



Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Centro de Tecnologia e Ciências
Faculdade de Engenharia

Gabriel Ramalho Saguias da Silva

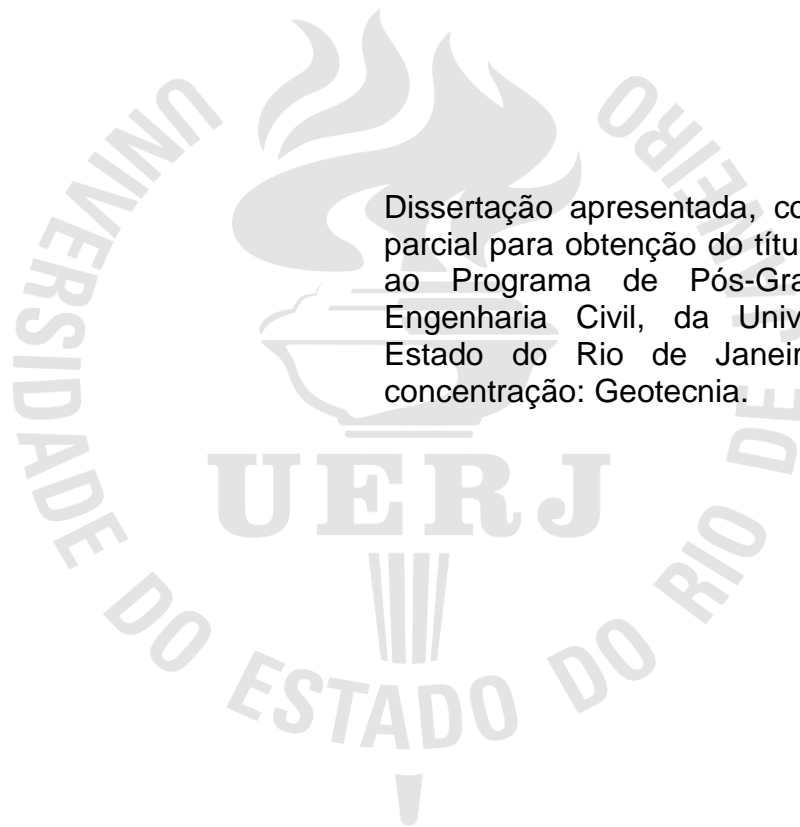
A ruptura em taludes como um fenômeno crítico auto-organizado

Rio de Janeiro

2023

Gabriel Ramalho Saguias da Silva

A ruptura em taludes como um fenômeno crítico auto-organizado



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Geotecnia.

Orientador: Prof. Dr. Armando Prestes de Menezes Filho
Prof.^a Dr.^a Ana Cristina Castro Fontenla Sieira

Rio de Janeiro

2023

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC/B

S586 Silva, Gabriel Ramalho Saguias da.
A ruptura em taludes como um fenômeno crítico auto-organizado /
Gabriel Ramalho Saguias da Silva. – 2023.
126 f.

Orientadores: Armando Prestes de Menezes Filho, Ana Cristina
Castro Fontenla Sieira.
Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro,
Faculdade de Engenharia.

1. Engenharia civil - Teses. 2. Taludes (Mecânica do solo) -
Estabilidade - Teses. 3. Deslizamentos (Geologia) - Teses. 4. Sistemas
de controle ajustável - Teses. 5. Comportamento caótico nos sistemas
- Teses. I. Menezes Filho, Armando Prestes de. II. Sieira, Ana Cristina
Castro Fontenla. III. Universidade do Estado do Rio de Janeiro,
Faculdade de Engenharia. IV. Título.

CDU 624.131.537

Bibliotecária: Júlia Vieira – CRB7/6022

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial
desta tese, desde que citada a fonte.

Assinatura

Data

Gabriel Ramalho Saguias da Silva

A ruptura em taludes como um fenômeno crítico auto-organizado

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Geotecnia.

Aprovado em: 24 de novembro de 2023.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Armando Prestes de Menezes Filho (Orientador)
Faculdade de Engenharia – UERJ

Prof.^a Dr.^a Ana Cristina Castro Fontenla Sieira (Orientadora)
Faculdade de Engenharia – UERJ

Prof. Dr. Bruno Teixeira Lima
Faculdade de Engenharia – UERJ

Prof. Dr. Antônio Cláudio Soares
Universidade Federal Fluminense – UFF

Rio de Janeiro

2023

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Suzana e Ramalho, por todo o apoio e carinho ao longo da minha caminhada. À minha irmã Mariana, pelo incentivo e suporte emocional. À minha querida avó Carmen, minha segunda mãe.

AGRADECIMENTOS

À minha família, minha mãe, Suzana, meu pai, Ramalho e minha irmã Mariana, por todo o apoio durante esses anos.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Armando Prestes de Menezes Filho, pelos ensinamentos dentro e fora da pós-graduação, por ser o referencial de pessoa e profissional que pretendo seguir daqui em diante. Por toda a ajuda, pela excelente orientação, pelo apoio, dando sempre grande estímulo para o desenvolvimento deste trabalho e pela amizade estabelecida nesses anos.

À minha orientadora, Prof.^a Dr.^a Ana Cristina Castro Fontenla Sieira, por toda a ajuda e acolhimento, pela excelente orientação, pelo apoio dado para o desenvolvimento deste trabalho e pela amizade estabelecida nesses anos.

À todos os professores da graduação e da pós-graduação, responsáveis por todo o conhecimento que adquiri até aqui.

Aos meus amigos pela compreensão com os meus estudos.

Aos meus colegas de mestrado, pelo companheirismo e pelo inegável apoio quando necessário.

A UERJ, porque sem ela não poderia ter realizado este sonho de conquista.

A todos aqueles, que embora não citados nominalmente, contribuíram direta e indiretamente para a execução deste trabalho.

À FAPERJ pelo apoio financeiro.

In order to taste my cup of water you must first empty your cup. My friend, drop all your preconceived and fixed ideas and be neutral. Do you know why this cup is useful? Because it is empty.

Bruce Lee

RESUMO

SILVA, Gabriel Ramalho Saguias da. *A ruptura em taludes como um fenômeno crítico auto-organizado*. 2023. 126 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2023.

Esta pesquisa teve por objetivo mostrar que a instabilidade de taludes pode ser considerada como um fenômeno crítico auto-organizado. Mais pormenorizadamente, as séries temporais dos deslocamentos horizontais de um conjunto de pontos escolhidos próximos e afastados da região de instabilização do talude, no domínio de análise, apresentaram, invariavelmente, evolução em lei de potência, expoentes, em sua maioria, com valores semelhantes, e coeficientes de correlação muito próximos da unidade. Isto sugere a existência de uma universalidade funcional da expressão em lei de potência, relativa aos deslocamentos horizontais próximos da ruptura, que se daria independentemente da geometria do talude considerado, dos parâmetros adotados para os materiais em análise e da localização dos pontos estudados. Por outro lado, o tempo intrínseco, que governa o fenômeno da ruptura em taludes, não é o tempo habitual t , mas o relacionado ao tempo de ruptura do talude e ao expoente da lei de potência acima aludida, e que estudar este fenômeno pelo tempo t habitual é inexato. Isto possibilitou a adoção de uma medida temporal correta deste fenômeno de instabilização, que se traduziu em séries temporais dos deslocamentos horizontais com características muito simples – retas inclinadas. A pesquisa determinou, também, os maiores expoentes de Lyapunov efetivos de cada um dos pontos monitorados. Os resultados mostraram uma tendência assintótica ao valor nulo daqueles expoentes segundo uma lei de potência com o tempo, independentemente dos pontos selecionados estarem submetidos a diferentes estados de tensão, deformação e deslocamento no domínio de análise.

Palavras-chave: Estabilidade de Taludes; Sistemas Complexos Adaptativos; Criticalidade Auto-Organizada; Teoria do Caos.

ABSTRACT

SILVA, Gabriel Ramalho Saguias da. *Slope failure as a self-organized critical phenomenon*. 2023. 126 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2023.

This research aimed to show that slope instability can be considered as a self-organized critical phenomenon. In more detail, the time series of horizontal displacements of a set of points chosen close to and far from the slope instability region, in the analysis domain, invariably presented a power law evolution, exponents, in their majority, with similar values, and correlation coefficients very close to unity. This suggests the existence of a functional universality of the power law expression, relating to horizontal displacements close to failure, which would occur regardless of the geometry of the slope considered, the parameters adopted for the materials under analysis and the location of the points studied. On the other hand, the intrinsic time, which governs the phenomenon of slope failure, is not the usual time t , but that related to the slope failure time and the exponent of the power law mentioned above, and that studying this phenomenon for the time t usual is inaccurate. This made it possible to adopt a correct temporal measurement of this instability phenomenon, which translated into time series of horizontal displacements with very simple characteristics – inclined straight lines. The research also determined the largest effective Lyapunov exponents for each of the monitored points. The results showed an asymptotic tendency towards the null value of those exponents according to a power law with time, regardless of the selected points being subjected to different states of stress, deformation and displacement in the analysis domain.

Keywords: Slope Stability; Complex Adaptive Systems; Self-Organized Criticality; Chaos theory.

LISTA DE FIGURAS

| | | |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 – | Delimitação da superfície de ruptura e divisão da massa instável em fatias (GEORIO, 2014)..... | 31 |
| Figura 2 – | Detalhe da fatia e forças atuantes (GEORIO, 2014) | 32 |
| Figura 3 – | Forças atuantes na fatia, método de Bishop (Bishop, 1955)..... | 33 |
| Figura 4 – | Relação da taxa de Ω (esq.) e inversa da taxa de Ω (dir.) versus tempo, com diferentes expoentes α , para cada grupo de dados analisados (Voight, 1988)..... | 38 |
| Figura 5 – | Variação temporal dos deslocamentos horizontais de diferentes pontos pertencentes à massa de rocha instável, nos quais marcos superficiais foram instalados (Crosta e Agliardi, 2003) | 39 |
| Figura 6 – | Variação do deslocamento horizontal com o tempo do marco superficial D7, pertencente a área instável do escorregamento de Ruinon e seu ajuste em lei de potência pela expressão (6) (Crosta e Agliardi, 2003)..... | 40 |
| Figura 7 – | Avalanche em uma pequena pilha de areia (Bak, 1996)..... | 42 |
| Figura 8 – | Distribuição do tamanho das avalanches em duas dimensões (domínio de 50 x 50 sítios; média sobre 200 amostragens; reta tracejada com inclinação $\tau = -1,00$) - escala bilogarítmica (Bak et al, 1987) | 43 |
| Figura 9 – | Aspecto do talude negativo dos grãos de arroz mais alongados (Frette et al, 1995) | 44 |
| Figura 10 – | Estatística dos grãos de arroz mais alongados com a energia E dissipada pelo sistema, em escala bilogarítmica. (a) Curvas para valores do tamanho do sistema $L = 16, 33, 66$ e 105 . (b) Colapso de curvas para diferentes tamanhos, fazendo-se $\beta = \nu = 1,0$ em $P(E, L) = L^{-\beta} f(E/L^\nu)$ (Frette et al, 1995) | 45 |
| Figura 11 – | Estatística dos grãos de arroz mais arredondados com a energia E dissipada pelo sistema, em escala semilogarítmica. (a) Curvas para valores do tamanho do sistema $L = 26, 52$ e 104 . (b) Colapso de curvas para diferentes tamanhos, consistente com uma função de escala exponencial estendida (Frette et al, 1995) | 46 |
| Figura 12 – | Cascata de duplicação de período de Feigenbaum (Feigenbaum, 1978) | 49 |

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 13 – Variação com o tempo da função de sensibilidade $\xi(t)$ para o expoente de Lyapunov λ_1 maior que zero. A curva contínua representa uma divergência exponencial entre trajetórias (gráfico bilogarítmico). Os pontos experimentais foram obtidos fazendo-se $a = 1,50$ no mapa logístico (Menezes Filho, 2003) | 50 |
| Figura 14 – Variação com o tempo da função de sensibilidade $\xi(t)$ para o expoente de Lyapunov λ_1 menor que zero. A curva contínua representa uma convergência exponencial entre trajetórias (gráfico bilogarítmico). Os pontos experimentais foram obtidos fazendo-se $a = 0,80$ no mapa logístico (Menezes Filho, 2003) | 51 |
| Figura 15 – Variação do (maior) expoente de Lyapunov com o parâmetro de controle. A seta vermelha indica $a_c = 1,4011\dots$ (Menezes Filho, 2003) | 52 |
| Figura 16 – Variação com o tempo da função de sensibilidade $\xi(t)$ para o expoente de Lyapunov λ_1 igual a zero. Observe-se o aspecto fractal (auto semelhante) da curva. O gráfico foi obtido fazendo-se $a_c = 1,4011\dots$ no mapa logístico (Menezes Filho, 2003)..... | 53 |
| Figura 17 – Variação com o tempo da função de sensibilidade $\xi(t)$ para o expoente de Lyapunov λ_1 igual a zero, em escala bilogarítmica. Os pontos máximos alinham-se segundo uma reta inclinada (lei de potência) (Menezes Filho, 2003)..... | 54 |
| Figura 18 – Aspecto fractal das zonas de localização de deformação plástica. As isocurvas de deformação mais claras são as mais intensamente deformadas (Oliveira, 2016)..... | 57 |
| Figura 19 – Determinação da dimensão fractal D_0 pelo método de contagem de caixas ($D_0 = 1,8338$; coef. correlação = 0,9951) (Oliveira et al., 2016) | 58 |
| Figura 20 – Perfil do modelo adotado para as análises (medidas em metros)..... | 66 |
| Figura 21 – Malha gerada para análises do modelo, com 1000 elementos triangulares de 15 nós, totalizando 8.095 nós..... | 67 |
| Figura 22 – Aspecto da superfície de ruptura, definido pelos incrementos dos deslocamentos na saída do PLAXIS, FS = 1,014 | 68 |
| Figura 23 – Localização dos pontos monitorados durante as análises | 69 |
| Figura 24 – Ponto A: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39)..... | 74 |

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 25 – Ponto B: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39) | 75 |
| Figura 26 – Ponto C: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39) | 75 |
| Figura 27 – Ponto A: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura | 76 |
| Figura 28 – Ponto B: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura | 77 |
| Figura 29 – Ponto C: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura | 78 |
| Figura 30 – Ponto D: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39) | 80 |
| Figura 31 – Ponto E: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39) | 80 |
| Figura 32 – Ponto F: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39) | 81 |
| Figura 33 – Ponto G: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39) | 81 |
| Figura 34 – Ponto H: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39) | 82 |
| Figura 35 – Ponto I: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39) | 82 |
| Figura 36 – Ponto D: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo. com equação dada na Figura | 84 |
| Figura 37 – Ponto E: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização | |

| | | |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| | adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura | 85 |
| Figura 38 – | Ponto F: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo. com equação dada na Figura | 86 |
| Figura 39 – | Ponto G: Série temporal dos deslocamento horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura | 87 |
| Figura 40 – | Ponto H: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura | 88 |
| Figura 41 – | Ponto I: Série temporal dos deslocamento horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura | 89 |
| Figura 42 – | Ponto J: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39) | 90 |
| Figura 43 – | Ponto 1: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39) | 91 |
| Figura 44 – | Ponto 2: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39) | 91 |
| Figura 45 – | Ponto 3: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39) | 92 |
| Figura 46 – | Ponto 4: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39) | 92 |
| Figura 47 – | Ponto J: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura | 94 |
| Figura 48 – | Ponto 1: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização | |

| | | |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| | adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura | 95 |
| Figura 49 – | Ponto 2: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura). Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura | 96 |
| Figura 50 – | Ponto 3: Série temporal dos deslocamento horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura | 97 |
| Figura 51 – | Ponto 4: Série temporal dos deslocamento horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura | 98 |
| Figura 52 – | Série temporal dos deslocamentos horizontais e tempos de ruptura normalizados dos 14 pontos analisados, ajustados à lei linear, cuja equação e coeficiente de correlação estão dados na Figura | 100 |
| Figura 53 – | Ponto A: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais | 101 |
| Figura 54 – | Ponto A: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico) | 102 |
| Figura 55 – | Ponto B: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais | 102 |
| Figura 56 – | Ponto B: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico) | 103 |
| Figura 57 – | Ponto C: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais | 103 |
| Figura 58 – | Ponto C: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta | |

| | | |
|-------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| | vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico) | 104 |
| Figura 59 – | Ponto D: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais | 104 |
| Figura 60 – | Ponto D: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico) | 105 |
| Figura 61 – | Ponto E: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais | 105 |
| Figura 62 – | Ponto E: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico) | 106 |
| Figura 63 – | Ponto F: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais | 106 |
| Figura 64 – | Ponto F: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico) | 107 |
| Figura 65 – | Ponto G: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais | 107 |
| Figura 66 – | Ponto G: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico) | 108 |
| Figura 67 – | Ponto H: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais | 108 |
| Figura 68 – | Ponto H: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico) | 109 |
| Figura 69 – | Ponto I: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais | 109 |

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 70 – Ponto I: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico) | 110 |
| Figura 71 – Ponto J: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais | 110 |
| Figura 72 – Ponto J: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico) | 111 |
| Figura 73 – Ponto 1: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais | 111 |
| Figura 74 – Ponto 1: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico) | 112 |
| Figura 75 – Ponto 2: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais | 113 |
| Figura 76 – Ponto 2: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico) | 113 |
| Figura 77 – Ponto 3: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais | 114 |
| Figura 78 – Ponto 3: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico) | 114 |
| Figura 79 – Ponto 4: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais | 115 |
| Figura 80 – Ponto 4: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico) | 115 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabela 1 – Classificação dos principais tipos de movimentos de massa (GEORIO, 2014, adaptado) | 25 |
| Tabela 2 – Fatores deflagradores dos movimentos de massa (Varnes, 1978 adaptado) | 27 |
| Tabela 3 – Tipos e características das análises determinísticas (Ribeiro, 2009) ... | 30 |
| Tabela 4 – Relação de características dos principais métodos de cálculo de estabilidade por equilíbrio limite (Ribeiro Junior, 2011)..... | 35 |
| Tabela 5 – Parâmetros do material e demais variáveis de entrada do modelo..... | 66 |
| Tabela 6 – Coordenadas dos pontos de análise | 69 |
| Tabela 7 – Parâmetros de ajuste pela expressão (39) e coeficientes de correlação | 99 |
| Tabela 8 – Máximos expoentes de Lyapunov efetivos e taxa de decaimento por ponto investigado | 116 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|------|---------------------------------------------------------------------------------|
| FS | Fator de Segurança |
| MDF | Método das Diferenças Finitas |
| MEF | Método dos Elementos Finitos |
| SOC | <i>Self-Organized Criticality</i> , ou criticalidade auto-organizada (tradução) |
| UERJ | Universidade do Estado do Rio de Janeiro |

LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| t_c | tempo crítico |
| t | tempo |
| α | expoente da lei de potência |
| τ_f | resistência ao cisalhamento do material |
| τ_{mob} | tensão cisalhante mobilizada |
| τ | resistência ao cisalhamento, critério de Mohr-Coulomb |
| c' | intercepto de coesão, critério de Mohr-Coulomb |
| σ' | resistência normal efetiva, critério de Mohr-Coulomb |
| φ' | ângulo de atrito efetivo, critério de Mohr-Coulomb |
| Ω | quantidade mensurável, expressão de Voight para previsões de erupções vulcânicas |
| A | constante empírica, expressão de Voight |
| D | número de ocorrências de avalanches, modelo da pilha de areia de Bak |
| s | tamanho das avalanches, modelo da pilha de areia de Bak |
| P | estatística dos grãos de arroz, modelo do talude feito com grãos de arroz |
| E | energia dissipada, modelo de talude com grãos de arroz |
| L | tamanho dos grãos, modelo de talude com grãos de arroz |
| $\xi(t)$ | função sensibilidade às condições iniciais |
| λ_1 | expoente de Lyapunov |
| a_c | parâmetro de controle crítico na cascata de duplicação de Feigenbaum |
| D_0 | dimensão fractal |
| N | número de hipercubos ou caixas para obtenção da dimensão fractal |
| l | lado dos hipercubos na obtenção da dimensão fractal |
| θ | angulação do talude |
| γ_{sat} | peso específico, saturado |
| γ_{unsat} | peso específico, não saturado |
| E_{ref} | módulo de elasticidade |
| ν | coeficiente de Poisson |
| q | sobrecarga aplicada ao talude |
| t_f | tempo de aplicação da sobrecarga |

δ_h deslocamentos horizontais
 δ_{max} deslocamento horizontal máximo

SUMÁRIO

| | | |
|------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| | INTRODUÇÃO | 21 |
| 1 | MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DE ESTABILIDADE DE TALUDES | 24 |
| 1.1 | Introdução | 24 |
| 1.2 | Métodos determinísticos | 29 |
| 1.2.1 | <u>Método do equilíbrio limite</u> | 30 |
| 1.2.1.1 | Superfícies circulares | 33 |
| 1.2.1.2 | Superfícies de formatos quaisquer | 34 |
| 1.2.2 | <u>Análises de tensão x deformação x deslocamento</u> | 35 |
| 1.3 | Utilização da teoria dos sistemas complexos na previsão da ruptura em taludes | 36 |
| 2 | SISTEMAS COMPLEXOS E CRITICALIDADE AUTO-ORGANIZADA | 48 |
| 2.1 | Introdução | 48 |
| 2.2 | O paradigma de um sistema caótico: o mapa logístico | 48 |
| 2.3 | Sistemas complexos (fracamente caóticos) | 53 |
| 2.4 | A criticalidade auto-organizada | 55 |
| 2.5 | Explorando as consequências da lei de potência | 58 |
| 3 | METODOLOGIA | 63 |
| 3.1 | Introdução | 63 |
| 3.2 | Metodologia adotada | 63 |
| 3.3 | Descrição do problema | 65 |
| 3.4 | Determinação do espectro dos expoentes de Lyapunov das séries temporais | 70 |
| 4 | ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS | 73 |
| 4.1 | Análise da adequação da expressão em lei de potência (39) às séries temporais | 73 |
| 4.1.1 | <u>Pontos situados na superfície livre do talude</u> | 73 |
| 4.1.2 | <u>Pontos situados internamente à massa de solo, próximos à região de ruptura</u> | 79 |
| 4.1.3 | <u>Pontos situados internamente à massa de solo, distantes da região de ruptura</u> | 90 |

| | | |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.2 | Determinação do espectro dos expoentes de Lyapunov das séries temporais | 101 |
| 5 | CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS..... | 119 |
| 5.1 | Conclusões | 119 |
| 5.2 | Sugestões para futuras pesquisas | 121 |
| | REFERÊNCIAS | 122 |

INTRODUÇÃO

Movimentos de massa são tidos como fenômenos geológicos e geotécnicos de grande importância e impacto na sociedade, em razão das catástrofes que podem provocar, em termos de perdas de vidas humanas e prejuízos materiais e ambientais de grande monta, especialmente nas estações chuvosas. Portanto, o estudo da estabilidade de taludes, a previsibilidade de seu comportamento e ruptura, bem como suas formas de mitigação, tornam-se atividades extremamente necessárias frente a estes problemas, todos ainda de pé e totalmente em aberto.

Normalmente, tais fenômenos são investigados por abordagens já consagradas na literatura, como a teoria do equilíbrio limite e as análises tensão x deformação x deslocamento. No entanto, a primeira adota hipóteses de partida altamente questionáveis, como a ruptura simultânea de todos os pontos relativos a uma dada superfície potencial de ruptura, simplificando consideravelmente o problema, porém passando ao largo do mecanismo de ruptura progressiva, fundamental para o entendimento do problema.

Por outro lado, aquela última exige, para a sua realização, uma série de fatores, que vão desde a necessidade de programas apropriados para o cálculo, a habilidade intrínseca do usuário na arte de modelar tal ou qual situação, a escolha dos modelos constitutivos mais adequados, e o conhecimento e determinação dos parâmetros requeridos por tais modelos.

Esta pesquisa procura abordar tais problemas a partir de certas características gerais, universais, comuns e compartilhadas por todos os taludes em processo de ruptura, assinalando que sua instabilidade pode ser considerada como um fenômeno crítico auto-organizado, na linha dos chamados sistemas complexos adaptativos. Mais pormenorizadamente, a análise e estudo cuidadoso das respostas de tais sistemas físicos a perturbações externas ou desequilíbrios internos – por exemplo, as séries temporais dos deslocamentos horizontais de um conjunto de pontos escolhidos próximos e afastados da região de instabilização do talude – é condicionada, não por aspectos particulares e peculiares desta ou daquela situação, mas por reiteraões, aspectos universais invariavelmente relacionados àquelas respostas ao longo de seu processo evolutivo – por exemplo, comportamento espaço-temporal de importantes variáveis em lei de potência e análise de seus respectivos expoentes, correlações

estabelecidas entre seus elementos constituintes e seus respectivos coeficientes de correlação.

Particularmente, a busca por expressões matemáticas que sugiram uma universalidade funcional, passível de descrever o importante fenômeno da instabilidade de taludes, é o que move esta pesquisa.

Portanto, no espírito deste trabalho, o fenômeno da instabilização de taludes dista muito de ser um problema único e exclusivamente mecânico, sugerindo tratar-se a ruptura, como se verá no momento oportuno, como um fenômeno crítico auto-organizado, pelo estabelecimento de diferentes características que assim o identificam – por exemplo, a presença, entre seus elementos constituintes, de interações espaciais e/ou temporais de longo alcance, seus respectivos expoentes de Lyapunov máximos com valores tendendo a zero.

A presente dissertação de mestrado estuda, por conseguinte, um talude simples, homogêneo e em condições drenadas, próximo à ruptura, com o intuito de relacioná-lo às particularidades compartilhadas pelos sistemas complexos, caracterizando-o como um fenômeno crítico auto-organizado.

Objetivos

- **Objetivo geral:**

Mostrar que a instabilidade de taludes é um fenômeno crítico auto-organizado.

- **Objetivos específicos:**

Determinar as leis de potência temporais para os deslocamentos horizontais de alguns pontos do domínio de análise.

Determinar os máximos expoentes de Lyapunov destes mesmos pontos.

Estrutura da dissertação

O presente capítulo apresentou a motivação e as características que movem este trabalho.

O Capítulo 1 apresenta os métodos mais usuais de avaliação da estabilidade de taludes, o de equilíbrio limite e o voltado para análises de tensão – deformação - deslocamento, este último por meio de programas numéricos. Além disso, discorre sobre os métodos utilizados pelos pesquisadores que trabalham com sistemas complexos, no comportamento e previsão da ruptura em materiais e, particularmente, na ruptura de taludes.

O Capítulo 2 apresenta as características dos sistemas auto-organizados criticamente, no âmbito da teoria de sistemas complexos (ou fracamente caóticos). Discorre também sobre a importância da caracterização dos sistemas físicos pelo seu maior expoente de Lyapunov - especialmente quando tende ao valor nulo –, bem como das consequências derivadas da existência de leis de potência entre algumas variáveis que governam o problema da estabilidade de taludes.

O Capítulo 3 descreve a metodologia utilizada na elaboração desta pesquisa. Aborda questões relacionadas ao programa utilizado e os meios relacionados à investigação do problema objeto desta dissertação.

O Capítulo 4 apresenta as análises dos resultados obtidos, bem como sua interpretação, à luz da teoria dos sistemas complexos criticamente auto-organizados.

O Capítulo 5 apresenta as conclusões obtidas nesta pesquisa, além de sugerir temas envolvendo trabalhos futuros.

1 MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DE ESTABILIDADE DE TALUDES

1.1 Introdução

Taludes são definidos como superfícies inclinadas de um maciço de solo, rocha ou misto. São denominados encostas caso sejam de ocorrência natural ou taludes propriamente ditos, quando são realizados pela ação antrópica, a exemplo dos aterros e cortes.

A estabilidade de taludes é um dos principais tópicos de engenharia geotécnica. Tal problema ocorre em encostas naturais, em escavações e é um fator importante em obras de barragens, rodovias e nas demais construções que provoquem sobrecarga no solo. O termo deslizamento refere-se ao rápido deslocamento de uma massa de solo, rocha ou sedimentos de uma encosta, com superfície de ruptura bem definida (Terzaghi, 1950).

Terzaghi (1950) classificou as causas de ruptura em efeitos internos e externos. As causas externas são as que geram aumento das tensões de cisalhamento sem alterar a resistência ao cisalhamento do material que compõe ou é adjacente ao talude. As causas internas, por sua vez, são aquelas que levam a uma ruptura sem ter havido alguma mudança nas condições externas.

Há ainda na literatura uma série de sistemas de classificação de movimentos gravitacionais de massa, baseados em critérios como a cinética do movimento, o tipo de material, a geometria da superfície de ruptura e tipos de movimento. Uma das propostas mais utilizadas para classificação é baseada nos trabalhos de Varnes (1958, 1978). A Tabela 1 exemplifica a classificação utilizada pela GEO-RIO para encostas, a partir de Varnes (1978) e Augusto Filho (1992).

Tabela 1 – Classificação dos principais tipos de movimentos de massa (GEORIO, 2014, adaptado)

(continua)

| Tipos de movimento | | Material predominante | Cinética e geometria |
|---------------------------|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Quedas | | Lascas de rocha, blocos de rocha fraturada ou solo em margens de corpos d'água. | Queda livre com ou sem repique em planos inclinados |
| Tombamentos | | Lascas de rocha com fraturamento subvertical | Basculamento e posterior queda de lascas de rocha |
| Rolamentos | | Blocos de rocha e/ou matacões | Rolamento de blocos/matacões aflorantes em taludes de solo |
| Escorregamentos | Rotacionais | Rochas muito fraturadas ou solos espessos sem anisotropia relevante ou resíduos sólidos urbanos (lixo) | Movimentos rápidos ou lentos ao longo de superfícies aproximadamente conchoidais ou cilíndricas |
| | Translacionais ou planares | Blocos de rocha ao longo das foliações ou descontinuidades, solos rasos sobre rocha ou camada resistente, resíduos sólidos urbanos sobre material mais resistente | Movimentos rápidos ou lentos ao longo de superfícies aproximadamente planas |
| | Em cunha | Blocos de rocha | Ocorre quando há dois planos de descontinuidade cuja interseção é uma linha de orientação desfavorável, na direção do movimento |

(conclusão)

| Tipos de movimento | | Material predominante | Cinética e geometria |
|------------------------------|-----------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Fluxos ou escorregamentos | Corridas | Detritos (mistura de solo com blocos de rocha, vegetação, etc.) ou lama | Movimento semelhante ao de um líquido viscoso, desenvolvimento ao longo dos fundos de vale. Velocidades altas (acima de 20 km/h) e extenso alcance |
| | Rastejos ou fluências (<i>creeps</i>) | Solos coluvionares ou massa de tálus | Velocidades muito baixas (mm a cm/ano). Movimentos constantes, sazonais ou intermitentes, com nível d'água ou lençol freático próximo à superfície. O movimento obedece à elevação do nível d'água. Superfície de escorregamento aproximadamente paralela à superfície do terreno |
| Complexos | | Materiais diversos | Combinação de dois ou mais dos principais tipos de movimentos |

No que concerne às causas do escorregamento, em geral é necessário compreender quanto aos materiais envolvidos, à morfologia das encostas, aos mecanismos de percolação de água e ao comportamento mecânico dos materiais.

O estudo dos mecanismos de deslizamento parte, em geral, das propriedades mecânicas e físicas dos solos e das rochas. A deflagração da ruptura de um talude se dá quando as tensões cisalhantes mobilizadas na massa de solo se igualam a resistência ao cisalhamento daquele material. A ruptura ocorre numa superfície bem definida de menor resistência. Quanto à forma da superfície, estas podem ser planares, circulares, em cunha ou formas mistas, de acordo com as características geomorfológicas do material.

A instabilidade de um talude pode ser avaliada por um fator de segurança (FS), o qual representa a razão entre a resistência disponível e a resistência necessária para manter o equilíbrio:

$$FS = \frac{\tau_f}{\tau_{mob}} \quad (1)$$

onde

τ_f é a resistência ao cisalhamento do material;

τ_{mob} é a tensão cisalhante mobilizada.

A obra é estável se a razão (FS) for maior que 1 e a ruptura ocorre quando o fator de segurança é igual a 1. Valores menores que 1 não tem significado físico. A condição que caracteriza a ruptura do talude pode ser alcançada devido ao aumento das tensões cisalhantes mobilizadas, isto é, o aumento da sollicitação no talude, ou ainda pela redução de resistência do solo. A Tabela 2 sumariza os fatores deflagradores de movimentos de massa.

Tabela 2 – Fatores deflagradores dos movimentos de massa (Varnes, 1978 adaptado)

(continua)

| Ação | Fatores | Fenômenos geológicos ou antrópicos |
|-------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------------|
| Aumento da sollicitação | Remoção de massa (lateral ou da base) | Erosão |
| | | Escorregamentos |
| | | Cortes |
| | Sobrecarga | Peso da água de chuva, neve, granizo, etc. |
| | | Acúmulo natural de material (depósitos) |
| | | Peso da vegetação |
| | | Construção de estruturas, aterros, etc. |
| Solicitações dinâmicas | Terremotos, ondas, vulcões, etc. | |

(conclusão)

| Ação | Fatores | Fenômenos geológicos ou antrópicos |
|------------------------|---------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| Aumento da solicitação | Solicitações dinâmicas | Explosões, tráfego, sismos induzidos |
| | Pressões laterais | Água em trincas |
| | | Congelamento |
| | | Material expansivo |
| Redução da resistência | Características inerentes ao material (geometria, estruturas, etc.) | Características geomecânicas do material |
| | | Tensões |
| | Mudanças ou fatores variáveis | Intemperismo: redução na coesão, ângulo de atrito, variação nas poropressões |

Ressalta-se que nem sempre é possível prever a geometria da superfície de ruptura da massa de solo ou talude, caso especialmente destacado quando se tratam de corridas de detritos e rastejos. Escorregamentos planares ou translacionais são relacionados a descontinuidades ou planos de fraqueza, muito comuns em mantos de colúvio sobre embasamentos rochosos. Tais planos de fraqueza podem apresentar uma forma de cunha quando se interceptam. No entanto, quando se tratam de solos relativamente homogêneos, a superfície tende a ser circular. Quando a anisotropia com relação à resistência é significativa, a superfície apresenta uma forma mais achatada na horizontal ou vertical.

A ruptura se dá em um estado de tensões arbitrário, definido pela curva tensão x deformação, conforme o critério adotado. Em geotecnia, adota-se usualmente o critério de Mohr-Coulomb, que lineariza a envoltória de Mohr. A envoltória de resistência passa a ser definida pela reta:

$$\tau = c' + \sigma' \tan \varphi' \quad (2)$$

onde:

τ é a resistência ao cisalhamento;

- c' é o intercepto de coesão efetiva;
- σ' é a resistência normal efetiva;
- ϕ' é o ângulo de atrito efetivo.

Os métodos de análise podem ser utilizados para verificar condições de taludes existentes ou para fins de retroanálise de casos de ruptura. Eles estão divididos em duas categorias: métodos determinísticos, nos quais a medida de segurança é feita em termos de um fator de segurança, como já citado anteriormente e os métodos probabilísticos, nos quais a medida de segurança é feita em termos da probabilidade ou risco de ocorrência da ruptura (GEO-RIO, 2014). O presente trabalho fará referência apenas ao primeiro grupo.

Entre os métodos de análise determinísticas, existem duas abordagens para a determinação do fator de segurança: a teoria do equilíbrio limite, o mais corriqueiro e amplamente utilizado, e a análise de tensões e deformações. Ambas as abordagens possuem particularidades, vantagens ou desvantagens.

A seguir, serão discutidas as fundamentações dos métodos descritos, bem como a inclusão da abordagem do caos para estudos de estabilidade.

1.2 Métodos determinísticos

A análise determinística avalia a possibilidade de ocorrer um escorregamento de massa em um talude. Geralmente, realizam-se a partir de comparações entre as tensões cisalhantes mobilizadas e com a resistência ao cisalhamento, definindo um FS, como definido na expressão (1) (Teixeira, 2018). Tais análises são definidas em três métodos: análise limite, equilíbrio limite e análise tensão x deformação, como mostra a Tabela 3.

Tabela 3 – Tipos e características das análises determinísticas (Ribeiro, 2009)

| Tipos | Características |
|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Análise limite | Uso das teoremas de limite inferior e superior da teoria da plasticidade, em que se empregam problemas como: definição do campo de tensões admissíveis realísticos (limite inferior) e definição do modo de ruptura “a priori” realístico, ou seja, a forma da superfície de ruptura (limite superior). |
| Tensão x deformação | Baseia-se no Método dos Elementos Finitos (MEF) ou no Método das Diferenças Finitas (MDF). Permite definir regiões plastificadas, bem como o campo de velocidade das deformações, sendo em muitos casos mais decisivo do que o FS. Faz-se necessário o auxílio de ferramentas computacionais |
| Equilíbrio Limite | Tem como objetivo encontrar a superfície crítica de ruptura, ou seja, a que corresponde ao menor valor de FS. Nesse tipo de análise, assume-se a existência de uma superfície de ruptura bem definida, em que a massa de solo ou rocha encontra-se em condições de ruptura generalizada iminente. Em geral a teoria de Mohr-Coulomb é adotada como critério de ruptura, o qual é satisfeito ao longo de toda a superfície provável de ruptura, considerando o coeficiente de segurança constante e único ao longo desta superfície. Dentre os principais métodos, citam-se: Fellenius (1936), Bishop (1955), Janbu (1954, 1957), Morgensten e Price (1965), Spencer (1967), Sarma (1973, 1979). |

No entanto, é bastante comum na prática recorrer às análises de tensão x deformação e ao método do equilíbrio limite, razão pela qual ambos serão tratados a seguir.

