Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia e Ciências

Instituto de Matemática e Estatística

Rebeca Lugão de Lima Domingues Lagares

Campo Conceitual Multiplicativo: Aprendendo com os argumentos dos alunos

Rio de Janeiro

2022

Rebeca Lugão de Lima Domingues Lagares

Campo Conceitual Multiplicativo: Aprendendo com os argumentos dos alunos

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Orientadora: Prof.ª Dra. Gabriela dos Santos Barbosa

Rio de Janeiro

2022

CATALOGAÇÃO NA FONTE

UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC-A

L173 Lagares, Rebeca Lugão de Lima Domingues

Campo conceitual multiplicativo: aprendendo com os argumentos dos alunos/ Rebeca Lugão de Lima Domingues Lagares. – 2022.

77 f.: il.

Orientadora: Gabriel dos Santos Barbosa

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática e Estatística.

1. Matemática - Estudo e ensino (Ensino fundamental) - Teses. 2. Multiplicação - Teses. 3. Resolução de problemas (Matemática) - Teses. I. Barbosa, Gabriel dos Santos. II. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Instituto de Matemática e Estatística. III. Título.

CDU 371.3:51

Patricia Bello Meijinhos CRB7/5217 - Bibliotecária responsável pela elaboração da ficha catalográfica

_____________________________ ______________________

Assinatura Data

Rebeca Lugão de Lima Domingues Lagares

Campo Conceitual Multiplicativo: Aprendendo com os argumentos dos alunos.

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Aprovada em 15 de setembro de 2022.

Banca Examinadora:

Prof.ª Dra. Gabriela dos Santos Barbosa (Orientadora)
Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

Prof.ª Dra. Patricia Nunes da Silva
Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

Prof. Dr. Rogério Fernando Pires
Universidade Federal de Uberlândia - UFU

Rio de Janeiro

2022

DEDICATÓRIA

A minha filha Sophia, a razão pela qual me empenho a ser uma pessoa e profissional melhor.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me capacitado a chegar até aqui e sempre estar comigo.

Ao meu esposo, Levi, e à filha, Sophia, por serem a minha força, motivo de dedicação e por compreenderem minhas ausências em alguns momentos.

Aos meus pais, Cillas e Neusa, por serem meu porto seguro e sempre acreditarem em meu potencial.

Às minhas irmãs, Priscilla e Rafaella, sempre companheiras.

Aos meus sogros, Joel e Lucinea, por sempre me incentivarem.

Aos meus amigos, Mestres, Adriano Santos e Tainnah Rabelo, por fazerem parte de todo o processo de formação, estudando e trocando experiências. Obrigada por serem meu suporte durante todo o curso.

À minha orientadora Prof.ª Drª Gabriela Barbosa, pela paciência, confiança e orientação.

Aos amigos Sérgio, Patricia, Gabriel e Suélen, que me deram uma rede de apoio na cidade de Curitiba, me auxiliando a finalizar esse trabalho. Obrigada por terem feito toda a diferença em nossa nova fase de vida.

À Prof.ª M.a. Caroline Vargas, por ter feito toda correção ortográfica e gramatical deste trabalho com muita paciência.

Aos meus alunos, por me proporcionarem bons momentos e serem meu objeto de pesquisa.

Enfim, a todos que, de alguma forma, foram capazes de compreender minha ausência e me incentivaram a continuar.

Deus nunca disse que a jornada seria fácil, mas Ele disse que a chegada valeria a pena.

Max Lucado

RESUMO

LAGARES, Rebeca Lugão de Lima Domingues. **Campo Conceitual Multiplicativo: Aprendendo com os argumentos dos alunos**. 2022. 77f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2022.

A presente pesquisa teve por objetivo principal analisar os conhecimentos pertencentes ao eixo de produto de medidas, do campo conceitual multiplicativo, apresentados por alunos do oitavo ano do ensino fundamental na resolução de situações problemas que envolvem a estrutura multiplicativa. Na pesquisa, nos propomos a responder a seguinte questão: "**Quais conceitos relativos ao eixo de produtos de medidas foram adquiridos por determinado grupo de alunos do oitavo ano após o momento de isolamento pela pandemia do Covid - 19?**" Para isso, realizamos um estudo com 36 alunos, pertencentes a uma escola estadual e integral, com proximidade a maior, e mais perigosa, comunidade da cidade de Curitiba. A fundamentação teórica da pesquisa contou com a Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud (1983, 1990, 1994, 1996, 1998, 2009, 2019) e com os estudos de Magina (2008, 2013, 2014). Realizamos o estudo apoiado no modelo de pesquisa exploratória aliado às abordagens quantitativas e qualitativas na modalidade de Estudo de Casos. Usamos como metodologia o teste diagnóstico elaborado por Magina, Santos e Merlini (2014), Anexo A, que foi aplicado pela pesquisadora, regente da turma observada. Como resultado, percebemos que o isolamento pelo Covid-19 não é o principal motivo para o desempenho regular dos sujeitos, visto que os conceitos abordados no teste diagnóstico devem ser trabalhados desde o ensino fundamental 1, ou até mesmo na educação infantil. Percebemos também que, o eixo de produto de medidas, do campo conceitual multiplicativo, na perspectiva de resolução de problemas, é pouco explorado nos anos iniciais do ensino fundamental, pela análise das resoluções. Sendo assim, é necessário trabalhar com mais intensidade e intencionalidade as situações referentes ao eixo de produtos de medidas, para que os alunos possam desenvolver com expertise seus conhecimentos sobre o assunto, criando esquemas de conceitos da vez mais bem elaborados.

Palavras-chave: Teoria dos Campos Conceituais. Estrutura Multiplicativa. Produtos de Medidas. Análise de Erros. Teste Diagnóstico.

ABSTRACT

LAGARES, Rebeca Lugão de Lima Domingues. **Campo Conceitual Multiplicativo: Aprendendo com os argumentos dos alunos**. 2022. 77f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2022.

The main objective of the present research was to analyze the knowledge belonging to the product of measures axis, of the multiplicative conceptual field, presented by eighth grade students in solving problem situations involving the multiplicative structure. In the research, we set out to answer the following question: "What concepts pertaining to the axis of products of measures were acquired by a certain group of eighth-grade students after the moment of isolation by the Covid - 19 pandemic?" For this, we conducted a study with 36 students, belonging to a state and comprehensive school, with proximity to the largest, and most dangerous, community of the city of Curitiba. The theoretical foundation of the research relied on the Theory of Conceptual Fields proposed by Vergnaud (1983, 1990, 1994, 1996, 1998, 2009, 2019) and the studies of Magina (2008, 2013, 2014). We conducted the study supported in the exploratory research model allied to quantitative and qualitative approaches in the Case Study modality. We used as methodology the diagnostic test developed by Magina, Santos and Merlini (2014), Appendix A, which was applied by the researcher, regent of the observed class. As a result, we noticed that the isolation by Covid-19 is not the main reason for the regular performance of the subjects, since the concepts addressed in the diagnostic test should be worked since elementary school 1, or even in early childhood education. We also noticed that the product of measures axis, from the multiplicative conceptual field, from the problem solving perspective, is little explored in the early years of elementary school, by the analysis of the resolutions. Therefore, it is necessary to work with more intensity and intentionality the situations related to the product of measures axis, so that students can develop their knowledge about the subject with expertise, creating better elaborated concept schemes.

Keywords: Conceptual Fields Theory. Multiplicative Structure. Measurement Products. Error Analysis. Diagnostic Test.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
Covid-19	Corona Virus Disease de 2019
OMS	Organização Mundial da Saúde
PCN	Parâmetros Curriculares Nacional
PPP	Projeto Político Pedagógico
SIR	Situação, Invariantes e Representações
TCC	Teoria dos Campos conceituais
UERJ	Universidade do Estado do Rio de Janeiro

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A matemática é o alfabeto que Deus usou
para escrever o Universo.
Galileu Galilei

O ano de 2020 foi atípico e causou grandes mudanças na história de toda a humanidade com a pandemia do Covid - 19. Essa crise sanitária decretada pela Organização Mundial da Saúde (OMS), no dia 11 de março de 2020, exigiu a criação e implementação de diversas medidas preventivas, como o distanciamento e o isolamento social e o fechamento de empresas e escolas. O medo e a incerteza se instauraram na população, que teve que aprender a usar máscaras e álcool a todo o momento.

Com o isolamento, as escolas tiveram que adotar um novo modelo de aula que atendesse às medidas restritivas e permitisse o acesso à educação aos estudantes. Os ajustes não foram imediatos, mas o uso de tecnologias digitais se intensificou e as escolas passaram a realizar as aulas virtualmente com vídeos, aulas online ao vivo ou gravadas, com aulas televisionadas e, ainda, com atividades impressas para aqueles que não tinham acesso à internet de qualidade.

A autora deste trabalho vivenciou esse momento pandêmico trabalhando em uma escola particular da zona Norte do Rio de Janeiro. Não existiu uma preparação para essas aulas remotas. Os professores tiveram que se reinventar para conseguir lecionar. Muitos não possuíam internet, câmera ou computador de qualidade ou até mesmo não dominavam o uso de tecnologias. Os alunos, por sua vez, na realidade desta professora, possuíam certa agilidade com as tecnologias e, teoricamente, conseguiam acessar e participar dos conteúdos propostos, porém, a maioria, não conseguiu acompanhar a proposta por conta de todo o contexto familiar e social que estavam vivendo.

Em meio a pandemia, a autora passou a viver isolada com marido e filha, na cidade de Curitiba, vivendo o primeiro ano trabalhando em aulas remotas para a escola citada anteriormente. No ano de 2022, quando as medidas restritivas já estavam menos severas e após muitos problemas de saúde, a autora passou em um processo seletivo para trabalhar em uma escola estadual integral, que atende crianças de algumas comunidades, de forma presencial.

Assim, a autora começou a ter contato com crianças de outras realidades e perceber que, apesar de todos os esforços por uma educação de qualidade em tempos pandêmicos, muitos desses alunos ficaram praticamente dois anos sem estudar de fato.

No Estado do Paraná, os alunos das escolas estaduais tinham à disposição um sistema de ensino chamado “Aula Paraná”, criado na pandemia, composto por cinco meios de comunicação: Televisão aberta, Youtube, Google Classroom, aplicativo Aula Paraná e o material impresso. Esse sistema de ensino foi criado em caráter emergencial, usado por mais de um ano, e ainda não se sabe ao certo quais são seus resultados, impactos, contribuições e limitações, pois existem poucas pesquisas sobre o assunto, visto que no momento de escrita deste trabalho a pandemia ainda não se findou.

Além desses fatos, devemos levar em consideração que a escola onde essa pesquisa foi feita é a escola integral mais próxima de uma das maiores comunidades da cidade de Curitiba e que muitos desses estudantes vivem em barracos de tapume, sem acesso a água encanada, esgoto e internet.

É neste cenário que a presente pesquisa busca identificar e compreender quais conceitos adquiridos no campo conceitual multiplicativo um grupo de 36 alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual e integral da cidade de Curitiba utiliza na resolução de situações problemas, após o período de isolamento social pela pandemia do Covid - 19.

A motivação para essa pesquisa surgiu durante a experiência da autora como professora de uma escola particular no Rio de Janeiro. A autora percebeu que, não só em suas turmas, mas também nas turmas de seus colegas professores de matemática, os estudantes chegavam ao Ensino Médio sem o domínio do algoritmo da divisão e da resolução de problemas que envolvia tal conceito. Após o isolamento social pela pandemia, agora em uma escola pública no Estado do Paraná, a autora percebeu uma maior dificuldade relacionada a este conceito. É evidente que a comparação é feita com estudantes de realidades distintas, mas vale ressaltar que é de senso comum, entre os professores da escola onde o trabalho foi realizado, que os estudantes apresentaram uma grande piora no desempenho escolar.

O contexto familiar e social de muitos alunos participantes da pesquisa é de vulnerabilidade, considerando a falta de acesso a recursos básicos para a subsistência, como dito anteriormente, o que dificulta ainda mais o aprendizado e a contextualização dos conteúdos trabalhados em sala de aula, trazendo, com ainda mais força, a problematização referente a construção de conceitos matemáticos relativos ao campo conceitual multiplicativo.

A partir dessa problematização inicial deu-se início à investigação das dificuldades dos alunos, no âmbito do campo conceitual multiplicativo, e à busca de elementos teóricos como auxílio à compreensão.

Sendo assim, em concordância com Borba (2013), as questões desta pesquisa têm como origem a prática do professor, que apresenta o interesse de estudar o processo cognitivo, analisando a produção dos estudantes.

Segundo Pacha e Minotto (2005), as dificuldades com a resolução de situações problemas advém do fato de que o ensino é pautado na resolução de algoritmos convencionais, em que a resolução de situações acontece com a finalidade de verificar se o aluno compreendeu o algoritmo trabalhado. As autoras relatam que essa metodologia se baseia na utilização de modelos já estabelecidos pelo professor e que isso atrapalha a construção dos conceitos, por parte dos alunos, visto que, na tentativa de reproduzir o que foi trabalhado pelo professor, eles acabam não refletindo sobre a situação problema.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destacam o ensino da multiplicação em sua totalidade, dando importância ao assunto, não apenas como adição de parcelas iguais, mas também, e principalmente, por meio de resolução de situações-problemas, contextualização, nas quais serão trabalhados: multiplicação comparativa, proporcionalidade, configuração retangular e combinatória.

A partir dos estudos, baseados nas propostas de Gérard Vergnaud, encontramos justificativas para os estudantes apresentarem tantas dificuldades ainda no oitavo ano do Ensino Fundamental, o que nos leva à constatação de que o momento pandêmico em que a presente pesquisa foi feita não é a única justificativa para tais dificuldades por parte dos alunos.

Vergnaud (2009), em sua Teoria dos Campos Conceituais, aponta a importância de que o professor mediador tenha um olhar crítico em relação aos resultados apresentados pelos alunos através dos conceitos adquiridos na resolução de situações-problemas. Para o autor, a Teoria dos Campos Conceituais fornece base para o estudo e desenvolvimento de competências mais complexas, partindo de situações-problemas mais simples. Assim, com a terna SIR (Situação, Invariantes e Representações) podemos analisar os conceitos adquiridos, contribuindo para a prática do próprio professor e melhorando a construção dos conceitos por parte dos estudantes.

Ainda segundo Vergnaud (2009), um conceito é o resultado de uma experiência e não pode ser limitado apenas a uma definição. Assim, o sujeito só aprende um conceito quando se depara com uma situação. Essa situação pode ser entendida como uma tarefa ou uma vivência prática na qual o sujeito deve aplicar um esquema de conhecimentos. Esses esquemas são estratégias ou organizações mentais que cada indivíduo realiza quando enfrenta qualquer situação, seja ela uma tarefa ou uma vivência prática.

Nosso objetivo geral, como descrito anteriormente, é analisar e compreender os conceitos adquiridos no Campo Conceitual Multiplicativo, por alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental do Colégio Estadual Santos Dumont, do bairro Vila Guaíra, da cidade de Curitiba - PR. Nessa direção, seremos norteados pela seguinte questão de pesquisa: **quais conceitos relativos ao eixo de produtos de medidas foram adquiridos por determinado grupo de alunos do oitavo ano após o momento de isolamento pela pandemia do Covid - 19?**

Os objetivos específicos são: identificar quais conhecimentos do campo conceitual multiplicativo, no eixo de produtos de medidas, os sujeitos dessa pesquisa possuem; descrever e analisar as estratégias utilizadas na resolução de determinadas situações-problemas; identificar os tipos de erros e suas possíveis causas.

Para atingir os objetivos específicos, tentamos responder às seguintes questões: quais conhecimentos os sujeitos pesquisados apresentam ao solucionar as situações-problemas? Quais esquemas os estudantes apresentam na resolução das situações propostas?

Para alcançar todos esses objetivos, foi necessário desenvolver uma metodologia exploratória e descritiva com pesquisa, em artigos, livros e dissertações anteriores, e aplicação de um questionário elaborado por Sandra Magina et al (2013), Anexo A.

Devido a grande quantidade de dados coletados na aplicação do teste diagnóstico e o pouco tempo para finalizar o estudo, optamos por analisar com mais profundidade as situações que envolvem o eixo de produto de medidas: situações 5, 7, 9 e 11.

A autora desta pesquisa é professora regente das turmas estudadas e aplicou o teste diagnóstico dois meses após o início das aulas, depois de ter relembrado os algoritmos das operações básicas.

A análise dos resultados foi orientada pelas concepções de Vergnaud (1990, 2009) sobre Teoria dos Campos Conceituais, com análises quantitativas e qualitativas.

Este trabalho é composto por esta introdução mais três capítulos e considerações finais, sendo o primeiro capítulo referente ao referencial teórico construído a partir dos ensinamentos de Vergnaud e Magina sobre Campos Conceituais e Estruturas Multiplicativas. Em sequência o segundo capítulo, no qual descrevemos a metodologia utilizada nesta pesquisa, além de ambientar o leitor ao contexto social e temporal em que a pesquisa é feita. O terceiro capítulo é dedicado à análise de dados e sua apresentação. Para finalizar, temos as considerações finais e as referências, que tanto contribuíram para o desenvolvimento do estudo.

1 REFERENCIAL TEÓRICO

Educar verdadeiramente não é ensinar
fatos novos ou enumerar fórmulas prontas,
mas sim preparar a mente para pensar.
Albert Einstein

A presente pesquisa estuda aspectos relativos à compreensão das operações básicas de multiplicação e divisão através do teste diagnóstico elaborado por Sandra Magina (ANEXO A), aplicado em duas turmas de 8º ano de uma escola pública e integral da cidade de Curitiba.

Neste capítulo trataremos do referencial teórico que fundamentou a pesquisa em relação às questões investigadas. Tendo como autor o psicólogo francês Gérard Vergnaud, a Teoria dos Campos Conceituais que é definida como:

> (...)teoria cognitiva que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente das que se relevam das ciências e das técnicas. (VERGNAUD, 1990, p.135)

Portanto não se trata de uma teoria simples. Segundo Vergnaud:

> (…) ela envolve a complexidade decorrente da necessidade de abarcar em uma única perspectiva teórica todo o desenvolvimento de situações progressivamente dominadas, dos conceitos e teoremas necessários para operar eficientemente nessas situações, e das palavras e símbolos que podem representar eficazmente esses conceitos e operações para os estudantes, dependendo de seus níveis cognitivos. (VERGNAUD, 1994, p.43)

Inicialmente, apresentaremos uma visão geral do conceito de Teoria dos Campos Conceituais e, posteriormente, trataremos sobre o Campo Conceitual Multiplicativo.

