Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Educação e Humanidades

Faculdade de Educação da Baixada Fluminense

Daiane Ribeiro Siqueira de Jesus

Percurso de aprendizagem de expressões e equações no 8º ano do ensino fundamental à luz da Teoria dos Campos Conceituais

Duque de Caxias

2024

Daiane Ribeiro Siqueira de Jesus

Percurso de aprendizagem de expressões e equações no 8º ano do ensino fundamental à luz da Teoria dos Campos Conceituais

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Comunicação, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Educação, Escola e seus Sujeitos Sociais.

Orientadora: Prof. Dra. Gabriela dos Santos Barbosa

Duque de Caxias

2024

CATALOGAÇÃO NA FONTE

UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CEH/C

J58 Jesus, Daiane Ribeiro Siqueira de
Tese Percurso de aprendizagem de expressões e equações no 8º ano do ensino fundamental à luz da Teoria dos Campos Conceituais. / Daiane Ribeiro Siqueira de Jesus - 2024.
117 f.

Orientador(a): Gabriela dos Santos Barbosa.

Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação da Baixada Fluminense, Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

1. Educação Matemática - Teses. 2. Pensamento algébrico - Teses. 3. Teoria dos Campos Conceituais – Teses. I. Barbosa, Gabriela dos Santos. II. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Faculdade de Educação da Baixada Fluminense. III. Título.

CDU 37:51

Bibliotecária: Ana Paola Araujo – CRB7/6387

_________________________________ ____________________

Assinatura Data

Daiane Ribeiro Siqueira de Jesus

Percurso de aprendizagem de expressões e equações no 8º ano do ensino fundamental à luz da Teoria dos Campos Conceituais

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Comunicação, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Educação, Escola e seus Sujeitos Sociais.

Aprovada em 26 de fevereiro de 2024.

Banca Examinadora:

____

Prof.ª Dra. Gabriela dos Santos Barbosa (Orientadora)
Faculdade de Educação da Baixada Fluminense – UERJ

____

Prof.ª Dra. Gabriela Félix Brião
Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ

____

Prof.ª Dra. Chang Kuo Rodrigues
Universidade Federal de Juiz de Fora

Duque de Caxias

2024

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais, Elvia e Jocemir, que com todo seu amor e entrega me formaram e me ajudaram a ser quem eu sou. Também ao meu esposo Silas, o grande amor da minha vida. Amo vocês.

AGRADECIMENTOS

A Deus, fonte de toda verdade a amor. Sua graça me sustentou até aqui e me capacitou para terminar este trabalho.

À minha querida orientadora Gabriela, por ter me selecionado para o programa de Mestrado. Agradeço por todas as conversas e incentivo. Seu apoio e conselhos foram fundamentais para o término deste trabalho.

Aos meus queridos irmãos da Comunidade Católica Sarça Ardente. Por suas orações e verdadeira amizade. Em especial ao meu querido pai espiritual e fundador Marcelo. Vejo Jesus em Vocês.

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Comunicação em Periferias (PPGECC) da UERJ/FEBF por todos os auxílios durante o desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus colegas do GEPAEM (Grupo de Estudo e Pesquisa em Aprendizagem e Educação Matemática), pelas ricas trocas e discussões.

Às professoras Chang Kuo Rodrigues e Gabriela Félix Brião por terem aceitado o convite para compor esta banca e por todas as ricas contribuições em minha qualificação.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001

Educar significa guiar outros seres humanos, de modo que eles se tornem aqueles que devem ser. Não se pode fazer isso, portanto, sem saber o que é o ser humano, a que ele se assemelha, para o que deve ser guiado e quais são os caminhos possíveis.

Santa Teresa Benedita da Cruz

RESUMO

JESUS, Daiane Ribeiro Siqueira. **Percurso de aprendizagem de expressões e equações no 8º ano do ensino fundamental à luz da Teoria dos Campos Conceituais.** 2024. 118 f. Dissertação (Mestrado em Educação, Cultura e Comunicação) - Faculdade de Educação da Baixada Fluminense, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Duque de Caxias, 2024.

Este trabalho está vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Comunicação em Periferias (PPGECC) da Faculdade de Educação da Baixada Fluminense - Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ-FEBF). Faz parte da linha de Pesquisa "Educação, Escola e seus Sujeitos Sociais" coordenado pela professora orientadora Dra. Gabriela dos Santos Barbosa. Tem como objetivo descrever o processo de aprendizagem de expressões algébricas simples e equações do primeiro grau dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. Para esse fim, será realizada uma pesquisa de campo com 35 alunos de uma escola pública, localizada no município de Duque de Caxias/RJ. A opção por alunos do 8º ano se dá por terem contato com a álgebra desde o ano anterior. Para fundamentar este trabalho, escolheu-se a Teoria dos Campos Conceituais desenvolvida por Gérard Vergnaud, as noções de concepções de álgebra e de pensamento algébrico. A metodologia escolhida para o trabalho é de cunho qualitativo, sendo classificada como estudo de caso. A pesquisa de campo foi dividida em três etapas, sendo a primeira constituída por um questionário com perguntas de respostas pessoais e de um teste diagnóstico com questões de expressões algébricas e equações do 1º grau. A segunda etapa consiste em uma intervenção de ensino, voltada para a compreensão pelos alunos dos conceitos e estruturas algébricas, construindo esquemas. A terceira etapa consiste em um novo teste diagnóstico, para verificar os impactos da intervenção de ensino. A Teoria dos Campos Conceituais será utilizada em todas as etapas da pesquisa de campo e espera-se que por meio do uso de situações e representações, os alunos mobilizem invariantes operatórios e que os ajudem no desenvolvimento do pensamento algébrico. Os resultados da pesquisa mostraram a importância da identificação dos esquemas falsos mobilizados pelos alunos e a importância do papel das representações na aprendizagem, visto que após as atividades os alunos apresentaram uma maior compreensão dos conceitos algébricos.

Palavras-chave: Educação Matemática. Pensamento algébrico. Teoria dos Campos Conceituais. Anos finais.

ABSTRACT

JESUS, Daiane Ribeiro Siqueira. **Learning trajectory of expressions and equations in the 8th grade of elementary school in light of the Theory of Conceptual Fields**. 2024. 118 f. Dissertação (Mestrado em Educação, Cultura e Comunicação) - Faculdade de Educação da Baixada Fluminense, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Duque de Caxias, 2024.

This work is linked to the Graduate Program in Education, Culture, and Communication in Peripheries (PPGECC) of the Faculty of Education of Baixada Fluminense - State University of Rio de Janeiro (UERJ-FEBF). It is part of the research line "Education, School, and its Social Subjects" coordinated by the supervising professor Dr. Gabriela dos Santos Barbosa. Its objective is to describe the learning process of simple algebraic expressions and first-degree equations of 8th-grade students in Elementary School. For this purpose, a field research will be conducted with 35 students from a public school located in the municipality of Duque de Caxias/RJ. The choice of 8th-grade students is because they have been exposed to algebra since the previous year. To underpin this work, the Theory of Conceptual Fields developed by Gérard Vergnaud was chosen, along with the notions of algebraic conceptions and algebraic thinking. The methodology chosen for the work is qualitative, classified as a case study. The field research was divided into three stages, with the first one consisting of a questionnaire with personal response questions and a diagnostic test with algebraic expressions and first-degree equation questions. The second stage involves a teaching intervention aimed at students' understanding of algebraic concepts and structures, building schemas. The third stage consists of a new diagnostic test to assess the impacts of the teaching intervention. The Theory of Conceptual Fields will be used in all stages of the field research, and it is expected that through the use of situations and representations, students mobilize operational invariants that aid in the development of algebraic thinking. The results of the research showed the importance of identifying false schemas mobilized by students and the role of representations in learning, as students showed a greater understanding of algebraic concepts after the activities.

Keywords: Mathematics Education. Algebraic thinking. Conceptual Fields Theory. Final years.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Objetivos para o pensamento algébrico para o terceiro ciclo…………..	22
Figura 2	Objetivos para o pensamento algébrico para o quarto ciclo …………...	22
Figura 3	Dimensões da álgebra segundo os PCN………………………………..	24
Figura 4	Atividade proposta por Kikuchi………………………………………...	35
Figura 5	Generalização de sequências……………………………………………	42
Figura 6	Estilos de sequências de padrões………………………………………..	46
Figura 7	Local da pesquisa………………………………………………………	54
Figura 8	Espaço Maker…………………………………………………………..	55
Figura 9	Tabuleiro do jogo "Corrida Algébrica"...	59
Figura 10	Simulador de expressões algébricas……………………………………	60
Figura 11	Diferença entre incógnita e variável……………………………………	60
Figura 12	Resposta da Aluna A - Perguta 1 - Resposta pessoal………………….	62
Figura 13	Resposta do Aluno B - Perguta 1 - Resposta pessoal…………………	63
Figura 14	Resposta do aluno C - Pergunta 1 - Resposta pessoal…………………	63
Figura 15	Situação 2 resolvida por meio de um cálculo mental no teste diagnóstico inicial……………………………………………………...	69
Figura 16	Situação 2 resolvida por meio de um cálculo mental no teste diagnóstico final………………………………………………………	69
Figura 17	Situação 5 resolvida por meio de um cálculo mental no teste diagnóstico inicial……………………………………………………...	70
Figura 18	Situação 6 resolvida por meio da adição no teste inicial………………	71
Figura 19	Situação 6 resolvida por meio da soma e multiplicação no teste inicial	71

Figura 20	Situação 3 resolvida através da identificação de padrões no teste inicial…………………………………………………………………..	72
Figura 21	Situação 4 resolvida através do recurso pictórico no teste inicial……..	72
Figura 22	Situação 4b resolvida com base na relação entre a posição da figura e a quantidade de palitos no teste final………………………………..	73
Figura 23	Situação 4b resolvida através da generalização no teste final…………	73
Figura 24	Respostas para o item 4c no teste final……………………………...	74
Figura 25	Situação 6 resolvida através de procedimentos no teste final…………	74
Figura 26	Situação 5b e 5c resolvida mediante procedimentos no teste inicial…..	75
Figura 27	Situação 1a teste inicial………………………………………………..	75
Figura 28	Situação 5 resolvida por meio de procedimentos……………………...	76
Figura 29	Corrida algébrica………………………………………………………	78
Figura 30	Tabela do jogo preenchida……………………………………………..	83
Figura 31	Conclusão da sequência didática………………………………………	83
Figura 32	Visualização inicial do simulador…………………………………...	85
Figura 33	Primeira pergunta da atividade II……………………………………...	85
Figura 34	Soma de termos em uma expressão algébrica…………………………	87
Figura 35	Aluno utilizando o simulador de expressões…………………………..	87
Figura 36	Variáveis……………………………………………………………….	90
Figura 37	Atividade de relacionar expressões algébricas……………………...	90
Figura 38	Diferença entre variável e incógnita…………………………………...	92
Figura 39	Diferença entre variável e incógnita…………………………………...	93
Figura 40	Diferentes formas de resolução de um problema algébrico……………	94

Figura 41 Resolução de uma equação por meio do roteiro-algoritmo…………… 94

LISTA DE QUADROS

Quadro 1	Matriz curricular de álgebra para o 7º e 8º ano……………………	27
Quadro 2	Revisão da literatura……………………………………………	29
Quadro 3	Concepções de álgebra de acordo com Usiskin…………………..	43
Quadro 4	Diferenças entre aritmética e álgebra…………………………...	50
Quadro 5	Quadro resumo associando o conteúdo, campo conceitual e esquemas……………………………………………………..	51
Quadro 6	Cronograma dos encontros……………………………………..	56
Quadro 7	Detalhamento das questões utilizadas na pesquisa de campo……..	57
Quadro 8	Habilidades de álgebra para o 7º e 8º ano segundo a BNCC……...	58
Quadro 9	Etapas da pesquisa e os aspectos da TCC relacionados…………...	61

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1	Tipificação dos Estudos…………………………………………….	30
Gráfico 2	Respostas positivas sobre a disciplina de Matemática……………...	65
Gráfico 3	Respostas negativas sobre a disciplina de Matemática……………..	65
Gráfico 4	Resultado quantitativo do teste diagnóstico inicial…………………	66
Gráfico 5	Resultado quantitativo do teste diagnóstico final…………………..	67
Gráfico 6	Comparativo teste inicial e final……………………………………	68

SUMÁRIO

	MOTIVAÇÃO PELA PESQUISA……………………………………….	15
	INTRODUÇÃO…………………………………………………………	16
1	**O ENSINO DE ÁLGEBRA EM DOCUMENTOS OFICIAIS**…………	21
1.1	**Parâmetros Curriculares Nacionais**…………………………………...	21
1.2	**Base Nacional Comum Curricular - BNCC**……………………………..	24
1.3	**Matriz curricular para os anos finais - Duque de Caxias (RJ)**…………	26
2	**REVISÃO DA LITERATURA**…………………………………………...	29
2.1	**Estudos que tratam sobre o ensino de álgebra nos anos finais**…………	30
2.2	**Estudos que relacionam a Teoria dos Campos Conceituais com a álgebra**………………………………………………………………………...	33
2.3	**Relação entre os trabalhos apresentados e a dissertação**………………	38
3	**FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**………………………………………..	41
3.1	**Concepções de álgebra**…………………………………………………	41
3.2	**O pensamento algébrico**………………………………………………..	44
3.3	**A Teoria dos Campos Conceituais**………………………………………..	47
3.3.1	<u>Os esquemas</u>……………………………………………………………...	48
3.3.2	<u>Os invariantes operatórios</u>………………………………………………..	49
3.3.3	<u>Campo Conceitual Algébrico</u>………………………………………………	50
4	**METODOLOGIA**………………………………………………………	53
4.1	**Escolhas metodológicas**………………………………………………...	53
4.2	**A Escola e seus sujeitos**………………………………………………	54
4.3	**Etapas da pesquisa**……………………………………………………...	56
5	**ANÁLISE DOS RESULTADOS**………………………………………..	62
5.1	**Respostas pessoais**………………………………………………………	62
5.2	**Análise quantitativa dos testes diagnósticos**……………………………..	66
5.2.1	<u>Respostas certas, erradas e em branco no teste diagnóstico inicial</u>………...	66
5.2.2	<u>Respostas certas, erradas e em branco no teste diagnóstico final</u>…………..	67

5.2.3	Reflexões sobre as resoluções apresentadas pelos alunos nos testes diagnóstico inicial e final………………………………………………………...	69
5.3	**Análise qualitativa da intervenção de ensino**……………………………	77
5.3.1	Atividade I - Corrida Algébrica…………………………………………….	77
5.3.2	Atividade II - Expressões algébricas no *“Phet Interactive Simulations”*......	84
5.3.3	Atividade III – Equações.................………………………………………...	91
	CONSIDERAÇÕES FINAIS……………………………………………..	96
	REFERÊNCIAS………………………………………………………...	100
	APÊNDICE A - Teste diagnóstico - avaliação inicial e final……………...	107
	APÊNDICE B - Atividade I………………………………………………..	110
	APÊNDICE C - Atividade II………………………………………………	112
	APÊNDICE D - Atividade III……………………………………………...	115

MOTIVAÇÃO PELA PESQUISA

A motivação para esta pesquisa se dá pelas minhas experiências pessoais como professora. Seja através de aulas particulares ou em sala de aula, os alunos parecem não entender mais a Matemática quando introduzimos letras, parece não fazer mais sentido. Mas o que me fez ser professora de Matemática?

Nasci no interior do Estado do Rio de Janeiro, em Campos dos Goytacazes, local onde as pessoas viviam e ainda vivem principalmente da agricultura. Meus pais não concluíram sequer o ensino fundamental I e sempre lutaram para me dar boas condições. Lá vivi até meus oito anos e depois vim para a capital por causa do trabalho do meu pai. Sempre estudei em escolas públicas, municipais.

Quando cheguei no 9º ano percebi que deveria estudar para conseguir cursar o Ensino Médio em uma escola técnica ou federal. Mas não tinha base para passar, então precisei focar nos estudos e uma das matérias em que me debrucei foi a matemática, e de tanto estudar (estudei muito!) consegui superar minhas dificuldades. Passei para todas as escolas que tentei, gabaritei a prova de Matemática do Pedro II e escolhi estudar nesse colégio.

Durante o Ensino Médio, tive contato com ótimos professores, que me inspiraram a seguir nessa profissão. Além disso, sempre ajudei meus colegas com a explicação das matérias de Física, Química e Matemática, o que também começou a despertar em mim o desejo de ser professora. Decidi então cursar a Licenciatura em Física na Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ).

Durante a graduação, trabalhei com aulas particulares e era notória a dificuldade dos alunos principalmente em Matemática. E, por sempre amar essa disciplina, decidi também me licenciar nela. Após me graduar, decidi que queria cursar o Mestrado para dar continuidade em minha formação e me inscrevi para o processo seletivo do Programa de Pós Graduação em Educação, Cultura e Comunicação em Periferias da Faculdade de Educação da Baixada Fluminense.

INTRODUÇÃO

Esta pesquisa tem como objetivo principal desenvolver e analisar uma intervenção de ensino que contribua para a construção dos conceitos algébricos para alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública em um contexto de periferia, pois nessa etapa os alunos teoricamente já tiveram contato com álgebra desde o ano anterior. Para tanto, a pesquisa tem como referencial teórico a Teoria dos Campos Conceituais, desenvolvida por Gérard Vergnaud (1933-2021).

Por se tratar de uma pesquisa voltada para a aprendizagem, são importantes nesse início algumas definições a respeito da educação. De fato, não cabe em poucas palavras definir o que seja o ato heroico de educar, mas cabem algumas reflexões. Malheiro (2008) afirma que a finalidade da educação é conduzir cada pessoa para o perfeito desenvolvimento de todas as suas potencialidades, para que assim seja livre e chegue à perfeição do seu ser. É verdade que todos possuem capacidades~~,~~ e o ensino cumpre um papel fundamental no desenvolvimento delas e, uma vez que essas capacidades são plenamente exercidas, é possível experimentar a liberdade.

Mas a educação, quando ocorre de fato, não apresenta somente frutos pessoais. Seguindo as ideais de Edith Stein[1], "cada pessoa que se desenvolve de maneira harmoniosa contribui para o crescimento e desenvolvimento do mundo como um todo" (Rocha, 2019, p. 2).

Dessa maneira, uma aprendizagem efetiva ocorre quando o aluno consegue relacionar o que aprendeu com o mundo a sua volta. Para Edith Stein, "a formação constitui-se como um instrumento refinado capaz de conduzir não só ao conhecimento, mas plasmar a pessoa para que alcance sabedoria de vida." (Teixeira, 2017, p. 54).

Seguindo no caminho da Educação Matemática, os parâmetros curriculares nacionais (PCN) defendem que "a constatação da sua importância apoia-se no fato de que a Matemática desempenha papel decisivo, pois permite resolver problemas do cotidiano [...] e funciona como instrumento essencial para construção do conhecimento" (Brasil, 1997, p. 15).

Assim, a Educação Matemática não deve se restringir ao ensino de fórmulas, mas deve fornecer ao aluno ferramentas para interpretar a realidade, entendendo como se dá o processo de construção humana dos conceitos (Brasil, 1998). A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento normativo para a elaboração dos currículos e propostas pedagógicas para

---

[1] Edith Theresa Hedwig Stein, O.C.D., canonizada como Santa Teresa Benedita da Cruz, foi uma santa, filósofa e teóloga alemã. Disponível em: https://edithstein.com.br/publicacoes/sobre-edith-stein/quem-foi-edith-stein/. Acesso em: 20 jul. 2023.

a educação infantil, ensino fundamental e ensino médio no Brasil, também busca definir os objetivos da Educação Matemática:

> A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos (Brasil, 2017, p. 268).

A compreensão do que é a Matemática e a sua importância no contexto educacional passa pelo contexto histórico. De acordo com Silva e Victer (2019), o conhecimento matemático é fruto de uma produção histórica, que em cada momento exige uma reflexão diferente. Nesse contexto, os autores abordam o termo "numeralizado", pois uma pessoa pode saber como realizar uma operação matemática e não ser numeralizado, ou seja, não consegue relacionar estas operações com as situações cotidianas.

Muitas dificuldades podem se manifestar durante a aprendizagem de Matemática, o que pode ser agravado pelos diferentes contextos sociais dos alunos. De acordo com Barbosa (2018), ainda no Brasil existem muitos jovens e adultos que nunca foram à escola ou que estão atrasados em seus estudos, o que tem como causa além do fator econômico, o abismo existente entre a linguagem matemática utilizada em sala de aula e a linguagem utilizada pelos alunos em suas vivências fora da escola.

A COVID-19 causada pelo novo coronavírus ou SARS-CoV-2, acentuou as dificuldades dos alunos, pois causou muitas lacunas no processo de aprendizagem. De um lado, professores que não estavam preparados para lidar com as ferramentas digitais necessárias para o ensino remoto e, do outro, alunos que sequer possuíam *internet* para acompanhar as aulas, o que acentuou a desigualdade social existente no país (Moraes; Costa; Passos, 2021).

O público alvo desta pesquisa é formado por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, especificamente os do 8º ano. A BNCC apresenta algumas considerações para essa etapa de aprendizagem, afirmando que as escolas devem fornecer para os alunos um ensino voltado para a apreensão de significados de objetos matemáticos. O documento destaca que "Nessa fase, precisa ser destacada a importância da comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação" (Brasil, 2017, p. 300).

Dessa maneira, a aprendizagem de álgebra se destaca nessa fase de aprendizagem. Embora seja de extrema importância aprender álgebra nessa fase (anos finais), ela ganhou destaque no documento aparecendo como um bloco específico desde os anos iniciais, assim como a aritmética e a geometria (Magina; Oliveira; Merlini, 2018).

Durante o desenvolvimento do texto, o termo "pensamento algébrico" será mais utilizado do que álgebra, pois vai ao encontro do objetivo do trabalho. Muitas pesquisas têm se destacado sobre o ensino de álgebra e quais abordagens podem favorecer esse pensamento algébrico (Kikuchi, 2019; Blanton; Kaput, 2004; Gil, 2008; Kieran, 1985; Bilhalva, 2020; Bonadiman, 2007).

Sobre a aprendizagem de álgebra, existem muitas dificuldades a serem superadas. De acordo com Bonadiman (2007), o formato de ensino atual de álgebra encontra-se afastado da realidade dos alunos ou é mecânico de forma que os alunos resolvem os problemas, mas não sabem explicar, ou seja, não conseguem construir significados. Os resultados de avaliações nacionais, como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), revelam que os alunos terminam o ensino fundamental ainda com dificuldades para resolver equações simples (Brasil, 2023).

Frente a esse problema, muitos professores buscam alternativas para apresentarem conteúdos algébricos, mas, na maioria dos casos, atingem poucos resultados. Lins e Gimenez (1997) afirmam que são comuns as concepções Letrista e Letrista-facilitadora. A primeira, concentra-se em cálculos literais com técnicas de resolução sem nenhuma reflexão. A segunda, além de utilizar letras, apoia-se na supervalorização de situações concretas, como o uso de áreas para produtos notáveis ou balança de dois pratos para equações. Os autores afirmam que essas abordagens (da forma como são utilizadas) não garantem que os alunos consigam sair da situação concreta para a formal e que isso pode dificultar ainda mais a aprendizagem do conteúdo.

Buscando trazer um referencial teórico para este trabalho, chegou-se à Teoria dos Campos Conceituais (TCC), que fornece um caminho possível para a aprendizagem de conceitos algébricos. Muitas pesquisas têm se destacado e mostrado resultados com o uso dessa teoria (Bilhalva, 2019; Moraes, 2013; Klöpsch, 2010; Kikuchi, 2019; Soares, 2016; Magina; Oliveira; Merlini, 2018). Embora esteja sendo utilizada no campo da Matemática, a TCC por definição é uma teoria cognitivista que busca fornecer uma estrutura coerente e também princípios no desenvolvimento e aprendizagem de conceitos, podendo ser utilizada em outras áreas de conhecimento (Vergnaud, 1993).

Vergnaud (1993), através da TCC, afirma que quando o objetivo é o ensino e a aprendizagem, um conceito não pode ser reduzido à sua definição e que o conhecimento humano se constrói a partir de situações vivenciadas. Dessa forma, o conhecimento matemático surge a partir de situações em que lidar com a matemática se faz necessário.

Nesse sentido, a TCC vai ao encontro às discussões da Etnomatemática, uma tendência na Educação Matemática pensado por Ubiratan D'Ambrósio, que busca um ensino de Matemática contextualizado e com significado (D'Ambrosio, 2001). As situações trabalhadas em sala de aula precisam ter como base a realidade cultural e social dos alunos, pois segundo D'Ambrosio (1990), cada grupo cultural tem as suas:

> [...] maneiras próprias de matematizar a realidade. Não há como ignorar isso e não respeitar essas particularidades quando do ingresso da criança na escola. Todo passado cultural do estudante deve ser respeitado, dando-lhe confiança no seu próprio conhecimento e dando lhe também, uma certa dignidade cultural ao ver suas origens sendo aceitas pelo professor. (D'Ambrosio, 1990, p. 27).

As diferentes situações exigem conhecimentos implícitos, os quais são divididos em dois tipos: teorema-em-ação e conceitos-em-ação. Os teoremas-em-ação são conhecimentos na forma de proposição podendo ser verdadeiros ou falsos e os conceitos-em-ação são os conceitos manifestados pelos sujeitos por meio dos teoremas-em-ação. Para Vergnaud (1990), existem dois tipos de situações:

1) Uma classe de situações em que o sujeito consegue usar competências de forma imediata;
2) Uma classe de situações em que o sujeito ainda necessita desenvolver competências.

Para conseguir utilizar os conceitos nas situações apresentadas, os alunos precisam portar esquemas. Esses esquemas são definidos por Vergnaud como invariantes operatórios, que por sua vez são divididos em conceitos-em-ação e teoremas-em-ação.

O objetivo principal da pesquisa é descrever o processo de aprendizagem de expressões algébricas simples e equações do primeiro grau dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, pois nessa etapa os alunos teoricamente já tiveram contato com álgebra desde o ano anterior. Os objetivos específicos são:

- Realizar um diagnóstico para identificar as dificuldades relativas ao pensamento algébrico em expressões simples e equações do primeiro grau;
- Investigar as situações para as quais os alunos trazem significado;
- Construção de uma intervenção de ensino que favoreça o desenvolvimento do pensamento algébrico;

- Analisar o papel das representações na aprendizagem de expressões algébricas e equações;
- Identificar os esquemas mobilizados pelos alunos.

A estrutura deste trabalho está organizada em introdução, revisão da literatura, fundamentação teórica, metodologia, análise dos resultados e considerações finais.

A introdução apresenta a contextualização, problemática da pesquisa e sua relevância no contexto educacional. Também apresenta os autores e as teorias que fundamentam o trabalho, além dos objetivos pretendidos com o mesmo. Logo após a introdução, são apresentadas orientações para o ensino de álgebra em documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais, a Base Nacional Comum Curricular e a Matriz Curricular de Duque de Caxias.

A revisão da literatura apresenta estudos de outros autores relacionados com o tema da pesquisa e foi dividida em duas seções: Estudos que tratam sobre o ensino de álgebra nos anos finais e Estudos que relacionam a Teoria dos Campos Conceituais com a álgebra.

