times 72 = 144 \\ 3 \times 72 = 216 \\ 4 \times 72 = 288 \\ 5 \times 72 = 360 \\ 6 \times 72 = 432 \end{array}$
---	--	---	--

R: Ela recebe 432 embalagens de suco.

Como você chegou a essa solução?

Usando o algoritmo da multiplicação e somando a soma.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

A aluna Lia usou a multiplicação 72 por 6 chegando ao resultado correto de 432 , isso significa que ela se apropriou do algoritmo da multiplicação. Mas, esse não é raciocínio para resolver a situação PS3. Em seguida, ela calculou $72+72$, chegando ao resultado 144 e, ao somar $144+144$ alcançou equivocadamente o resultado 188 ao invés de 288 . Assim, continuou somando, porém na adição que fez o resultado seria 332 e não 432 . Acreditamos que como já havia realizado a multiplicação 72 por 6 e alcançado o produto 432 , ela colocou esse resultado na adição e encerrou o raciocínio.

Ainda nessa situação-problema notamos que quinze crianças, mais de $55,5\%$ resolveram com o algoritmo da divisão $72:6$. Essas crianças perceberam que a resolução dessa situação envolvia uma divisão. Também utilizaram desenho, soma sucessiva, subtração sucessiva, cálculo mental e alcançaram o resultado adequado da questão.

Vejamos a seguir as resoluções dos estudantes: Benício; Peri; Fernando; Piter e Gael.

Figura 17 - Resolução de Benício

Resolução

R: Ele vendeu 12 embalagens de suco

Como você chegou a essa solução?
Eu dividi 72 por 6 e depois eu fiz 12 embalagens e coloquei 6 caixinhas em cada uma

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

O aluno Benício fez a operação de divisão 72 por 6 e usou a forma pictórica pra distribuir 72 em 12 partes iguais. Ele usou primeiro o algoritmo da divisão, como explicita na sua resposta “Eu dividi 72 por 6” e depois usou o desenho porque foi solicitado mais de uma estratégia de resolução.

Examinemos a resolução de Peri.

Figura 18 - Resolução de Peri

Resolução

$$6 + 6 = 12 + 6 = 18 + 6 = 24 + 6 = 30 + 6 = 36 + 6 = 42 + 6 = 48 + 6 = 54 + 6 = 60 + 6 = 66 + 6 = 72$$

$$6 \times 12 = 72 / 12 \times 6 = 72$$

R: 12 Maria vendeu 12 embalagens

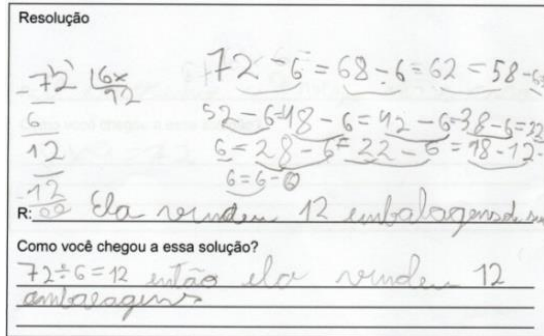
Como você chegou a essa solução?
Multiplicando e somando

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Esse aluno utilizou outra forma para resolver a situação PS3, aplicou a soma sucessiva, foi adicionando de 6 em 6 até chegar ao resultado 72. Notemos que ele foi marcando 1, 2, 3 para demarcar cada pacote, não se perdendo no número total de pacotes. Ao contar 12 ele atribuiu às 12 embalagens com 6 caixinhas de suco.

Agora, vejamos a resolução de Fernando.

Figura 19 - Resolução de Fernando



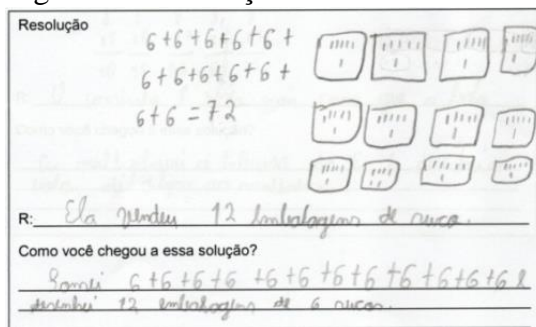
Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Esse estudante colocou o total de caixinhas de suco que era 72, foi diminuindo até encontrar quantas vezes tiraria o 6 de 72, chegando ao resultado 12 vezes que corresponderia a quantidade de embalagens de suco vendida na cantina. Percebemos que ele marcou cada subtração, referente a cada pacote, para indicar as 12 embalagens. Parece que realizou a divisão (72 por 6) primeiramente pelo fato de ter registrado por escrito a forma de resolver a divisão.

Fernando fez subtrações sucessivas, como Gitirana et al (2014 p.62) descrevem na pesquisa realizada que os estudantes apresentam dificuldade de associar essa situação com a divisão, por isso “muitos deles resolvem esse tipo de problema antes mesmo de conhecer a multiplicação, utilizando os agrupamentos com as subtrações sucessivas.”

Notemos a resolução de Piter:

Figura 20 - Resolução de Piter



Fonte: Elaboração da autora, 2021.

O estudante Piter usou a adição de parcelas iguais de 6 em 6 até chegar no total de 72 caixinhas de suco. A outra forma de resolução foi a de distribuir 72 em 12 partes iguais. Ele usou a soma sucessiva para resolver representando com desenho a adição.

Já o estudante Gael usou somente desenhos em sua representação, vejamos.

Figura 21 - Resolução de Gael

Resolução	
R:	12 caixinhas
Como você chegou a essa solução?	Eu somei $72 \div 6 = 12$

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Gael apresentou um raciocínio coerente porque usou a operação de divisão 72 por 6 para resolver o problema, conforme ele expõe na questão “Como você chegou a essa solução?”, mesmo usando equivocadamente a palavra “somei” ao invés de “dividi” ele colocou o resultado 12. Apesar de não usar o algoritmo da divisão, ele fez tracinhos em sua representação e atingiu o resultado esperado. Contudo, representou em sua solução 6 partes com 12 tracinhos, mas na hora de dar a resposta, colocou como se a cantina estivesse vendido 12 caixinhas de suco, o que não é o correto. A situação-problema questionava: “Quantas embalagens com 6 caixinhas de suco foram vendidas?”. Deduzimos que ele tenha trocado os termos embalagens por caixinhas.

Consideremos a situação PS6

Daniel comprou 9 caixas de leite e pagou R\$45,00. Se ele comprasse apenas 6 caixas quanto pagaria?

Vejamos a situação PS6 em que 8 estudantes resolveram inadequadamente com raciocínio incoerente. Sendo que desses, 5 utilizaram a multiplicação (9×45), 1 aluno usou a divisão (dividiu $45:6$) e 2 estudantes utilizaram a subtração.

Essa é uma situação com operação de 4ª proporção em que os estudantes precisariam encontrar o operador funcional para responder a questão. Além disso, envolve classe de muitos para muitos pouco trabalhada por eles. Essa classe de problemas era trabalhada nas escolas, de modo geral, por meio da “regra de três”, assim essas situações eram contempladas a partir do 6º ano do Ensino Fundamental. Acreditamos que os estudantes do 4º ano podem realizar essa situação quando os números envolvidos são múltiplos entre si. Corroborando com essa ideia, nos apropriamos dos estudos de Gitirana et al (2014, p. 65) que diz: “o problema torna-se mais fácil- ou difícil- dependendo de os dois valores dados de uma mesma grandeza serem múltiplos um do outro (ou não serem)”. Desse modo, essas situações tornam-se mais fáceis quando os números são múltiplos entre si e mais difíceis quando não são.

Para essa situação-problema o estudante precisará descobrir o operador funcional 5 para responder a questão. Ele terá que primeiramente, usar a operação de divisão $45:9$ para encontrar o valor 5 (operador funcional), logo após deverá multiplicar esse resultado por 6 e encontrar o resultado 30 que é o valor que pagaria se comprasse 6 caixas de leite conforme foi questionado na situação. Obtivemos um quantitativo de 17 estudantes (62.9%) que resolveram adequadamente, 1 aluno apresentou raciocínio coerente e 8 crianças realizaram a situação com raciocínio incoerente.

Abordaremos, agora, dois exemplos de resolução com resultado inadequado e raciocínio incoerente. Utilizaremos para isso, a resolução de André e de Bento.

Analisemos a representação do aluno André.

Figura 22 - Resolução de André

Resolução

4	
8	
12	
16	
20	
24	
28	
32	

3
45
x 6
270

$45+45+45+45+45+45=270$

R: ele pagaria 270 reais

Como você chegou a essa solução?

não sei explicar

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

André usou inadequadamente a operação de multiplicação. Vejamos que ele construiu ao lado a tabuada de multiplicação por 4, também multiplicou 45 por 6 e, logo após, somou $45+45+45+45+45+45$ e alcançou o resultado 270. Entendemos que este é o resultado correto dessa operação, porém não é o resultado que a situação-problema PS6 exige. Isso nos mostra que André sabe realizar os cálculos de multiplicação corretamente.

Acreditamos pelos dados apontados que ele não percebeu que a operação apropriada seria a divisão $45:9$ e uma multiplicação de 5×6 . O aluno diz em sua escrita que não sabe explicar como chegou a essa solução mostrando assim a sua incompreensão ao que era solicitado na situação.

Examinemos a resolução do estudante Bento.

Figura 23 - Resolução de Bento

Resolução

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 6 \\ \hline 270 \end{array}$$

R: 270 pois que ele pergunta a compra a lista de lista

Como você chegou a essa solução?

e multipliquei mais ficou a outra conta pra ser feita

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Esse aluno também usou a multiplicação 45×6 equivocadamente e, apesar de ter alcançado a solução correta da operação que realizou, esse não era o cálculo adequado a essa situação-problema que exigia uma divisão de $45:9$ e uma multiplicação de 5×6 . Como a pesquisadora havia solicitado fazer a questão utilizando mais de uma estratégia, esse estudante justificou em sua resposta que não fez a outra conta porque era grande. Entendemos que diante desse resultado com um valor alto, o aluno apresentou dificuldade em mostrar outra resolução que não fosse com o algoritmo.

Notemos também a situação PS5:

Na olimpíada da escola, a cada 3 voltas no Pátio da Frente o aluno marca 5 pontos. Moises deu 15 voltas no pátio. Quantos pontos ele marcou?

Nessa situação-problema, o aluno precisará encontrar o operador escalar, terá que realizar uma divisão: $15:3=5$ e logo depois, uma multiplicação: $5 \times 5=25$ para chegar ao resultado correto. Tivemos 18 estudantes (66.6%) que resolveram de forma adequada, 2 com raciocínio coerente e 5 estudantes com raciocínio incoerente.

Vejamos a resolução equivocada de Amora.

Figura 24 - Resolução de Amora

Resolução

$$5 + 5 + 5 = 15$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 3 \\ \hline 45 \end{array}$$

R: Ele marcou 45 pontos.

Como você chegou a essa solução?

1- Fazendo a multiplicação

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Gitirana et al (2014) afirma que o que as crianças mais utilizam para conseguirem solucionar os problemas na resolução de proporcionalidade é a manutenção da adição. Dessa forma, a criança poderá pensar: se a cada 3 voltas Moisés marca 5 pontos, quantos pontos marcará se der 15 voltas no pátio? $3(v)=5(p)$ e $15(v) = ? (p)$

A resolução de Amora nos mostra que ela fez o esquema de 5 pontos para cada três voltas, mas não continuou o raciocínio para completar as 15 voltas. Esse esquema é aditivo porque a cada 3 voltas se atribui 5 pontos, como ela coloca no seu desenho. A aluna se equivocou por ter multiplicado 15 por 3 ao invés de dividir para encontrar o operador escalar.