1.1 **Teoria dos Campos Conceituais**

A teoria dos campos conceituais foi criada em 1980 pelo psicólogo e pesquisador francês Gérard Vergnaud, que foi orientando, no doutorado, de Piaget. O autor procura investigar o sujeito focando em situações problemas, analisando como o sujeito aprende determinadas situações, trazendo certas diferenças de seu orientador Piaget, que tem como foco o sujeito epistêmico, aquele que constrói o conhecimento.

"Campos Conceituais" é uma teoria que busca explicar o processo de conceituação do real investigando as estruturas cognitivas que os sujeitos já possuem com a estrutura conceitual em situações-problemas, não reduzindo o aprendizado a operações de forma geral ou à linguística, pois traz como resultado a interação entre professor e aluno, dando luz a seus conhecimentos. Para Vergnaud (1998), o desenvolvimento cognitivo não pode ser explicado por modelos simplistas, seja recorrendo a ideias de reprodução social, seja pela emergência de estruturas inatas do sujeito, ou ainda, por meio de metáforas da mente como processamento de informação.

Para Vergnaud, o conhecimento está organizado em campos conceituais, cujo domínio vai acontecendo ao longo de um extenso período de tempo, por meio da experiência, maturidade e aprendizagem (MOREIRA, 2002).

Na Teoria dos Campos Conceituais, Vergnaud (1996) entende que se pode dizer que o sujeito adquiriu novos conhecimentos no momento em que o mesmo utiliza conhecimentos adquiridos anteriormente, quando é confrontado com uma nova situação, em especial quando o sujeito tenta adaptar o conhecimento prévio à nova situação. Esse conhecimento pode ser explícito ou implícito.

O conhecimento explícito é aquele que pode ser expresso por meio de linguagem natural ou por meio do uso de diagramas. Já o implícito é aquele que é utilizado, mas não é possível ser identificado, pois o sujeito nem sempre consegue expressá-lo.

Este trabalho busca compreender como o estudante constrói o conhecimento e como podemos contribuir no processo, por isso está baseado na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud.

Para entendermos melhor essa teoria, transcrevemos a seguir o que é campo conceitual para Vergnaud:

> Consideremos, antes de mais nada, um campo conceitual como um conjunto de situações. Por exemplo, para o campo conceitual das estruturas aditivas, o conjunto das situações que exigem uma adição, uma subtração ou uma combinação destas duas operações e, para as estruturas multiplicativas, o conjunto das situações que exigem uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação destas duas operações. A primeira vantagem desta abordagem pelas situações é permitir gerar uma classificação que assenta na análise das tarefas cognitivas e dos procedimentos que podem ser postos em jogo em cada uma delas. O conceito de situação não tem aqui o sentido de situação didática, mas antes o sentido de tarefa; a ideia é que qualquer situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, cuja natureza e dificuldade próprias é importante conhecer. A dificuldade de uma tarefa não é, nem a soma, nem o produto das dificuldades diferentes subtarefa, mas é claro que o fracasso numa subtarefa implica o fracasso global. (VERGNAUD, 1996, p.167).

Moreira reforça que campo conceitual é um:

> [...]conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição. (MOREIRA, 2002, p. 8)

Assim como Vergnaud, a BNCC propõe que o ensino da matemática seja oferecido a partir da construção de conhecimento através da união de vários conceitos, como disposto:

> (...) por meio da articulação de seus diversos campos - Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade - precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjectura. Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. A dedução de algumas propriedades e a verificação de conjecturas, a partir de outras, podem ser estimuladas[...] (BRASIL, 2018, p. 265)

Vergnaud (2009) acredita que para se apropriar de um conceito o sujeito deve manter uma relação direta entre ele e diversas situações. Bem como uma situação deve, apesar de simples, utilizar vários conceitos. Sendo assim, não é possível estudar um desses conceitos separadamente, mas sim em conjunto de outros conceitos.

Três argumentos levaram Vergnaud a construir a definição de campos conceituais:

> 1) um conceito não se forma em um único tipo de situação;
> 2) uma situação não se analisa com um único conceito;
> 3) a construção e apropriação das propriedades de um conceito ou dos aspectos de uma situação é um processo de muito fôlego que se estende ao longo dos anos, às vezes uma dezena de anos, com analogias e mal entendimentos entre situações, entre concepções, entre procedimentos, entre significantes. (VERGNAUD, 1983, p. 393)

Logo, segundo o autor, do ponto de vista psicológico, um campo conceitual ou um conceito é necessariamente definido por uma terna de conjuntos, que Vergnaud (1990, 2009) chama de S.I.R. Magina et al definem essa terna como:

> **S** é um conjunto de situações que tornam o conceito significativo;
> **I** é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) que podem ser reconhecidos e usados pelo sujeito para analisar e dominar essas situações;
> **R** é um conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para pontuar e representar esses invariantes e, portanto, representar as situações e os procedimentos para lidar com eles.
> (MAGINA et al., 2008, p.7)

Para Vergnaud (1983), uma situação é o início da construção de um conceito, para que se torne um conceito significativo, caso contrário o conceito é estéril, não serve para nada. Portanto, o primeiro ato de mediação entre o professor e o aluno acontece antes do início da aula, quando o mediador escolhe quais serão as situações enfrentadas. Ou seja, é nas situações que acontece a operacionalidade do saber, sendo essas situações compreendidas como as tarefas, nas quais toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas. Quanto mais situações, mais amplo será o significado desse conceito (Vergnaud, 1990, p.146). Para o autor, as situações são apresentadas em duas classes, a saber:

> 1- Classe de situações para as quais o sujeito dispõe, no seu repertório, num dado momento do seu desenvolvimento, e em determinadas circunstâncias necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação;
> 2- Classe de situações para as quais o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga a um tempo de reflexão e de

> exploração, a hesitações, a tentativas abordadas, conduzindo-o, quer ao êxito, quer ao fracasso (VERGNAUD, 1996, p.156).

Os invariantes operatórios são, segundo Vergnaud (1996), os elementos que sustentam a ação, bem como compõem os esquemas e são modelos para se descrever a conduta do sujeito e os diferenciais em duas categorias: conceitos em ação e teoremas em ação. Esclarecemos mais sobre o assunto no subcapítulo sobre esquemas.

Na sequência, finalizando a terna de sustentação dos conceitos, temos a representação simbólica, que Vergnaud afirma ser a representação da realidade que não é única, como diz o trecho a seguir:

> 1) Não existe apenas uma representação, mas múltiplas representações, de formas diferentes e de níveis diferentes;
>
> 2) Existem homomorfismos não somente entre a realidade por um lado e as representações por outro, mas também entre as diferentes formas de representação (entre representação por imagem e linguagem, entre representação geométrica e representação algébrica etc.) (VERGNAUD, 1990, p.170).

Moreira (2002) elaborou um mapa mental que resume os elementos que compõem a teoria dos campos conceituais e como eles se interligam. Esse mapa mental encontra-se no ANEXO B, a fim de ser tratado como uma referência para a melhor compreensão pelo leitor.

1.1.1 Esquema

O conceito de esquema foi introduzido por Piaget para dar conta tanto das habilidades sensório-motoras como das habilidades intelectuais, de acordo com Moreira (2002, p. 6)

Segundo Vergnaud (1990), o esquema é uma organização invariante da atividade e do comportamento para uma certa classe de situações. As pessoas possuem esquemas. Desde esquemas mais motores, como o movimento de pegar, até esquemas conceituais, como o esquema de movimento físico. Apresentamos como exemplo a pergunta: Você está em movimento? Uma pessoa pode responder simplesmente comparando seu estado físico em relação a um objeto, enquanto outra pessoa pode perguntar em relação ao que a indagação foi feita, pois em relação ao sol ela está em movimento e em relação à mesa, não está. Logo, pode haver diferentes conteúdos conceituais para um esquema, mas a organização da atividade, que nesse caso é comparar a posição com outra coisa, é a mesma, sendo justamente essa organização que Vergnaud chama de esquema.

Ainda, segundo o autor, usaremos o trecho a seguir como definição para esquema:

> O esquema é uma totalidade dinâmica funcional, uma organização invariante de conduta, quanto a uma certa classe de situações. Essa organização comporta objetivos e esperas, regras de ação, tomada de informação e de controle e é estruturada por invariantes operatórias, isto é, conhecimentos adequados para selecionar a informação e processá-la (VERGNAUD, 2009, p. 66).

A estrutura invariante contida na definição acima é composta por duas classificações, como dito anteriormente: conceitos em ação e teoremas em ação.

O conceito em ação, segundo Vergnaud (2009), é aquele em que o sujeito dispõe, no seu repertório, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação. Esses conhecimentos são implícitos, são praticamente inexplicáveis, entretanto orientam o desenvolvimento da ação.

Já o teorema em ação, segundo Vergnaud (2009), é aquele em que o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga a um ter um tempo de reflexão e exploração, a hesitações, a tentativas frustradas, levando-o eventualmente ao sucesso ou ao fracasso.

Segundo Vergnaud (1994), existe uma relação dialética entre conceitos-em-ação e teoremas-em-ação, uma vez que:

> conceitos são ingredientes de teoremas e teoremas são propriedades que dão aos conceitos seus conteúdos. Mas seria um erro confundi-los. Conceitos em ação são ingredientes necessários das proposições. Mas conceitos não são teoremas, pois não permitem derivações (inferências ou computações); derivações requerem proposições. Proposições podem ser verdadeiras ou falsas; conceitos podem ser apenas relevantes ou irrelevantes. Ainda assim, não existem proposições sem conceitos. (VERGNAUD 1994, p. 55)

Vergnaud (1980) considera que esquemas se referem a situações, de tal forma que dever-se-iam expressar como interação esquema-situação ao invés de interação situação-sujeito-objeto, como expresso por Piaget (1974). Portanto, ainda segundo o autor, a educação deve contribuir para que esse sujeito desenvolva um repertório amplo e diversificado de esquemas.

1.2 **Campo Conceitual Multiplicativo**

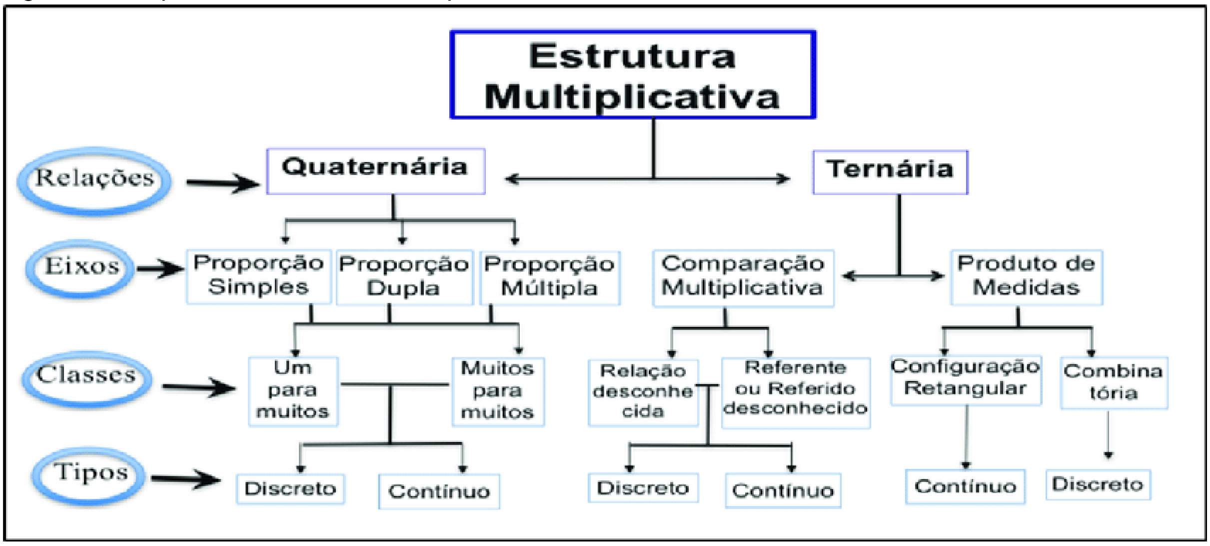
O campo multiplicativo, também chamado de estruturas multiplicativas, é composto por um conjunto de situações-problemas que envolvem as operações de multiplicação, divisão, fração, razão, proporção e probabilidade, que têm como objetivo a apropriação de conceitos concernentes ao campo.

Como visto anteriormente, Vergnaud (1996), em sua teoria dos campos conceituais, afirma que para melhor entendimento do processo de construção de algum conhecimento, é necessário usar estruturas referentes às suas características específicas e à análise conceitual de seu domínio. Multiplicar e dividir podem ser exemplos de conceitos que devem fazer parte da mesma estrutura, sendo assim do mesmo campo conceitual. A estrutura multiplicativa é definida, por Vergnaud como:

> O campo conceitual das estruturas multiplicativas é, simultaneamente, o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar estas situações: proporção simples e proporção múltipla, função linear e n-linear, relação escalar direta ou inversa, quociente e produção de dimensões, combinação linear e aplicação linear, fração, relação, número racional, múltiplo e divisões etc. (VERGNAUD, 1990, p. 147)

Ao discutirmos sobre o campo multiplicativo, é importante analisarmos suas relações, que segundo Vergnaud (1990, 2009) são duas: ternária e quaternária. Magina, Santos e Merlini (2014), elaboraram o esquema a seguir, Figura 1, após seus estudos sobre a teoria dos campos conceituais e estruturas multiplicativas. O esquema elaborado pelos autores classifica as situações relacionadas ao campo multiplicativo baseado nas propostas de Vergnaud.

Figura 1 - Esquema da estrutura multiplicativa



Fonte: Santos, 2015, p. 105

O esquema é constituído por duas relações: quaternárias e ternárias. A primeira é composta por três eixos: proporção simples, proporção dupla e proporção múltipla. Esses eixos possuem duas possíveis classes: uma para muitos e muitos para muitos. Essas classes, por sua vez, possuem dois possíveis tipos: discreto e contínuo.

Já a relação quaternária possui dois eixos: comparação multiplicativa e produtos de medidas. Esses eixos possuem classes distintas. O eixo da comparação multiplicativa possui as classes: relação desconhecida e referente ou referido desconhecido, com os tipos discreto e contínuo. Já o eixo de produto de medida possui as seguintes classes: configuração retangular e combinatória, com os mesmos tipos do eixo anterior, contínuo ou discreto.

Para fazer uma breve distinção entre relações quaternárias e ternárias, separamos os dois tópicos a seguir.

1.2.1 <u>Relações quaternárias</u>

Vergnaud (2009) refere-se às relações quaternárias como isomorfismo de medidas, sendo formadas por quatro quantidades, sendo dois elementos de mesma medida e outros dois de medidas diferentes. Essa relação foi dividida em eixos de proporção simples, proporção dupla e proporção múltipla, que serão detalhados a seguir.

Começaremos detalhando as classes. Segundo Magina et al (2014), a classe um para um é uma relação explícita entre as quantidades. Dentro das variáveis existentes, uma possui valor unitário e as outras, valores desconhecidos. Já na classe muitos para muitos a relação entre as quantidades é implícita, ou seja, nenhuma variável possui valor unitário.

O eixo das proporções simples tem como base os conceitos de proporção e é o tipo mais simples de situação nas relações quaternárias. Segundo Magina et al (2014), ele envolve a relação entre quatro quantidades, sendo duas de uma natureza e outras duas de outra natureza.

Já o eixo de proporção dupla, ainda segundo Magina et al (2014), é caracterizada por situações que envolvam duas ou mais proporções independentes ligadas entre si por uma variável em comum. Esse eixo é mais conhecido como regra de três composta.

Dando continuidade às definições de Magina et al (2014), temos a proporção múltipla, que é caracterizada por duas ou mais proposições simples conjugadas.

A Tabela 1, a seguir, traz exemplos para cada uma das definições tratadas acima.

Tabela 1 - Exemplos de situações da relação quaternária

Exemplos de situações da relação quaternária		
	Classes	
Eixo	Um para muitos	Muitos para muitos
Proporção simples	Tenho três caixas de chocolate. Há 10 chocolates em cada caixa. Quantos chocolates eu possuo?	Sophia comprou 5 chocolates e pagou R$3,00 por eles. Quanto pagaria se tivesse comprado 12 chocolates?
Proporção dupla	Rafaella consome, em média, 7 kg de alimento em 2 dias. Quantos quilos de alimento uma família composta por 3 pessoas vai consumir em 5 dias?	Uma equipe de 7 atletas irá passear por 10 dias. Eles precisam comprar água. Sabendo que, em média, 3 atletas consomem 100 litros de água por semana, quantos litros de água devem ser comprados para esse passeio?
Proporção múltipla	Para fazer uma vitamina, Priscilla utiliza 2 bananas e 3 maçãs. Para fazer 5 vitaminas, ela irá precisar quantas bananas e quantas maçãs?	Para fazer 2 bolos, são necessários 3 ovos e 400ml de leite. Para fazer 6 bolos, quantos ovos e leite serão necessários?

Fonte: A autora, 2022

1.2.2 Relações ternárias

Segundo Vergnaud (2009), diferente da relação quaternária, a relação ternária é uma ligação de três elementos entre si, objetos lógicos de natureza diversa. Magina et al (2014) organiza essa relação em dois eixos: comparação multiplicativa e produto de medidas.

Assim como anteriormente, vamos começar a explanação do assunto pelas classes do primeiro eixo citado, o eixo da comparação multiplicativa. Esse eixo é composto por duas classes: relação desconhecida e referente ou referido desconhecido. Segundo Magina et al (2014), o referente é a medida com quem se faz a comparação, e o referido é com quem foi comparada. Ainda segundo a autora, a comparação multiplicativa é aquela que faz comparação entre duas grandezas. Situações que envolvam conceitos como dobro e metade são a marca desse eixo.

Já o eixo de produto de medidas é formado pelas classes de configuração retangular e combinatória. Para Magina et al (2014), a configuração retangular apresenta situações em que as variáveis representam as medidas dispostas na horizontal e na vertical, dispostas de forma retangular. Já a combinatória, é a ideia que remete à noção do produto cartesiano entre dois conjuntos disjuntos.

A Tabela 2 a seguir ilustra alguns exemplos para as situações da relação ternária.