A fundamentação teórica apresenta as principais teorias que darão suporte para a investigação e para a análise de dados. Esta seção foi construída a partir das ideias de concepção de álgebra (Usiskin, 1995; Lins, Gimenez, 1997), pensamento algébrico (Fiorentini, Miorim, Miguel, 1993; Magina, Oliveira, Merlini, 2018; Blanton, Kaput, 2005) e a Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1990; 1993; 2019).

Após a fundamentação teórica, será apresentada a metodologia escolhida para o trabalho, que são a pesquisa qualitativa com características de estudo de caso. A metodologia também inclui a apresentação do cenário, dos sujeitos, dos instrumentos de avaliação e de intervenção utilizados.

O último capítulo será constituído dos resultados da pesquisa, das análises das atividades e as reflexões a partir desses resultados, seguido das considerações finais.

1 **O ENSINO DE ÁLGEBRA EM DOCUMENTOS OFICIAIS**

Neste capítulo, será apresentada uma visão geral sobre as orientações para o ensino de álgebra em documentos oficiais nacionais e no município de Duque de Caxias. Além disso, uma discussão a respeito dos resultados de avaliações nacionais nessa área de ensino.

1.1 **Parâmetros Curriculares Nacionais**

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) foram elaborados em 1997 após a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) de 20 de dezembro de 1996 (Lei Federal n. 9.394). Os PCN foram direcionados aos educadores contendo diretrizes a fim de orientar sobre os componentes curriculares da Educação Básica (Brasil, 1997). Apesar de ser um documento antigo formulado há mais de 20 anos, os PCN continuam exercendo influência nas práticas docentes (Scremim; Rigui, 2020).

Para o Ensino Fundamental, os PCN estabeleceram uma divisão em quatro ciclos (1º Ciclo: 1ª e 2ª séries, 2º Ciclo: 3ª e 4ª séries, 3º Ciclo: 5ª e 6ª séries, 4º Ciclo: 7ª e 8ª séries). Apesar da divisão, foram delineados objetivos gerais para o Ensino Fundamental, e com relação à álgebra, a mesma é citada entre o conhecimento matemático a se atingir nessa fase:

> [...] fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número possível de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico); selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente. (Brasil, 1997, P. 33).

Com relação ao momento de se introduzir conceitos algébricos no ensino, o documento sinaliza a possibilidade de desenvolvimento de uma “pré-álgebra” nas séries iniciais. Mas afirma que é principalmente nas séries finais do ensino fundamental, que os conteúdos algébricos deverão ser trabalhados e ampliados, através de situações-problema, nos quais os alunos poderão reconhecer as funções da álgebra (Brasil, 1997, p. 35). Essas orientações aparecem no bloco Números e Operações, mas posteriormente nos objetivos de Matemática para o terceiro e quarto ciclo aparece o item “pensamento algébrico” separado do “pensamento numérico” (Brasil, 1997, p. 64; p. 81). As figuras 1 e 2 mostram como esses objetivos se desdobram no item pensamento algébrico:

Figura 1 - Objetivos para o pensamento algébrico para o terceiro ciclo

- Do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:
  * reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções;
  * traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras;
  * utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico.

Fonte: Brasil (1997, p. 64).

Figura 2 - Objetivos para o pensamento algébrico para o quarto ciclo

- Do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:
  * produzir e interpretar diferentes escritas algébricas — expressões, igualdades e desigualdades —, identificando as equações, inequações e sistemas;
  * resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos;
  * observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis.

Fonte: Brasil (1997, p. 81).

Ainda neste documento constam algumas orientações no que tange ao terceiro ciclo, como por exemplo a importância do estudo de “algumas relações funcionais pela exploração de padrões em sequências numéricas que levem os alunos a fazer algumas generalizações […]” (Brasil, 1998, p. 68). Na sequência, o texto utiliza o termo “primeiras noções de álgebra”, ou seja, tal fase é reservada para os anos finais do Ensino Fundamental. Quanto às expressões algébricas e equações, o documento afirma que devido à complexidade dos conceitos, não havia exigência de aprofundá-las nesse ciclo.

Entretanto, o objetivo era fazer os alunos compreenderem a noção de variável e reconhecerem uma expressão algébrica como um caminho para traduzir a relação existente entre duas grandezas. Para isso, recomendavam a utilização de situações-problema como forma de explorar essa relação, de interpretar situações que envolvessem o conceito de incógnitas através de diferentes procedimentos, ficando as técnicas convencionais para o quarto ciclo (Brasil, 1998)

O quarto ciclo possui como um dos objetivos dar prosseguimento ao estudo da álgebra iniciado nos anos anteriores, denominado de “pré-álgebra”. De acordo com os PCN as noções algébricas deveriam ser “exploradas por meio de jogos, generalizações e representações matemáticas (como gráficos, modelos), e não por procedimentos puramente mecânicos, para lidar com as expressões e equações” (Brasil, 1998, p. 84).

A aprendizagem a partir de problemas também é recomendada neste ciclo, a fim de “dar significado à linguagem e às ideias matemáticas". (Brasil, 1998, p. 84). Assim sendo, a compreensão de conceitos como o de variável e o de função, a representação de fenômenos algébrica e graficamente e a resolução de problemas por equações é fundamental. Os PCN defendiam o uso de recursos tecnológicos, como a calculadora e o computador. Também consta no documento a recomendação de incluir a álgebra em atividades de outros blocos, como na geometria e na estatística (Brasil, 1998).

Em “Orientações didáticas para o terceiro e quarto ciclos”, o documento reconhece a importância da álgebra para o desenvolvimento de capacidade de abstração e generalização, também como uma ferramenta muito útil na resolução de problemas. Apresentando as “dimensões da álgebra”, defende que

> [...] é mais proveitoso propor situações que levem os alunos a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que desenvolver o estudo da Álgebra apenas enfatizando as manipulações com expressões e equações de uma forma meramente mecânica. (Brasil, 1998, p. 116).

No entanto, o documento afirma que os professores até então não desenvolviam todos os aspectos da álgebra no ensino fundamental, privilegiando o estudo do cálculo algébrico e de equações sem um contexto, de forma mecânica. Segundo os PCN, embora esse aspecto seja necessário, não é suficiente para a aprendizagem de conteúdos algébricos. A Figura 3 apresenta, segundo os PCN, as diferentes interpretações da álgebra escolar e as diferentes funções das letras (Brasil, 1998).

Figura 3 - Dimensões da álgebra segundo os PCN

Fonte: Brasil (1998, p. 116).

Conforme o documento, os professores não desenvolvem todas essas dimensões no ensino fundamental, pois dão ênfase no estudo do cálculo algébrico e das equações (Brasil, 1998). Embora esses dois tópicos sejam fundamentais, não são suficientes para proporcionar uma legítima compreensão da álgebra.

1.2 **Base Nacional Comum Curricular - BNCC**

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um “documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica.” (Brasil, 2017, p. 5). O documento tem origem na Lei 9.394 de 1996 (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDB), que regulamenta uma base nacional comum curricular para a educação básica (Brasil, 1996). O documento foi criado com o objetivo de proporcionar uma formação humana integral e a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva (BRASIL, 2017).

A BNCC organizou o Ensino Fundamental em cinco áreas do conhecimento: Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza, Ciências Humanas e Ensino Religioso. Sobre a Matemática, o documento afirma que

> O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais (Brasil, 2017, p. 265).

A partir disso, apresenta os campos que constituem a disciplina de Matemática: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. Depois estabelece cinco unidades temáticas desde o 1º ano do Ensino Fundamental: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística.

A unidade temática Álgebra tem o objetivo de desenvolver o pensamento algébrico, que, segundo a BNCC, "[…] é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos." (Brasil, 2017, p. 270).

Definindo como ideias matemáticas fundamentais a equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade, o documento afirma que algumas dimensões da álgebra devem ser trabalhadas desde os anos iniciais. Mas para essa etapa, a proposta é desenvolver as ideias de generalização, regularidade e propriedades de igualdade e não o uso de letras, sendo esse aspecto utilizado somente nos anos finais. Um exemplo citado são atividades que envolvem igualdade como 2 + 3 = 4 + 1, para que os alunos compreendam que o sinal de igualdade não é somente a indicação de uma operação a ser realizada (Brasil, 2017).

Iniciar os estudos com a álgebra desde as séries iniciais é importante para romper com a concepção de que a álgebra é somente uma aritmética generalizada. O que Lins e Gimenez (1997) defendem é a necessidade de álgebra e a aritmética se desenvolverem juntas.

Para os anos finais do Ensino Fundamental, deve-se retomar e aprofundar o que os alunos aprenderam nos anos iniciais, introduzindo o estudo de álgebra com as letras

> Nessa fase, os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas (Brasil, 2017, p. 270).

É preconizado que os alunos devem perceber as conexões entre variável, função, incógnita e equação, principalmente sob o viés da resolução de problemas e não por meio de resoluções mecânicas. A BNCC destaca a importância da álgebra nos anos finais afirmando que nessa fase, os alunos precisam desenvolver a habilidade da comunicação em linguagem matemática através do uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação. Para tanto, propõe o uso de diferentes recursos didáticos reforçando o papel das tecnologias, como planilhas eletrônicas e softwares (Brasil, 2017).

É possível traçar um paralelo entre os PCN e a BNCC com relação às orientações para o ensino de álgebra. Enquanto que nos PCN, o ensino de álgebra pertence ao bloco temático “Números e Operações”, a BNCC apresenta um bloco específico para a Álgebra, reforçando sua importância assim como os outros blocos. Em relação à finalidade, a BNCC orienta para o desenvolvimento do pensamento algébrico, se diferenciando do documento anterior que propunha o desenvolvimento da capacidade de abstração e generalização para a resolução de problemas.

Referente ao início dos estudos com a álgebra, os PCN consideram ser o ideal a partir do 7º ano, momento em que os alunos já são capazes de estabelecer conexões lógicas e de abstração. A BNCC diverge dessa concepção afirmando que desde os anos iniciais já é possível a abordagem de conteúdos algébricos, a partir da identificação de regularidades, generalização de padrões e noções de igualdade.

1.3 **Matriz curricular para os anos finais - Duque de Caxias (RJ)**

A Secretaria Municipal de Educação (SME) de Duque de Caxias organizou, no final de 2022, uma reestruturação curricular para a Educação Infantil, Ensino Fundamental e EJA. Para todos esses níveis de ensino, o documento apresenta diretrizes, atualizando a visão sobre a educação e seus objetivos (Duque De Caxias, 2022a, 2022b).

Especificamente para os anos finais do Ensino Fundamental, o documento afirma que o ensino de Matemática deve ter como objetivo oferecer para os alunos uma formação com uma visão positiva dessa disciplina, mostrando sua importância para a sociedade juntamente com as outras ciências. Assim como a BNCC, a organização dos conteúdos matemáticos divide-se em cinco unidades temáticas: números, grandezas e medidas, álgebra, geometria, probabilidade e estatística (Duque de Caxias, 2022a).

Sobre a unidade temática álgebra, a matriz curricular apresenta como objetivo principal o pensamento algébrico, “tendo como meta a compreensão e a representação das relações de grandezas, equivalências, variação, interdependência e proporcionalidade.” (Duque de Caxias, 2022a, p. 75). A união desses conteúdos deve conduzir aos alunos a percepção de regularidades, de padrões em sequências numéricas e não numéricas, a interpretação de representações gráficas e simbólica e a resolução de equações e inequações.

A matriz curricular foi desenvolvida como um caminho para os alunos desenvolverem as habilidades e competências contidas na BNCC e, para tanto, a matriz salienta a necessidade de metodologias adequadas e de professores capacitados. Dentre os objetivos específicos a serem alcançados nos anos finais em Matemática, está o "Desenvolver o pensamento algébrico como generalização matemática da aritmética e como ampliação das possibilidades de argumentação e de resolução de problemas." (Duque de Caxias, 2022a, P. 79).

O quadro 1 apresenta parte da matriz curricular de Matemática para o 7° e 8° anos, especificamente os conteúdos de álgebra. Os tópicos contidos na matriz foram retirados da BNCC, indicados pelos códigos alfanuméricos, assim como orienta o documento.

É importante destacar que a matriz possui a preocupação com o pensamento algébrico desde os anos iniciais, pois como já apontado, segue as orientações da BNCC. Dessa forma, desde o 1° ano do Ciclo de Alfabetização, existe o Eixo "Números e Álgebra" onde constam conhecimentos como "[...] Identificar regras e padrões implícitos em sequências recursivas ou repetitivas, sejam elas numéricas, figurativas, de objetos, de sons etc." (Duque de Caxias, 2022b, p. 80).

Quadro 1 - Matriz curricular de álgebra para o 7º e 8º ano

7º Ano	**8° Ano**
(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.	(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.
(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.	(EF08MA07) Associar uma equação linear de 1° grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.
(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.	(EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1° grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.
(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes	(EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$

(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.	(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1° grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.	(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.

Fonte: Duque de Caxias (2022a, p. 94; p. 103).

Analisando a estrutura da matriz, é possível observar que, para o 7º ano, estão designados conhecimentos como reconhecer regularidades, sequências, compreensão e diferenciação da ideia de variável e de incógnita, além da compreensão da ideia de igualdade através da equação do 1º grau. Esses conhecimentos mostram a preocupação do município com o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes, para que no ano posterior (8º ano), consigam aprofundar seus conhecimentos em álgebra.

2 **REVISÃO DA LITERATURA**

Com a finalidade de contextualizar o trabalho e de verificar a sua relevância no cenário educacional, realizou-se uma revisão da literatura com a busca de trabalhos relacionados ao ensino de álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. Esta seção é de grande importância para a elaboração da dissertação e de trabalhos bibliográficos de forma geral, pois tem a função de orientar a pesquisa, no sentido de situar o trabalho no campo acadêmico. De acordo com Creswell (2007), a revisão da literatura possui a missão de informar o leitor sobre a importância da pesquisa e suas conclusões e resultados até então.

Nesse contexto, utilizando as plataformas de pesquisa “Google Acadêmico”, “Scielo” e “CAPES”, a partir das palavras-chave “Álgebra”, “Teoria dos Campos Conceituais” e “Anos finais” no período entre 2018 e 2023, foram selecionados 15 trabalhos (Quadro 2).

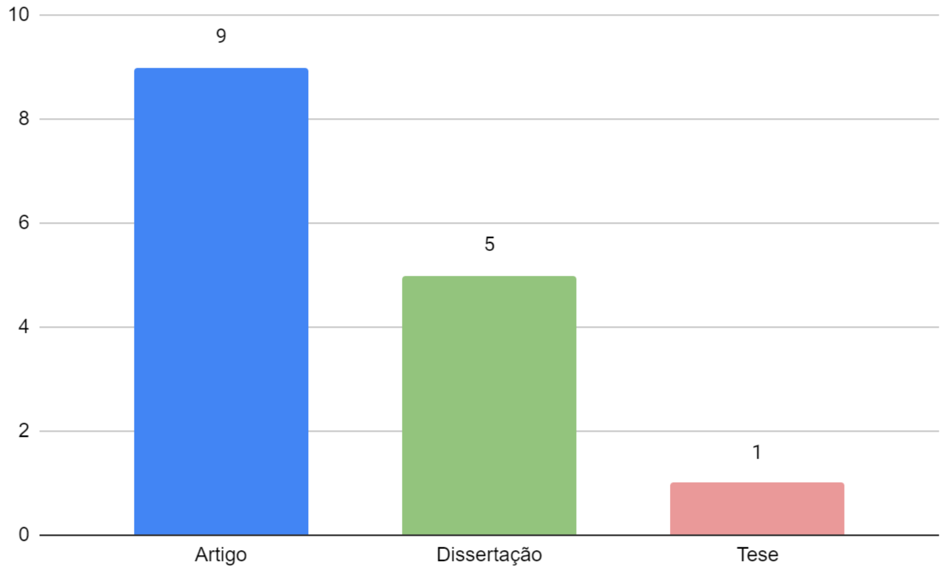
Quadro 2 - Revisão da literatura

Plataforma	**Período selecionado**	**Estudos encontrados**	**Estudos selecionados**
GOOGLE ACADÊMICO	**2018-2023**	**279**	**12**
SCIELO	**2018 - 2023**	**19**	**2**
CAPES	**2018 - 2023**	**2**	**1**

Fonte: A autora (2023)

A triagem foi realizada a partir da leitura dos resumos e os trabalhos que apresentaram maior proximidade com o tema da pesquisa foram selecionados. Dentre os 15 trabalhos, oito apresentam pesquisas sobre o ensino de álgebra no ensino básico e sete apresentam discussões sobre a TCC e o ensino de álgebra nos anos finais do ensino fundamental. Quanto ao tipo de trabalho (Gráfico 1), foram encontrados 9 artigos, 5 dissertações e 1 tese.

Gráfico 1 - Tipificação dos Estudos



Fonte: A autora (2023)

2.1 **Estudos que tratam sobre o ensino de álgebra nos anos finais**

Na elaboração do artigo “Recurso lúdico para apoio ao aprendizado da álgebra de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental”, Serpa e Kinast (2021) tiveram como objetivo principal analisar a eficácia da aplicação de uma atividade pedagógica lúdica sobre conteúdos algébricos em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental. Como base teórica, os autores apresentaram ideias referentes ao Ensino da Matemática, Ensino da Álgebra e Recursos Pedagógicos Lúdicos. Foram apresentados e discutidos aspectos relacionados à Etnomatemática, que defende um ensino de Matemática voltado para a realidade social dos alunos.

A pesquisa foi caracterizada como qualitativa exploratória, sendo realizada em três etapas. Na primeira etapa foi proposto para os alunos a construção das sequências matemáticas com o uso de cartelas contendo desafios, na segunda etapa os alunos receberam novas cartelas com equações simples para serem resolvidas e na terceira etapa precisaram resolver equações do 1º grau. Em todas as etapas, as cartelas continham recursos lúdicos, como desenhos de frutas ou objetos. Nas considerações finais, Serpa e Kinast (2021) puderam concluir que os recursos lúdicos como foco no pensamento algébrico, como enigmas e charadas, contribuíram para uma aprendizagem significativa. Em relação ao papel do professor, os autores afirmaram a importância da contextualização nos conteúdos algébricos, pois os alunos devem aprender além de fórmulas e procedimentos.

A dissertação, “O estudo de álgebra no ensino fundamental II: uma proposta com materiais manipuláveis” produzida por Souza (2021), buscou apresentar contribuições do uso de materiais manipuláveis para o ensino de álgebra no 8º ano do Ensino Fundamental. A autora apresentou em sua revisão da literatura trabalhos que mostraram as potencialidades do uso de materiais manipuláveis, como forma de visualização de conceitos abstratos. Os conceitos envolvidos na intervenção de ensino foram linguagem algébrica, expressão algébrica, valor numérico de uma expressão algébrica e equação do 1º grau e os materiais produzidos foram o “Tabuleiro das Expressões” e “Cubos Algébricos”. Com o uso dos materiais manipuláveis foram percebidas evoluções na compreensão de conceitos algébricos, pois na avaliação subsequente à intervenção, os alunos apresentaram um melhor desempenho.

Publicado por Righi, Porta, Scremin (2021), na Revemat[2], com o título “Pensamento algébrico: uma análise de livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental” o artigo apresentou a proposta de investigar se conteúdos de sequência recursivas, que compõem a unidade “Álgebra” na BNCC, estão sendo trabalhados em livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental. As discussões referentes ao tema mostram o uso de sequências como um caminho para os alunos desenvolverem o pensamento algébrico. Foram analisados os livros do 8º ano das coleções de Edwaldo Bianchini, Matemática - Bianchini: manual do professor, e de Gelson Iezzi, Matemática e Realidade, publicadas em 2018 e aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático - PNLD/2020. Dessa forma a pesquisa é caracterizada como qualitativa e de cunho documental.

Após a análise dos materiais, observou-se que o conteúdo de sequências estava presente nos livros didáticos, mas não necessariamente em um capítulo específico. Foram encontrados conteúdos de sequências ao longo dos capítulos de conteúdos algébricos. Os autores puderam concluir que, de forma geral, os livros didáticos estão seguindo as orientações dos documentos oficiais a respeito do ensino de álgebra, favorecendo o pensamento algébrico.

Produzido por Reis, Silva e Santos (2021) e publicado no “Brazilian Electronic Journal of Mathematics”, o artigo “Educação algébrica: o uso de padrões figurativo-numéricos como recurso didático-pedagógico para os anos finais do ensino fundamental” teve como objetivo estudar as contribuições da utilização de padrões figurativos-numéricos nos anos finais do ensino fundamental. Reis, Silva e Santos (2021) traçam um paralelo com a BNCC, que, segundo os autores, tem a preocupação com o desenvolvimento do pensamento algébrico, fundamental para resolver situações-problema da álgebra.

---

[2] Revista Eletrônica de Educação Matemática

Nesse sentido, defende-se a inserção de atividades com padrões, pois comunicam certos tipos de regularidades que inicialmente são observadas e depois generalizadas. A abordagem é qualitativa e de pesquisa bibliográfica, buscando diferentes possibilidades de intervenção pedagógica em situações didáticas. Concluindo o artigo, os autores defendem que o uso de padrões-figurativos potencializa a formação do pensamento algébrico.

A dissertação "Equações do 1º grau: significando a aprendizagem por intermédio da história da matemática" defendida por Anjos (2021), almejou desenvolver uma proposta de ensino de equações do 1º grau para uma turma de 7º ano a partir da história da matemática e da teoria da aprendizagem significativa de Ausubel[3]. Teve como motivação os resultados do PISA e do SAEB, que revelaram uma grande defasagem na aprendizagem de Matemática.

A sequência didática apresentada na dissertação foi constituída considerando as três etapas do desenvolvimento da álgebra: retórica, sincopada e simbólica. Segundo o autor, dessa forma os alunos podem "encontrar na linguagem oral e escrita da álgebra retórica, as explicações para os símbolos algébricos estabelecidos ao longo da história" (Anjos, 2021).
São apresentadas discussões a respeito da formação de professores, que também devem buscar se beneficiar da história da matemática, não somente para a sala de aula, mas como forma de compreensão da disciplina.

Elaborada por Silva (2023), a dissertação "Sequência didática como estratégia de ensino e aprendizagem para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos finais do ensino fundamental" apresentou como objetivo analisar os impactos de atividades organizadas em uma sequência didática. As sequências de atividades abordaram os conceitos de polinômios e suas operações em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, na perspectiva da BNCC.

O trabalho apresentou como fundamentação teórica um estudo sobre a inclusão de recursos didáticos nos anos finais do Ensino Fundamental, as perspectivas e dificuldades do uso de materiais concretos no ensino de Matemática nos anos finais e concepções do Pensamento algébrico. A metodologia escolhida para o estudo foi de natureza qualitativa com característica de estudo de caso. As análises dos resultados mostraram que as atividades organizadas em Sequências didáticas, unidas com a metodologia de resolução de problemas e com o uso de material didático despertaram o interesse dos alunos e favoreceram o desenvolvimento de habilidades algébricas.

Intitulado "Ensino de álgebra no ensino fundamental: uma revisão histórica dos PCN à BNCC", o artigo de Scremin e Rigui (2020) foi elaborado tendo como objetivo realizar uma

---

[3] David Paul Ausubel foi um psicólogo da educação estadunidense e criador da teoria da aprendizagem significativa.

análise histórica das orientações para o ensino de álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. Para tanto, realizaram um estudo documental dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), referentes ao componente curricular de Matemática.

Como resultados, os autores concluíram que apesar dos PCN terem sido formulados há mais de vinte anos, ainda se mostram relevantes nas práticas educacionais. No tocante às diretrizes para o ensino de álgebra, os PCN orientam a inserção dos conteúdos a partir do 7º ano do ensino fundamental, pois considera os alunos nessa fase prontos para as conexões lógicas e para a abstração. Já a BNCC apresenta orientações para o ensino de álgebra desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, que pode ser realizado a partir da observação de regularidades, generalizações de padrões e propriedades de igualdade.

O artigo de Olfos; Zakaryan; Estrella e Morales (2019), "Vínculos y Brechas entre el Conocimiento Teórico y el Conocimiento Práctico Perceptual de una Futura Profesora en la Enseñanza de la Multiplicación de Expresiones Algebraicas", buscou investigar os vínculos e lacunas entre o conhecimento teórico e prático de uma estudante de licenciatura em Matemática. Os autores basearem seu trabalho nas definições de conhecimento teórico e conhecimento prático, mostrando como esses podem se integrar e contribuir na formação de um professor.

O trabalho foi desenvolvido mediante uma pesquisa qualitativa com o método de estudo de caso, em uma experiência de Estudo de Classe em um curso universitário. A partir da análise da preparação de uma licencianda para uma aula de álgebra cujo tema é a multiplicação de expressões algébricas. A análise mostrou que a licencianda possuía lacunas na compreensão de conceitos algébricos, como a dificuldade na distinção entre variáveis e incógnitas. Olfos; Zakaryan; Estrella e Morales (2019) concluíram sobre a necessidade dos licenciandos terem uma melhor formação e da articulação necessária entre os conhecimentos teóricos e práticos nos cursos de graduação.

2.2 **Estudos que relacionam a Teoria dos Campos Conceituais com a álgebra**

A tese de Kikuchi (2019) denominada "A Teoria dos Campos Conceituais e a análise dos invariantes operatórios no conteúdo de álgebra" propôs-se a investigar quais invariantes operatórios eram utilizados pelos estudantes nos conteúdos algébricos dos anos finais do Ensino Fundamental, baseando-se assim na Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gérard Vergnaud (1933-2021). A pesquisa qualitativa (denominada assim pela autora) foi realizada mediante a aplicação de testes para os alunos do 8º ano, em duas fases chamadas de estudo piloto e estudo final. A partir do estudo piloto já puderam ser constatadas as principais dificuldades dos alunos: dificuldade em modelar uma equação do segundo grau a partir de uma situação-problema e em elaborar uma expressão algébrica em função de outra variável.