1.2.1 Método do equilíbrio limite

No método do equilíbrio limite, despreza-se a variabilidade natural dos parâmetros e adotam-se valores que sejam perfeitamente representativos dos solos envolvidos (Mello, 2018). Esse tipo de análise, em geral, é considerado a favor da segurança, já que fornece fatores de segurança conservativos (Ribeiro Junior, 2011).

O método do equilíbrio limite consiste em considerar o solo como um material rígido perfeitamente plástico e admite-se o comportamento como de um corpo rígido que pode escorregar sobre uma superfície de geometria conhecida. É determinado então o equilíbrio de uma massa de solo instável (ativa), delimitada por uma superfície de ruptura de formato circular ou de outra forma geométrica. A hipótese do método é que a ruptura se dá ao longo da superfície e todos os elementos ao longo dela atingem simultaneamente à condição de ruptura. Uma superfície de ruptura é arbitrada para a condição e o solo acima da mesma é considerado como um corpo rígido e é subdividido em fatias. O problema, portanto, recai na solução das equações de equilíbrio de forças estáticas, analisadas as forças atuantes em cada fatia (Figura 1 e Figura 2). Os momentos atuantes são compatibilizados ao realizar o somatório entre instabilizantes e estabilizantes.

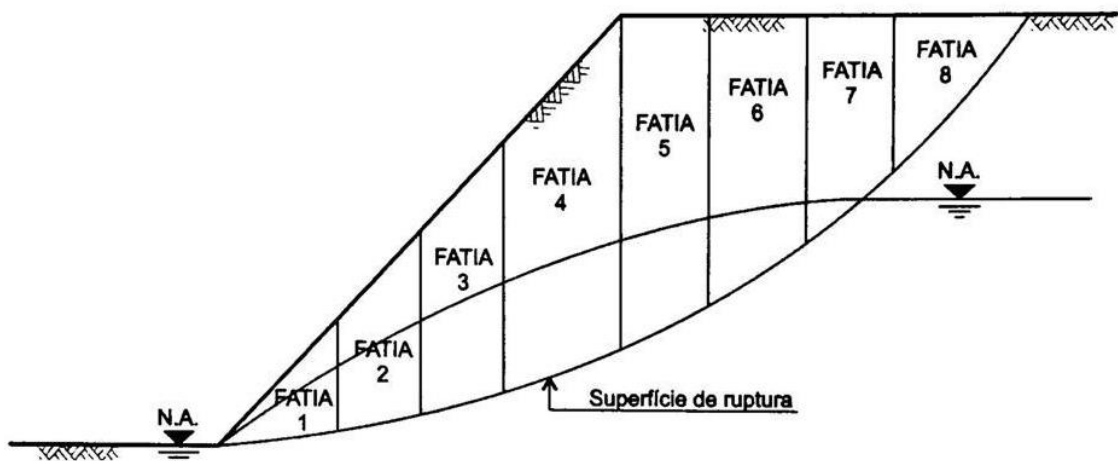


Figura 1 – Delimitação da superfície de ruptura e divisão da massa instável em fatias (GEORIO, 2014)

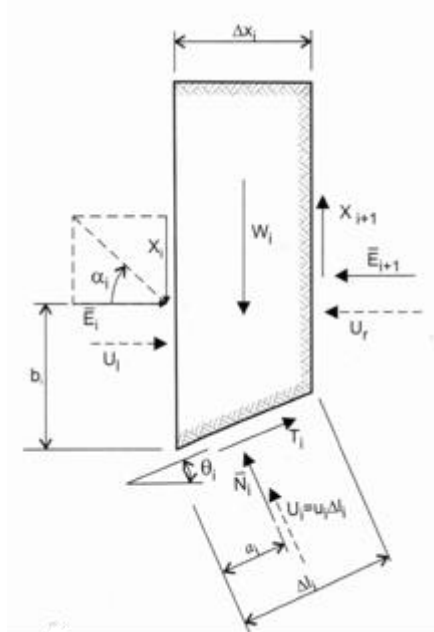


Figura 2 – Detalhe da fatia e forças atuantes (GEORIO, 2014)

No entanto, o problema é estaticamente indeterminado, por ter como incógnitas o fator de segurança, a tensão cisalhante mobilizada e forças atuantes nos contatos entre as fatias. Para solucionar o problema, vários métodos de cálculo foram propostos, com diferentes hipóteses simplificadoras. O FS é admitido constante em toda a superfície, consequência da hipótese de ruptura simultânea dos pontos ao longo da superfície de ruptura. A superfície potencial de ruptura é definida após um processo de procura do FS mínimo.

O método do equilíbrio limite tem a simplicidade como maior vantagem, no entanto devem-se considerar as consequências de suas premissas, já que não demonstram um comportamento realista do solo. Ao estabelecer a ruptura simultânea de todos os pontos ao longo da superfície de ruptura, o método consequentemente adota um modelo constitutivo rígido plástico, quando na realidade o modelo mais realista é o elastoplástico. Ademais, o método não permite analisar as deformações, que também precisam estar dentro das admissíveis para um projeto.

1.2.1.1 Superfícies circulares

Casos em que há camadas espessas de solo relativamente homogêneo costumam apresentar superfícies de formato circular, quando vistas em corte transversal. Em casos de geometria e estratigrafia simples, em solos homogêneos, sem fluxo e taludes de inclinação constante, essas superfícies podem sair pelo talude pela base ou por baixo do mesmo, a depender de fatores como inclinação e comportamento drenado ou não drenado (Taylor, 1948; Terzaghi e Peck, 1967).

O método das fatias é indicado para os casos de superfícies aproximadamente circulares e como destacado anteriormente, tal método cai em um problema estaticamente indeterminado, sendo necessário a adoção de hipóteses simplificadoras para reduzir suas incógnitas. Para tal, diversos autores como Bishop (1955) (Figura 3), Fellenius (1936), Spencer (1967) e outros apresentam soluções para o problema. Tais hipóteses buscam determinar as forças entre as fatias.

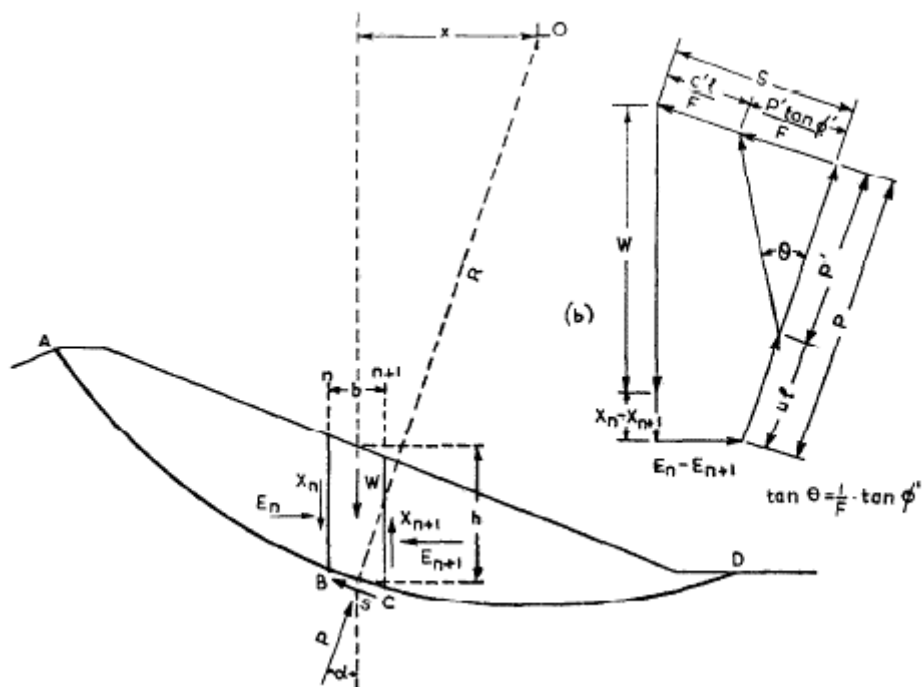


Figura 3 – Forças atuantes na fatia, método de Bishop (Bishop, 1955)

De acordo com Gerscovich (2016), a precisão dos métodos varia cerca de 6% nos valores de FS nos métodos rigorosos, ao passo que os métodos simplificados podem chegar a 60%, geralmente a favor da segurança.

A análise é feita para a busca da superfície de menor FS e depois são comparados os resultados obtidos por Bishop simplificado (Bishop, 1955) com o resultado obtido por um método rigoroso, como Morgenstern e Price (1965) ou Spencer (1967).

1.2.1.2 Superfícies de formatos quaisquer

Para as superfícies de formato qualquer são utilizados os métodos de Morgenstern e Price (1965), Spencer (1967), rigorosos e o método de Janbu (1954). No último, é assumido que as forças entre contato das fatias são horizontais e o FS é obtido pelo equilíbrio de forças. Utiliza-se um ábaco de correção, que foi introduzido posteriormente, para melhorar a acurácia do FS obtido.

A análise não difere muito da realizada para superfícies circulares, já que é realizada para buscar a superfície crítica e obtenção do FS, preferencialmente realizada por um método rigoroso.

Para superfícies planares, utiliza-se da abordagem para taludes infinitos ou o método de Coulomb. Estes não serão abordados, mas o leitor pode ter acesso na literatura.

Ribeiro Junior (2011) apresenta uma tabela que sintetiza as características principais de cada um dos métodos de cálculo do equilíbrio limite, dispostas na Tabela 4 a seguir.

Tabela 4 – Relação de características dos principais métodos de cálculo de estabilidade por equilíbrio limite (Ribeiro Junior, 2011)

| Característica \ Método | Taylor (1948) | Hoek & Bray, (1981) | Fellenius (1936) | Bishop (1955) | Bishop e Morgenstem | Spencer (1967) | Janbu (1973) | Morgenstem & Price (1968) | Sarma (1973–1979) | Talude Infinito |
|-----------------------------------------------|---------------|---------------------|------------------|---------------|---------------------|----------------|--------------|---------------------------|-------------------|--------------------|
| Solo homogêneo | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| Solo estratificado | | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| Tipo de superfície | circular | circular | circular | circular | circular | circular | qualquer | qualquer | qualquer | Paralela a encosta |
| Geometria do talude | simples | simples | qualquer | qualquer | qualquer | qualquer | qualquer | qualquer | qualquer | qualquer |
| Utilização de ábacos | ✓ | ✓ | | | ✓ | | | | | |
| Método das fatias | | | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| Solução iterativa | | | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | |
| Método rigoroso | | | | | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | |
| Incorpora diferentes condições de poropressão | ✓ | fluxo | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| Notas sobre forças | | | (1) | (2) | | (3) | (4) | | (5) | (6) |

(1) Equilíbrio de forças na direção normal ao plano de ruptura;

(2) Equilíbrio de forças na direção vertical;

(3) Forças interlamelares representadas por resultante, em termos de tensões totais, passando pelo ponto de interseção das demais forças;

(4) Despreza forças verticais e a resultante passa pelo ponto médio da base;

(5) Considera forças sísmicas;

(6) Estabilidade geral representada pela estabilidade de uma fatia.

1.2.2 Análises de tensão x deformação x deslocamento

Na abordagem pela análise de tensões e deformações geralmente se recorre ao auxílio de softwares baseados no método dos elementos finitos (MEF) ou no método das diferenças finitas (MDF). Como exemplos de softwares comuns a esse método tem-se o PLAXIS (MEF) e FLAC (MDF). Em se tratando especificamente do PLAXIS, utilizado no presente trabalho, faz-se menção ao método dos elementos finitos. Esta abordagem subdivide o problema em partes menores, modelando a situação real a partir de uma malha de elementos. Geralmente as etapas que precedem a análise são: definir as propriedades do material, elaborar a malha do modelo de elementos finitos, definir cargas e condições de contorno e por fim rodar a análise de estabilidade (Mello, 2018).

Ao obter numericamente as tensões cisalhantes mobilizadas, a análise permite comparar os dados com a resistência ao cisalhamento, o que possibilita estabelecer regiões plastificadas, onde a tensão cisalhante mobilizada é igual à resistência ao cisalhamento, mesmo sem obter uma superfície de ruptura, o que indica a ruptura progressiva. Pode-se estabelecer também níveis de tensão de interesse para realização de ensaios de laboratório e é possível obter dados das deformações, que podem ser mais determinantes que o FS, a depender do projeto analisado. Ainda, este tipo de análise permite, na eventual presença de água, uma abordagem de efeito mais realista, ao incorporar diagramas hidrostáticos e redes de fluxo.

Ainda, este tipo de análise permite identificar pontos de concentração de tensão e a entender o comportamento da estrutura frente a um carregamento, condições de fluxo e demais variáveis de projeto. Suas principais vantagens, além das já citadas, são:

- Não linearidade da curva tensão x deformação;
- Anisotropia do material;
- Heterogeneidade;
- Nível d'água;
- Geometrias irregulares;
- Carregamentos;
- Condições de contorno complexas;
- Incorporação de etapas construtivas e análises para cada uma das etapas.

As características do PLAXIS e particularidades do modelo analisado serão tópico de discussão abordado mais adiante.

1.3 Utilização da teoria dos sistemas complexos na previsão da ruptura em taludes

A utilização de conceitos relacionados à teoria dos sistemas complexos tem sido amplamente utilizada na previsão de eventos catastróficos, envolvendo

fenômenos sísmicos (previsão de terremotos – Turcotte (1999), Ben-Zion e Lyakhovsky, (2002); aplicações em economia e mercado de capitais (previsão de crashes financeiros – Sornette (2003), mecanismos de hiperinflação – Sornette et al, 2003); colapso gravitacional (estrelas, buracos negros – Choptuik (1993), Gundlach (1999), Wang (2001); ruptura de materiais (Johansen e Sornette (2000), Mayya et al (2023)), dentre muitas outras.

Por outro lado, a percepção que leis de potência temporais poderiam ser aplicadas na previsão de erupções vulcânicas e, posteriormente, na ruptura em taludes naturais, iniciou-se com Voight (1988, 1991) de forma totalmente empírica, à margem, portanto, da teoria dos sistemas complexos, mesmo porque não havia sido ainda concebida.

Mais especificamente, ele observou uma relação entre as mudanças nas taxas pré-erupções vulcânicas de algumas variáveis e os eventos catastróficos, obtendo equações que relacionam estes dados com a ocorrência do evento. Assim, observações sobre a série temporal de um parâmetro representativo, como as deformações ou deslocamentos, permitem estabelecer previsões relacionadas à ruptura de rochas, solos, ligas metálicas, dentre outros materiais.

O método baseia-se na expressão em lei de potência, que descreve o comportamento de materiais em estágios próximos da ruptura, e sob condições de temperatura e tensões aproximadamente constantes:

$$\dot{\Omega}^{-\alpha} \Omega - \ddot{A} = 0 \quad (3)$$

onde Ω é uma quantidade mensurável - por exemplo, a deformação - sendo A e α constantes empíricas.

A equação (3), observada primeiramente em deslizamentos submetidos a carregamentos monotônicos (lentos), descreve também o comportamento de diversas quantidades que precedem eventos catastróficos – por exemplo, erupções vulcânicas, como já se assinalou.

Nos estágios próximos à ruptura e sob condições estacionárias, haverá proporcionalidade entre o logaritmo da fluência da aceleração e o logaritmo da fluência da velocidade, e ao operar na Equação (3), tem-se

$$\dot{\Omega} = \dot{\Omega}_0 e^{A(t-t_0)} \quad (4)$$

Para $\alpha < 1$,

$$\dot{\Omega} = [A(1 - \alpha)(t - t_0) + \dot{\Omega}_0^{1-\alpha}]^{1/(1-\alpha)} \quad (5)$$

e para $\alpha > 1$,

$$\dot{\Omega} = [A(\alpha - 1)(t_f - t) + \dot{\Omega}_f^{1-\alpha}]^{1/(1-\alpha)} \quad (6)$$

onde t_f é o tempo de ruptura e $\dot{\Omega}_f$ é a taxa na ruptura.

A Figura 4 detalha os resultados, obtidos ao analisar alguns eventos vulcânicos em seu artigo de 1988.

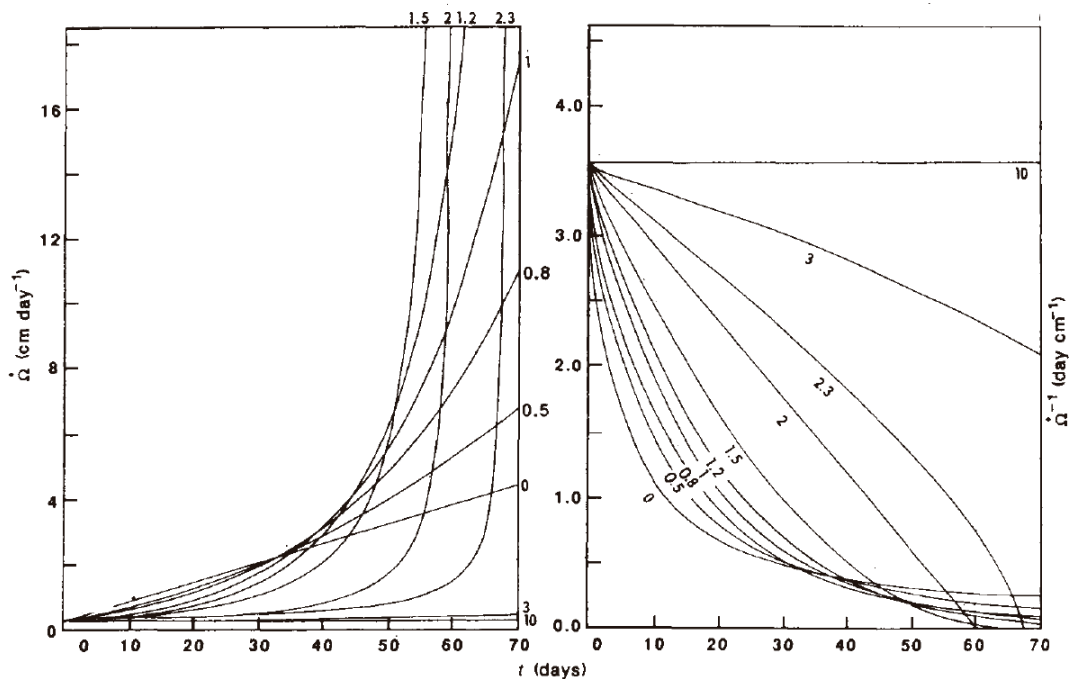


Figura 4 – Relação da taxa de Ω (esq.) e inversa da taxa de Ω (dir.) versus tempo, com diferentes expoentes α , para cada grupo de dados analisados (Voight, 1988)

A expressão (3) e suas manipulações levaram a boas previsões de erupções vulcânicas, com uma reduzida margem de erro que, segundo Voight, não afeta a tomada de decisões, que ele denomina “janelas temporais”, onde a ocorrência do evento de ruptura é mais provável.

Fukuzono (1985) estudou experimentalmente rupturas em taludes ocasionadas pelo crescimento lento e monotônico das cargas externas, em que simulou a precipitação artificialmente, de maneira contínua, até provocar a falha dos materiais envolvidos. Neste sentido, sabe-se que a precipitação é um dos grandes agentes instabilizantes nos movimentos de massa, razão pela qual diversos modelos se baseiam na precipitação para estabelecer limiares de chuvas destinados à obtenção de previsões regionais (Intrieri et al., 2019).

Nos resultados, o incremento do logaritmo da aceleração foi proporcional ao logaritmo da velocidade do deslocamento superficial imediatamente antes do evento catastrófico. Não coincidentemente, a mesma relação é aplicada por Voight (1988,1989) em outros fenômenos catastróficos, de mudança qualitativa.

Crosta e Agliardi (2003) analisaram os deslocamentos horizontais de pontos pertencentes à massa instável do deslizamento de Ruinon, deslizamento em rocha muito complexo, envolvendo movimentos translacionais e rotacionais, e localizado na região central dos Alpes italianos.

A Figura 5 ilustra os deslocamentos horizontais de diferentes pontos próximos, pertencentes à região instável, nos quais marcos superficiais foram instalados, em que se nota a presença de padrões oscilatórios, característica comum a todos eles.

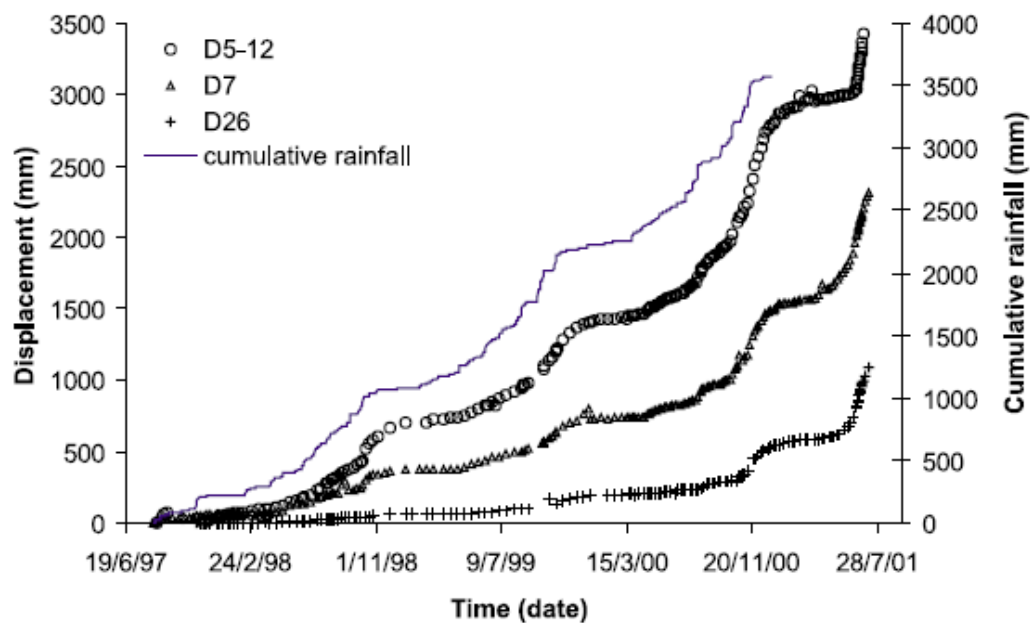


Figura 5 – Variação temporal dos deslocamentos horizontais de diferentes pontos pertencentes à massa de rocha instável, nos quais marcos superficiais foram instalados (Crosta e Agliardi, 2003)

A Figura 6 apresenta a variação do deslocamento horizontal com o tempo relativa ao marco superficial D7, pertencente a área instável do escorregamento de Ruinon, e seu ajuste em lei de potência pela expressão (6), proposta por Voight (Crosta e Agliardi, 2003).

Pode-se observar que, a menos das oscilações presentes nos dados experimentais, o ajuste pela expressão proposta por Voight é muito bom, com coeficiente de correlação extremamente elevado, possibilitando a estimativa do tempo de ruptura do fenômeno.

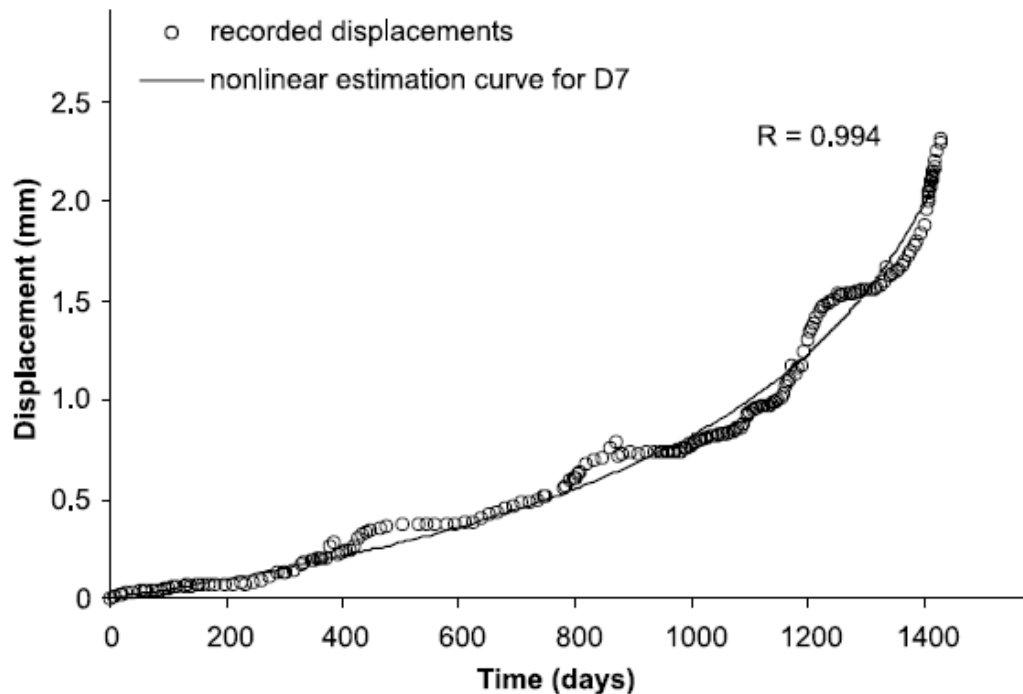


Figura 6 – Variação do deslocamento horizontal com o tempo do marco superficial D7, pertencente a área instável do escorregamento de Ruinon e seu ajuste em lei de potência pela expressão (6) (Crosta e Agliardi, 2003)

Cabe ressaltar que a razão de ser deste comportamento oscilatório será esclarecida no Capítulo 2, em que as características dos sistemas complexos serão estudadas em pormenor.

Mais recentemente, os físicos passaram a interpretar a ruptura em geral, e a de taludes, em particular, como um fenômeno relacionado aos sistemas complexos adaptativos, isto é, como sistemas auto-organizados criticamente.

Como se verá no Capítulo 2, a palavra crítico possui a acepção de um estado que não apresenta qualquer escala característica (fractal), espacial e/ou temporal, espontaneamente alcançado ao longo do tempo. Suas estatísticas e funções de seus principais parâmetros são em lei de potência, relação matemática típica de tais sistemas fracamente caóticos ou complexos, e referidos na literatura como estando na fronteira entre ordem e caos (Lewin, 1994).

Por outro lado, a palavra auto-organizado diz respeito à evolução destes sistemas na fronteira entre ordem e caos. Mais especificamente, tais sistemas compartilham com sistemas ordenados a capacidade de se adaptarem gradualmente a pequenas perturbações, podendo responder mais rapidamente a mudanças bruscas externas ou internas. Assim, a estabilidade destes sistemas caracteriza-se por ser mutável, sinalizando para o seu caráter fortemente adaptativo, razão pela qual são marginalmente estáveis.

O primeiro pesquisador a perceber tal coisa foi Per Bak, físico dinamarquês do Niels Bohr Institute, prematuramente falecido em 2002. Bak (1987, 1988, 1991, 1993, 1996) estabeleceu certas características relacionadas aos sistemas complexos, instituindo o que se denominou “modelo da pilha de areia”.

A Figura 7 (Bak, 1996) e expressões (7) a (9) (Schroeder, 1991) ilustram, respectivamente, a mecânica do modelo numérico proposto por Bak, e suas 3 regras de iteração entre sítios vizinhos ao de lançamento. Inicialmente, todos os sítios quadrados são carregados aleatoriamente com um valor de z inferior a um $z_{\text{crítico}}$ (neste exemplo, igual a 4), fazendo com que todos os sítios do domínio em estudo estejam estáveis. O modelo consiste em lançar, em uma casa central (Figura 7 (a)), um grão de areia de modo a torná-la instável ($z = z_{\text{crítico}} = 4$, hachurado na Figura 7 (b)). Este procedimento dispara um processo de instabilização (escorregamento) neste sítio (Figura 7 (b)), que se vê obrigado, pela regra de interação (expressão (7)), a zerar o seu sítio e distribuir estas 4 unidades para os 4 primeiros vizinhos, incrementando-os, pelas regras das expressões (8) e (9), de 1 unidade. Seus vizinhos imediatos tornam-se 4, 3, 3 e 4, dos quais 2 estão francamente instáveis (hachurados na Figura 7 (c)). Desta feita, trata-se de distribuir os 8 elementos pelos seus primeiros vizinhos, zerando os sítios fonte da instabilização (hachurado na Figura 7 (d)). Procedendo-se desta forma, sempre que um determinado sítio tiver a sua resistência esgotada, e sua consequente redistribuição, chega-se à Figura 7 (i) final, em que todos os sítios voltam

a ser estáveis. Assim, deu-se por terminado 1 avalanche, composta por 9 eventos (número de sítios de $z_{\text{crítico}} = 4$ eventos, contados durante uma avalanche).

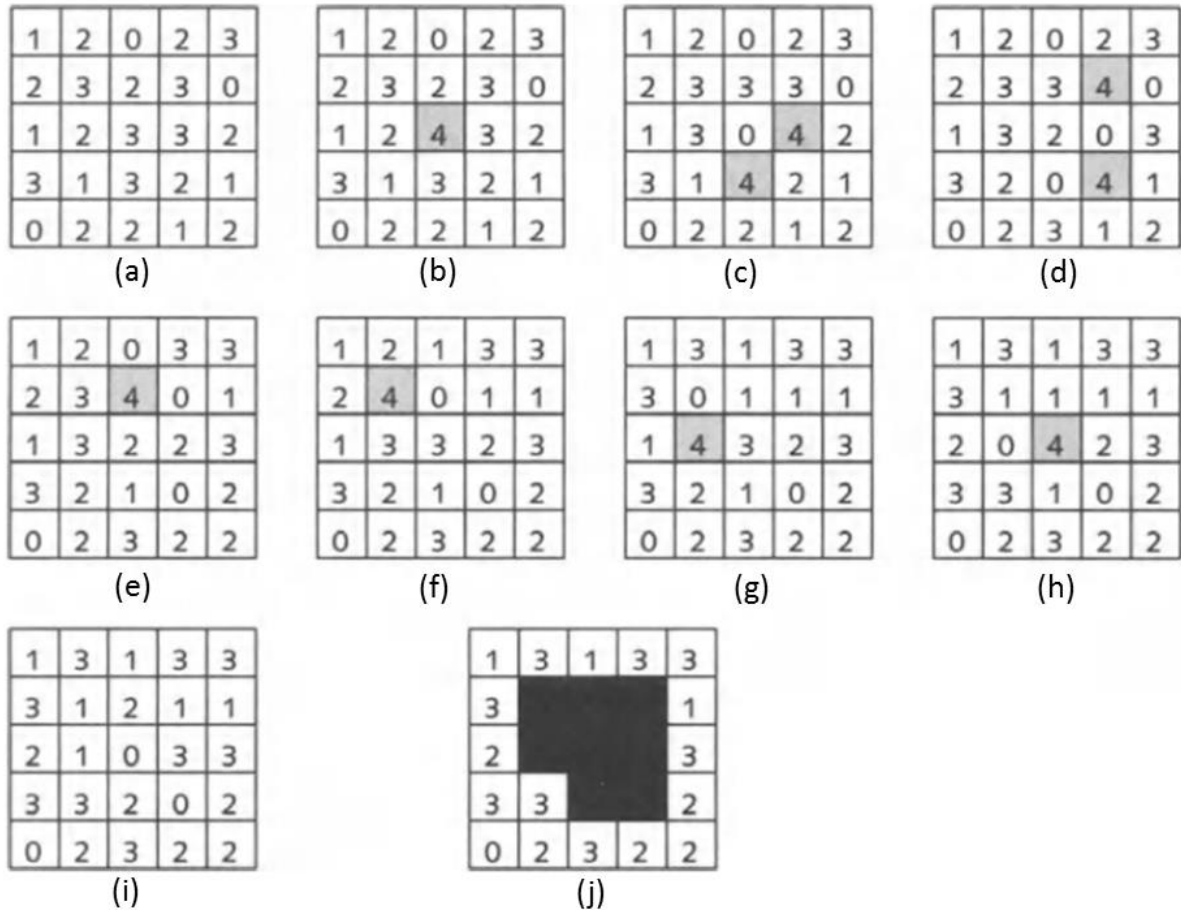


Figura 7 – Avalanche em uma pequena pilha de areia (Bak, 1996)

$$z(x, y) \rightarrow z(x, y) - 4 \quad (7)$$

$$z(x \pm 1, y) \rightarrow z(x \pm 1, y) + 1 \quad (8)$$

$$z(x, y \pm 1) \rightarrow z(x, y \pm 1) + 1 \quad (9)$$

Cabe ressaltar que os sítios na fronteira do domínio que apresentem instabilidade, o número de grãos distribuídos para sítios fora do domínio é simplesmente perdido, deixando o sistema para sempre.

Ademais, o experimento pode ser repetido inúmeras vezes, selecionando-se aleatoriamente diferentes sítios iniciais a serem perturbados.

O tratamento estatístico é feito desenhando-se um histograma, em que o número de ocorrências de avalanches $D(s)$ de tamanho s ($s = 9$, para o caso analisado acima, de uma avalanche) é computado, os resultados mostrando uma lei de potência da forma:

$$D(s) \sim s^{-\tau} \quad (10)$$

A Figura 8 apresenta o referido histograma, em que a reta tracejada de inclinação $\tau = -1.00$ em escala bilogarítmica sugere a ocorrência de tamanhos de avalanches em várias escalas, o que configura um sistema criticamente auto-organizado (Bak et al, 1987).

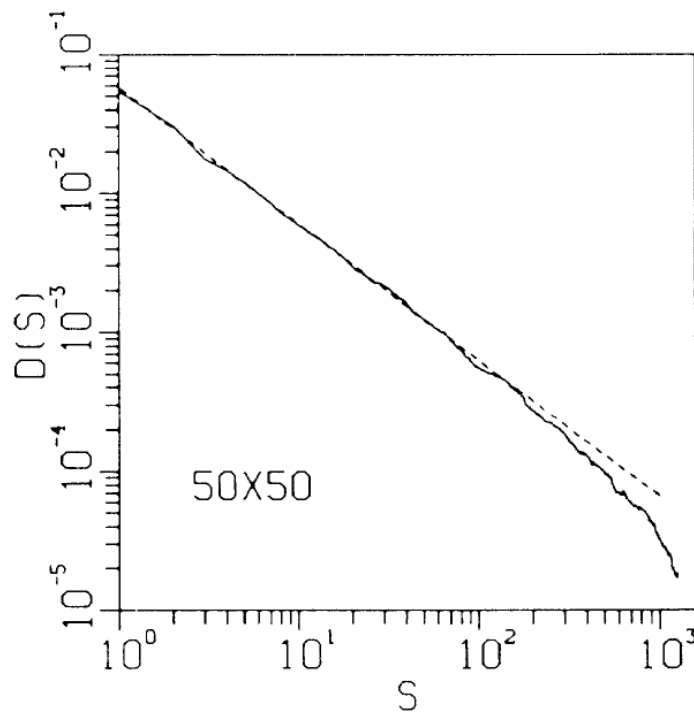


Figura 8 – Distribuição do tamanho das avalanches em duas dimensões (domínio de 50 x 50 sítios; média sobre 200 amostragens; reta tracejada com inclinação $\tau = -1,00$) - escala bilogarítmica (Bak et al, 1987)

Posteriormente a este experimento numérico, vários pesquisadores se propuseram a avaliar se tal comportamento crítico auto-organizado se repetiria para grãos de materiais reais, inclusive areias. Característica comum a todos estes experimentos está o fato de que os grãos reais de areia são lançados lentamente de

uma mesma altura (fixa durante os experimentos) sobre uma pilha que alcança, após algum tempo, um estado no qual a inclinação da pilha flutua em torno de um ângulo de repouso constante do talude. Assim, cada novo grão lançado ao sistema é capaz de induzir uma avalanche de vários tamanhos possíveis. No entanto, o comportamento destas pilhas de areia reais, com relação a auto-organização, mostrou-se ambíguo (ver, por exemplo, Held et al, 1990; Jaeger et al, 1989).

Um grupo norueguês do Departamento de Física da Universidade de Oslo, encabeçado pelo Prof. Jens Feder, realizou, em meados dos anos 90, experimentos de estabilidade de taludes com grãos de 3 (três) espécies de arroz: (2) dois de geometria mais esférica, menos alongada, e outro, de geometria mais alongada. Ressalte-se que, para sistemas físicos auto-organizados, os detalhes relativos a grãos de areia ou de arroz pouco importam, o comportamento global não devendo estar na dependência destes detalhes (Frette et al, 1995, para maiores detalhes).

A Figura 9 mostra um talude negativo dos grãos de arroz mais alongados.

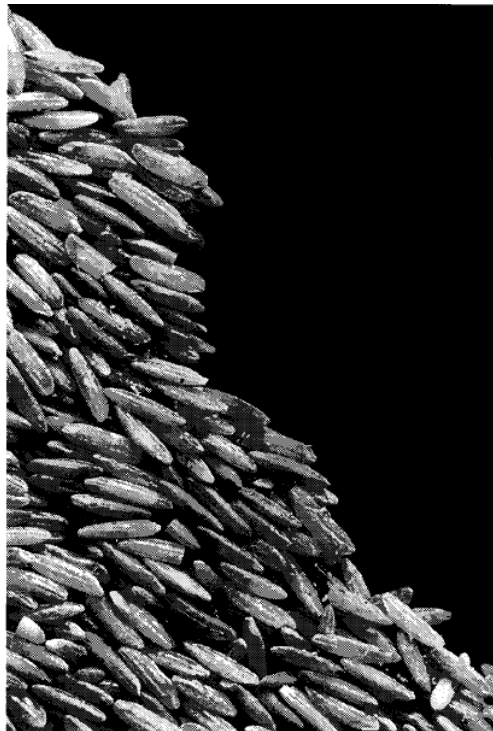


Figura 9 – Aspecto do talude negativo dos grãos de arroz mais alongados (Frette et al, 1995)

A Figura 10 apresenta a estatística dos grãos de arroz mais alongado, segundo diferentes tamanhos de sistema e energias de dissipação E . A lei de escala aplicada na Figura 10 (b) tem a forma

$$P(E, L) = L^{-\beta} f(E/L^{\nu}) \quad (11)$$

com $\beta = \nu = 1,0$ (Frette et al, 1995).