Tabela 2 - Exemplos de situações da relação ternária

Exemplos de situações da relação ternária		
Eixo	Classe	Classe
Comparação multiplicativa	Relação desconhecida	Referente ou referido desconhecido
	Comprei uma casinha de bonecas por R$50,00 e um carrinho por R$10,00. Quantas vezes a boneca foi mais cara que a bola?	A idade de Júlia é 3 vezes maior que a idade de seu filho. Júlia tem 36 anos. Qual é a idade do seu filho?
Produtos de medida	Configuração retangular	Combinatória
	Qual é a área do terreno que possui 50m de largura e 30m de comprimento?	Em uma festa, havia 5 moças e 7 rapazes. Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?

Fonte: A autora, 2022

2 **METODOLOGIA**

A educação deve possibilitar ao corpo e à alma toda a perfeição e a beleza que podem ter.

Platão

Este capítulo trata sobre o processo da pesquisa realizada com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual integral na cidade de Curitiba.

Tendo como perspectiva investigar os conhecimentos do campo multiplicativo que os sujeitos pesquisados expressam e contribuir para a formação docente, oportunizando uma reflexão sobre o assunto, este estudo apoiou-se no modelo de pesquisa exploratória aliado às abordagens quantitativas e qualitativas na modalidade de Estudo de Casos.

Segundo Gil (2002), a pesquisa exploratória é aquela que estabelece uma maior familiaridade com o objeto estudado através dos seus métodos e critérios. Essa pesquisa tem como objetivo principal "o aprimoramento de ideias ou descoberta de intuições". Segundo Selltiz (1967), ela envolve o levantamento bibliográfico, a entrevista com pessoas e a análise de exemplos.

De acordo com Pontes (2006), a modalidade de estudos de casos na Educação Matemática tem um foco bem específico:

> Na Educação Matemática, os estudos de caso têm sido usados para investigar questões de aprendizagem dos alunos bem como do conhecimento e das práticas profissionais de professores, programa de formação inicial e contínua de professores, projetos de inovação curricular, novos currículos etc. (PONTES, 2006, p.3)

Portanto, esse estudo de casos deve ser aprofundado em um ou poucos objetos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento, segundo Gil (2002).

O estudo de casos dessa pesquisa apoiou-se nas três etapas de Selltiz (1967) citadas anteriormente, nas quais a entrevista com pessoas é um teste diagnóstico.

Após a correção desses testes, fizemos uma análise quantitativa de acertos, erros e questões em branco. Posteriormente, analisamos as estratégias empregadas pelos sujeitos, iniciando assim uma análise qualitativa de dados.

Em um segundo momento, focamos nas estratégias de resolução utilizadas pelos estudantes nas situações-problemas que envolvem o eixo de produtos de medidas, tentando estabelecer uma classificação para elas, tendo como referência as classificações estabelecidas por Magina, Merlini e Santos (2014). Sendo essa então uma análise qualitativa.

Segundo Goldenberg (1999), o investigador, na pesquisa qualitativa, não se preocupa em estabelecer quantificações do grupo investigado, mas sim em entender profundamente a realidade de cada indivíduo, grupo, organização ou instituição.

Ainda segundo Goldenberg, “os dados qualitativos consistem em descrições detalhadas de situações com o objetivo de compreender os indivíduos em seus próprios termos” (GOLDENBERG, 1999, p. 53). Reforçando essa ideia, Lüdke e André (2014) trazem a seguinte caracterização de pesquisa qualitativa em educação:

> (...) envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes. (LÜDKE; ANDRÉ, 2014, p.14)

Em nossa investigação procuramos discutir e dar a entender o significado que cada sujeito dá ao registrar a solução de cada situação-problema. Assim, indo de encontro com D’Ambrósio (2010), quando afirma que:

> A pesquisa qualitativa liga e dá atenção às pessoas e às suas ideias, procura fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciosas. E a análise dos resultados permite propor os próximos passos (D’AMBRÓSIO, 2010, p. 21).

2.1 **A trajetória da pesquisa**

Durante o ano de 2018, enquanto a autora deste trabalho ainda morava e trabalhava no Rio de Janeiro, ela começou a se atentar a uma situação que era muito recorrente: a dificuldade que seus alunos tinham em efetuar o algoritmo da divisão. Eram estudantes de classe média ou média alta do Ensino Fundamental 2 e do Ensino Médio com muitas questões em relação a essa operação.

No decorrer do curso de mestrado, ao compartilhar essa inquietação com um grupo de mestrandos e com a orientadora desta pesquisa, percebeu-se que essa ela não era exclusiva do público que a autora atendia. Aparentemente outros professores passaram por situações semelhantes.

Depois de muitas discussões sobre o assunto, entramos em uma Pandemia e a autora se mudou para a cidade de Curitiba. Agora sem emprego, trancada em casa com medo do Covid-19 e com vários problemas de saúde, não fez mais indagações sobre o assunto.

No ano de 2022 a autora foi aprovada em um processo seletivo para trabalhar como professora temporária em uma escola integral do Estado do Paraná. E foi aí que todos os questionamentos voltaram e que se reforçou a necessidade de pesquisar sobre o assunto para entender quais são os erros e a linha de raciocínio desses alunos. Só então se poderia traçar um plano de ação para trabalhar o assunto.

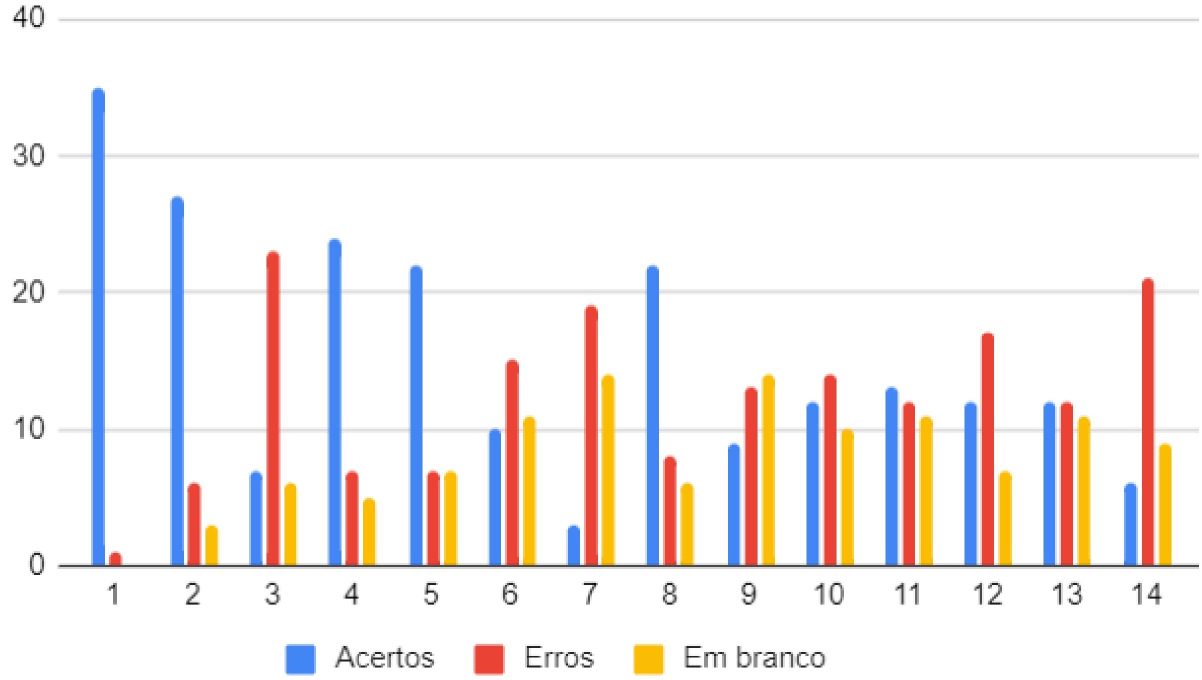
Decidimos fazer a pesquisa com as duas turmas de matemática do 8º ano do Ensino Fundamental em que a autora ministra suas aulas, pois são as maiores turmas que temos e que nos forneceriam mais dados para serem analisados.

Os sujeitos da pesquisa foram informados de que iriam resolver um teste diagnóstico para nos ajudar a prosseguir com nossos estudos em sala de aula. Assim, poderíamos “aprender com os erros dos estudantes” e dar prosseguimento aos estudos.

Usamos um teste diagnóstico elaborado por Sandra Magina et al. (2013). O teste, que está situado no ANEXO A, é composto por 14 situações-problemas pertencentes ao campo conceitual multiplicativo.

Após a aplicação desse teste, corrigimos todas as questões, quantificando erros, acertos e questões em branco. Assim, começamos fazendo uma análise quantitativa de dados e elaborando o Gráfico 1 apresentado a seguir:

Gráfico 1: Desempenho dos estudantes por questão



Fonte: Dados da pesquisa, 2022

Em seguida, estudamos a resolução das situações-problemas observando, principalmente, os tipos de erros apresentados em suas soluções e quais estratégias foram usadas, segundo o estudo de Magina. Tivemos como foco principal para essa análise qualitativa as situações que envolvem os conceitos de configuração retangular e combinação, pois algumas dessas soluções chamaram mais a atenção da autora deste trabalho.

2.2 **Cenário da pesquisa**

Como cenário de pesquisa, vamos apresentar a caracterização da escola para que o leitor esteja ambientado com a realidade dos sujeitos participantes do estudo.

O Colégio Estadual, local da pesquisa, foi inaugurado no dia 28 de dezembro de 1967 com o nome de Ginásio Estadual em outro espaço físico. Inicialmente apenas com turmas de 5ª a 8ª série (6º a 9º ano após as mudanças das normas da educação).

Atualmente, a Escola oferece o 2º segmento do Ensino Fundamental e Ensino Médio, funcionando com todas as turmas do fundamental e metade do Ensino Médio no turno integral, das 7:30h às 16:30h, e a outra metade do Ensino Médio no noturno, das 17:40h às 21:40h. Vamos nos ater ao turno integral, pois é onde se encontram os sujeitos desta pesquisa.

O modelo integral, nessa escola, começou a vigorar no ano de 2019 e tem, na matriz curricular, componentes curriculares diferenciados, como Projeto de Vida (que também faz parte do novo ensino médio), estudo orientado, disciplinas eletivas e clube de protagonismo. Além disso, o modelo tem como proposta que os alunos sejam protagonistas na escola e estejam capacitados para planejar seus futuros.

Assim como os alunos, todos os professores estão de forma integral na escola, completando a carga horária de 40h semanais nesse ambiente. São 23 docentes, sendo 9 concursados e 14 temporários.

A escola está situada no bairro Guaíra e possui certa proximidade com a maior comunidade de Curitiba, proporcionando educação a muitas crianças e adolescentes vulneráveis. A clientela é composta por uma variedade de estudantes. Desde aqueles que têm um bom poder aquisitivo e moram no bairro da escola ou adjacentes, até aqueles que moram em casas de tapume na comunidade.

O colégio foi reformado recentemente, mas ainda demanda melhorias importantes, como troca da fiação elétrica e do piso. São três pavimentos de andar unitário, totalizando quinze salas de aula ambiente, 2 salas de informática, uma biblioteca, uma quadra poliesportiva coberta, uma quadra de areia, horta, muito espaço verde, um pequeno auditório, secretaria, garagem, quatro banheiros, um refeitório, cozinha, almoxarifado, além de salas de inclusão, coordenação de área, pedagogia, direção e dos professores.

2.3 **Circunstâncias da pesquisa**

Esse estudo foi realizado em duas turmas de 8º ano, 8A e 8B, do Ensino Fundamental II de uma escola estadual localizada na cidade de Curitiba - PR, após o isolamento pela Pandemia do Covid-19.

Durante o isolamento a escola, juntamente com o governo do Estado do Paraná, disponibilizou materiais impressos, aulas online e televisionadas com canais próprios em redes de TV aberta para que esses jovens não parassem de estudar. Porém, muitos de nossos estudantes vivem em situações precárias. Alguns não têm televisão, internet, computadores ou banheiros em casa. Sendo assim, ficaram quase dois anos sem acesso à educação. Mesmo aqueles que tinham uma estrutura social melhor se encontraram nessa situação. Muitos relatam que não entendiam ou não conseguiam acompanhar a sequência de aulas e se sentiram perdidos, alguns até mesmo desistiram de tentar.

Estas turmas são compostas por 42 alunos, sendo 22 do 8A e 20 do 8B. Apenas 36 estudantes fizeram o teste diagnóstico, pois 4 estão em situação de evasão escolar, não estão frequentando a escola, e 2 estavam em isolamento pela Covid 19 durante a aplicação do teste. São 31 sujeitos com idade de 12 a 14 anos e 5 sujeitos de 15 a 18 anos que participaram da pesquisa.

A professora regente é uma profissional temporária, aprovada em processo seletivo de prova, títulos e tempo de serviço proposto pelo governo estadual do Paraná. Esse é o primeiro ano de experiência em uma escola pública e integral dessa profissional.

A turma possui, entre outras, aulas de Matemática e Educação Financeira. Essas disciplinas são ministradas pela autora deste trabalho, a mesma que aplicou o teste diagnóstico. São 6 tempos de 50 min de matemática e 2 tempos de 50 min de Educação Financeira distribuídos pela semana, na qual nenhuma das aulas de matemática são germinadas, logo, os sujeitos teriam apenas cinquenta minutos para fazer o teste. Sendo assim, a professora regente trabalhou o teste em três momentos.

No primeiro momento, a autora explicou a importância de um teste diagnóstico e como as informações poderiam ser utilizadas para melhorar a qualidade da didática da profissional com eles, visto a ampliação do conhecimento adquirido por ela em relação aos conhecimentos dos sujeitos. Argumentou também que o assunto que eles começaram a estudar, linguagem algébrica e posteriormente equação do 1º grau, envolvem o uso das operações básicas e interpretações de situações-problemas que seriam o assunto do teste diagnóstico. Foi informado também que não valeria pontos, que a forma de solucionar era mais importante que a resposta em si e que poderiam solucionar através de cálculos, desenhos ou textos, que o importante era registrar de forma legível. Inicialmente, eles aceitaram bem a proposta.

O segundo momento foi a aplicação do teste, que se deu em três tempos de aula divididos em três dias seguidos, com o intuito de abranger a maior quantidade de alunos, pensando naqueles que faltaram por motivos diversos, e dar um tempo suficiente para a solução das situações-problemas.

Durante a aplicação do teste (ANEXO A), muitos alunos pediram ajuda para solucionar as questões e o único auxílio fornecido foi a leitura dos textos de forma individualizada. Foram nas situações 5, 6, 7, 9, 11 e 12 que muitos dos sujeitos relatam não entender e, após a leitura, repetidas vezes, pela professora, disseram ter compreendido.

O terceiro momento foi destinado à análise de dados, classificação de erros (que não foi compartilhada com a turma) e à correção de todas as questões com a turma, pois alguns estudantes ficaram curiosos quanto à resolução de alguns problemas.

Como o teste foi realizado em meados do primeiro trimestre escolar, que vai do início de fevereiro ao final de maio, as quatro operações básicas já haviam sido revisadas.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular, a BNCC, tem-se como objetivo de aprendizagem dos alunos do 8º ano:

> "Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolve a aplicação do princípio multiplicativo. Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações. Resolver e elaborar problemas, de diferentes contextos, que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos) em situações como determinar medida de terrenos. Compreender e identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano. (...)" (BRASIL, 2018).

Portanto esse teste diagnóstico é pertinente ao ensino-aprendizagem dos sujeitos dessa pesquisa e contribui para a formação de docentes.

2.4 **Instrumento de pesquisa**

O teste diagnóstico utilizado na pesquisa está no ANEXO A, foi elaborado por Sandra Magina e possui 14 situações-problemas referentes ao campo conceitual multiplicativo, como dito anteriormente.

As situações-problemas estão relacionadas ao esquema das estruturas multiplicativas elaborado por Magina, Santos e Merlini (2014) e por isso descreveremos tais questões à luz desse esquema já apresentado no quadro teórico.

São sete situações que envolvem a relação quaternária, sendo a questão 14 do eixo de proporção dupla com a classe um para muitos e outras 6 situações de proporção simples. Estas são representadas pelas questões 1, 4 e 8 com a classe de um para um e questões 3, 6 e 12 com a classe de muitos para muitos.

As outras sete situações-problemas são de relação ternária composta por três no eixo de comparação multiplicativa e outras quatro no produto de medidas. As questões 2 e 13 compõem o eixo de comparação multiplicativa com a classe de Referente ou Referido desconhecido. Já a questão 10 pertence à classe de Relação desconhecida. No eixo de produtos e medidas temos as questões 5 e 7 na classe de configuração retangular e as questões 9 e 11 na classe de combinatória.

Para um melhor entendimento, elaboramos a seguinte tabela (Tabela 3) com as classificações relacionadas a esse esquema:

Tabela 3 - Classificação das situações-problemas do teste diagnóstico

<table>
<tr><th>Relação</th><th>Eixo</th><th>Classe</th><th>Situação problema</th></tr>
<tr><td rowspan="7">Quaternárias</td><td rowspan="6">Proporção simples</td><td rowspan="3">Uma para um</td><td>1</td></tr>
<tr><td>4</td></tr>
<tr><td>8</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Muitos para muitos</td><td>3</td></tr>
<tr><td>6</td></tr>
<tr><td>12</td></tr>
<tr><td>Proporção dupla</td><td>Um para muitos</td><td>14</td></tr>
<tr><td rowspan="7">Ternária</td><td rowspan="3">Comparação Multiplicativa</td><td rowspan="2">Referente ou referido desconhecido</td><td>2</td></tr>
<tr><td>13</td></tr>
<tr><td>Relação desconhecida</td><td>10</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Produto de medidas</td><td rowspan="2">Configuração retangular</td><td>5</td></tr>
<tr><td>7</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Combinatória</td><td>9</td></tr>
<tr><td>11</td></tr>
</table>

Fonte: Dados da pesquisa, 2022

O teste diagnóstico foi aplicado em sua totalidade, gerando uma série de dados, inicialmente analisados de forma quantitativa. Posteriormente, as questões que tiveram a resolução com mais dados foram escolhidas pela autora para fazer uma análise qualitativa aprofundada. Podendo, assim, analisar e criar hipóteses através das resoluções que os sujeitos apresentaram.

Sendo assim, esta pesquisa se configura como um estudo de casos, principalmente por estudar sujeitos de um determinado grupo em uma área específica do conhecimento relacionada ao campo conceitual multiplicativo.