A análise dos resultados também se deu sob a perspectiva de Guy Brousseau[4] para os obstáculos de aprendizagem. Kikuchi (2019) em sua tese destaca a importância de se compreender o processo de aprendizagem dos alunos, e que o mesmo não se resume a respostas certas ou erradas, sendo necessária uma nova visão por parte dos professores sobre os erros cometidos pelos alunos:

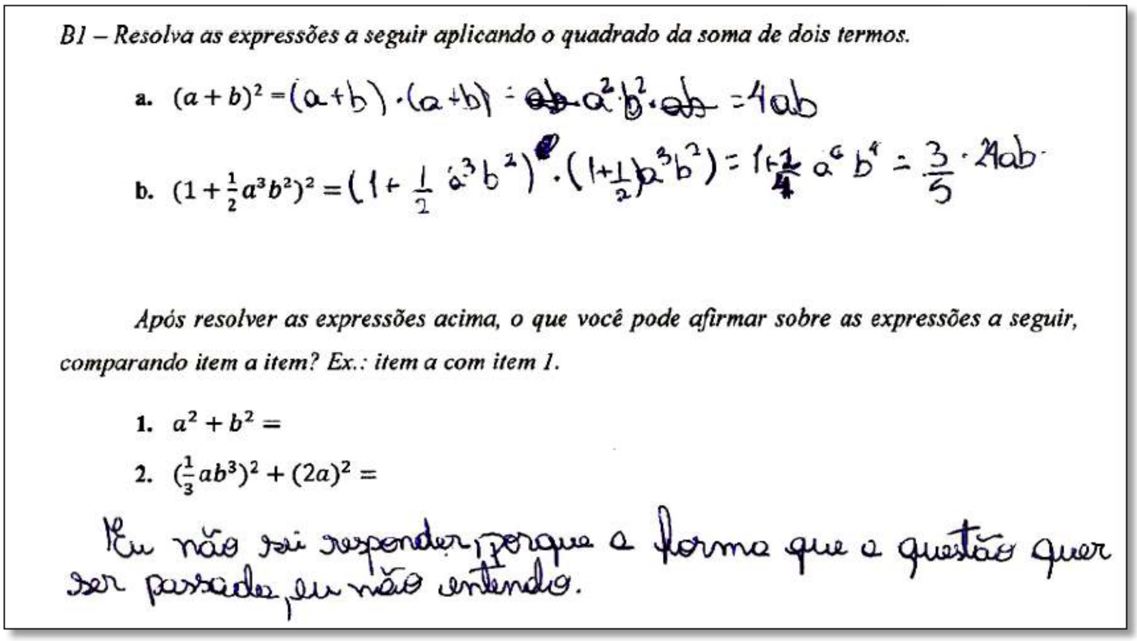
> Para qualquer atividade de conhecimento há um processo de idas-e-vindas, retificação de erros, verificação de conceitos anteriores e correção quando necessário. É por meio desse processo que ocorre a acomodação de novos conceitos. Além disso, não é possível afirmar se o aprendizado ocorreu apenas pela análise de atividades corretamente respondidas. Independente da resposta estar correta ou incorreta, há um processo de resolução próprio de cada aluno, que mobilizou seus conhecimentos anteriores (Kikuchi, 2019, p. 46).

A metodologia do trabalho levou em consideração o contexto social dos alunos envolvidos, com a aplicação de perguntas-modelo e, posteriormente, sua análise através da categorização das respostas, com base na Teoria dos Modelos Organizadores do Pensamento (Moreno et al., 2000c) e na Teoria dos Campos Conceituais. Os resultados do trabalho mostraram que muitas dificuldades apresentadas pelos alunos estão relacionadas com a deficiência em leitura e interpretação de texto. Os fatores emocionais também foram levados em consideração, pois alguns alunos demonstraram em suas respostas insegurança, timidez e o medo de errar (Kikuchi, 2019). A Figura 4 mostra uma das atividades propostas na atividade e a resposta do aluno, que demonstrou não ter compreendido corretamente as estruturas algébricas.

---

[4] Guy Brousseau, é um educador matemático francês. Aplicou o conceito de obstáculo epistemológico de Bachelard à didática da Matemática.

Figura 4 - Atividade proposta por Kikuchi (2019)



B1 – Resolva as expressões a seguir aplicando o quadrado da soma de dois termos.

a. $(a+b)^2 = (a+b)\cdot(a+b) = \cancel{ab}\, a^2b^2 \cdot \cancel{ab} = 4ab$

b. $(1+\frac{1}{2}a^3b^2)^2 = (1+\frac{1}{2}a^3b^2)\cdot(1+\frac{1}{2}a^3b^2) = 1+\frac{1}{4}a^6b^4 = \frac{3}{5}\cdot 4ab$

Após resolver as expressões acima, o que você pode afirmar sobre as expressões a seguir, comparando item a item? Ex.: item a com item 1.

1. $a^2+b^2=$

2. $(\frac{1}{3}ab^3)^2+(2a)^2=$

Eu não sei responder porque a forma que a questão quer ser passada eu não entendo.

Fonte: Kikuchi (2019)

O papel do professor também é citado como de extrema importância na tese (Kikuchi, 2019), visto que o professor pode estimular o aluno ou atrapalhar sua compreensão, dependendo da metodologia.

Em sua dissertação, Bilhalva (2020) aponta como de grande relevância o papel do professor, e que tal aspecto vai de encontro à TCC. O objetivo do trabalho de Bilhalva (2020) é investigar o pensamento algébrico a partir de situações-problema que propõem relações e comparações entre padrões de figuras geométricas pertencentes ao Campo Conceitual Algébrico (CAC). O pensamento algébrico, apresentado na dissertação, é definido por aspectos como identificação de regularidades e de variações e pela capacidade de generalizações.

O estudo apresenta reflexões sobre as ideias de Lins e Gimenez (1997), defendendo a inserção da álgebra nos currículos escolares desde as séries iniciais, não sendo interessante para os alunos o contato com a álgebra somente nos anos finais do ensino fundamental pois é possível abordar conceitos como generalização, variação e padrões a partir da aritmética. Usualmente, a álgebra e a aritmética são apresentadas como áreas distintas, sendo possível compreender uma somente após compreender a outra. (Lins; Gimenez, 1997). “Esse pode ser um dos fatores que confunde os alunos, quando tentam tratar de conceitos algébricos com as mesmas regras já conhecidas da Aritmética.” (Bilhalva, 2020, p. 24).

A pesquisa de cunho qualitativo, também realizada com uma turma de 8º ano, analisou respostas dos alunos a partir da classificação em “esperadas” ou “divergentes”. As sequências apresentadas se dividiram em sequências geométricas e em sequências numéricas, totalizando 9 atividades. A autora afirma que "foram identificadas diferentes estratégias de resolução desta turma, de modo a agrupar as resoluções pela identificação de semelhanças nas respostas. A partir desse agrupamento, foi possível identificar resoluções representativas dessa turma" (Bilhalva, 2020, p. 56). A análise das respostas considerou aspectos como uso de símbolos, cálculos generalizados e desenhos a partir de padrões de formação, sendo possível identificar os invariantes operatórios para cada situação trabalhada.

Bilhalva (2020) reforçou a importância das representações na investigação: "Sem as representações não seria possível acessar as manifestações do pensamento algébrico dos alunos. E foram elas que permitiram aos alunos acessarem e utilizarem seus esquemas." (Bilhalva, 2020, p. 89). Aqui destaca-se a Teoria dos Campos Conceituais, dando destaque ao papel das representações, pois as mesmas sinalizam aspectos importantes na produção dos alunos (Vergnaud, 2014, p. 86).

O artigo de Artuzo; Riva; Albani (2022) buscou analisar e categorizar as dificuldades dos alunos do 8º e 9º anos do ensino fundamental no tocante aos conteúdos algébricos, a partir de situações-problemas. De acordo com os autores, a perspectiva escolhida para o trabalho é a da análise de erros, pois a mesma pode revelar conhecimentos implícitos e "aprender a analisar os erros leva o professor a despertar um pensamento crítico quanto à construção da resposta dos estudantes, distinguindo não apenas o que falta, mas o que o estudante sabe." (Artuzo; Riva; Albani, 2022, p. 2). O trabalho entrelaça a Teoria dos Campos Conceituais com a análise de erros, apresentando as classes de situações como uma ferramenta de compreensão do conhecimento. A partir das situações propostas, foi possível analisar aspectos pessoais e coletivos e, posteriormente, construir propostas didáticas para auxiliar os alunos em suas dificuldades.

A pesquisa, de cunho qualitativo, utilizou um questionário proposto por Kikuchi (2019), buscando quais as origens dos equívocos nas respostas dos estudantes. Os resultados da pesquisa mostraram que atividades lúdicas, construídas a partir das dificuldades dos alunos, podem ajudar na compreensão e no surgimento de conhecimentos implícitos.

A dissertação de Ribeiro (2020), intitulada "Uma investigação sobre o raciocínio funcional no 6º ano do Ensino Fundamental", teve como objetivo principal analisar as habilidades de generalização de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Municipal do Sul da Bahia, a partir de questões sobre o raciocínio funcional. O trabalho tem como base teoria a TCC pois, segundo a autora, é necessário a "observação dos aspectos conceituais dos esquemas na análise cognitiva dos estudantes, mediante as situações envolvendo o raciocínio funcional.” (Ribeiro, 2020) E a Early Álgebra, tendo como base os estudos de Kieran (1995, 2004). A Early Álgebra busca desenvolver o pensamento algébrico desde os primeiros anos escolares, pois mesmo sem o uso de símbolos, os estudantes podem analisar relações entre quantidades, modelar, generalizar e resolver problemas (Kieran, 2004).

A metodologia escolhida para o trabalho, segundo a autora, possui duas abordagens: Quantitativa pois foram analisados os percentuais de erros e acertos e qualitativa devido a análise de competência de generalização dos alunos. Os testes aplicados foram divididos em três encontros em cada turma, com questões referentes ao raciocínio funcional. O desempenho dos estudantes foi analisado a partir do parâmetro estatístico Qui-Quadrado[5], o que evidenciou um bom desempenho da parte dos alunos em relação ao raciocínio funcional, apesar de não terem tido contato com a álgebra formal. Ribeiro (2020) destacou o ótimo desempenho dos estudantes em funções lineares, mas que possuem dificuldade em situações de funções afim.

O artigo de Rezende, Nogueira e Calado (2020), buscou investigar como os conhecimentos sobre função afim são construídos durante o processo de escolarização. O público alvo da investigação, foram alunos do 9° ano do ensino fundamental e 3º ano do ensino médio, para os quais foram apresentadas situações do Campo Conceitual de Funções, com ênfase na descrição geral de padrões. Com relação a este Campo Conceitual, os autores definem como ideias base, as ideias de variável, correspondência, dependência, regularidade e generalização. Os autores destacam que a produção é parte de uma extensa pesquisa, que envolve pesquisadores do Brasil e dos Estados Unidos.

Foram elaborados blocos de tarefas para os alunos, seis de ensino fundamental e seis de ensino médio, ponderando os níveis de ensino. Foram consideradas as estratégias de resolução apresentadas e, diante das dificuldades apresentadas pelos alunos, os autores defendem que as ideias base de função devem ser trabalhadas desde os anos iniciais, pois a “generalização não foi mobilizada corretamente por nenhum dos estudantes investigados, em nenhuma das tarefas propostas.” (Rezende; Nogueira; Calado, 2020, p. 48). Ainda de acordo com os resultados da pesquisa, os autores defendem a importância de se trabalhar as diferentes situações do Campo Conceitual de Funções, para instigar nos alunos a mobilização de diferentes esquemas, ideia defendida por Vergnaud (1990).

O artigo de Eisermann, Schulz e Fuchs (2021), “Teoria dos Campos Conceituais: integrando aritmética, geometria e álgebra no ensino de frações” apresenta como objetivo examinar o potencial de uma aprendizagem com base na TCC, a partir de uma sequência

[5] Qui-quadrado é o teste que permite verificar a conformidade de ajustamento entre frequências observadas e frequências esperadas (Fonseca; Martins, 2011).

didática voltada para o conteúdo de frações em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental.

De acordo com os autores, o trabalho de um professor deve ser reflexivo a fim de analisar as estratégias e os esquemas utilizados pelos alunos em cada situação proposta, o que revela a importância da teoria aliada à prática. A metodologia do trabalho foi classificada como qualitativa e se deu através de uma sequência didática aplicada na turma em que um dos autores atuava. Os autores buscaram apresentar situações que relacionavam frações com representações geométricas e com abordagens mais genéricas, a fim de incitar o pensamento algébrico. Após a aplicação da sequência didática, os resultados mostraram que houve uma aprendizagem significativa através da assimilação de novos conceitos (Eisermann; Schulz; Fuchs, 2021).

Denominado “O Raciocínio Algébrico no Ensino Fundamental: O debate a partir da visão de quatro estudos”, o artigo de Magina, Oliveira e Merlini (2018) possui o objetivo de discutir a inclusão da Álgebra nos anos iniciais a partir de estudos. Esses estudos foram divididos em aplicação de intervenções de ensino, instrumentos diagnósticos e formação de professores. Como aporte teórico, o trabalho apresenta concepções da Early Algebra, a Teoria dos Campos Conceituais e apontamentos de documentos oficiais como a BNCC, a respeito da importância de se desenvolver o pensamento algébrico já nos anos iniciais.

A descrição dos estudos apresentou trabalhos relacionados ao raciocínio funcional no 5º ano, análise dos esquemas apresentados por alunos do 3º e 5º ano com situações-problema algébricos, estratégias utilizadas por alunos do 9º ano com problemas de álgebra elementar e uma intervenção realizada com professores a partir dos conceitos da EA. Entre os resultados do estudo, foi possível concluir que os alunos desde as séries iniciais já são capazes de lidar com situações elementares da álgebra, principalmente com o recurso de representação icônica, que deve ser apresentada pelos professores. Foi também possível concluir com a pesquisa, que os alunos do 9º ano ainda possuem muitas dificuldades para resolverem situações-problemas relacionadas à álgebra, o que mostra a necessidade de estudos relacionados a essa temática.

2.3 **Relação entre os trabalhos apresentados e a dissertação**

Os trabalhos apresentados em muito contribuíram na produção desta dissertação e, apesar de contemplarem diferentes aspectos relacionados ao ensino de álgebra, esses aspectos se complementam. Serpa e Kinast (2021), Souza (2021) e Silva (2023) apresentaram as contribuições do uso de recursos de ensino, como materiais lúdicos e concretos. Os resultados desses trabalhos mostraram como isso pode favorecer a aprendizagem de álgebra e os recursos utilizados serviram como inspiração para a elaboração dos materiais usados nas atividades da intervenção de ensino.

Righi, Porta, Scremin (2021) buscaram analisar se os livros didáticos de Matemática dos anos finais estão contemplando o conteúdo de sequências recursivas, pois favorecem o desenvolvimento do pensamento algébrico. Embora o foco desta dissertação não seja os livros didáticos, é preciso levar em consideração esse aspecto a fim de avaliar se estão de acordo com os documentos oficiais.

Olfos; Zakaryan; Estrella e Morales (2019) e Anjos (2021) tratam sobre a formação de professores de Matemática. O primeiro com ênfase na necessidade de aproximação entre teoria e prática durante o curso de licenciatura e o segundo com ênfase na importância da história da matemática na formação de um professor. Os dois trabalhos abordam a aprendizagem de álgebra e dialogam com a presente pesquisa, pois também considera essencial que os professores estejam bem formados para que a aprendizagem de álgebra possa ocorrer.

Magina, Oliveira e Merlini (2018), Ribeiro (2020), Eisermann, Schulz e Fuchs (2021) apresentam aproximações entre o ensino de álgebra e a TCC. Os três trabalhos defendem a inserção mais cedo da álgebra. Os dois primeiros apresentam a Early Algebra, uma concepção de que o pensamento algébrico deve ser desenvolvido desde os anos inicias, o que irá favorecer a aprendizagem nos anos finais. O terceiro trabalho apresenta a abordagem de frações no 6º ano, integrando aritmética, álgebra e geometria, também com foco no pensamento algébrico. A contribuição desses trabalhos para a presente dissertação está no fato de fornecerem subsídios para a compreensão do pensamento algébrico. Uma vez que os alunos não tiveram contato com a álgebra desde os anos iniciais, é possível usar ferramentas da Early Algebra a fim de ajudá-los.

Este trabalho visa estar em consonância com o que orientam os documentos oficiais para o ensino de álgebra. Nesse sentido, Scremin e Rigui (2020), Reis, Silva e Santos (2021) trazem contribuições importantes sobre a BNCC e os PCN. O primeiro traça um comparativo entre os dois documentos no tocante ao ensino de álgebra. O segundo, apresenta o uso de padrões figurativos-numéricos como recurso didático-pedagógico para os anos finais, buscando seguir as orientações da BNCC.

Kikuchi (2019), Bilhalva (2020), Rezende, Nogueira e Calado (2020) e Artuzo, Riva e Albani (2022) apresentam as contribuições da TCC para o ensino de álgebra nos anos finais do ensino fundamental. Sendo esse o tema principal desta dissertação, essas produções apresentaram subsídios sobre como a TCC pode ser usada na compreensão dos conceitos algébricos, apresentando exemplos de esquemas que podem ser manifestados pelos alunos e para quais situações eles atribuem significado.

3 **FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Neste capítulo serão apresentados os aportes teóricos que fundamentam esta dissertação, como as concepções de álgebra, o pensamento algébrico e a Teoria dos Campos Conceituais, desenvolvida por Gérard Vergnaud.

3.1 **Concepções de álgebra**

Muitos estudos abordam a questão da álgebra na busca de defini-la, e em muitos casos (vivenciados pela autora do trabalho), os alunos a definem apenas como o uso de letras na matemática. Borges (2018) também aponta que muitos professores apresentam a ideia de variável como letras que representam números. Zalman Usiskin desenvolveu estudos a fim de apresentar as concepções da álgebra, diante da afirmação dos alunos de que quando trabalham com letras, estão estudando álgebra.

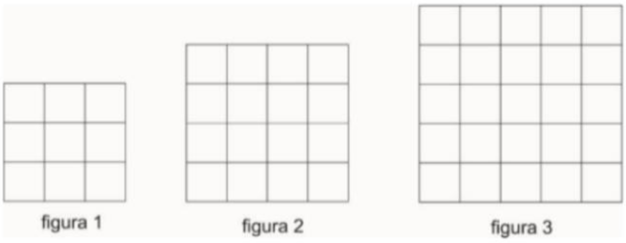
> [...] Na Geometria, as variáveis, muitas vezes, representam pontos, como se vê no uso de A, B e C, quando escrevemos “se AB = BC, então, ΔABC é isósceles”. Na lógica, as variáveis p e q, muitas vezes, representam proposições; na análise, a variável A pode representar uma matriz, ou variável v, um vetor; em Álgebra superior, a variável pode representar uma operação. [...] (Usiskin, 1995, p. 11).

Usiskin (1995; 1999) afirma que não podemos reduzir a álgebra apenas ao uso de letras. Diante disso, o autor apresenta quatro concepções de álgebra: a Álgebra como Aritmética generalizada; a Álgebra como estudo de procedimentos; a Álgebra como estudo de relações entre grandezas e a Álgebra como estudo das estruturas.

- Álgebra como Aritmética generalizada: Nessa concepção, a álgebra deve partir de situações aritméticas como um movimento de generalização. Os alunos devem interpretar e generalizar variáveis explicitadas em situações, encontrando modelos matemáticos. Um exemplo dessa concepção é apresentado por Guimarães (2013) na Figura 5:

Figura 5 - Generalização de sequências

Observe as figuras a seguir, formada por linhas e colunas de quadradinhos:



a) Determine a quantidade de quadradinhos da figura 1 e da figura 2;
b) Qual a quantidade de quadradinhos da figura 3?
c) Quantos quadradinhos teria a figura 6?

Fonte: Guimarães (2013)

- Álgebra como estudo de procedimentos: Nessa concepção, o foco é a resolução de problemas que envolvam simplificar e resolver equações. Usiskin (1999) exemplifica com o seguinte problema:

Quando adicionamos 3 ao quíntuplo de um número, encontramos 40 como resultado. Encontre o número. (tradução nossa)

O problema é traduzido pela seguinte equação

$$3 + 5x = 40$$

De acordo com o autor, muitos alunos apresentam dificuldades na passagem da aritmética para a álgebra, pois enquanto a solução aritmética seria subtrair o número 3 e dividir por 5, a forma algébrica $5x + 3$ envolve multiplicação por 5 e a adição de 3. Então, para configurar uma equação, é preciso pensar nas operações inversas.

- Álgebra como estudo de relações entre grandezas: Essa concepção difere da anterior pois as letras representam variáveis, ou seja, valor que mudam. Um exemplo citado pelo autor é o da fórmula da área de um retângulo $A = L.W$, que não exige encontrar um valor desconhecido, mas apresenta uma relação entre quantidades.

- Álgebra como estudo das estruturas: Na quarta concepção, não há um modelo para ser generalizado, uma equação para ser resolvida ou uma relação entre variáveis. Usiskin (1999) usa como exemplo a fatoração de $3x^2 + 4ax - 132a^2$ que tem como resultado $(3x +$

$22a)(x - 6a)$. Nesse caso, a ideia de variável não coincide com nenhuma das concepções anteriores.

Para sintetizar as diferentes concepções de álgebra, Usiskin (1999) apresenta um resumo com os diferentes usos das variáveis (Quadro 3):

Quadro 3 - Concepções de álgebra de acordo com Usiskin

Concepções de álgebra	**Uso das variáveis**
Aritmética generalizada	Generalizações de padrões (traduzir, generalizar)
Estudo de procedimentos	Incógnitas, constantes (resolver, simplificar)
Estudo de relações	Argumentos, parâmetros (relacionar, gráfico)
Estruturas	Sinais arbitrários no papel (manipular, justificar)

Fonte: Usiskin (1999)

Como conclusão de seu trabalho, Usiskin (1999) afirma que o papel da álgebra é maior do que ser um instrumento para a resolução de problemas, mas fundamental para a caracterização e compreensão de estruturas matemáticas. Esse fato, segundo o autor, justifica a álgebra ser a principal área de estudo no Ensino Médio. Analisando as dimensões de álgebra descritas pelos PCN (1998), é possível encontrar semelhanças com as concepções de álgebra apresentadas por Usiskin (1999).

Lins e Gimenez (1997) também apresentam concepções de álgebra, pensando em abordagens pedagógicas para o seu ensino, afirmando que as metodologias derivam da visão do que se quer propiciar por intermédio do mesmo. Eles afirmam que apesar de existir um consenso sobre os conteúdos que devem ser abordados no ensino de álgebra, não há um consenso do que seja pensar algebricamente.

Os autores apresentam três abordagens para a educação algébrica. A primeira, denominada letrista, é adotada por professores que acreditam que a atividade algébrica refere-se somente em "cálculos com letras", expondo o algoritmo e depois a prática através de exercícios repetidos. Nessa abordagem, não há reflexão sobre os procedimentos e resultados (Lins; Gimenez, 1997).

A segunda abordagem é chamada de letrista-facilitadora, na qual os professores acreditam que situações concretas antecedem o processo de abstração. Apresentam elementos facilitadores, como o material concreto relacionando a álgebra à geometria. A terceira abordagem é definida como modelagem, estando também presente o concreto como ponto de partida. São apresentadas para os alunos situações reais, sendo a álgebra um instrumento para a interpretação do problema e não o foco do estudo. Dessa forma, técnicas de resolução não possuem tanta relevância e, sim, o resultado final. Lins e Gimenez (1997) defendem que essa abordagem é a que mais aproxima a matemática da sala de aula com a matemática cotidiana.

Indo na contramão da prática baseada apenas em algoritmos, Lins e Gimenez (1997) defendem que a atividade algébrica deve dar atenção para a produção de significados, que devem ser investigados e justificados. Afirmando que a álgebra deve ser incluída desde os anos iniciais, os autores buscam introduzir ideias como generalização e padrões por meio da aritmética, o que rompe com a ideia de que álgebra e aritmética são partes distintas da Matemática. Bilhalva (2020) afirma que essa ideia de distinção entre álgebra e aritmética pode trazer noções erradas para os alunos,

> Por exemplo, quando os alunos encontram uma expressão do tipo x + 2, tendem a somar os elementos, juntando todos, como na aritmética (encontrando 3x), como se fosse possível somar um número com parte literal a outro sem, afinal, para eles o sinal de igualdade implica em um resultado (alguns, chegam a "sumir" com o símbolo x, pois, ele não tem significado para esses alunos) (Bilhalva, 2020, p. 24).

Lins e Gimenez (1997) não se opõem totalmente ao pensamento de que a álgebra pode ser vista como a generalização da aritmética, mas negam que essa é a única forma de se trabalhar com conteúdos algébricos. É preciso levar em consideração diferentes aspectos dessas áreas da Matemática, pois a aritmética busca encontrar soluções concretas e a álgebra trata de situações genéricas.

3.2 **O pensamento algébrico**

Depois de apresentar algumas concepções de Álgebra, é necessário discutir sobre o pensamento algébrico, como o mesmo manifesta-se no ensino e como alguns autores o definem. Lins e Gimenez (1997) buscam definir o que é pensar algebricamente, a partir de três características fundamentais:

> 1) produzir significados apenas em relação a números e operações aritméticas (chamamos isso aritmeticismo); 2) considerar números e operações apenas segundo suas propriedades, e não "modelando" números em outros objetos, por exemplo, objetos "físicos" ou geométricos (chamamos a isso internalismo); e, 3) operar sobre números não conhecidos (chamamos a isso analiticidade) (Lins; Gimenez, 1997, p. 151).

Os autores afirmam que pensar algebricamente é sempre pensar produzindo segundo essas características, e para que seja desenvolvido o pensamento algébrico, é preciso que os alunos saibam investigar regularidades, sistematizar propriedades, resolver e discutir problemas algébricos, modelagem de situações e determinar padrões entre informações distintas (Lins; Gimenez, 1997).

No que diz respeito à linguagem a qual o pensamento algébrico pode ser manifestado, pesquisadores como Fiorentini, Miguel e Miorim (1993) afirmam que não existe apenas uma forma de linguagem. É possível expressá-lo mediante a linguagem natural, através da aritmética, através da geometria ou de uma linguagem específica, conhecida como linguagem algébrica de maneira simbólica. Os pesquisadores defendem que é necessário repensar a relação entre a Educação Algébrica e pensamento algébrico, afirmando que o último é caracterizado pela “percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização” (Fiorentini; Miorim; Miguel, 1993, p. 87).

Lins e Gimenez (1997) afirmam ser prejudicial o fato de os conteúdos algébricos serem apresentados somente após os de aritmética, pois os alunos não precisam dominar conteúdos da aritmética para aprender álgebra, mas desenvolver esses dois aspectos da Matemática juntos, percebendo o que existe em comum.

Diante disso, para o leitor pode surgir a seguinte questionamento: quando iniciar então os estudos com a álgebra? Em que série especificamente? Pesquisas têm mostrado a necessidade da inclusão de abordagens algébricas desde os anos iniciais (Kieran, 1992; Kieran, 2004; Blanton Et Al., 2007; Lins, Gimenez, 1997; Blanton, Kaput, 2005, Canavarro, 2007; Magina, Oliveira, Merlini, 2018).

Esses autores compartilham da mesma noção de que introduzir a álgebra nos anos iniciais não significa uma abordagem com problemas que envolvem letras/equações, pois os alunos de séries iniciais ainda não desenvolveram habilidades necessárias para essas atividades.

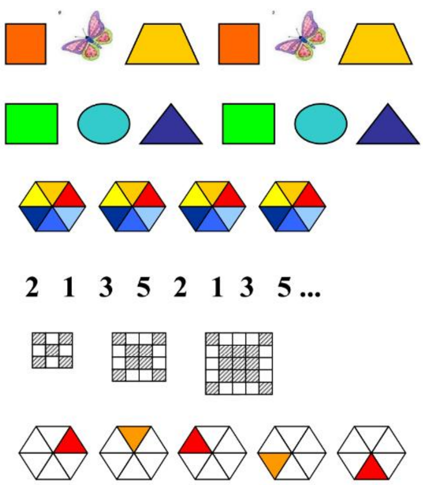
Blanton e Kaput (2005) definem o pensamento algébrico como um processo que envolve generalizações e argumentações de ideias matemáticas, com base no cotidiano dos alunos.