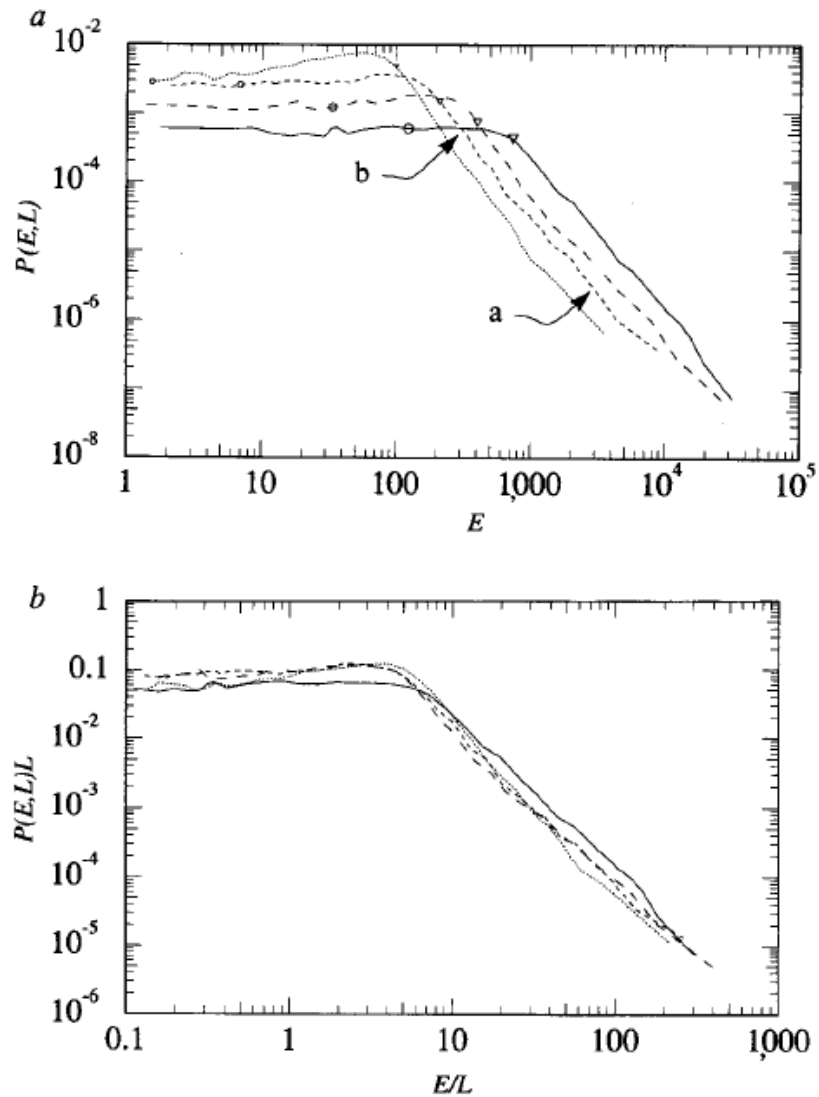


Figura 10 – Estatística dos grãos de arroz mais alongados com a energia E dissipada pelo sistema, em escala bilogarátmica. (a) Curvas para valores do tamanho do sistema $L = 16, 33, 66$ e 105 . (b) Colapso de curvas para diferentes tamanhos, fazendo-se $\beta = \nu = 1,0$ em $P(E, L) = L^{-\beta} f(E/L^{\nu})$ (Frette et al, 1995)

O colapso das curvas numa única denota que o fenômeno é regido por leis de potência, exceto pela parte reta inicial e aproximadamente horizontal das curvas, para avalanches de baixa energia de dissipação, tratando-se de um efeito de finitude dos sistemas estudados.

Portanto, a dinâmica das avalanches da pilha de arroz mais alongados é consistente com um processo crítico auto-organizado.

Por outro lado, para os 2 (dois) outros tipos de arroz, de geometria mais próxima da esférica, os resultados estão mostrados na Figura 11 (Frette et al, 1995).

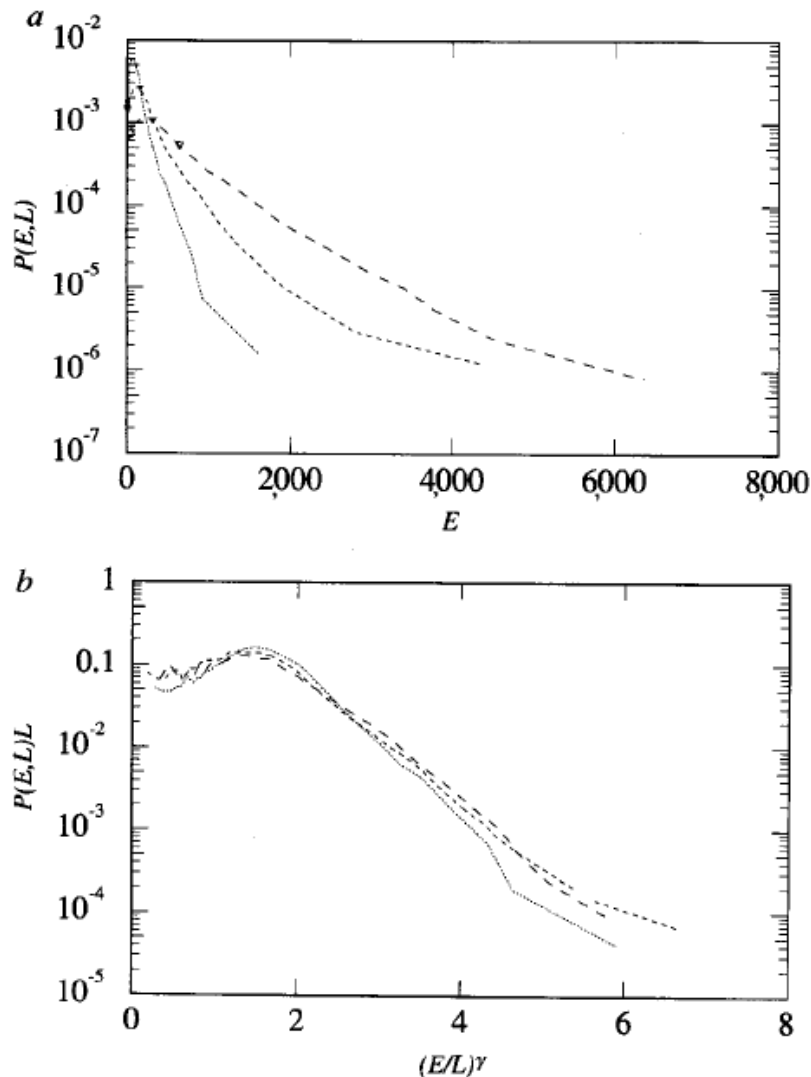


Figura 11 – Estatística dos grãos de arroz mais arredondados com a energia E dissipada pelo sistema, em escala semilogarítmica.(a) Curvas para valores do tamanho do sistema $L = 26, 52$ e 104 .(b) Colapso de curvas para diferentes tamanhos, consistente com uma função de escala exponencial estendida (Frette et al, 1995)

Pode-se notar que o colapso dos dados, para diferentes tamanhos do sistema, desta feita não se dá em lei de potência, mas sim em uma lei exponencial estendida, em função da escala semilogarítmica utilizada.

Portanto, a dinâmica das avalanches da pilha de arroz com geometria aproximadamente esférica não é consistente com um processo crítico auto-organizado. Neste caso, o fenômeno se processa pela queda e choque entre grãos, em que efeitos de inércia passam a ser importantes, diferentemente do que acontece nos grãos alongados, em que sua dinâmica é dominada por interações locais e livre dos efeitos inerciais.

Assim, o estudo de materiais granulares pelos físicos foi sempre norteado pelo trabalho de Bak et al (1987), na tentativa de confirmar ou não a validade da hipótese da criticalidade auto-organizada, detectada em um modelo numérico simples, para meios granulares reais.

Finalizando, cabe mencionar os trabalhos do grupo de pesquisa encabeçado pelo geólogo Donald Turcotte (Universidade de Cornell), aplicando os conceitos de criticalidade auto-organizada, leis de potência e estatísticas fractais a fenômenos geológicos, geomorfológicos e geofísicos, abarcando a evolução da crosta terrestre e seus grandes lineamentos, bem como sismicidade e tectônica, dentre outros (Turcotte, 1997).

2 SISTEMAS COMPLEXOS E CRITICALIDADE AUTO-ORGANIZADA

2.1 Introdução

Sistemas caóticos são sistemas dinâmicos não-lineares que apresentam certos comportamentos muito peculiares, dentre os quais a difícil previsão de sua evolução temporal decorrente de sua sensibilidade às condições iniciais.

A Teoria do Caos é uma teoria matemática que estuda tais sistemas, fazendo uso de conceitos já consagrados na dinâmica de sistemas lineares e não-lineares (atratores, estabilidade de Lyapunov, pontos fixos em mapas, bifurcações, etc.) (Nayfeh e Balachandran, 1995).

2.2 O paradigma de um sistema caótico: o mapa logístico

Um sistema iterativo paradigmático para o estudo de sistemas caóticos é o mapa logístico unidimensional, retratado pela expressão

$$x_{t+1} = 1 - ax_t^2, (t = 0, 1, 2, \dots) \quad (12)$$

e $-1 \leq x_t \leq 1$, onde a é um parâmetro de controle.

Sabe-se (Feigenbaum, 1978, 1980) que, para $a < a_c$ (onde a_c é um parâmetro de controle crítico, igual a 1,4011...), a resposta do sistema se dá como sinais regulares (presença de atratores de ciclo finito), ao passo que, para $a > a_c$, atratores finitos e infinitos (caóticos) estarão presentes. Para o parâmetro a tendendo ao valor crítico inferiormente, o mapa logístico apresenta a rota para o caos via cascata de duplicação de período de Feigenbaum (bifurcações sucessivas), ilustrada na Figura 12.

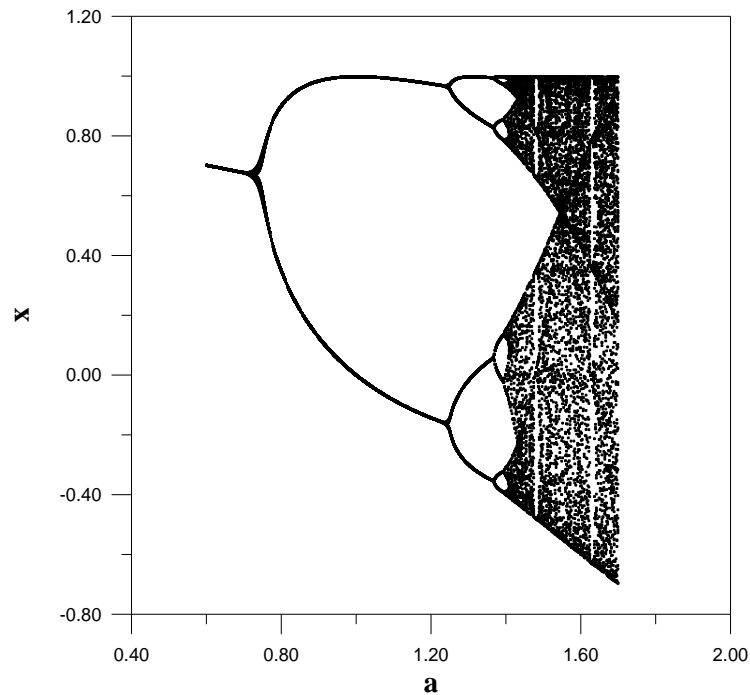


Figura 12 – Cascata de duplicação de período de Feigenbaum (Feigenbaum, 1978)

Portanto, para valores do parâmetro de controle a subcríticos, o sistema dinâmico apresenta atratores periódicos e finitos, ao passo que, para a supercríticos, o sistema responde com atratores caóticos.

A região caótica (ou fortemente caótica) no gráfico de Feigenbaum é a região hachurada à direita, em que se pode perceber a presença de regiões ou linhas finas brancas, de atratores periódicos, chamadas janelas de periodicidade.

Suponha que $\Delta x(t=0)$ seja uma pequena variação da condição inicial de duas trajetórias (séries temporais obtidas do processo iterativo) inicialmente muito próximas, e $\Delta x(t)$ sua evolução temporal. Pode-se, então, definir a função de sensibilidade às condições iniciais (Tsallis et al, 1997):

$$\xi(t) = \lim_{\Delta x(0) \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta x(t)}{\Delta x(0)} \right) \quad (13)$$

Nos casos em que o sistema dinâmico apresenta divergência exponencial entre trajetórias muito próximas inicialmente – neste caso, ditos sistemas fortemente caóticos –, tem-se que:

$$\xi(t) = \exp(\lambda_1 t) \quad (14)$$

onde λ_1 é o chamado expoente de Lyapunov, e t é o tempo.

Os casos em que $\lambda_1 > 0$ (sistema fortemente sensível às condições iniciais) e $\lambda_1 < 0$ (sistema fracamente sensível às condições iniciais) estão ilustrados nas Figura 13 e Figura 14 abaixo (Menezes Filho, 2003).

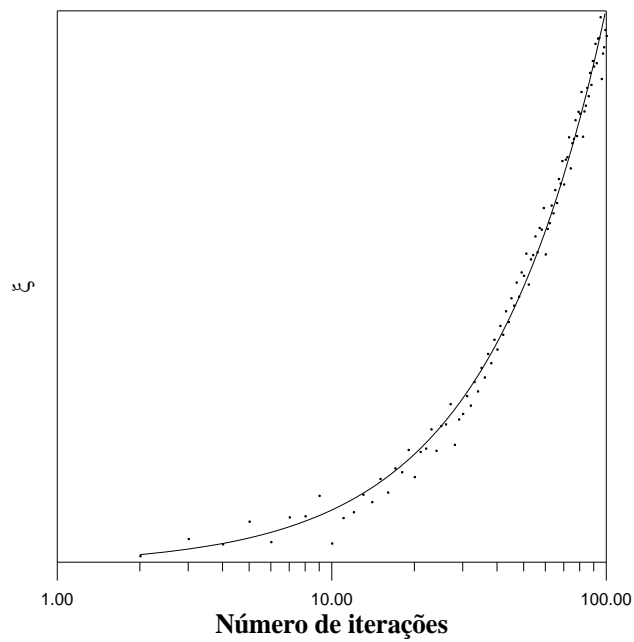


Figura 13 – Variação com o tempo da função de sensibilidade $\xi(t)$ para o expoente de Lyapunov λ_1 maior que zero. A curva contínua representa uma divergência exponencial entre trajetórias (gráfico bilogarítmico). Os pontos experimentais foram obtidos fazendo-se $a = 1,50$ no mapa logístico (Menezes Filho, 2003)

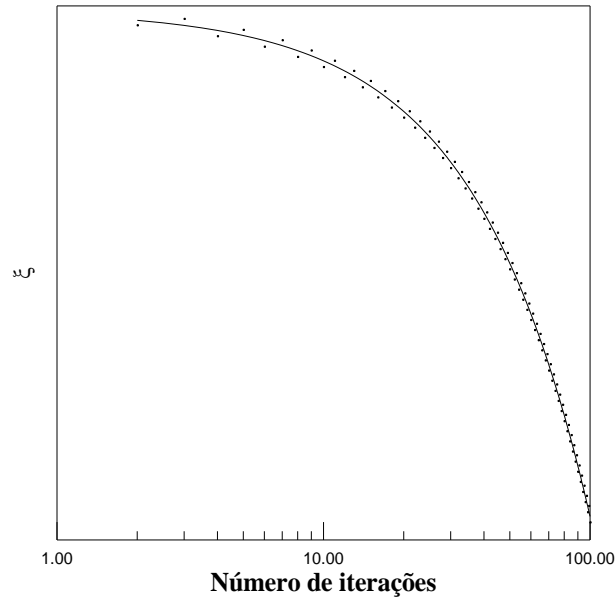


Figura 14 – Variação com o tempo da função de sensibilidade $\xi(t)$ para o expoente de Lyapunov λ_1 menor que zero. A curva contínua representa uma convergência exponencial entre trajetórias (gráfico bilogárptico). Os pontos experimentais foram obtidos fazendo-se $a = 0,80$ no mapa logístico (Menezes Filho, 2003)

Portanto, sistemas fortemente caóticos caracterizam-se, dentre outras propriedades, por apresentarem o expoente de Lyapunov (o maior deles) positivo, o que configura sistemas altamente instáveis a qualquer pequena perturbação das condições iniciais, e a presença de atratores caóticos (estranhos).

Por outro lado, sistemas com expoente de Lyapunov negativos caracterizam-se por apresentar convergência entre trajetórias inicialmente próximas, o que configura sistemas estáveis e fracamente sensíveis a alterações de suas condições iniciais. Ademais, tais sistemas tendem a atratores não caóticos (ponto, círculo limite, etc.) (Strogatz, 1994).

A Figura 15 ilustra a variação do (maior) expoente de Lyapunov do mapa logístico com o parâmetro de controle a (Menezes Filho, 2003). Nela pode-se notar regiões de expoentes negativos e positivos, observando-se ainda que o ponto $a_c = 1,4011\dots$ é o último antes da entrada na região fortemente caótica, caracterizada por expoentes de Lyapunov positivos.

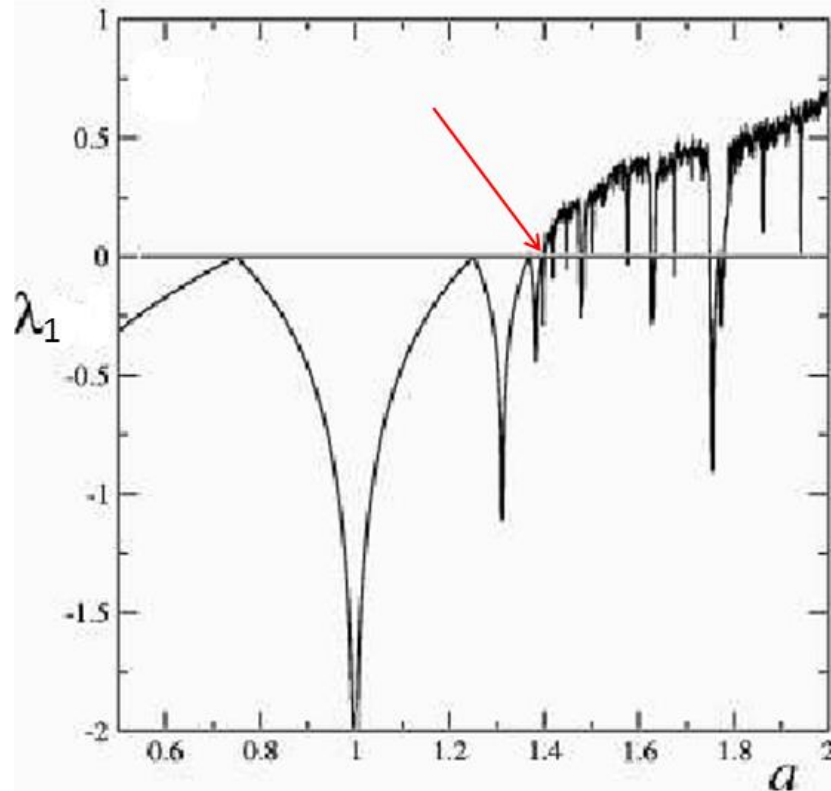


Figura 15 – Variação do (maior) expoente de Lyapunov com o parâmetro de controle. A seta vermelha indica $a_c = 1,4011\dots$ (Menezes Filho, 2003)

Assinale-se também que a região fortemente caótica apresenta setores com expoente de Lyapunov negativo, as tais janelas de periodicidade, a que já se fez referência acima.

Tsallis (2017) identificou as principais características dos sistemas fortemente caóticos:

- Correlações espaço-temporais de curto alcance;
- Processos markovianos (memória curta);
- Máximo expoente de Lyapunov positivo;
- Sistemas ergódicos;
- Descritos pela geometria Riemaniana (localmente Euclideana);
- Estatísticas gaussianas;
- Descritos pela entropia aditiva de Boltzmann-Gibbs;
- Funções exponenciais na caracterização de tais sistemas.

2.3 Sistemas complexos (fracamente caóticos)

Sistemas ditos complexos são aqueles que, diferentemente dos sistemas fortemente caóticos, se caracterizam por apresentarem diversas peculiaridades, dentre as quais divergência lenta (em lei de potência) entre trajetórias inicialmente próximas, sendo o seu (maior) expoente de Lyapunov nulo.

Assim, iterando-se o mapa logístico para $a_c = 1,4011\dots$ encontra-se a seguinte variação da função de sensibilidade às condições iniciais $\xi(t)$ com o tempo (Figura 16) (Menezes Filho, 2003):

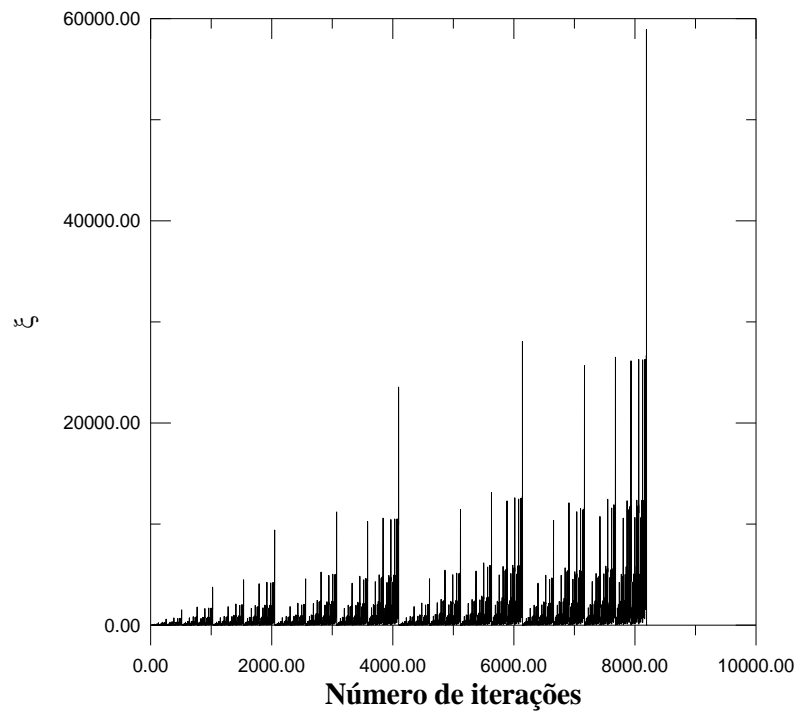


Figura 16 – Variação com o tempo da função de sensibilidade $\xi(t)$ para o expoente de Lyapunov λ_1 igual a zero. Observe-se o aspecto fractal (auto semelhante) da curva. O gráfico foi obtido fazendo-se $a_c = 1,4011\dots$ no mapa logístico (Menezes Filho, 2003)

Ressalte-se o aspecto fractal da curva de evolução temporal, sendo que, desta feita, a divergência entre trajetórias, inicialmente próximas, obedece a uma lei de potência da forma:

$$\xi(t) \sim Ct^\delta \quad (15)$$

onde C e δ são constantes. Para $\delta < 0$ ($\delta > 0$), o sistema é referido como fracamente insensível (fracamente sensível) às condições iniciais.

A Figura 17 mostra a evolução temporal da Figura 16, desta feita em escala bilogarítmica (Menezes Filho, 2003).

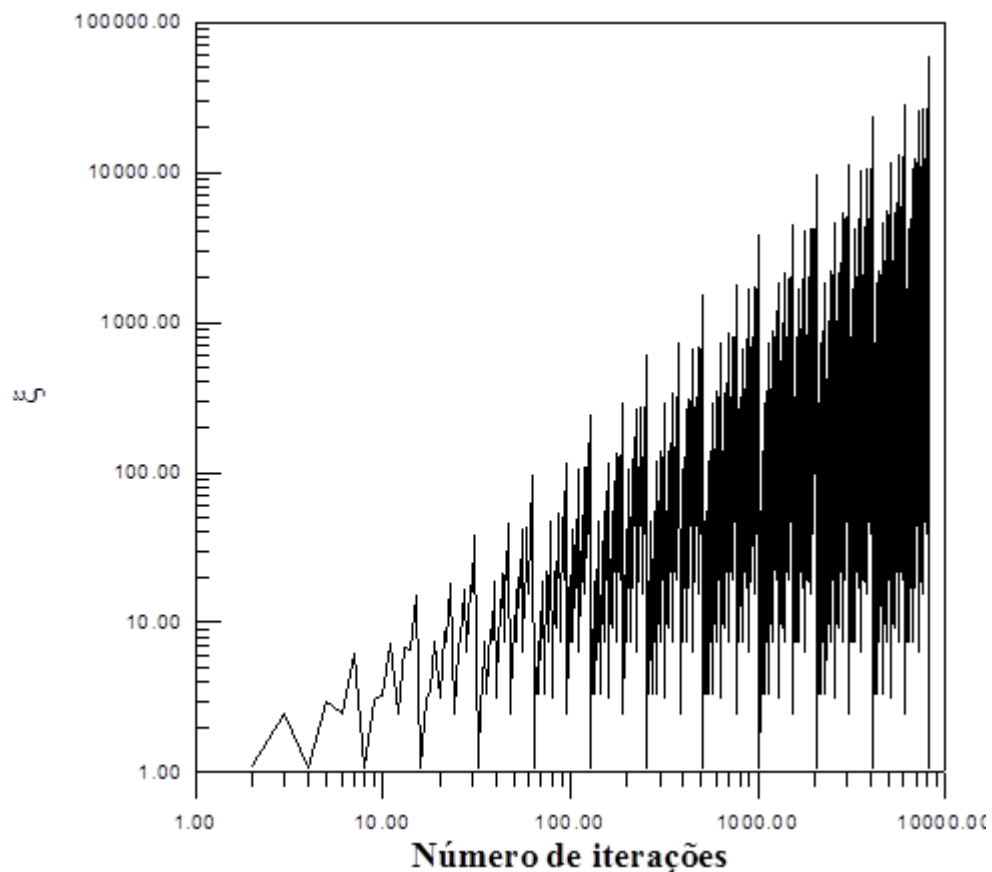


Figura 17 – Variação com o tempo da função de sensibilidade $\xi(t)$ para o expoente de Lyapunov λ_1 igual a zero, em escala bilogarítmica. Os pontos máximos alinham-se segundo uma reta inclinada (lei de potência) (Menezes Filho, 2003)

Observe-se que os pontos máximos da variação da função sensibilidade às condições iniciais $\xi(t)$ com o tempo estão alinhados segundo uma reta em escala bilogarítmica, o que constitui uma lei de potência.

Tsallis (2017) identificou as principais características dos sistemas complexos (ou fracamente caóticos):

- Correlações espaço-temporais de longo alcance;
- Processos não markovianos (memória longa);
- Máximo expoente de Lyapunov nulo;
- Sistemas não ergódicos;
- Descritos por geometrias não Riemannianas (multifractais);
- Estatísticas não gaussianas;
- Descritos por entropias não aditivas (S_q , $S_{q,\delta}$, S_{δ});
- Funções em lei de potência (assintóticas ou não) na caracterização de tais sistemas.

2.4 A criticalidade auto-organizada

Cabe aqui detalhar a importante questão envolvendo o máximo expoente de Lyapunov nulo em sistemas complexos (Nussenzweig, 1999; Menezes Filho, 2003). Tais sistemas são capazes de se organizar na chamada criticalidade auto-organizada (*self-organized criticality* – SOC) (Bak, 1996), o que os torna extremamente sensíveis a qualquer perturbação, externa ou interna.

A palavra crítico ou criticalidade diz respeito a um estado desprovido de qualquer escala característica (fractal), dinamicamente alcançado de forma espontânea, em que as estatísticas e funções de seus principais parâmetros são em lei de potência. Tal estado peculiar, típico de sistemas fracamente caóticos ou complexos, é referido na literatura como fronteira do caos, fronteira entre ordem e caos ou limiar do caos.

O motivo pelo qual sistemas auto-organizados evoluem na fronteira entre ordem e caos é que, se por um lado, partilham com sistemas ordenados a capacidade de se adaptarem gradualmente a pequenas perturbações, por outro lado, podem responder mais rapidamente a mudanças bruscas externas ou internas. Neste sentido, tais sistemas são marginalmente estáveis (metaestáveis, situando-se em mínimos de estabilidade locais), sendo comumente adjetivados de “robustos”.

A invariância de escala, tão característica de objetos fractais, auto semelhantes, apresentada pelos sistemas complexos auto-organizados, costuma se

traduzir matematicamente por relações (funções) em lei de potência. Assim, se uma determinada função $f(x)$ é invariante por escala $f(x) \sim f(\lambda x), \forall x$, então

$$f(x) = \mu(\lambda)f(\lambda x) \quad (16)$$

onde μ e λ constantes multiplicativas. Derivando ambos os membros da expressão anterior e reorganizando, vem

$$\mu(\lambda) = \frac{f'(x)}{f'(\lambda x)} \frac{1}{\lambda} \quad (17)$$

No entanto, a primeira expressão fornece

$$\mu(\lambda) = \frac{f(x)}{f(\lambda x)} \quad (18)$$

e

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \lambda \frac{f'(\lambda x)}{f(\lambda x)} \quad (19)$$

cuja solução desta equação diferencial é uma lei de potência

$$f(x) \sim x^\alpha \quad (20)$$

Portanto, a lei de potência é a única função capaz de retratar o fenômeno da invariância de escala. Esta invariância pode se dar a nível temporal (como já assinalado nas Figura 16 e Figura 17) (ver também, por exemplo, Bassingthwaight, 1994) ou espacial (Oliveira, 2016).

Assim, em Oliveira (2016), um modelo plano de um material elasto-plástico de Mohr-Coulomb foi carregado, em sua fronteira, por forças externas, em uma malha de elementos finitos, de modo a gerar inúmeras bandas de cisalhamento, localizadas de modo a formar uma estrutura fractal.

A Figura 18 apresenta a distribuição auto semelhante das zonas de cisalhamento localizadas.

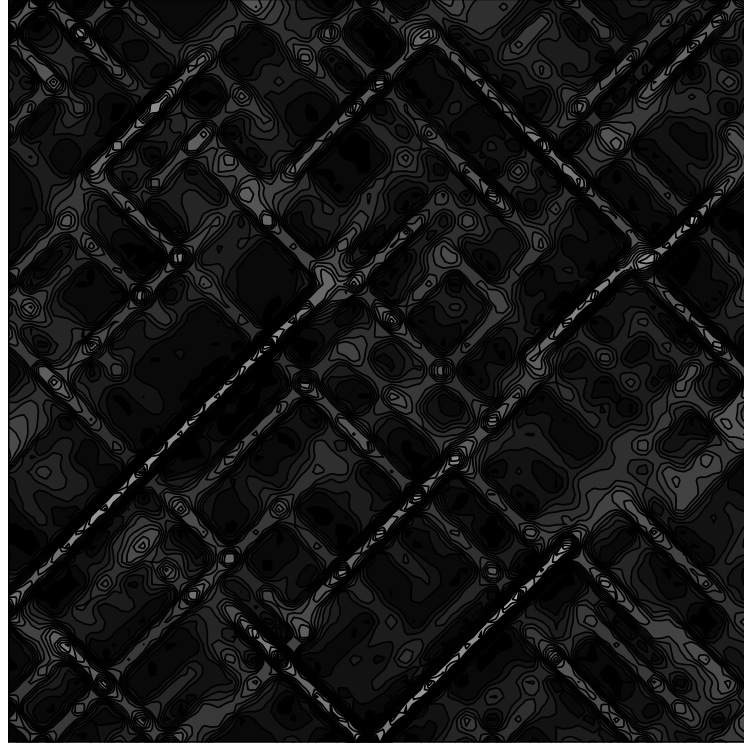


Figura 18 – Aspecto fractal das zonas de localização de deformação plástica. As isocurvas de deformação mais claras são as mais intensamente deformadas (Oliveira, 2016)

A quantificação da estruturação fractal do meio geológico deformado pode ser feita determinando-se a sua dimensão fractal propriamente dita D_0 , definida como (Menezes Filho, 2003):

$$D_0 = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{\log N(l)}{\log(1/l)} \quad (21)$$

em que N é o número de hipercubos, caixas (quadrados, cubos, etc.) de lado l necessários para recobrir todo o objeto. Note que, na definição acima, é irrelevante a base utilizada para se calcular os logaritmos, dado que a expressão acima envolve o seu quociente.

A ideia subjacente à expressão anterior é bastante simples. A dimensão D_0 informa o número de caixas necessário para recobrir todo o objeto, à medida que o tamanho das caixas decresce. Observe-se, ainda, que a expressão de D_0 sugere que

a dimensão fractal propriamente dita possa ser calculada a partir do coeficiente angular da reta, num gráfico bilogarítmico, em que se tem por ordenadas e abscissas o número de caixas e o inverso do comprimento do lado, respectivamente, tal como ilustrado na Figura 19 (Oliveira et al, 2016).

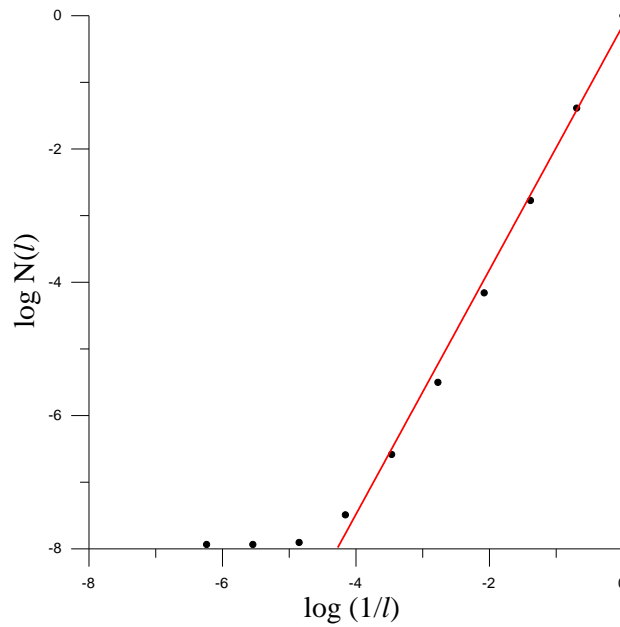


Figura 19 – Determinação da dimensão fractal D_0 pelo método de contagem de caixas ($D_0 = 1,8338$; coef. correlação = 0,9951) (Oliveira et al., 2016)

Portanto, o número de caixas e o comprimento de cada qual relacionam-se, para objetos fractais, em uma lei de potência, tal como já observado.

2.5 Explorando as consequências da lei de potência

A exposição que se segue baseia-se em Menezes Filho (2003).

Retomando a discussão sobre as leis de potência, uma função $f(x)$ é invariante por escala $f(x) \sim f(\lambda x), \forall x$, se:

$$f(x) = \mu(\lambda)f(\lambda x) \quad (22)$$

em que μ e λ são constantes multiplicativas.

A única função que satisfaz a expressão acima é uma lei de potência

$$f(x) = Cx^\alpha \quad (23)$$

onde C é uma constante.

Levando a lei de potência na primeira expressão, vem:

$$Cx^\alpha = \mu C \lambda^\alpha x^\alpha \quad (24)$$

que, efetuadas as simplificações, fornece

$$\lambda^\alpha \mu = 1 \quad (25)$$

e

$$\alpha = -\frac{\ln \mu}{\ln \lambda} \quad (26)$$

No entanto, a expressão (26) pode ser reescrita como

$$\lambda^\alpha \mu = \exp(2\pi i) \quad (27)$$

ou ainda como

$$\lambda^\alpha \mu = \exp(2\pi i n) \quad (28)$$

onde i é a unidade imaginária, \exp é a função exponencial e $n \in \mathbb{I}$, a expressão (26) podendo ser posta sob a seguinte forma mais geral

$$\alpha_n = -\frac{\ln \mu}{\ln \lambda} + \frac{2\pi n}{\ln \lambda} i \quad (29)$$

Assim, a expressão acima apresenta um termo imaginário no expoente da função, responsável por restrições nos valores deste expoente, bem como por oscilações da função em lei de potência, como se verá adiante.