3 **ANÁLISE DE DADOS**

> Se o professor vê os alunos errarem sem entender o percurso que estão trilhando, o trabalho não funciona.
> *Gerard Vergnaud*

Neste capítulo, apresentaremos nossa análise dos dados coletados durante a realização desta pesquisa. Considerando nosso objetivo de identificar quais conhecimentos relativos ao campo multiplicativo, mais especificamente os produtos de medidas nas relações ternárias, os alunos de oitavo ano de uma escola estadual integral em Curitiba possuem, aplicamos um teste diagnóstico para coletar os dados. Estruturamos esta análise em três partes: os critérios para análise de dados, a análise quantitativa e a análise qualitativa.

Segundo Bicudo (2013), a abordagem quantitativa tem um objetivo mensurável, que se expande para a ideia de rigor. Rigor este que é sustentado pela lógica contida em suas proposições, na precisão dos instrumentos construídos para a medição dos dados e pela aplicação de quantificadores.

Em relação a abordagem qualitativa, Goldenberg (1990) afirma que o pesquisador não se preocupa com a quantificação dos dados, mas sim com o entendimento profundo de cada indivíduo, grupo ou instituição com suas subjetividades. Lüdke e André (2014) descrevem a seguinte caracterização quanto a pesquisa qualitativa na educação:

> A pesquisa qualitativa envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes. (LÜDKE; ANDRÉ, 2014, p. 14)

Ainda, segundo D’Ambrósio (2010):

> A pesquisa qualitativa lida e dá atenção às pessoas e às suas ideias, procura fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciosas. E na análise dos resultados permitirá propor os próximos passos. (D'AMBROSIO, 2010, P. 21)

Sendo assim, pautamos a análise de nossos dados nessas duas abordagens, mas iniciaremos indicando nossos critérios para tal análise.

3.1 **Critérios para análise de dados**

Para a analisar os dados de nossa pesquisa usamos como critério as análises quantitativa e qualitativa, sendo importante salientarmos nossa concepção concernente aos erros apresentados pelos estudantes. Atualmente, os professores têm tido a oportunidade de ter uma prática mais dinâmica, graças aos PPPs que têm fugido de projetos tradicionais. Dentro desse contexto, os erros possuem um papel importante na dinâmica de sala de aula para a construção do conhecimento. Sobre isso, Pinto (2000) afirma que:

> Diferente das didáticas tradicionais em que o erro serve, geralmente, como indicador do fracasso do aluno, nas novas teorias ele se apresenta como um reflexo do pensamento da criança, sendo percebido como manifestação positiva de grande valor pedagógico (PINTO 2000, p. 10).

O autor afirma que a análise de erros é uma oportunidade para repensar a prática enfatizando que:

> O erro apresenta-se como uma oportunidade didática para o professor organizar melhor seu ensino a fim de criar situações apropriadas para o aluno superar seus erros e apropriar-se dos conhecimentos necessários à sua cidadania (PINTO 2000, p. 11).

Ainda sobre isso, Torres (2007) afirma que:

> O erro é uma variável concomitante ao processo educativo, porque não é possível avançar em um longo e desconhecido caminho sem se equivocar. Dito mais peremptoriamente: não há aprendizagem isenta de erros (TORRES 2007, p.27).

Sendo assim, focaremos nossa análise de dados dos erros cometidos pelos estudantes, não deixando de destacar os acertos mais relevantes. Em uma análise rápida, não sendo ainda o objetivo desta pesquisa, criamos a Tabela 4 abaixo, a fim de ter um panorama geral dos dados que poderiam ser gerados e traçar uma estratégia de análise.

Tabela 4 - Dados quantitativos das situações-problemas divididos em eixos

Eixo	Quantidade de situações	Acertos	Erros	Em branco
Proporção simples	6	110	71	35
Proporção dupla	1	6	21	9
Comparação multiplicativa	3	51	32	24
Produtos de medidas	4	47	51	46

Fonte: Dados da pesquisa, 2022

Essas informações nos fizeram perceber que a quantidade de acertos, erros e questões em branco não poderiam ser analisadas com essa tabela, pois a quantidade de situações por eixo é heterogênea. Portanto, criamos a Tabela 5 com a média de acertos, erros e questões em branco para melhor análise de informações.

Tabela 5- Dados quantitativos, em média, das situações-problemas divididos em eixos

Eixo	Média de acertos	Média de erros	Média de em branco
Proporção simples	18,3	11,8	5,8
Proporção dupla	6,0	21,0	9
Comparação multiplicativa	17,0	10,7	8
Produtos de medidas	11,8	12,8	11,5

Fonte: Dados da pesquisa, 2022

A partir dessa tabela escolhemos as questões para análise, visto que analisar todas as situações-problemas tornaria esse trabalho muito extenso, podendo tal análise ficar para um estudo complementar.

Não escolhemos analisar o eixo de proporção dupla, apesar de apresentar a maior quantidade de erros, pois os alunos não trabalharam com a regra de três composta no ano anterior, graças ao isolamento pela pandemia, e isso ainda seria trabalhado posteriormente.

Escolhemos trabalhar com produtos de medidas, pois, apesar de deter,em a maior quantidade de situações em branco, possuem a maior quantidade de erros e menor quantidade de acertos, se não considerada a questão de proporção dupla. Portanto, a partir deste momento, só trataremos das informações, sejam qualitativas, sejam quantitativas, das questões de número 5, 7, 9 e 11, situações ternárias, do eixo de produto de medidas.

3.2 **Análise quantitativa**

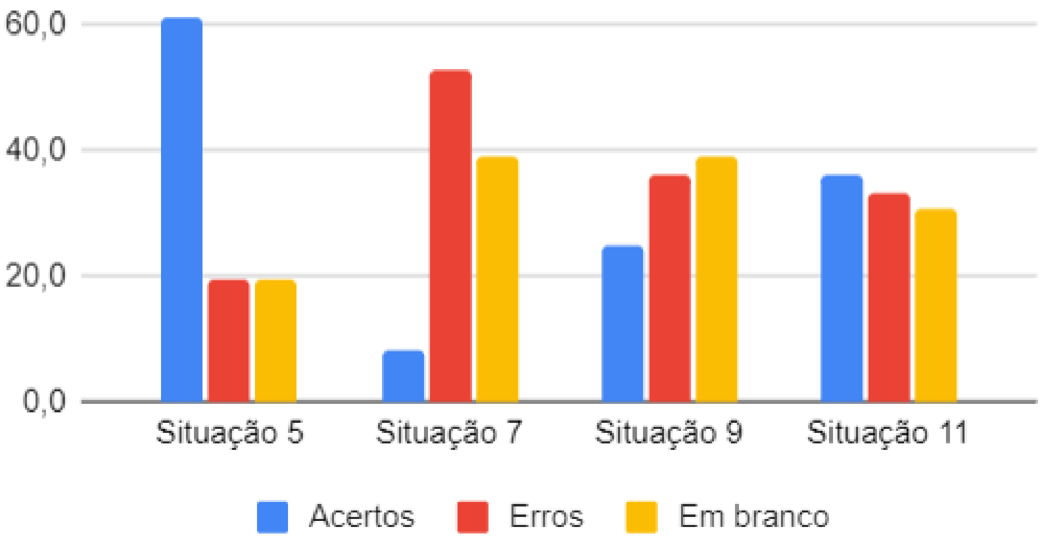
Esta análise quantitativa refere-se ao desempenho dos estudantes nas situações problemas 5, 7, 9 e 11 no teste diagnóstico contido no ANEXO A. Essas questões são pertencentes ao eixo temático dos produtos de medidas, como dito anteriormente.

Foram 36 alunos participantes que fizeram 14 questões e 4 delas foram analisadas posteriormente com mais profundidade, totalizando 144 respostas a serem analisadas neste subcapítulo.

Seguiremos três etapas para essa análise: iniciaremos com uma análise global do desempenho, depois faremos uma comparação entre as situações das classes de configuração retangular e de combinatória. Por último, trataremos de uma comparação entre questões nas quais o produto é fornecido com questões onde ele é solicitado.

O Gráfico 2 abaixo apresenta um comparativo em percentual, entre erros, acertos e respostas em branco das quatro situações-problemas do eixo dos produtos de medidas.

Gráfico 2 - Desempenho dos sujeitos por questão em percentual



Fonte: Dados da pesquisa, 2022

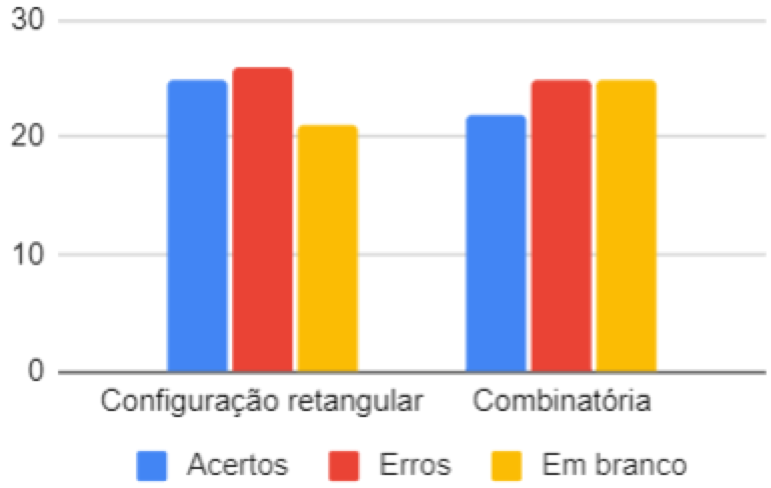
O Gráfico 2 retrata, entre outras informações, um alto índice de acertos na situação problema 5 e de erro nas outras situações. Na situação 9 a porcentagem de questões em branco é muito próxima da porcentagem de erros, bem como na situação 11 a porcentagem de erros é similar à de acertos.

Além disso, os dados mostram que muitos alunos deixaram as questões em branco. Isso pode ser entendido como um não entendimento das situações ou apenas como um desinteresse de raciocinar e resolver tais questões.

O gráfico ainda nos retrata que o melhor desempenho dos sujeitos foi na situação em que o produto é solicitado e não em situações em que o produto é dado. No primeiro tipo, em que o produto é solicitado, os estudantes devem efetuar uma multiplicação e no segundo tipo, em que o produto é dado, os alunos devem efetuar uma divisão.

Analisando o Gráfico 2 com mais profundidade, levantamos duas hipóteses. A primeira hipótese é se a dificuldade dos sujeitos muda em relação às classes das situações problemas, ou seja, se uma das classes, combinatória ou configuração retangular, é mais difícil que a outra para os sujeitos. Por este motivo, elaboramos o Gráfico 3 a seguir, que compara o desempenho dos sujeitos relacionando as classes das situações problemas pertencentes a essa análise.

Gráfico 3 - Desempenho dos sujeitos por classe



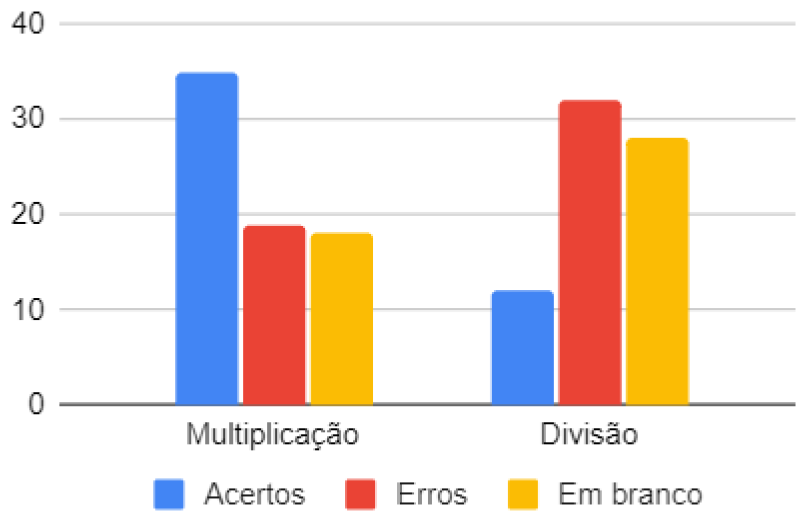
Fonte: Dados da pesquisa, 2022

Aparentemente, segundo o Gráfico 3, o nível de dificuldade dos sujeitos em relação às duas classes não é muito diferente, porém devemos levar em consideração o alto índice de questões em branco. Caso elas, de fato, representem questões para as quais os alunos não apresentam conhecimento e que não conseguiram expor nenhum tipo de raciocínio, temos que o nível de dificuldade das questões da classe de configuração retangular é levemente menor do que o nível de dificuldade nas questões de combinatória. Porém, se estas questões em branco representam, em sua maioria, preguiça ou falta de interesse dos sujeitos, não conseguimos fazer nenhum tipo de análise quanto a esta comparação. Ficamos com a primeira análise, pois os alunos se mostraram dispostos durante o desenvolvimento do teste diagnóstico.

Em uma análise geral, podemos observar que os conhecimentos relativos a estas classes devem ser mais explorados pelos professores durante as aulas, isso poderia tornar as questões mais palpáveis e diminuir essa quantidade enorme de erros e nulos.

A segunda hipótese que levantamos foi se a dificuldade dos sujeitos muda de acordo com o que é solicitado. Para isso, no Gráfico 4 abaixo, comparamos o desempenho dos sujeitos nas questões 5 e 11, nas quais o produto é solicitado, e nas questões 7 e 9, nas quais o produto é fornecido. Como dito anteriormente, para se resolver situações em que o produto é solicitado, o aluno utiliza, em geral, a multiplicação, e para resolver situações em que o produto é fornecido, o estudante utiliza, de forma geral, a divisão.

Gráfico 4 - Desempenho dos sujeitos em relação às questões de produto solicitado e de produto fornecido.



Fonte: Dados da pesquisa, 2022

Analisando o Gráfico 4, claramente percebemos uma maior dificuldade por parte dos estudantes para solucionar situações que envolvem a operação de divisão, aquelas em que o produto é fornecido, do que as que envolvem multiplicação, aquelas em que o produto é solicitado. Analisamos desta forma, pois observamos a proporção inversa em relação a quantidade de acertos e erros de ambas, bem como a maior quantidade de questões em branco nas situações que envolvem a divisão.

Sendo assim, verificamos a importância de trabalhar, professor juntamente com alunos, vários tipos de situações-problemas que envolvam os conceitos do campo conceitual multiplicativo, não só dando prioridade à multiplicação, mas também à divisão.

Esta análise quantitativa retrata a importância de se habituar a trabalhar mais situações-problemas, de diversos tipos, com esses alunos de oitavo ano, para uma melhor construção do conhecimento.

3.3 **Análise qualitativa**

Nesta análise, buscamos estudar as estratégias utilizadas pelos sujeitos tanto nos casos de acertos, quanto nos casos de erros, dando um enfoque maior aos erros. Utilizamos a estratégia de fazer a análise por classes, ou seja, analisamos inicialmente as situações 5 e 7, relacionadas à classe de configuração retangular, e posteriormente, analisamos as questões 9 e 11, relacionadas à combinatória.

Consideramos apropriado fazer uma subdivisão dessas análises para melhor organização e compreensão do estudo.

3.3.1 Configuração retangular

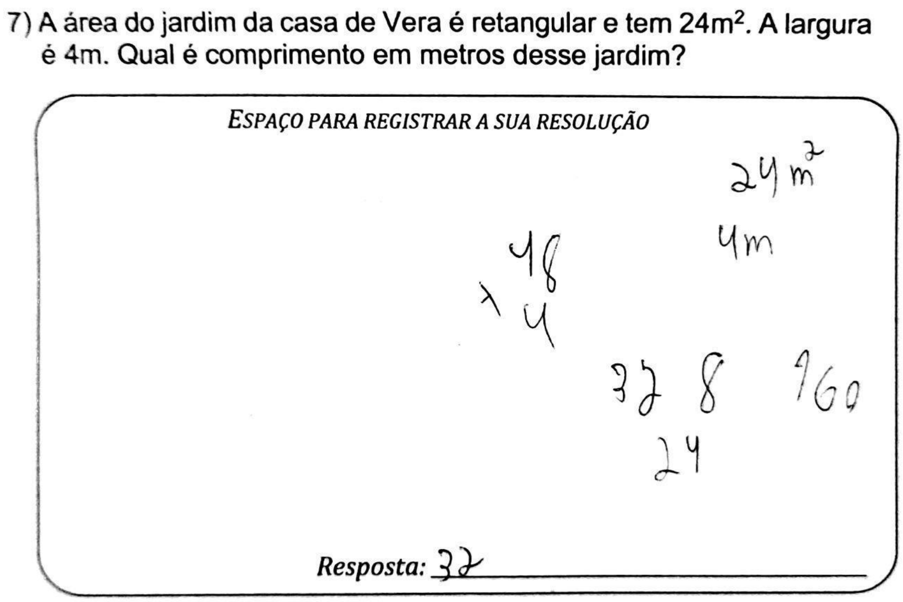
Baseamos a análise de dados da classe de configuração retangular nos estudos de Magina, Merlini e Santos (2014), classificando as resoluções em três níveis de complexidade, a saber: incompreensível, chamado de nível 1, pensamento aditivo, nomeado como nível 2, e pensamento multiplicativo, o nível 3. A seguir, trataremos sobre cada um deles, levando em consideração sua descrição e a quantidade de incidência.

Segundo Magina, Merlin e Santos (2014), no nível 1, ou nível incompreensível, estão:

> …as respostas em que o estudante não explicou, no papel, a operação utilizada para resolver o problema ou, quando o fez, não conseguimos identificar o raciocínio utilizado (MAGINA, MERLINI, SANTOS, 2014, p. 9).

Sendo assim, as resoluções deste nível apresentam como estratégia desenhos sem significados, repetição de números pertencentes ao enunciado, ou ainda, outra ferramenta diferente de uma das quatro operações básicas da matemática, todas sem significado ou razão aparente. Com isso, as respostas dos sujeitos são invariavelmente erradas, como, por exemplo, mostra a Figura 2 a seguir.

Figura 2 - Exemplo de situação classificada como nível 1.