Esse movimento, o de introduzir álgebra nos anos iniciais, é conhecido como *Early Algebra*. Embora desde os anos 90 já existirem pesquisas a respeito desse tema (Fiorentini; Miorim; Miguel, 1993; Kieran, 1992), a *Early Algebra* teve início em torno de 2006. A Academia Nacional de Ciências (NAS), organizou um encontro com o objetivo de melhorar o ensino de álgebra nos Estados Unidos. Os participantes do encontro foram organizados em cinco grupos, sendo um deles denominado *Early Algebra*, no qual foram desenvolvidas propostas de inclusão da álgebra nos anos iniciais (Katz, 2007~~,~~ *apud* Bastos, 2019).

Um exemplo de abordagem para as séries iniciais é apresentado por Canavarro (2007), no qual é apresentada a situação de cinco alunos ganhadores de um concurso que fizeram ligações entre si para darem felicitações. A atividade consiste em fazer os alunos de 2º ou 3º anos pensarem em quantas ligações foram feitas e generalizarem para seis ou qualquer número de alunos.

Da mesma forma, atividades para a descoberta de padrões em sequências como as apresentadas por Hanke (2008), podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Existem vários tipos de padrões que podem ser utilizados para essa finalidade. Os da Figura 6 são classificados respectivamente em figurativo-numérico, geométrico-numérico, visuais, numéricos e mosaico.

Figura 6 - Estilos de sequência de padrões



Fonte: Hanke (2008) - Adaptada

Embora existam pesquisas e projetos contemplando aspectos da *Early Algebra*, os alunos chegam nos anos finais sem desenvolverem o pensamento algébrico. Dessa forma, atividades da *Early Algebra*, que trabalham a generalização, podem ser utilizadas nos anos finais a fim de desenvolver esse pensamento (Magina; Oliveira; Merlini, 2018). A BNCC contempla aspectos da Early Algebra nos anos iniciais e também nos anos finais, como a identificação de regularidades de uma sequência numérica no 6º ano e sequências recursivas e não recursivas no 8º (Brasil, 2017). De acordo com os autores e o documento, o trabalho com sequências favorece o desenvolvimento do pensamento algébrico.

3.3 **A Teoria dos Campos Conceituais**

Nesta subseção, serão apresentados os principais aspectos da Teoria dos Campos Conceituais, proposta por Gérard Vergnaud (1933-2021), psicólogo francês, que a descreve como "[…] uma teoria cognitivista que visa a fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente das que se relevam das ciências e das técnicas." (Vergnaud, 1990, p. 135).
Dessa maneira, Vergnaud afirma que a TCC não se restringe apenas à Matemática, mas pode ser usada em qualquer disciplina, quando o objetivo é a aprendizagem. Além disso, Vergnaud reconhece que não é uma teoria simples, quando afirma que

> [...] ela envolve a complexidade decorrente da necessidade de abarcar em uma única perspectiva teórica todo o desenvolvimento de situações progressivamente dominadas, dos conceitos e teoremas necessários para operar eficientemente nessas situações, e das palavras e símbolos que podem representar eficazmente esses conceitos e operações para os estudantes, dependendo de seus níveis cognitivos (Vergnaud, 1994, p. 43).

Passando pelas definições, um campo conceitual pode ser definido como um conjunto de situações. Para exemplificar, o campo conceitual das estruturas aditivas é o conjunto das situações que demandam uma adição, uma subtração ou a combinação dessas duas operações.

O campo conceitual das estruturas multiplicativas demanda uma multiplicação, divisão ou combinação das duas operações. Trabalhar com a noção de situação permite a formação de uma classificação baseada na análise das tarefas cognitivas e de quais procedimentos são necessários em cada uma delas (Vergnaud, 1993).

Outros conceitos pertencentes à teoria são as situações, os esquemas, os invariantes operatórios implícitos (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação) e explícitos. Vergnaud (1993) afirma que para dominar o conhecimento de um campo conceitual é preciso tempo, experiência, maturidade e aprendizagem. Portanto, a superação de uma dificuldade conceitual não acontece de um dia para o outro. Vergnaud (1993) defende que um conceito não pode ser reduzido à sua definição, e dessa maneira, deve ser representado por uma terna (S, I, R):

- Situações (S): Conjunto de situações que dão sentido aos conceitos (combinação de tarefas);

- Invariantes (I): Conjunto dos invariantes que formam as propriedades dos sujeitos (significado);

- Representações (R): Conjunto das representações simbólicas que são usadas para representar as situações e os procedimentos (significante).

Partindo dessa terna, é possível compreender aspectos do processo de aprendizagem, pois é preciso levar em consideração que um conceito não se forma em uma única situação e que uma situação não pode ser analisada apenas com um conceito (Vergnaud, 2009).
Em relação às situações, Vergnaud (1993, p.1) afirma que é “através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança”. Podem ser divididas em duas classes:

1) Classes de situações nas quais os alunos possuem competências necessárias para de imediato resolvê-las;

2) Classes de situações nas quais os alunos não possuem todas as competências necessárias, o que exige um tempo de aprendizagem, podem haver sucessos e fracassos no percurso.

É importante esclarecer que de acordo com essa teoria, o conceito de situação não tem o sentido de situação didática, mas o de tarefa, como afirma Vergnaud (1993). O autor aponta que a dificuldade de uma tarefa “não é nem a soma nem o produto da dificuldade das diferentes subtarefas. É claro, contudo, que o fracasso em uma subtarefa provoca o fracasso global.” (Vergnaud, 1993, p. 9). Toda situação complexa é interpretada como uma combinação de determinadas tarefas, que possuem uma natureza e dificuldades que devem ser bem conhecidas.

3.3.1 Os esquemas

Para as duas classes de situações anteriormente apresentadas, se faz necessário o uso de esquemas, mas seu funcionamento é diferente para cada caso. Os esquemas foram introduzidos por Piaget, como maneira de considerar as formas de organização das habilidades sensório-motoras e intelectuais. Nessa perspectiva, o foco é o sujeito epistêmico[6]. Vergnaud (1993) utiliza-se do conceito de esquema, mas acredita que o foco deve estar no sujeito em ação. O esquema deve ser composto por regras e pode ser eficaz para muitas situações, gerando

[6] O foco está na investigação das grandes categorias do pensamento: espaço, tempo, causalidade, etc. (Silva; Frezza, 2011).

diferentes ações (Barbosa, 2008).

> [...] emprestado de Piaget aspectos importantes do seu trabalho: primeiro o conceito de esquema, que possui uma larga interpretação, que o conhecimento é adaptado (acomodação e assimilação), bem como Piaget conceituou globalmente que a ação e representação fazem parte do desenvolvimento. (Vergnaud, 2009, P. 84).

Sobre o uso dos esquemas em sua teoria, Vergnaud (1993, p.2) os define como "a organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada". Esses esquemas são compostos por conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, elementos cognitivos que fazem a ação ser operatória. Exemplos relacionados ao campo da Matemática são citados pelo autor:

- O esquema de enumeração de uma pequena coleção por uma criança de 5 anos;

Ainda que a forma se altere (contar figurinhas, pessoas, lápis, etc), o funcionamento do esquema permanece invariante, como o movimento dos olhos, posição dos dedos em relação aos objetos e enunciação coordenada da série numerada (1, 2, 3, 4, …).

- O esquema da resolução de equações da forma $ax + b = c$;

Nesse formato de equação, quando os valores de a, b e c são positivos e $b < c$, esse esquema atinge rapidamente um grau elevado de disponibilidade e de confiabilidade nos alunos iniciantes em álgebra. As resoluções apresentadas pelos estudantes revelam uma organização invariante sobre o que aprenderam com os teoremas, como subtrair "b" dos dois membros para conservar a igualdade ou dividir os dois membros por "a" a fim de também conservá-la.

Vergnaud (1990) afirma que os esquemas são dispositivos do mesmo tipo lógico dos algoritmos, que podem ser suficientes ou não para uma determinada situação. Os esquemas são muitas vezes eficazes, mas nem sempre efetivos. No momento que um esquema se torna ineficaz, a experiência pode conduzir o aluno a buscar um novo esquema para alcançar seu objetivo.

3.3.2 Os invariantes operatórios

Segundo Vergnaud (1993), os esquemas podem ser divididos em dois tipos de conhecimento: os conceitos-em-ação e os teoremas-em-ação. Quando um aluno compreende bem esses conhecimentos, consegue transformá-los em invariantes operatórias, sendo capaz de usar um esquema em várias situações da mesma classe, realizando assim, uma generalização.

Os invariantes, juntamente com as situações e as representações, constituem a tríade (S, I, R) na formação de um conceito. Os conhecimentos-em-ação são manifestados nas ações que os indivíduos realizam, mas não são capazes de explicar, apenas reproduzem. Vergnaud (1990) exemplifica o caso de um funcionário que trabalha em uma fábrica de peças e não possui formação teórica, mas consegue resolver um problema na produção das peças. Ele sabe aplicar seu conhecimento, mas não sabe explicar o algoritmo utilizado na resolução do problema. Porém, quando é capaz de explicar o algoritmo, entender o mecanismo e transmitir seu conhecimento para outras pessoas, generalizando para outras situações, conseguiu transformar em teorema-em-ação.

Um aluno deve compreender um conteúdo a ponto de conseguir aplicá-lo em qualquer problema relacionado a esse conteúdo, manifestando assim uma invariante operatória. Uma aprendizagem verdadeiramente efetiva ocorre quando os estudantes são capazes de transformar seus conhecimentos-em-ação e teoremas-em-ação em invariantes operatórias. Os invariantes operatórios, no entanto, não são ações palpáveis ou explícitas para os alunos, mas pertencem ao psicológico dos mesmos, sendo explícito para os professores (Kikuchi, 2019). Dessa forma, dois alunos podem manifestar invariantes operatórios diferentes e chegarem na mesma solução.

O ensino de álgebra deve contemplar esses aspectos, levando em consideração a necessidade de se trabalhar sentidos e situações. Não se pode valorizar somente o simbolismo ou somente as situações, é preciso entender que ambos são essenciais na compreensão de um conceito.

3.3.3 Campo Conceitual Algébrico

O campo conceitual algébrico pode ser definido como o conjunto de situações, representações e invariantes necessários para a construção de conceitos algébricos (KLOPSCH, 2010). Reconhecer os esquemas necessários para este campo é fundamental para analisar as dificuldades encontradas pelos alunos em álgebra. Vergnaud (2019) afirma que, tendo como base os conhecimentos aritméticos, a álgebra representa um grande desvio formal e apresenta as características que diferenciam a álgebra e a aritmética (Quadro 4).

Quadro 4 - Diferenças entre aritmética e álgebra

Aritmética	Álgebra
incógnitas intermediárias	extração de relações pertinentes

escolha intuitiva dos dados	expressões formais dos enunciados e das operações
operações na boa ordem	algoritmo
controladas pelo sentido	controle: regras e modelo adequado

Fonte: Vergnaud (2019)

Segundo o autor, para operar na álgebra é necessário um “roteiro-algoritmo”, como a resolução de uma equação. Quando se resolve uma equação, apesar de estarem presentes operações aritméticas simples, os alunos apresentam muitas dificuldades pois ainda precisam desenvolver competências novas. Essas competências representam a ruptura com a aritmética. Vergnaud (2019) as apresenta como:

> 1- Saber o que fazer diante de uma equação dada, atingir um certo objetivo, respeitar as regras. 2- Saber colocar um problema em equação extrair as relações pertinentes, controlar sua independência. 3- Identificar os objetos matemáticos novos equação e incógnita, função e variável. 4 - Reconhecer a função da álgebra resolver problemas incômodos; provar uma relação (Vergnaud, 2019, p. 17).

Essas competências abarcam níveis de conceitualização distintos. As duas primeiras têm base nos esquemas de Piaget, a terceira é baseada em conceituações explícitas e a quarta é metacognitiva (Vergnaud, 2019). Para exemplificar o uso de esquemas, Kikuchi (2019) apresenta um quadro com esquemas que devem ser mobilizados para o conteúdo principal “distributiva” no campo conceitual das estruturas algébricas. A autora afirma que “esquemas geram uma classe de condutas associadas a uma situação específica atuando como um organizador do pensamento” (Kikuchi, 2019, p. 68) e, para cada esquema, é possível identificar dúvidas manifestadas pelos alunos (Quadro 5).

Quadro 5 - Quadro resumo associando o conteúdo, campo conceitual e esquemas.

Esquemas mobilizados para o domínio deste conteúdo	**Exemplo de dúvida principal referente ao esquema**
Multiplicação de dois termos algébricos iguais.	Confundir $a.a = a^2$ e representar como $a.a = 2a$
Soma de termos algébricos diferentes.	Somar $a + b$ e resultar em ab

Soma de termos algébricos iguais.	Confundir a soma de termos iguais como ab + ab e multiplicá-los resultando em a^2b^2
Multiplicação entre a soma de dois termos algébricos.	Aplicar apenas os expoentes nos termos entre parênteses $(a + b)^2 = a^2 + b^2$
Comutatividade na multiplicação de dois termos algébricos.	Não considerar a.b = ab e b.a = ba
Comutatividade na multiplicação de dois termos algébricos.	Compreender que o conteúdo dentro dos parênteses deve ser considerado como um termo único.
Comutatividade na multiplicação de dois termos algébricos.	Acreditar que o coeficiente de uma variável x é sempre 1.

Fonte: Kikuchi (2019, p. 130) - Modificado

A Teoria dos Campos Conceituais busca trabalhar com situações nas quais os conceitos passam a fazer sentido para os alunos. Vergnaud (2019) aponta a dificuldade que os alunos têm ao trabalharem com números inteiros, pois quando chegam em um resultado negativo após resolverem uma equação, acreditam que cometeram algum erro. Uma alternativa é a utilização de situações cotidianas que aparecem números negativos, como temperatura, pontos, dívidas e etc.

4 METODOLOGIA

Neste capítulo, será apresentado o percurso metodológico no qual a pesquisa se desenvolveu, tendo como público-alvo uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental da rede estadual em Duque de Caxias. A pesquisa foi dividida em três etapas. A primeira etapa foi constituída de um teste diagnóstico inicial, a segunda de uma intervenção de ensino e a terceira do mesmo teste diagnóstico inicial.

4.1 Escolhas metodológicas

Em relação ao tipo de pesquisa, é possível classificá-la como pesquisa qualitativa, que de acordo com Minayo (1994),

> […] trabalha um "universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis (Minayo, 1994, p. 21).

A escolha por esse tipo de pesquisa se justifica pelo objetivo principal, o de investigar o pensamento algébrico dos estudos com base na Teoria dos Campos Conceituais, a partir das resoluções apresentadas. Essa investigação foi realizada antes e após uma intervenção de ensino. Sobre esses aspectos, Gil (2002) afirma que:

> A análise qualitativa depende de muitos fatores, tais como a natureza dos dados coletados, a extensão da amostra, os instrumentos de pesquisa e os pressupostos teóricos que nortearam a investigação. Pode-se, no entanto, definir esse processo como uma sequência de atividades, que envolve a redução dos dados, a categorização desses dados, sua interpretação e a redação do relatório. (Gil, 2002, p. 133).

A pesquisa foi realizada em uma escola pública estadual localizada no Município de Duque de Caxias/RJ, em uma turma de 8º ano, com 42 alunos no segundo semestre de 2023. A escolha desse ano se deu por conta de os alunos começarem a ter contato com a álgebra desde o 7º ano. Dessa forma, espera-se que os alunos saibam dialogar a respeito desse conteúdo.

Por se tratar de um estudo realizado em um contexto particular, uma turma específica de 8º ano, a pesquisa também pode ser caracterizada como um estudo de caso (Lüdke; André, 1986). Essa abordagem metodológica considera a complexidade envolvida no contexto da pesquisa, pois cada sujeito é único. Segundo as autoras, o estudo de caso envolve o pesquisador diretamente com a situação para a obtenção de informações, enfatizando mais o processo do que o produto e considera a perspectiva dos participantes. De acordo com Yin (2001), o estudo de caso engloba três fases distintas:

a. A escolha do referencial teórico que servirá de base para a pesquisa; a seleção dos casos e o desenvolvimento de protocolos para a coleta de dados;

b. A condução do Estudo de Caso, com a coleta e análise de dados, seguido da conclusão do estudo;

c. A análise dos dados a partir da teoria selecionada, interpretando os resultados.

A fim de que o estudo de caso seja efetivamente conduzido, faz-se necessário um maior aprofundamento do contexto social da pesquisa que será apresentado na figura a seguir.

4.2 **A Escola e seus sujeitos**

O local escolhido para a pesquisa é o Colégio Estadual Lia Márcia Gonçalves Panaro, localizado na Vila São Luís, no Município de Duque de Caxias, próximo à Faculdade de Educação da Baixada Fluminense (FEBF) (Figura 7). Situado em um contexto de periferia, possui em sua maioria alunos de baixa renda que dependem de programas sociais. O colégio possui turmas de Ensino Fundamental II e Ensino Médio, nos turnos manhã, tarde e noite. Para o ensino, a estrutura possui 8 salas de aula, laboratório de informática e sala de leitura. A turma de 8º ano, na qual será realizada a pesquisa de campo, possui 42 alunos. Em 2016, a escola atingiu a maior pontuação no Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) da rede estadual da Baixada Fluminense.

Figura 7 - Local da pesquisa

Fonte: Facebook[7] (2024)

[7] Disponível em: https://www.facebook.com/photo/?fbid=450257606898070&set=a.450257563564741 (Acesso em 01 fev. 2024)

Devido aos bons índices apresentados pela escola, a mesma foi contemplada com *chromebooks*, que estão sendo utilizados em uma sala denominada Espaço *Maker* (Figura 8). Além desse espaço, há uma sala de informática. A professora relatou que utilizou recursos tecnológicos com os alunos como o *chromebook* e o *site Kahoot* e percebeu uma melhora no desempenho deles. Ela acredita que isso ocorreu por ter aproximado os alunos de atividades do seu cotidiano.

Figura 8 - Espaço Maker

Fonte: A autora (2023)

Durante a conversa inicial com a professora regente, foram feitas algumas perguntas iniciais, como o desempenho da turma em Matemática, o comportamento de forma geral e sobre possibilidades de intervenção.

A professora relatou que os alunos têm muita dificuldade com a Matemática, tendo como causa principal a pandemia, pois os alunos iniciaram o ensino fundamental (anos finais) no ano de 2020. Foi relatado que os alunos encontram-se atrasados em relação aos conteúdos matemáticos. Ao ser questionada sobre quais seriam as principais dificuldades, disse que estão relacionadas com os conteúdos básicos, como multiplicação e divisão, dando ênfase para a divisão. A questão social dos alunos também foi mencionado pela professora, afirmando que a escola realiza um trabalho contra a evasão escolar, pois muitos alunos já trabalham ou perdem o interesse nos estudos e por isso deixam a escola. Há também algumas alunas que deixaram a escola por terem engravidado, outras que continuam a frequentar as aulas mesmo já tendo filho, como é o caso de uma aluna do 8º ano onde a pesquisa de campo ocorreu.

Foi informado pela professora que há um aluno com deficiência física na turma, sendo o mesmo cadeirante. Esse aluno, segundo a professora, está sendo alfabetizado e pensa em sair do colégio, pois não quer permanecer no 8° ano. O aluno em questão possui 18 anos. Além desse, há um aluno com autismo, mas na mesma faixa etária dos alunos da turma.

4.3 **Etapas da pesquisa**

A pesquisa de campo ocorreu entre os meses de Outubro e Novembro de 2023 e como na escola o período de avaliações havia terminado, a professora permitiu que os encontros ocorressem em sequência, conforme o Quadro 6.

Quadro 6 - Cronograma dos encontros

Data	Atividade	Duração
17/10/2023	Teste diagnóstico inicial	Dois tempos (100 minutos)
24/10/2023	Atividade I	Dois tempos (100 minutos)
26/10/2023	Atividade II	Três tempos (150 minutos)
31/10/2023	Atividade III	Dois tempos (100 minutos)
07/11/2023	Teste diagnóstico final	Dois tempos (100 minutos)

Fonte: A autora (2023)

Além da aplicação do teste diagnóstico inicial, o primeiro dia da pesquisa de campo se deu com o conhecimento da escola, sua localização, seu espaço, seus sujeitos (diretores, professores e alunos) e por uma conversa com a professora regente da turma. Destaca-se a boa recepção por parte dos diretores e da professora regente. Todos muito solícitos. A mestranda chegou algumas horas antes do primeiro encontro com a turma, para conversar com a professora regente.

A turma possui algumas questões em relação ao comportamento, como dispersões constantes, barulhos e muita conversa. A professora regente afirmou que leciona para a turma desde o 6º ano e, com isso, consegue de certa forma ter um controle melhor sobre o seu comportamento. Ela comentou que sempre recebe estagiários de graduação que dão aula de reforço.

O primeiro encontro iniciou-se com a apresentação da mestranda pela professora aos alunos da turma. Foi apresentado a eles o projeto de forma geral e a proposta inicial, o teste diagnóstico. Foi possível observar que a maioria se empenhou em responder às perguntas.

Inicialmente, os alunos foram convidados a responderem três perguntas pessoais (Apêndice A), para conhecer o aluno, o que eles pensam sobre a matemática, qual a sua disciplina preferida e quais atividades gostam de fazer. O teste diagnóstico foi constituído com questões sobre expressões algébricas e equações do 1º grau, para analisar o que os alunos conseguem resolver e quais esquemas eles mobilizaram nessa etapa. Nessa primeira etapa, a TCC será utilizada para analisar as classes de situações, os teoremas-em-ação e os esquemas. O Quadro 7 mostra o objetivo e a teoria relacionada à cada questão do teste. As questões de 1 a 3 são as perguntas pessoais e de 1 a 6 são as do teste diagnóstico.

Quadro 7 - Detalhamento das questões utilizadas na pesquisa de campo

Questão	Objetivo	Teoria
1	Conhecer o aluno	TCC/Situações
2	Conhecer o aluno. Identificar como a Matemática pode ser apresentada a ele de forma que reconheça sua importância e aplicação no cotidiano.	TCC/Situações
3	Entender a relação do aluno com a Matemática	TCC
1	Identificar se o aluno sabe estruturar uma expressão algébrica	TCC/Invariantes operatórios
2	Verificar se o aluno consegue simplificar expressões algébricas, identificar termos semelhantes e fazer manipulações, sem ter um valor atribuído à “letra”.	TCC/Esquemas
3	Verificar se o aluno consegue observar um padrão e determinar o próximo termo da sequência recursiva	Pensamento algébrico
4	Verificar se o aluno consegue observar um padrão e construir uma expressão algébrica, generalizando a situação.	Pensamento algébrico
5	Verificar se o aluno sabe resolver equações simples e compreende a função do sinal de igualdade.	TCC/Esquemas/Invariante operatório/ Pensamento algébrico
6	Identificar se os alunos conseguem, a partir de uma situação problema, utilizar como ferramenta a álgebra para sua resolução.	Concepções de álgebra/Esquemas

Fonte: A autora (2023)

Apesar de o público alvo da pesquisa ser alunos do 8º ano, as questões do teste foram elaboradas tendo em vista o trabalho com as habilidades contidas na BNCC para o 7º e 8º ano. Essa escolha justifica-se com o relato da professora da turma sobre a grande dificuldade dos alunos nos conteúdos algébricos desde o ano anterior. O Quadro 8, a seguir, apresenta as questões com as respectivas habilidades da BNCC a serem investigadas.

Quadro 8 - Habilidades de Álgebra para o 7º e 8º ano segundo à BNCC

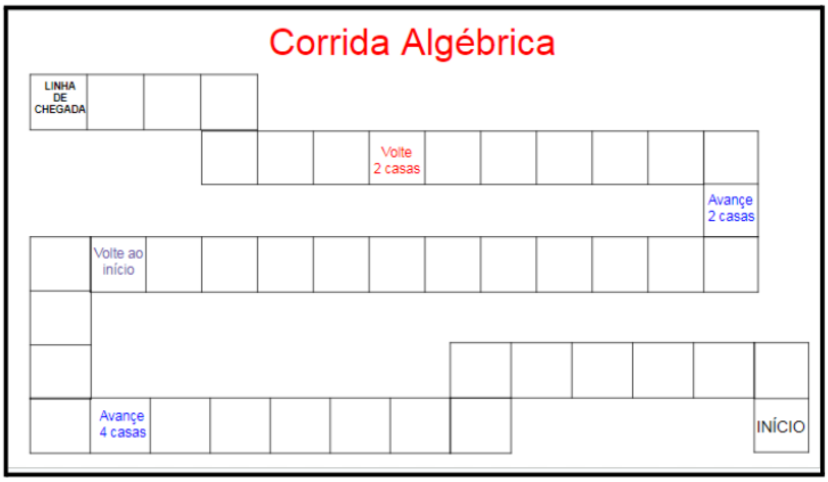
Questão	**Habilidade**
1	(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações. (EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
2	(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
3	(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.
4	(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
5	(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade.
6	(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Fonte: A autora (2023)

Após o teste diagnóstico, foi construída uma intervenção de ensino com três atividades a fim de ajudar os alunos a desenvolverem teoremas-em-ação/esquemas para o conceito de expressões algébricas simples e equações do 1º grau. A seguir, serão apresentadas as atividades e uma descrição sucinta de cada uma.

A primeira atividade, denominada "Corrida Algébrica", é um jogo de tabuleiro e os alunos têm o objetivo de alcançarem a linha de chegada. Para o jogo, os alunos receberam um tabuleiro (Figura 9), dez cartas contendo expressões algébricas, uma ficha para anotarem o percurso (quantas casas avançaram ou regrediram) e uma moeda para percorrerem as casas. A mestranda lançou o dado e, a partir do valor sorteado e da expressão contida na carta, os alunos tinham que substituir o valor na expressão para calcular o número de casas para avançar ou retornar.

Figura 9 - Tabuleiro do jogo “Corrida Algébrica”



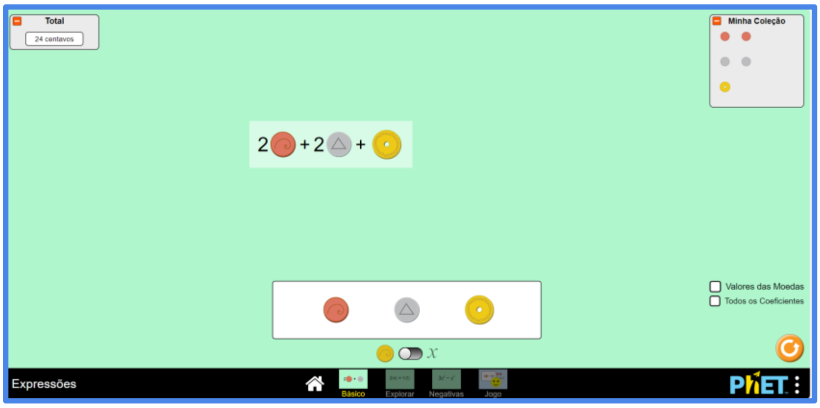
Fonte: A autora (2023)

Na segunda atividade, foi utilizado como recurso tecnológico o *site* de simulações *Phet Interactive Simulations*[8]. O relato da professora sobre o Espaço *Maker* e sua percepção dos alunos estarem mais motivados quando utilizam o computador, motivou a mestranda a procurar uma atividade com esse recurso.