Substituindo-se (29) em (23), e alterando o argumento da função, vem que

$$f(x_c - x) = C(x_c - x)^{\frac{\ln \mu}{\ln \lambda}} (x_c - x)^{\frac{2\pi n}{\ln \lambda} i} \quad (30)$$

ou

$$f(x_c - x) = C(x_c - x)^{\frac{\ln \mu}{\ln \lambda}} e^{\ln(x_c - x) \frac{2\pi n}{\ln \lambda} i} \quad (31)$$

ou ainda

$$f(x_c - x) = C(x_c - x)^{\frac{\ln \mu}{\ln \lambda}} e^{\frac{2\pi n}{\ln \lambda} \ln(x_c - x) i} \quad (32)$$

A expressão acima tomará diferentes valores quantos sejam os valores de n – ela é, na verdade, um somatório –, e, portanto, pode ser reescrita como

$$f(x_c - x) = C(x_c - x)^{\frac{\ln \mu}{\ln \lambda}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{\frac{2\pi n}{\ln \lambda} \ln(x_c - x) i} \quad (33)$$

O somatório anterior pode ser desenvolvido em *série de Fourier* de uma função *par*, aplicando-se a *fórmula de Euler* ao termo exponencial e separando o termo $n = 0$ do restante do somatório, tem-se que

$$f(x_c - x) = C(x_c - x)^{\frac{\ln \mu}{\ln \lambda}} \sum_{n=0}^{+\infty} c_n \cos\left(\frac{2\pi n}{\ln \lambda} \ln(x_c - x)\right) \quad (34)$$

separando o termo $n = 0$ do restante do somatório,

$$f(x_c - x) = C(x_c - x)^{-\frac{\ln \mu}{\ln \lambda}} \left[1 + \sum_{n=1}^{+\infty} c_n \cos \left(\frac{2\pi n}{\ln \lambda} \ln(x_c - x) \right) \right] \quad (35)$$

Efetuada-se a multiplicação e restringindo-se a $n = 1$ o desenvolvimento subsequente, vem que

$$f(x_c - x) = B'(x_c - x)^{-\frac{\ln \mu}{\ln \lambda}} \left[1 + C' \cos \left(\frac{2\pi}{\ln \lambda} \ln(x_c - x) \right) \right] \quad (36)$$

Reescrevendo, em definitivo, a expressão anterior, em uma forma mais geral, tem-se que

$$f(x_c - x) = A + B(x_c - x)^\alpha [1 + C \cos(\omega \ln(x_c - x) + \phi)] \quad (37)$$

onde $\alpha = -\frac{\ln \mu}{\ln \lambda}$, $\omega = \frac{2\pi}{\ln \lambda}$, ϕ é uma fase arbitrária, e A , B e C são constantes.

Assim, a expressão (37) é uma correção do comportamento em lei de potência (23), esta última podendo ser colocada da seguinte forma

$$f(x_c - x) = A + B \cdot (x_c - x)^\alpha \quad (38)$$

A expressão (37) expressa a chamada *invariância discreta de escala* (Sornette, 1998). Trata-se de uma forma *fraca* (mais *restritiva*) da invariância de escala plena (38), em que o sistema é invariante *apenas* para valores *específicos* de λ (ou μ), onde λ é uma *razão de escala fundamental*. Assim, a transformação *discreta* de escala $x \rightarrow x' = \lambda_n x$ só fornecerá a reprodução exata de $f(x)$ para valores específicos de λ_n .

A característica principal desta forma de invariância reside, portanto, na presença de leis de potência com *expoentes α complexos*, o que leva a *correções de escala log-periódicas* oscilatórias, dadas pelo termo contendo o cosseno e o logaritmo natural, na expressão (37).

As Figura 5 e Figura 6, do Capítulo 1, que apresentam a evolução temporal dos deslocamentos horizontais relativos ao escorregamento de Ruinon, mostram claramente a presença destas oscilações log-periódicas.

Tais oscilações também podem ser observadas neste trabalho, embora com amplitudes consideravelmente menores, na evolução temporal dos deslocamentos horizontais, apresentadas nas Figuras do Capítulo 4, relativas aos pontos A, B, C, D, E, F, G, H e I, todos próximos da região instável.

Para maiores detalhes com relação à utilização das expressões (37) e (38) na previsão de rupturas de materiais, ver Menezes Filho (2003).

3 METODOLOGIA

3.1 Introdução

O presente capítulo apresenta o problema analisado pelo autor, sua geometria e os parâmetros utilizados no programa PLAXIS.

3.2 Metodologia adotada

O PLAXIS é uma ferramenta desenvolvida pela Universidade Técnica de Delft (TU Delft, NL) especificamente para análises de tensões, deformações e estabilidade em aplicações geotécnicas. Mais especificamente, o programa permite a simulação de materiais com diferentes propriedades, em uma malha de elementos finitos, de modo a retratar o problema geotécnico em estudo. Cada elemento da malha obedece a relações constitutivas previamente definidas pela biblioteca de modelos do programa, em resposta aos carregamentos externos, impostos ao domínio de análise em questão (Brinkgreve, 2002).

O programa opera com uma interface robusta e prática, que simplifica sobremaneira os procedimentos demorados e complicados, envolvidos na análise do problema. Esta interface possui sub-rotinas separadas nas fases de análise, compreendendo dados de entrada, cálculos, saída e elaboração de gráficos.

Ademais, o programa possui versões voltadas à análises bidimensionais e tridimensionais e outra para análises bidimensionais, sendo que a primeira foi adotada nesta pesquisa.

Alguns dos dados de entrada do programa referem-se ao tipo de simetria do problema em estudo – plana ou axissimétrica, por exemplo –, bem como a malha de cálculo gerada, ou seja, o tipo de seus elementos constituintes. Neste sentido, podem ser triangulares isoparamétricos de 6 ou 15 nós, sendo este último padrão do programa e bastante preciso no fornecimento dos resultados, tendo sido o adotado na presente pesquisa.

Outros dados de entrada no programa são a geometria do problema e as particularidades do modelo, como a presença ou não do nível d'água, os carregamentos atuantes e os parâmetros do material geotécnico.

A biblioteca do programa disponibiliza ao usuário a utilização de vários modelos constitutivos que atendam às suas necessidades práticas, dentre os quais o linear elástico, *Jointed Rock*, *Hardening Soil*, *Soft Soil*, *Soft Soil Creep* e o elasto-plástico de Mohr-Coulomb, este último em sua versão com endurecimento, amolecimento pós pico e o elasto-plástico perfeito. Utilizado nesta pesquisa, o modelo elasto-plástico de Mohr-Coulomb é bastante conhecido e utilizado na prática da análise de estabilidade de taludes devido à sua robustez e simplicidade.

Para a obtenção de dados que pudessem ser analisados segundo os propósitos desta pesquisa, as simulações foram realizadas em um talude hipotético, com parâmetros típicos e sujeito a uma carga uniformemente distribuída de intensidade monotonicamente crescente e localizada na superfície superior horizontal do talude, próximo à sua crista.

Cabe ressaltar que, embora se saiba que a presença da água é um dos fatores primordiais nas análises de estabilidade envolvendo tensões, deformações e permeabilidade de maciços geotécnicos (terrosos e rochosos) (Intrieri et al, 2019), os estudos efetuados neste trabalho não consideraram a sua presença.

Assim, em se tratando de uma pesquisa ainda inicial sobre a aplicação dos sistemas complexos ao fenômeno da instabilidade de taludes, achou-se por bem utilizarem-se modelos bastante simples, preservando, porém, certos aspectos fundamentais ao fenômeno de instabilização.

Deve-se fazer menção também ao fato de que o modelo não chega a desenvolver uma superfície de ruptura, sendo esta condição tratada hipoteticamente, uma vez que o talude foi modelado para uma carga que o colocasse na iminência da ruptura, condição esta não alcançada durante as iterações do programa.

Além disso, não foi realizada a busca das superfícies de ruptura mais críticas pelos procedimentos de análise tipo equilíbrio limite, visto que a utilização da referida rotina não é o objetivo deste trabalho. Portanto, recorreu-se, então, à análise de segurança, uma opção de rotina de cálculo, onde o programa reduz os parâmetros de resistência até se alcançar a condição de ruína, obtendo-se, assim, o fator de segurança – 1,014 para a condição estudada – e a respectiva superfície de instabilização.

O processamento de dados do programa PLAXIS forneceu, para o talude proposto, séries temporais dos deslocamentos horizontais para diversos pontos localizados no domínio de análise. Especificamente, sob o ponto de vista dos sistemas complexos, cabe analisar não somente os pontos envolvidos na massa de solo instável, mas também os pontos situados em regiões mais afastadas, já que, ao alcançar a criticalidade auto-organizada, o sistema interage como um todo único, fruto das correlações de longo alcance entre seus elementos constituintes, como se verá mais adiante.

Desta forma, foram investigados pontos sobre a superfície do talude, na massa instável e próximos a ela, e pontos mais afastados da região instável, objetivando, em todas estas situações, ajustar leis de potência às séries temporais envolvendo os deslocamentos horizontais, monitorando-se, também, o valor dos expoentes relacionados àquelas leis de potência.

Além disso, informações relacionadas ao caráter caótico ou complexo do fenômeno de instabilização do talude foram estudadas por meio dos expoentes de Lyapunov das séries temporais, envolvendo os deslocamentos horizontais referentes a cada um dos pontos selecionados no domínio de simulação.

3.3 Descrição do problema

A Figura 20 mostra o domínio de estudo das análises de estabilidade do talude. Como já se observou, optou-se por utilizar um modelo simplificado, de material homogêneo e isotrópico, sob condições drenadas de solicitação. Devido à importância de analisar pontos sob condições mais afastadas da região de instabilidade, o modelo foi concebido com dimensões exageradas para contemplar tais casos, afastando-se da possível interferência que as bordas impõem por condições de contorno. O talude foi dotado, em seu topo, de uma sobrecarga uniformemente distribuída, de intensidade q , de modo a colocar o talude na iminência da ruptura, ou seja, com um fator de segurança muito próximo à unidade. Os parâmetros do material e as variáveis do modelo são dispostos na Tabela 5.

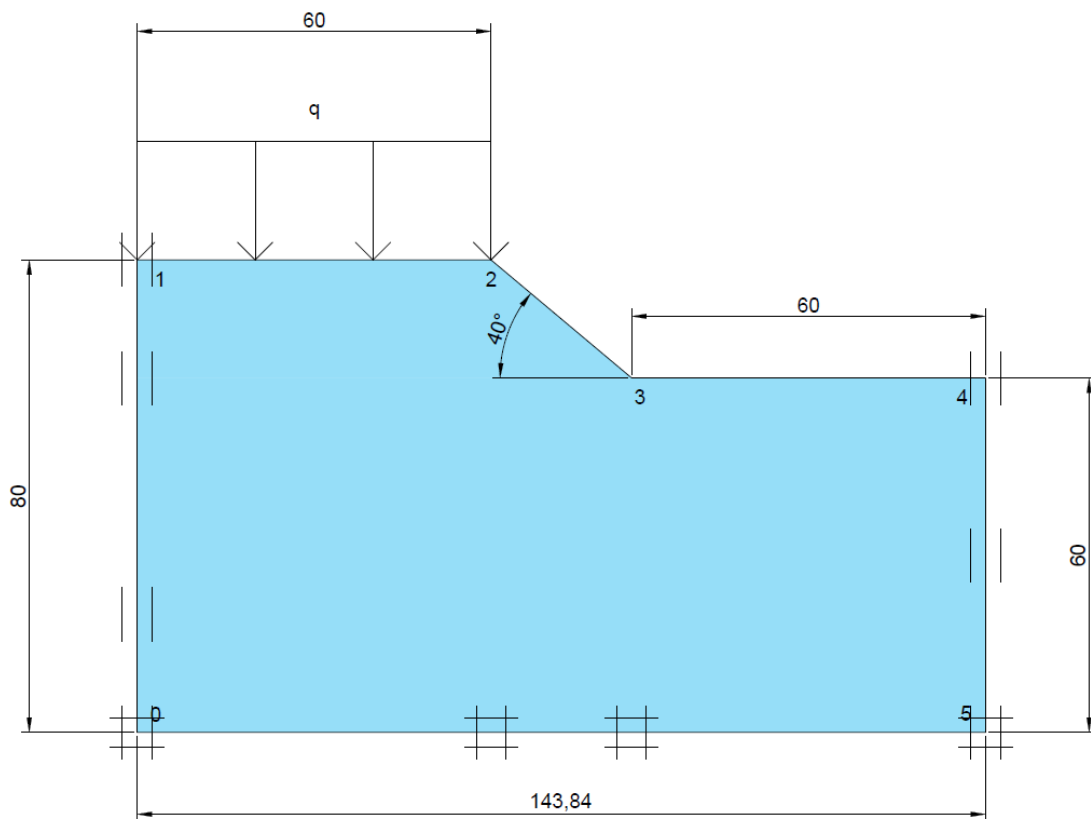


Figura 20 – Perfil do modelo adotado para as análises (medidas em metros)

Tabela 5 – Parâmetros do material e demais variáveis de entrada do modelo

| Parâmetro | Adotado no modelo |
|-----------------------------------------------------|------------------------|
| Angulação do talude (θ) | 40° |
| Modelo | Mohr-Coulomb |
| Tipo de análise | Drenada |
| Peso específico ($\gamma_{sat} = \gamma_{unsat}$) | 19,0 kN/m ³ |
| Módulo de Young (E_{ref}) | 30 MPa |
| Coefficiente de Poisson (ν) | 0,3 |
| Coesão (c) | 8,0 kPa |
| Ângulo de atrito (ϕ) | 30° |
| Sobrecarga (q) | 10 kPa |

Para a sobrecarga, foi utilizado o artifício de se criar etapas de construção, com a sobrecarga atuando no instante imediatamente após o inicial e sendo imposta de forma gradual. O aumento da sobrecarga gradual é aplicado de forma que, em $t = t_f$,

a carga atuante será a total. O tempo para que a sobrecarga atuante seja incrementada até a sua integralidade foi considerado de 100 dias, configurando um carregamento lento.

A Figura 21 mostra o aspecto da malha de elementos finitos utilizada nas análises, composta por 1000 elementos triangulares isoparamétricos de 15 nós, totalizando 8095 nós em toda a malha. O refinamento da malha é justificado pela necessidade de observar pontos sob as mais diversas condições no domínio de análise.

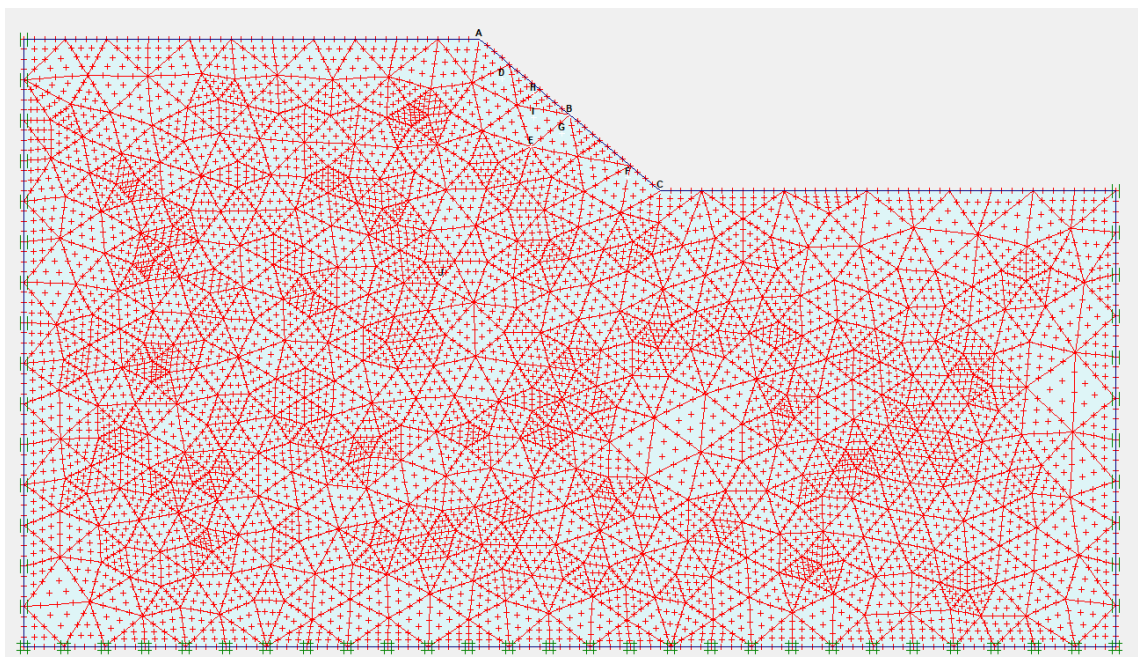


Figura 21 – Malha gerada para análises do modelo, com 1000 elementos triangulares de 15 nós, totalizando 8.095 nós

A Figura 22 apresenta o aspecto da superfície de ruptura do talude analisado, para geometria, parâmetros de resistência e malha de elementos finitos assinalados anteriormente.

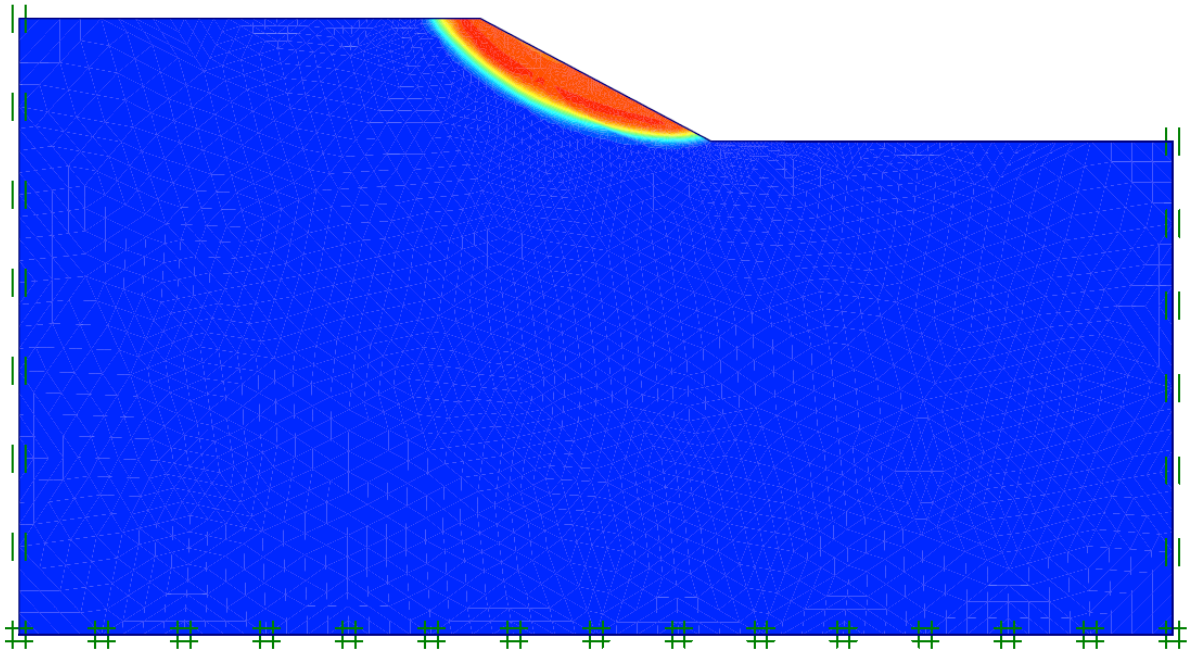


Figura 22 – Aspecto da superfície de ruptura, definido pelos incrementos dos deslocamentos na saída do PLAXIS, FS = 1,014

A localização dos pontos de interesse e suas coordenadas, referidas a um sistema de eixos xy fixos e localizados na extremidade inferior esquerda do domínio de análise, estão ilustradas na Figura 23 e na Tabela 6, respectivamente.

Deste modo, cada execução do modelo gerou dados de deslocamentos horizontais para os pontos de interesse, a partir dos quais os gráficos $\delta_h \times t$, $\delta_h \times \left(\frac{t_c - t}{t_c}\right)^\alpha$ e $\frac{\delta_h}{\delta_{max}} \times \left(\frac{t_c - t}{t_c}\right)^\alpha$ foram confeccionados.

Como se verá no momento oportuno, os gráficos das séries temporais dos deslocamentos horizontais permitiram o ajuste de uma lei de potência, não em função do tempo corrente, mas da diferença entre o tempo de ruptura do talude e este tempo corrente usual, como já se observou no Capítulo 2, referente à expressão (38), reescrita abaixo, ou seja

$$y = A + B \cdot (t_c - t)^\alpha \quad (39)$$

onde:

y é o deslocamento horizontal de um dado ponto de interesse;

- A, B são constantes, a serem determinadas no processo de ajuste;
 t_c é o tempo de ruptura do talude, em dias;
 t é o tempo corrente, em dias;
 α é o expoente a ser determinado no procedimento de ajuste.

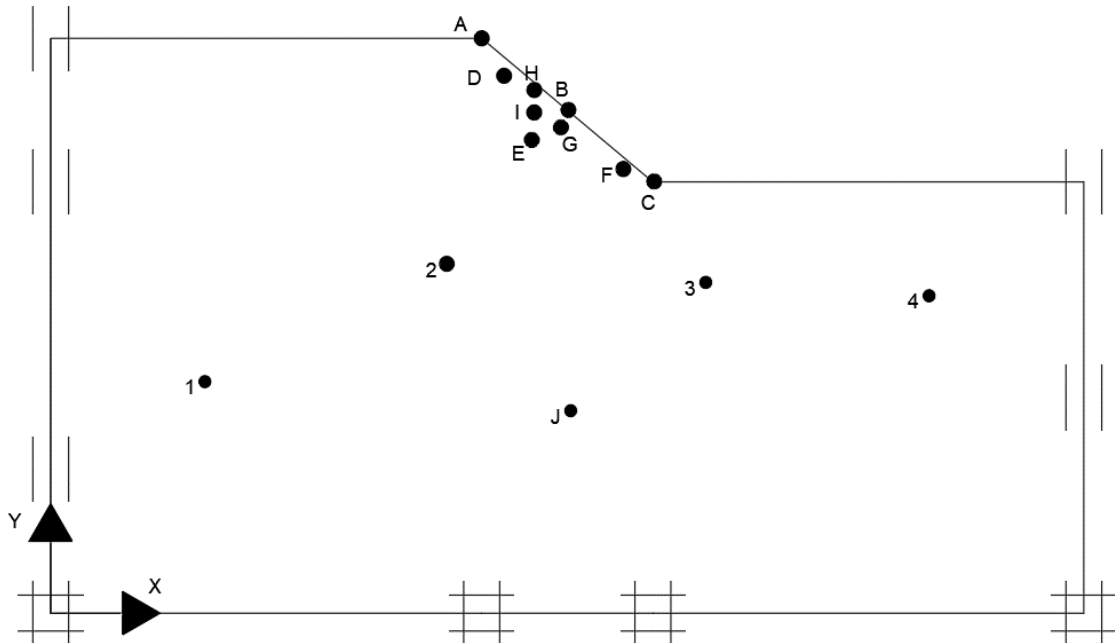


Figura 23 – Localização dos pontos monitorados durante as análises

Tabela 6 – Coordenadas dos pontos de análise

| Ponto | Coord.X | Coord. Y | Ponto | Coord. X | Coord. Y |
|-------|---------|----------|-------|----------|----------|
| A | 60,00 | 80,00 | H | 67,33 | 72,81 |
| B | 71,92 | 70,00 | I | 67,31 | 69,68 |
| C | 83,84 | 60,00 | J | 72,40 | 28,17 |
| D | 63,13 | 74,79 | 1 | 21,47 | 32,22 |
| E | 66,98 | 65,86 | 2 | 55,14 | 48,62 |
| F | 79,72 | 61,80 | 3 | 91,20 | 46,03 |
| G | 71,03 | 67,6 | 4 | 122,3 | 44,17 |

De grande interesse para toda a análise são os valores relacionados ao expoente da lei de potência α . Especificamente, a teoria dos fenômenos de transição de fase e fenômenos críticos estabelece, como hipótese de partida, o conceito de

universalidade, em que tais fenômenos podem ser descritos, próximos da criticalidade, a partir de parâmetros e critérios universais. Assim, variáveis como, por exemplo, o peso específico, não se prestam a tal descrição, uma vez que são particulares e específicas para cada tipo de material estudado (Domb e Green, 1972 – 1976; Domb e Lebowitz, 1977 – 2001).

No entanto, observou-se que os expoentes das relações em lei de potência, estabelecidas no âmbito da aludida teoria, guardavam valores numéricos semelhantes entre sistemas físicos, à primeira vista, totalmente díspares, o que possibilitou aos físicos catalogar estes vários sistemas em “classes de universalidade”, compartilhadas pelos valores numéricos dos expoentes das leis de potência destes sistemas.

A razão pela qual a hipótese de universalidade vigora na teoria das transições de fase e fenômenos críticos prende-se ao fato de que, próximo ao (ou no) ponto crítico, as interações entre os elementos constituintes do sistema são de longo alcance, o que faz com que sua descrição não seja afetada por valores ou comportamentos de parâmetros particulares. Portanto, tais parâmetros são totalmente desativados, restando para a sua descrição unicamente parâmetros universais – dentre os quais os expoentes das leis de potência -, compartilhados por todos aqueles sistemas que apresentam correlações de longo alcance entre seus elementos constituintes.

3.4 Determinação do espectro dos expoentes de Lyapunov das séries temporais

Esta pesquisa estuda também características das séries temporais dos pontos escolhidos no que tange à sua divergência temporal. Mais pormenorizadamente, o Capítulo 2, em seu item 2.2, abordou a definição do expoente de Lyapunov, no que se refere à caracterização de sistemas dinâmicos fortemente e fracamente caóticos. Na ocasião, observou-se que estes últimos, também conhecidos como complexos, apresentam divergência entre trajetórias, inicialmente muito próximas, em lei de potência – lenta, portanto –, o que leva ao surgimento de memórias espacial e temporal de longo alcance.

Assim, em razão da referida divergência se dar em lei de potência, sistemas complexos possuem a característica de ter o seu maior expoente de Lyapunov tender a zero com o tempo, assunto abordado atentamente neste trabalho, com base nas séries temporais envolvendo os deslocamentos horizontais dos pontos escolhidos no domínio de análise.

De uma forma geral, sabe-se que os expoentes característicos de Lyapunov descrevem uma expansão ou contração de um atrator num espaço de fase multidimensional, ao longo de seus eixos principais ortogonais (ou ortonormais), sendo, na verdade, aqueles expoentes os autovalores deste mesmo atrator em estudo (Fiedler-Ferrara e Prado, 1994).

Existem inúmeros métodos para o cálculo do espectro de expoentes de Lyapunov. Todos partem de uma série temporal, reconstruindo o seu atrator num espaço de dimensão de imersão adequada, esta reconstrução se dando, normalmente, com total desconhecimento das equações que governam a dinâmica subjacente ao fenômeno em estudo. Na verdade, os vários métodos propostos diferem exatamente no modo como lidam com tal desconhecimento.

Três dos principais métodos de determinação dos expoentes de Lyapunov são:

- a. O método de Wolf (Wolf et al., 1985);
- b. O método de Eckmann e Ruelle (Eckmann e Ruelle, 1985; Eckmann et al, 1986);
- c. O método de Brown e Bryant (Bryant et al, 1990; Brown et al, 1991).

Esta pesquisa utilizou o método de Wolf, que permite a determinação dos expoentes de Lyapunov não negativos, de uma série temporal experimental. O algoritmo inicia calculando o maior expoente de Lyapunov positivo (λ_1) e, posteriormente, o segundo maior λ_2 (se positivo) e, assim, sucessivamente. A separação entre 2 (dois) pontos próximos define um eixo principal, e a reortonormalização é substituída pela procura de um novo ponto, próximo à trajetória de referência ou fiducial (definida por vetores do atrator reconstruído), que preserve ao máximo a orientação deste eixo (Wolf et al., 1985; Fiedler-Ferrara e Prado, 1994).

Os métodos disponíveis diferem quanto ao número de expoentes calculados e, especialmente, quanto ao modo de se aproximar a dinâmica em torno da trajetória de referência.

Ademais, a eficiência na obtenção dos expoentes de Lyapunov associados a uma série temporal experimental é função da quantidade de pontos disponíveis e de sua qualidade (reduzido nível de ruído).

Cabe ainda ressaltar que os expoentes de Lyapunov negativos, não calculados por este método, são de difícil estimativa, pois estão associados a direções de contração, nas quais o atrator reconstruído não contém informações com resolução suficiente para estimativas confiáveis.

Portanto, muito embora o método de Wolf possa calcular o espectro de expoentes de Lyapunov positivos, esta pesquisa se interessou unicamente pela determinação do maior deles.

4 ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados experimentais das análises numéricas, bem como sua interpretação.

Os resultados são fornecidos por grupamentos de pontos, elencados segundo a sua posição no domínio de estudo, a saber: pontos localizados na superfície (livre) do talude; pontos localizados internamente e próximos da região de ruptura; e pontos localizados internamente, porém distantes da região de ruptura.

4.1 Análise da adequação da expressão em lei de potência (39) às séries temporais

4.1.1 Pontos situados na superfície livre do talude

O primeiro grupo de pontos analisado está situado nas superfícies ou bordas livres do modelo, tal como ilustrado na Figura 23. Constitui-se dos pontos A, localizado na crista do talude; B, localizado na face do talude a, aproximadamente, metade de sua altura; e C, ponto situado na base (no pé) do talude.

Localizados, portanto, na região instável do maciço de solo, são de grande interesse por estarem situados na fronteira livre do domínio, representada por sua finitude.

As séries temporais dos deslocamentos horizontais dos pontos A, B e C, estão apresentadas nos gráficos $\delta_h \times t$ das Figura 24 a Figura 26, além dos ajustes em lei de potência, dados pela expressão (38) ou (39).

Observa-se que a lei de potência se ajusta de forma excelente aos dados experimentais, com coeficientes de correlação (R) de 0,999033 (A), 0,999747 (B) e 0,999931 (C), todos muito próximos à unidade.

Por outro lado, os expoentes da lei de potência para os três pontos fornecem 0,0791 (A), 0,0350 (B) e 0,5036 (C), este último com um valor bem superior ao

apresentado pelos outros dois pontos, em razão do seu tempo de ruptura (117,77) ser inferior ao dos outros dois (130,88 e 123,52).

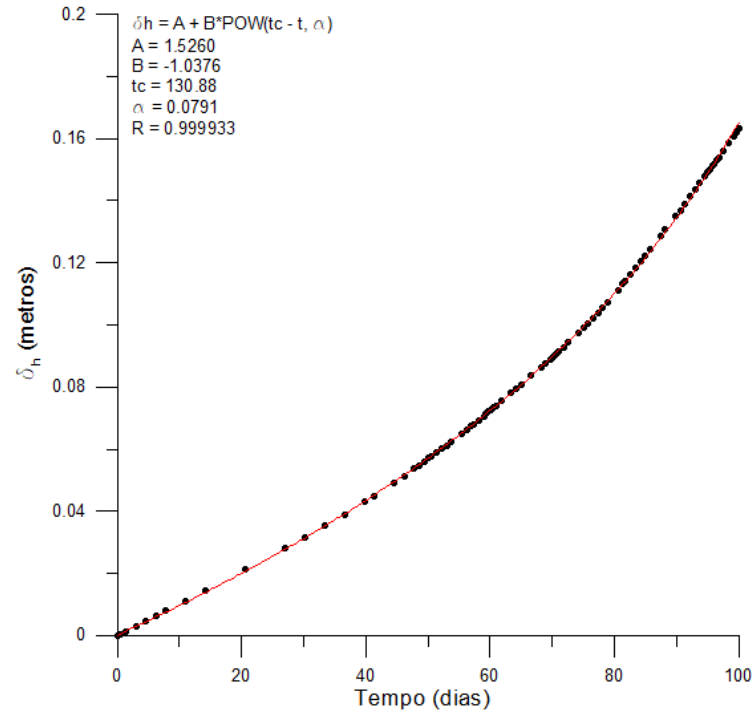


Figura 24 – Ponto A: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39)

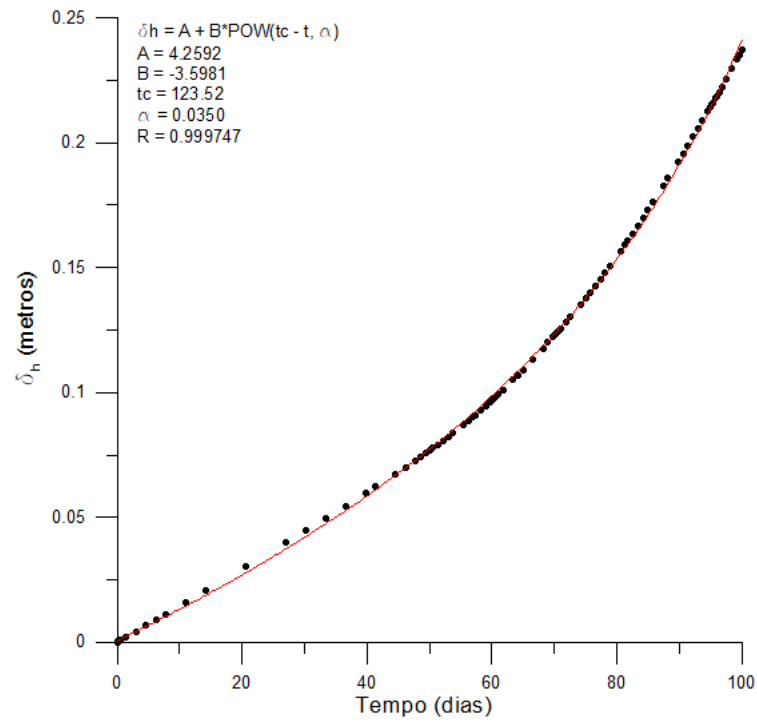


Figura 25 – Ponto B: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39)

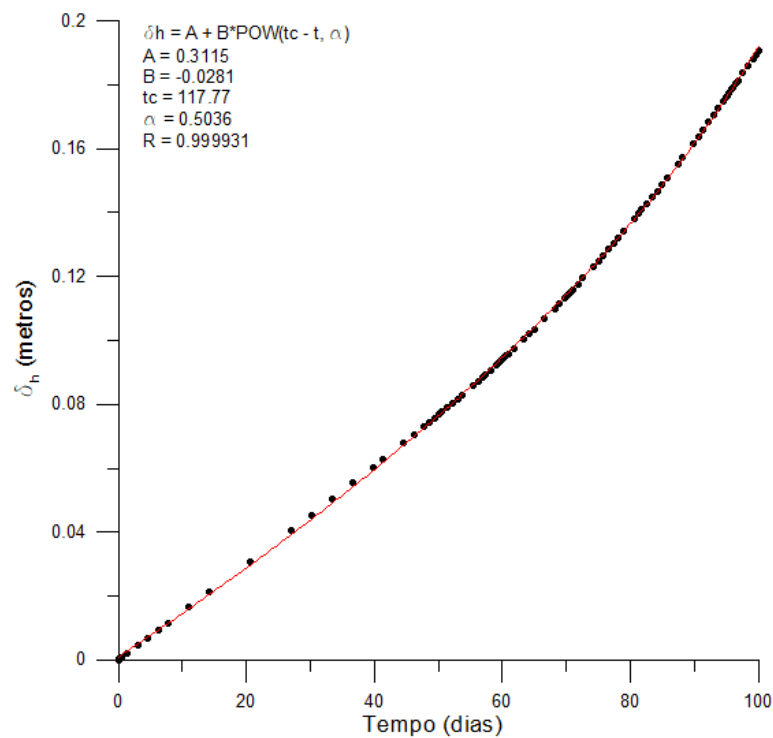


Figura 26 – Ponto C: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39)

As Figura 27 a Figura 29 mostram os gráficos $\delta_h \times \left(\frac{t_c-t}{t_c}\right)^\alpha$, normalizados pelo tempo de ruptura (tempo crítico), bem como $\frac{\delta_h}{\delta_{hmax}} \times \left(\frac{t_c-t}{t_c}\right)^\alpha$ (inserções, normalizadas adicionalmente pelos respectivos deslocamentos máximos – tais variáveis nos eixos coordenados resultam da divisão por $A = \delta_{hmax}$ de ambos os membros da expressão (38) ou (39)). Pode se notar que, apesar das ligeiras oscilações presentes nos dados experimentais, já comentadas no Capítulo 2 e provenientes da invariância discreta de escala, a expressão (38) normalizada é suficientemente robusta para aderir consistentemente aos dados empíricos.