7) A área do jardim da casa de Vera é retangular e tem $24m^2$. A largura é 4m. Qual é comprimento em metros desse jardim?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$24m^2$

4m

48
x 4

32 8 160

24

Resposta: 32

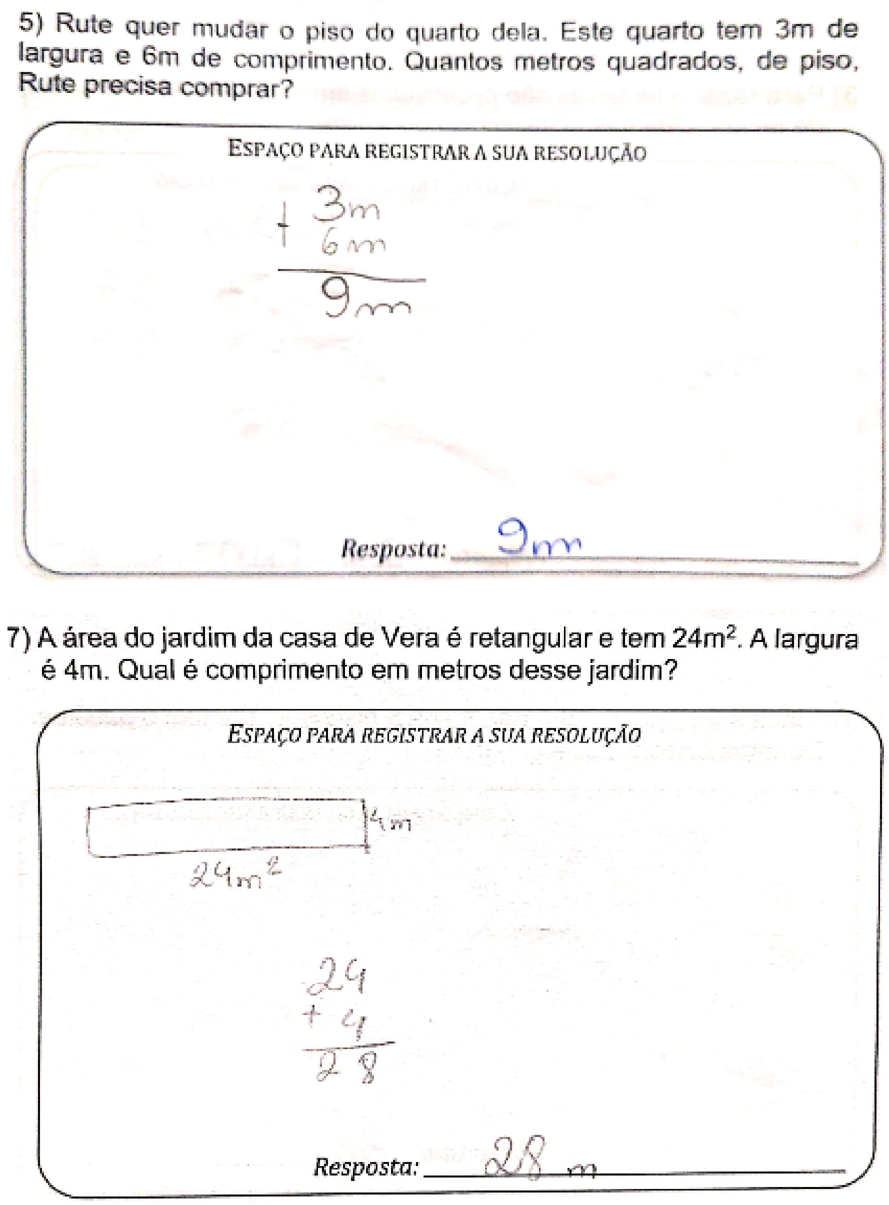
Fonte: Dados da pesquisa, 2022

Nesta resolução, podemos observar que o sujeito, aparentemente, não entendeu a situação problema, pois ele utilizou números aleatórios, não conseguindo expressar uma linha de raciocínio, mas tentando expressar um pensamento multiplicativo.

Das 52 soluções não nulas relativas às situações 5 e 7, apenas 1 pertenceu ao nível 1. Pensamos que isso se deve ao grau de dificuldade da questão, visto que isto foi observado na questão 7 que demanda do aluno, além do conhecimento do conceito de área, a utilização do pensamento multiplicativo ligado à divisão.

Já no nível 2 ou nível de pensamento aditivo, as estratégias utilizadas envolvem a operação de subtração ou adição. No geral, observamos que os alunos utilizaram os números contidos no enunciado para fazer tais operações sem entender de fato o que o enunciado questionava, como mostra a Figura 3.

Figura 3 - Exemplos de soluções classificadas no nível 2



5) Rute quer mudar o piso do quarto dela. Este quarto tem 3m de largura e 6m de comprimento. Quantos metros quadrados, de piso, Rute precisa comprar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

+ 3m
6m
9m

Resposta: 9m

7) A área do jardim da casa de Vera é retangular e tem $24m^2$. A largura é 4m. Qual é comprimento em metros desse jardim?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

4m
$24m^2$

24
+ 4
28

Resposta: 28 m

Fonte: Dados da pesquisa, 2022

Nestas resoluções podemos observar exemplos de pensamento aditivo utilizado pelos estudantes. É visível a falta da apropriação do conceito de área, pois os sujeitos não apresentaram estratégias relativas a tal conhecimento. Na situação 5 da Figura 3 podemos observar uma confusão quanto ao conceito de área e o pensamento aditivo.

Na Tabela 6, pontuamos a quantidade de questões pertencentes ao nível 2 separadas por questões.

Tabela 6 - Quantidade da estratégia aditiva nas situações de proporção múltipla

Nível 2 - Pensamento aditivo	
Situações Problemas	Quantidade
5	9
7	12

Fonte: Dados da pesquisa, 2022

Das 52 soluções não nulas pertencentes à classe de configuração retangular, situações 5 e 7, 21 pertencem a este nível, sendo 9 da situação 5 e 12 da situação 7, lembrando que, assim como no nível 1, as soluções feitas neste nível também estão erradas.

Segundo Magina, Merlini e Santos, o nível 3, ou nível de pensamento multiplicativo é:

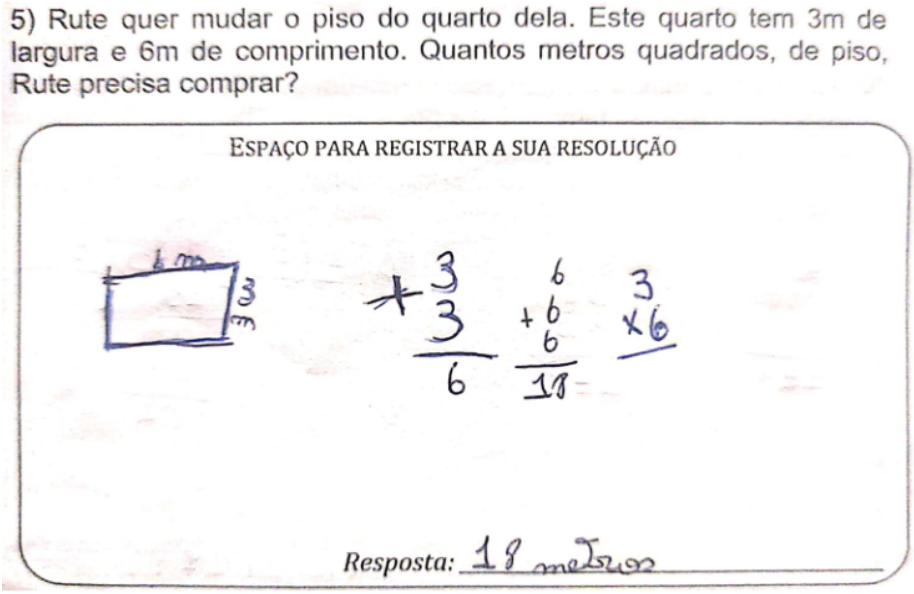
> (…) a transição entre o pensamento aditivo e o multiplicativo, e a estratégia que os sujeitos utilizaram constituiu em formar grupos de uma mesma quantidade. Trata-se de somar várias vezes uma mesma quantidade, seja ela representada por ícones agrupadas (III III III = 12), ou numericamente (4+4+4 = 12) (MAGINA, MERLINI E SANTOS, 2014, p. 12)

Ainda segundo os autores temos que:

> Tal estratégia aproxima-se do pensamento multiplicativo, mas está ancorada no raciocínio aditivo, isto é, forma grupos de mesma quantidade para então efetuar a operação de adição. Quando a representação é pictórica fica bem demarcada pelos grupos desenhados; quando a representação é numérica, a estratégia é explicitamente a soma de parcelas iguais. (MAGINA, MERLINI, SANTOS, 2014, p.13)

Considerando essas ideias, podemos entender que a classe do produto de medidas é uma classe ruptura entre os campos aditivos e multiplicativos, como podemos observar na resolução da questão 5, na Figura 4 abaixo:

Figura 4 - Exemplo de transição do pensamento aditivo para o pensamento multiplicativo

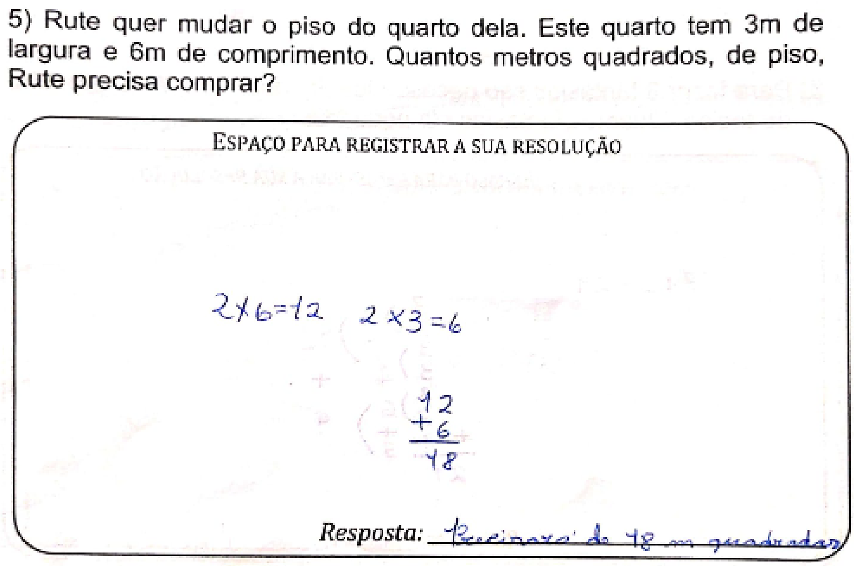


Fonte: Dados da pesquisa, 2022

Neste exemplo, podemos observar que o sujeito apresenta o conhecimento sobre área e possui pensamento aditivo para solucionar o produto necessário. Esse foi o único caso em que o estudante montou o pensamento aditivo nesse grupo de questões selecionadas. Considerando que Magina, Merlin e Santos (2014) tiveram como foco estudantes mais novos que os nossos, acrescentam a este nível resoluções em que os estudantes não necessariamente expuseram seus pensamentos aditivos. Alguns apenas usaram o pensamento multiplicativo já com a transição formada.

A situação da Figura 5 foi considerada correta inicialmente, pois para a análise quantitativa inicial apenas o resultado final foi considerado. Posteriormente, com uma análise mais criteriosa, observamos uma confusão entre os conceitos de área e perímetro. Neste caso, a solução final foi a mesma graças aos números envolvidos. O que não acontece em qualquer situação.

Figura 5 - Exemplo de resolução do nível 2 usando perímetro


5) Rute quer mudar o piso do quarto dela. Este quarto tem 3m de largura e 6m de comprimento. Quantos metros quadrados, de piso, Rute precisa comprar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

2x6=12 2x3=6

12
+6
18

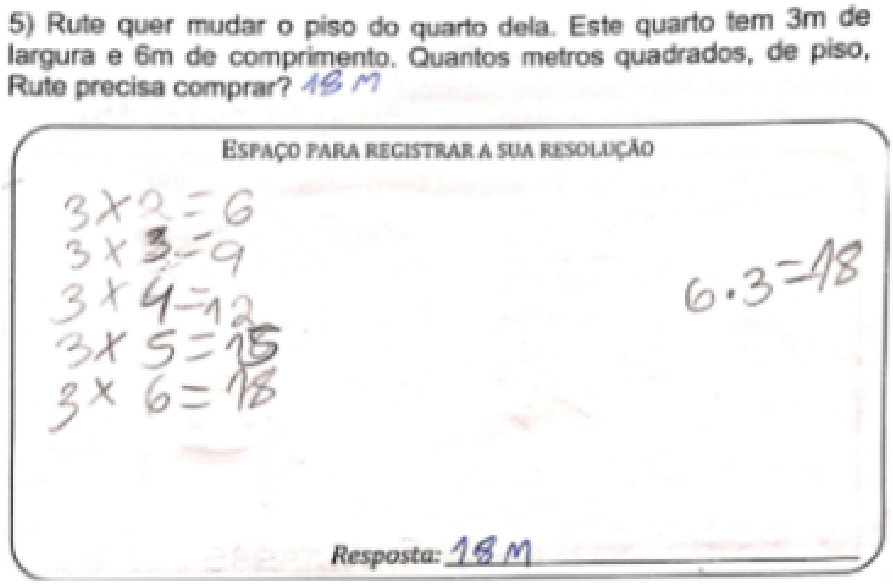
Resposta: Precisará de 18 m quadrados

Fonte: Dados da pesquisa, 2022

Neste caso, o estudante fez uma belíssima transição entre o pensamento aditivo e multiplicativo ao associar a quantidade de lados com cada medida, ao efetuar a multiplicação (2 x 6 e 2 x 3) e ao somar seus resultados, mesmo que esta resolução esteja incorreta. O sujeito demonstra não compreender os comandos da situação.

Percebemos uma maior incidência em soluções nas quais o aluno expõe a tabuada no lugar desse pensamento aditivo, como mostra a Figura 6.

Figura 6 - Exemplo de resolução explicitando a tabuada (continua)


5) Rute quer mudar o piso do quarto dela. Este quarto tem 3m de largura e 6m de comprimento. Quantos metros quadrados, de piso, Rute precisa comprar? 18 M

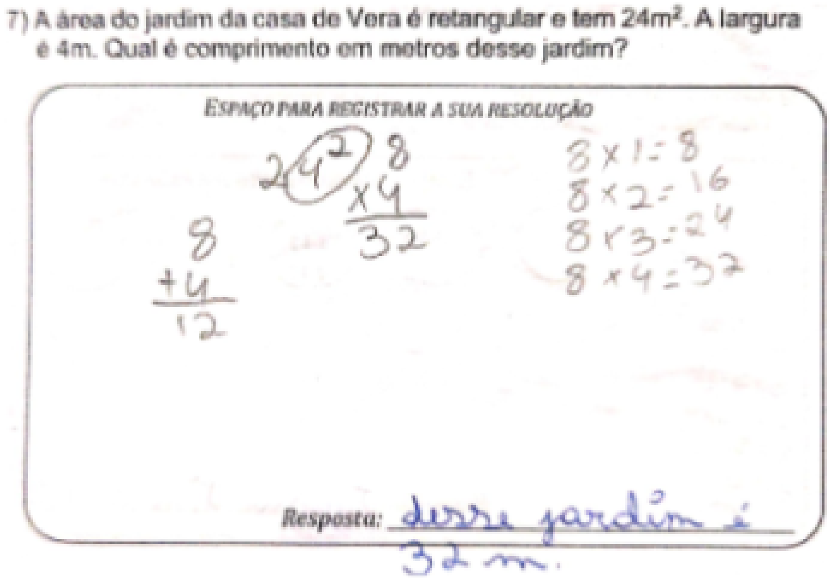
ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

3x2=6
3x3=9
3x4=12
3x5=15
3x6=18

6.3=18

Resposta: 18 M

Figura 6 - Exemplo de resolução explicitando a tabuada (conclusão)

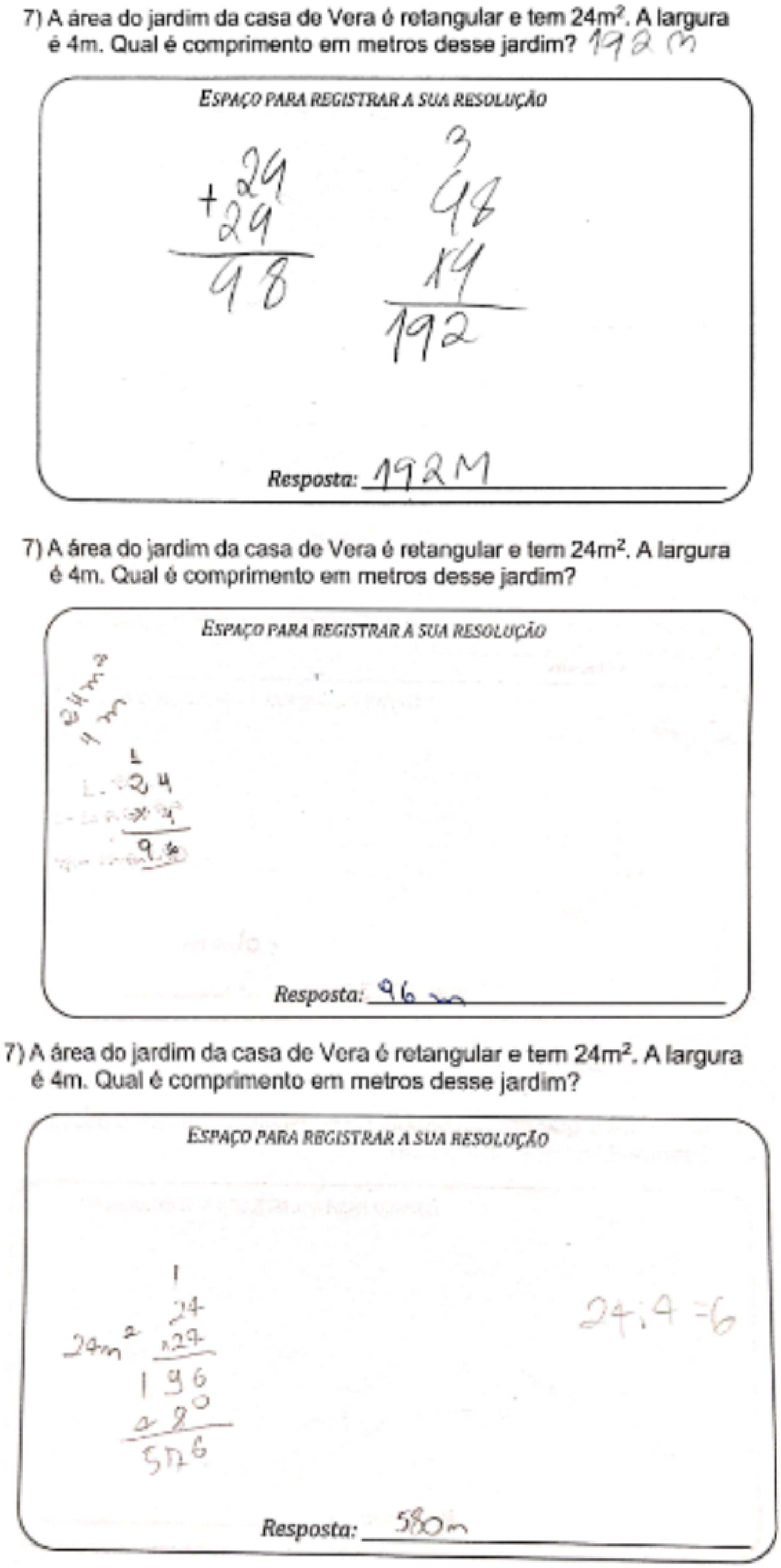


Fonte: Dados da pesquisa, 2022

Nessas resoluções da Figura 6, observamos o uso da tabuada de formas diferentes. No primeiro caso, situação 5, observamos que o sujeito detém o conhecimento de área e solucionou corretamente a questão com o auxílio da tabuada, que provavelmente foi construída com o uso do pensamento aditivo. No segundo caso, situação 7, o estudante confundiu a unidade de medida (m²) como potência do número 4, que foi feita incorretamente, ao se multiplicar o expoente pela suposta base. Posteriormente, o sujeito utilizou seu conhecimento de área para multiplicar a base pela suposta altura com o auxílio da tabuada, que também provavelmente foi associada ao pensamento aditivo. Lembrando que essa questão envolve o conceito de divisão.