Após analisarmos as situações-problema de proporção simples podemos dizer que o número de resoluções adequadas ultrapassou 55.5% conforme podemos nos certificar no quadro 6 que mostra o quantitativo das situações de Proporção Simples.

Isso indica que, em sua maior parte, houve apropriação das ideias de proporção por esses estudantes. Notamos que prevaleceu o esquema do algoritmo da multiplicação e da divisão nas resoluções. Somente nos problemas menos trabalhados ou nas situações de muitos para muitos é que os estudantes resolveram utilizando outras estratégias.

Observamos nas resoluções que grande parte dos estudantes se apoiava na construção da tabuada para resolver o problema, buscando certificar-se da resposta. Notamos que embora tenha ocorrido a orientação aos estudantes de utilizarem mais de uma estratégia de resolução, eles buscavam soluções diferenciadas diante das situações desafiadoras. Temos como exemplo a situação PS5 em que eles utilizaram estratégias pessoais ao invés do algoritmo.

Prosseguiremos abaixo com a análise das relações ternárias.

4.2 Relação Ternária

A relação ternária apresenta uma conexão de três elementos entre si, organizando-se em dois eixos: Comparação Multiplicativa e Produto de Medida. Sobre esses eixos trataremos nos próximos parágrafos dando exemplos das resoluções dos estudantes de acordo com as categorias estabelecidas em nosso estudo.

4.2.1 Comparação Multiplicativa

As situações-problema que abrangem esse eixo constituem uma comparação multiplicativa entre duas grandezas da mesma natureza. Envolvem três elementos em comparação e que estabelecem uma relação entre si, são eles: relação desconhecida, referente ou referido desconhecido. Os problemas que contêm dobro, triplo ou metade exemplificam essas situações e equivalem ao protótipo dessa classe de situações que normalmente são exploradas no início da escolarização.

Segundo Gitirana et al (2014, p. 48) “esse tipo de problema é o que se considera um problema protótipo de multiplicação, visto que, desde o início da formação sobre multiplicação, os estudantes já mostram um bom desempenho em sua resolução”.

Observemos no quadro 8 o quantitativo em ordem decrescente de acertos das quatro situações de comparação multiplicativa correspondentes ao nosso protocolo diagnóstico.

Quadro 8 - Ordem decrescente de acertos- Comparação Multiplicativa

COMPARAÇÃO MULTIPLICATIVA	RESOLUÇÕES ADEQUADAS	RESOLUÇÕES COM RESULTADOS INADEQUADOS		RESOLUÇÕES NÃO REALIZADAS
		Raciocínio coerente	Raciocínio incoerente	
CM1	25	-	-	2
CM4	20	-	6	1
CM3	19	4	3	1
CM2	9	2	15	1

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Como observamos no quadro acima as situações CM1 e CM4 foram as que alcançaram maior número de resoluções adequadas.

Seguem as situações correspondentes ao quadro acima.

Quadro 9 – Situações de Comparação Multiplicativa

COMPARAÇÃO MULTIPLICATIVA
CM1 Frederico tem uma coleção com 52 carrinhos. Daniel tem o triplo de carrinhos. Quantos carrinhos Daniel tem em sua coleção?
CM2 Na loja de brinquedos, um carrinho custa R\$72,00 e uma bola R\$8,00. Quantas vezes o carrinho é mais caro do que a bola?
CM3 Comprei um tênis por R\$270,00 e gostei de uma blusa que custava 6 vezes menos do que o tênis. Qual era o valor da blusa?
CM4 Um livro custa 5 vezes mais do que um estojo pequeno. O livro custa R\$50,00. Quanto custa o estojo?

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

A situação CM1 era muito recorrente no 3º ano, em 2020. Todos os alunos do 4º ano que realizaram esse problema conseguiram encontrar o resultado adequado porque utilizaram a multiplicação ou a soma sucessiva das partes. Ressaltamos que essa é uma situação considerada como protótipo da comparação multiplicativa, há em seu enunciado a palavra “triplo” o que indica ao aluno pensar na multiplicação para resolver. Nesse nível de escolaridade entendemos que os estudantes já sabem que o triplo de um determinado número é 3 vezes mais esse número. Confirmamos essa compreensão em algumas respostas no protocolo diagnóstico, como é o caso do aluno Fernando quando diz: “triplo é 3 vezes o número, então $52 \times 3 = 156$ ”. Essa resposta ilustra a apropriação do significado de triplo por esse estudante.

A situação CM4 teve um número significativo de resoluções adequadas (77%), apresenta em seu enunciado a expressão “5 vezes mais”. Foi um problema recorrente no 3º ano em que o estudante deveria identificar o referente desconhecido. Mesmo que essa expressão “vezes mais” possa dificultar a compreensão, para esses estudantes pesquisados esse termo não comprometeu o raciocínio porque grande parte dos alunos resolveu através do algoritmo da divisão possibilitando a resolução adequada com raciocínio coerente. Tivemos 6 estudantes que resolveram inadequadamente com raciocínio incoerente, utilizando o algoritmo da multiplicação ao invés da divisão.

A situação-problema com menos resoluções adequadas foi a CM2, uma situação que não foi trabalhada no 3º ano e exigia do estudante descobrir a relação desconhecida “quantas vezes mais”. Inferimos que esses dois fatores contribuíram para o grande número de resultados inadequados nas resoluções dos alunos do 4º ano, pois somente 15.7% resolveram adequadamente e a maioria demonstrou raciocínio incoerente.

Trazemos a seguir exemplos das estratégias de resolução dos estudantes nas situações CM1 e CM4 que alcançaram o maior número de resoluções adequadas e, logo em seguida,

exemplos das resoluções da situação CM2 que teve menor número de acertos e o maior número com resultado inadequado e raciocínio incoerente.

Vejam os a seguir as resoluções adequadas.

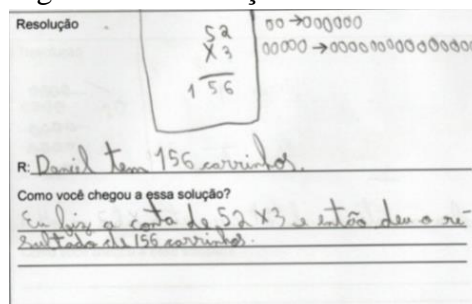
Situação CM1

Frederico tem uma coleção com 52 carrinhos. Daniel tem o triplo de carrinhos. Quantos carrinhos Daniel têm em sua coleção?

Identificamos nessa situação-problema 21 alunos que usaram a operação de multiplicação e de adição de parcelas iguais: $52+52+52$; 2 estudantes utilizaram somente a multiplicação; 1 aluno fez a multiplicação e a divisão (prova real) e 1 estudante fez somente a soma sucessiva. Acreditamos que a maior parte dos estudantes acrescentou a adição porque solicitamos mais de uma estratégia de resolução.

Notemos a resolução de Bila.

Figura 25 - Resolução de Bila



Resolução

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times 3 \\ \hline 156 \end{array}$$

52 → 000000
00000 → 0000000000000000

R: Daniel tem 156 carrinhos.

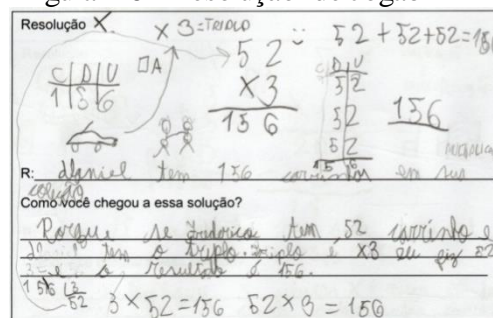
Como você chegou a essa solução?
Eu fiz a conta de 52×3 e então deu o resultado de 156 carrinhos.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Essa aluna usou adequadamente os algoritmos da multiplicação para realizar a situação e ao lado desenhou bolinhas que representavam a multiplicação $2 \times 3 = 6$ e $3 \times 5 = 15$. Esse cálculo resultou no êxito da questão.

Na próxima figura.

Figura 26 - Resolução de Jogabi



Resolução X

$\times 3 = \text{TRIPLO}$

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times 3 \\ \hline 156 \end{array}$$

$52 + 52 + 52 = 156$

R: Daniel tem 156 carrinhos.

Como você chegou a essa solução?
Porque se Frederico tem 52 carrinhos e ele tem o triplo, então 52×3 ou seja 156. Resultado é 156.

$3 \times 52 = 156$ $52 \times 3 = 156$

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Nessa resolução, observamos uma série de cálculos que proporcionaram o acerto da situação. O aluno usou a operação de multiplicação adequadamente, apresentou a soma sucessiva e percebemos também, que houve o cuidado de destacar o produto da multiplicação no quadro QVL (Quadro de Valor de Lugar), representando a centena, a dezena e a unidade de valor. Não era necessário colocar o QLV talvez esse aluno quisesse ilustrar melhor o resultado definindo o valor de cada uma das partes no quadro.

Percebemos que a preocupação com o uso da forma aditiva ainda é muito presente na resolução de alguns alunos, talvez porque solicitamos que realizassem mais de uma maneira de resolução.

A seguir, uma resolução de multiplicação por decomposição.

Figura 27 - Resolução de Peri

Resolução

$3 \times 2 = 6$
 $3 \times 50 = 150$
 $6 + 150 = 156$

ou
 $2 + 2 + 2 = 6$
 $50 + 50 + 50 = 150$
 $50 \times 3 = 150$
 Ou seja: $52 + 52 + 52 = 156$
 $52 \times 3 = 156$ ou $52 \times 3 = 156$

C	D	U
1	5	6

R: Daniel tem 156 carimbos.

Como você chegou a essa solução?
 Multiplicando e somando.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Esse estudante decompõe o número 52, faz a multiplicação das dezenas e das unidades para depois somar os resultados e alcança 156. Também usa o QVL e a soma sucessiva. Identificamos nesta pesquisa que foi a única resolução com a estratégia de decomposição na multiplicação.

Analisemos a situação CM4:

Um livro custa 5 vezes mais do que um estojo pequeno. O livro custa R\$50,00. Quanto custa o estojo?

Observamos nessa situação que 19 crianças resolveram o problema utilizando a operação de divisão revelando compreensão da situação. Um dos alunos usou a subtração 50-10 e explicitou que “tirou 5 partes do 50”. Inferimos que ele fez um cálculo mental e alcançou adequadamente o resultado 10. Algumas crianças fizeram equivocadamente a multiplicação 50x5 e chegaram ao resultado correto de 250, mas não era essa a operação solicitada na questão. Notamos que não houve nenhum tipo de representação pictórica nessas resoluções.

Vejamos as resoluções a seguir.

Figura 28 - Resolução de Lana

Resolução	$\begin{array}{r} 50 \overline{) 5} \\ \underline{0} \\ 10 \end{array}$	$\begin{array}{r} 10 \\ \times 5 \\ \hline 50 \end{array}$
R:	10 este quanto mais	
Como você chegou a essa solução?	Eu fiz $50 \div 5 = 10$.	

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

A estudante Lana fez uma operação de divisão, logo após, efetuou uma multiplicação tirando a prova real para se certificar do resultado. Não apresentou nenhum tipo de representação pictórica. A aluna mostra conhecimento dos conceitos da estrutura multiplicativa.