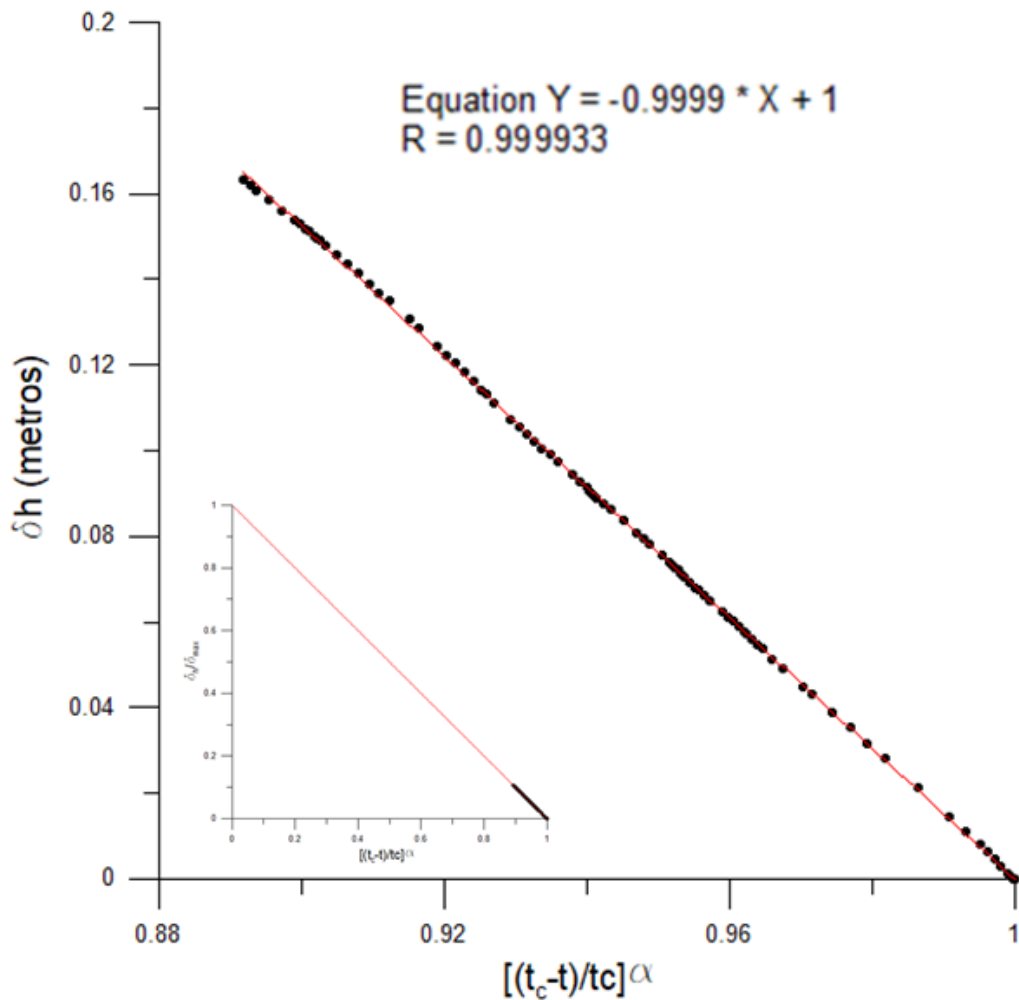


Figura 27 – Ponto A: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura

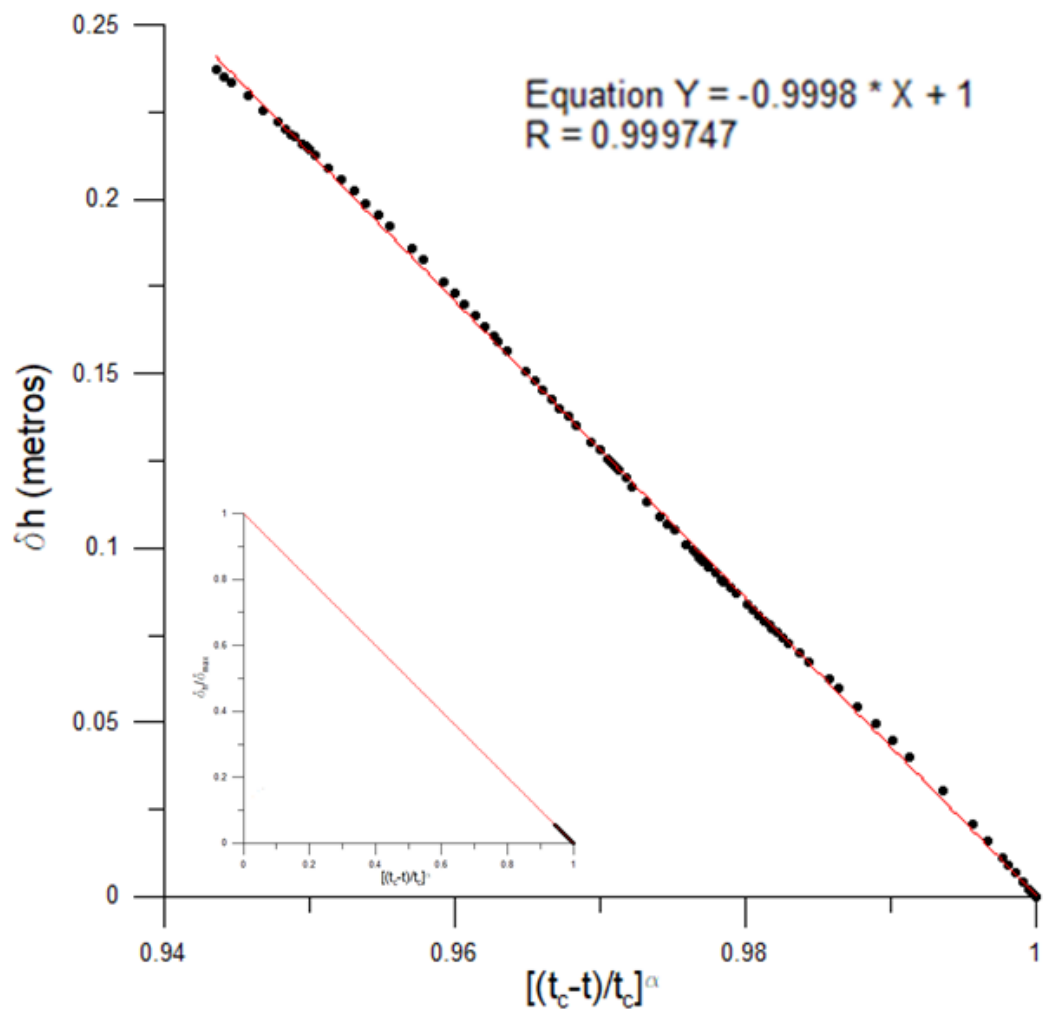


Figura 28 – Ponto B: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura

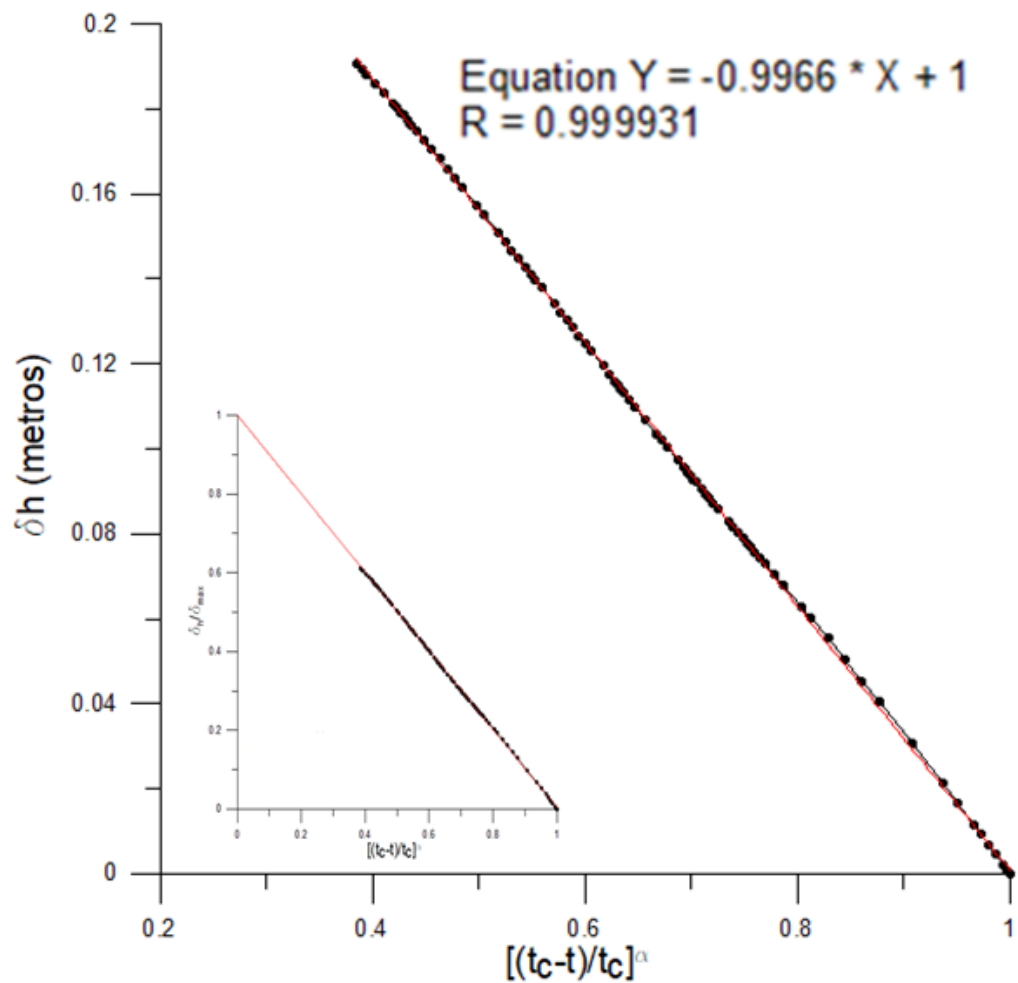


Figura 29 – Ponto C: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura

Ressalte-se que, nos gráficos das Figura 24 a Figura 26, a expressão (38) ou (39), que traduz a variação dos deslocamentos horizontais com o tempo, se faz idealmente com a variável temporal $(t_c - t)^\alpha$, e não com o tempo comum ordinário t .

Por conseguinte, este resultado sugere que o tempo intrínseco, que governa o fenômeno da ruptura em taludes, não é o tempo habitual t , mas o relacionado a $(t_c - t)^\alpha$, ou $\left(\frac{t_c - t}{t_c}\right)^\alpha$, e que estudar este fenômeno pelo tempo t habitual é um grande erro.

Por outro lado, a medida temporal correta deste fenômeno de instabilização possibilita, segundo as Figura 27, Figura 28 e Figura 29, apresentar as séries temporais com comportamentos muito mais simples, segundo linhas retas, que

traduzem, mais exatamente, o comportamento dos deslocamentos horizontais com o tempo.

Portanto, a forma de representar a variação temporal expressa nas Figura 27, Figura 28 e Figura 29 não é apenas uma outra maneira de representar as séries temporais originais, retratadas nas Figura 24, Figura 25 e Figura 26, mas a maneira de medir corretamente o tempo, pois $(t_c - t)^\alpha$ ou $\left(\frac{t_c - t}{t_c}\right)^\alpha$ governa verdadeiramente o fenômeno.

4.1.2 Pontos situados internamente à massa de solo, próximos à região de ruptura

O segundo grupo de pontos de interesse D, E, F, G, H e I refere-se aos contidos na massa de solo e que estão próximos à região onde, para um tempo crítico t_c , irá se definir uma superfície de ruptura. Assim, os pontos selecionados estão contidos ou levemente fora da região de solo instável.

De forma semelhante aos pontos A, B e C, aqueles pontos são de interesse por sua localização próxima à região do domínio de estudo, caracterizada pela concentração de tensões, plastificações e ruína do material terroso.

As séries temporais dos deslocamentos horizontais dos pontos D, E, F, G, H e I estão apresentadas nos gráficos $\delta_h \times t$ das Figura 30 a Figura 35, além dos ajustes em lei de potência, dados pela expressão (38) ou (39).

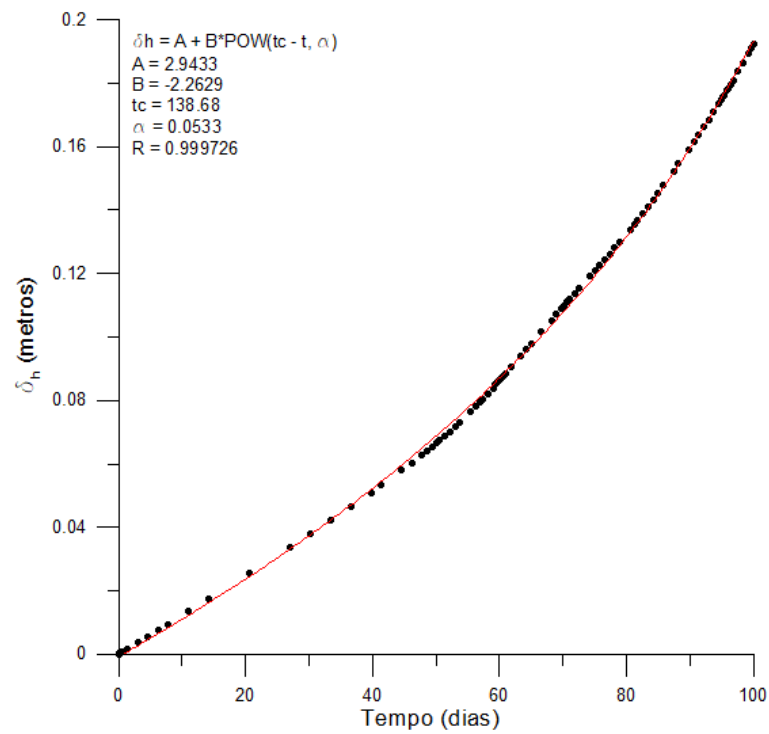


Figura 30 – Ponto D: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39)

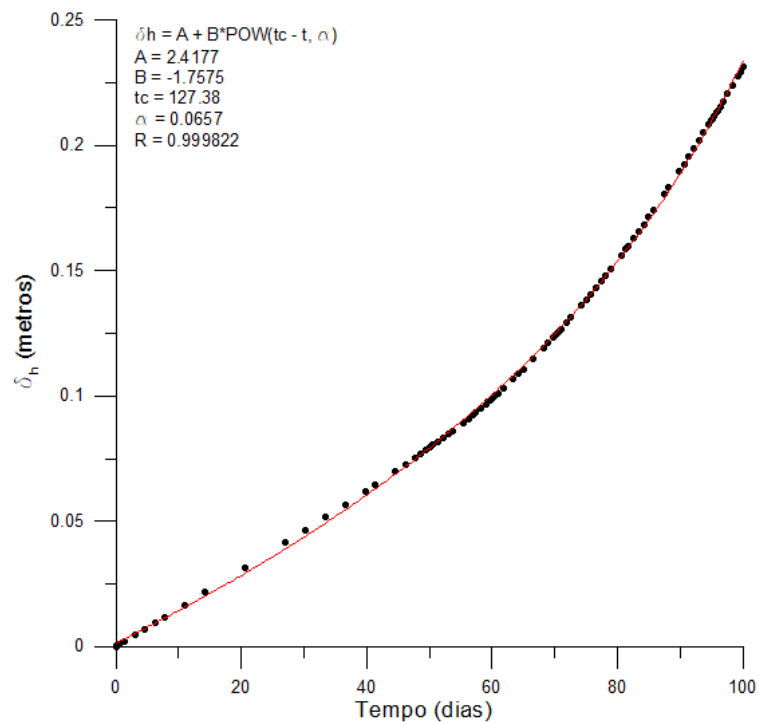


Figura 31 – Ponto E: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39)

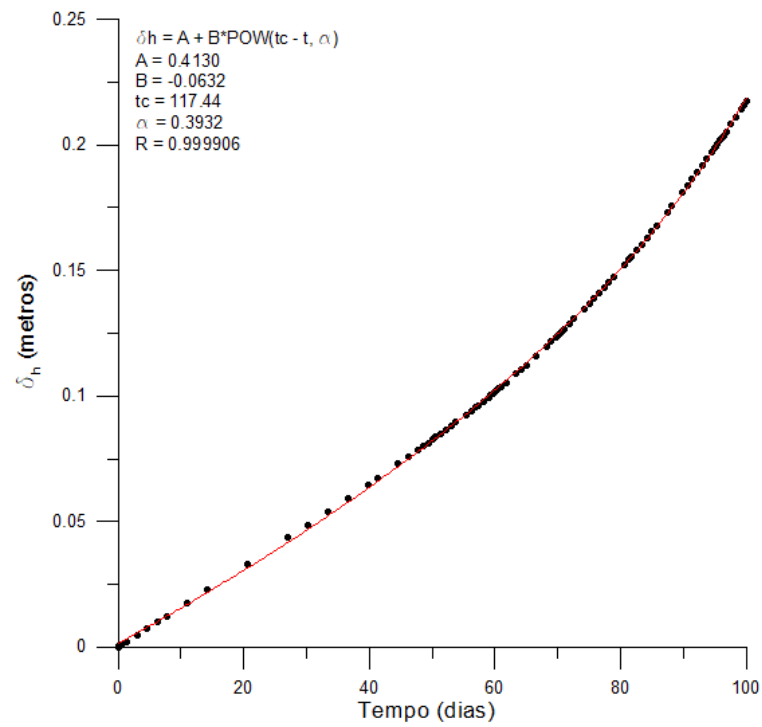


Figura 32 – Ponto F: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39)

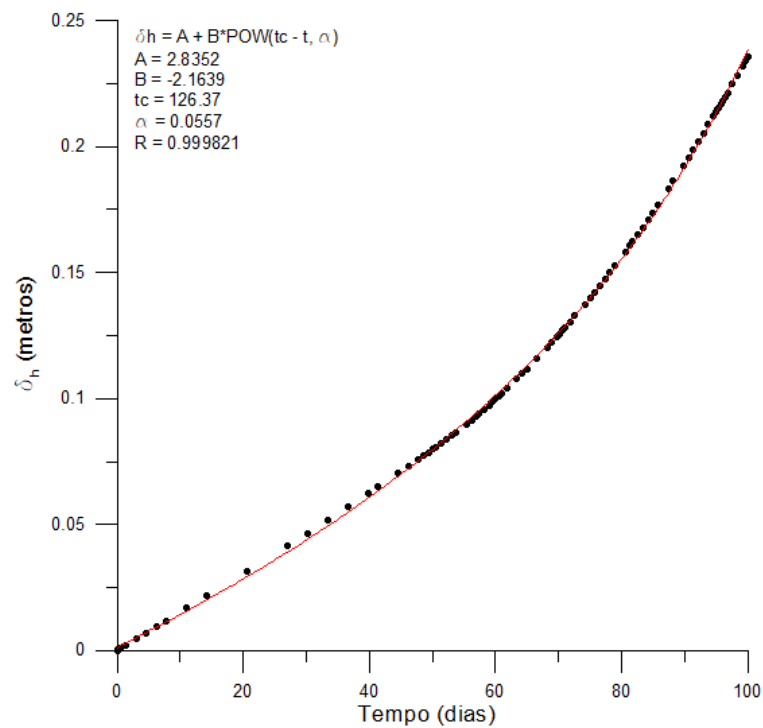


Figura 33 – Ponto G: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39)

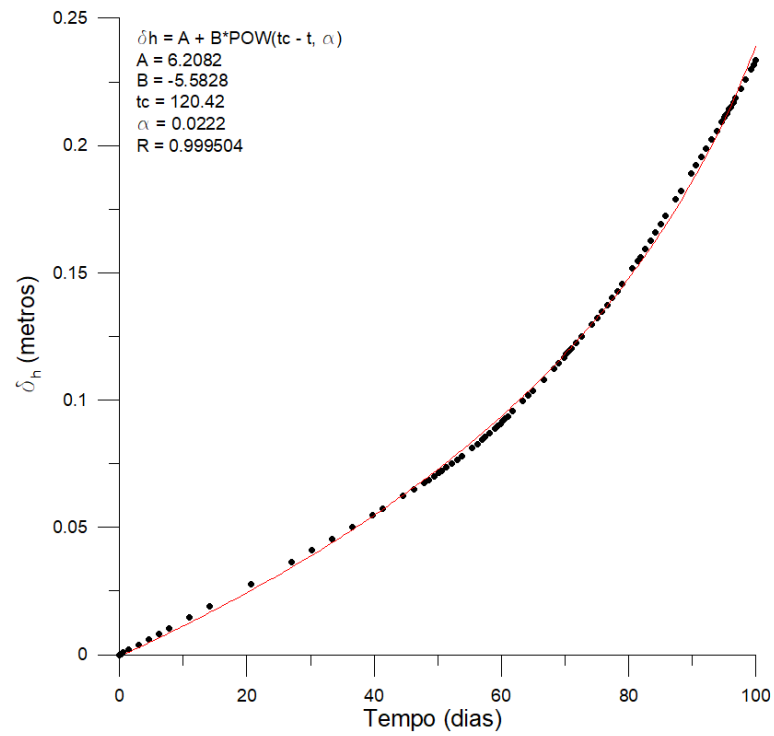


Figura 34 – Ponto H: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39)

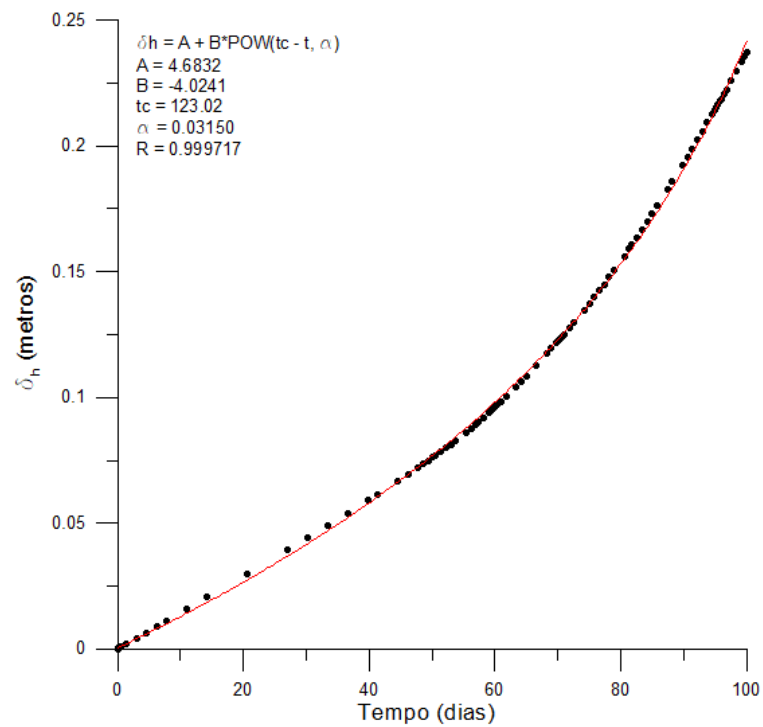


Figura 35 – Ponto I: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39)

Para o conjunto de pontos analisados nesta seção, observou-se que a lei de potência (38) ajusta-se muito bem aos dados experimentais, descrevendo o comportamento da série temporal dos deslocamentos horizontais com coeficientes de correlação bastante elevados: 0,999726 (D), 0,999822 (E), 0,999906 (F), 0,999821 (G), 0,999504 (H) e 0,999717 (I), todos muito próximos à unidade.

Os expoentes da lei de potência referentes aos pontos 0,0533 (D), 0,0657 (E), 0,3932 (F), 0,0557 (G), 0,0222 (H), 0,0315 (I) também são muito próximos entre si, com exceção de F, vizinho geográfico do ponto C, na região próxima à base do talude, apresentando tempo de ruptura inferior, quando comparado ao dos outros pontos constituintes deste grupo.

Isto sugere que expoentes elevados possam estar vinculados a pontos em áreas de valores de tensões cisalhantes elevadas, já que, habitualmente, a ruptura de um talude se inicia pelo seu pé.

As Figura 36 a Figura 41 mostram os gráficos $\delta_h \times \left(\frac{t_c-t}{t_c}\right)^\alpha$, normalizados pelo tempo de ruptura (tempo crítico), bem como $\frac{\delta_h}{\delta_{max}} \times \left(\frac{t_c-t}{t_c}\right)^\alpha$ (inserções, normalizadas adicionalmente pelos respectivos deslocamentos máximos). De forma semelhante ao ocorrido nos gráficos normalizados dos pontos A, B e C, observa-se que, apesar das oscilações presentes nos dados experimentais, decorrentes da invariância discreta de escala, a expressão (38) ou (39) normalizada é suficientemente robusta para aderir consistentemente aos dados empíricos.

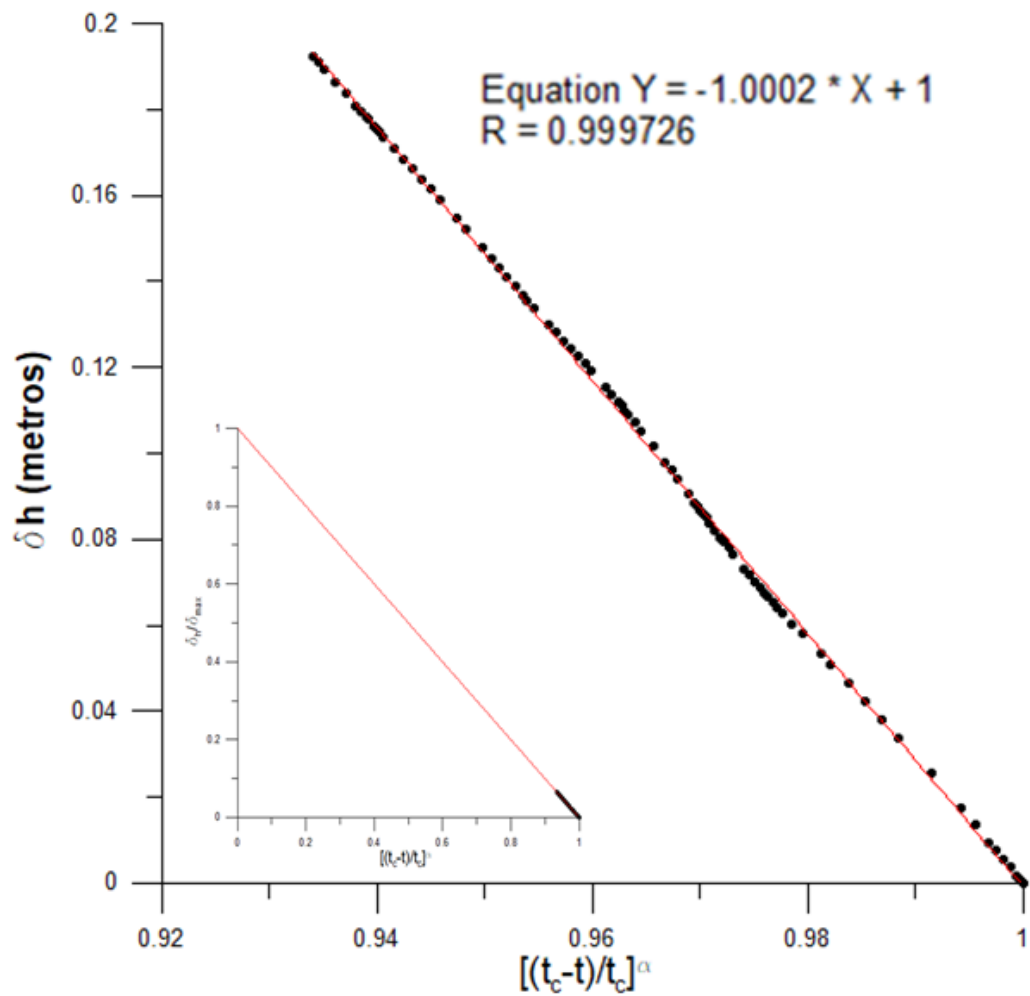


Figura 36 – Ponto D: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura

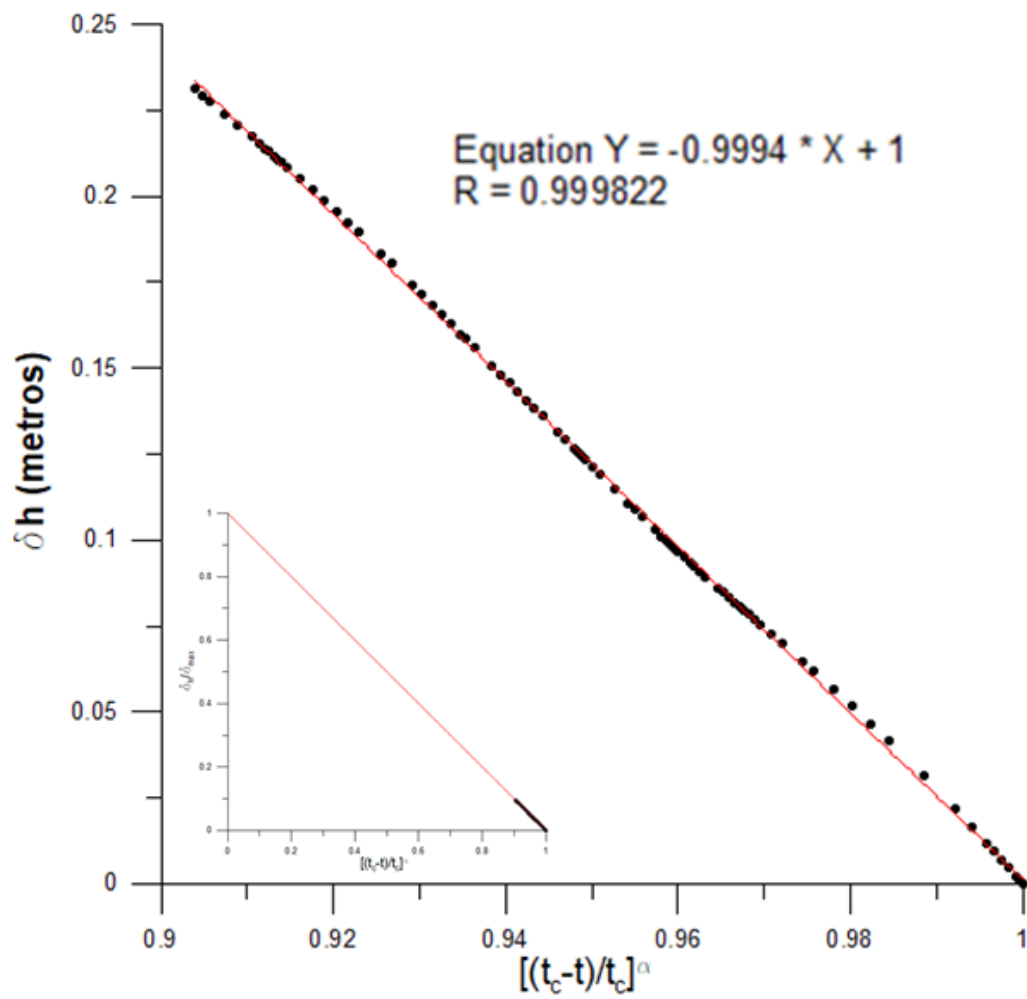


Figura 37 – Ponto E: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura

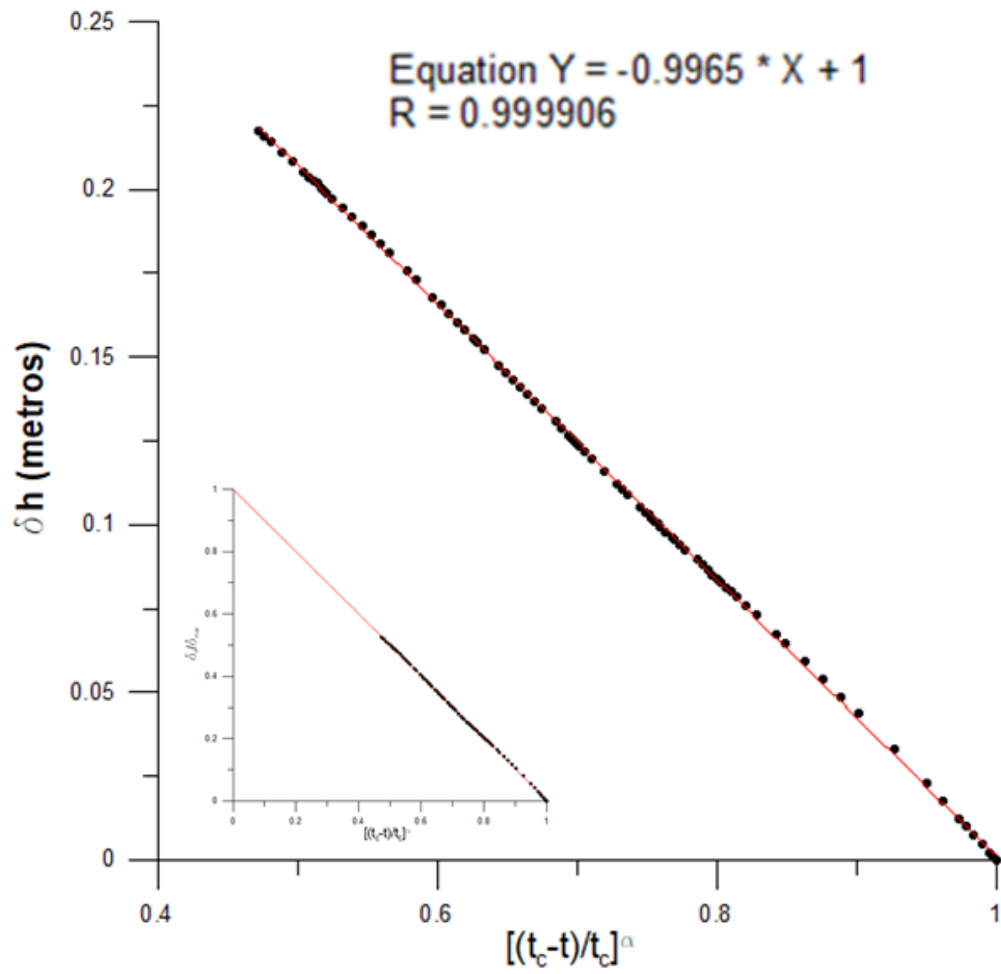


Figura 38 – Ponto F: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo. com equação dada na Figura

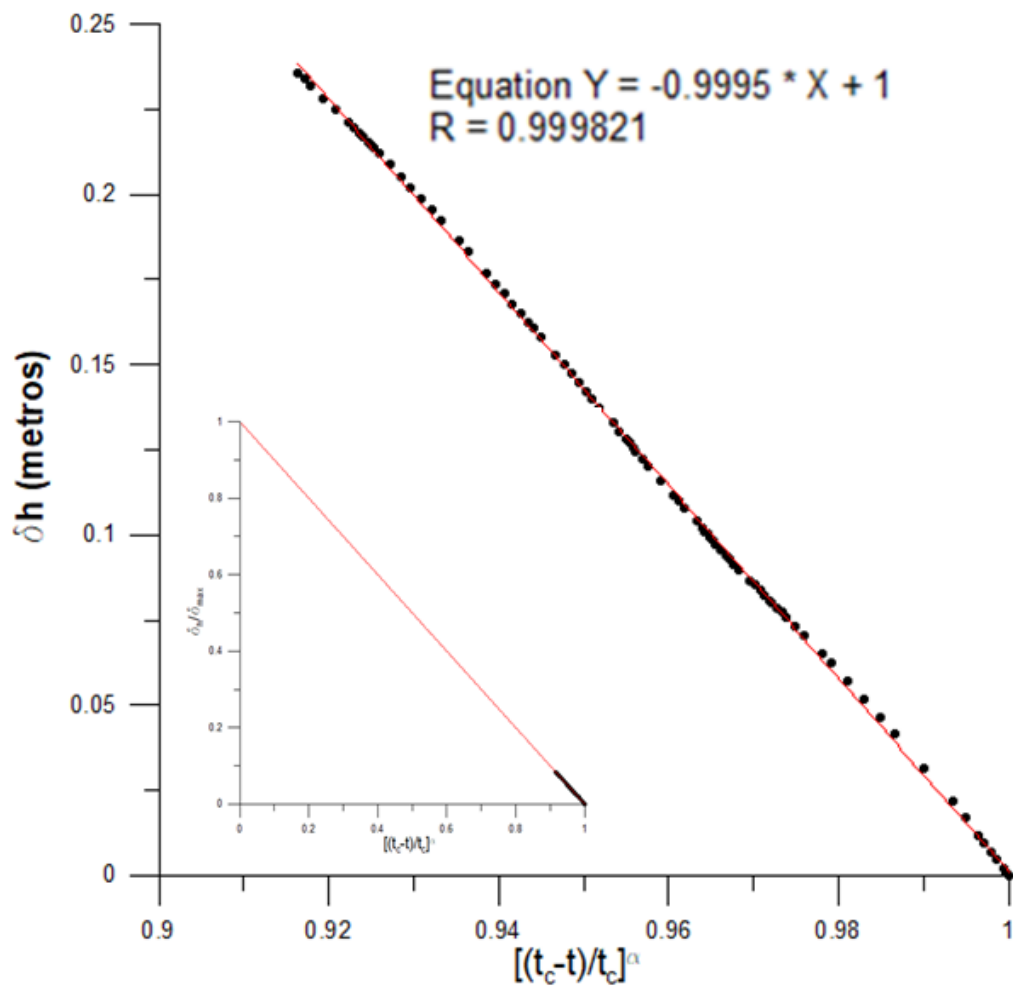


Figura 39 – Ponto G: Série temporal dos deslocamento horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura

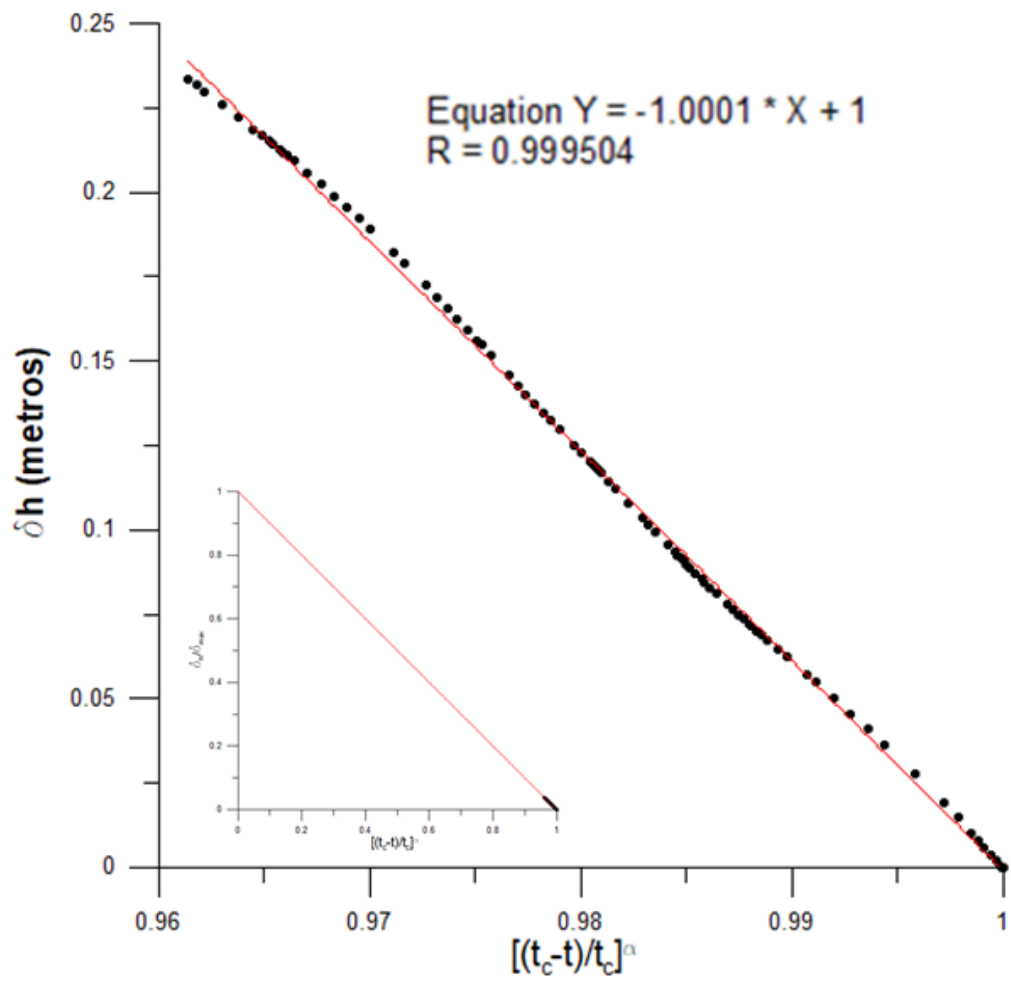


Figura 40 – Ponto H: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura

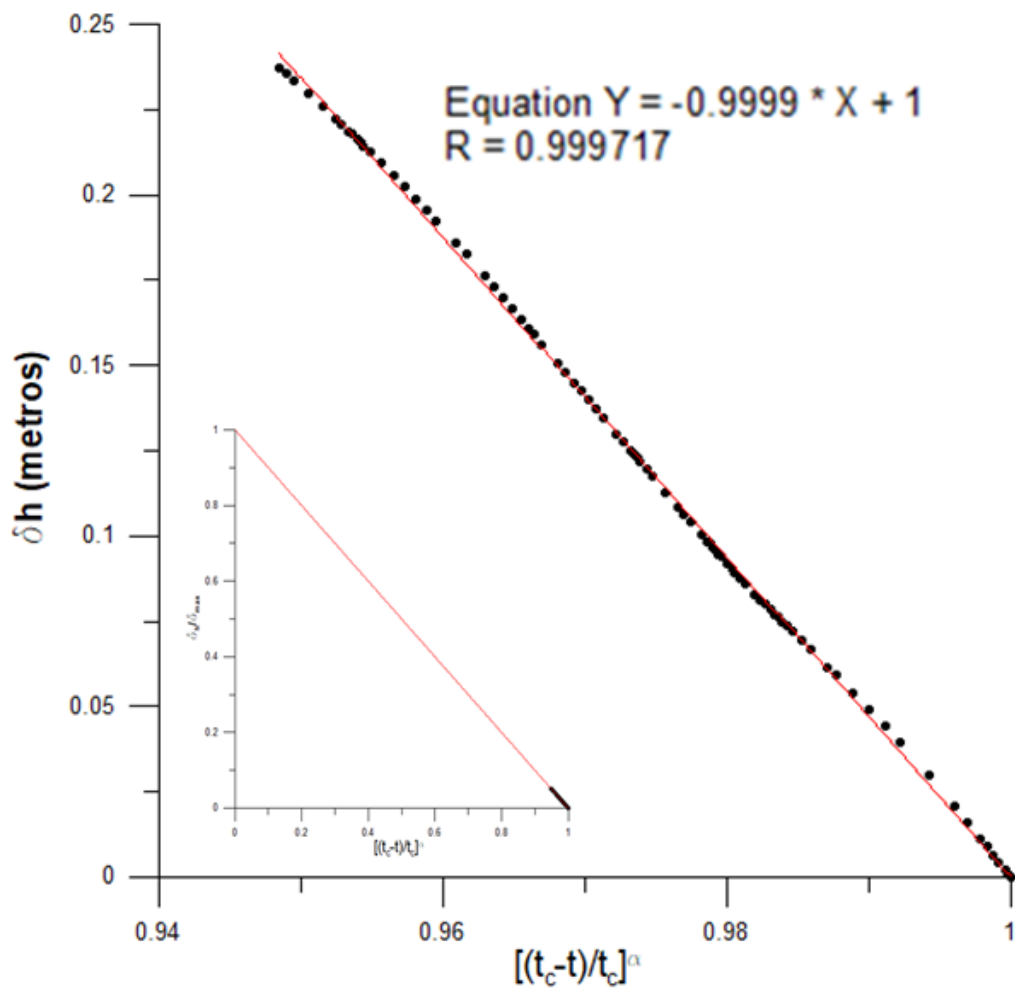


Figura 41 – Ponto I: Série temporal dos deslocamento horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura

Aqui cabem as mesmas observações assinaladas para as séries temporais normalizadas dos pontos A, B e C, quais sejam, a expressão (38), que traduz a variação dos deslocamentos horizontais com o tempo, constitui-se na medida temporal correta, exprimindo-se mais corretamente com a variável temporal $(t_c - t)^\alpha$, normalizada ou não, e não com o tempo comum ordinário t .