Ainda sobre a confusão com a unidade de medida, observamos as três resoluções contidas na Figura 7 a seguir.

Figura 7 - Situações em que os sujeitos confundiram a unidade de medida



7) A área do jardim da casa de Vera é retangular e tem $24m^2$. A largura é 4m. Qual é comprimento em metros desse jardim? 192 m

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$24 + 24 = 48$

$48 \times 4 = 192$

Resposta: 192M

7) A área do jardim da casa de Vera é retangular e tem $24m^2$. A largura é 4m. Qual é comprimento em metros desse jardim?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$24m^2$

4 m

$24 \times 4 = 96$

Resposta: 96 m

7) A área do jardim da casa de Vera é retangular e tem $24m^2$. A largura é 4m. Qual é comprimento em metros desse jardim?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$24m^2$

24×24: 96, 480, 576

$24 : 4 = 6$

Resposta: 580m

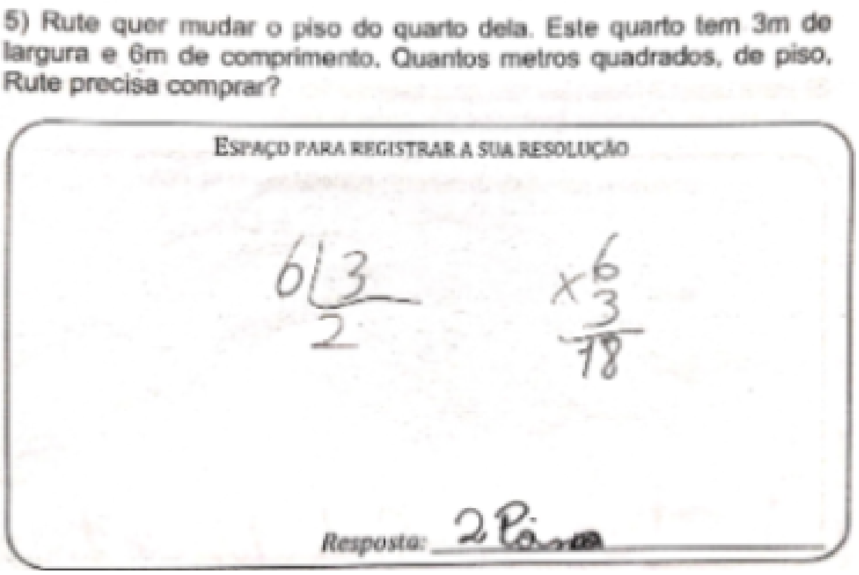
Fonte: Dados da pesquisa, 2022

Na primeira resolução da Figura 7, observamos que, assim como na segunda resolução da Figura 6, o sujeito cria um raciocínio para transformar 24 m² em uma das dimensões do retângulo. Percebe-se que estes estudantes aparentam ter consciência de que esse valor não é uma das dimensões e que precisa haver algum cálculo para que ele possa tomar o lugar de tal medida para só assim calcular uma área que não é pedida na situação. No primeiro caso, o sujeito faz uma potência completamente equivocada, assim como nesse segundo caso com a diferença de que o estudante, aparentemente, associa o expoente dois a uma indicação de soma.

Na segunda resolução da Figura 7, percebemos que o sujeito simplesmente considerou que 24m² é a altura do retângulo e efetuou o produto entre as dimensões, demonstrando não compreender a situação-problema. Já na última resolução da Figura 7, o sujeito não demonstrou qualquer conhecimento relativo ao conceito de área. Aparentemente, o estudante só se preocupou com o expoente da unidade de medida e usou-o como se pertencesse ao número 24.

Já na Figura 8, selecionamos as duas soluções onde os sujeitos tinham uma mera ideia do que deveria ser feito, mas não tinham certeza. Isso significa que o conhecimento multiplicativo ainda não foi consolidado, porém, está em um bom processo.

Figura 8 - Exemplos de confusão no conceito de área (continua)


5) Rute quer mudar o piso do quarto dela. Este quarto tem 3m de largura e 6m de comprimento. Quantos metros quadrados, de piso, Rute precisa comprar?

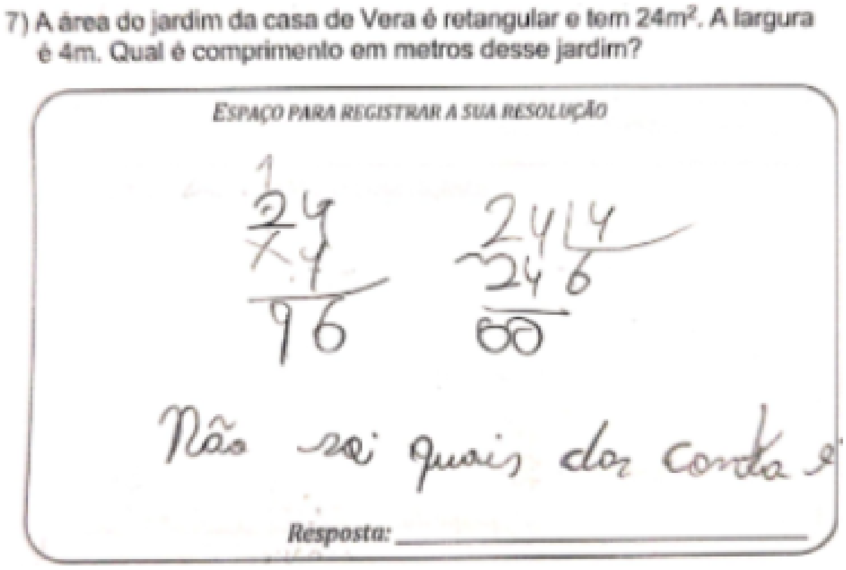
ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

6 | 3
2

× 6
3
18

Resposta: 2 Pisos

Figura 8 - Exemplos de confusão no conceito de área (conclusão)



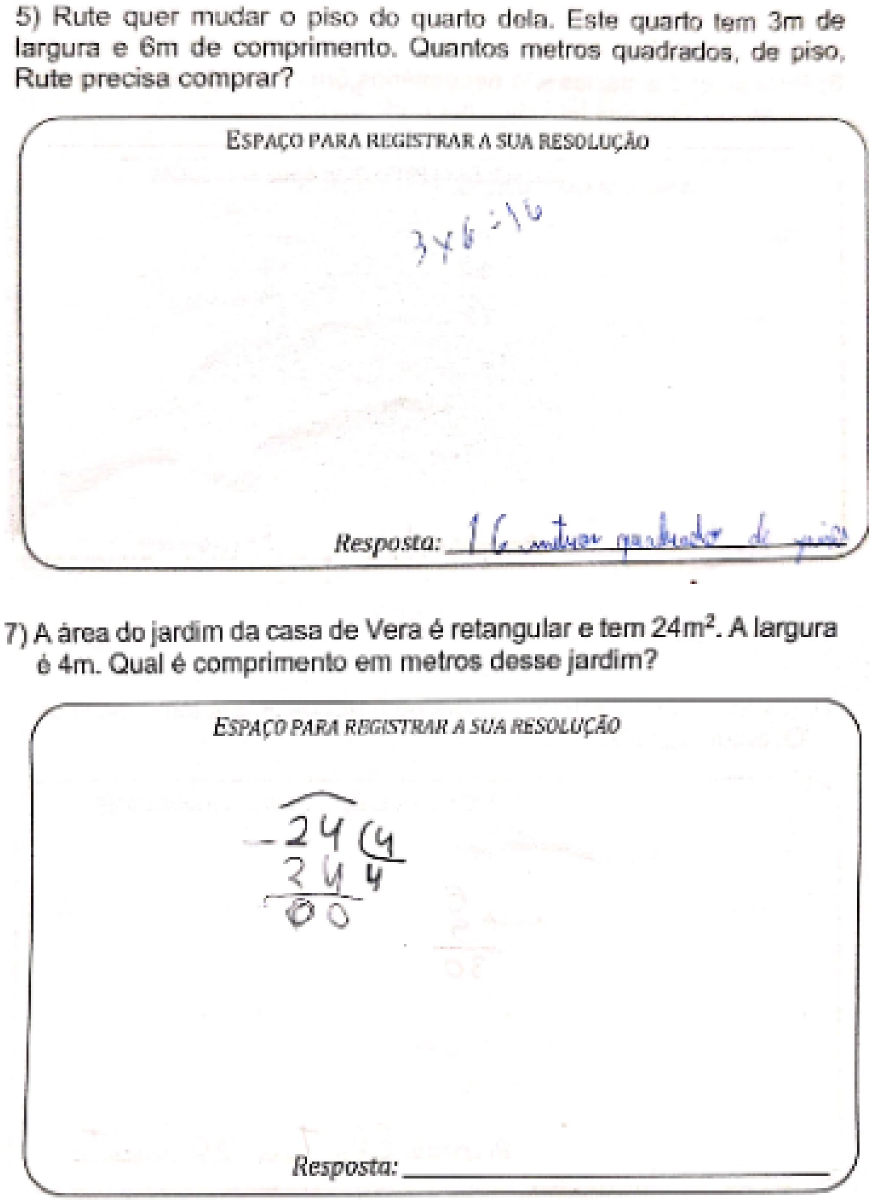
Fonte: Dados da pesquisa, 2022

Na situação 5 da Figura 8, o estudante fez corretamente o cálculo da área e fez uma divisão, como se estivesse resolvendo uma questão com a questão 7, na qual a situação dá o valor da área e o tamanho de uma das dimensões e pede o tamanho da outra. Ele considera que essa divisão é mais lógica em relação à questão. Uma escolha equivocada.

Na situação 7 da mesma figura, o sujeito também tem dúvidas quanto a duas possíveis soluções. Uma dividindo a área pela dimensão informada no enunciado, sendo a resolução correta, e outra multiplicando a área pela largura, mostrando que não existiu a real compreensão do enunciado.

Por fim, mais duas resoluções chamaram nossa atenção e as colocamos juntas na Figura 9 por apresentarem o mesmo tipo de erro, assim como fizemos anteriormente.

Figura 9 – Resoluções com erros nas operações


5) Rute quer mudar o piso do quarto dela. Este quarto tem 3m de largura e 6m de comprimento. Quantos metros quadrados, de piso, Rute precisa comprar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

3x6=16

Resposta: 16 metros quadrado de piso

7) A área do jardim da casa de Vera é retangular e tem $24m^2$. A largura é 4m. Qual é comprimento em metros desse jardim?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

24 | 4
24   4
00

Resposta:

Fonte: Dados da pesquisa,2022

Em ambas as situações, na Figura 9, os sujeitos entendem a questão e têm o conceito de áreas, mas não souberam efetuar as operações corretamente, seja por falta de atenção, seja por incompreensão das operações. O fato é que, para esses estudantes, o conceito de configuração retangular está consolidado e o problema são os algoritmos das operações que não foram bem assimilados.

A fim de resumir as quantidades de erros e acertos no nível 3, elaboramos a seguinte tabela:

Tabela 7 - Quantidade de estratégias classificadas no nível 3 por questão

Nível 3 - Pensamento multiplicativo		
Situações Problemas	Quantidade de acertos	Quantidade de erros
5	18	2
7	3	7

Fonte: Dados da pesquisa, 2022

Na Tabela 7 observamos a quantidade de acertos e erros de cada questão, mas gostaríamos de deixar claro que, apesar desses alunos terem usado o pensamento multiplicativo nessas questões, algumas das respostas estavam incorretas pois, como dito anteriormente, as situações envolvem informações nas quais o produto é pedido (situação 5) e em que o produto é dado (situação 7) e 10 desses alunos não tiveram esse raciocínio, como visto anteriormente.

Para uma visão geral da análise qualitativa, na classe de Configuração Retangular, elaboramos a Tabela 8, como forma de análise quantitativa dos dados.

Tabela 8 - Uma visão geral das resoluções da classe de Configuração Retangular

Situações Problemas	Nível 1 - Pensamento Incompreensível	Nível 2 - Pensamento aditivo	Nível 3 - Pensamento multiplicativo
5	0	9	20
7	1	12	10

Fonte: Dados da pesquisa, 2022

A Tabela 8 organiza os dados coletados de forma qualitativa e nos auxilia a perceber que os alunos possuem melhor entendimento da questão em que o produto é solicitado, a situação 5. Isso nos remete à importância de trabalhar mais situações com um foco maior nas questões em que o produto é fornecido, como a situação 7, não deixando de trabalhar as situações de produto solicitado, pois a quantidade de resoluções pertencentes ao pensamento aditivo ainda é alta, bem como as respostas em branco em ambas as situações, como relatado anteriormente.

3.3.2 Combinatória

Para análise das situações de combinatória, utilizamos a categorização de resoluções feita por Moro e Soares (2006) no artigo de Pessoa e Borba (2009), que divide os tipos de resolução em 5 grupos hierárquicos, que chamaremos de níveis.

O nível 1 é aquele onde o aluno soluciona a situação-problema com uma soma ou subtração, utilizando os valores apresentados no enunciado da questão, sendo uma resposta incorreta. No nível 2, o sujeito utiliza a multiplicação ou a divisão dos valores contidos no enunciado, de forma equivocada, dando origem a uma resposta incorreta. Dando sequência, no nível 3, o estudante desenha ou descreve as possibilidades de combinação de forma incorreta, resultando em uma resposta errada. Já nos níveis 4 e 5 as respostas são corretas, sendo que, no nível 4 o aluno desenha e descreve as combinações corretamente e, no nível 5, o sujeito utiliza a multiplicação ou divisão corretamente. Para facilitar o entendimento, elaboramos a Tabela 9 com essas informações de forma resumida.

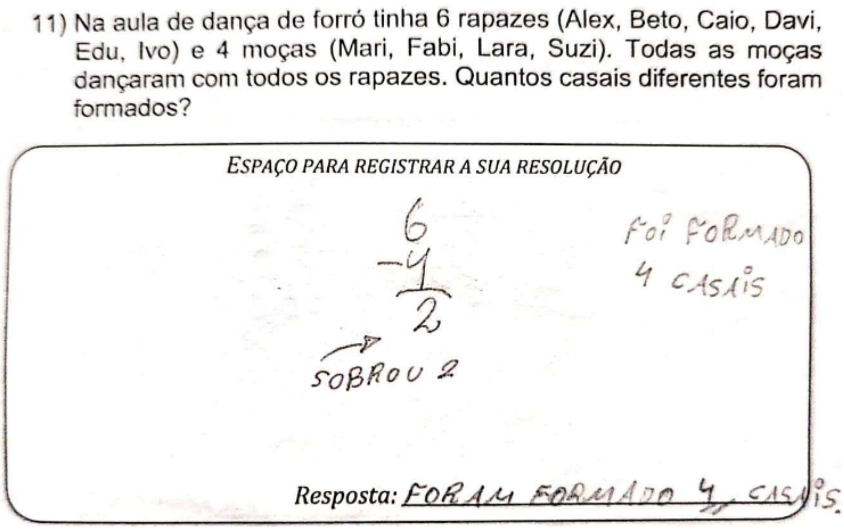
Tabela 9 - Resumo da descrição dos níveis de classificação

Nível	Resolução
1	Adição ou subtração
2	Multiplicação ou divisão fora do contexto, que resultem em uma resposta incorreta.
3	Desenho ou descrição das possibilidades, resultando em uma resposta incorreta.
4	Desenho ou descrição das possibilidades, resultando em uma resposta correta.
5	Multiplicação ou divisão fora do contexto, que resultem em uma resposta correta.

Fonte: A autora, 2022

Classificamos apenas 4 resoluções no nível 1. Todas essas resoluções envolviam a operação de subtração entre 4 e 2 como mostra a Figura 10 abaixo, por exemplo.

Figura 10 - Exemplo de resolução no nível 1



11) Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$$\begin{array}{r} 6 \\ -4 \\ \hline 2 \end{array}$$

SOBROU 2

FOI FORMADO 4 CASAIS

Resposta: FORAM FORMADO 4, CASAIS.