Figura 29 - Resolução de Paulo André

Resolução	$\begin{array}{r} - 50 \\ 40 \\ \hline 10 \end{array}$
R:	9 este quanto mais
Como você chegou a essa solução?	Eu tirei 5 partes de 50.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Consideramos essa situação como correta mesmo que esse aluno não tenha feito a operação de divisão porque ele colocou na escrita que realizou um cálculo mental, dizendo que: “Eu tirei 5 partes do 50”. Entendemos que na realidade, ele teria que retirar uma parte do 50, mas talvez não soubesse expressar seu raciocínio. Explicitar a forma como pensou não é nada fácil, como nos aponta Gitirana et al (2014, p. 14 “[...] não é fácil transmitir, em uma linguagem suficientemente clara e compreensível a outra pessoa, uma ideia que está na cabeça de quem a está elaborando”.

Figura 30 - Resolução de Rony

Resolução

$$\begin{array}{r} 50 \text{ R\$} \\ - 50 \text{ R\$} \\ \hline 0 \end{array} \quad 5 \times 10 = 50$$

R: O carrinho custa 10 reais.

Como você chegou a essa solução?

Eu dividi 50 ÷ 5 = 10.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

A resolução do Rony está completamente adequada, assim como vimos anteriormente o cálculo correto da Lana. Eles usaram com êxito a operação de divisão e de multiplicação para resolver a questão. Isso nos leva a inferir que esses alunos já formalizaram a estrutura do campo conceitual multiplicativo. Portanto, na situação-problema CM4 que, como já vimos, apresentou o 2º maior número de resoluções adequadas, percebemos que os 6 estudantes que não alcançaram êxito na resolução fizeram uma multiplicação que não era a operação adequada à essa situação.

Partiremos agora, para a análise das estratégias de resolução da situação CM2.

O número de acertos na situação CM2 foi muito baixo, somente 9 estudantes (15.7%). Entretanto, os alunos que acertaram essa situação, em sua maioria, fizeram a operação de divisão e alcançaram o resultado da relação desconhecida que é 9. Somente 2 estudantes realizaram a soma sucessiva para chegar a 72 e obtiveram o resultado 9, ou seja, 9 vezes o 8 para chegar a 72. Outro estudante, fez a multiplicação do algarismo 8 até chegar a 72. Todas essas estratégias diferenciadas levaram à resolução adequada.

Em relação às resoluções inadequadas, percebemos que dois estudantes tiveram raciocínio coerente porque tentaram resolver a situação através da divisão e da soma sucessiva, porém se equivocaram na resposta. As outras 15 crianças (26.3%) usaram erroneamente a subtração 72-8. Inferimos que esses alunos subtraíram porque eram os dois números que a situação apresentava e não compreenderam que a solicitação do problema era uma comparação entre o valor do carrinho e o da bola.

Vejamos alguns exemplos dessas resoluções, primeiro as adequadas e, logo após as resoluções inadequadas.

Situação CM2

Na loja de brinquedos, um carrinho custa R\$72,00 e uma bola R\$8,00. Quantas vezes o carrinho é mais caro do que a bola?

Vejamos a resolução de Milton.

Figura 31 - Resolução de Milton

Resolução

$$\begin{array}{r} 72 \overline{) 848} \\ \underline{56} \\ 24 \\ \underline{32} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 00 \end{array}$$

R: Tem 9 de diferença

Como você chegou a essa solução?

É dividir os números

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Nessa situação, o aluno Milton realizou corretamente a operação de divisão e construiu a tabuada de multiplicação do 8. Em sua resposta colocou “tem 9 de diferença”, dando a entender que percebeu que o carro é mais caro nove vezes, conseguindo resolver a situação com a divisão.

Analisemos agora a resolução de Piter.

Figura 32 - Resolução de Piter

Resolução

$\frac{8}{8}$	$\frac{8}{16}$	$\frac{8}{24}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{8}{40}$	$\frac{8}{48}$	$\frac{8}{56}$	$\frac{8}{64}$	$\frac{8}{72}$
---------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

R: O carrinho é mais caro que a bola

Como você chegou a essa solução?

Eu multipliquei a tabuada do 8 e descobri qual até chegar ao resultado.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

O estudante Piter usou a tabuada de multiplicação do 8 até chegar em 72 que era o valor do carrinho. Dessa forma, percebeu que a relação era de 9 vezes a mais. Fez uma representação pictórica no qual desenhou uma bola, colocou o sinal de igual e acrescentou o número 8, fazendo-se entender que uma bola custava 8 reais como dizia no enunciado da questão. Ele também desenhou dez bolas ao lado, mas nós não conseguimos entender esse raciocínio.

Examinemos agora, as resoluções inadequadas e incoerentes de Ênio e Bila

Figura 33 - Resolução de Ênio

Resolução

$$\begin{array}{r} 72 \\ - 8 \\ \hline 64 \end{array}$$

R: 10 carrão é 64 vezes mais caro.

Como você chegou a essa solução?

subtrai o preço da carrinha pela preço da bola

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Figura 34 - Resolução de Bila

Resolução

$$\begin{array}{r} 72 \\ - 8 \\ \hline 64 \end{array}$$

R: 10 carrinho é 64 vezes mais caro.

Como você chegou a essa solução?

Eu fiz $72 - 8$ que deu 64.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

As resoluções desses estudantes mostram que eles realizaram equivocadamente a operação de subtração: $72 - 8$, fazendo uma relação de 64 vezes mais caro. Não conseguimos entender esse raciocínio, pois o comum é que os estudantes façam uma relação erroneamente com a adição por causa do termo “Quantas vezes mais”. A estudante Bila fez uma representação na qual desenhou um carrinho e colocou 72 representando o valor e desenhou mais oito carrinhos e acrescentou o número 8 que seria o valor da bola, logo, são duas resoluções equivocadas de alunos que não compreenderam a proposta.

4.2.2 Produto de Medidas

Segundo Vergnaud, esse eixo, “consiste em uma relação ternária entre três quantidades das quais uma é o produto das duas outras ao mesmo tempo no plano numérico e no plano dimensional” (2015, p.253). Dessa forma, as situações multiplicativas são distintas e podem envolver uma multiplicação ou uma divisão. Elas podem compreender, de acordo com Vergnaud (2014, p.264), uma multiplicação quando se quer “encontrar a medida-produto,

conhecendo-se as medidas elementares” ou uma divisão, a partir do momento que se procura “as medidas elementares”, conhecendo-se a outra medida e a medida-produto.

Ainda, segundo o autor, “é a noção de produto cartesiano de conjuntos que explica a estrutura do produto de medidas” (VERGNAUD, 2014, p. 254). O eixo produto de medidas compõe duas classes: a configuração retangular e a combinatória.

A classe da configuração retangular envolve as situações em que as variáveis apresentam medidas expostas na horizontal e na vertical que se dispõe de forma retangular, desta maneira poderá ser resolvida pelo protótipo matemático: $axb=c$ ou $c:a=b$. Quanto ao tipo da configuração retangular, Magina, Santos, Merlini (2012), ajustado em 2016, apresentam somente do tipo contínuo. No entanto, não há consenso em relação a essa classificação, uma vez que encontramos em Guerios, Agranionih e Zimer (2014, p.39) configuração retangular do tipo discreto. Por isso, em nosso estudo adotamos situação do tipo discreto.

O quadro abaixo apresenta o quantitativo das resoluções das situações de configuração retangular dispostas em nosso protocolo diagnóstico.

Quadro 10 - Ordem decrescente de acertos - Configuração Retangular

CONFIGURAÇÃO RETANGULAR	RESOLUÇÕES ADEQUADAS	RESOLUÇÕES COM RESULTADOS INADEQUADOS		RESOLUÇÕES NÃO REALIZADAS
		Raciocínio Coerente	Raciocínio incoerente	
CR1	19	5	2	1
CR2	8	1	17	1

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Vejamos as situações.

Quadro 11 – Situações de Configuração Retangular

CONFIGURAÇÃO RETANGULAR
CR1A sala do 4º ano está organizada com 5 fileiras com 4 mesas em cada uma delas. Quantas mesas há na sala? Sabendo que a sala é composta de uma mesa para cada estudante e duas alunas assistem aula on-line, quantos estudantes estão em aula presencial?
CR2A quadrinha da escola tem 9 metros de largura e 26 metros de comprimento, quantos metros de grama sintética foram comprados para revestir o piso desse espaço?

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Esse quadro nos mostra que a situação CR1, do tipo discreto, foi a que obteve maior número de resoluções adequadas, mas não foi um problema muito trabalhado no 3º ano.

Podemos inferir que essa situação realizada por uma multiplicação simples e uma subtração pode ter ocasionado o maior índice de adequações.

Já a situação CR2, do tipo contínuo, atingiu o maior número de resolução com resultados inadequados e raciocínio incoerente. Compreendemos que pode ter ocorrido um equívoco na compreensão do que estava sendo pedido no enunciado da questão, porque muitas crianças indicaram o perímetro. Sendo que o solicitado era a área para saber o quanto de grama seria necessário para revestir a quadra.

Trataremos nos próximos parágrafos, cada uma dessas situações e daremos exemplos das resoluções dos alunos.

Na situação CR1 para alcançar o resultado adequado os alunos fizeram uma multiplicação: 5×4 e depois usaram o produto dessa operação para fazer a subtração: $20 - 2$ chegando ao resultado correto do problema. Dentre esses 19 estudantes, 3 alunos não fizeram a subtração e 5 se equivocaram no resultado da multiplicação porque fizeram a disposição retangular de forma inadequada ou não sabiam que operação realizar.

Vejamos agora alguns exemplos das resoluções dos estudantes. Primeiramente, as resoluções adequadas e logo após, as resoluções com resultados inadequados.

Situação CR1

A sala do 4º ano está organizada com 5 fileiras com 4 mesas em cada uma delas. Quantas mesas há na sala? Sabendo que a sala é composta de uma mesa para cada estudante e duas alunas assistem aula on-line, quantos estudantes estão em aula presencial?

Vejamos as resoluções adequadas.

Figura 35 - Resolução de Luan

Resolução

20
- 2

18

R: 20 mesas, 18 alunos

Como você chegou a essa solução?

contando as mesas e subtraindo pelos alunos online.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Na resolução do aluno Luan observamos uma multiplicação por agrupamentos de palitinhos, ou seja, ele usou essa maneira para representar as mesas e as fileiras, fazendo a multiplicação 4×5 ou 5×4 e acertando o número de mesas que compunham a sala. Como duas

alunas assistiam aula on-line, ele fez uma subtração 20-2, obtendo o resultado correto. Percebemos em seu desenho a telinha do computador com as duas alunas assistindo aula de casa.

Figura 36 - Resolução de Gael

Resolução

$$\begin{array}{r} 20 \\ - 2 \\ \hline 18 \end{array}$$

R: Na aula presencial tem 18 alunos

Como você chegou a essa solução?

Primeira eu fiz 20 cadeiras depois subtrai 2 cadeiras porque duas estavam on-line e depois eu só contei

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

O aluno Gael resolveu de outra maneira, chegando ao resultado correto. Gael fez o desenho da disposição de mesas e cadeiras, riscou 18 mesas representando os alunos que estavam em sala, já que havia duas estudantes on-line. Mesmo não se apropriando do algoritmo da multiplicação, ele fez a representação das mesas com o desenho das bolinhas chegando ao resultado de 20 mesas. Em seguida, subtraiu a quantidade de alunas que assistia aula em casa. Gael mostra um raciocínio adequado para essa situação-problema: 20 mesas no total, menos 2 alunas on-line, ou seja, 18 alunos na aula presencial.

Figura 37 - Resolução de Amora

Resolução

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 4 \\ \hline 20 \end{array} \quad \begin{array}{r} 20 \\ - 2 \\ \hline 18 \end{array}$$

R: 18 Alunos

Como você chegou a essa solução?