4.1.3 Pontos situados internamente à massa de solo, distantes da região de ruptura

O último conjunto de pontos analisado J, 1, 2, 3 e 4 caracteriza-se por estarem situados na massa de solo, distantes de onde o mecanismo de ruptura se desenvolverá.

Como já assinalado no capítulo 2, a criticalidade auto organizada caracteriza-se pelo surgimento de interações de longo alcance entre as unidades constituintes do sistema, isto é, desenvolve-se um tipo de memória temporal e espacial de longo alcance. Portanto, espera-se que, mesmo estando distantes dos pontos de ruptura, exibam, de uma forma ou de outra, um comportamento similar aos apresentados anteriormente.

As séries temporais dos deslocamentos horizontais dos pontos J, 1, 2, 3 e 4 estão apresentadas nos gráficos $\delta_h \times t$ das Figura 42 a Figura 46, além dos ajustes em lei de potência, dados pela expressão (38).

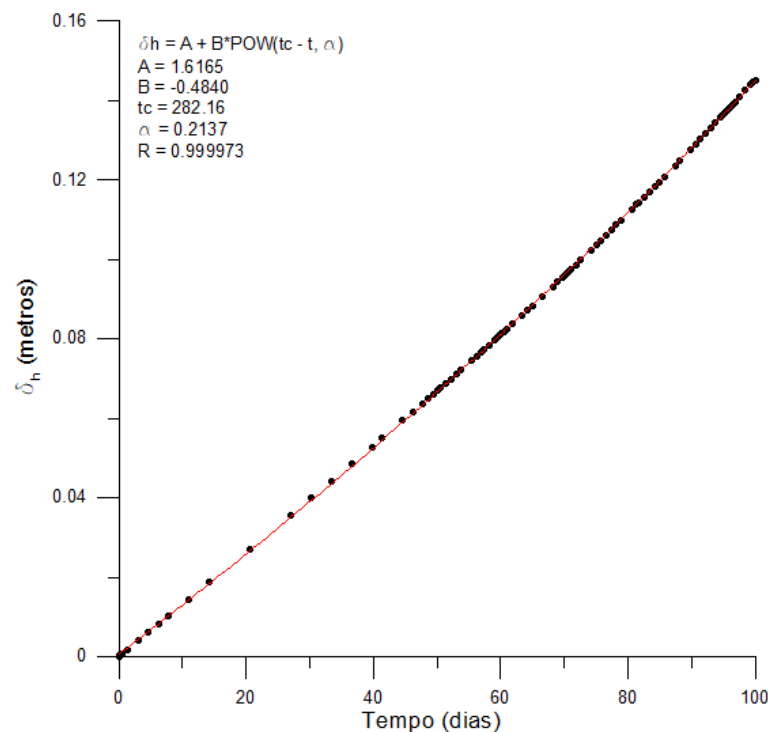


Figura 42 – Ponto J: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39)

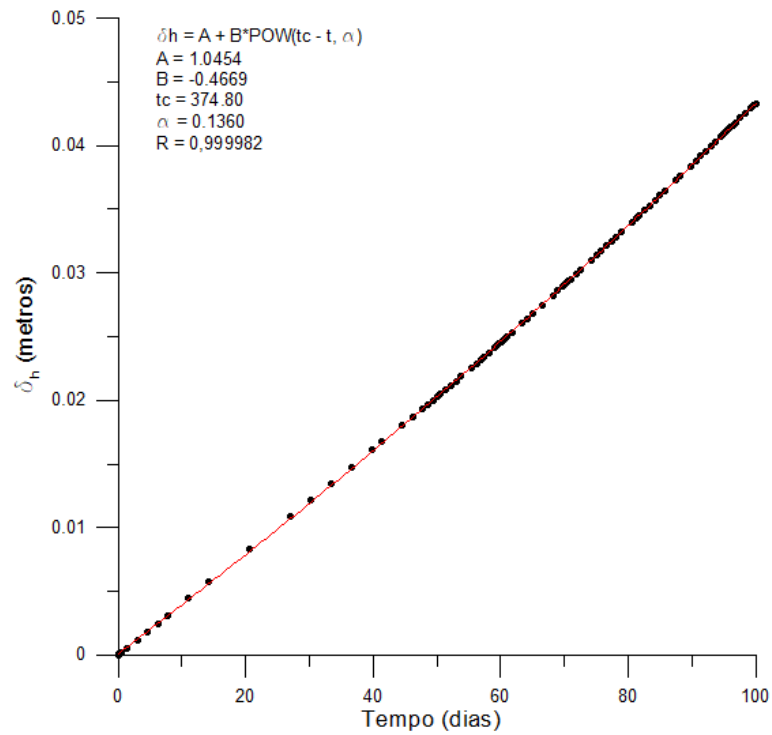


Figura 43 – Ponto 1: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39)

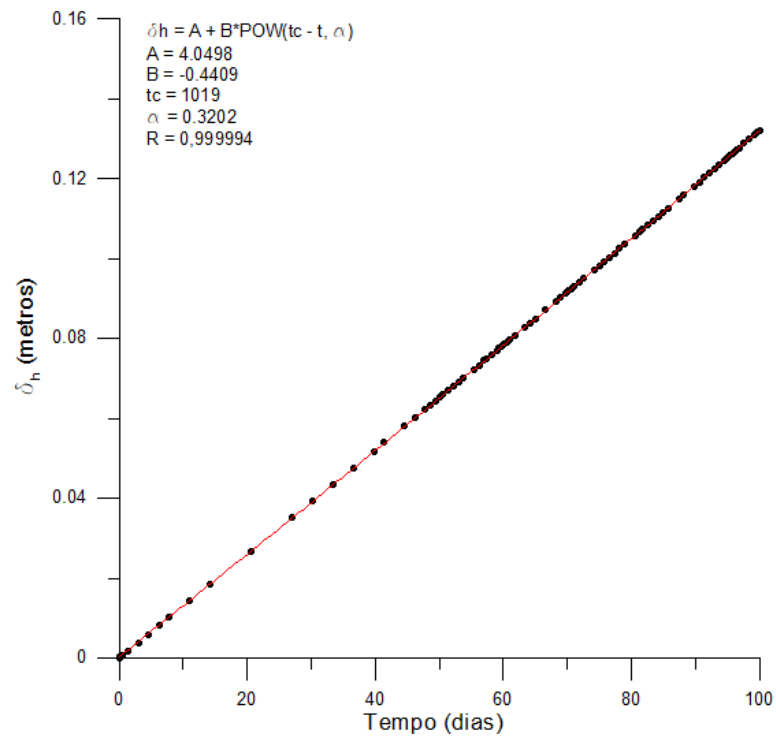


Figura 44 – Ponto 2: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39)

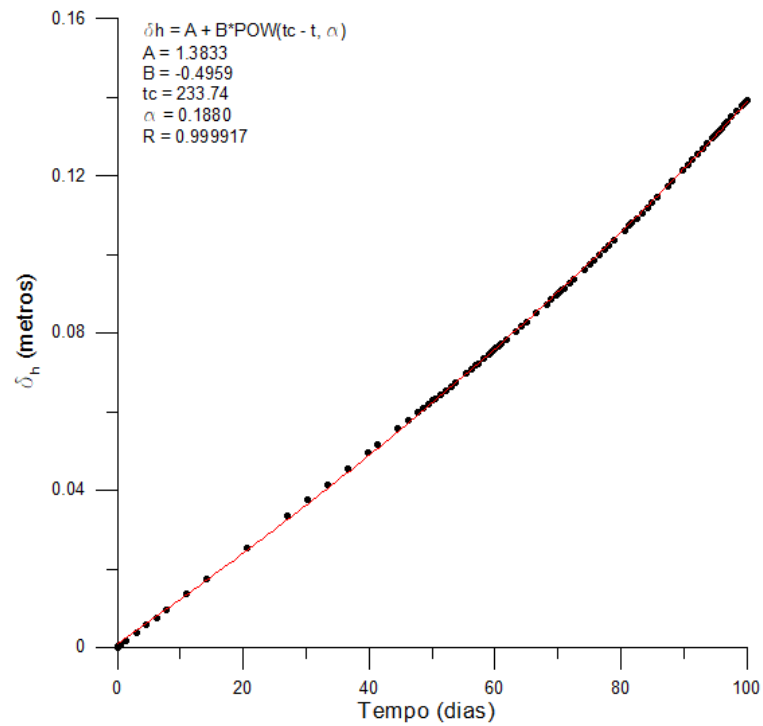


Figura 45 – Ponto 3: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39)

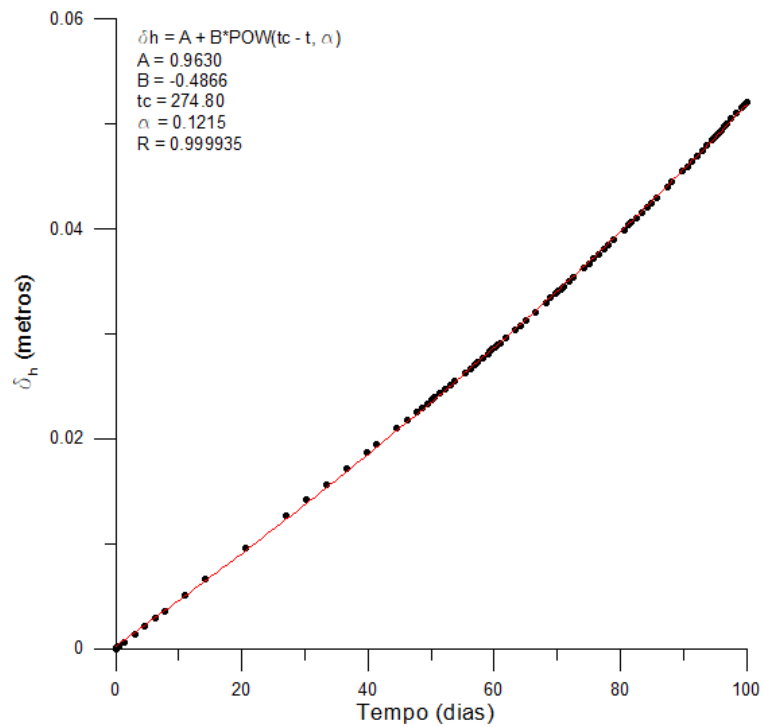


Figura 46 – Ponto 4: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei de potência eq. (38) ou eq. (39)

Desta feita, o presente grupo de pontos apresentou curvas próximas das lineares para a lei de potência (38) ou (39). No entanto, esta relação ainda retrata muito bem a série temporal, bastando observar os coeficientes de correlação encontrados nas análises: 0,999973 (J), 0,999982 (1), 0,999994 (2), 0,999917 (3), 0,999935 (4), todos bastante próximos à unidade.

No que concerne aos expoentes, foram catalogados os seguintes valores: 0,2137 (J), 0,1360 (1), 0,3202 (2), 0,1880 (3) e 0,1215 (4), todos relativamente próximos entre si, porém diferindo dos encontrados nos casos anteriores, o que sugere uma faixa de expoentes diferentes para pontos mais afastados.

As Figura 47 a Figura 51 mostram os gráficos $\delta_h \times \left(\frac{t_c-t}{t_c}\right)^\alpha$, normalizados pelo tempo de ruptura (tempo crítico), bem como $\frac{\delta_h}{\delta_{max}} \times \left(\frac{t_c-t}{t_c}\right)^\alpha$ (inserções, normalizadas adicionalmente pelos respectivos deslocamentos máximos). De forma semelhante ao ocorrido nos gráficos normalizados anteriores, nota-se que a expressão (38) ou (39) normalizada é suficientemente robusta para aderir consistentemente aos dados experimentais, estes apresentando poucas oscilações visíveis.

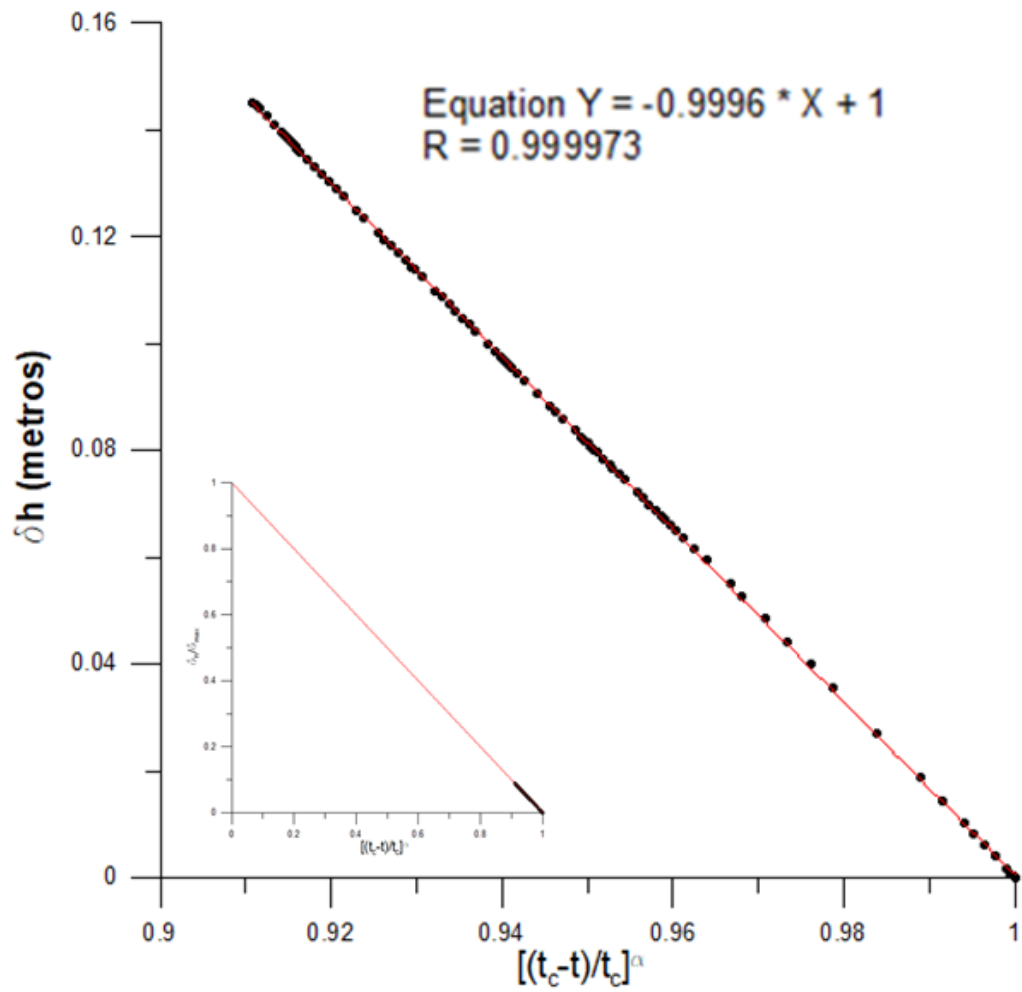


Figura 47 – Ponto J: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura

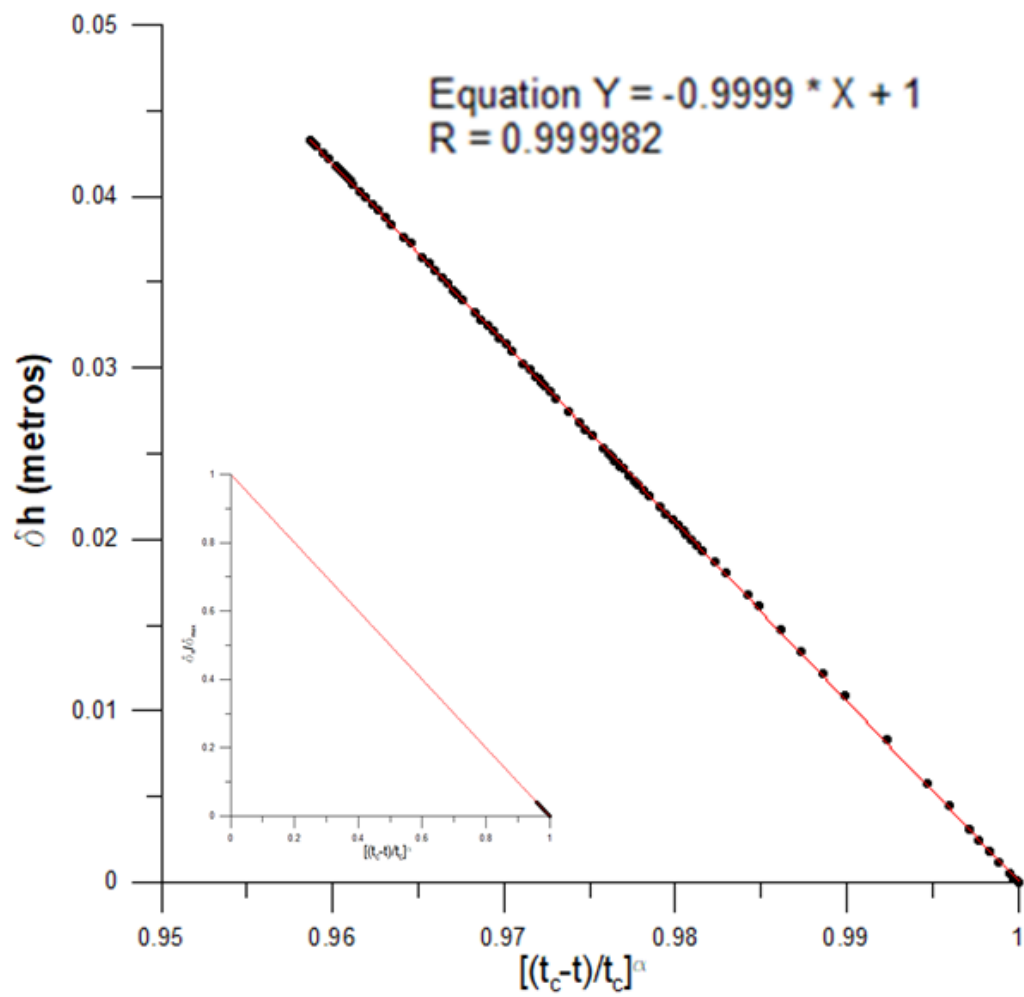


Figura 48 – Ponto 1: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura

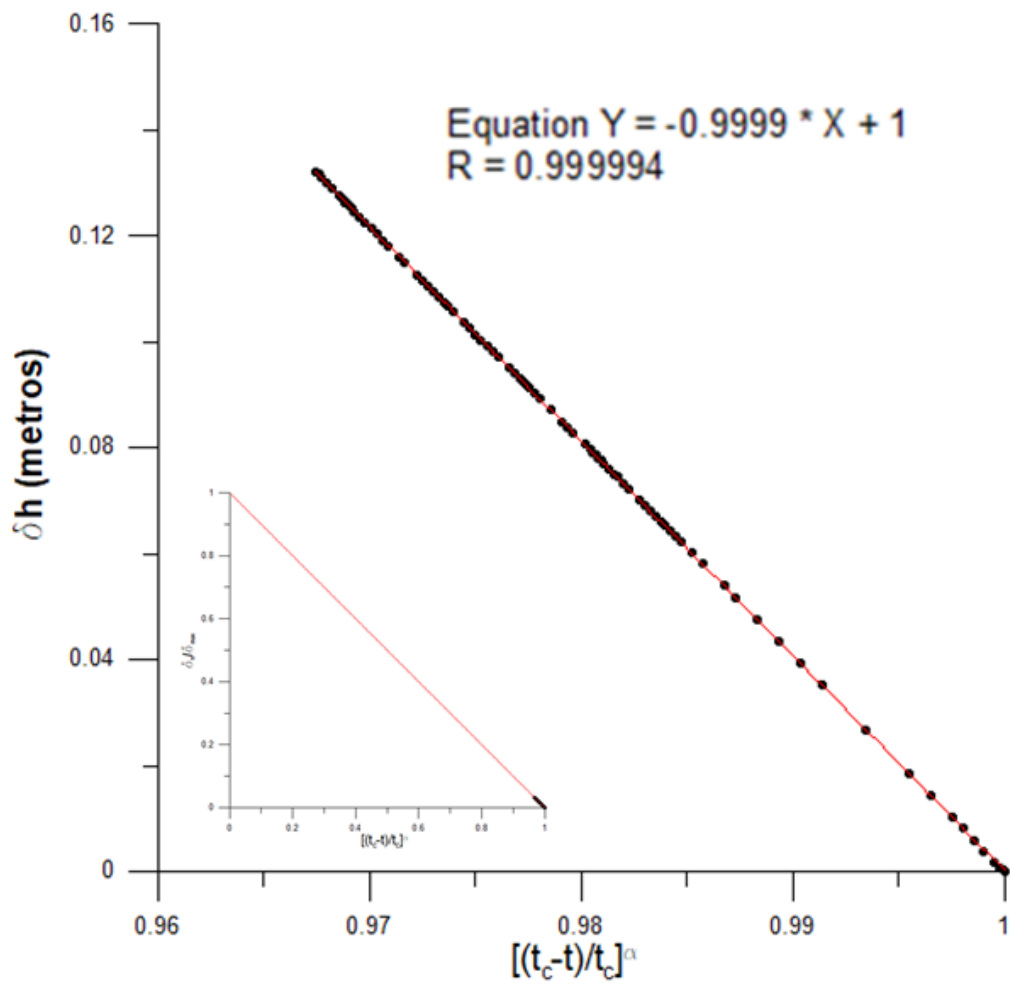


Figura 49 – Ponto 2: Série temporal dos deslocamentos horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura). Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura

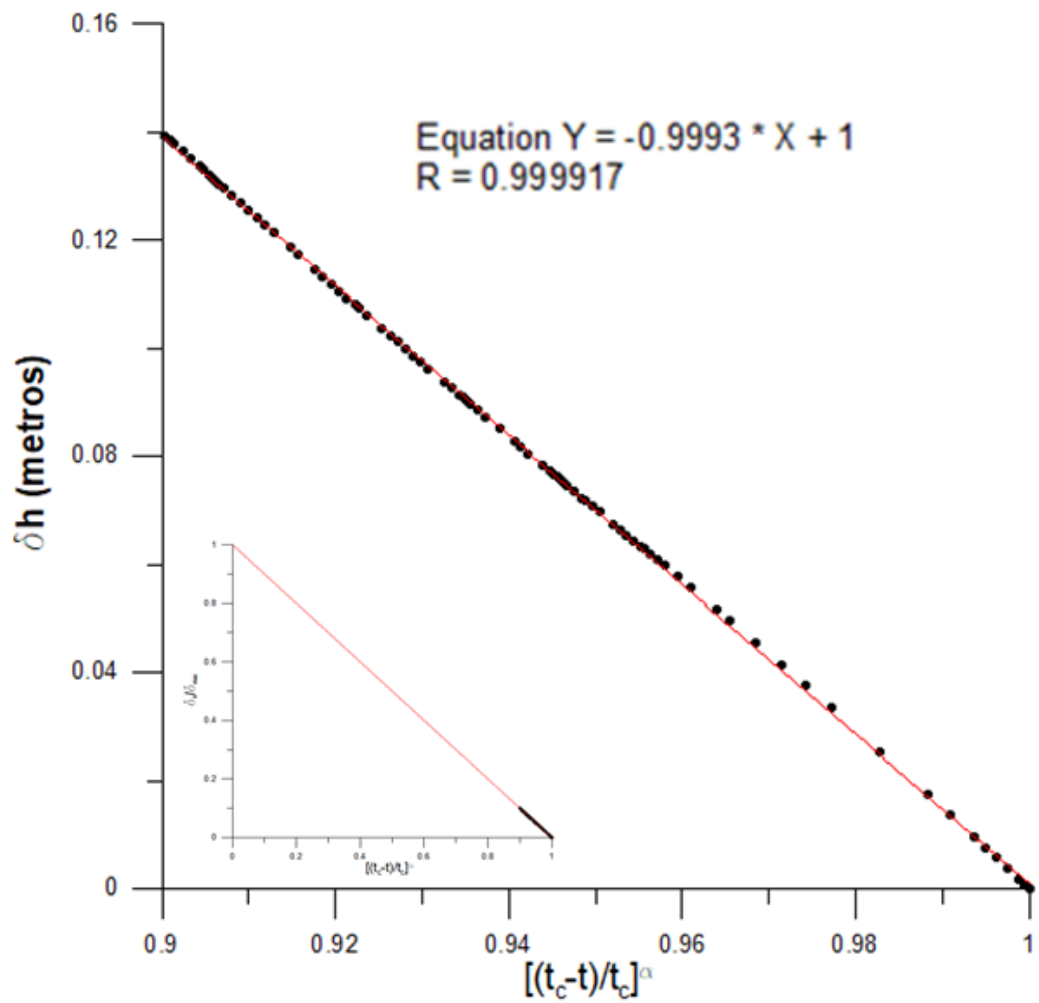


Figura 50 – Ponto 3: Série temporal dos deslocamento horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura

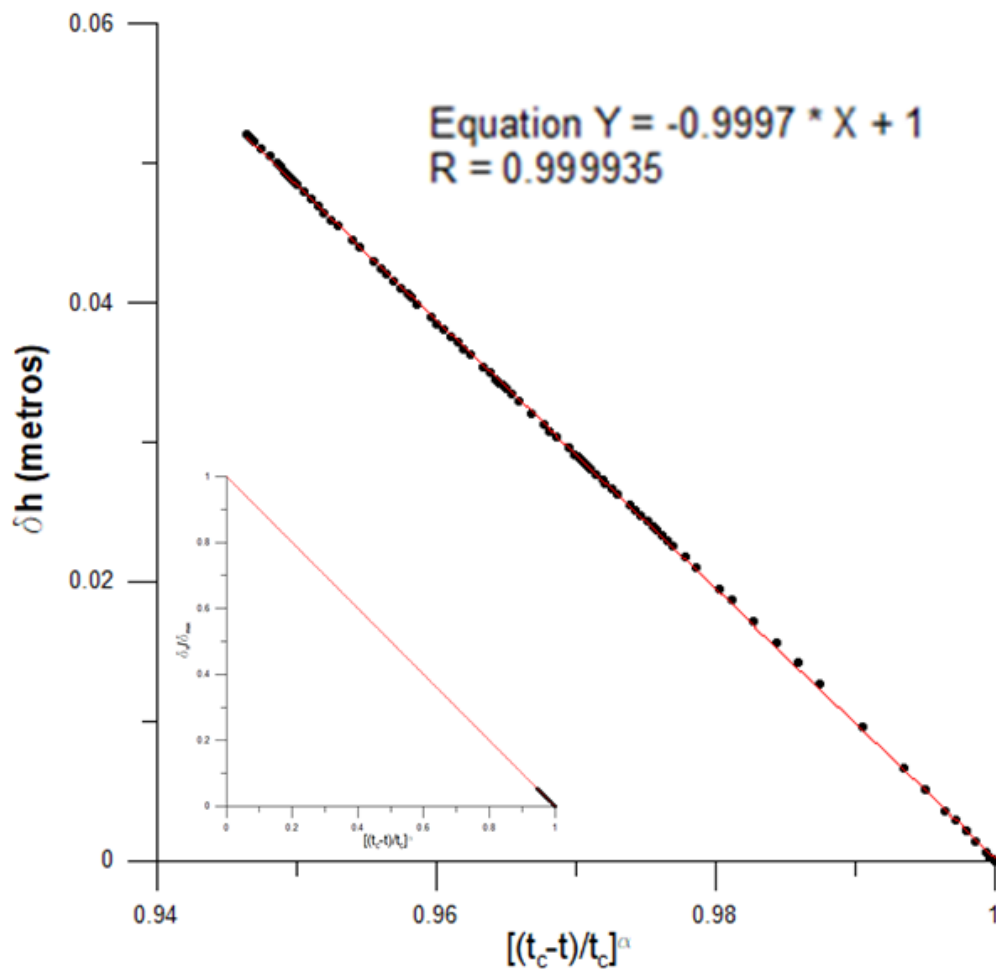


Figura 51 – Ponto 4: Série temporal dos deslocamento horizontais, ajustada à lei linear, normalizada pelo tempo de ruptura. Na inserção, a normalização adicional dos deslocamentos divididos pelo respectivo deslocamento máximo, com equação dada na Figura

A Tabela 7 resume os resultados encontrados nas análises anteriores, com base nos ajustes aos dados experimentais pela expressão (38), bem como os respectivos coeficientes de correlação encontrados.

Tabela 7 – Parâmetros de ajuste pela expressão (39) e coeficientes de correlação

| Ponto | A | B | α | t_c | R |
|-------|--------|---------|----------|--------|----------|
| A | 1,5260 | -1,0376 | 0,0791 | 130,88 | 0,999933 |
| B | 4,2592 | -3,5981 | 0,0350 | 123,52 | 0,999747 |
| C | 0,3115 | -0,0281 | 0,5036 | 117,77 | 0,999931 |
| D | 2,9433 | -2,2629 | 0,0533 | 138,68 | 0,999726 |
| E | 2,4177 | -1,7575 | 0,0657 | 127,38 | 0,999822 |
| F | 0,4130 | -0,0632 | 0,3932 | 117,44 | 0,999906 |
| G | 2,8352 | -2,1639 | 0,0557 | 126,37 | 0,999821 |
| H | 6,2082 | -5,5828 | 0,0222 | 120,42 | 0,999504 |
| I | 4,6832 | -4,0241 | 0,0315 | 123,02 | 0,999717 |
| J | 1,6165 | -0,4840 | 0,2137 | 282,16 | 0,999973 |
| 1 | 1,0454 | -0,4669 | 0,1360 | 374,80 | 0,999982 |
| 2 | 4,0498 | -0,4409 | 0,3202 | 1019 | 0,999994 |
| 3 | 1,3833 | -0,4959 | 0,1880 | 233,74 | 0,999917 |
| 4 | 0,9630 | -0,4866 | 0,1215 | 274,80 | 0,999935 |

A Tabela 7 permite observar aspectos interessantes sobre os expoentes da lei de potência. Primeiro, como já se assinalou, os expoentes relacionados aos pontos situados em regiões de elevadas tensões cisalhantes (C e F) possuem valores elevados (0,05036 e 0,3932), na verdade, os mais elevados dentre todos os pontos analisados.

Segundo, os pontos nas imediações ou no interior da massa de solo instável (A, B, D, E, G, H e I) apresentam valores muito próximos entre si, variando de 0,02 (H) a 0,07 (A).

Finalmente, os pontos geograficamente mais afastados da região instável (J, 1, 2, 3 e 4) também mostram valores muito próximos entre si (0,2137 (J), 0,1360 (1), 0,1880 (3) e 0,1215 (4)), superiores aos referidos no parágrafo anterior, exceto o ponto (2), com um valor do expoente anormalmente elevado para pontos desta região.

A Figura 52 mostra o gráfico em que se normalizou, tanto a escala temporal, tal como já feito anteriormente, pelo tempo de ruptura, como os deslocamentos

horizontais, desta feita divididos pelos seus respectivos valores de deslocamento máximos.

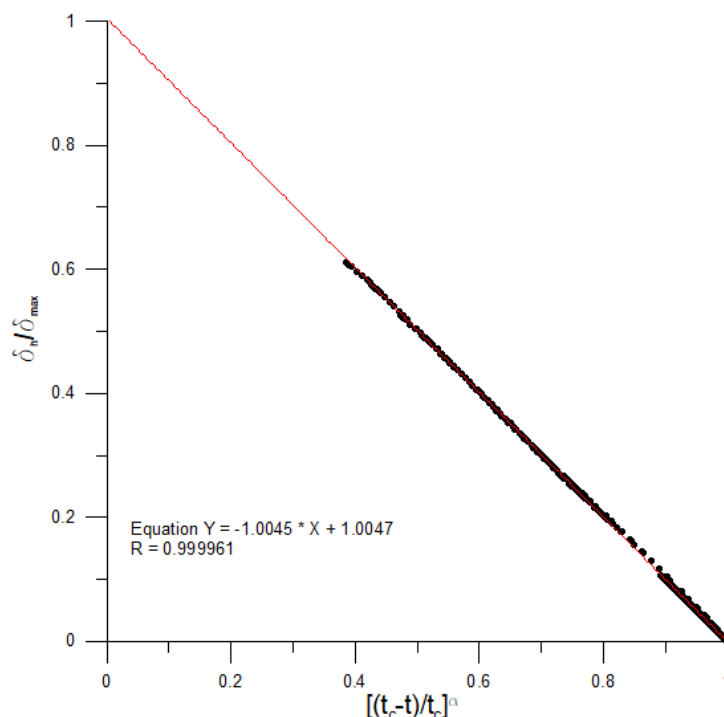


Figura 52 – Série temporal dos deslocamentos horizontais e tempos de ruptura normalizados dos 14 pontos analisados, ajustados à lei linear, cuja equação e coeficiente de correlação estão dados na Figura

Pode-se notar que todos os dados referentes aos gráficos normalizados colapsam sobre uma única reta $y = -1,0045x + 1,0047$, com aproximadamente 45° de inclinação, e coeficiente de correlação $R = 0,999961$.