O simulador “Expressões” possui uma interface na qual os alunos podem simplificar expressões combinando termos semelhantes, compreender o que é um coeficiente, interpretar uma expressão em representações abstratas e concretas e criar expressões (Figura 10). Nesse sentido, foram apresentados para os alunos uma sequência de comandos, para que pudessem compreender a estrutura de uma expressão algébrica.

[8]Disponível em: [PhET: Simulações em física, química, biologia, ciências da terra e matemática online e grátis (colorado.edu)](https://phet.colorado.edu) (Acesso em 01 de Fev de 2024)

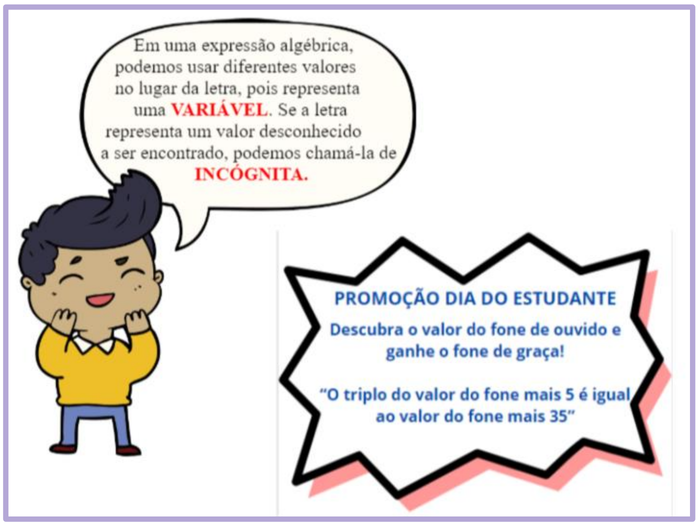
Figura 10 - Simulador de expressões algébricas



Fonte: *Phet Interactive Simulations* (2023)

A terceira atividade foi desenvolvida com o objetivo de os alunos compreenderem a diferença entre uma variável e uma incógnita e perceberem que a equação pode ser uma ferramenta para a resolução de problemas. O desenvolvimento da atividade iniciou-se com uma expressão na qual a letra representava uma variável e os alunos deveriam substituir alguns valores. Depois a mesma expressão foi igualada a um valor específico e os alunos foram questionados se a mesma letra poderia continuar assumindo diferentes valores. Depois das discussões, foram propostos alguns problemas para que eles resolvessem (Figura 11).

Figura 11 – Diferença entre incógnita e variável



Fonte: A autora (2023)

Na terceira etapa, será aplicado o mesmo teste diagnóstico com o objetivo de identificar se os alunos conseguiram desenvolver o pensamento algébrico e mobilizar esquemas corretos na resolução dos problemas. Segue o quadro 9 com as etapas da pesquisa e os aspectos da TCC relacionados.

Quadro 9 - Etapas da pesquisa e os aspectos da TCC relacionados

Etapas da pesquisa	Aspecto da TCC
Teste diagnóstico inicial	Análise de classe de situações/ Teoremas-em-ação / Esquemas
Sequência de ensino	Campo conceitual algébrico (expressões e equação do 1º grau) / Representações / Situações/ Invariantes operatórios
Teste diagnóstico final	Análise de classe de situações/ Teoremas-em-ação/ Esquemas

Fonte: A autora (2023)

É importante mencionar que no teste diagnóstico final não foram repetidas as questões de respostas pessoais, mas somente as relacionadas aos conteúdos algébricos. No capítulo a seguir, serão discutidas as respostas dos alunos nos testes e o desenvolvimento das atividades.

5 **ANÁLISE DOS RESULTADOS**

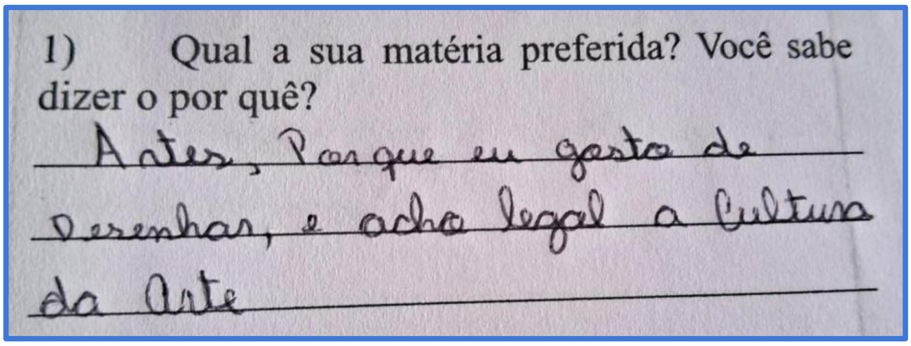
Neste capítulo, serão apresentadas as análises dos resultados obtidos a partir da metodologia desenvolvida. Inicialmente serão apresentadas discussões a respeito das respostas pessoais dos alunos e, como isso, implica na aprendizagem dos mesmos. Depois uma análise quantitativa e qualitativa sobre os resultados dos testes diagnósticos inicial e final, e por fim uma análise qualitativa das sequências de ensino.

5.1 **Respostas Pessoais**

As três perguntas iniciais do teste foram elaboradas com o objetivo de conhecer os alunos, sendo assim reservadas para respostas pessoais. Por se tratar de um estudo de caso, foi fundamental um olhar para a perspectiva dos participantes, o que determinou o percurso das atividades. Serão apresentadas, a seguir, algumas das respostas dos alunos juntamente com algumas reflexões necessárias.

A primeira pergunta indagava sobre a matéria preferida dos alunos e pedia uma justificativa. Como resultado, as disciplinas mais mencionadas pelos alunos foram Ciências e Artes, e a justificativa que mais apareceu foi a identificação com a disciplina. Algumas respostas chamaram a atenção durante a análise, como a mostrada na Figura 12.

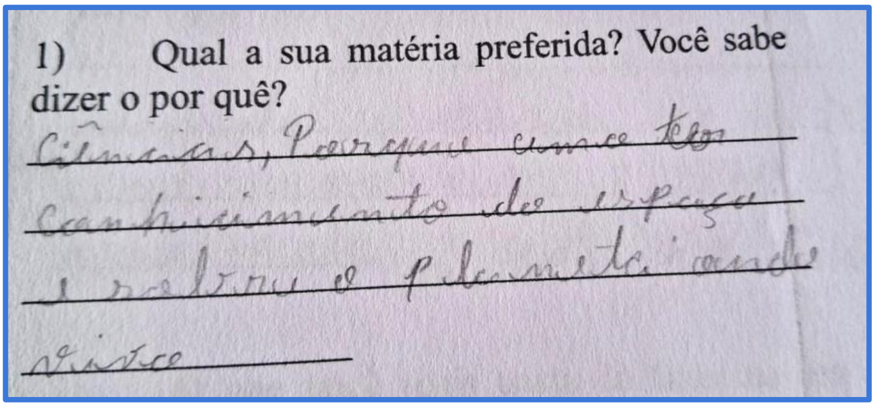
Figura 12 - Resposta da aluna A - Pergunta 1 - Resposta pessoal



Fonte: A autora (2023)

A aluna menciona “achar legal a cultura da arte” e, por isso, a tem como disciplina preferida. Percebe-se a importância das disciplinas escolares dialogarem com a vivência cultural dos alunos e com o seu cotidiano, pois dessa forma se torna atrativa. À medida que o aluno percebe a utilidade do que está aprendendo, se torna mais interessado e, consequentemente, compreende melhor o que é ensinado, como mostra a Figura 13, na qual o aluno afirma gostar de ciências por poder conhecer o planeta onde vive.

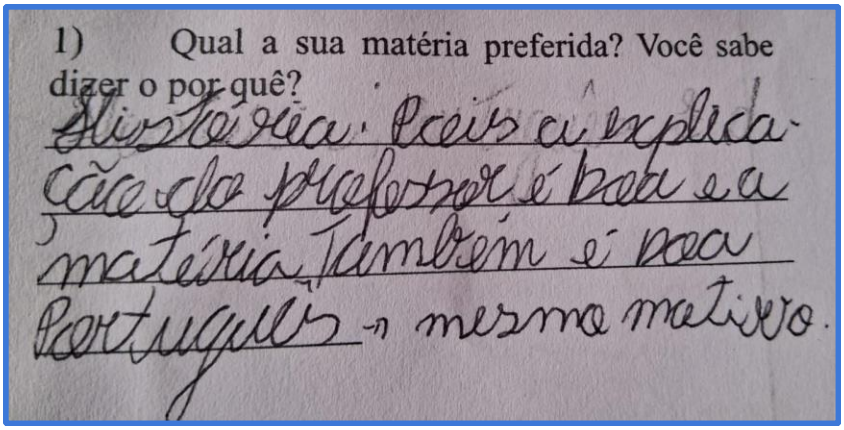
Figura 13 - Resposta do aluno B - Pergunta 1 - Resposta pessoal[9]



Fonte: A autora (2023)

No processo de ensino e aprendizagem, o papel do professor é essencial e pode contribuir para a aproximação ou afastamento do aluno para com qualquer disciplina. O aluno C, na Figura 14, afirma que sua preferência por História e Português tem como causa a explicação do professor.

Figura 14 - Resposta do aluno C - Pergunta 1 - Resposta pessoal



Fonte: A autora (2023)

Sobre a disciplina de Matemática, apenas quatro alunos a consideram como disciplina preferida. Uma aluna justificou que se sente desafiada e os outros disseram apenas que gostam.

[9] Transcrição da resposta: “Ciências, porque amo ter conhecimento do espaço e sobre o planeta onde vivo”

Esse número reduzido de alunos conduz à reflexão sobre as possíveis causas, que poderão ser esclarecidas nas repostas da terceira pergunta.

A segunda pergunta do questionário foi formulada com o objetivo de conhecer os gostos dos alunos, suas atividades preferidas no tempo livre. Entende-se que o ensino de Matemática não pode estar desvencilhado do cotidiano dos alunos. Sobre esse aspecto, Ubiratan D'Ambrósio afirma que:

> Está pelo menos equivocado o educador matemático que não percebe que há muito mais na sua missão de educador do que ensinar a fazer continhas ou a resolver equações e problemas absolutamente artificiais, mesmo que, muitas vezes, com a aparência de estar se referindo a fatos reais. (D'ambrósio, 2021, p. 107)

Foram encontradas na maioria das respostas os verbos "brincar", "jogar", "ficar na rua" e "mexer no celular" e, por isso, a construção da prática com a aplicação de jogos e um simulador computacional. Buscou-se situações que trouxessem sentido, como Vergnaud (1993) aponta em sua teoria a respeito dos campos conceituais.

Foram divididas em duas categorias as respostas da terceira pergunta: respostas positivas e negativas sobre a disciplina de Matemática. Para cada categoria, as jutificativas foram organizadas em subcategorias, como mostram os gráficos 2 e 3. Apenas seis estudantes afirmaram gostar de Matemática sem nenhuma ressalva, enquanto os outros gostam mas possuem algumas restrições, como o uso da letra.

Entre as respostas negativas sobre a disciplina de Matemática, apareceram as palavras "odeio", "medo" e "bloqueio", o que instigou a reflexão sobre as causas desses sentimentos. Em muitos casos os alunos se sentem fracassados por tirarem notas baixas ou por não conseguirem compreender a explicação do professor e têm medo de serem julgados. Segundo Kikuchi (2019), isso pode ter efeitos duradouros e criar maiores obstáculos na aprendizagem.

Apesar da pergunta não se referir à àlgebra, alguns alunos relacionaram suas dificuldades ao uso das letras, o que pode ser resultado de uma abordagem letrista voltada somente para o cálculo com letras com base em algoritmos que não têm sentido para os alunos (Lins E Gimenez, 1997).

Gráfico 2 - Respostas positivas sobre a disciplina de Matemática

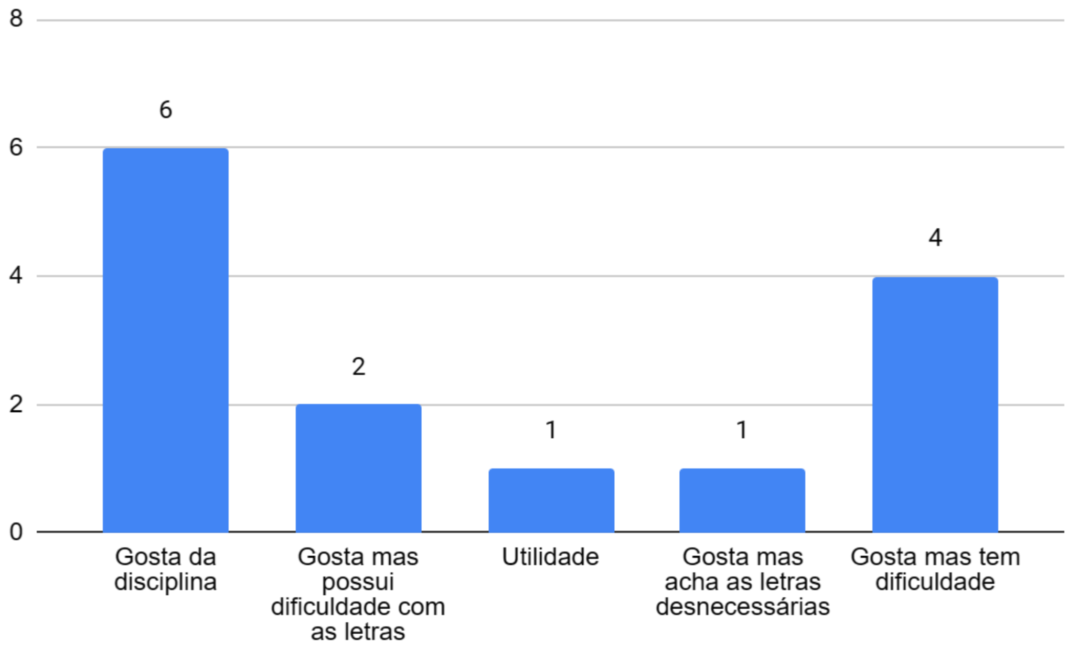
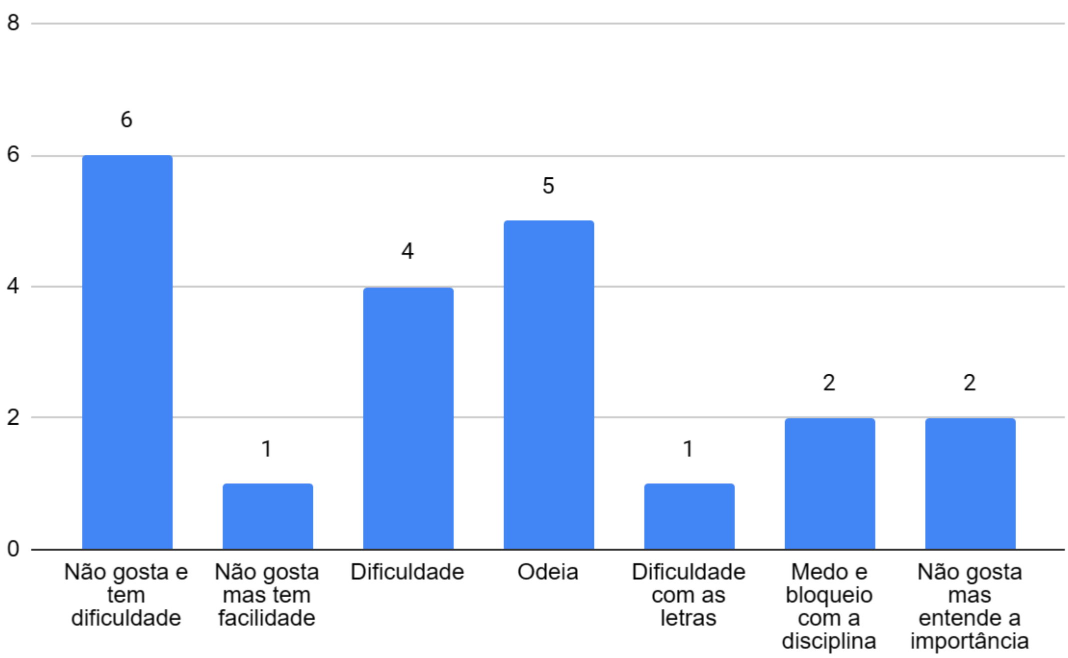


Gráfico 3 - Respostas negativas sobre a disciplina de Matemática



Fonte: A autora (2023)

Entre as respostas positivas, destacou-se a de um aluno que afirmou gostar de Matemática quando percebe alguma utilidade, o que leva a necessidade de um ensino contextualizado com o cotidiano dos estudantes.

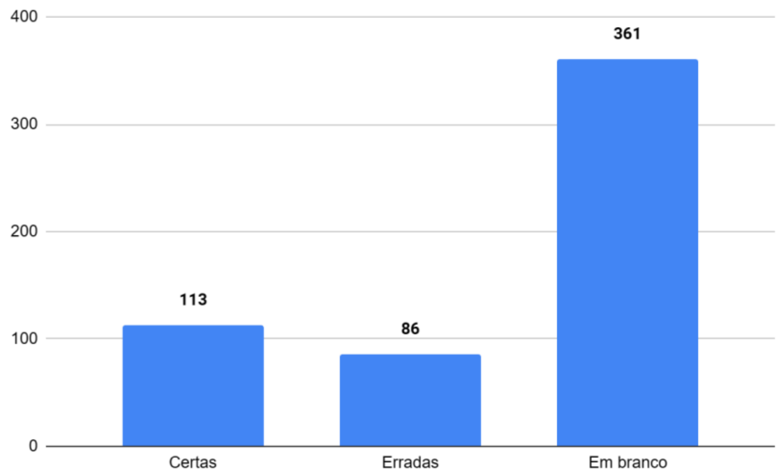
5.2 **Análise quantitativa - testes diagnósticos**

Nesta seção serão analisadas as respostas de 35 alunos, que participaram de todo o processo[10] de aplicação dos testes diagnósticos. As respostas foram divididas em três categorias: acertos, erros e brancos.

5.2.1 Respostas certas, erradas e em branco no teste diagnóstico inicial

De modo geral, os alunos demonstraram muita dificuldade em resolver as questões do teste diagnóstico inicial. Dificuldade tamanha que uma quantidade expressiva de questões (361), comparando com o número total de questões (560) foi deixada em branco (Gráfico 4) e somando as questões deixadas em branco e as que apresentaram erros, chega-se a uma porcentagem aproximada de 80,2%. Não somente o resultado nas folhas de atividade mostrou isso, mas, durante a aplicação do teste, a maioria da turma estava com dúvidas, diziam não entender o que pedia o enunciado. Não houve muita interação nesse momento, pois o objetivo era avaliar o que conseguiriam fazer sozinhos.

Gráfico 4 - Resultado quantitativo do teste diagnóstico inicial



Fonte: A autora (2023)

[10] A turma possui 39 alunos, mas para a análise quantitativa foram consideradas somente as respostas dos alunos que estiveram em todos os encontros.

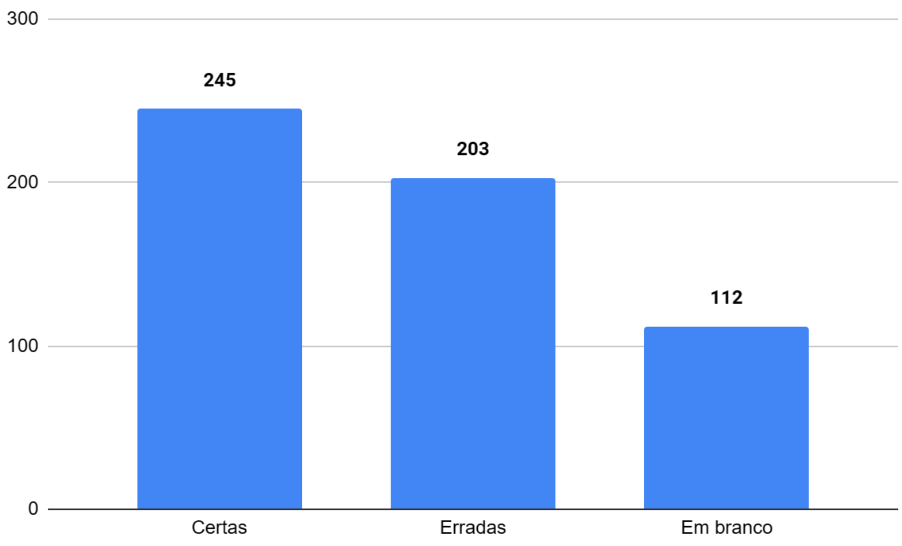
Um aluno perguntou se deveria responder “expressão algébrica” na questão 1a. Somente dois alunos responderam a questão 1b corretamente, com a maioria deixando em branco. Uma aluna solicitou a ajuda da mestranda para esclarecer uma dúvida sobre a questão 6, afirmando que não estava conseguindo resolver pois o número 21 não está na tabuada do 20. Foram organizados em uma planilha os resultados do teste diagnóstico a fim de se ter um panorama geral.

O objetivo do teste diagnóstico inicial era o de apresentar uma parte do Campo Conceitual Algébrico (expressões algébricas e equações), partindo de diferentes situações e representações, a fim de analisar quais esquemas seriam mobilizados pelos alunos. A análise qualitativa será apresentada na seção a seguir.

5.2.2 Respostas certas, erradas e em branco no teste diagnóstico final

Durante a aplicação do teste diagnóstico final, foi possível observar uma maior tranquilidade dos alunos para responderem às questões. Estavam menos relutantes e ansiosos. As questões do teste final foram as mesmas do teste inicial. O Gráfico 5 mostra a quantidade de questões certas, erradas e em branco depois de responderem o teste final, revelando um aumento de questões respondidas corretamente. Houve uma diminuição na porcentagem de questões com erros e em branco, indo para 56,2%.

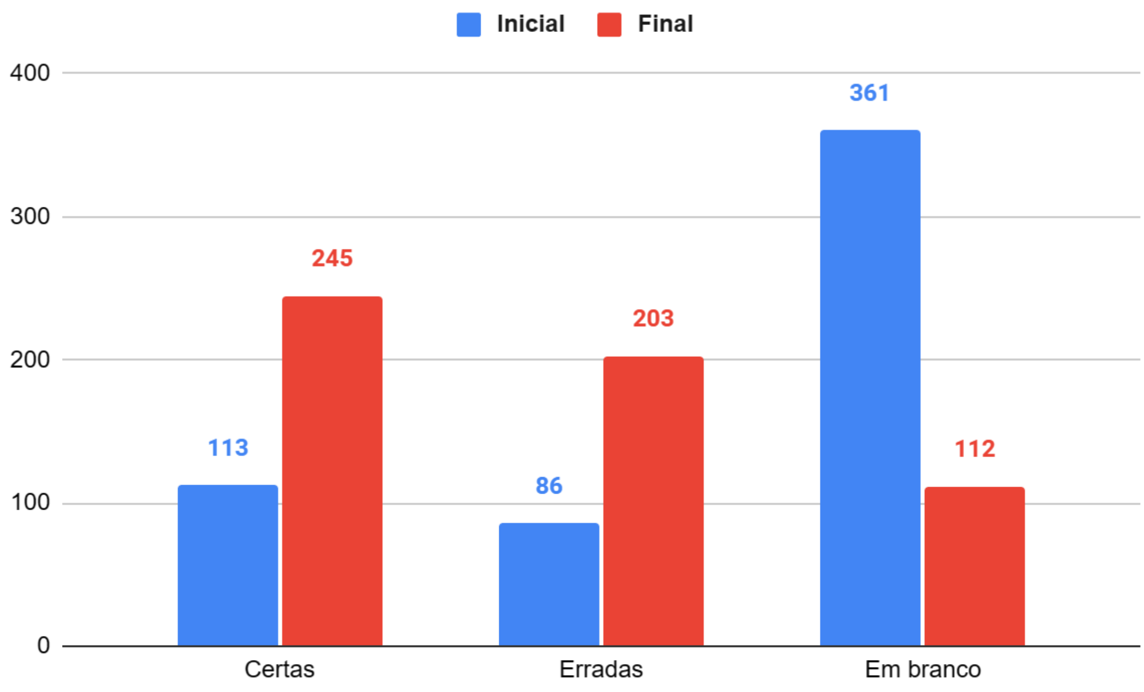
Gráfico 5 - Resultado quantitativo do teste diagnóstico final



Fonte: A autora (2023)

Analisando o gráfico 5, pode-se observar que também houve um aumento de questões respondidas com erros. Isso revela uma tentativa por parte dos alunos de responder às questões, esse esforço revela que houve uma compreensão dos conteúdos, mas não completamente, o que, segundo Vergnaud (1993), é esperado, visto que para o domínio de um campo conceitual é preciso tempo, experiências e aprendizagem. Apesar de ocorrer uma redução significativa de questões deixadas em branco, o número de questões ainda é expressivo, mostrando que, para alguns alunos, ainda são necessárias novas intervenções de ensino, a fim de ajudá-los a superarem suas dificuldades. O gráfico 6 mostra um comparativo entre os testes diagnósticos inicial e final no qual é possível fazer um comparativo de forma mais clara.

Gráfico 6 - Comparativo teste inicial e final



Fonte: A autora (2023).

Não somente o aspecto quantitativo revela uma evolução na aprendizagem, mas a melhora da disposição dos alunos em responderem às perguntas do teste final, o que certamente influenciou na quantidade de questões corretas/erradas.

5.2.3 Reflexões sobre as resoluções apresentadas pelos alunos nos testes diagnóstico inicial e final

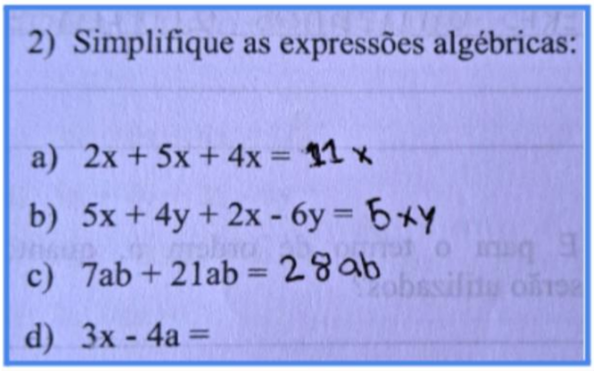
Nesta seção, as resoluções apresentadas pelos alunos nos testes diagnósticos inicial e final serão analisadas. Para uma análise mais detalhada, as resoluções serão divididas em categorias, considerando as diferentes formas de resolução das questões. As categorias serão: Cálculo mental, Cálculo com as quatro operações, Cálculo com generalização e Cálculo algébrico. Em cada uma, buscou-se identificar os esquemas manifestados pelos estudantes, independentemente de acertos/erros.