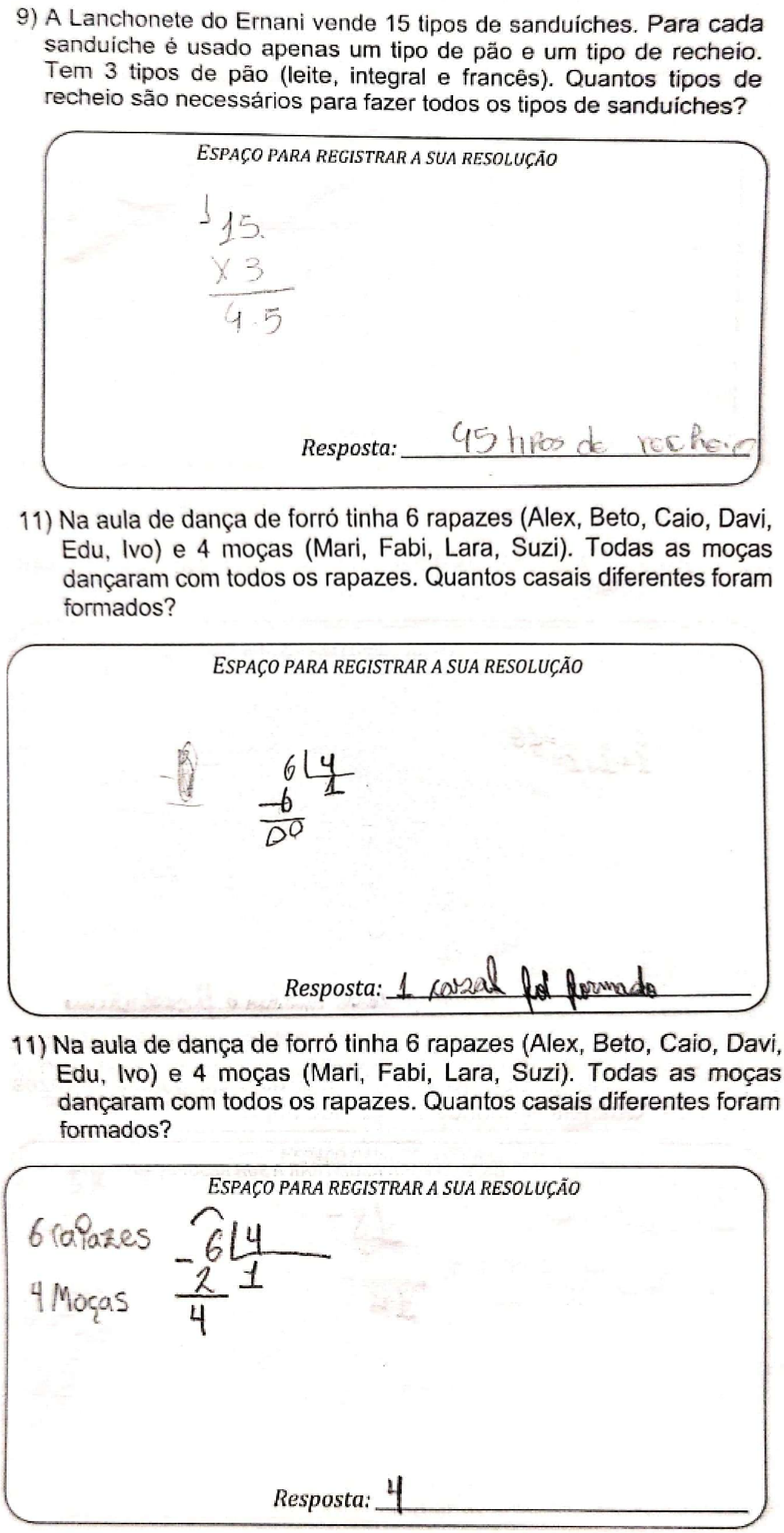
Fonte: Dados da pesquisa, 2022

Os 4 sujeitos que apresentaram essa subtração, usando os números do enunciado, como solução, demonstraram não ter compreendido o enunciado do problema. Aparentemente eles não entenderam que é para calcular todas as duplas possíveis e focaram apenas em um único momento, como se cada pessoa pudesse formar apenas um casal, sem trocas. Podemos concluir que esses estudantes não possuem vivência de relacionamento com esse tipo de situação-problema, pois apenas utilizaram o pensamento aditivo, se valendo dos números do enunciado, sem nem ao menos desenhar para representar a situação, considerando que todas as soluções do nível 1 foram encontradas na questão 11.

Na Figura 11, observamos que, nas resoluções, os sujeitos utilizaram as estratégias que atendem o pensamento no campo multiplicativo, se valendo das operações de multiplicação ou divisão. Tais soluções não estão corretas, pertencendo, portanto, ao nível 2.

Esses alunos tiveram o pensamento multiplicativo, porém ainda apresentam dificuldades em estabelecer relações combinatórias e, alguns, dificuldades na resolução do algoritmo da divisão. Estes sujeitos apenas efetuaram os algoritmos com os valores contidos no enunciado.

Figura 11 - Exemplos de resolução no nível 2



9) A Lanchonete do Ernani vende 15 tipos de sanduíches. Para cada sanduíche é usado apenas um tipo de pão e um tipo de recheio. Tem 3 tipos de pão (leite, integral e francês). Quantos tipos de recheio são necessários para fazer todos os tipos de sanduíches?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

15
x 3
45

Resposta: 45 tipos de recheio

11) Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

6 | 4
-6 1
00

Resposta: 1 casal foi formado

11) Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

6 rapazes
4 Moças

6 | 4
-2 1
4

Resposta: 4

Fonte: Dados da pesquisa, 2022

Nas resoluções desse nível, de forma geral, os estudantes consideraram que na situação 9 se deveria fazer a operação de multiplicação e, na situação 11, a operação de divisão. Isso mostra que esse tipo de situação foi pouco explorada com esses sujeitos.

Além disso, percebemos uma dificuldade em solucionar o algoritmo da divisão, nos dois exemplos da Figura 11. Essa informação poderá ser mais bem estudada em uma outra pesquisa, pois trata-se de um assunto muito extenso, e importante, a ser tratado.

Das 43 resoluções não nulas, desse grupo de questões, 13 pertencem a este nível, das quais 11 soluções foram na situação 9 e apenas as duas (Figura 11) na situação 11. Observamos que todas essas 11 soluções da situação 9 foram feitas com o pensamento de multiplicar 15 por 3, como se todas as questões de combinatória fossem apenas multiplicar os números do enunciado.

Já no nível 3, nível em que o sujeito demonstra seu raciocínio de forma descritiva ou a partir de desenho, mas sem o esgotamento de todas as possibilidades, obtendo uma solução incorreta, tivemos apenas 5 soluções, e todas na situação 11. Separamos dois exemplos (Figura 12) dessas soluções que representam os dois tipos de resoluções encontradas neste nível.

Figura 12 - Exemplos de resolução do nível 3 (continua)

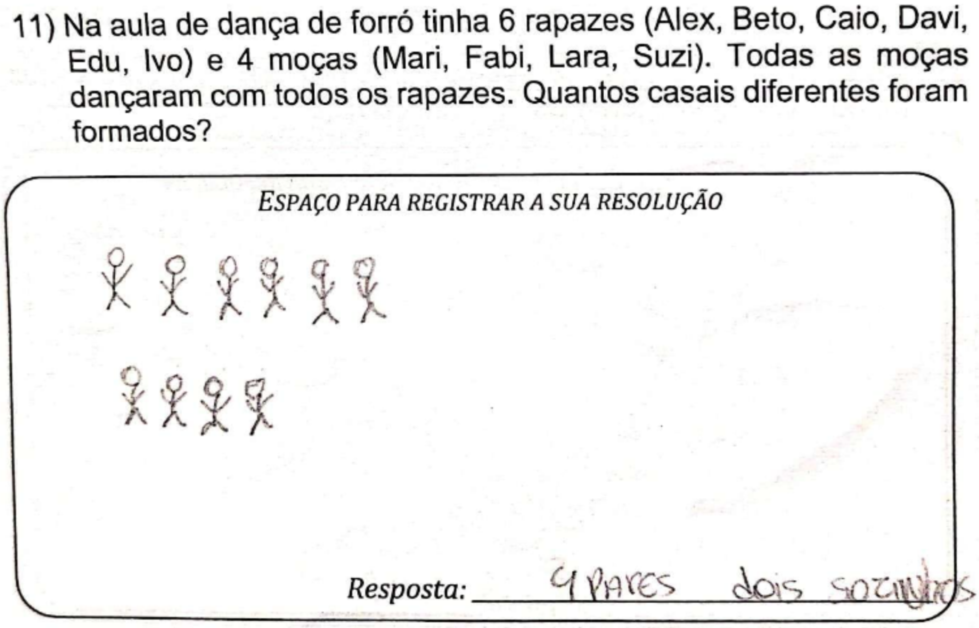
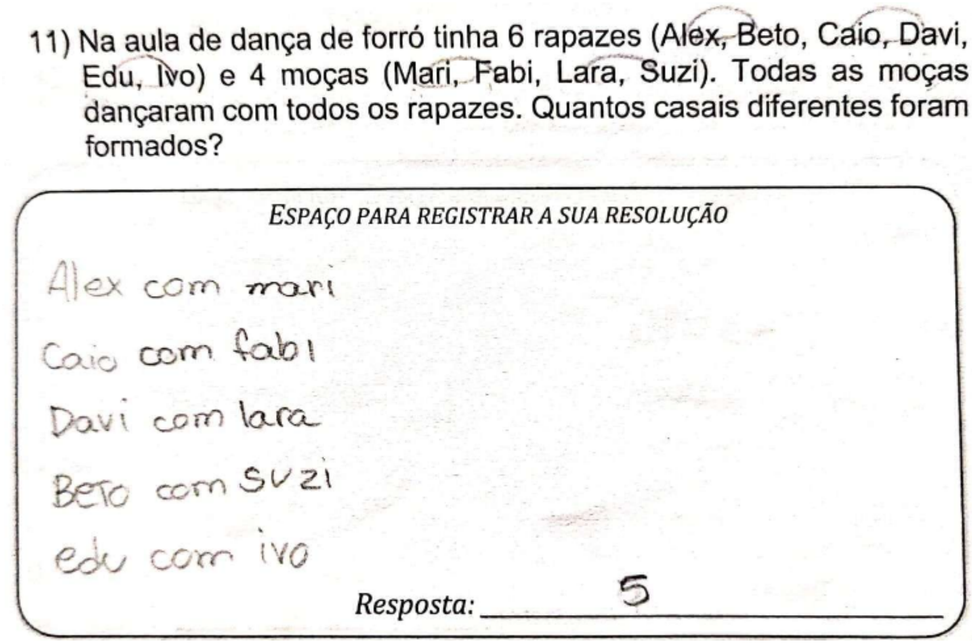


Figura 12 - Exemplos de resolução do nível 3 (conclusão)


11) Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Alex com mari
Caio com fabi
Davi com lara
Beto com suzi
edu com ivo

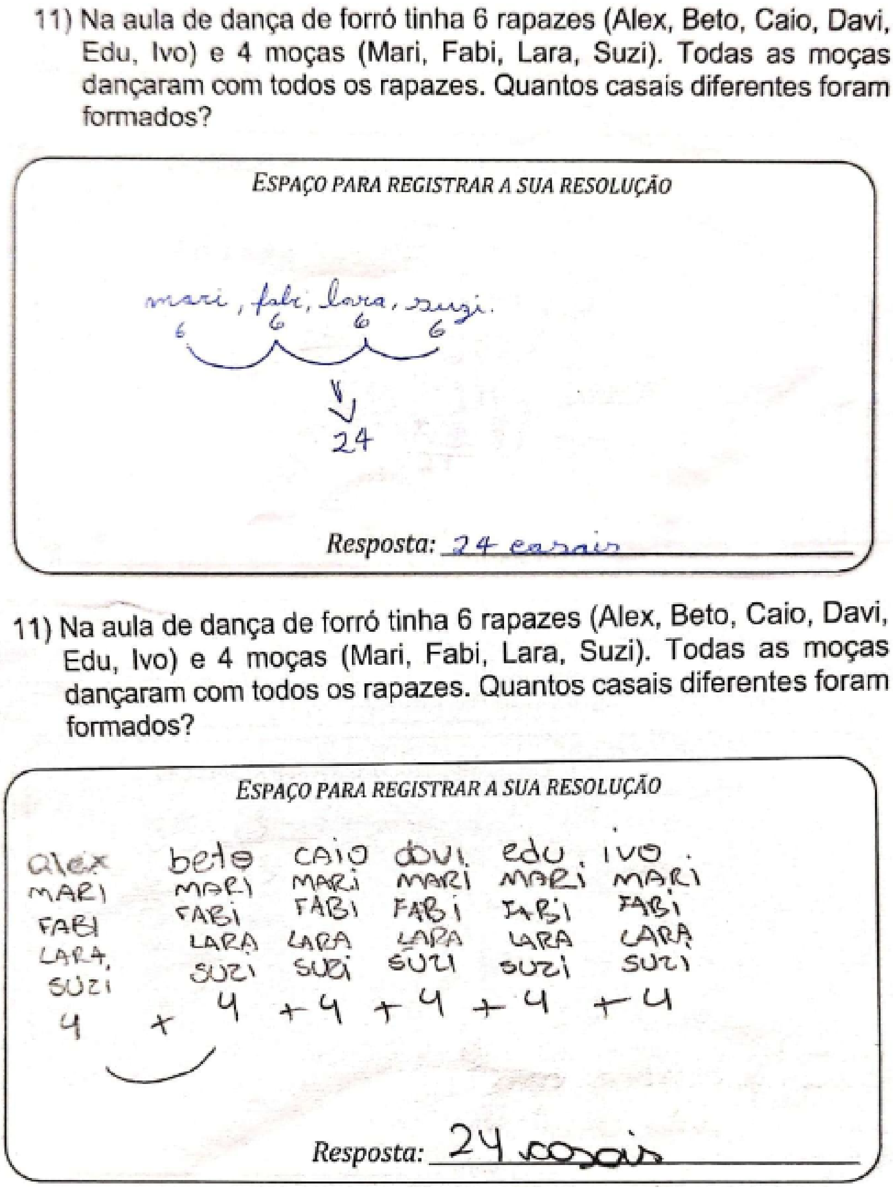
Resposta: 5

Fonte: Dados da pesquisa, 2022

Observamos, nas soluções do nível 3, representadas pela Figura 12, que que os estudantes compreenderam as relações implícitas dos problemas e iniciaram uma estratégia, com desenhos e escritas, que demonstram essa compreensão, mesmo sem esgotar todas as possibilidades. É importante salientar que esse tipo de situação pode, e deve, ser estimulada desde as séries iniciais.

No nível 4, como observamos na Figura 13, apenas 2 estudantes apresentaram a resolução por meio de desenho como estratégia de raciocínio com a resposta correta. Esses acertos só foram observados na situação problema 11, que tem um nível de dificuldade menor, se comparado com a situação 9, mas sentimos falta das tentativas de resolução pelos alunos, pois tanto no nível 3, quanto no nível 4, a situação 9 não teve incidência.

Figura 13 - Exemplos de resolução do nível 4


11) Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

mari, fabi, lara, suzi.
6 6 6 6
24

Resposta: 24 casais

11) Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

alex	beto	caio	davi	edu	ivo
MARI	MARI	MARI	MARI	MARI	MARI
FABI	FABI	FABI	FABI	FABI	FABI
LARA	LARA	LARA	LARA	LARA	LARA
SUZI	SUZI	SUZI	SUZI	SUZI	SUZI

4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4

Resposta: 24 casais

Fonte: Dados da pesquisa, 2022

Finalmente, na Figura 14, analisamos as resoluções pertencentes ao nível 5, na qual o sujeito não precisa do auxílio de desenhos para compreender e resolver as situações, apenas utiliza o algoritmo da multiplicação ou da divisão como estratégia para resolver a situação.

Figura 14 - Exemplos de resolução do nível 5

9) A Lanchonete do Ernani vende 15 tipos de sanduíches. Para cada sanduíche é usado apenas um tipo de pão e um tipo de recheio. Tem 3 tipos de pão (leite, integral e francês). Quantos tipos de recheio são necessários para fazer todos os tipos de sanduíches?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

15 | 3
-15   5
00

Resposta: Sãio necessários 5 tipos de recheios

9) A Lanchonete do Ernani vende 15 tipos de sanduíches. Para cada sanduíche é usado apenas um tipo de pão e um tipo de recheio. Tem 3 tipos de pão (leite, integral e francês). Quantos tipos de recheio são necessários para fazer todos os tipos de sanduíches?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$3 \times 5 = 15$

Resposta: 5 recheios

11) Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$6 \times 4 = 24$

Resposta: foram formado 24 casais

Fonte: Dados da pesquisa, 2022

Consideramos interessante a forma como a segunda solução da Figura 14 foi feita. De forma geral, esperávamos que os sujeitos dividissem 15 por 3, assim como foi feito na primeira resolução da Figura 14, mas, nesse caso, o estudante fez a resolução por tentativa e erro. No exemplo, ele analisou e percebeu que se houvesse a combinação dos 3 tipos de pão com 5 tipos de recheios ele encontraria as 15 combinações possíveis, portanto, utilizou a multiplicação como demonstrativo de resolução, já que a justificativa era necessária em todas as situações.

De forma resumida, elaboramos a Tabela 10 para identificar mais facilmente a quantidade de estratégias, classificadas por nível, em cada questão de análise combinatória deste teste diagnóstico.

Tabela 10 - Quantidade de estratégias, classificadas por nível, em cada questão de combinatória

Situação Problema	Nível 1	Nível 2	Nível 3	Nível 4	Nível 5
9	0	11	0	0	8
11	4	2	5	2	11

Fonte: Dados da pesquisa, 2022

Percebemos que os sujeitos apresentam uma maior dificuldade em solucionar a situação 9. Acreditamos que essa maior dificuldade aconteça pela necessidade do pensamento da divisão e pelo maior contato com situações de pensamento multiplicativo parecidas com a situação 11.

Compreendemos que os indivíduos pesquisados não tiveram um contato suficiente com situações referentes ao conceito de combinatória, pelo baixo índice de ocorrência neste nível, já que tivemos muitas questões em branco. Entendemos também que a pandemia não pode ser o único motivo para o baixo nível de entendimento deste conceito, pois o raciocínio de tal conteúdo poderia, e deveria, também ser trabalhado no ensino infantil e fundamental 1, possibilitando ao aluno, minimamente a descrição, por meio de desenho ou escrita, desse tipo de situação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ninguém ignora tudo. Ninguém sabe tudo.
Todos nós sabemos alguma coisa.
Todos nós ignoramos alguma coisa.
Paulo Freire

A presente pesquisa teve por objetivo principal analisar os conhecimentos pertencentes ao eixo de produto de medidas do campo conceitual multiplicativo apresentados por alunos do oitavo ano do ensino fundamental na resolução de situações-problemas que envolvem a estrutura multiplicativa. Esses estudantes compunham duas turmas, localizadas em uma escola estadual, de periferia, e integral, da cidade de Curitiba, Paraná, que passaram por um período de 1,5 ano de isolamento devido à Covid – 19. Para alcançar o objetivo proposto, utilizamos o teste diagnóstico elaborado pelo estudo de Sandra Magina et al (2014), no qual ela aborda situações-problemas do campo conceitual multiplicativo de Vergnaud (2009).