Portanto, a Figura 52 sugere, nos marcos desta pesquisa e considerando-se todas as limitações atinentes a ela, a existência de uma universalidade funcional da expressão (38) ou (39), normalizadas pelo tempo de ruptura e pelo deslocamento horizontal máximo, que se realizaria independentemente da geometria do talude considerado, dos parâmetros adotados para os materiais em análise e da localização dos pontos estudados, desde que o talude esteja em ruptura ou muito próximo dela.

4.2 Determinação do espectro dos expoentes de Lyapunov das séries temporais

Como se observou no item 3.4, embora o método de Wolf (Wolf et al., 1985), utilizado nesta pesquisa, possa calcular o espectro de expoentes de Lyapunov positivos, unicamente o maior deles foi determinado, visto que a sua tendência a zero em sistemas fracamente caóticos (ou complexos) comanda o comportamento dos outros expoentes do sistema dinâmico.

As Figura 53 a Figura 80 apresentam a evolução com o tempo do maior expoente de Lyapunov das séries temporais de cada um dos pontos escolhidos no domínio de análise.

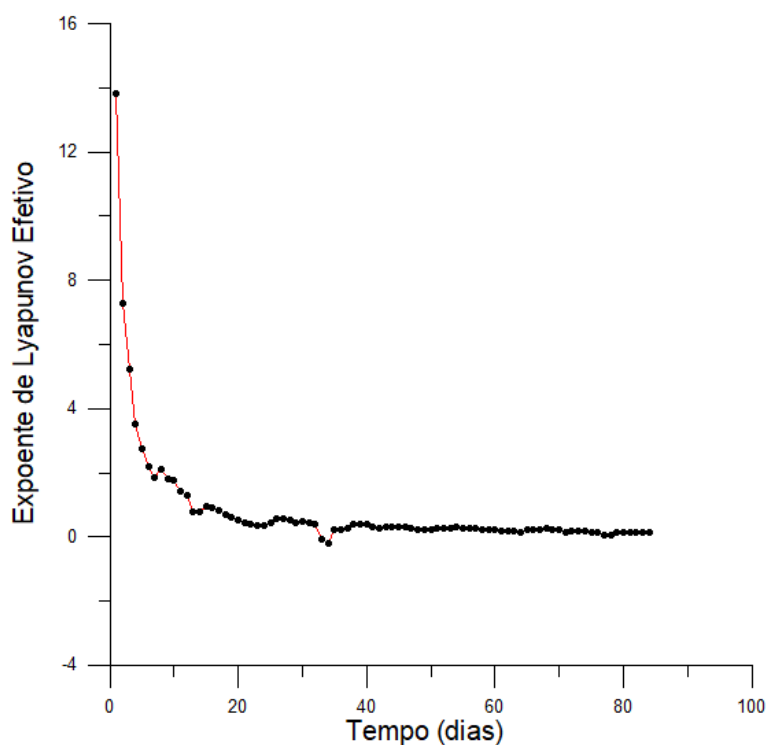


Figura 53 – Ponto A: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais

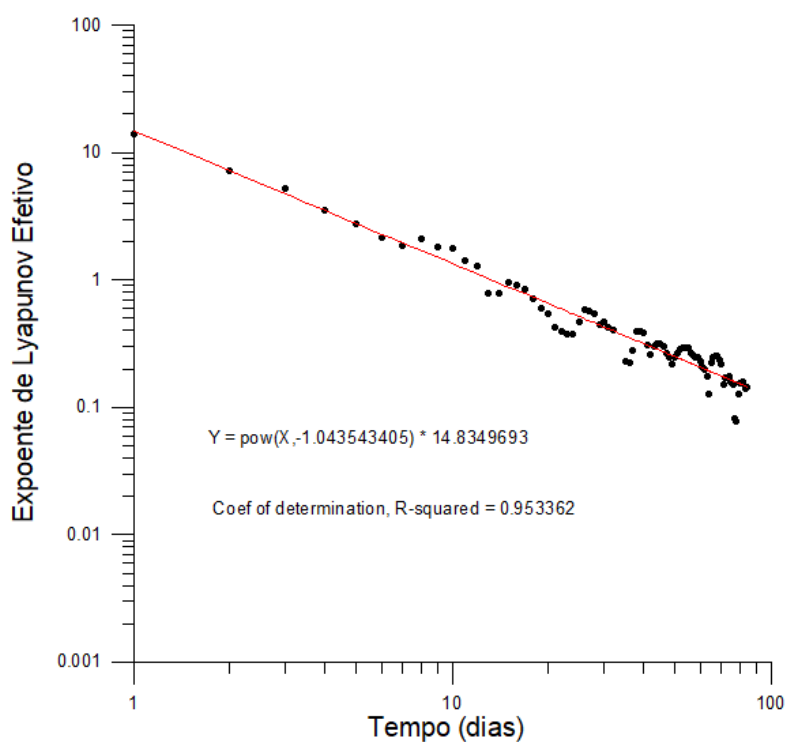


Figura 54 – Ponto A: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico)

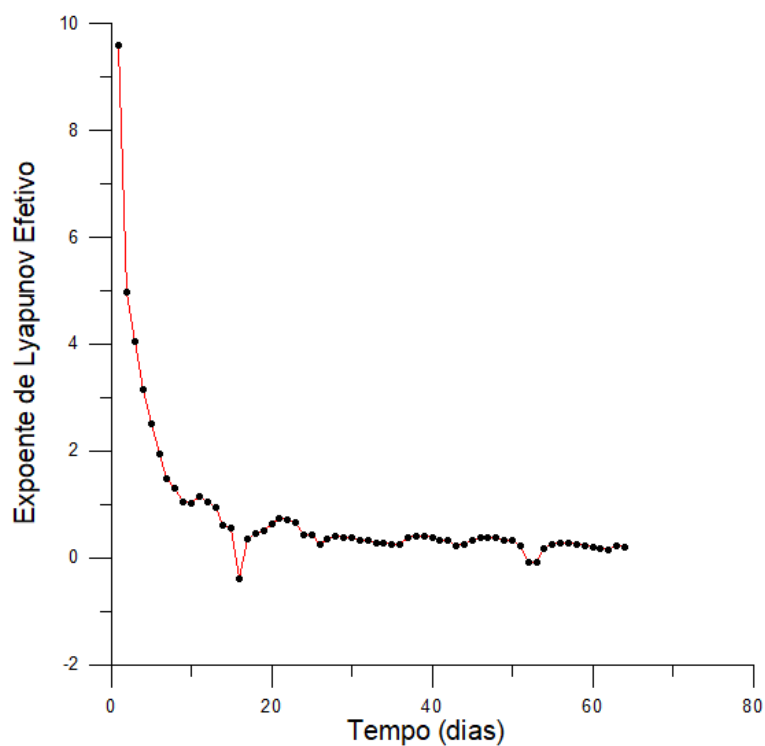


Figura 55 – Ponto B: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais

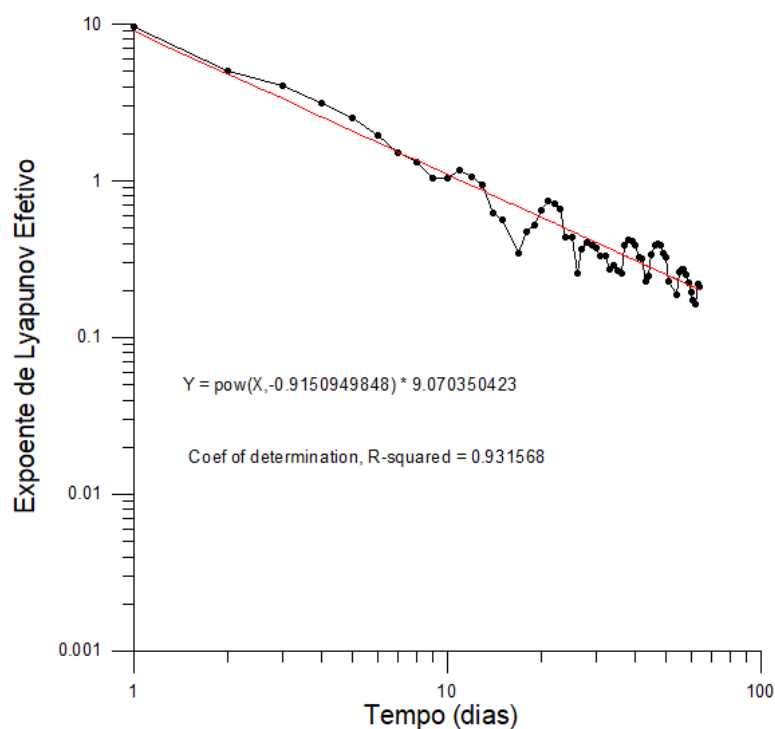


Figura 56 – Ponto B: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico)

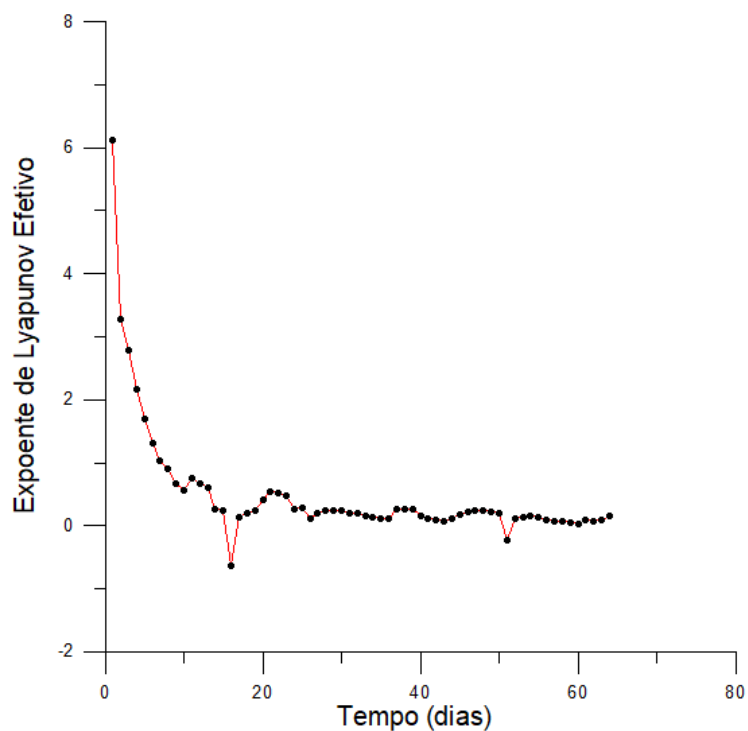


Figura 57 – Ponto C: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais

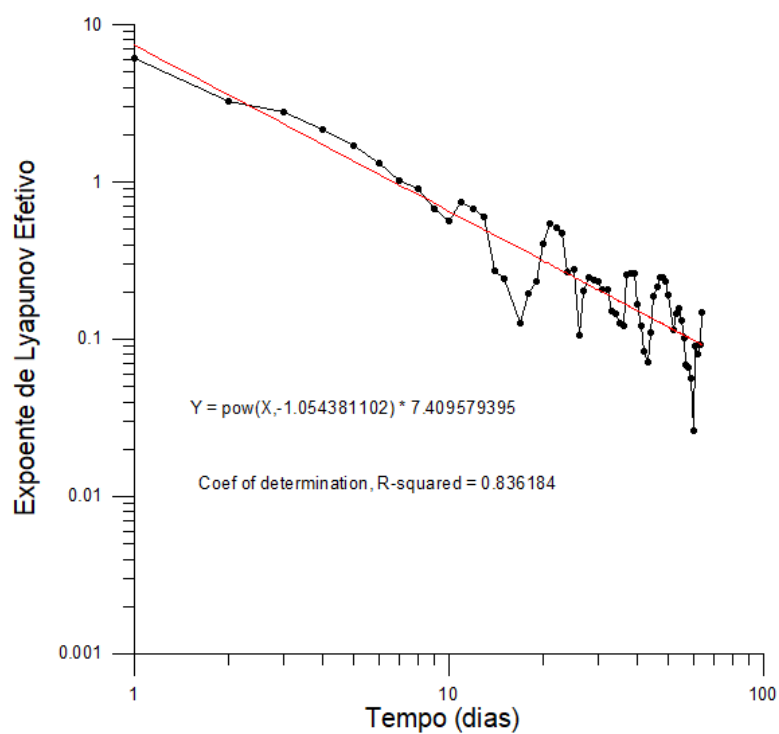


Figura 58 – Ponto C: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico)

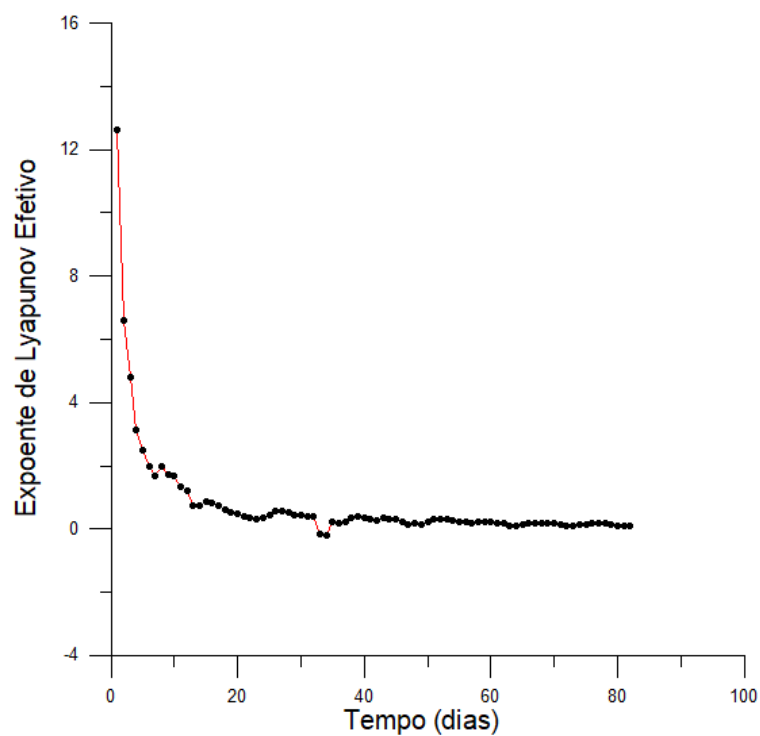


Figura 59 – Ponto D: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais

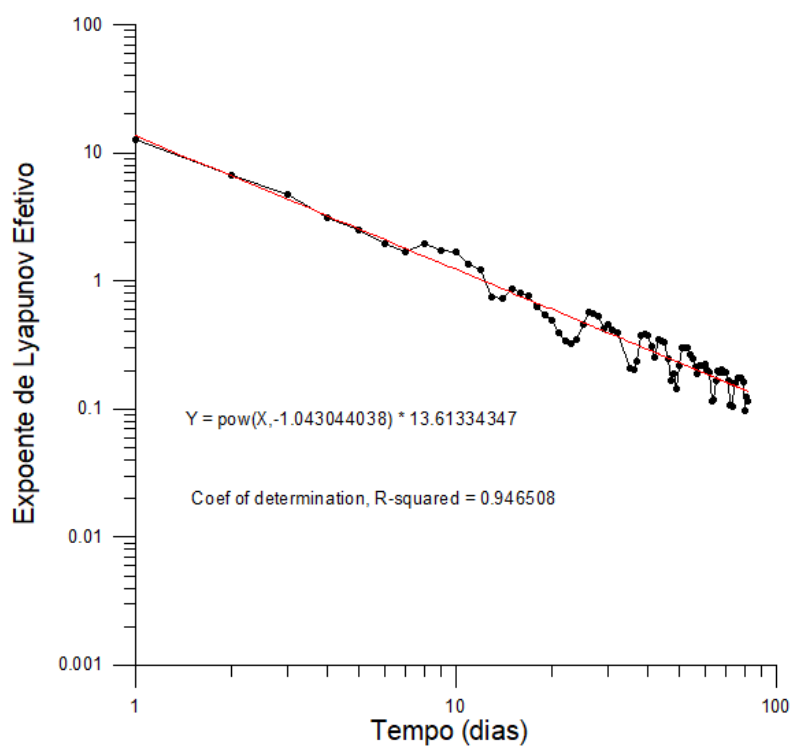


Figura 60 – Ponto D: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico)

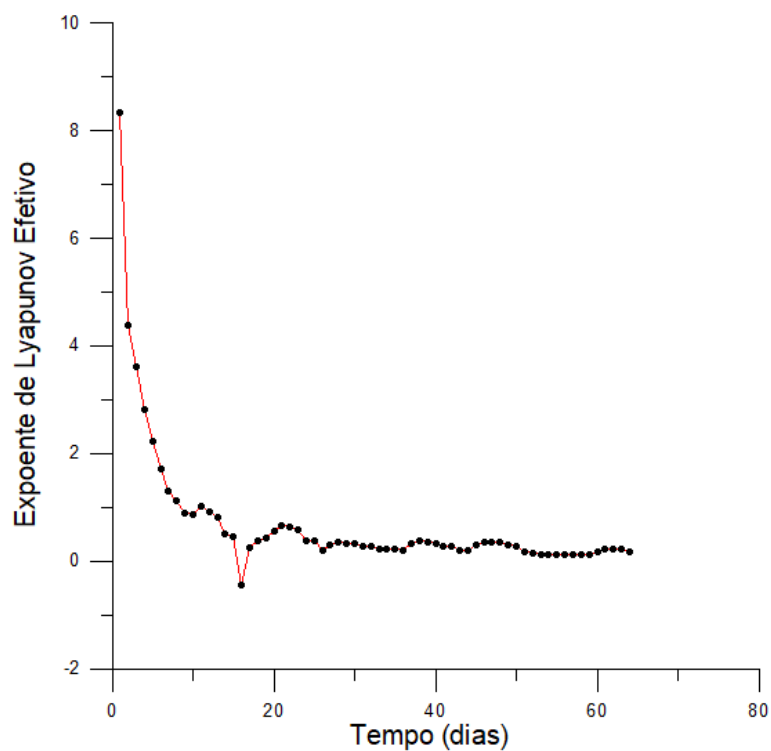


Figura 61 – Ponto E: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais

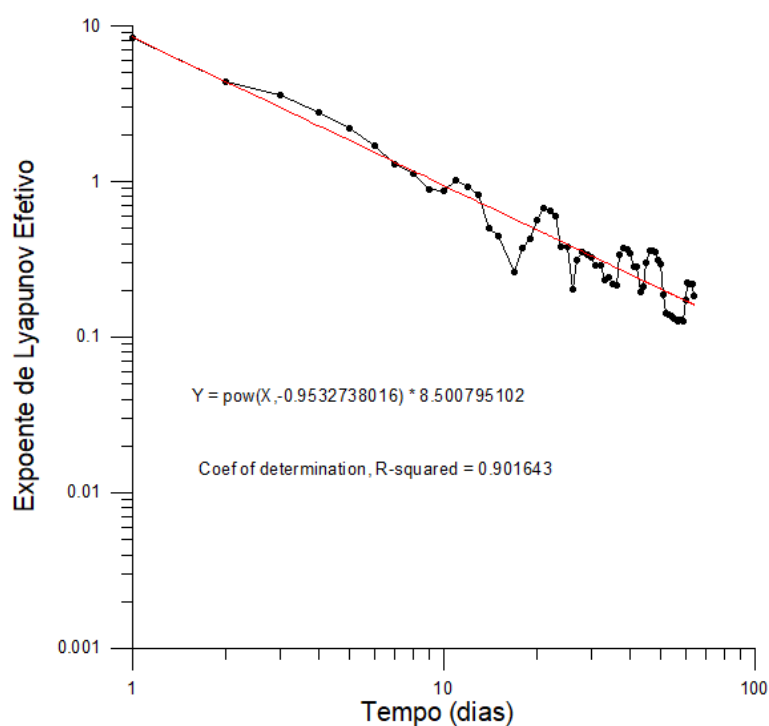


Figura 62 – Ponto E: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico)

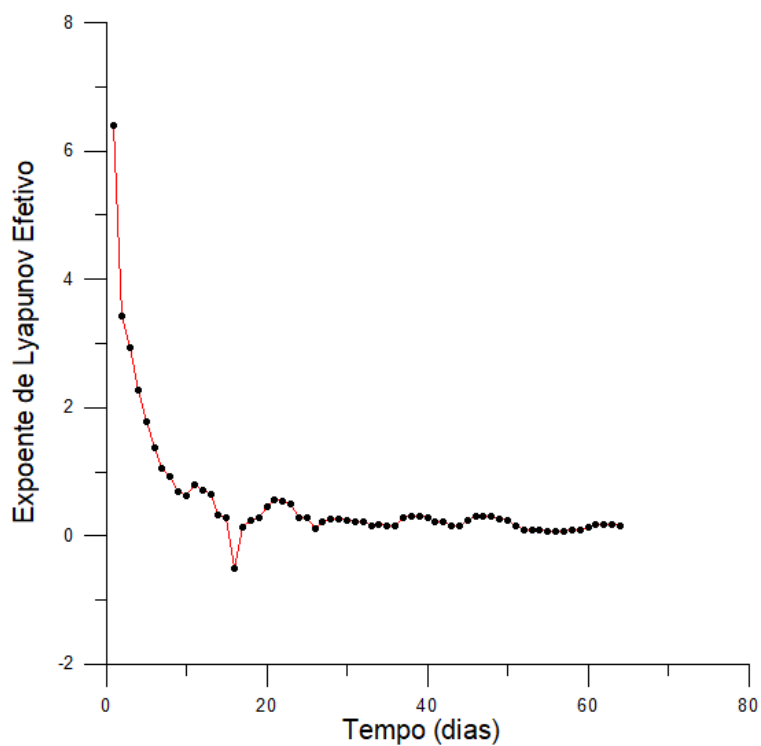


Figura 63 – Ponto F: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais

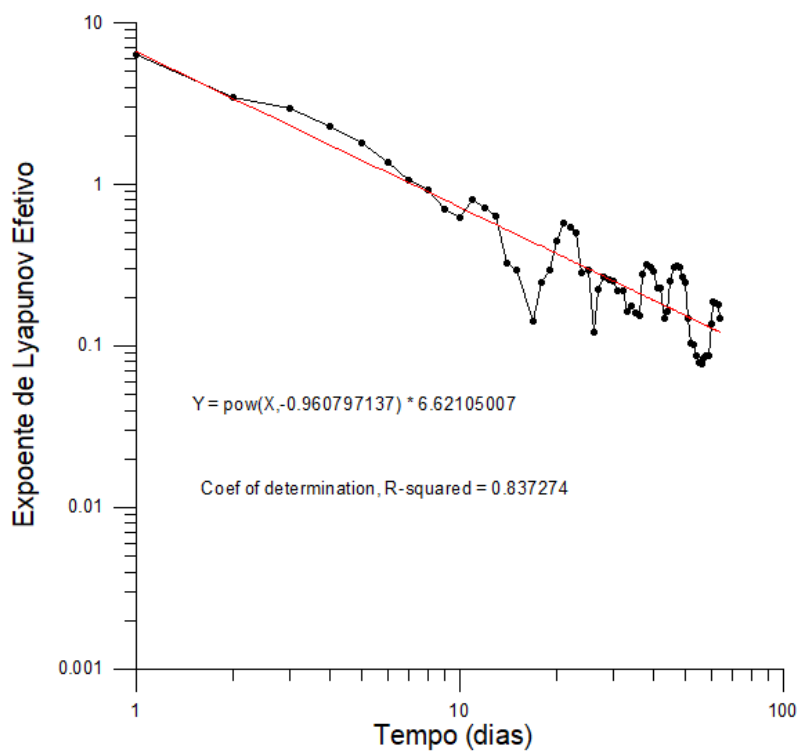


Figura 64 – Ponto F: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico)

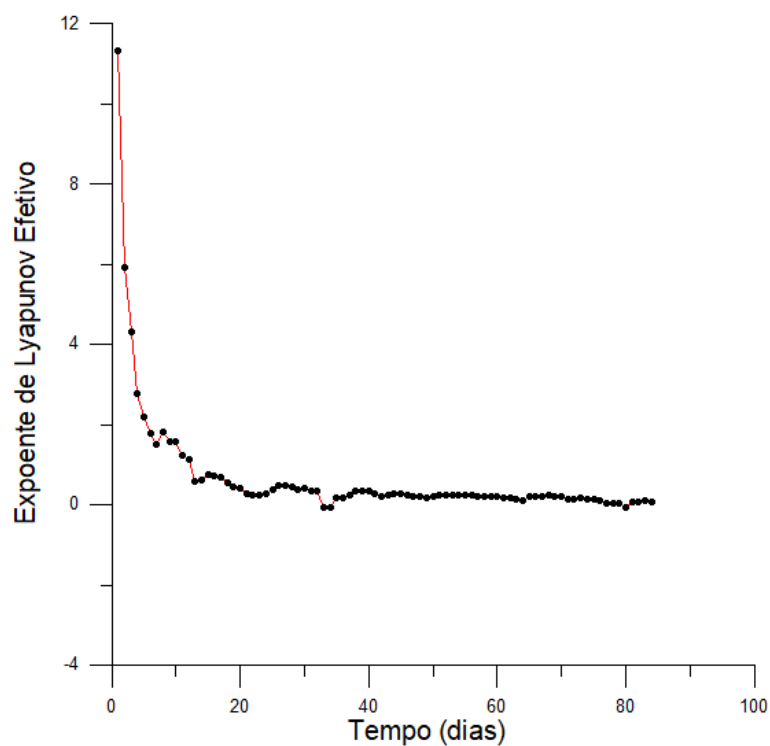


Figura 65 – Ponto G: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais

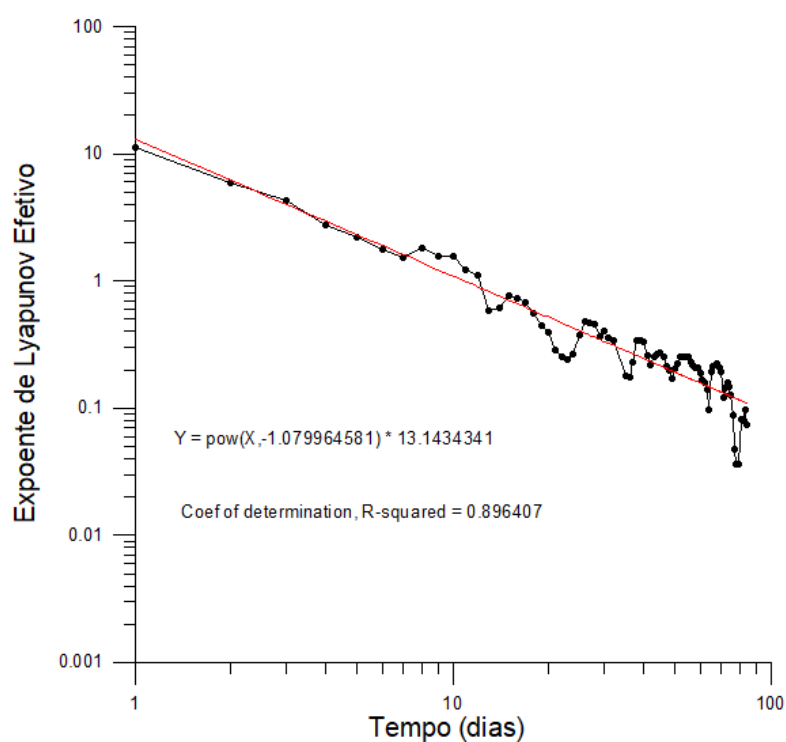


Figura 66 – Ponto G: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico)

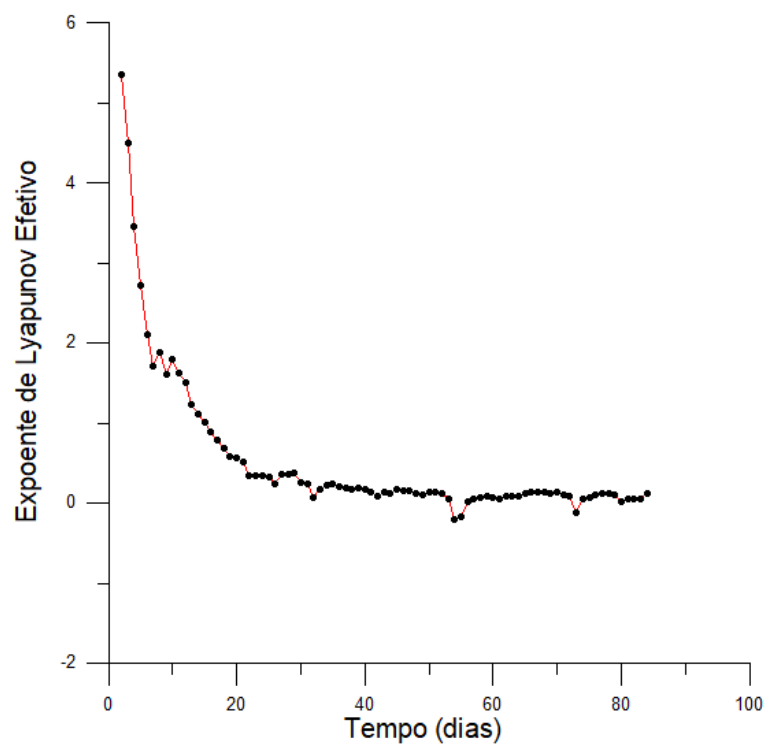


Figura 67 – Ponto H: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais

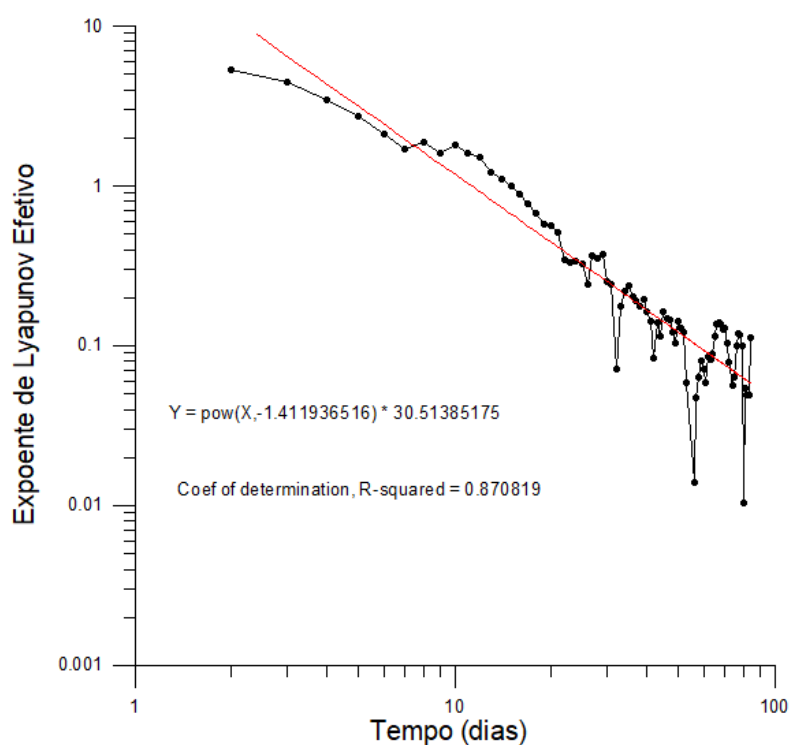


Figura 68 – Ponto H: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico)

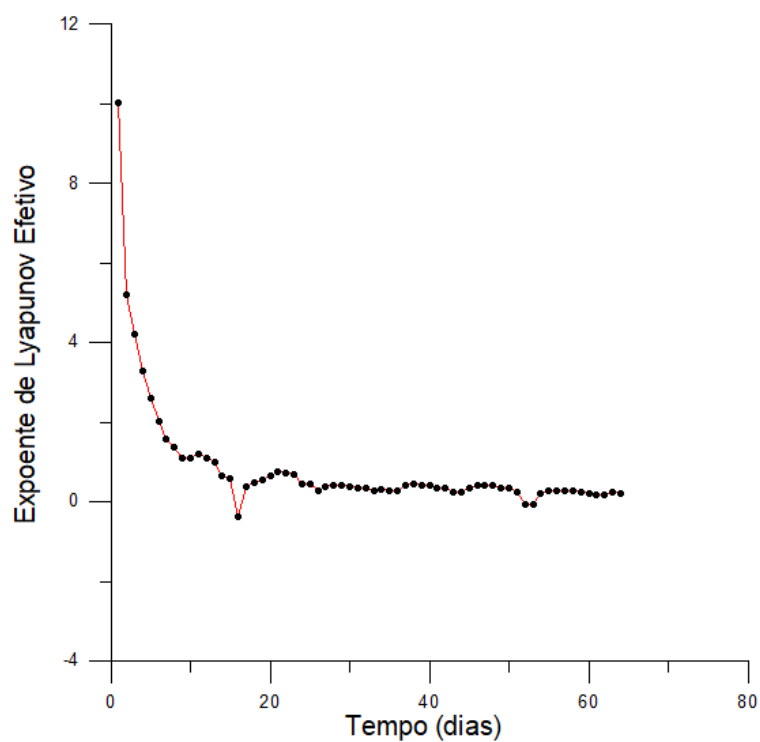


Figura 69 – Ponto I: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais

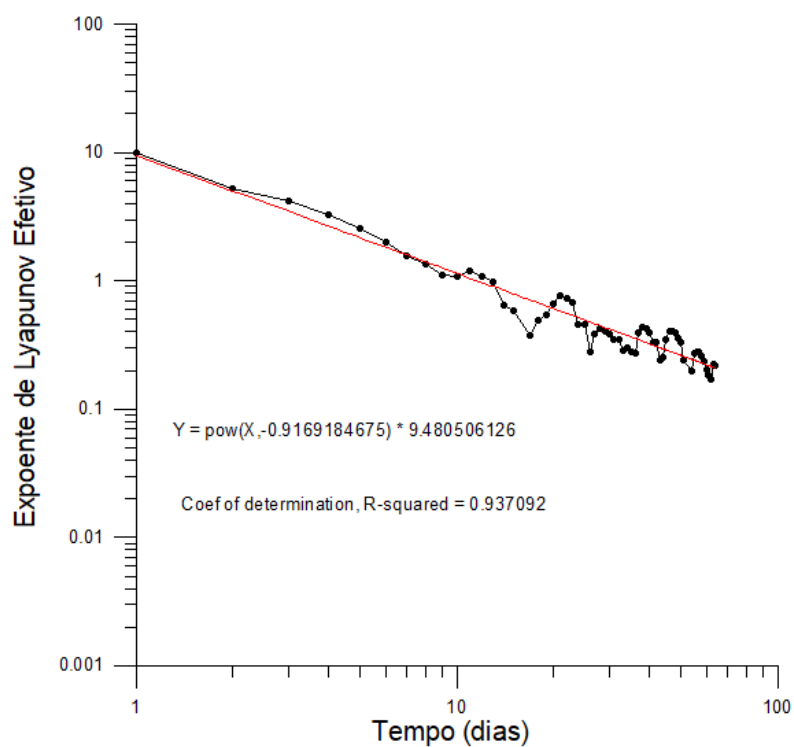


Figura 70 – Ponto I: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico)

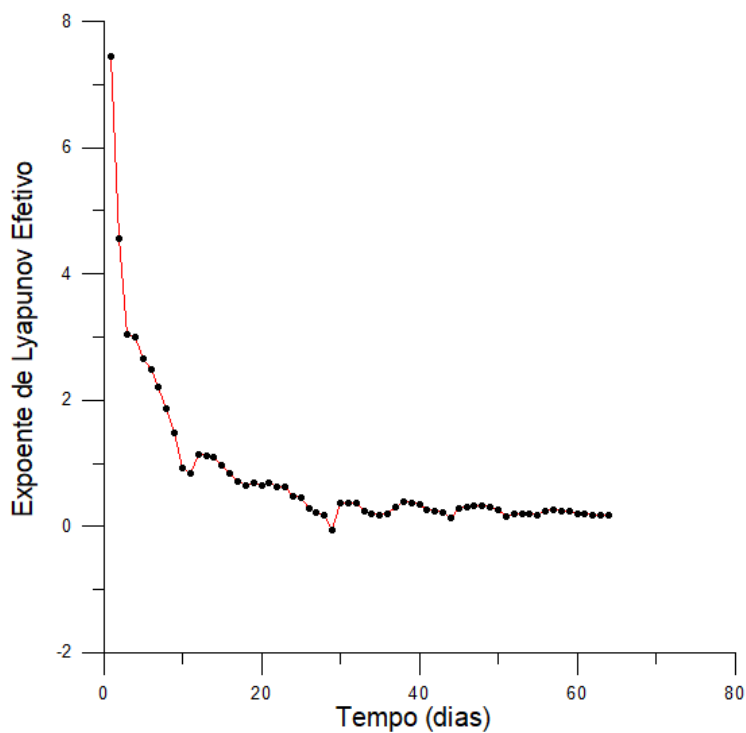


Figura 71 – Ponto J: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais

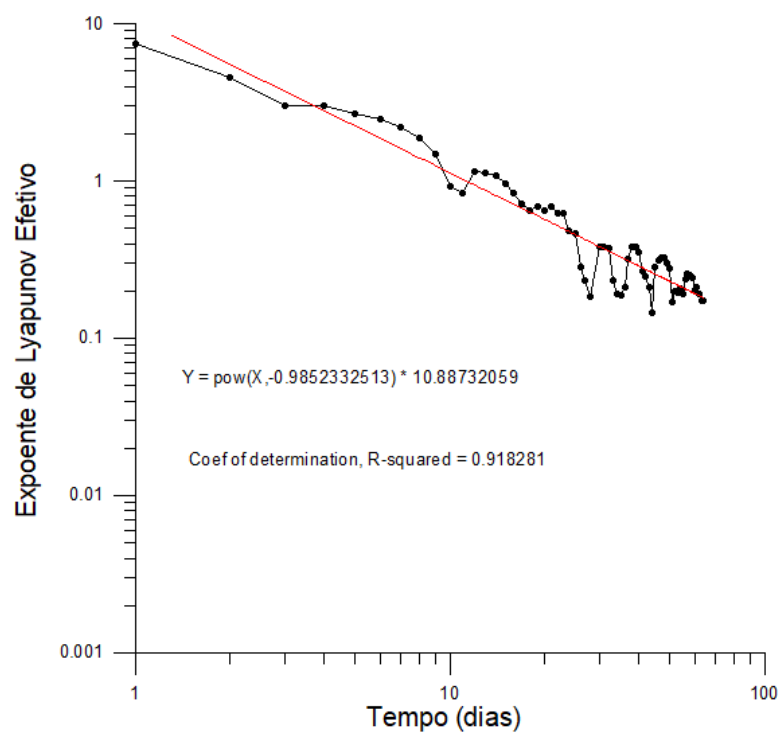


Figura 72 – Ponto J: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico)