Cálculo mental: nesta categoria, aparecem as resoluções dos alunos feitas a partir de cálculos mentais. Essas resoluções foram assim classificadas por conter somente uma resposta final, sem indícios de cálculos na folha. Buscou-se identificar os esquemas manifestados pelos alunos diante das situações apresentadas, analisando se são verdadeiros ou falsos.

As Figuras 15 e 16 mostram diferentes teoremas-em-ação manifestados na situação de simplificar expressões algébricas. A Figura 15 mostra que para o aluno simplificar significa somar todos os coeficientes. Esse esquema é verdadeiro para as situações “2a” e “2c”, mas se mostra insuficiente para “2b” e “2d” pois, como se sabe, só é possível a união de monômios semelhantes. Por se tratar de um teste diagnóstico, não foi possível saber do aluno sobre a situação “2d”, mas o que se supõe é que o aluno teve dificuldades em subtrair números inteiros, pela dificuldade da turma de forma geral.

A Figura 16 mostra que o aluno utilizou um esquema verdadeiro para simplificar expressões, a partir da compreensão de que não é possível a união de monômios não semelhantes. Porém, mobiliza o esquema de soma de números inteiros como somar os coeficientes e colocar o sinal do maior coeficiente.

Figura 15 - Situação 2 resolvida por meio de um cálculo mental no teste inicial



2) Simplifique as expressões algébricas:

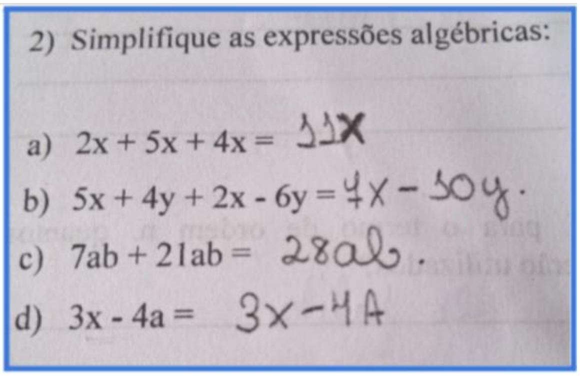
a) 2x + 5x + 4x = 11 x

b) 5x + 4y + 2x - 6y = 6xy

c) 7ab + 21ab = 28 ab

d) 3x - 4a =

Figura 16 - Situação 2 resolvida por meio de um cálculo mental no teste final



2) Simplifique as expressões algébricas:

a) 2x + 5x + 4x = 11x

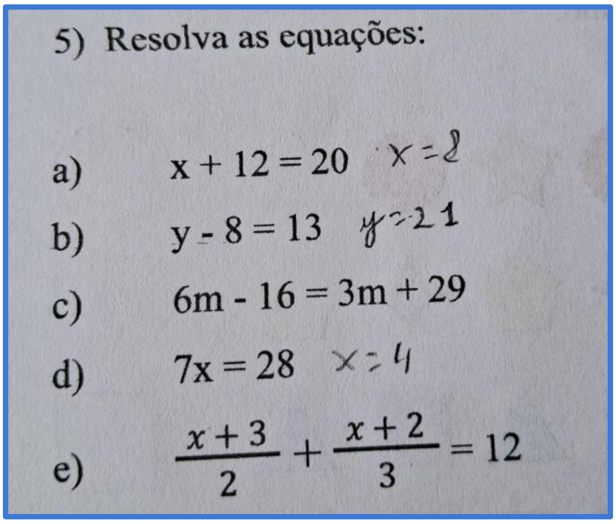
b) 5x + 4y + 2x - 6y = 7x - 10y.

c) 7ab + 21ab = 28ab.

d) 3x - 4a = 3x - 4A

A Figura 17 mostra que um aluno apresentou somente a resposta final em três itens da situação 5, o que nos leva a supor que tentou resolver através da busca por um valor que se encaixasse no problema. Ele respondeu corretamente aos três itens, mostrando que compreende o significado do sinal de igualdade, mas não possuía esquemas suficientes para responder aos itens c e d, apenas para equações simples.

Figura 17 - Situação 5 resolvida por meio de um cálculo mental no teste diagnóstico inicial


5) Resolva as equações:

a) $x + 12 = 20$ $x=8$

b) $y - 8 = 13$ $y=21$

c) $6m - 16 = 3m + 29$

d) $7x = 28$ $x=4$

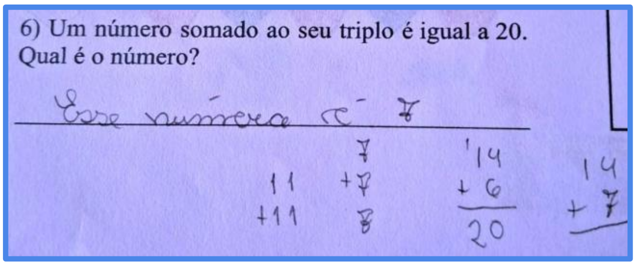
e) $\frac{x+3}{2} + \frac{x+2}{3} = 12$

Fonte: A autora (2023)

Cálculo com as quatro operações (operações numéricas): Essa categoria foi assim denominada por conter resoluções de alunos que usaram como suporte as quatro operações. As Figuras 18 e 19 mostram resoluções para a situação 6, a qual exigia o cálculo de um valor desconhecido. Durante a aplicação do teste inicial, muitos alunos questionaram sobre o número *20* não estar na tabuada do *7* e que por isso não estavam encontrando o resultado, o que mostrou que não compreenderam o enunciado e quais esquemas deveriam mobilizar para encontrarem a resposta.

A Figura 18 mostra que o aluno utilizou a operação de adição para encontrar a resposta e acredita-se que ao ler o enunciado, entendeu que o triplo de um número deveria ser igual a *20* e não encontrando, apresentou uma resposta aproximada.

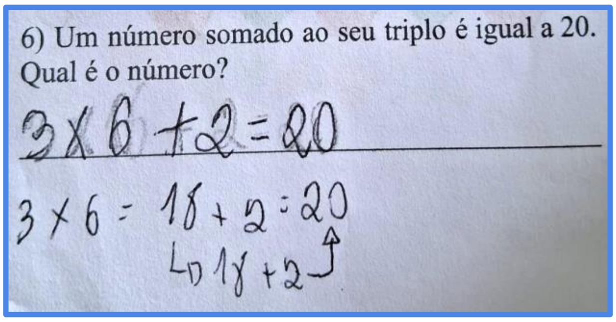
Figura 18 - Situação 6 resolvida por meio da adição no teste inicial



Fonte: A autora (2023)

Outro aluno também tentou usar como recurso as quatro operações, a partir de uma composição que chegasse em *20*. O cálculo realizado na Figura 19 mostra que o aluno compreendeu alguns comandos do enunciado, como o termo “somado”, o que fez com que escrevesse uma soma. Também fez uso do esquema verdadeiro para “triplo”, sabendo que deveria ser um número multiplicado por 3, assim como também buscou respeitar a igualdade. Apesar dessa compreensão, acreditou que poderiam ser números diferentes e não um resultado apenas, como a situação exigia, o que mostra que o aluno ainda não possui esquemas suficientes para essa situação.

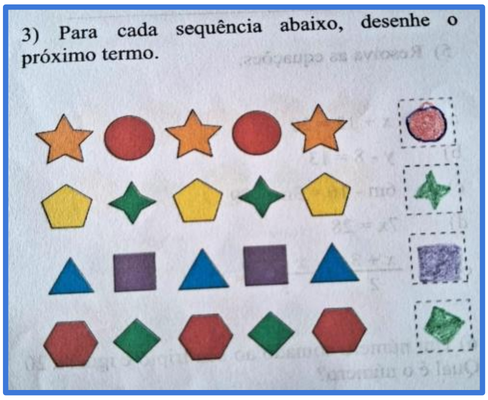
Figura 19 - Situação 6 resolvida por meio da soma e multiplicação no teste inicial



Fonte: A autora (2023).

Cálculo com generalização: Nesta categoria estão algumas resoluções elaboradas a partir do reconhecimento de padrões feitos pelos alunos. Analisando as resoluções, pode-se constatar a um movimento de generalização. A Figura 20 apresenta a Situação 3, que no teste inicial teve taxa de acerto de 88,6% e no teste final de 94,3%, sendo a questão com maior número de acertos. Isso mostra que os alunos já possuem esquemas bem estabelecidos para reconhecerem padrões em sequências recursivas, o que em muito contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico (Magina; Oliveira; Merlini, 2018).

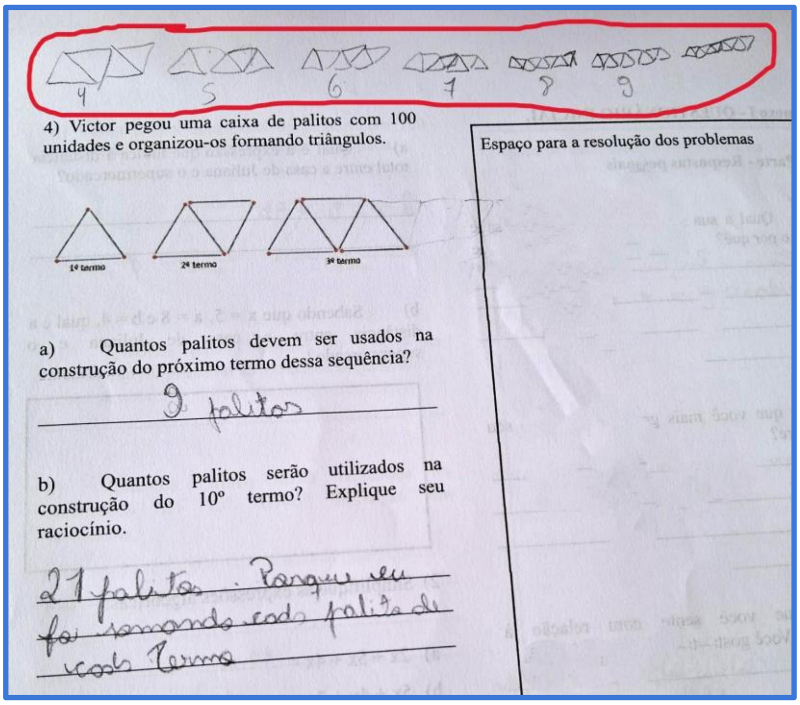
Figura 20 - Situação 3 resolvida por meio da identificação de padrões no teste inicial



Fonte: A autora (2023)

A situação 4 apresentou uma sequência não recursiva, demandando dos alunos a mobilização de esquemas para a identificação do padrão determinar o termo seguinte (4ª termo), o 10º termo e o termo de ordem n. Para responder os itens (4a) e (4b), observou-se o uso da representação pictórica como recurso (Figura 21).

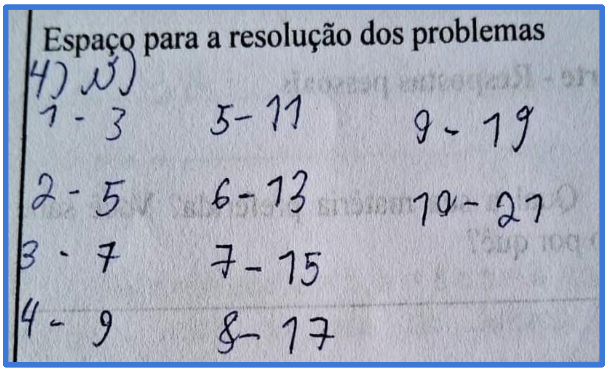
Figura 21 - Situação 4 resolvida através do recurso pictórico no teste inicial



Fonte: A autora (2023)

A Figura 22 apresenta o procedimento escolhido por um aluno no item 4b no teste final, que também identificou a existência de um padrão e utilizou como recurso a relação entre a posição da figura e a quantidade de palitinhos. Implicitamente ele observou uma relação funcional e conseguiu determinar a quantidade de palitinhos para o décimo termo. Foi mobilizado um esquema verdadeiro para a situação, mas que não é suficiente para os casos de termos muito maiores. Entretanto, é importante identificar os esquemas e as habilidades que os alunos apresentam e, a partir dessa constatação, ajudá-los no processo de aprendizagem.

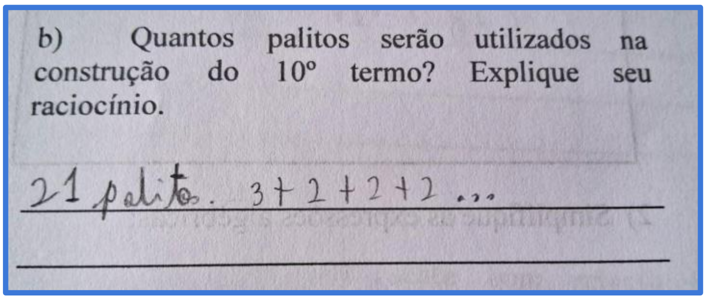
Figura 22 - Situação 4b resolvida com base na relação entre a posição da figura e a quantidade de palitos no teste final


Espaço para a resolução dos problemas
4) b)
1 - 3 5 - 11 9 - 19
2 - 5 6 - 13 10 - 21
3 - 7 7 - 15
4 - 9 8 - 17

Fonte: A autora (2023)

Como justificativa para sua resposta, um aluno utilizou uma representação que indica o reconhecimento de um padrão, o de acrescentar sempre dois palitos para formar um novo termo (Figura 23). Reconhecer esses padrões em muito contribui para o estudo da álgebra, pois vai além de manipulações algébricas e proporcionam a construção de uma linguagem simbólica rica em significado (Hanke, 2008).

Figura 23 - Situação 4b resolvida por intermédio da generalização no teste final

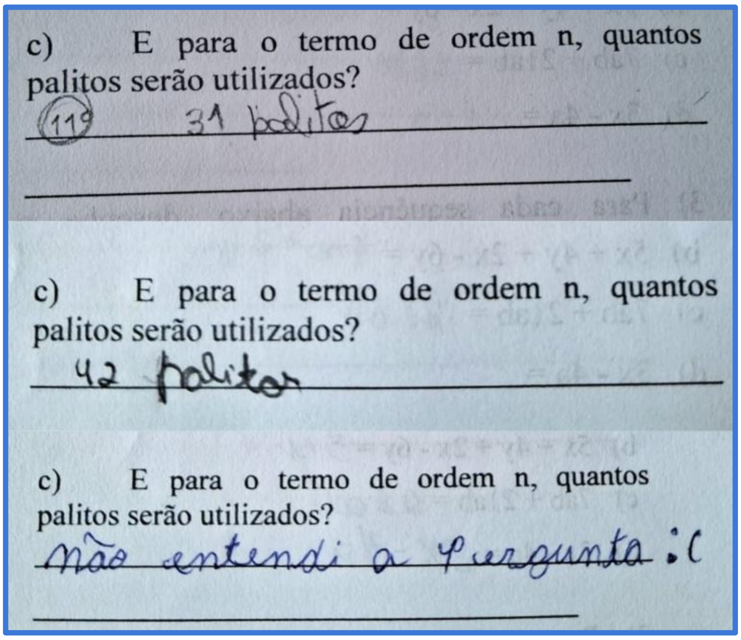

b) Quantos palitos serão utilizados na construção do 10º termo? Explique seu raciocínio.

21 palitos. 3+2+2+2 ...

Fonte: A autora (2023)

O item 4c obteve a maior porcentagem de erros/brancos nos dois testes, com nenhum acerto. No teste inicial a porcentagem de brancos foi de 74,3% e no final, 45,7%. Isso indica que os alunos ainda precisam desenvolver esquemas que dão conta desse nível de generalização. Como indica a Figura 24, os alunos tentaram formular respostas buscando um valor numérico final ou não responderam ao item.

Figura 24 - Respostas para o item 4c no teste final


c) E para o termo de ordem n, quantos palitos serão utilizados?

11º 31 palitos

c) E para o termo de ordem n, quantos palitos serão utilizados?

42 palitos

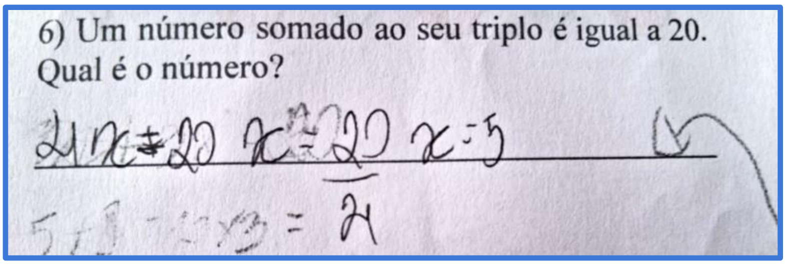
c) E para o termo de ordem n, quantos palitos serão utilizados?

não entendi a pergunta :(

Fonte: A autora (2023).

Cálculo através de procedimentos: Nessa categoria estão presentes as resoluções que tiveram como recurso procedimentos para a solução de equações. A Figura 25 apresenta a resolução no teste final de um aluno que utilizou esquemas verdadeiros conseguindo obter o resultado correto. Trata-se do mesmo aluno que apresentou a resolução da Figura 19 no teste inicial.

Figura 25 - Situação 6 resolvida por meio de procedimentos no teste final

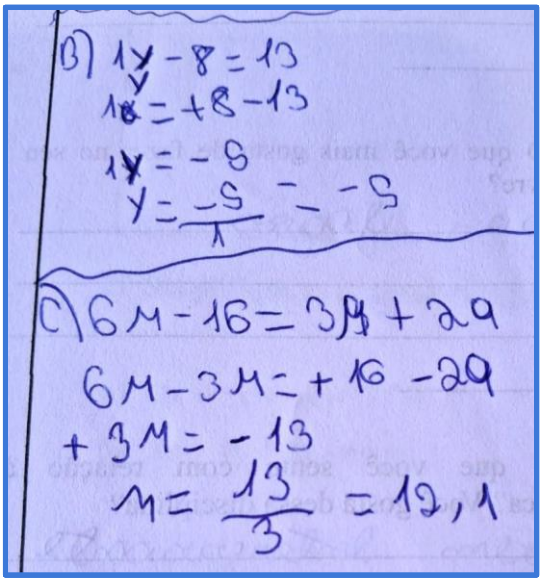

6) Um número somado ao seu triplo é igual a 20. Qual é o número?

$4x = 20$ $x = \frac{20}{4}$ $x = 5$

Fonte: A autora (2023)

De acordo com Usiskin (1995), a concepção da Álgebra como estudos de procedimentos (como a resolução de equações) é a mais utilizada pelos professores em livros didáticos. Segundo o autor, quando essa concepção se restringe somente a métodos e regras para o aluno decorar, pode resultar na perda do significado e perde a sua finalidade, como ocorre na Figura 26.

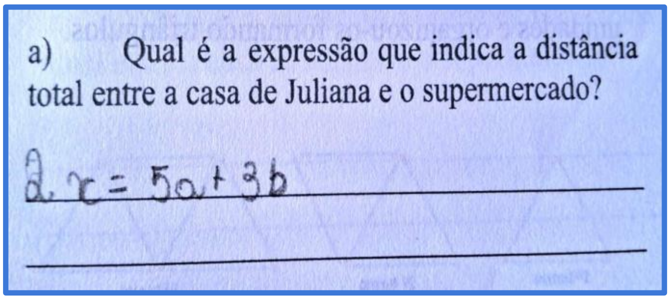
Figura 26 - Situação 5b e 5c resolvida mediante procedimentos no teste inicial



Fonte: A autora (2023)

É essencial para a resolução de um problema a interpretação do mesmo, para então determinar o procedimento adequado. Segundo a TCC, a forma de proceder em uma dada situação depende do repertório inicial de esquemas que um indivíduo possui (Vergnaud, 1990). A Figura 27 mostra a resolução de um aluno que utilizou a representação de uma equação para a primeira situação no teste inicial, mostrando que ainda não possui competências para resolver o problema.

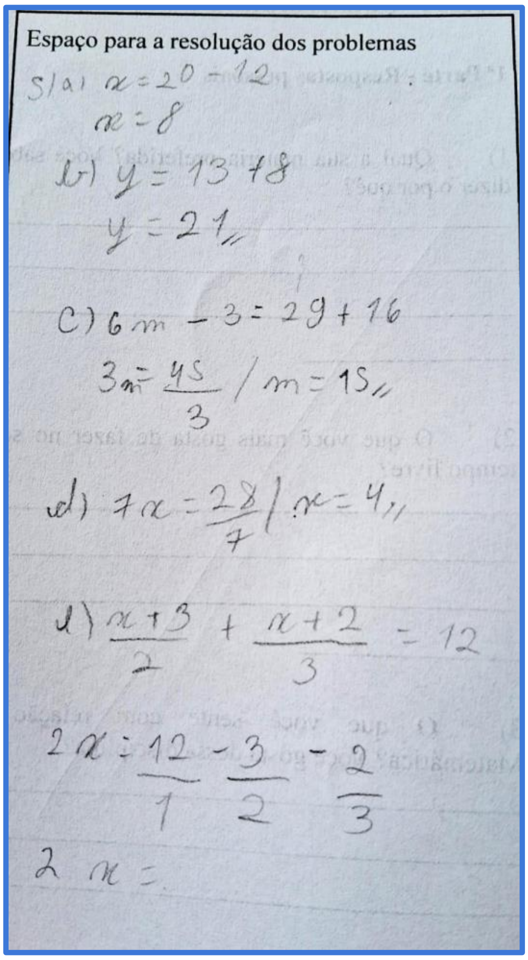
Figura 27 - Situação 1a teste inicial



Fonte: A autora (2023)

A TCC apresenta duas classes de situações. Na primeira classe estão contidas situações nas quais os sujeitos possuem repertório para resolvê-las, como mostra a Figura 28 para as situações 5a, 5b, 5c e 5d no teste final.

Figura 28 - Situação 5 resolvida por meio de procedimentos



Fonte: A autora (2023)

Na segunda classe estão contidas situações em que o sujeito não possui todas as competências exigidas, como no item 5e que apresenta uma equação com fração. Podemos constatar que o aluno ainda precisa desenvolver esquemas para esse tipo de situação.

5.3 **Análise qualitativa - Sequência didática**

As atividades que compõem a Sequência Didática, foram escolhidas considerando os obstáculos presentes na formação dos conceitos algébricos e a dificuldade dos estudantes no desenvolvimento de diferentes aspectos que caracterizam o Pensamento Algébrico. Partimos da compreensão de que muitos dos conhecimentos em ação, denominados de invariantes operatórios nem sempre serão explícitos, podendo ser manifestados de forma inconsciente. A TCC será a base para a análise dos conhecimentos implícitos, seja por meio da resolução escrita ou por meio dos diálogos, para a identificação dos possíveis teoremas em ação presentes nas respostas dos alunos.

5.3.1 Atividade I - Corrida Algébrica

A primeira sequência didática foi construída com o objetivo dos alunos compreenderem o conceito de variável, presente em uma expressão algébrica. Essa variável pode assumir diferentes valores, esses valores por sua vez, determinados pela face do dado voltada para cima após o lançamento. Foi escolhido um jogo com base nas respostas dos alunos no teste diagnóstico, no qual uma parcela considerável da turma disse gostar de jogos e que costuma fazer isso no tempo livre. As instruções para o jogo podem ser encontradas no Apêndice B.

A sequência didática foi realizada em dois tempos de aula, com 50 minutos cada, resultando em aproximadamente 100 minutos. Importante mencionar que os dois tempos de aula para essa turma, embora seja no mesmo dia, não foram seguidos, pois existe a pausa para o intervalo do colégio. Essa pausa exigiu alguns minutos após o intervalo para que a turma se reorganizasse e novamente se concentrasse.

O início da sequência se deu com a divisão da turma em trios ou duplas. A turma apresenta dificuldade de interação, muitos colegas não se falam. Devido a esse fato, foram formados 10 trios e 3 duplas. Durante a etapa da divisão, apesar da agitação da turma, muitos alunos demonstraram curiosidade sobre o que seria feito. Após a divisão, foram distribuídos os materiais para a atividade, o que também gerou curiosidade, pois todos conheciam o jogo de tabuleiro mas não sabiam o que fariam com as cartas de expressão algébrica. Apesar da orientação para deixarem as cartas empilhadas e viradas para baixo, alguns trios/duplas devido à curiosidade olharam as cartas para ver o que estava escrito. De maneira geral, os alunos demonstraram inicialmente interesse pela atividade e assim que recebiam o material já foram dividindo as funções, como quem ficariam manipulando o tabuleiro, quem preencheria a tabela e quem ficaria com os cartões.

Terminada a organização da turma e a distribuição do material, a mestranda começou a explicar como seria feito o jogo. Após a explicação, a maioria da turma disse não haver entendido o que era para ser feito, sendo necessária uma segunda explicação. No momento da primeira explicação, a turma se encontrava ainda muito agitada, muitos sequer conseguiram ouvir a explicação. Foi necessária a intervenção da professora regente da turma para que se acalmasse e prestasse atenção nas instruções. Após a segunda explicação, de forma geral a turma compreendeu a proposta, mas a maioria não sabia como fazer os cálculos com a expressão algébrica, sendo necessária a intervenção da mestranda em muitos dos momentos. A Figura 29 mostra uma dupla durante o desenvolvimento do jogo.

Figura 29 - Corrida algébrica

Fonte: A autora (2023)

Após a explicação e a maioria da turma ter se concentrado, a mestranda se posicionou em frente à mesa da professora e pediu para os trios/duplas retirarem a primeira carta. Após terem feito isso, lançou o primeiro dado e sorteou o número 3. Como estavam embaralhadas, cada trio/dupla retirou uma carta diferente entre as 10. Como havia 13 grupos, alguns retiraram cartas repetidas. Muitos alunos não sabiam o que fazer com o número 3 sorteado, então a mestranda explicou que eles deveriam substituir o número no lugar da letra e realizarem a operação. Abaixo segue a transcrição de alguns dos diálogos entre a mestranda[11] e os grupos. Os nomes dos alunos foram abreviados com as iniciais para preservar a identidade dos mesmos.

- **Cartas do tipo "x + b"**

Os trios/duplas que retiraram inicialmente as cartas "x+2" e "x+3" pedem ajuda à mestranda

B.: Professora, então no lugar do "x" devemos colocar o 3?
M.: Isso mesmo. Quanto dá essa conta?
Alunos pensam por um momento
L.G.: Tem que somar o 3 com o 2?
M.: Isso mesmo. Esse será o número de casas que vocês devem avançar.
B.: Vamos andar 5 casas então gente.
M.: Isso, mas vocês também precisam anotar na tabela.
B.: Aqui no movimento do jogo, a gente coloca o que?
M.: Vocês chegaram no número 5 e como é positivo, vocês podem escrever "avancei 5 casas".

Alunos avançam as cinco casas, escrevem na tabela e se mostram entusiasmados com o próximo movimento.

Segundo Verganud (1993), a confiabilidade para mobilizar um esquema tem como base o conhecimento que possui, implícito ou explícito, das relações entre o algoritmo e os atributos do problema a ser resolvido.

De modo geral, os alunos que tiraram essa carta não demonstraram muita dificuldade em realizar os cálculos. Uma vez que tiraram suas dúvidas conseguiram desenvolver o jogo com mais confiança, ocorrendo o mesmo com a carta "x+3".