1- Fazendo um desenho
2- Multiplicando e subtraindo

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

A estudante Amora usou os algoritmos da multiplicação e da subtração adequadamente, também fez um desenho representativo da disposição de mesas na horizontal e na vertical (colunas e linhas). Dessa forma, a aluna conseguiu alcançar o resultado correto da questão. Nos perguntamos se seria necessário o registro da multiplicação dessa forma, uma

vez que é um fator da multiplicação. Eles poderiam ter realizado mentalmente ou registrado na horizontal a multiplicação.

Observemos as resoluções inadequadas com raciocínio coerente.

Figura 38 - Resolução de Lia

Resolução

R: (1 presencialmente 23 alunos)

Como você chegou a essa solução?
Usando o desenho e a multiplicação.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

A aluna Lia, em seu raciocínio, mostrou que tem a noção da multiplicação e da subtração que deveria ser realizada nessa situação-problema. Porém, ela se equivocou nos cálculos, porque apoiou em seu desenho que estava com a disposição das mesas da sala de forma equivocada. Ela colocou 5 fileiras com 5 mesas, nesse caso daria 25. No entanto, não era o que o enunciado da questão solicitava. Por isso, ela se equivocou no seu cálculo.

Examinemos a resolução de Cátia

Figura 39 - Resolução de Cátia

Resolução

R: 20 alunos

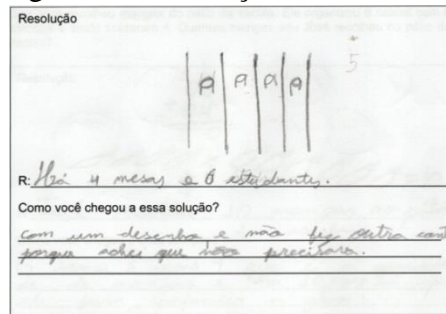
Como você chegou a essa solução?
Na primeira maneira contei as mesas depois fiz a multiplicação de contar as mesas.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

A estudante Cátia realizou corretamente a operação de multiplicação, fez o desenho da disposição das mesas na sala, contudo não realizou a subtração das 2 alunas que assistiam aula de casa o que levou ao resultado inadequado, mas com raciocínio coerente.

Vejamos exemplos de resolução inadequada com raciocínio incoerente.

Figura 40 - Resolução de Selena

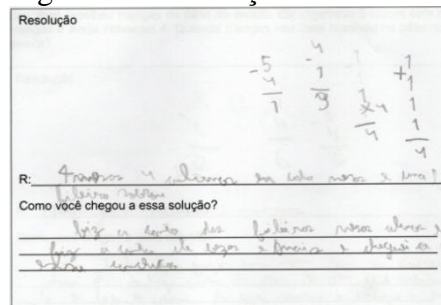


Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Percebemos que a aluna Selena até iniciou sua estratégia parecendo ter um raciocínio coerente, tentando fazer o desenho da disposição das mesas na sala, porém inferimos que não soube concluir o seu raciocínio, demonstrando que não sabia mais como realizar a questão. Não conseguimos compreender de onde ela retirou o número 6.

Outra resolução.

Figura 41 - Resolução de Bento



Fonte: Elaboração da autora, 2021.

O aluno Bento fez duas operações de subtração, uma de multiplicação e uma de adição. São cálculos que não necessitariam ser registrados e poderiam ser efetuados mentalmente. Inferimos a partir dessa resolução que o estudante não compreendeu o que estava sendo pedido no enunciado da questão porque não soube demonstrar o raciocínio corretamente. Concluímos que esse aluno não se apropriou dos conceitos multiplicativos.

Discutiremos agora sobre a situação-problema CR2.

A situação CR2 do tipo contínuo foi um problema não trabalhado no 3º ano, em 2020. Atingiu o menor número de resoluções adequadas, somente 8 estudantes (29.6%). Nas resoluções corretas constatamos que o problema foi resolvido devidamente, calculando a área com a multiplicação 26×9 e alcançando o resultado correto de 234m^2 .

Ainda nessa situação, percebemos que as resoluções inadequadas com raciocínio incoerente foram as que tiveram maior quantitativo. Tivemos 17 resoluções (62.9%) com

resultados inadequados e raciocínio incoerentes. Ressaltamos que essas resoluções foram realizadas com as multiplicações $26 \times 2 = 52$; $9 \times 2 = 18$ e com a adição de ambos os resultados. Nesse caso, os estudantes estavam calculando o perímetro, que não era requisitado no enunciado do problema.

O problema busca a medida da área da quadra para se revestir a superfície com grama sintética, por isso a multiplicação adequada é 26×9 que diz respeito à largura x comprimento do espaço (m^2). No que se refere aos enganos nas resoluções dos alunos, possivelmente se equivocaram supondo que fosse a medida do perímetro, ou seja, fizeram o cálculo do contorno do espaço e não da medida da superfície.

Vejam alguns exemplos de estratégias de resolução adequada e de resolução com resultados inadequados utilizadas pelos estudantes pesquisados.

Situação CR2

A quadrinha da escola tem 9 metros de largura e 26 metros de comprimento. Quantos metros de grama sintética foram comprados para revestir o piso desse espaço?

Vejam as resoluções adequadas.

Figura 42 - Resolução de Piter

Resolução

26	+	26
x 9		+ 26
234		26
		26
		26
		26
		26
		26
		26
		26

R: 234 m de grama sintética.

Como você chegou a essa solução?

Eu multipliquei 26 por 9 e obtive 234 metros.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Notamos que o estudante Piter realizou adequadamente a multiplicação e uma soma sucessiva de 26 nove vezes, conforme ele mesmo diz em sua explicação.

Figura 43 - Resolução de Amora

Resolução

9

26

9

576

- 9

234

R: 234 metros

Como você chegou a essa solução?

2 Multiplicando 26 x 9.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Compreendemos que a Amora também alcançou o resultado correto. A aluna fez o desenho da quadra, realizou a multiplicação 26×9 e construiu a tabuada do 9, acreditamos que fez dessa forma para certificar-se da resposta. Ela alcançou o resultado da superfície 234m^2 .

Agora, vejamos algumas estratégias de resolução com resultado inadequado e raciocínio incoerente.

Figura 44 - Resolução de Ênio

Resolução

$$\begin{array}{r} 26 \\ + 9 \\ \hline 35 \end{array}$$

R: Foram comprados 35 metros de grama.

Como você chegou a essa solução? Fiz $26 + 9$.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Notamos que em sua resolução o aluno Ênio fez uma adição, ele não percebeu que seria uma multiplicação. Certamente, não entendeu o que solicitava o problema.

Figura 45 - Resolução de Melina

Resolução

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 9 \\ \hline 234 \end{array}$$

R: $\neq 0$ metros de grama sintética.

Como você chegou a essa solução?

Não consegui com conta então fiz um desenho aí não consegui fazer a conta.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Verificamos que em sua resolução a estudante Melina fez a multiplicação dos lados da quadra e depois somou os resultados. Ela realizou as operações corretamente, chegando ao resultado do perímetro e não da superfície, conforme foi pedido no enunciado da questão. Ela também explicita em sua questão que conseguiu fazer a conta depois que fez o desenho.

A seguir, iremos discorrer sobre a classe das situações de combinatória. Essa classe possui o tipo discreto, apresenta a ideia de produto cartesiano entre dois conjuntos separados. Busca-se saber o resultado da quantidade de elementos entre dois conjuntos e se estabelece a quantidade de unidades de um novo conjunto.

Quadro 12 - Ordem decrescente de acertos- Combinatória

COMBINATÓRIA	RESOLUÇÕES ADEQUADAS	RESOLUÇÕES COM RESULTADOS INADEQUADOS		RESOLUÇÕES NÃO REALIZADAS
		Raciocínio coerente	Raciocínio incoerente	
C2	20	2	4	1
C1	8	11	6	2

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Seguem as situações no quadro abaixo.

Quadro 13 – Situações de Combinatória

COMBINATÓRIA
C1 Na quadra da escola há 3 tipos de mesas arrumadas para festa da seguinte forma: 4 mesas com 6 cadeiras; 5 mesas com 2 cadeiras; 7 mesas com 4 cadeiras. Se somente 3 mesas com 2 cadeiras e 5 mesas com 4 cadeiras estiverem desocupadas, quantas pessoas estarão sentadas?
C2D. Elisa fez suco de frutas para os seus 8 netos. Ela usou pêssego, uva, mamão, morango e misturou cada fruta com leite ou água. Quantos sucos diferentes D. Elisa conseguiu fazer?

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Ao observarmos o quadro acima percebemos que a situação C2 atingiu significativamente o maior número de resoluções adequadas. Foi uma atividade recorrente no 3º ano, em 2020. A situação C1 também foi recorrente no 3º ano. No entanto, não alcançou número significativo de resoluções adequadas. Entendemos que o problema C1 é uma situação que apresenta um enunciado complexo no qual o estudante necessita realizar vários cálculos. No caso desta atividade são várias multiplicações, uma adição e uma subtração para alcançar o resultado final.

Segundo Vergnaud (1996) o que proporciona a dificuldade de uma situação-problema são os próprios conceitos matemáticos que estão inseridos nela, mas também, outras razões como a linguística e a forma como são colocados os enunciados em algumas situações, são condições significativas para essa complexidade, contudo percebe-se que o desempenho desses fatores está relacionado ao próprio conceito matemático.

Nas duas situações propostas de combinatória os estudantes em sua grande maioria, utilizaram a multiplicação para alcançar o resultado. Usaram também as operações de adição, subtração e desenhos representativos de acordo com cada situação. Especificaremos esse quantitativo nos parágrafos posteriores.

Verifiquemos agora as resoluções dos estudantes sequenciadas da seguinte forma: primeiro exemplificaremos a situação C2 com maior número de resoluções adequadas, logo após, os exemplos da situação C1 no qual apresentou o maior número de resoluções com resultados inadequados.

Situação C2

D. Elisa fez suco de frutas para seus 8 netos. Ela usou pêssego, uva, mamão e morango. Misturou cada fruta com leite ou água. Quantos sucos diferentes D. Elisa conseguiu fazer?

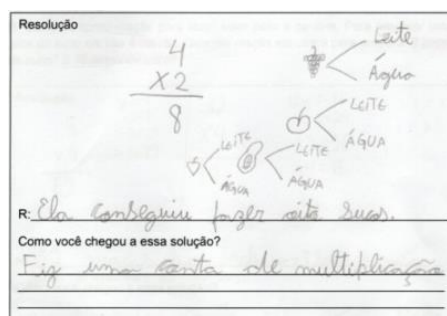
Essa situação de combinatória que exigia do aluno calcular uma multiplicação entre os tipos de frutas com suas combinações de suco entre água ou leite. Dessa forma a multiplicação seria 4 (frutas) x 2 (leite/ água) = 8 combinações de suco. Percebemos que aparentemente é uma resolução simples de realizar. Observamos nas resoluções que o desenho do diagrama da árvore que é a representação pictórica das combinações de frutas, leite e água auxiliou na resolução levando ao resultado correto da questão.

Nesta situação, 20 alunos usaram a multiplicação e o desenho, somente 1 estudante não respondeu a questão, os outros 6 alunos tentaram resolver por soma sucessiva, desenho, mas não conseguiram êxito.

Partiremos para os exemplos de resolução adequada dessa situação.

Vejamos um exemplo.