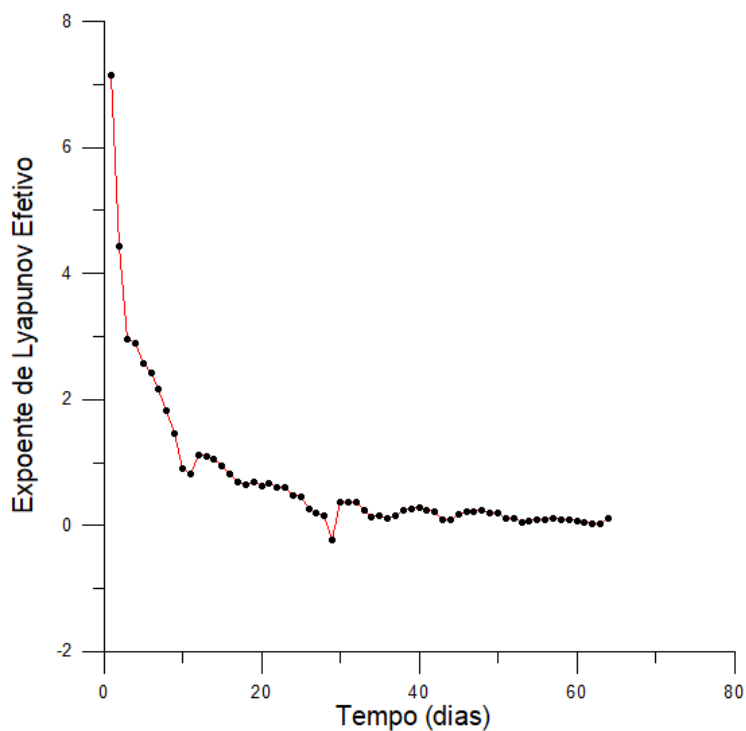


Figura 73 – Ponto 1: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais

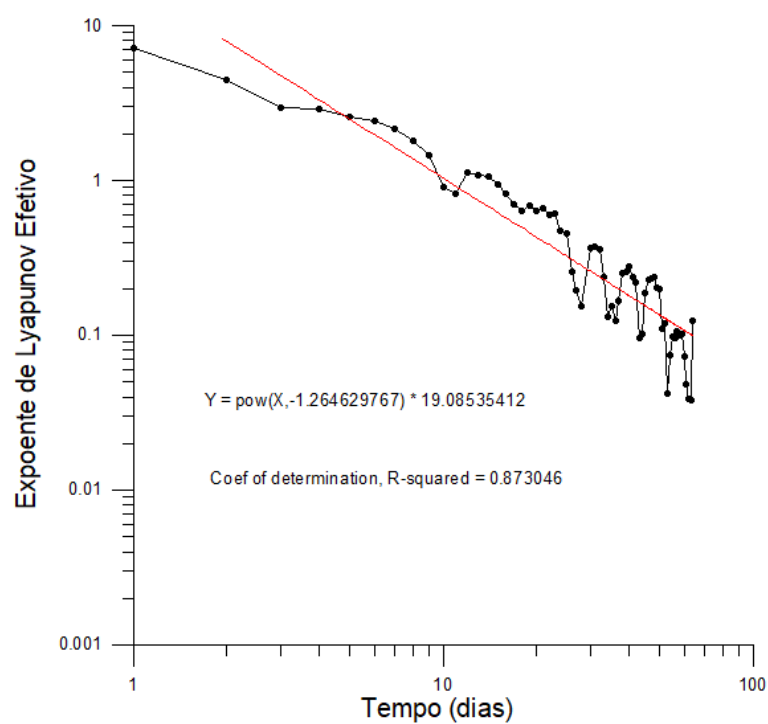


Figura 74 – Ponto 1: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico)

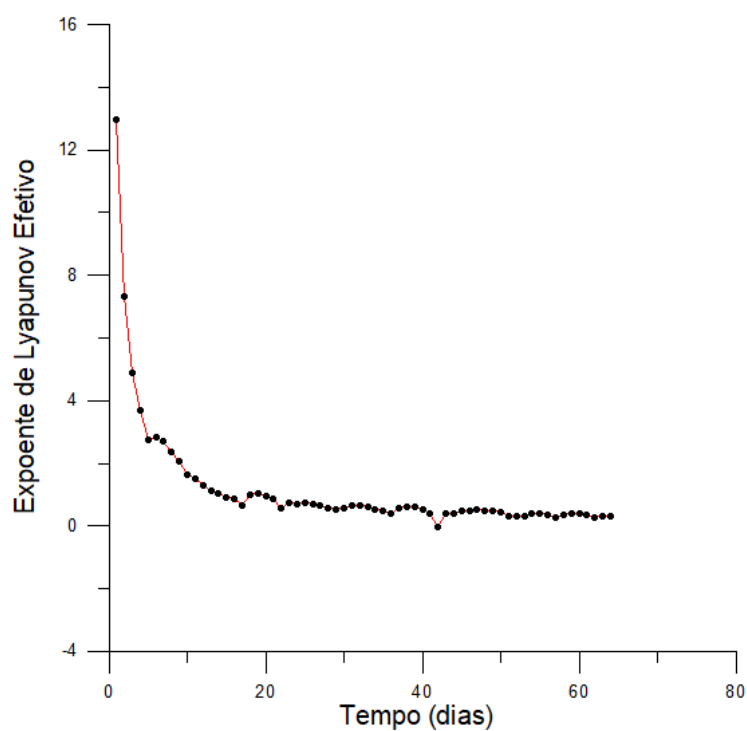


Figura 75 – Ponto 2: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais

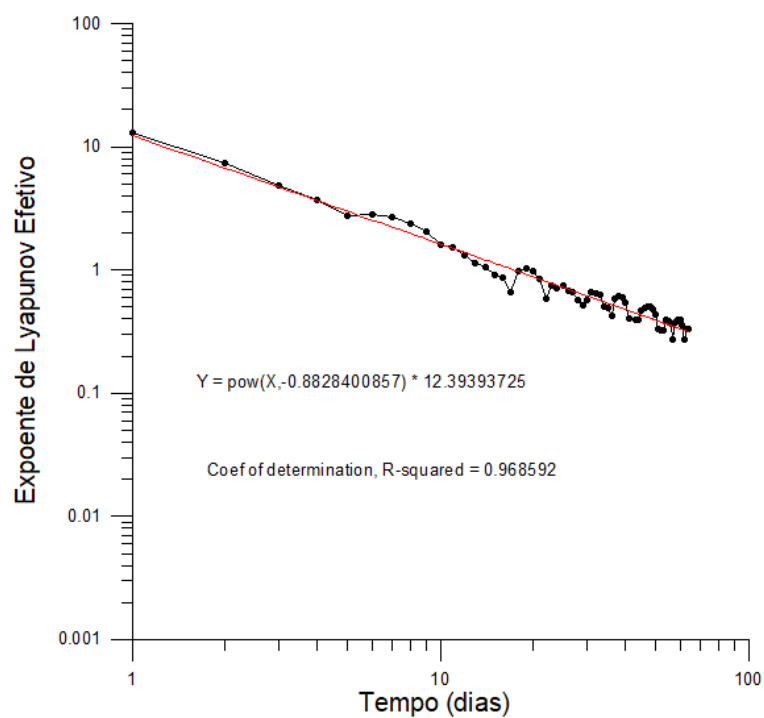


Figura 76 – Ponto 2: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico)

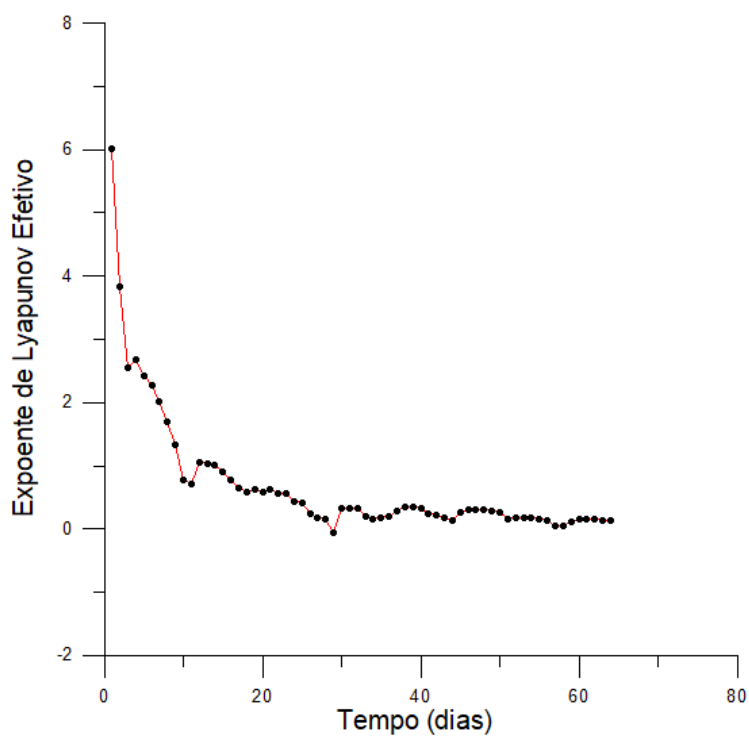


Figura 77 – Ponto 3: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais

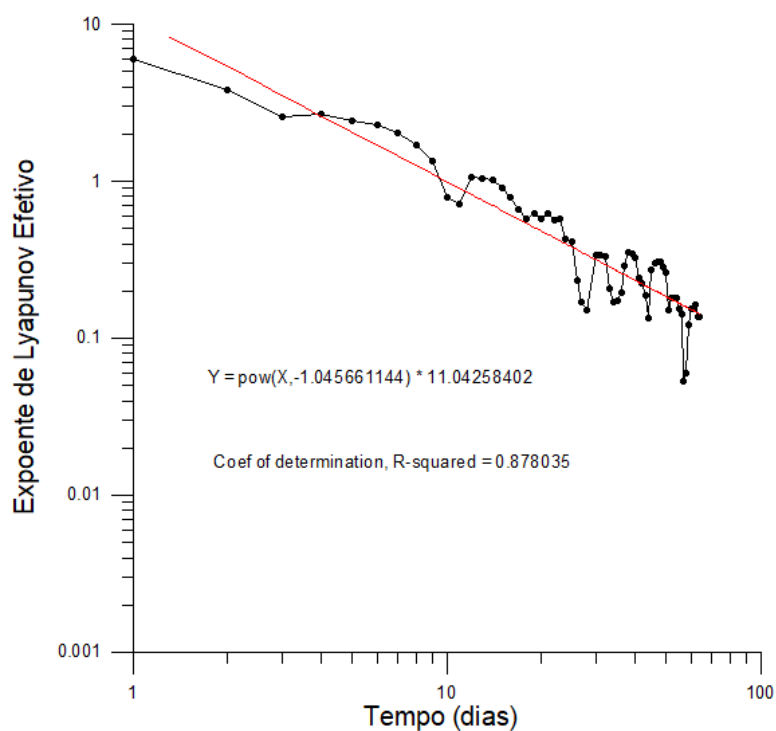


Figura 78 – Ponto 3: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico)

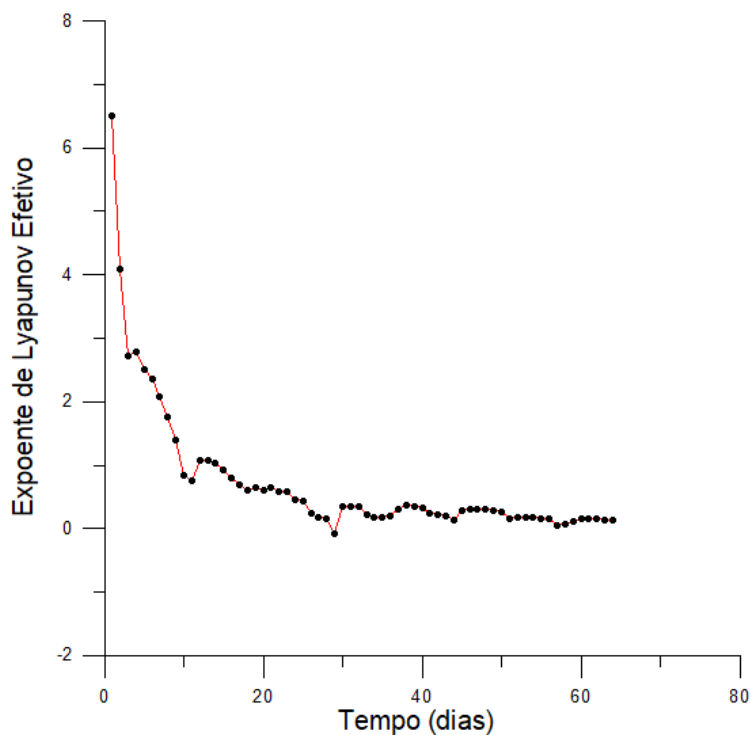


Figura 79 – Ponto 4: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais

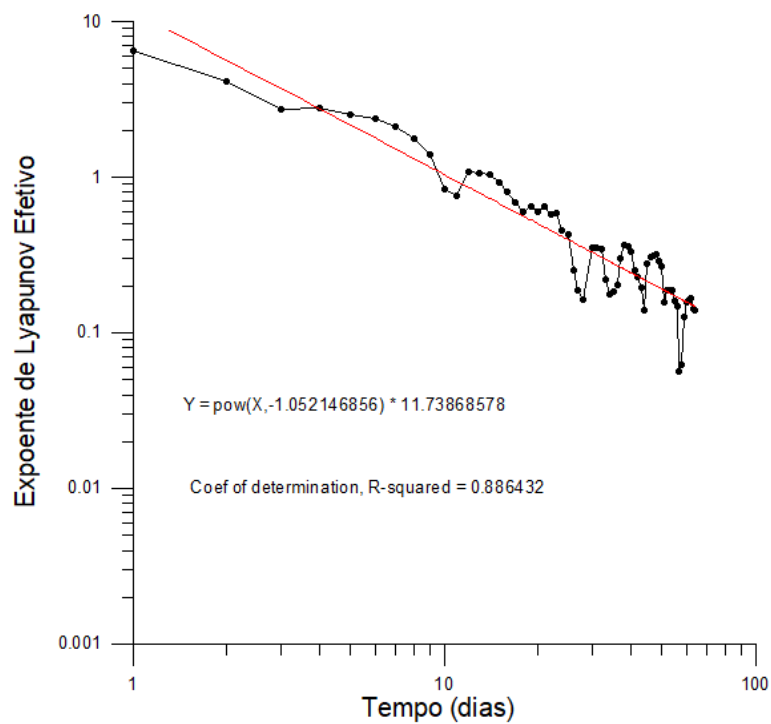


Figura 80 – Ponto 4: evolução do maior expoente de Lyapunov efetivo da série temporal dos deslocamentos horizontais – escala log x log (a reta vermelha é uma função em lei de potência de equação dada no gráfico)

Observa-se, de imediato, para os pontos analisados, a tendência a zero dos valores dos expoentes de Lyapunov efetivos, característica marcante dos sistemas fracamente caóticos ou complexos, abordada no Capítulo 2, e responsável pela sua auto-organização.

Ademais, os gráficos bilogarítmicos mostram claramente que esta tendência espontânea ao valor nulo se dá muito lentamente com o tempo, consistentemente segundo uma lei de potência, apesar de todos os pontos selecionados estarem submetidos a diferentes estados de tensão, deformação e deslocamento.

A Tabela 8 mostra, para cada ponto escolhido no domínio investigado, o seu máximo expoente de Lyapunov efetivo positivo, bem como a sua taxa de decaimento para o valor zero.

Tabela 8 – Máximos expoentes de Lyapunov efetivos e taxa de decaimento por ponto investigado

| Ponto | Máximo expoente de Lyapunov efetivo positivo (λ_1) | Taxa de decaimento do máximo expoente de Lyapunov efetivo positivo |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| A | 0,1428 | -1,0435 |
| B | 0,2095 | -0,9150 |
| C | 0,1486 | -1,0543 |
| D | 0,1166 | -1,0430 |
| E | 0,1843 | -0,9532 |
| F | 0,1477 | -0,9607 |
| G | 0,0734 | -1,0799 |
| H | 0,1127 | -1,4119 |
| I | 0,2165 | -0,9169 |
| J | 0,1734 | -0,9852 |
| 1 | 0,1237 | -1,2646 |
| 2 | 0,3295 | -0,8828 |
| 3 | 0,1370 | -1,0456 |
| 4 | 0,1405 | -1,0521 |

Observa-se que as taxas de decaimento dos expoentes de Lyapunov efetivos para a maioria dos pontos estudados, dadas pelos expoentes negativos das leis de

potência dos gráficos em escala bilogarítmica das Figuras anteriores, também são muito próximas, situando-se em torno de -1,00 (variam, na verdade, entre -0,8828 (2) e -1,0799 (G)), exceto para os pontos H e 1, que apresentam valores mais elevados, de -1,4119 e -1,2646, respectivamente.

Nota-se também que os valores dos expoentes de Lyapunov poderiam apresentar-se mais próximos de zero, não fosse a razão da taxa de decaimento ao valor nulo se dar em lei de potência, ou seja, a tendência é assintótica e muito lenta.

Cabe ressaltar, com base nos gráficos bilogarítmicos anteriores, as pronunciadas flutuações nos valores dos expoentes, afetando igualmente a determinação de suas taxas de decaimento. Tais flutuações são bastante comuns, à medida que o sistema se aproxima espontaneamente do estado crítico auto-organizado, tornando extremamente difíceis medidas tomadas neste regime singular.

O grupo de pontos mais distantes da região de instabilização (J, 1, 2, 3 e 4), cujos gráficos estão retratados nas Figura 71 a Figura 80, é, no entanto, o que apresenta um comportamento mais interessante. A julgar pela evolução de seus respectivos expoentes de Lyapunov efetivos, todos tendendo a zero com o tempo, pode-se afirmar que desenvolvem interações de longo alcance, influenciando o comportamento de outros pontos mais distantes, localizados próximos da região de instabilização.

Assim, contrariamente ao que se poderia inicialmente supor, tais pontos acham-se intimamente conectados a todo o processo de instabilização do talude, diferentemente das abordagens clássicas e corriqueiras, segundo as quais a influência exercida pelos pontos afastados da região instável decai rapidamente com a distância de separação daquela região.

Portanto, a evolução em lei de potência das séries temporais relativas aos deslocamentos horizontais, bem como a tendência a zero dos respectivos expoentes de Lyapunov, características comuns a todos os pontos selecionados neste trabalho, indicam fortemente que o fenômeno da instabilização de taludes dista muito de ser um problema exclusivamente mecânico, sugerindo tratar-se a ruptura de um fenômeno crítico auto-organizado, pelo estabelecimento de interações espaciais e temporais de longo alcance, não importando a distância dos pontos entre si ou da região de instabilização.

Isto posto, a questão que se coloca de forma aguda diz respeito ao alcance das correlações espaciais sugeridas pelas análises deste trabalho. A teoria dos

fenômenos críticos e de transição de fase estabelece que, no ponto crítico ou muito próximo dele, o efeito das correlações tende a uma distância infinita (Domb, 1996). Assim, uma resposta imediata e bastante precisa a esta questão, baseada na finitude do sistema investigado, é que sua influência cessa na fronteira que circunscribe a região de análise, em razão da imposição das condições de contorno ou mesmo ausência delas, ocasionando uma interrupção no mecanismo de transferência de correlações.

Por outro lado, mesmo que se imagine um fenômeno de instabilização que se processe em um talude em um meio geotécnico infinito, ainda assim as correlações poderiam, eventualmente, ser destruídas ou não, pelas heterogeneidades presentes no meio (fissuras, fraturas, estruturas e texturas dos materiais envolvidos, etc.). No entanto, esta afirmação carece de um estudo mais sistemático, devendo ser comprovada *a posteriori*.

Neste sentido, cabe ainda assinalar que sistemas críticos auto-organizados, em razão de se posicionarem entre ordem e caos forte, situação marcadamente influenciada pelos seus expoentes de Lyapunov nulos, caracterizam-se por uma extrema fragilidade, os seus principais parâmetros apresentando um comportamento oscilatório bastante acentuado, decorrente de perturbações internas ou externas ao sistema, ainda que reduzidas (Nussenzveig, 1999).

5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS

5.1 Conclusões

Esta pesquisa teve por objetivo mostrar que a instabilidade de taludes pode ser considerada como um fenômeno crítico auto-organizado. Mais pormenorizadamente, as séries temporais dos deslocamentos horizontais de um conjunto de pontos escolhidos próximos e afastados da região de instabilização do talude no domínio de análise apresentaram, invariavelmente, evolução em lei de potência (expressão 2.27), os ajustes com coeficientes de correlação todos muito próximos da unidade e expoentes, em sua maioria, com valores semelhantes.

Assim, nos marcos desta pesquisa e considerando-se todas as limitações atinentes a ela, os resultados anteriores sugerem a existência de uma universalidade funcional da expressão (39), relativa aos deslocamentos horizontais, que se daria independentemente da geometria do talude considerado, dos parâmetros adotados para os materiais em análise e da localização dos pontos estudados, desde que o talude esteja na ruptura ou muito próximo dela.

Ao mesmo tempo, este resultado sugere igualmente que o tempo intrínseco, que governa o fenômeno da ruptura em taludes, não é o tempo habitual t , mas o relacionado a $(t_c - t)^\alpha$ ou $\left(\frac{t_c - t}{t_c}\right)^\alpha$, onde t_c é o tempo de ruptura do talude, e que estudar este fenômeno pelo tempo t corriqueiro é inexato.

Portanto, a medida temporal correta deste fenômeno de instabilização possibilitou apresentar as séries temporais com características muito mais simples, segundo linhas retas, que traduzem, mais exatamente, o comportamento dos deslocamentos horizontais com o tempo, pois $(t_c - t)^\alpha$ ou $\left(\frac{t_c - t}{t_c}\right)^\alpha$ governa, verdadeiramente, o fenômeno.

Esta pesquisa determinou também os maiores expoentes de Lyapunov efetivos de cada um dos pontos monitorados, bem como sua evolução com o tempo, assinalando uma tendência assintótica a zero daqueles expoentes, algo muito comum e característico em sistemas fracamente caóticos (ou complexos), e responsável pela sua auto-organização. Neste sentido, os resultados mostraram claramente que esta

tendência espontânea ao valor nulo se dá muito lentamente e de forma consistente, segundo uma lei de potência com o tempo, independentemente dos pontos selecionados estarem submetidos a diferentes estados de tensão, deformação e deslocamento no domínio de análise.

Por conseguinte, a julgar pela evolução dos respectivos expoentes de Lyapunov efetivos dos pontos escolhidos, todos tendendo a zero com o tempo, pode-se afirmar que desenvolvem interações de longo alcance, influenciando-se mutuamente, mesmo entre pontos mais distantes. Mais detalhadamente, contrariamente ao que se poderia inicialmente supor, tais pontos acham-se intimamente conectados a todo o processo de instabilização do talude, diferentemente das abordagens corriqueiras, segundo as quais a influência exercida pelos pontos afastados da região instável decai rapidamente com a distância de separação daquela região.

Portanto, a evolução em lei de potência das séries temporais relativas aos deslocamentos horizontais, bem como a tendência a zero dos respectivos expoentes de Lyapunov, características comuns a todos os pontos selecionados neste trabalho, indica fortemente que o fenômeno da instabilização de taludes dista muito de ser um problema exclusivamente mecânico, sugerindo tratar-se a ruptura de um fenômeno crítico auto-organizado, pelo estabelecimento de interações espaciais e temporais de longo alcance, não importando a distância dos pontos entre si ou da região de instabilização.

Isto posto, a questão que se coloca de uma forma aguda diz respeito ao alcance das correlações espaciais sugeridas pelas análises deste trabalho. A teoria dos fenômenos críticos e de transição de fase estabelece que, no ponto crítico ou muito próximo dele, o efeito das correlações tende a uma distância infinita. Assim, uma resposta imediata e bastante precisa a esta questão, baseada na finitude do sistema investigado, é que sua influência cessa na fronteira que circunscreve a região de análise, em razão da imposição das condições de contorno ou mesmo ausência delas, ocasionando uma interrupção no mecanismo de transferência de correlações.

Por outro lado, mesmo que se imagine um fenômeno de instabilização que se processe em um talude em um meio geotécnico infinito, ao menos lateralmente, ainda assim as correlações poderiam, eventualmente, ser destruídas ou não, pelas heterogeneidades presentes no meio (fissuras, fraturas, estruturas e texturas dos

materiais envolvidos, etc.). No entanto, esta afirmação carece de um estudo mais sistemático, devendo ser comprovada *a posteriori*.

Finalmente, cabe ainda assinalar que sistemas críticos auto-organizados, em razão de se posicionarem entre ordem e caos forte, situação marcadamente influenciada pelos seus expoentes de Lyapunov nulos, caracterizam-se por uma extrema fragilidade, os seus principais parâmetros apresentando um comportamento oscilatório bastante acentuado, decorrente de perturbações internas ou externas ao sistema, ainda que reduzidas.

5.2 Sugestões para futuras pesquisas

São poucos os estudos, na área de geotecnia, relacionados à ruptura de taludes sob a ótica da teoria dos sistemas complexos. Portanto, os seguintes temas ou tópicos podem ser sugeridos para futuras pesquisas:

- Avaliar a influência da água no modelo;
- Avaliar a influência de heterogeneidades do material (p/ex., parâmetros de resistência e deformabilidade diferentes para cada elemento finito integrante da malha, segundo diferentes distribuições probabilísticas);
- Investigar o efeito das correlações para condições de contorno infinitas na direção horizontal (condição de contorno do tipo *wrap around*). Para tanto, os modelos numéricos devem ser dotados de simetria axissimétrica, de modo a eliminar o efeito dos bordos verticais no modelo.
- Investigar casos relacionados a taludes reais, em que dados de ensaios de laboratório, instrumentação e levantamentos de campo seriam muito bem vindos.
- Oscilações log-periódicas, dando maior robustez aos resultados e permitindo também previsões de ruptura.

REFERÊNCIAS

- AUGUSTO FILHO, O. **Caracterização geológico-geotécnica voltada à estabilização de encostas: uma proposta metodológica**. In: Conferência Brasileira sobre Estabilidade de Encostas-COBRAE. Anais. p. 721-733, 1992.
- BAK, P. **How nature works, the science of self-organized criticality**, Copernicus, 1996, 212p.
- BAK, P.; CHEN, K. **Self-organized criticality**. Scientific American, 264, January, p. 46-53, 1991.
- BAK, P.; CREUTZ, M. **Fractals and self-organized criticality**. In: Fractals in Science, Bunde, A. e Havlin, S. (eds), Springer, p. 27-47, 1993.
- BAK, P.; TANG, C.; WIESENFELD, K. **Self-organized criticality**. Physical Review A, v. 38, n. 1, p. 364-374, 1988.
- BAK, P.; TANG, C.; WIESENFELD, K. **Self-organized criticality: an explanation of 1/f noise**. Physical Review Letters, v. 59, n. 4, p. 381-384, 1987.
- BASSINGTHWAIGHTE, J. B.; LIEBOVITCH, L. S.; WEST, B. J. **Fractal Physiology**, American Physiological Society, Oxford University Press, 364p, 1994.
- BEN-ZION, Y.; LYAKHOVSKY, V. **Accelerated seismic release and related aspects of seismicity patterns on earthquake faults**. Pure Appl. Geophys. 159, 2385, 2002.
- BISHOP, A. W. **The use of the slip circle in the stability analysis of slopes**. Geotechnique, v. 5, n. 1. 1955. p. 7-17.
- BRINKGREVE, R. B. J. **Plaxis 2D – Version 8**. Netherlands: A.A Balkema Pulishere, 2002. Tutorial Manual;
- BROWN, R.; BRYANT, P.; ABARBANEL, H. D. **Computing the Lyapunov spectrum of a dynamical system from an observed time series**, Phys. Rev. A, 43, 2787. 1991.
- BRYANT, P.; BROWN, R.; ABARBANEL, H. D. **Lyapunov exponents from observed time series**, Phys. Rev. Lett., 65, 1523-1526. 1990.
- CHOPTUIK, M. W. **Universality and scaling in gravitational collapse of a massless scalar field**. Physical review letters, v. 70, n. 1, p. 9, 1993.
- CROSTA, G. B.; AGLIARDI, F. **Failure forecast for large rock slides by surface displacement measurements**. Can. Geotech. J., v. 40, p. 176-191, 2003.

DOMB, C.; GREEN, M. **Phase transitions and critical phenomena**. Vols 1-6, 1972-1976, Academic Press.

DOMB, C. **The critical point – a historical introduction to the modern theory of critical phenomena**. Taylor and Francis, 1996, 376p.

DOMB, C.; LEBOWITZ, J. **Phase transitions and critical phenomena**. Vols 7-20, 1977-2001, Academic Press.

ECKMANN, J.P.; RUELLE, D. **Ergodic theory of chaos and strange attractors**, Rev. Mod. Phys., 57, 617-656. 1985.

ECKMANN, J.P.; KAMPHORST, S.O.; RUELLE, D.; CILIBERTO, S. **Lyapunov exponents from time series**, Phys. Rev. A, 34, 4971-4979, 1986.

FEIGENBAUM, M. J. **Quantitative universality for a class of nonlinear transformations**, J. Stat. Phys. 19, 25. 1978.

FEIGENBAUM, M.J. **Universal behavior in nonlinear systems**, Los Alamos Science 1, 4. 1980.

FELLENIOUS, W. **Calculation of the stability of earth dams**. In: Proc. of the second congress on large dams. 1936. p. 445-463.

FIEDLER-FERRARA, N.; PRADO, C.M. **Caos, uma introdução**, Ed. Edgard Blücher Ltda, 1994, 402p.

FRETTE, V.; CHRISTENSEN, K.; MALTHE-SØRENSEN, A.; FEDER, J.; JØSSANG, T.; MEAKIN, P. **Avalanche dynamics in a pile of rice**. Nature, 379, 49. 1995.

FUKUZONO, T. **A new method for predicting the failure time of a slope**. Proc. 4th Int. Conf. and Field Workshop on Landslides, Tokyo, p. 145-150. 1985.

GEORIO. **Manual técnico de encostas**. Vol. I. Rio de Janeiro, 2014.

GERSCOVICH, D. M. S. **Estabilidade de Taludes**. 2. ed. São Paulo. Oficina de Textos. 192 p, 2016.

GUNDLACH, C. **Critical phenomena in gravitational collapse**. Living reviews in relativity, 1999.

HELD, G. A.; SOLINA, D. H.; KEANE, D. T.; HAAG, W. J.; HORN, P. M.; GRINSTEIN, G. **Experimental study of critical mass fluctuations in an evolving sandpile**. Phys. Review Letters, 65, 40. 1990.

INTRIERI, E.; CARLÀ, T.; GIGLI, G. **Forecasting the time of failure of landslides at slope-scale: a literature review**. Earth-science reviews, v. 193, p. 333-349, 2019.

JAEGER, H. M.; LIU, C.; NAGEL, S. R. **Relaxation of the angle of repose**. Phys. Review Letters, 62, 40. 1989.

JANBU, N. **Application of composite slip surfaces for stability analysis:** Proceedings of the European Conference on Stability of Earth Slopes, v. 3. Stockholm, 1954.

JANBU, N. **Earth pressure and bearing capacity calculation by generalized procedure of slices.** 4th ICSMFE, 1957.

JOHANSEN, A.; SORNETTE, D. **Critical ruptures,** Eur. Phys. J. B 18, 163, 2000.

LEWIN, R. **Complexidade – a vida no limite do caos.** Rocco, 1994, 245p.

MAYYA, A.; BERTHIER, E.; PONSON, L. **How criticality meets bifurcation in compressive failure of disordered solids.** Physical Review X, v. 13, n. 4, p. 041014, 2023.

MELLO, P. F. de. **Influência da face na estabilidade de taludes em solo grampeado.** 2018. 144f. Dissertação de mestrado – UERJ, Rio de Janeiro, 2018.

MENEZES FILHO, A. P. **Não-Extensividade Termodinâmica, Invariância Discreta de Escala e Elastoplasticidade: Estudo Numérico de um Modelo Geomecânico Auto-Organizado Criticamente.** (2003). Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 189p.

MORGENSTERN, N. R.; PRICE, V. E. **The analysis of the stability of general slip surfaces.** Geotechnique, v. 15, n. 1. 1965. p. 79-93.

NAYFEH, A. H.; BALACHANDRAN, B. **Applied nonlinear dynamics – analytical, computational and experimental methods.** Wiley, 1995, 685p.

NUSSENZVEIG, H. M. **Introdução aos sistemas complexos.** In: Complexidade e Caos. Nussenzveig, H.M.(ed.), Ed. UFRJ, Rio de Janeiro, 276p, 1999.

OLIVEIRA, M. P.; BURGOS, R. B.; MENEZES FILHO, A. P. **Estruturas fractais em bandas de cisalhamento e propriedades anômalas de transporte.** Mecânica das Rochas e Engenharia de Rochas para Inovação e Desenvolvimento, Simpósio Brasileiro de Mecânica das Rochas, Belo Horizonte, 2016.

RIBEIRO JUNIOR, C. A. **Análise numérica de escorregamento em encostas.** 2011. 128f. Dissertação de mestrado – UERJ, Rio de Janeiro, 2011.

RIBEIRO R. H. C. **Aplicações de probabilidade e estatística em análises geotécnicas.** 2008. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio, Rio de Janeiro.

SCHROEDER, M. **Fractals, chaos, power laws – minutes from an infinite paradise.** W.H. Freeman and Company, New York, 1991, 429p.

SORNETTE, D. **Discrete scale invariance and complex dimensions.** Physics Reports 297, 239. 1998.

SORNETTE, D. **Why stock markets crash? Critical events in complex financial systems**. Princeton University Press, p. 420. 2003.

SORNETTE, D.; TAKAYASU, H.; ZHOU, W. X. **Finite time singularity signature of hyperinflation**. Phys. A: Statistical Mechanics and its Applications, v. 325, n. 3-4, p. 492-506. 2003.

SPENCER, E. **A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces**. Geotechnique, v. 17, n. 1. 1967. p. 11-26.

STROGATZ, S. H. **Nonlinear dynamics and chaos**. Westview.498p. 1994.

TAYLOR, D. W. **Fundamentals of soil mechanics**. Nova York. John Wiley & Sons, 1948.

TEIXEIRA, F. F. **Análise de uma estrutura de estabilização de talude em solo coluvionar no km 78 da RJ-116 em Nova Friburgo, RJ**. 2018. 228f. Dissertação de mestrado – UERJ, Rio de Janeiro, 2018.

TERZAGHI, K. **Mechanisms of landslides**, Geological Society of America, Berkeley, 1950.

TERZAGHI, K.; PECK, R. B. **Soil mechanics in engineering practice**. 2. ed. Nova York: John Wiley & Sons, 1967.

TSALLIS, C. **Generalização da Mecânica Estatística de Boltzmann-Gibbs – Teoria e Aplicações**. XI Escola do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF), 2017.

TSALLIS, C.; PLASTINO, A.; ZHENG, W. **Power-law sensitivity to initial conditions – new entropic representation**. Chaos, Solitons and Fractals 8, 885. 1997.

TURCOTTE, D. L. **Fractals and chaos in geology and geophysics**. Cambridge University Press, Cambridge,1997, 398p.

TURCOTTE, D. L. **Seismicity and self-organized criticality**. Phys. Earth Planet. Int. 111, 275. 1999.

VARNES, D. J. Landslide types and processes. In: EKEL, E.B. (ed), **Landslides and engineering practice**, Highway Research Board Special Report 29,v. 24., 1958. p. 20-47.

VARNES, D. J. Slope Movement and Types and Processes. In: SCHUSTER, R.L.; KRIZEK, R. J. (eds). **Landslides: Analysis and Control**. Transportation Research Board National Academy of Sciences, Washington, DC., 1978. p. 11-33.

VOIGHT, B. **A method for prediction of volcanic eruptions**. Nature, v. 332, p. 125-130, 1988.

VOIGHT, B. **A relation to describe rate-dependent material failure.** Science, v. 243, p. 200-203, 1989.

VOIGHT, B.; CORNIEUS, R. R. **Prospects for eruption prediction in near real time.** Nature, v. 350, p.695-698, 1991.

WANG, A. **Critical phenomena in gravitational collapse: the studies so far.** Brazilian Journal of Physics. v. 31, n. 2. p. 188-197, 2001.

WOLF, A.; SWIFT, J.B.; SWINNEY, H. L.; VASTANO, J. **Determining Lyapunov exponents from a time series,** Physica D, 16, 285-317. 1985.