- **Carta "mx + n"**

A turma em sua maioria teve dificuldades em dar prosseguimento no jogo com essa carta. Foi observado que os alunos não sabiam que estruturas como "2x" e "2a" representam multiplicação entre o número constante e o valor atribuído à variável. Dessa maneira, foi necessário a intervenção da mestranda para auxiliá-los.

---

[11] As falas da mestranda são representadas pela letra M

Diálogo com a dupla J e A, que retiraram como primeira carta “2x+3”

J.: Professora, o que a gente faz com esse “2” na frente do x?
M.: Quando temos um número “grudado” em uma letra, existe uma operação entre eles.
J.: Então fica 23?
M.: Não, quando temos um número na frente de uma letra, existe uma multiplicação entre eles.

As alunas fazem gestos e expressões de dúvidas
A mestranda então se posiciona na frente da turma e pede a atenção de todos

Foi necessário nesse momento uma breve explicação no quadro sobre a estrutura de uma expressão algébrica. A mestranda explicou para a turma que existe a operação de multiplicação entre o número e a letra. Foi dado um exemplo, utilizando a expressão “2x + 1” e usando o valor x = 1.

A turma prossegue o jogo.
A mestranda retornou para a dupla J e A.

J.: Professora, então vamos multiplicar o 2 pelo 3 e depois somamos 1?
M.: Isso mesmo. E qual é o resultado final?
As alunas pensam juntas, vocalizando os cálculos que estavam fazendo.
A.: 7?
M.: Isso mesmo.

De forma similar, outros grupos pediram ajuda para fazer os cálculos com essa expressão, mas observou-se que os grupos que estavam em rodadas posteriores e retiraram cartas desse tipo, já não tiveram muita dificuldade.

Partindo das duas classes de situações propostas pela TCC, compreendemos que o uso de esquemas não se restringe somente à primeira classe. Vergnaud (1993) afirma que quando os alunos não conseguem resolver um problema ou cometem erros, na verdade também estão mobilizando esquemas, que devem ser observados pelo professor. A dupla J e A, mobilizou o esquema “quando um número estiver junto com uma letra e a letra assumir um valor, substitui a letra pelo valor e colocar ao lado do número”.

A partir desse momento, o jogo foi sendo desenvolvido com mais facilidade e dúvidas pontuais foram surgindo. Uma grande dificuldade apresentada por alguns alunos foi trabalhar com valores negativos, como por exemplo quando foi sorteado o número 3, uma dupla que estava com a carta x - 4, não soube calcular o resultado corretamente, sendo necessário uma discussão sobre o assunto. Vendo a mestranda que outros alunos apresentaram a mesma dúvida, se posicionou novamente em frente à turma e pediu para que prestassem atenção. Segue o diálogo abaixo:

M.: Turma, o número 3 foi sorteado e alguns colegas estão com a carta “x - 4”. Alguém sabe o resultado?
N.: Não tem como calcular. Não dá para retirar 4 de 3.
B.: É -1.
C.: É 1.
M.: Vamos pensar um pouco. Acho que vocês já aprenderam números inteiros em algum momento, mas leva tempo mesmo pra gente entender bem.

Nesse momento, a professora regente afirma que números inteiros foi matéria do ano passado e relembra a turma sobre números negativos

A partir da fala da professora, muitos começaram a se lembrar sobre o que haviam estudado e começaram a responder -1.

M.: Isso aí gente, três menos quatro é igual a -1. Mas voltando para o jogo, o que vai acontecer com o grupo que obteve esse resultado?
Turma: Vai ter que voltar uma casa.

Um dos pré-requisitos para o jogo corrida algébrica é o conceito de números inteiros, que ainda está sendo construído pelos alunos. Vergnaud (1997) destaca na TCC que não é possível a construção de conceitos de forma isolada ou linear. Dessa forma, é necessário a utilização de conceitos aritméticos fundamentais para desenvolver a competência para atuar no campo conceitual algébrico.

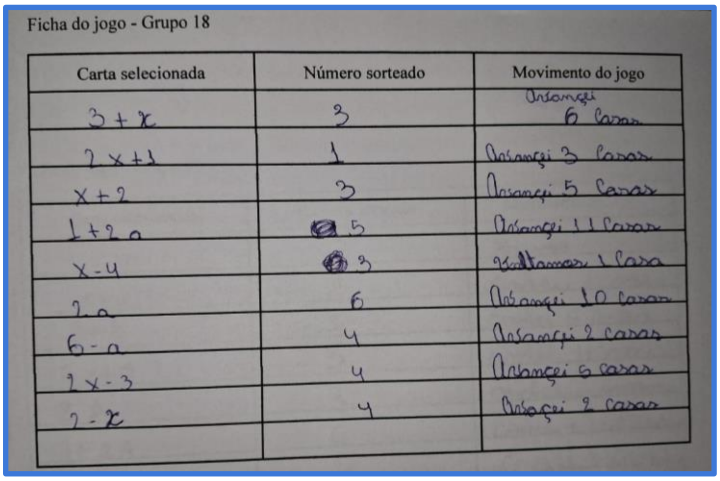
Dando prosseguimento ao jogo, o segundo número sorteado foi o número 1. Até então nenhum grupo havia retirado as cartas “2a”, “6 - a” ou “1 + 2a”, mas no segundo lançamento uma dupla retirou a carta “2a”. A mestranda ficou observando qual seria a atitude das alunas, que após visualizarem uma variável diferente do x, não sabiam como prosseguir. A mestranda se aproxima e inicia o seguinte diálogo:

R.: Tia, não tem “x” nessa carta e a gente não sabe o que fazer agora
M.: O “a” faz o mesmo papel que o “x”
R.: Então no lugar do “a” a gente coloca o número 1?
Nesse momento, a outra aluna da dupla pega o papel e escreve a expressão, colocando no lugar “a” o número 1. Realizando a multiplicação chega no valor 2.
As alunas se olham e dizem juntas
R. e F.: Vamos avançar duas casas

De forma similar outros grupos mostraram a mesma dificuldade com as cartas “6 - a” e “1 + 2a”, provavelmente devido aos termos deslocados e à mudança de variável. Para a carta “6 - a” não houve dificuldade na aplicação dos valores sorteados, visto que variaram entre 1 e 6 não resultando em valores negativos.
Tomamos como a base a terna (S, I, R), que segundo Vergnaud (1993) formam um conceito e buscamos analisar nos alunos a manifestação de invariantes operatórios a partir da mudança da variável x para a variável a.

Apesar de todas as dificuldades, os alunos conseguiram desenvolver o jogo. À medida que a mestranda foi sorteando os valores, os alunos foram se ajudando e calculando os valores numéricos das expressões. Durante todo o momento, a mestranda auxiliou os alunos e em alguns momentos a professora regente da turma também respondeu a algumas dúvidas. Após alguns lançamentos, um trio conseguiu chegar na linha de chegada. A mestranda indagou sobre a tabela e a mesma estava preenchida (FIGURA 30).

Figura 30 - Tabela do jogo preenchida



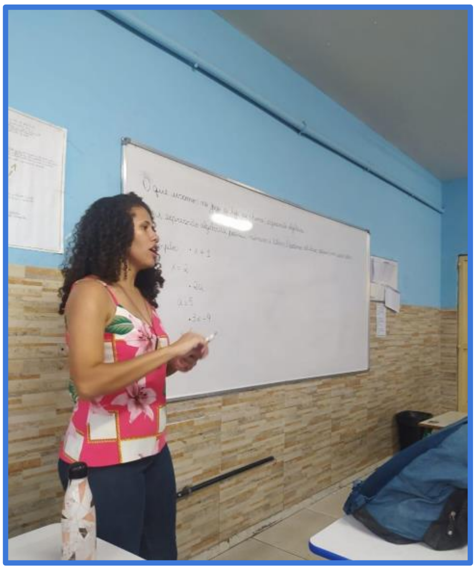
Ficha do jogo - Grupo 18

Carta selecionada	Número sorteado	Movimento do jogo
$3+x$	3	Avançei 6 Casas
$2x+1$	1	Avançei 3 Casas
$x+2$	3	Avançei 5 Casas
$1+2a$	5	Avançei 11 Casas
$x-4$	3	Voltamos 1 Casa
$2a$	6	Avançei 10 casas
$6-a$	4	Avançei 2 casas
$2x-3$	4	Avançei 5 casas
$2-x$	4	Avaçei 2 casas

Fonte: A autora (2023)

Após todos os alunos terem terminado o jogo, a mestranda pediu a atenção de todos para a conclusão da intervenção de ensino. Foram colocados mais alguns exemplos no quadro para que os alunos compreendessem melhor o conceito de expressão algébrica (Figura 31).

Figura 31 - Conclusão da atividade I



Fonte: A autora (2023).

A mestranda explicou que as expressões contidas no cartão se tratavam de expressões algébricas, e que nas mesmas, podemos ter números e letras e que essas letras podem assumir valores numéricos resultando em um valor numérico final. No jogo, esse valor numérico final se traduziu no número de casas a avançar ou voltar. Buscamos com essa atividade apresentar a álgebra como uma ferramenta para os alunos desenvolverem o jogo, pois, segundo Lins e Gimenez (1997), é preciso construir significados para a atividade algébrica, de forma que esses significados possam ser investigados e justificados.

Destacamos que apesar da atividade I ter como foco o trabalho com expressões algébricas, aproveitamos em muitos momentos para retomar conteúdos aritméticos. Não é possível separar a álgebra da aritmética, pois devem ser trabalhadas juntas e não uma após a outra, como defendem Lins e Gimenez (1997). Essa abordagem é essencial para que os alunos enxerguem a ligação existente entre os conceitos matemáticos.

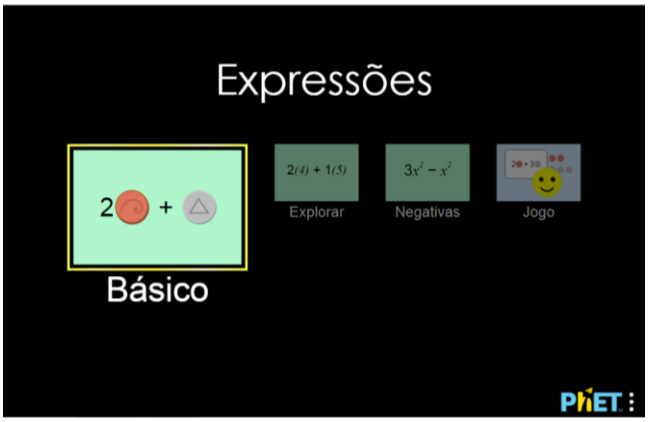
5.3.2 Atividade II - Expressões algébricas no “Phet Interactive Simulations”

O segundo encontro foi desenvolvido em uma aula de três tempos de 50 minutos, totalizando aproximadamente 150 minutos, sendo necessário um tempo inicial, cerca de 20 minutos para levar os alunos da sala de aula para o espaço onde a atividade seria desenvolvida. Esse tempo inicial também foi utilizado para ligarem os computadores e encontrarem o *site* do simulador. Para auxiliá-los, a mestranda escreveu no quadro as instruções. Foi possível observar uma boa disposição dos alunos em participar da atividade, principalmente pelo uso dos computadores. Segundo a professora da turma, havia um tempo que eles não utilizavam. A turma foi dividida em duplas pois não haviam computadores suficientes.

Nessa sequência didática, os alunos deveriam reconhecer que em uma expressão algébrica podem existir termos semelhantes, e que estes por sua vez podem se unir para tornar a expressão algébrica mais simples. A sequência didática foi desenvolvida para que aos poucos eles compreendessem a estrutura de uma expressão, que pode ter mais de uma variável.

Para as atividades foi necessário o uso de um computador e de *internet*. A escola possui essas ferramentas em uma sala denominada de “Espaço *Maker*” e os alunos já estão habituados a usarem no ensino de Matemática. A sequência foi dividida em duas atividades: “Básico” e “Explorar” (Figura 32).

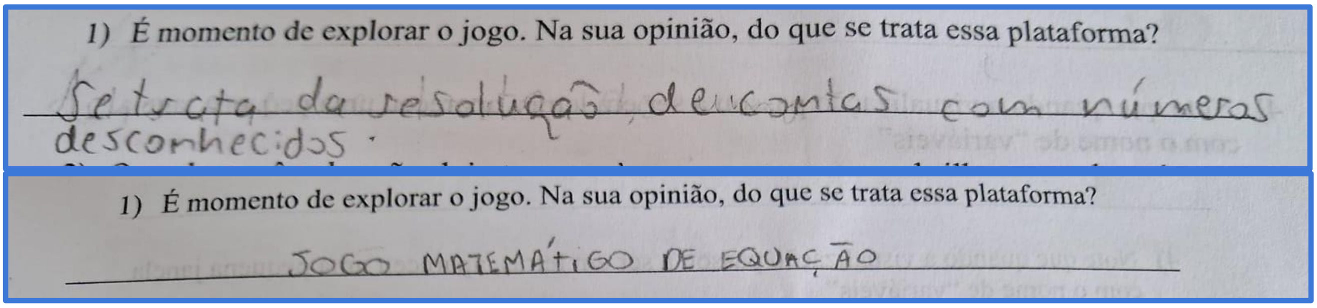
Figura 32 - Visualização inicial do simulador



Fonte: Simulações *Phet*, 2023

O objetivo da primeira atividade foi introduzir o tema de expressões e para que os alunos percebessem o critério necessário para a junção de dois termos em uma expressão algébrica. A primeira pergunta (Figura 33), formulada para instigar os alunos sobre a atividade, resultou em muitas dúvidas por parte dos alunos, sendo necessária a intervenção da mestranda.

Figura 33 - Primeira pergunta da sequência didática II


1) É momento de explorar o jogo. Na sua opinião, do que se trata essa plataforma?

Se trata da resolução de contas com números desconhecidos.

1) É momento de explorar o jogo. Na sua opinião, do que se trata essa plataforma?

JOGO MATEMÁTICO DE EQUAÇÃO

Fonte: A autora (2023)

Apesar do título do simulador ser “Expressões”, muitos relacionaram a atividade com o cálculo de um valor desconhecido. A mestranda os questionou sobre o porquê, como segue no diálogo abaixo:

M.: Por que vocês acham que esse simulador é para encontrar um valor desconhecido?
A.: Por que se é álgebra, a gente encontra o valor de “x”

As falas dos alunos revelaram uma concepção de álgebra que se restringe ao estudo de procedimentos, ou seja, interpretam as variáveis como se fossem incógnitas. De acordo com

Usiskin (1999) os alunos apresentam essas dificuldades por não compreenderem o significado e a finalidade das letras nas expressões.

A partir da segunda pergunta, a mestranda deu orientações para a turma em cada atividade. Na segunda pergunta, por se tratar do uso inicial do simulador, toda a turma teve dificuldade em seguir o procedimento, sendo necessário a mestranda passar por todas as mesas e mostrar como realizar a atividade. Abaixo segue um diálogo da mestranda com uma dupla:

J.: Professora, o que é sobrepor dois termos?

M.: Colocar por cima. Vamos observar aqui. Peguem uma moeda e a arrastem para o centro da tela. Depois peguem outra moeda igual e tentem juntar as duas. O que acontece?

J.: Apareceu o brilho amarelo e elas se juntaram

M.: Agora peguem uma moeda diferente. Faça o mesmo, tente juntar com as duas moedas.

J.: Não dá pra juntar

M.: E vocês sabem o porquê?

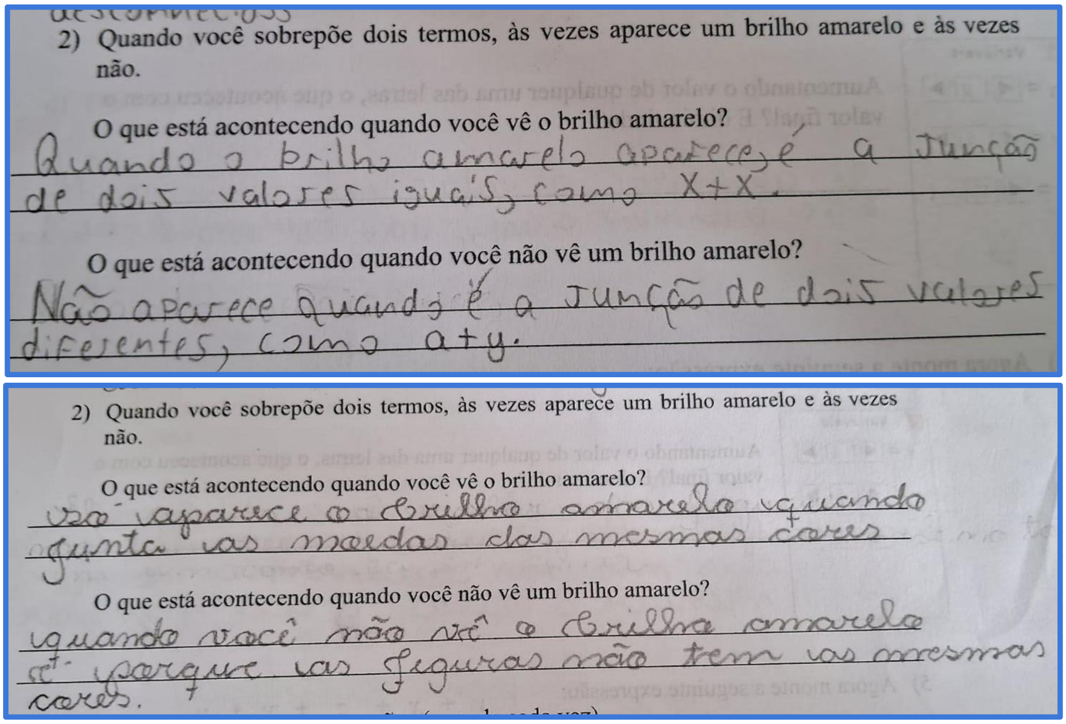
A.: Por que elas têm cores diferentes né?

M.: Sim. Mas somente as cores?

Esse diálogo se repetiu em praticamente todas as duplas.

Após as discussões sobre a segunda pergunta, os alunos tiveram um tempo para responderem. Foi possível observar que houve diferentes percepções sobre essa questão. Algumas duplas relacionaram a semelhança ou diferença entre as moedas apenas pela cor. Outras duplas mencionaram o termo valor igual ou diferente. Apesar de a atividade não exigir que transcrevessem em notação algébrica, uma dupla considerou a soma de dois termos iguais como “x + x” e diferentes como “a + y” (Figura 34). Uma dupla observou que é possível unir dois termos diferentes, mas que entre eles aparece uma soma.

Figura 34 - Soma de termos em uma expressão algébrica


2) Quando você sobrepõe dois termos, às vezes aparece um brilho amarelo e às vezes não.

O que está acontecendo quando você vê o brilho amarelo?

Quando o brilho amarelo aparece, é a junção de dois valores iguais, como X+X.

O que está acontecendo quando você não vê um brilho amarelo?

Não aparece quando é a junção de dois valores diferentes, como a+y.

2) Quando você sobrepõe dois termos, às vezes aparece um brilho amarelo e às vezes não.

O que está acontecendo quando você vê o brilho amarelo?

so aparece o brilho amarelo quando junta as moedas das mesmas cores

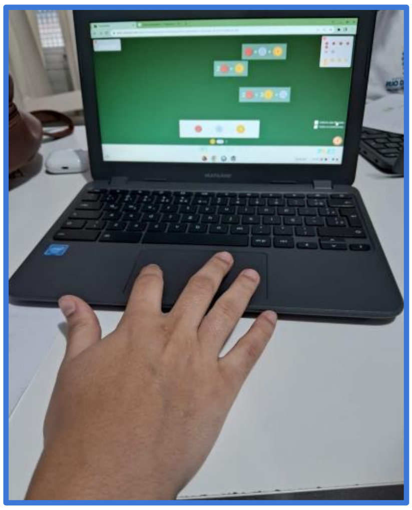
O que está acontecendo quando você não vê um brilho amarelo?

quando você não vê o brilho amarelo é porque as figuras não tem as mesmas cores.

Fonte: A autora (2023)

Na terceira questão, os alunos deveriam construir três expressões com as moedas. Foi possível perceber a facilidade da turma de modo geral em realizar essa atividade, uma vez que entenderam como o programa funcionava (Figura 35).

Figura 35 - Aluno utilizando o simulador de expressões



Fonte: A autora (2023)

A quarta questão pedia para simplificar uma expressão com algumas moedas repetidas. A maioria conseguiu concluir essa atividade, mas algumas respostas chamaram atenção e a partir delas surgem discussões importantes no trabalho.

“Sim, juntando as moedas duas vermelhas, duas cinza e cinco amarela”

“Sim, é só trocar as moedas de 5 por moedas de 10”

“Juntando as moedas com o mesmo valor”

Nesse momento pode-se perceber um raciocínio voltado para a aritmética.
Ao escreverem a expressão simplificada para o modo variável os alunos chegaram na seguinte expressão

$$2x + 2y + 5z$$

Nesse momento, a mestranda realiza uma discussão com a turma sobre a expressão com variáveis Apesar de terem compreendido que as figuras semelhantes podem se unir e as diferentes não, quando apareceram letras foi possível perceber uma certa resistência por parte da turma.

A mestranda então conversa com a turma

M.: Vamos juntos tentar entender o que aconteceu quando passamos das moedas para as letras. Vamos lembrar daquele brilho amarelo que apareceu quando juntamos moedas iguais. Se tentarmos juntar duas letras iguais o que irá acontecer?

Silêncio. A mestranda escreve no quadro
M.: Se eu tentar juntar esse “x” com esse outro “x”, o brilho amarelo vai aparecer?

Turma: Sim

M.: E o que vai aparecer?

Alguns alunos ficam em silêncio, mas alguns respondem “2x”

M.: Isso mesmo, como nas moedas. Então nós vimos que na álgebra nós manipulamos letras, que são as variáveis, e podemos juntar aquelas que são iguais. Foi isso que aconteceu na expressão que vocês construíram.

Nesse momento, a mestranda foi de mesa em mesa verificar se todos tinham feito a atividade 1 e se teriam alguma dúvida.

De forma geral, os alunos compreenderam a proposta da atividade.

A atividade 2 consistiu em passarem para o modo “explorar”. Os passos 1, 2 e 3 foram realizados sem dificuldade pelas duplas por serem semelhantes aos da atividade 1. Com o objetivo de compreenderem melhor a noção de variável, a mestranda pediu para que eles observassem uma janela denominada “variáveis”. O programa permite aumentar ou diminuir o valor das variáveis e mostra o valor final da expressão.

Devido ao brilho das telas estarem desajustados, a visibilidade da janela “variáveis” ficou prejudicada, sendo necessário a mestranda reproduzir no quadro para que os alunos visualizassem melhor.

Os alunos perceberam que mudando os valores das variáveis o valor final também era modificado, mas quando foram questionados sobre a relação entre o valor das variáveis aumentar ou diminuir e o valor final, alguns não conseguiram perceber a relação. A mestranda se dirigiu até a mesa de uma dupla

C.: A gente não tá conseguindo responder essa pergunta

Foi observado nesse momento uma preocupação da dupla em apenas terminar a atividade. Em escrever a resposta certa.

M.: O que vocês entenderam sobre mudar o valor das variáveis?

F.: O valor final muda

M.: Muda como?

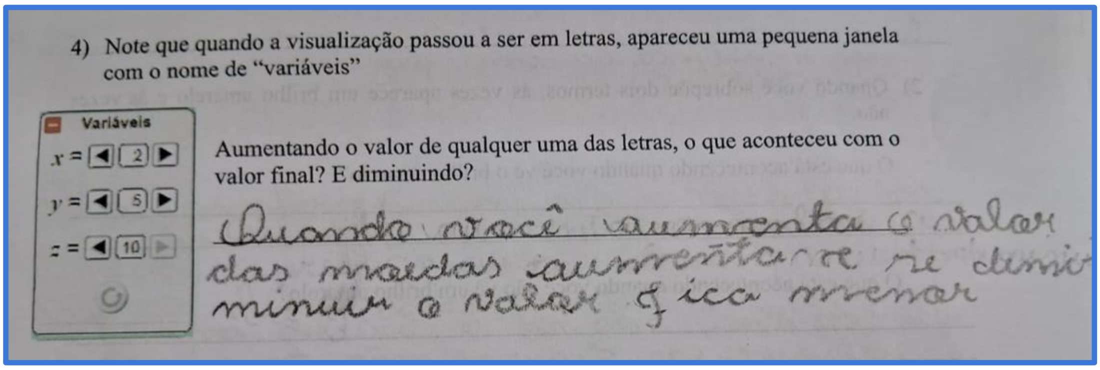
C.: Por exemplo, se a gente aumentar o valor de x para 3 o valor final é 13

M.: E se vocês diminuírem o que acontece com o valor final?

F.: Vai diminuir

Foi realizada também uma discussão com a turma sobre o que aconteceria se alterassem o valor da variável y. Eles alteraram o valor e perceberam que o valor final da expressão não se alterava, pois y não estava na expressão (Figura 36).

Figura 36 - Variáveis

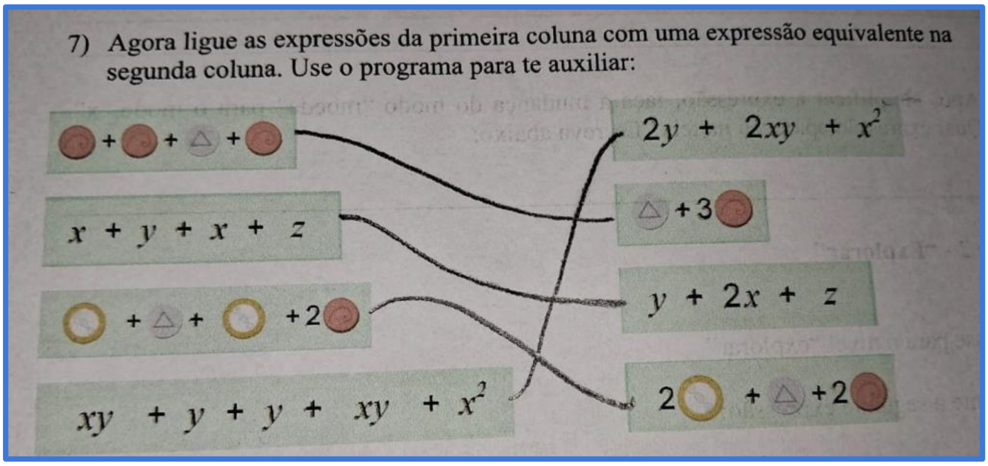


Fonte: A autora (2023).

A maioria da turma conseguiu realizar o passo 5. A mestranda passou de mesa em mesa para auxiliar em possíveis dúvidas. Muitos alunos queriam apenas a confirmação se o seu pensamento estava correto. Apontavam para o primeiro y e depois para o segundo e queriam confirmar se resultava em $2y$, assim como para as outras variáveis. Alguns alunos disseram que $x + x$ resultava em x^2 e a mestranda esclareceu que se tratava de $2x$, pois elevar ao quadrado tem a ver com potenciação.