Figura 46 - Resolução de Alina



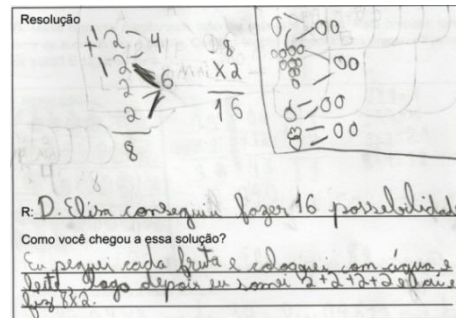
Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Notamos que a estudante Alina desempenhou adequadamente o seu raciocínio. Ela usou a multiplicação 4x2 e também o desenho representativo das combinações de frutas, leite e água alcançando o resultado adequado.

Outro exemplo, uma resolução com resultado inadequado com raciocínio coerente.

Figura 47 - Resolução de Bila

Resolução



R: D. Bila conseguiu fazer 16 possibilidades
 Como você chegou a essa solução?
 Eu peguei cada fruta e coloquei com água e
 leite depois eu somei $2+2+2+2$ e depois eu
 fiz 8×2 .

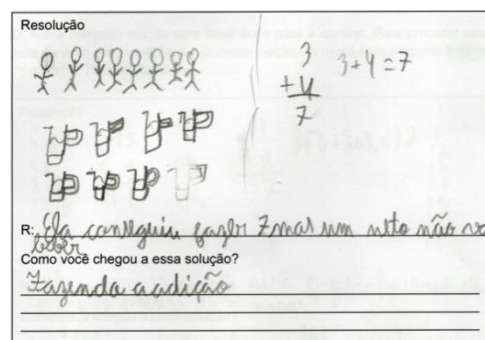
Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Percebemos que o raciocínio da aluna Bila foi coerente, ela fez o desenho corretamente, colocando as frutas com cada elemento: água ou leite fez a adição sucessiva $2+2+2+2$ e conseguiu chegar ao resultado 8. Contudo, se equivocou fazendo a multiplicação 8×2 , mesmo tendo colocado o resultado correto da multiplicação, não era esse o cálculo para esse problema.

Vejamos o exemplo de uma resolução com resultado inadequado com raciocínio incoerente.

Figura 48 - Resolução de Joel

Resolução



R: Ela conseguiu fazer 7 sucos.
 Como você chegou a essa solução?
 Fazendo a adição

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Analisamos que o estudante Joel não conseguiu compreender o cálculo a ser realizado. Ele desenhou 8 bonecos, fez a princípio 8 jarras de suco e depois apagou uma. Ao lado, realizou uma adição $3+4$ e obteve o resultado 7. Notamos na resposta do estudante, que ele percebeu que tinha algo contraditório, justificou que um dos netos não iria beber o suco porque eram 8 netos e ele só havia feito 7 sucos.

Analisemos a próxima situação.

Situação C1

Na quadra da escola há 3 tipos de mesas arrumadas para festa da seguinte forma: 4 mesas com 6 cadeiras; 5 mesas com 2 cadeiras; 7 mesas com 4 cadeiras. Se somente 3 mesas com 2 cadeiras e 5 mesas com 4 cadeiras estiverem desocupadas, quantas pessoas estarão sentadas?

Na situação-problema C1, analisada como uma situação complexa encontramos vários apontamentos contínuos que serão utilizados para resolver a questão, além disso, é preciso responder duas indagações. É necessário encontrar a quantidade de pessoas que poderão ficar sentadas na quadra de acordo com a quantidade de mesas e cadeiras que ocupam aquele espaço. Por exemplo, 4 mesas com 6 cadeiras: $4 \times 6 = 24$; 5 mesas com 2 cadeiras: $5 \times 2 = 10$ e $7 \times 4 = 28$. Então, o total de pessoas sentadas seria o resultado da adição $24 + 10 + 28 =$, ou seja, 62 pessoas poderiam se sentar. Mas, o problema continua nos solicitando a calcular o número de mesas e cadeiras desocupadas para sabermos a real quantidade de pessoas que estarão sentadas no local. Continuamos o raciocínio calculando as mesas e cadeiras desocupadas: 3 mesas com 2 cadeiras: $3 \times 2 = 6$ e 5 mesas com 4 cadeiras: $5 \times 4 = 20$, assim encontramos o número de mesas desocupadas: $6 + 20 = 26$; menos 26 pessoas sentadas. Então, a partir de todos esses cálculos, percebemos que na quadra cabem 62 pessoas sentadas, porém como vimos que 26 cadeiras estavam desocupadas, então nesse espaço, há somente 36 pessoas sentadas, ou seja, $62 - 26 = 36$. Essa é uma situação complexa que exige uma leitura atenta e cálculos progressivos para alcançar o resultado correto da questão.

Nessa situação, em sua maioria, os estudantes tentaram resolver usando a operação de multiplicação. 8 alunos realizaram corretamente as operações de multiplicação, adição e subtração, solicitadas na questão. Os 11 estudantes que obtiveram resultado inadequado com raciocínio coerente usaram a multiplicação adequadamente, mas não conseguiram concluir a atividade, os outros 6 estudantes usaram multiplicação, soma de cadeiras e mesas e não alcançaram o resultado e 2 crianças não realizaram a atividade.

Apresentaremos agora algumas resoluções utilizadas pelos alunos, tanto as resoluções adequadas quanto às resoluções com resultados inadequados.

Notemos as resoluções com resultados adequados.

Figura 49 - Resolução de Valquíria

Resolução

$$\begin{array}{r} 4 \times 6 = 24 \\ 5 \times 2 = 10 \\ 7 \times 4 = 28 \\ \hline 24 + 10 + 28 = 62 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \times 2 = 6 \\ 5 \times 4 = 20 \\ \hline 6 + 20 = 26 \end{array}$$

R: 36 pessoas estarão sentadas.

Como você chegou a essa solução?

Desenhei as mesas e suas cadeiras e depois eu fui pensando em somar das cadeiras e depois somando as cadeiras que eu não requeri.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Observamos que a aluna Valquíria realizou adequadamente todas as etapas do processo de resolução. Ela desenhou as mesas e em cada uma colocou a quantidade de cadeiras, retirou as cadeiras desocupadas e somou as outras. Conseguiu alcançar o resultado.

Vejamos a resolução de Rony.

Figura 50 - Resolução de Rony

Resolução

$$\begin{array}{l} 4 \times 6 = 24 \\ 5 \times 2 = 10 \\ 7 \times 4 = 28 \\ \hline 62 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3 \times 2 = 6 \\ 5 \times 4 = 20 \\ \hline 26 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 62 \\ - 26 \\ \hline 36 \end{array}$$

R: 36 pessoas estarão sentadas.

Como você chegou a essa solução?

Multipliquei 4x6, 5x2 e 7x4 somei os resultados e deu 62 que é o total de cadeiras na festa. Depois multipliquei 3x2 e 5x4 somei os resultados e deu 26 e depois fiz 62-26 e deu 36.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Percebemos que o estudante Rony realizou adequadamente as várias multiplicações entre mesas e cadeiras conforme a situação-problema indicava. No final, realizou a subtração do resultado das cadeiras desocupadas e alcançou o êxito da questão.

Vejamos agora uma resolução com resultado inadequado e raciocínio coerente.

Figura 51 - Resolução de Jogabi

Resolução

$$\begin{array}{l} 3 \times 2 = 6 \\ 4 \times 6 = 24 \\ 5 \times 2 = 10 \\ 7 \times 4 = 28 \\ \hline 62 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5 \times 4 = 20 \\ \hline 42 \end{array}$$

R: Tem 42 pessoas sentadas e 26 cadeiras desocupadas.

Como você chegou a essa solução? Muito informação na minha cabeça. Não coloque na prova, pfv.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Compreendemos que o aluno Jogabi conseguiu desempenhar um raciocínio adequado na resolução dessa situação, respondeu corretamente o número de pessoas que caberiam sentadas naquele espaço, colocou o resultado das mesas desocupadas, mas não concluiu o cálculo que seria a subtração desses resultados para chegar à quantidade real de pessoas sentadas. O estudante se equivocou no final da resolução, notemos sua colocação: “Muita informação na minha cabeça.” E ainda pede: “Não coloque na prova, pfv.”

Agora, uma resolução com resultado inadequado e raciocínio incoerente:

Figura 52 - Resolução de Paulo André

Resolução

$$\begin{array}{r}
 + 4 \\
 6 \\
 5 \\
 2 \\
 7 \\
 4 \\
 \hline
 28
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 + 3 \\
 2 \\
 5 \\
 4 \\
 \hline
 14
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 - 28 \\
 14 \\
 \hline
 14
 \end{array}$$

R: 14 mesas.

Como você chegou a essa solução?

Eu somei e depois subtraí.

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Notamos que o estudante Paulo André realizou a soma de todos os números que ele viu em relação às mesas e cadeiras que cabiam naquele espaço. Depois, fez uma adição de todos os números referentes às mesas desocupadas. No final, ele pegou os resultados e subtraiu chegando, no raciocínio dele, ao número de mesas e não de pessoas conforme estava sendo pedido no enunciado. A partir dessa resolução percebemos que esse aluno não compreendeu que era para realizar uma multiplicação. Dessa forma, ele nos mostra que ainda não se apropriou dos conceitos multiplicativos.

Finalizamos essas análises constatando que os estudantes que participaram desta pesquisa, em sua maioria, apresentaram conhecimento dos conceitos do campo multiplicativo. Esses alunos utilizaram estratégias variadas de resolução, mas houve preferência pelos esquemas dos algoritmos da multiplicação e da divisão, principalmente nas situações recorrentes.

No próximo tópico abordaremos as explicitações dos estudantes sobre como resolveram os problemas multiplicativos.

4.3 Como você chegou a essa solução?

Esse tópico aborda a “fala/declaração” dos alunos ao resolverem as situações do campo conceitual multiplicativo, ou seja, mostra como foi para eles solucionarem o problema. Para sistematizar essas falas, categorizamos da seguinte forma:

- A- Explicam como pensaram para resolver
- B- Controlam o resultado- buscam ver se está correto ou coerente
- C- Demonstram sinceridade, por exemplo: “tá difícil”
- D- Escrevem que fizeram uma determinada operação
- N- Não respondeu

Segue abaixo a tabela com o quantitativo das categorias de análise das falas dos estudantes.

Tabela 2 - Categorização das explicitações dos estudantes

SITUAÇÃO	CLASSIFICAÇÃO				
	A	B	C	D	N
PS1	11	3	3	8	2
PS2	7	5	4	9	2
PS3	6	4	5	10	2
PS4	17	4	1	4	1
PS5	10	3	3	9	2
PS6	9	2	5	9	2
PS7	6	1	3	15	2
CM1	8	3	2	13	1
CM2	6	2	3	14	2
CM3	2	3	3	17	2
CM4	3	0	4	18	2
C1	10	2	5	8	2
C2	7	4	2	10	4
CR1	16	2	2	6	1
CR2	3	1	3	15	5
TOTAL	121	39	48	165	32

Fonte: Elaboração da autora, 2021.

Categoria “A” das respostas que explicitam como se pensou para resolver a situação proposta, encontramos um total de 121 dessa resposta. Escolhemos algumas para ilustrar:

Porque são 8 caixas com 6 mangas então eu contei 6 mangas 8 vezes e deu 48 mas sobrou 4 manga, $28+4=32$ (Fernando- PS4)

Primeiro eu fiz 20 cadeiras depois risquei 18 cadeiras porque duas estavam no online e depois só contei (Gael- CR1)

Se em cada saquinho tem 8 balas eu fiz 60 saquinho x 8 balinhas que é = a 480 (Jogabi- PS1)

Eu pensei em somar as voltas e ver a quantidade de pontos depois somei os pontos (Cátia- PS5)

Eu contei as cadeiras disponíveis depois fiz uma subtração com as cadeiras disponíveis e não disponíveis e deu 36 (Lana-C1)

Notamos nas respostas acima o quanto as crianças explicitam o seu raciocínio. Ressaltamos que não fizemos a pontuação dos textos para que o leitor possa ter acesso ao original. Santos (2015, p. 95) aponta que é muito difícil para a criança explicitar seu raciocínio, mas que isso é “tornar o teorema em ação e conceito em ação que utilizaram em uma dada situação”.