Tendo em vista nosso objetivo, formulamos a seguinte questão de pesquisa: **quais conceitos relativos ao eixo de produtos de medidas foram adquiridos por determinado grupo de alunos do oitavo ano após o momento de isolamento pela pandemia do Covid - 19?**

Para alcançar o objetivo da pesquisa, iniciamos este estudo tratando da motivação para o desenvolvimento de tal trabalho, justificando a escolha do assunto, sua relevância, problemática e objetivos, seguido de uma breve contextualização do momento histórico, na introdução. O delineamento das problemáticas foram auxiliados pela revisão bibliográfica de pesquisas relacionadas a nossa, também exploradas na introdução.

O estudo baseou-se na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud e no Esquema de estrutura multiplicativa de Magina (capítulo 1), em que encontramos suporte para fundamentar nossa visão sobre o processo de formação de conceitos multiplicativos e na elaboração e análise da pesquisa.

Com o apoio das ideias de Vergnaud, do teste diagnóstico de Magina, bem como em leituras de pesquisas relacionadas ao assunto deste estudo, definimos e construímos a metodologia da nossa pesquisa (capítulo 2). Realizamos um estudo apoiado no modelo de pesquisa exploratória aliado às abordagens quantitativas e qualitativas na modalidade de Estudo de Casos, no qual aplicamos o teste diagnóstico elaborado por Magina e equipe, Anexo A.

Em seguida, procedemos com a análise dos dados (capítulo 3), realizada em dois momentos. No primeiro momento, fizemos uma análise quantitativa, o que nos deu uma visão geral de todo o teste. O segundo momento foi dedicado a uma análise qualitativa das questões selecionadas, visando analisar e identificar os tipos de erros cometidos pelos estudantes, bem como suas estratégias de resolução das situações.

A análise quantitativa se tornou necessária devido a quantidade de informações que obtivemos, nos dando uma visão geral de todo o teste e nos influenciando a fazer uma nova análise quantitativa voltada às questões que envolvem o eixo de produtos de medidas, relacionando os dados das questões.

Essas questões foram escolhidas com base nas correlações de dados, entre médias de acertos, erros e questões em branco, dos eixos do Esquema do Campo Multiplicativo de Magina. Apesar do eixo de medidas não ter a maior média de erros, escolhemos este eixo, pois o que apresenta a maior média de erros, eixo de proporção dupla, não havia sido trabalhado com os estudantes, graças ao isolamento pelo Covid - 19, além disso ele continha apenas uma questão e grande parte dos erros configuraram resoluções incompreensíveis.

A partir da análise quantitativa, pudemos relacionar o desempenho dos sujeitos por questões do eixo de produtos de medidas, bem como o desempenho por classe e por tipo de solução.

A análise qualitativa foi dividida em duas partes, a primeira referente aos dados das questões da classe de Configuração Retangular e a segunda relacionada à classe de Combinatória. Após essa divisão, identificamos os esquemas apresentados pelos sujeitos e, na sequência, analisamos as resoluções.

A estratégia utilizada para analisar as situações de configuração retangular baseou-se nos estudos de Magina, Merlin e Santos (2014), que classifica as soluções em três níveis de complexidade: incompreensível (nível 1); pensamento aditivo (nível 2); pensamento multiplicativo (nível 3).

Já para as questões de combinatória, utilizamos a categorização descrita por Moro e Soares (2006), sendo 5 níveis de complexidade, a saber: soluções que apresentam adição ou subtração com as informações fornecidas pelo enunciado sem relação com a solução correta (nível 1); soluções que apresentam pensamento multiplicativo sem relação com a solução correta (nível 2); soluções que apresentam desenhos e algoritmos referentes às situações apresentadas, mas que não representam uma solução correta (nível 3); soluções que apresentam desenhos e algoritmos referentes às situações apresentadas demonstrando conhecimento da lógica das situações apresentadas e apresentando soluções corretas (nível 4); soluções corretas que apresentam apenas o algoritmo, sem fazer uso de desenhos, para solucionar as situações (nível 5).

Com a análise de todos esses dados, foi possível identificar que os alunos apresentam melhor entendimento em situações em que o produto é solicitado, como nas questões 5 e 11, das classes de configuração retangular e combinatória, respectivamente. Identificamos também uma necessidade de construir, juntamente com os alunos, os conhecimentos referentes ao campo multiplicativo, já que muitos demonstraram entender a multiplicação como uma mera soma de parcelas ou até mesmo demonstraram incompreensão das situações ao deixá-las em branco, já que uma quantidade considerável de alunos optou por nem ao menos rascunhar uma solução.

Portanto, baseando-nos nos dados coletados e como resposta à questão de pesquisa, “quais conceitos relativos ao eixo de produtos de medidas foram adquiridos por determinado grupo de alunos do oitavo ano após o momento de isolamento pela pandemia do Covid - 19?”, podemos afirmar que os estudantes não têm um conhecimento satisfatório em relação ao eixo de produtos de medidas. Visto que muitos sujeitos utilizam, como estratégia multiplicativa, a soma de parcelas. Foram poucos os casos em que identificamos a multiplicação com números de elementos em um arranjo retangular, combinação ou formas de divisão como repartição de medidas.

Podemos destacar, também, que alguns estudantes utilizam de representações pictóricas, principalmente das situações pertencentes à classe de combinatória, como uma estratégia de resolução. Aparentemente esses sujeitos sentem-se mais confiantes para utilizar essa estratégia em detrimento do uso de algoritmos, e estão mais próximos da construção de um esquema mais refinado.

Além disso, percebemos uma maior facilidade quando o produto é solicitado, em relação às situações em que o produto é fornecido, como vimos anteriormente.

Isso nos leva a percepção de que as situações que envolvem produto fornecido, o algoritmo da divisão, são pouco exploradas no cotidiano do estudante.

Em relação aos erros identificados, podemos entender que alguns sujeitos não apresentaram compreensão do que foi solicitado no enunciado da questão e, que por conta dessa dificuldade em interpretar o enunciado, elaboraram soluções incoerentes. Alguns estudantes demonstraram entender o enunciado escrevendo a estratégia correta para solução, porém erraram na resolução do algoritmo, seja na multiplicação ou na divisão, mesmo se tratando de números tão pequenos. Isso nos apontou uma falha na construção do conteúdo e a necessidade de uma atenção especial com o algoritmo.

Observamos também, que existe uma necessidade de se trabalhar com mais intensidade e intencionalidade as situações referentes ao eixo de produtos de medidas, para que os alunos possam desenvolver com expertise seus conhecimentos sobre o assunto, criando esquemas de conceitos da vez mais bem elaborados.

É importante salientar que temos o entendimento de que este estudo não nos permite uma conclusão para além de nossa amostra, pois tratamos de um grupo pequeno de uma única escola. Isso não nos fornece informações suficientes para generalizar nossas considerações a todos alunos do 8º ano. Por isso nos limitamos às conclusões referentes a nossa amostra.

Assim, acreditamos que os resultados de nossa pesquisa oferecem um alerta aos estudiosos, justificando a realização de mais estudos, com maior profundidade e complexidade, dentro do campo conceitual multiplicativo.

Mesmo que os estudos de Pessoa e Borba (2009) e Oliveira e Barbosa (2018) estejam de acordo com nossa pesquisa e resultados, propomos que mais pesquisas como essa sejam realizadas. Acreditamos que, para um resultado mais generalizado e um entendimento mais profundo em relação ao conhecimento dos estudantes, seria necessária uma investigação com um número substancialmente maior de sujeitos. Essa amostra deve, preferencialmente, conter sujeitos de escolas distintas e até mesmo de regiões diferentes, além de outros anos de escolaridade. Assim, a pesquisa ficará mais completa e trará uma visão geral sobre o assunto.

Propomos ainda, como elaboração de um novo trabalho, uma pesquisa intervencionista, onde o professor mediador possa, inicialmente, aplicar o teste diagnóstico e, depois, ter um tempo de qualidade com os estudantes, para trabalhar outras situação problemas referentes ao eixo de produtos de medidas, e, posteriormente, aplicar novamente o teste diagnóstico. Essa intervenção de ensino, pautada em situações-problemas do eixo de produtos e medidas, seria muito proveitosa para os alunos e traria uma série de dados relevantes à Educação.

Acreditamos que esse estudo é representado pelas concepções dos autores estudados, além de fornecer um texto que serve de base para futuras pesquisas no Campo Conceitual Multiplicativo, bem como para o ensino e aprendizagem dos estudantes. Com isso, pretendemos ajudar os sujeitos da pesquisa e os colegas professores a pensar a multiplicação como um campo conceitual, que precisa ter seus esquemas bem estabelecidos, e não somente como uma simples operação matemática originada na adição.

REFERÊNCIAS

BICUDO, M. A. Pesquisa quantitativa e pesquisa qualitativa segundo abordagem fenomenológica. In: BORBA, M.; ARAÚJO, J. (Org.). Pesquisa qualitativa em Educação Matemática. 5ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

BORBA, M; ARAÚJO, J. (Org). Pesquisa qualitativa em Educação Matemática. 5 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em 10 de fev. 2022.

D'AMBROSIO, U. Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, p. 9-21, 2010.

GIL, A. C. Como elaborar projetos de pesquisa. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002

GOLDENBERG, E. P. Quatro funções da investigação na aula de Matemática. Investigações matemáticas na aula e no currículo, p. 35-49, 1999.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. Pesquisa em Educação: Abordagens qualitativas. 2. ed., Rio de Janeiro: E. P. U., 2014.

MAGINA, S.; et al. Repensando adição e subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais. São Paulo: PROEM, 2008

__________. Situações problemas das estruturas multiplicativas sob a ótica do professor que ensina matemática. VII CIBEM. Montevidéo, 2013.

MAGINA, S; SANTOS, A; MERLINI, V. O raciocínio dos estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. Ciência & Educação (Bauru), v. 20, n. 2, 2014.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. Investigações em Ensino de Ciências. Porto Alegre, v. 7, n. 1, p. 7 - 29, 2002.

OLIVEIRA, C. F. S; BARBOSA, G. S. Produto de medidas: Analisando as estratégias de resolução de problemas de estudantes do 7º ano do ensino fundamental. Bahia, 2018

PACHA, C. K; MINOTTO, R. Aprendizagem Matemática: solução de um problema de multiplicação do tipo produto de medidas. In: EDUCERE, 2005. Disponível em: http://www.pucpr.br/eventos/educere2005/anaisEventos/documentos/com/TCCI013.pdf. Acesso em 20 de jul. 2022.

PESSOA, C.; BORBA, R. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. Campinas: ZETETIKÉ, v. 17, n. 1, 2009

PIAGET, J. A epistemologia genética e a pesquisa psicológica. Rio de Janeiro: Freitas Bastos, 1974.

PINTO, N. B. O erro como estratégia didática: o estudo do erro no ensino da matemática elementar. São Paulo: Papirus, 2000.

PONTE, J. P., BROCARDO, J., OLIVEIRA, H. Investigações Matemáticas na sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

SANTOS, A. Formação de professores e as estruturas multiplicativas. Curitiba: Appris, 2015

SELLTIZ, C. et al. Métodos de pesquisa nas relações sociais. São Paulo: Herder, 1967.

TORRES, S. Aprender com os erros: o erro como estratégia de mudança. Porto Alegre: Artmed, 2007.

VERGNAUD, G. Multiplicate structures. Acquisitions of mathematics concepts and processes. New York. Academic Press, 1983.

__________. La théorie des champs conceptuels. Recherches en didactique de mathématiques. Grenoble, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990

__________. Multiplicative conceptual field: what and why? In Guersh, H. and Confrey. J. (EDS) The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics. Albany, N.Y.: State University of New York Press, p. 41 - 59, 1994.

__________. A Teoria dos Campos Conceituais. Didáctica das matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, v. 62, p. 155 - 191, 1996.

__________. A comprehensive theory of representation for mathematics education. Journal of mathematical behavior, v. 17, n. 2, p. 197-181, 1998.

__________. A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Curitiba: UFPR, 2009.

__________. Quais questões a teoria dos campos conceituais busca responder? Caminhos da educação matemática em revista, v. 9, 2019

ANEXO A – Teste diagnóstico idealizado por Magina e equipe

Nº ___________

*Escola:*________________________________

*Nome:*________________________________

Idade: ________________________________

*Ano escolar:*___________________________

1) Joana sabe que em um pacote há 6 biscoitos. Ela tem 5 pacotes. Quantos biscoitos Joana têm?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: ______________________________

2) A distância entre a casa de Luís e a escola é de 5 quilômetros e a casa de José é 4 vezes mais distante. Qual a distância entre a casa de José e a escola?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: ______________________________

3) Para fazer 3 fantasias são necessários 5m de tecido. Ana tem 35m de tecido. Quantas fantasias ela pode fazer?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: ______________________________

4) A Escola Recanto fará uma festa para 36 convidados. Em cada mesa ficarão 4 convidados. Quantas mesas a escola precisará alugar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: ______________________________

5) Rute quer mudar o piso do quarto dela. Este quarto tem 3m de largura e 6m de comprimento. Quantos metros quadrados, de piso, Rute precisa comprar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: ______________________________

6) Caio comprou 9 caixas de suco e pagou 15 reais. Se ele comprasse3 caixas de suco quanto precisaria pagar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: ______________________________

7) A área do jardim da casa de Vera é retangular e tem 24m^2. A largura é 4m. Qual é comprimento em metros desse jardim?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: ______________________________

8) Um supermercado fez uma promoção: "Leve 4 litros de suco por apenas 12 reais". Quanto vai custar cada litro de suco?

Espaço para registrar a sua resolução

Resposta: ______________________________

9) A Lanchonete do Ernani vende 15 tipos de sanduíches. Para cada sanduíche é usado apenas um tipo de pão e um tipo de recheio. Tem 3 tipos de pão (leite, integral e francês). Quantos tipos de recheio são necessários para fazer todos os tipos de sanduíches?

Espaço para registrar a sua resolução

Resposta: ______________________________

10) Cida tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cida é menor do que a de José?

Espaço para registrar a sua resolução

Resposta: ______________________________

11) Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?

Espaço para registrar a sua resolução

Resposta: ______________________________

12) Em uma gincana na Escola Saber, a cada 3 voltas correndo na quadra o aluno ganha 4 pontos. Alex deu 15 voltas correndo na quadra. Quantos pontos ele ganhou?

Espaço para registrar a sua resolução

Resposta: ________________________

13) Ontem Tonho ganhou 18 figurinhas. E hoje ele ganhou 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele ganhou hoje?

Espaço para registrar a sua resolução

Resposta: ________________________

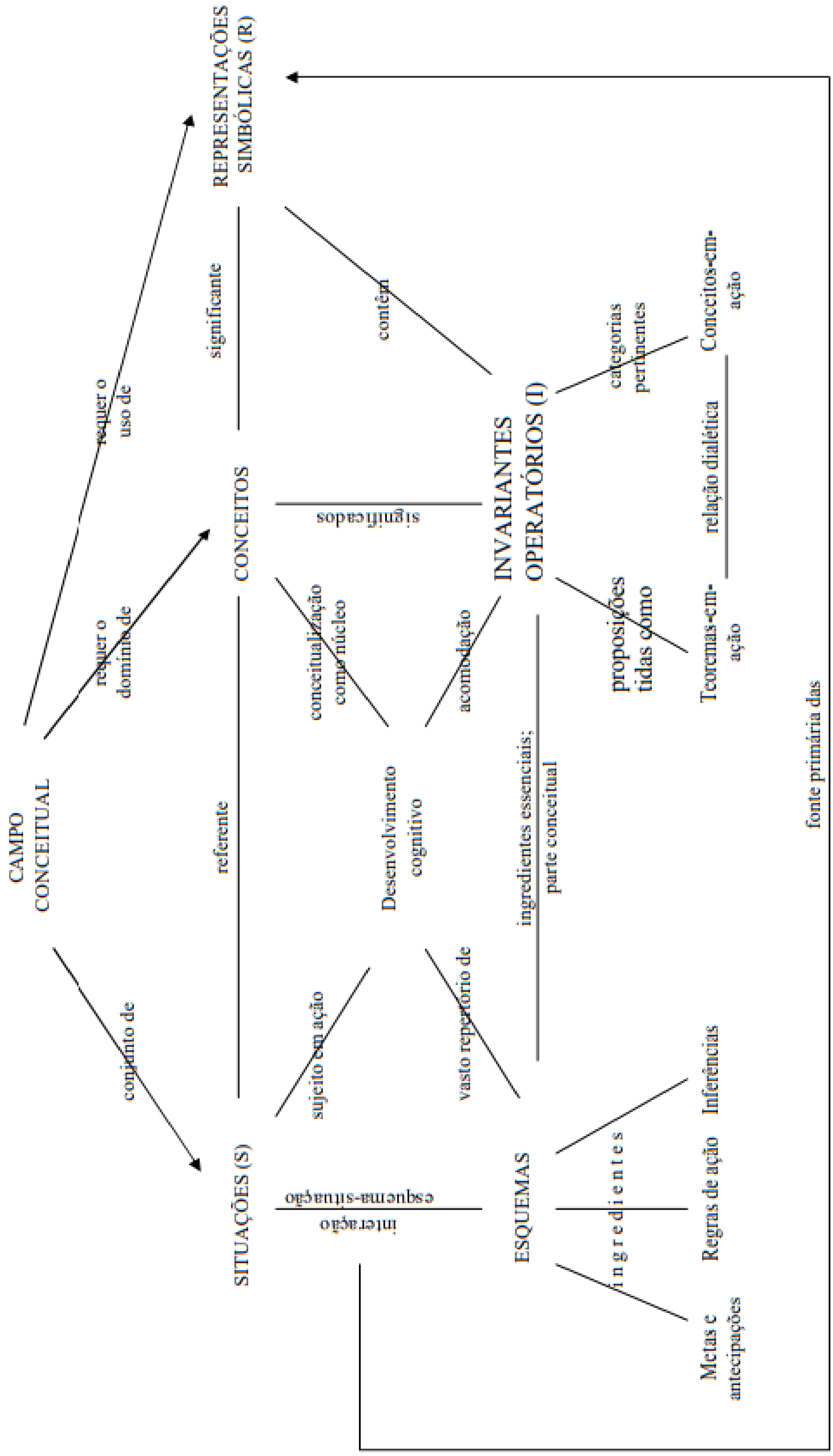
14) Uma pessoa consome, em média, 5 litros de água em 2 dias. Quantos litros de água consumirá uma família composta por 4 pessoas em 6 dias?

Espaço para registrar a sua resolução

Resposta: ________________________

Fonte: Magina, Santos e Merlini, 2014

ANEXO B – Mapa conceitual da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud



Fonte: Moreira, 2002