A Categoria “B” que demonstra que a criança buscava controlar o resultado da operação realizada, ela procurava certificar-se das respostas dadas usando a prova real ou a tabuada. Encontramos nessa categoria um total de 39 respostas. Foram 5 explicitações desse tipo, por exemplo:

Multiplicando 4 por 8 a multiplique fiz a tabuada e botei 32 e 12 multipliquei 12 por 8 primeiro multipliquei o dois deu 16 e multipliquei o um deu 8mas 1 deu 9 e juntando 16 maçãs (Joel- PS2)

Eu fiz uma conta de divisão e para me ajudar fiz a tabuada (Selena- PS3)

Eu fiz uma conta de vezes que deu 48 era 6×8 ai depois eu fiz $48:6$ e se desse oito estaria certo e deu oito (Regis- PS4)

Fazendo as contas tentando conseguir um resultado razoável (Luan-CM2)

De novo multipliquei 52×3 que é o triplo e o resultado deu 156 carrinhos (Rony-CM1)

Nas falas utilizadas pelas crianças nessa categoria, percebemos que havia uma necessidade de recorrer a uma forma de representação como justificativa para mostrar o resultado encontrado, mesmo que ele não estivesse de acordo com o enunciado da questão.

Na classificação adotada como categoria “C” a criança expressou sinceridade diante da situação problema. Isso denota que existe uma relação de confiança na sala para escrever e falar o que se pensa. Favorecer um ambiente de interação onde os estudantes podem expressar suas opiniões é fundamental para o desenvolvimento do processo ensino- aprendizagem. Encontramos nessa classe um quantitativo de 48 explicações.

Dentre essas, destacamos alguns exemplos significativos dessas falas:

“Muita informação na cabeça” mas fiz várias contas de multiplicar depois peguei o resultado e fiz uma conta de + (Jogabi-C1)

Essa conta eu comeci a fazer “mais” depois “me embolei” e não consegui terminar (Melina – PS3)

Pra mim o “método mais fácil é a multiplicação, mas também usei a adição (Catia CM1).

Usei os desenhos e o vezes (Lia- C2)

Eu fiz $60+60+60+60= 120$ então fiz $4 \times 120= 480$ fiz $60+60+60+60+60+60+60+60= 480$ “Eu me odeio” (André- PS1)

Nessas falas percebemos o quanto esses estudantes foram verdadeiros em seus comentários. Puderam mostrar claramente seu raciocínio e até mesmo sua ansiedade diante das situações que não sabiam resolver.

A última categoria a ser exemplificada é a “D” em que as crianças escrevem que fizeram uma determinada operação. Ilustramos com: “fiz uma multiplicação”, “usando o desenho e a multiplicação”. Esse tipo de resposta ocorreu nas situações em que elas não tiveram dificuldade para resolver. Essa categoria obteve um total de 165 respostas. Vejamos abaixo alguns exemplos dessas explicitações:

Eu multipliquei 6×8 que o resultado foi 48 e logo depois eu usei a adição com a conta $48 + 4$ que o resultado foi 52 (Bila- PS4)

Eu multipliquei depois somei e deu 70 metros (Jogabi- CR2)

Fazendo uma conta de vezes e divisão (Regis- PS1)

Eu multipliquei 8 jarras por 4 maçãs e 12 jarras por 4 maçãs e desenhei os produtos e somei tudo (Piter- PS2)

Eu dividi 84 por 7 (Valquíria- PS7)

Essas respostas demonstram que para eles não precisa de maiores explicações, porque a operação realizada já era suficiente. Como se dissesse para o leitor, não está óbvio para você o que fiz anteriormente?

No próximo capítulo, apontaremos as considerações finais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa buscou investigar o desempenho e as estratégias utilizadas pelos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental na resolução de diferentes situações multiplicativas.

As considerações finais têm por finalidade mostrar o desfecho desse trabalho de acordo com os dados analisados no capítulo anterior. Buscamos, a partir desta investigação, responder a seguinte questão norteadora: O que revelam as resoluções dos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental nas situações-problema do campo conceitual multiplicativo?

Vergnaud (1983) nos auxiliou a identificar as situações multiplicativas que os estudantes trabalharam no 3º ano, em 2020, para que pudéssemos elaborar um protocolo investigativo para ser aplicado aos alunos do 4º ano, em 2021. Essa pesquisa corroborou com o que o autor aponta sobre a importância dos estudantes serem expostos a diversas situações para se trabalhar um determinado conceito.

Declaramos que os estudos de Vergnaud sobre a Teoria dos Campos Conceituais (1983, 1988, 1990, 1991, 1994, 1998, 2013); as Estruturas multiplicativas, uma releitura feita por Magina, Santos e Merlini (2012, 2014, 2016), como também, as reflexões de Santana et al (2010, 2012, 2017, 2019) e Gitirana et al (2014), contribuíram significativamente para nos ajudar a compreender as estratégias dos estudantes, as dificuldades e os esquemas de ação utilizados por eles em cada eixo das estruturas multiplicativas.

A análise das resoluções das 15 situações de estruturas multiplicativas envolvendo as relações quaternárias e ternárias indicou os seguintes dados: percebemos na investigação que os alunos tiveram contato com uma variedade de problemas, demonstrando apropriação da proporção simples de partição (PS7) com 88% de acertos, proporção um para muitos com 77.7% (PS2) e 70% (PS1), proporção muitos para muitos de 66.6% (PS5) e 62.9% (PS6), somente a situação de quotição (PS3) obteve 55.5% de acertos. Avaliamos que essas três últimas situações (PS5, PS6, PS3) merecem ser mais trabalhadas com os estudantes.

No que se refere às situações de proporção, os estudantes solucionaram com o esquema do algoritmo as situações PS1, PS2, PS3, PS4 e PS7 que envolvem as classes um para muitos. Essas foram as situações com maior número de acertos desse eixo, isso ocorreu porque a PS1, PS2 e PS4 foram recorrentes no 3º e 4º ano. A situação PS7 trabalhou a partição, mais tranquilo na resolução dos alunos porque é o início da ideia de divisão. Isso não foi constatado na apropriação de divisão por quotição (PS3) sendo uma atividade mais difícil no qual os estudantes apresentaram dificuldade para resolver.

Já a proporção simples de muitos para muitos que foram as situações PS5 e PS6, as mais difíceis para os estudantes. Na PS5 tivemos 17 estudantes que resolveram através do desenho e do esquema aditivo para solucionar a situação. Isso nos demonstra que não ficaram paralisados diante de uma situação difícil, mas buscaram uma forma de solucionar o desafio. Já a PS6, 15 estudantes utilizaram o algoritmo de divisão para resolver a situação.

Quanto às situações de comparação multiplicativa, a situação CM1 com 92.2% de acerto, a CM4 com 77% de acertos, CM3 com 70.3% e a CM2 com 15.7%. Isso demonstra que os estudantes precisam trabalhar mais situações em que se busca a relação entre os objetos.

Nas situações de comparação multiplicativa, a situação CM1 envolvia o “triplo” uma ideia recorrente desde o 3º ano, essa situação foi a de maior número de acerto desse eixo, resolvendo-as pelo algoritmo da multiplicação. As CM2, CM3 e CM4 não foram trabalhadas no 3º ano. Reafirmamos que a situação mais difícil para os estudantes foi a CM2 pelo fato de exigir a busca da relação entre dois objetos. Para os estudantes, não foi fácil perceber quantas vezes o carrinho era mais caro do que a bola. Somente nove estudantes resolveram a situação pelo esquema aditivo e pelo algoritmo da divisão.

Já a situação CM3 e CM4 com 19 e 20 resoluções adequadas respectivamente, em que os estudantes utilizaram o algoritmo da divisão para resolverem a situação. Portanto, para esses estudantes o fato de precisar descobrir o referido e o referente não foi um problema.

No que se refere às situações de configuração retangular, na CR1 tivemos 70.3% de acertos, enquanto na CR2 somente 29.6%. Isso significa que os estudantes não se apropriaram da ideia de configuração retangular com grandezas contínuas.

Constatamos em nosso estudo que a situação de configuração retangular (CR1) obteve o maior número de acertos e inferimos que pode ter sido pelo fato de envolver uma multiplicação simples e uma subtração. Nessa situação, 12 estudantes resolveram pelo algoritmo da multiplicação e somente 7 alunos desenharam as mesas da sala para em seguida efetuarem a multiplicação. Já a situação CR2 que exigia o cálculo da medida de superfície largura x comprimento, eles se equivocaram e calcularam o valor do perímetro. Nesse caso, os estudantes utilizaram a adição.

Quanto às situações de combinatória, a C2 teve 74% de resoluções adequadas, enquanto a C1 somente 29.6% acertaram. O baixo número de acertos da situação C1 ocorreu porque era uma situação complexa, envolvendo muitos dados. Ainda em relação a C1, percebemos que 40% dos alunos tiveram raciocínio coerente, mas se confundiram nos cálculos. A maioria desses estudantes utilizou algoritmos da multiplicação, da adição e da

subtração para solucionar a questão. Já situação C2, constatamos que os alunos usaram o algoritmo da multiplicação e o desenho para solucionar a situação.

Quanto às respostas escritas percebemos que os estudantes se mostraram bem à vontade para fazer suas explicitações o que muitas vezes não é fácil, como nos aponta Santos (2015). Eles mostraram objetividade através da linguagem, conseguiram explicar o que haviam realizado nas questões. Percebemos que quando a situação exigia um cálculo simples, eles respondiam sucintamente, mas quando eram atividades mais complexas, eles conseguiam expor suas ansiedades: “não consegui”, “não sei explicar”, “tá difícil” “não coloca na prova”. Isso mostra boa relação com seus mediadores e autonomia para expressar-se diante dos desafios.

Trazemos alguns resultados de pesquisa em relação às situações multiplicativas, sem, contudo, querer comparar os dados entre elas, porque são realidades sociais e regiões diferentes. Além disso, a maioria dos nossos investigados frequentam a escola desde a educação infantil, onde já se trabalha com a matemática na construção do conhecimento, de acordo com o Projeto Político Pedagógico. No entanto, vamos citá-las para refletirmos sobre os dados encontrados nessa investigação.

Nas pesquisas realizadas por Santana et al (2019) na rede E-Mult, sobre as estruturas multiplicativas no ensino fundamental com alunos dos 1º ao 9º ano, concluíram que o desempenho dos estudantes nas situações multiplicativas aumenta com o passar dos anos. No resultado desse estudo (SANTANTA et. al) em relação aos estudantes do 4º ano, a situação com maior número de acerto foi a de proporção simples um para muitos com 52.5%. A 2ª situação com mais acerto foi a de comparação multiplicativa com o referido desconhecido com 43.2%. Já em nosso estudo, na situação de proporção simples de um para muitos tivemos 77.7% de acertos. A situação de proporção simples com menor número de acerto foi a de proporção simples muitos para muitos com 55% de resoluções adequadas. Isso demonstra um percentual um pouco melhor do que o estudo de Santana et al (2019), o que era esperado para uma escola particular de classe média.

Em relação à comparação multiplicativa, os estudos de Magina et al (2011) afirmam que as situações de comparação multiplicativa podem gerar dificuldade não pelo fato de efetuar as operações de multiplicação e divisão, mas sim em saber qual operação realizar diante das expressões “vezes mais” e principalmente “vezes menos”, o que interferiu no desempenho dos estudantes. Já no nosso trabalho com os alunos do 4º ano, percebemos que de fato, isso ocorre, mas nossos estudantes conseguiram atingir 70.3% e 77% nesse tipo de situação.

Nossa investigação encontrou dificuldades semelhantes aos do estudo de Magina et al (2016) que indicaram que as situações ternárias de combinatória e comparação multiplicativa com relação desconhecida tiveram baixo índice de sucesso no Ensino Fundamental de 1º ao 5º ano. Em nossa investigação, o menor desempenho na situação de comparação multiplicativa com 33% de acerto foi na situação CM2 em que se buscava a relação entre os objetos. Já na combinatória os estudantes, na situação C1, também tiveram dificuldade para solucionar e obtivemos apenas 29.6% de acertos.

A pesquisa de Silva (2018) constatou que os alunos do 1º ao 9º ano do ensino fundamental apresentam maior dificuldade na proporção simples muitos para muitos. Em relação a esse dado, nossa pesquisa se diferencia pelo fato de que 50% dos estudantes alcançaram resultado adequado, mesmo não sendo uma classe de situações muito trabalhadas com esses alunos.

Percebemos em nossa pesquisa que o desempenho dos estudantes investigados revela que eles são capazes de desenvolver esquemas de ação coerentes às situações propostas, demonstrando apropriação no processo de aprendizagem do campo multiplicativo em diferentes níveis, como esquemas de contagem e utilização do algoritmo adequado à situação-problema. Da mesma forma, esses estudantes expõem seus pensamentos explicitando como pensaram e chegaram à determinada solução. Ainda revelam confiança na relação professor e aluno para atuarem de forma ativa e se expressarem com sinceridade e autonomia na criação de respostas aos esquemas de ação.

Dessa forma, concluímos que a maioria dos estudantes se apropriou das situações multiplicativas de proporção simples, comparação e combinatória. No entanto, precisam trabalhar com configuração retangular distinguindo cálculo de área e perímetro. Observamos, também, que houve apropriação dos algoritmos da multiplicação e da divisão.

Para futuras pesquisas, ainda precisamos investigar as resoluções inadequadas (coerente/incoerente) nas situações do campo conceitual multiplicativo observando a intervenção da professora com os estudantes, verificando o que isso pode contribuir para a sistematização desses conceitos.

REFERÊNCIAS

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria da Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática*, v. 3. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. *Relatório SAEB 2017*. Brasília, DF: INEP/MEC. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2017.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. - Características da investigação qualitativa. In: *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto, Porto Editora, 1994. p.47- 51.

CAMPOS, C. J. G. *Metodologia Qualitativa e Método Clínico-qualitativo: um panorama geral de seus conceitos e fundamentos*. Disponível em: <http://www.sepq.org.br/Isipeq/anais/pdf/poster1/05.pdf> . Acesso em: 12 nov. 2021

GITIRANA, V.; CAMPOS, T.M.M.; MAGINA, S.; SPINILLO, A. G. *Repensando Multiplicação e Divisão- Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais*. 1. ed. São Paulo: PROEM EDITORA, 2014. v. 1. 136p.

GUERIOS, E.C.; AGRANIONI, N.T.; ZINE, T.B. Situações aditivas e Multiplicativas no ciclo de alfabetização. In: BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: operações na resolução de problemas*. Brasília: MEC, SEB, 2014.

MAGINA, S. M. P., SANTOS, A., MERLINI, V. L. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. *Ciência e Educação*, Bauru, v. 20, n. 2, p. 517-533, 2014.

_____. Comparação multiplicativa: a força que a expressão exerce na escolha das estratégias de resolução dos alunos, *XIII CIAEM-IACME*, Recife, Brasil, 2011.

MAGINA, S. M. P., MERLINI, V. L. SANTOS, A. A estrutura multiplicativa à luz da teoria dos campos conceituais: uma visão com foco na aprendizagem. IN: CASTRO FILHO, José Aires et al (ORG). *Matemática, Cultura e tecnologia: perspectivas internacionais*. vol 1. Curitiba, PR: CRV, 2016. 264p.

MAGINA, S. et al. *Repensando adição e subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais*. 3. ed - São Paulo: PROEM, 2008.

MAGINA, S. M. P.; SANTOS, A.; MERLINI, V.L. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. *Ciência e Educação*, Bauru, v. 20, n. 2, p. 517-533, 2014.

MERLINI, V. L.; MAGINA, S. M. P.; SANTOS, A. O desempenho dos estudantes de 4ª série do Ensino Fundamental frente a problemas de estrutura multiplicativa. In: *Encontro Nacional de Educação Matemática*, 10, 2010, Salvador. Anais... Salvador, 2010.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. *Investigações em Ensino de Ciência*, São Paulo, v.7, n.1, 2002, p. 7-29.

OSTERMANN, F; CAVALCANTI, C. J. H. *Teorias de Aprendizagem*. Porto Alegre: Evangraf; UFRGS, 2011. 58 p.

SANTANA, L. E. *LA conversão entre representações semióticas: um estudo no domínio das frações à luz de Duval e Vergnaud*. 194 f. Tese (Doutorado em Psicologia cognitiva) – Universidade Federal de Pernambuco, 2018.

SANTANA, E. R. S. et al. *Experiências vivenciadas por professores*. In: SANTANA, E. R. S., CASTRO FILHO, J. A, LAUTERT, S. L. (org.). *Ensinando multiplicação e divisão no 4º e 5º ano*. Itabuna : Via Litterarum, 2017, p.69-104.

SANTANA, E.R.S. *Adição e Subtração: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?* Ilhéus: Editus, 2012.

SANTANA, E. R. S. CAZORLA, I. M. SANTOS, E. M. *Desempenho de Estudantes do Ensino Fundamental em Situações de Estruturas Multiplicativas*. *RPEM*, Campo Mourão, Pr, v.8, n.15, p.147-168, jan.-jun. 2019.

SANTOS, A. *Formação de professores e as estruturas multiplicativas: reflexões teóricas e práticas*. 1. ed. Curitiba: Appris, 2015. v. 1.

SILVA, T.O. *Proporcionalidade: um olhar sobre os esquemas de estudantes do ensino fundamental*. 116p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)- Universidade Estadual de Santa Cruz, 2018.

SMOLE, K.S.; DINIZ, M.I. *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed, 2001. 204 p.

SMOLE, K.C.S.; CENTURIÓN, M *A matemática de jornais e revistas*. *RPM*, n.º 20, 1.º quadrimestre de 1992.

VERGNAUD, G. *Acomprehensivetheoryof representation for mathematics education*. *The Journal of Mathematical Behavior*, Elsevier Inc, Amesterdã, v. 17, n. 2, 1998, p. 167-181.

_____. *A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar*. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

_____. *A Gênese dos Campos Conceituais*. In: GROSSI, E. P. (Org.) *Por que ainda há quem não aprende?: a teoria*. Petrópolis, RJ: Vozes, 2003. p.21-60.

_____. *Pourquoi La théorie Des champs conceptuels?* *Infancia y Aprendizaje*, [s.l.], v. 36, n. 2, p. 131-161, 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.1174/021037013806196283> Acesso em: nov.2021.

_____. *Piaget e Vygotsky em Gérard Vergnaud: Teoria dos Campos Conceituais*. Porto Alegre: GEEMPA, 2017.

ZUFFI, E. M.; ONUCHIC, L. R. O Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas e os Processos Cognitivos Superiores. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, n.11, p.79-97, set. 2007.

APÊNDICE A - Situações multiplicativas do protocolo diagnóstico

PROPORÇÃO SIMPLES
PS1 Catarina e Juliana estão preparando saquinhos de balas com a mesma quantidade para distribuir entre as crianças de um orfanato. Em cada saquinho elas colocaram 8 balas. Elas já organizaram 60 saquinhos. Quantas balas já foram ensacadas por Catarina e Juliana?
PS2D. Maria comprou maçãs para fazer suco para a cantina. Para preparar uma jarra de suco ela usa 4 maçãs. Quantas maçãs ela usará para preparar 8 jarras de suco? E 12 jarras de suco?
PS3 Na cantina da escola podemos comprar suco de caixinha em embalagens com 6 unidades. Semana passada D. Maria vendeu 72 caixinhas de suco. Quantas embalagens de suco ela vendeu?
PS4 Seu José recolheu mangas do pátio da escola. Ele organizou 8 caixas com 6 mangas e ainda sobraram 4. Quantas mangas seu José recolheu no pátio da escola?
PS5 Na olimpíada da escola, a cada 3 voltas no Pátio da Frente o aluno marca 5 pontos. Moises deu 15 voltas no pátio. Quantos pontos ele marcou?
PS6 Daniel comprou 9 caixas de leite e pagou R\$45,00. Se ele comprasse apenas 6 caixas quanto pagaria?
PS7 Juliana distribuirá 84 pulseiras para 7 amigas da sala de aula. Quantas pulseiras cada amiga receberá?
COMPARAÇÃO MULTIPLICATIVA
CM1 Frederico tem uma coleção com 52 carrinhos. Daniel tem o triplo de carrinhos. Quantos carrinhos Daniel têm em sua coleção?
CM2 Na loja de brinquedos, um carrinho custa R\$72,00 e uma bola R\$8,00. Quantas vezes o carrinho é mais caro do que a bola?
CM3 Comprei um tênis por R\$270,00 e gostei de uma blusa que custava 6 vezes menos do que o tênis. Qual era o valor da blusa?
CM4 Um livro custa 5 vezes mais do que um estojo pequeno. O livro custa R\$50,00. Quanto custa o estojo?
CONFIGURAÇÃO RETANGULAR
CR1 A sala do 4º ano está organizada com 5 fileiras com 4 mesas em cada uma delas. Quantas mesas há na sala? Sabendo que a sala é composta de uma mesa para cada estudante e duas alunas assistem aula on-line, quantos estudantes estão em aula presencial?
CR2 A quadrinha da escola tem 9 metros de largura e 26 metros de comprimento, quantos metros de grama sintética foram comprados para revestir o piso desse espaço?
COMBINATÓRIA
C1 Na quadra da escola há 3 tipos de mesas arrumadas para festa da seguinte forma: 4 mesas com 6 cadeiras; 5 mesas com 2 cadeiras; 7 mesas com 4 cadeiras. Se somente 3 mesas com 2 cadeiras e 5 mesas com 4 cadeiras estiverem desocupadas, quantas pessoas estarão sentadas?
C2D. Elisa fez suco de frutas para os seus 8 netos. Ela usou pêssego, uva, mamão, morango e misturou cada fruta com leite ou água. Quantos sucos diferentes D. Elisa conseguiu fazer?

APÊNDICE B – Instrumento diagnóstico- 1ª parte

Trabalho de Investigação- 2021

Nome: _____ Idade _____ 4º ano

Seu José recolheu mangas do pátio da escola. Ele organizou 8 caixas com 6 mangas e ainda sobraram 4. Quantas mangas seu José recolheu no pátio da escola?

<p>Resolução</p> <p>R: _____</p> <p>Como você chegou a essa solução?</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>
--

Catarina e Juliana estão preparando saquinhos de balas com a mesma quantidade para distribuir entre as crianças de um orfanato. Em cada saquinho elas colocaram 8 balas. Elas organizaram 60 saquinhos. Quantas balas já foram ensacadas por Catarina e Juliana?

<p>Resolução</p> <p>R: _____</p> <p>Como você chegou a essa solução?</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>
--

Frederico tem uma coleção com 52 carrinhos. Daniel tem o triplo de carrinhos. Quantos carrinhos Daniel tem em sua coleção?

Resolução
R: _____
Como você chegou a essa solução?

Na quadra da escola há 3 tipos de mesas arrumadas para a festa da seguinte forma: 4 mesas com 6 cadeiras; 5 mesas com 2 cadeiras; 7 mesas com 4 cadeiras. Se somente 3 mesas com 2 cadeiras e 5 mesas com 4 cadeiras estiverem desocupadas, quantas pessoas estarão sentadas?

Resolução
R: _____
Como você chegou a essa solução?

A sala do 4º ano está organizada com 5 fileiras com 4 mesas em cada uma delas. Quantas mesas há na sala? Sabendo que a sala é composta de uma mesa para cada estudante e duas alunas assistem aula online, quantos estudantes estão em aula presencial?

Resolução

R: _____

Como você chegou a essa solução?

APÊNDICE C - Instrumento diagnóstico- 2ª parte

Trabalho de Investigação- 2021

Nome: _____ Idade _____ 4º ano

D. Maria comprou maçãs para fazer suco para a cantina. Para preparar uma jarra de suco ela usa 4 maçãs. Quantas maçãs ela usará para preparar 8 jarras de suco? E 12 jarras de suco?

Resolução

R: _____

Como você chegou a essa solução?

Na cantina da escola podemos comprar suco de caixinha em embalagens com 6 unidades. Semana passada D. Maria vendeu 72 caixinhas de suco. Quantas embalagens de suco ela vendeu?

Resolução

R: _____

Como você chegou a essa solução?

Daniel comprou 9 caixas de leite e pagou R\$45,00. Se ele comprasse apenas 6 caixas quanto pagaria?

Resolução

R: _____

Como você chegou a essa solução?

Na loja de brinquedos, um carrinho custa R\$72,00 e uma bola R\$8,00. Quantas vezes o carrinho é mais caro do que a bola?

Resolução

R: _____

Como você chegou a essa solução?

D. Elisa fez suco de frutas para os seus 8 netos. Ela usou pêssego, uva, mamão, morango e misturou cada fruta com leite ou água. Quantos sucos diferentes D. Elisa conseguiu fazer?

Resolução

R: _____

Como você chegou a essa solução?

APÊNDICE D - Instrumento diagnóstico- 3ª parte

Trabalho de Investigação- 2021

Nome: _____ Idade _____ 4º ano

Na olimpíada da escola, a cada 3 voltas no Pátio da Frente o aluno marca 5 pontos. Moises deu 15 voltas no pátio. Quantos pontos ele marcou?

Resolução
R: _____
Como você chegou a essa solução?

Juliana distribuirá 84 pulseiras para 7 amigas da sala de aula. Quantas pulseiras cada amiga receberá?

Resolução
R: _____
Como você chegou a essa solução?

Comprei um tênis por R\$270,00 e gostei de uma blusa que custava 6 vezes menos do que o tênis. Qual era o valor da blusa?

Resolução

R: _____

Como você chegou a essa solução?

Um livro custa 5 vezes mais do que um estojo pequeno. O livro custa R\$50,00. Quanto custa o estojo?

Resolução

R: _____

Como você chegou a essa solução?

A quadrinha da escola tem 9 metros de largura e 26 metros de comprimento, quantos metros de grama sintética foram comprados para revestir o piso desse espaço?

Resolução

R: _____

Como você chegou a essa solução?

ANEXO A - Termo da faculdade para pesquisa

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE EDUCAÇÃO E HUMANIDADES
FACULDADE DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES
DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO –
PROCESSOS FORMATIVOS E DESIGUALDADES SOCIAIS

TERMO DE CONSENTIMENTO

Prezados diretores e coordenadores

Eu, Angelina Gonçalves Marmelo, solicito por meio deste documento a permissão para realizar a minha pesquisa de Mestrado, nesta instituição escolar. A investigação tem como título Situações multiplicativas: uma análise da resolução dos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental e tem como objetivo investigar o desempenho e as estratégias utilizadas pelos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental na resolução de diferentes situações multiplicativas.

A realização desta pesquisa é condição essencial para a conclusão do curso de Mestrado em Educação na Universidade Estadual do Rio de Janeiro- UERJ\ FFP.

Ao final do trabalho, coloco-me à disposição da instituição escolar para socializar os dados da pesquisa.

Afirmo desde já que a identidade dos participantes será mantida em sigilo e os dados levantados durante o estudo serão utilizados para fins didáticos, de pesquisa e de divulgação de conhecimento científico.

Atenciosamente,

Pesquisadora

Direção

ANEXO B - Termo de anuência da escola**CARTA DE ANUÊNCIA**

(elaborado de acordo com Resolução nº466/2012-CNS/CONEP)

Aceito a pesquisadora Angelina Gonçalves Marmelo, aluna regularmente matriculada na UERJ- Faculdade de Formação de Professores- FFP- São Gonçalo- RJ, sob o N° ME2010657, no curso de Mestrado (stricto sensu) em Educação- Processos Formativos e Desigualdades Sociais, a realizar a pesquisa intitulada: Situações- multiplicativas: uma análise da resolução dos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental, sob a orientação da professora Dra Vania Finholdt Ângelo Leite. A pesquisa tem por objetivo investigar o desempenho e as estratégias utilizadas pelos estudantes do 4º ano na resolução de diferentes situações multiplicativas.

Ciente do objetivo da pesquisa acima citado concedo a anuência para o seu desenvolvimento, desde que sejam garantidos os requisitos abaixo:

- O cumprimento das determinações éticas destinadas à pesquisa envolvendo seres humanos, da Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP) do Ministério da Educação. Resolução nº 466/ 2012- CSN/ CONEP;
- Garantia de solicitar e receber esclarecimentos antes, durante e depois do desenvolvimento da pesquisa;
- Não haverá nenhuma despesa para esta instituição que seja decorrente da participação dessa pesquisa;
- O não cumprimento dos requisitos acima dará a liberdade de retirar minha anuência a qualquer momento da pesquisa sem penalização alguma.

Niterói, _____ de _____ de 2021.

Diretor (a) da escola

ANEXO C - Termo de consentimento da escola- professor 3º ano

TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA

Autorizo a professora Angelina Gonçalves Marmelo, aluna regularmente matriculada na UERJ- FFP- Faculdade de Formação de Professores de São Gonçalo- RJ, sob o nº ME2010657, no curso de Mestrado (stricto sensu) em Educação- Processos Formativos e Desigualdades Sociais, a realizar coleta de dados, com os alunos do 3º ano, utilizando o registro do caderno dos estudantes com tarefas sobre a resolução de problemas multiplicativos.

A coleta de dados fará parte da pesquisa intitulada: Situações- multiplicativas: uma análise da resolução dos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental, sob a orientação da professora Dra Vania Finholdt Ângelo Leite.

Compreendi que manter-se-á o anonimato da professora e dos estudantes.

Niterói, _____ de _____ de 2020.

Diretor (a) da escola

Professor regente

ANEXO D - Termo de consentimento da escola- professor 4º ano

TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA

Autorizo a professora Angelina Gonçalves Marmelo, aluna regularmente matriculada na UERJ- FFP- Faculdade de Formação de Professores de São Gonçalo- RJ, sob o nº ME2010657, no curso de Mestrado (stricto sensu) em Educação- Processos Formativos e Desigualdades Sociais, a aplicar um protocolo diagnóstico com 15 situações-problema do campo conceitual multiplicativo aos alunos do 4º ano. O protocolo será aplicado em três dias distintos (cinco situações diárias) a ser combinado com a professora regente da turma.

O protocolo com as resoluções dos estudantes fará parte da pesquisa intitulada: Situações-multiplicativas: uma análise da resolução dos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental, sob a orientação da professora Dra Vania Finholdt Ângelo Leite.

Compreendi que, para manter o sigilo, os nomes dos alunos não serão identificados no relatório de pesquisa.

Niterói, ____ de _____ de 2021.

Diretor (a) da escola

Professor regente

ANEXO E - Termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE)- aos pais



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE EDUCAÇÃO E HUMANIDADES
FACULDADE DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES
DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO –
PROCESSOS FORMATIVOS E DESIGUALDADES SOCIAIS

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA MENOR DE IDADE

Caro responsável\ Representante legal

Gostaríamos de obter seu consentimento para o menor _____ participar, como voluntário da pesquisa:

Situações-multiplicativas: uma análise da resolução dos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental. A presente investigação de natureza qualitativa será realizada com os alunos do 4º ano desta instituição particular na qual o menor é aluno regular, sob a responsabilidade da pesquisadora Angelina Gonçalves Marmelo e orientação da professora Dra Vania Finholdt Ângelo Leite.

A coleta de dados será feita através da aplicação de um protocolo com 15 situações-problema, em três dias distintos, a ser combinado com a professora regente, com cinco situações diárias, para investigar as estratégias de resolução de problemas multiplicativos utilizadas no processo de aprendizagem desse grupo.

Os resultados da pesquisa serão analisados e publicados, mas a identidade do menor não será divulgada, mantendo assim o anonimato.

Niterói, 3 de setembro de 2021.

Coordenação Geral Pedagógica

Professora- pesquisadora

ANEXO F - Termo de assentimento livre e esclarecido (TALE)- aluno



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE EDUCAÇÃO E HUMANIDADES
FACULDADE DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES
DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO –
PROCESSOS FORMATIVOS E DESIGUALDADES SOCIAIS

**TERMO DE ASSENTIMENTO PARA CRIANÇA E ADOLESCENTE
(MAIORES DE 6 ANOS E MENORES DE 18 ANOS)**

Você está sendo convidado(a) para participar da pesquisa, da professora Angelina Gonçalves Marmelo, intitulada: Situações- multiplicativas: uma análise da resolução dos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental, sob a orientação da professora Dra Vania Finholdt Ângelo Leite. Seus responsáveis autorizaram a sua participação, porém precisamos saber se você gostaria de colaborar.

Com essa pesquisa queremos descobrir quais são as estratégias utilizadas por você ao resolver problemas com estruturas multiplicativas.

Você não precisará participar, se não quiser, porém sua colaboração e contribuição com esta pesquisa será de fundamental importância para o trabalho acadêmico. É possível que você se sinta incomodado ou constrangido em efetuar uma ou mais atividades. Caso isso aconteça, você poderá procurar a pesquisadora Angelina Gonçalves Marmelo e ela lhe dará o suporte necessário para a realização das situações-problema.

Ninguém saberá que você estará participando da pesquisa. Os resultados serão publicados, mas sem a identificação do participante. Manteremos o anonimato.

ANEXO G - Termo de assentimento livre e esclarecido (TALE)- aluno

CONSENTIMENTO PÓS INFORMADO

Eu _____ aceito participar da pesquisa, da professora Angelina Gonçalves Marmelo, intitulada: Situações- multiplicativas: uma análise da resolução dos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental, sob a orientação da professora Dra. Vania Finholdt Ângelo Leite.

Soube do procedimento da pesquisa e a sua importância para o trabalho acadêmico. Compreendi que posso participar ou não e que essa decisão será respeitada e mantida em sigilo.

A pesquisadora, Angelina Gonçalves Marmelo, esclareceu minhas dúvidas sobre o trabalho de pesquisa e conversou com meus responsáveis.

Recebi uma cópia deste termo de assentimento.

Li e concordo em participar da pesquisa.

Niterói, _____ de _____ de 2021.

Assinatura do (a) aluno (a)

Assinatura do (a) pesquisador (a)