O passo 6 foi realizado com maior facilidade, mas os alunos apresentaram dúvidas para realizar o passo 7, pois estavam um pouco cansados por ser um encontro de três tempos. As dúvidas estavam mais relacionadas com o que fazer, pois de primeira não entenderam que deveriam relacionar a expressão da primeira coluna com a sua equivalente na segunda (Figura 37).

Figura 37 - Atividade de relacionar expressões algébricas



Fonte: A autora (2023)

Segundo Vergnaud (1990a), o domínio gradual das representações associadas ao conceito pode favorecer a conceitualização. Nosso objetivo com essa sequência didática foi a construção de esquemas para os alunos conseguirem trabalhar com expressões algébricas e perceberam o conceito de variável.

A generalização necessária para a compreensão do Campo Conceitual Algébrico não é desenvolvida de imediato. Embora os alunos tenham compreendido que duas moedas iguais podem se juntar, isso não se tornou tão intuitivo quando foram questionados sobre as variáveis.

Lins e Gimenez (1997, p. 157) acreditam que "[...] começar a educação algébrica o quanto antes é fundamental, para que mais tarde não nos queixemos de como os alunos não conseguem 'largar a aritmética'". Pensando no aluno como sujeito principal no processo de aprendizagem, é importante propiciar-lhe atividades de percepção de padrões e comparação de situações com aspectos variantes com outros que não variam desde os anos iniciais. Assim chegarão no 8º ano mais familiarizados com essas atividades.

5.3.3 Atividade III – Equações

A terceira sequência didática foi realizada em uma aula de dois tempos de 50 minutos, totalizando 100 minutos. Assim como na primeira sequência didática, foi necessário pausar a sequência para que os alunos fossem para o intervalo do colégio. As atividades dessa sequência visam trabalhar a ideia de equação, a diferença entre variável e incógnita e situações problemas que se utilizam de equações para serem resolvidas. O encontro iniciou com a divisão da turma em duplas e, em seguida, a entrega do cartão com a expressão "$x + 2$" para as duplas e a folha de atividades.

Ao entregar o cartão "$x + 2$" foi possível ouvir alguns alunos falando "$2x$". A mestranda aproveitou esse momento para conversar com a turma.

M.: Antes de iniciarmos a atividade, gostaria de conversar com vocês. O que está escrito no cartão?

A turma se divide, alguns respondem $2x$ e alguns respondem $x + 2$

M.: Vamos observar que entre o x e o 2 existe uma operação

X.: Tá somando professora

M.: Isso mesmo, existe a adição ou soma. Então devemos dizer $x + 2$. O $2x$ é usado para multiplicarmos o 2 pelo x ou o valor que ele assumir.

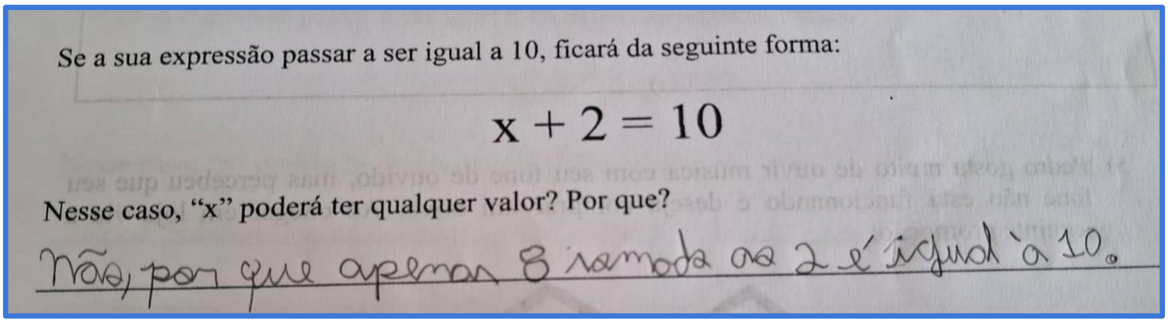
Após esclarecer o conteúdo do cartão, a mestranda explicou para a turma a primeira parte da atividade. Os alunos conseguiram preencher a tabela sem dificuldades, talvez por já terem feito isso na primeira sequência didática.

Dando sequência à atividade, surgiu o questionamento: será sempre igual a 10 professora? A mestranda rapidamente respondeu que não, que existem diversas equações e que esse é um caso apenas.

Usiskin (1995) afirma que muitos associam o estudo da álgebra apenas com o estudo de variáveis, sem considerar que nem sempre o uso das letras está associado à ideia de variação. Segundo o autor, também não é incomum a interpretação equivocada de que incógnita e variável são a mesma coisa. Através dessa atividade, foi possível para os alunos perceberem que, além de assumir o papel de uma variável, a letra pode ser também considerada uma incógnita, um valor a ser encontrado.

Os alunos foram instigados a procurarem o único valor que o “x” poderia assumir na equação em questão, diferentemente do caso da tabela da atividade anterior. A mestranda aproveitou esse momento para falar sobre o sinal de igualdade “$=$” e a importância da sua compreensão. De acordo com Vergnaud (2019), tendo como base os conhecimentos de aritmética, a álgebra representa um importante desvio formal. Os alunos se adaptam com o tempo com a estrutura de uma equação. Foram identificadas diferentes percepções na justificativa da pergunta sobre o valor de x poder se alterado ou não. Um aluno apresentou a justificativa afirmando que o resultado final deve ser 8 (o que está correto), mas, em seguida, fez uma distinção entre o x e o resultado final, que valor igual a 10 (Figura 38).

Figura 38 - Diferença entre variável e incógnita


Se a sua expressão passar a ser igual a 10, ficará da seguinte forma:

$$x + 2 = 10$$

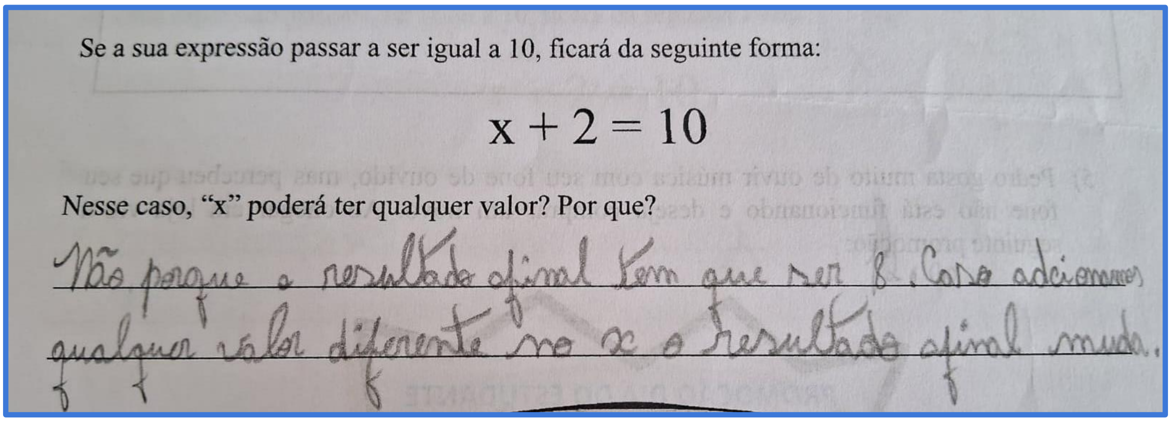
Nesse caso, “x” poderá ter qualquer valor? Por que?

Não, por que apenas 8 somado ao 2 é igual à 10.

Fonte: A autora (2023)

Outro aluno justificou sua resposta, tendo como base o que Vergnaud (2019) chama de “operações na boa ordem”, do ponto de vista da aritmética (Figura 39).

Figura 39 - Diferença entre variável e incógnita


Se a sua expressão passar a ser igual a 10, ficará da seguinte forma:

$$x + 2 = 10$$

Nesse caso, “x” poderá ter qualquer valor? Por que?

Não porque o resultado final tem que ser 8. Caso adicionemos qualquer valor diferente no x o resultado final muda.

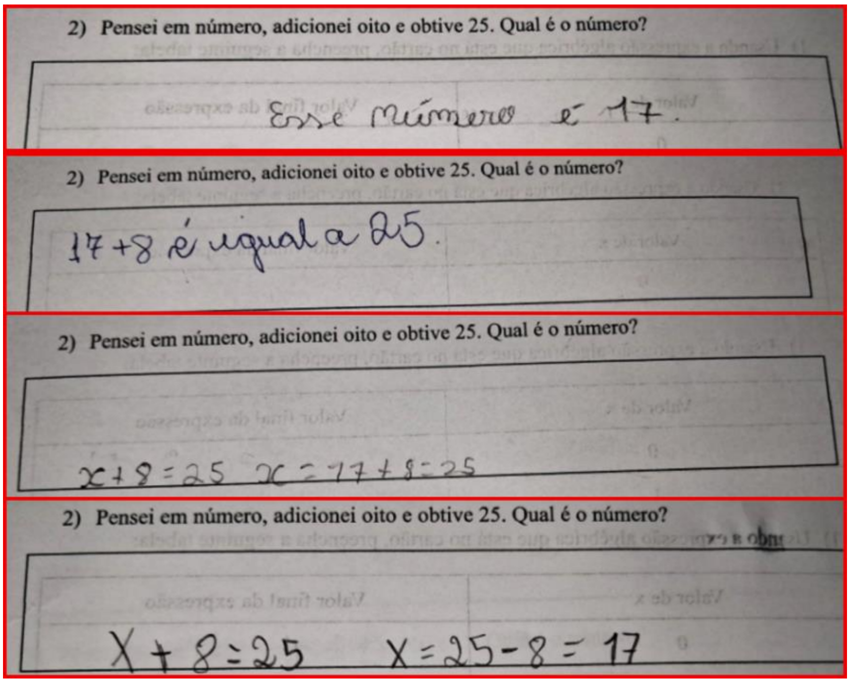
Fonte: A autora (2023)

Nesse cenário, a professora/ pesquisadora sempre buscou questionar as respostas para que o aluno pudesse refletir, posicionar-se e verbalizar seu raciocínio sobre a escrita e a linguagem algébricas.

Seguindo com as atividades, os alunos foram convidados para resolverem cinco situações problema. Não era obrigatório que resolvessem por meio de equações, mas essas foram apresentadas como uma boa ferramenta.

Foi possível observar que os alunos que não resolveram por meio de equações ou tentaram adivinhar o resultado, somente conseguiram encontrar facilmente a resposta das situações 2 e 3. À medida que a dificuldade foi aumentando, passaram a ter dificuldade para resolver os problemas e não conseguiram imaginar o resultado. A mestranda então aproveitou esse momento para apresentar a álgebra como uma ferramenta para a resolução de problemas mais complexos, como os das situações 4 e 5. Os alunos que desde o início utilizaram a álgebra como ferramenta, em sua maioria conseguiram resolver todos os problemas. A Figura 40 apresenta diferentes caminhos escolhidos pelos alunos na resolução do segundo problema.

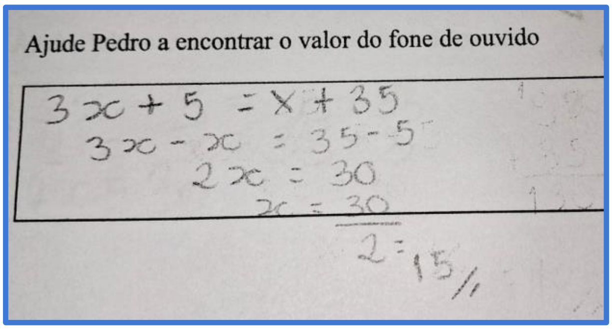
Figura 40 - Diferentes formas de resolução de um problema algébrico



Fonte: A autora (2023)

Todas as resoluções foram valorizadas, para que os alunos desenvolvessem a percepção de que a compreensão do problema é mais importante que a reprodução de um algoritmo, mas que esse último pode ser uma ótima ferramenta. Vergnaud (2019) chama de roteiro-algoritmo o passo a passo realizado na resolução de uma equação, como mostrado na Figura 41.

Figura 41 - Resolução de uma equação por meio do roteiro-algoritmo



Fonte: A autora (2023)

Para ele, esse tipo de algoritmo por mais que contenha várias operações básicas da aritmética visíveis, os alunos têm dificuldade para apreciarem o significado da álgebra, pois precisam desenvolver competências, que, segundo o autor, são

> […] várias competências novas, muito significativas da ruptura com a aritmética, e de nível muito diferente: 1 Saber o que fazer diante de uma equação dada atingir um certo objetivo, respeitar as regras. 2 Saber colocar um problema em equação extrair as relações pertinentes, controlar sua independência [...] (Vergnaud, 2019, p. 21)

Ao final da atividade, a mestranda resolveu os quatro problemas no quadro a fim de sanar dúvidas que os alunos ainda poderiam ter. Verificou-se que alguns alunos permaneceram com dificuldades em entender o conceito de equação, o que já era esperado, pois, em sala de aula, a aprendizagem não acontece de maneira homogênea. Mas foi possível constatar que propor desafios para os alunos pode despertar um interesse maior nos mesmos.

6 **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este trabalho teve como objetivo principal descrever o processo de aprendizagem de expressões algébricas simples e equações do primeiro grau dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. O local escolhido para a pesquisa foi o Colégio Estadual Lia Márcia Gonçalves Panaro, situado no município de Duque de Caxias, periferia do Rio de Janeiro. A pesquisa foi desenvolvida sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais (TCC) e os estudos sobre pensamento algébrico.

Como forma de situar a pesquisa no contexto educacional, realizou-se uma revisão da literatura com a escolha de quinze trabalhos que forneceram um mapeamento e uma avaliação sobre o tema principal da pesquisa. A metodologia do trabalho foi orientada com base nos objetivos específicos e seu principal enfoque se deu sob a análise qualitativa com característica de estudo de caso. Houve também em um certo momento, a apresentação de resultados quantitativos, mas esses foram somente para um estudo geral dos resultados.

O objetivo específico “Realizar um diagnóstico para identificar as dificuldades relativas ao pensamento algébrico em expressões simples e equações do primeiro grau” foi contemplado a partir da aplicação de um teste diagnóstico inicial e final. No teste inicial, foram apresentadas perguntas de âmbito pessoal e questões referentes às expressões algébricas simples e equações do 1º grau. As questões referentes ao Campo Conceitual Algébrico repetiram-se no teste inicial e final e a análise quantitativa mostrou que os sujeitos acertaram mais questões no teste final.

Um aspecto importante para mencionar foi a diminuição de questões em branco e o aumento de questões com erros, o que demonstrou a tentativa dos alunos em responder, em contraste com o expressivo número de questões em branco na avaliação inicial.

A partir do teste diagnóstico inicial, foi possível identificar algumas lacunas existentes na aprendizagem de conceitos algébricos. Acerca das expressões algébricas, a maioria da turma mobilizou esquemas falsos, como a junção de termos não semelhantes ou não reconhecerem a operação de multiplicação entre quando se tem um número junto de uma letra. Também se constatou uma defasagem grande na situação de generalização em problemas de sequências não recursivas, como encontrar o termo geral da sequência. Um número reduzido de alunos apresentou compreensão sobre as equações do primeiro grau que foram apresentadas, demonstrando a necessidade de um trabalho com esse conteúdo.

As perguntas pessoais foram elaboradas com o intuito de contemplar o objetivo específico “Investigar as situações para as quais os alunos trazem significado”, ou seja, conhecer os estudantes, suas disciplinas preferidas, atividades preferidas e sua relação com a

Matemática. Essa busca pela proximidade com a realidade dos estudantes teve como princípio a TCC, que defende o uso de situações para as quais os alunos produzem significado e, também, de certa forma a Etnomatemática, pois buscou-se a valorização dos conhecimentos já produzidos pelos estudantes no seu contexto social de periferia. Nesse ponto, foram identificados alguns bloqueios demonstrados pelos alunos com a disciplina de Matemática e principalmente com o uso de letras. O que pôde ser identificado é que os alunos não conseguiam atribuir sentido ao uso das letras e muito menos sabiam como trabalharem com seus significados.

O terceiro objetivo específico consistiu na “Construção de uma intervenção de ensino que favoreça o desenvolvimento do pensamento algébrico”. Esse objetivo foi atingido com a elaboração de três atividades. A primeira atividade foi construída visando a compreensão da estrutura de expressões algébricas simples e o cálculo do seu valor numérico. Consistiu na construção de um jogo chamado “corrida algébrica”, no qual os alunos deveriam alcançar a linha de chegada com base nos valores finais de uma expressão.

A segunda atividade teve como ferramenta um *site* de simulações e uma sequência de atividades para que os alunos pudessem perceber as propriedades das expressões algébricas, que podem existir em uma expressão com mais de uma letra e como podem simplificá-la caso possuam termos semelhantes. Assim como na primeira atividade, houve discussões sobre a ideia de variável e como a alteração do valor atribuído à letra também influencia no valor numérico final da expressão.

Por fim, através da última atividade, foi trabalhado com a turma a diferença entre variável e incógnita com ênfase na resolução de equações a partir de situações. A equação foi apresentada como uma ferramenta muito útil na resolução de alguns problemas. O sinal de igualdade foi apresentado como um significado importante a ser mantido.

Os dois últimos objetivos específicos “Analisar o papel das representações na aprendizagem de expressões algébricas e equações” e “Identificar os esquemas mobilizados pelos alunos” estiveram interligados durante a análise da intervenção e dos testes diagnósticos.

As representações, segundo Vergnaud (1993), desempenham um papel essencial na compreensão de um conceito e, por isso, foram essenciais para a aprendizagem do Campo Conceitual Algébrico e utilizadas nas três atividades. Durante as atividades, o uso das diferentes representações como tabuleiro, dado, cartas, tabelas, gestos, interface do simulador, recurso visual como brilho ao juntar termos semelhantes, desenhos, linguagem algébrica e aritmética proporcionaram uma maior compreensão dos conceitos algébricos.

A partir dessas representações, os alunos puderam mobilizar esquemas, como por exemplo, durante o jogo de tabuleiro, a representação do número que era sorteado no dado exigia que o esquema “substituir a letra pelo número na expressão algébrica” fosse mobilizado.

De modo igual, a representação do simulador, que mostrava moedas diferentes serem unidas pela operação de adição mobilizou o esquema “termos diferentes são unidos pelo sinal de adição, pois não podem ser sobrepostos”.

As discussões realizadas no decorrer das atividades foram importantes na identificação de esquemas falsos, o que também contemplou o último objetivo. Os esquemas têm como base, de forma implícita, os invariantes operatórios e, por isso, tornam-se um dos principais meios de investigação do professor. É diante dos esquemas que se torna possível distinguir as situações que os alunos já conseguem lidar das situações que ainda exigem competências a serem desenvolvidas.

Durante a execução das atividades, ficou evidente a necessidade dos conteúdos algébricos serem desenvolvidos juntamente com os aritméticos. Em muitos momentos, os alunos apresentaram dificuldades relacionadas aos números inteiros, multiplicação e divisão. Ou seja, ainda carecem de esquemas, representações e situações que forneçam um sentido para esses conceitos. Essa percepção foi defendida durante a construção desse trabalho, tendo como suporte Lins e Gimenez (1997). Esse entendimento encontra amparo legal na BNCC, documento normativo que determina a aprendizagem de álgebra desde os anos iniciais.

Apesar de todos os objetivos específicos terem sido contemplados e a intervenção de ensino ter sido construída com atividades direcionadas às dificuldades dos alunos, a aprendizagem de conceitos referentes ao Campo Conceitual Algébrico é um processo. Esse processo não é linear e, segundo Vergnaud (1990), ocorre com o passar dos anos. Por isso, os conteúdos algébricos devem ser sempre retomados ao longo dos anos, por meio de diferentes situações e representações.

Considerando se tratar de um estudo de caso realizado em uma turma de 8º ano com 35 alunos, que apresentam especificidades na aprendizagem, é possível concluir sobre a necessidade de novas intervenções, diálogos e reconhecimento do que representa significados para esses sujeitos. O desenvolvimento do pensamento algébrico, não é imediato, muito menos se restringe a três encontros. O que essa pesquisa propõe é um caminho para a aprendizagem do Campo Conceitual Algébrico.

Portanto, a primeira sugestão para a continuidade desse estudo é que seja realizada uma pesquisa de campo mais extensa, com mais encontros de intervenção, pois, à medida em que os alunos têm contato com diferentes representações mais facilmente compreenderão o Campo Conceitual Algébrico.

Ficou evidente nos testes diagnósticos a grande dificuldade dos alunos em construir o termo geral de uma sequência. Apesar de muitos conseguirem perceber uma generalização na sequência não recursiva, nenhum aluno chegou à expressão geral da mesma. A segunda sugestão é a efetiva implementação do que propõe a BNCC quanto ao trabalho com sequências desde os anos iniciais, o que irá favorecer a capacidade de generalização nos estudantes.

A terceira sugestão, e talvez a mais importante, é um trabalho voltado para à formação de professores de Matemática, pois são(somos) eles(nós) os responsáveis pela percepção que os alunos desenvolvem sobre à álgebra e outros conteúdos dessa disciplina. Não é incomum ao ser iniciar os estudos com a álgebra, estudantes apresentarem medo, bloqueios ou não conseguirem ver nenhum sentido no uso de letras. É, portanto, dever dos docentes buscarem despertar no aluno o interesse e potencializar suas capacidades.

REFERÊNCIAS

ANJOS, Lucas Felix dos. **Equações do 1º grau:** significando a aprendizagem por intermédio da história da matemática. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, 2021. 106 f. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=6277&id2=171054765. Acesso em 15 jul. 2023

ARTUZO, Andreyna Beatriz Moreski. RIVA, Fernando. ALBANI, Jaqueline Maria de Souza. Análise de erros no conteúdo de álgebra no 8° e 9° ano do Ensino Fundamental: Estudo de Caso. **Revista Paranaense De Educação Matemática**, Campo Mourão v.11, n. 24, p. 442-464, jan.-abr. 2022. Disponível em: https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6712. Acesso em: 20 jul. 2023.

BARBOSA, Gabriela dos Santos. **O Teorema Fundamental da Aritmética:** jogos e problemas com alunos do sexto ano do Ensino Fundamental. 2008. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008. 304 f. Disponível em https://ariel.pucsp.br/jspui/bitstream/handle/11358/1/Gabriela%20dos%20Santos%20Barbosa.pdf. Acesso em: 10 mai. 2023

BARBOSA, Gabriela dos Santos. Tecnologias no processo de numeramento de jovens e adultos. Artefactum - **Revista de estudos em linguagem e tecnologia**. Ano X - Nº 02/2018. Disponível em: http://www.artefactum.rafrom.com.br/index.php/artefactum/article/viewFile/1717/786. Acesso em: 12 jul. 2022.

BASTOS, Lígia Sousa. **Early Algebra**: As estratégias de resolução de estudantes do 4º e 5º Ano frente a problemas que aludem à álgebra. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática).174 f. Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2019.174 f. Disponível em: http://www.biblioteca.uesc.br/biblioteca/bdtd/201710174D.pdf. Acesso 12 jun. 2023.

BILHALVA, Aiana Silveira. **Investigando o pensamento algébrico à luz da teoria dos campos conceituais**. 2020. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Pelotas. Pelotas, 2020. 108 f.

BLANTON, Maria. KAPUT, James J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 36, n. 5, p. 412–446, nov. 2005.

BLANTON, Maria *et al*. Early Algebra. In: VICTOR, J. K. (Ed.). Algebra: Gateway to a Technological Future. Columbia: **The Mathematical Association of America**, 2007, p. 7-14.

BONADIMAN, Adriana. **Álgebra no Ensino Fundamental**: produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007. 300 f. Disponível em: https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/11228/000609939.pdf?...1. Acesso em: 12 jul. 2023.

BORGES, Maria Elizabeth de Oliveira. **Um mapeamento de pesquisas a respeito do estudo de álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio (2008–2017)**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 2018. 197 f. Disponível em: bdtd.ibict.br/vufind/Record/PUC_SP-1_c385dbc9e4e91af33f50b237dae19c4b. Acesso em 20 fev. 2023.

BRASI, Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. **Diretrizes e bases da educação nacional.** Brasília, DF:1996. 7ª edição atualizada em 2023. Disponível em: https://www2.senado.gov.br/bdsf/handle/id/642419. Acesso em: 25 Out.. 2023

BRASIL, Ministério da Educação, (1997). **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf. Acesso em: 12 Abr. 2023.

BRASIL, Ministério da Educação, (1998). **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf. Acesso em: 12 Abr. 2023.

BRASIL, **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília, DF, 2017. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79601-anexo-texto-bncc-reexportado-pdf-2&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 15 Set. 2022.

BRASIL, **Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB)**. Brasília, DF, 2023. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/2021/resultados/relatorio_de_resultados_do_saeb_2021_volume_1.pdf. Acesso em: 12 Jul. 2023.

CANAVARRO, Ana Paula. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante,** Vol. XVI, n. 2, p. 81-118, 2007. Disponível em: https://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/4301/1/_Quadrante_vol_XVI_2-2007-pp000_pdf081-118.pdf. Acesso em 30 ago. 2023.

CRESWELL, John Ward. **Projeto de pesquisa**: métodos qualitativo, quantitativo e misto. Trad. Luciana de Oliveira da Rocha. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007. 248 p. Título original: Research design: qualitative, quantitative, and mixed methods approaches. ISBN: 978-85-363-0892-0.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**. São Paulo, SP: Editora Ática, 1990.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2001.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática: uma proposta pedagógica para a civilização em mudança. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**. 2021. Número especial. pp 97–108. Costa Rica. Disponível em: https://www.reformamatematica.net/wp-content/uploads/2021/11/Cuaderno_Numero_Especial_Dambrosio.pdf. Acesso em: 20 out. 2023.

REIS, Júlio Paulo Cabral dos. SILVA, Révero Campos da. SANTOS, Guilherme Mendes Tomaz dos. Educação algébrica: o uso de padrões figurativo-numéricos como recurso didático-pedagógico para os anos finais do ensino fundamental. **Brazilian Electronic Journal of Mathematics**, v.2 - n.4, jul/dez, 2021.
Disponível em: https://seer.ufu.br/index.php/BEJOM/article/download/57955/31340. Acesso em: 25 Jan. 2023.

DUQUE DE CAXIAS. **Matriz Curricular de Matemática - Ensino Fundamental II - Anos Finais.** Duque de Caxias. 2022a. https://portal.smeduquedecaxias.rj.gov.br/reestruturacao-curricular_/. Acesso em: 06 jul. 2023

DUQUE DE CAXIAS. **Matriz Curricular de Matemática - Ensino Fundamental I - Anos Iniciais.** Duque de Caxias. 2022b. https://portal.smeduquedecaxias.rj.gov.br/reestruturacao-curricular_/. Acesso em: 06 jul. 2023.

EISERMANN, Jonatan Ismael. SCHULZ, Julhane Alice Thomas. FUCHS, Mariele Josiane. Teoria dos Campos Conceituais: integrando aritmética, geometria e álgebra no ensino de frações. **Revista Dynamis**, v. 27, n. 1, p. 42-58, 2021. Disponível em: https://ojsrevista.furb.br/ojs/index.php/dynamis/article/view/8561/4897. Acesso em: 24 de jul. 2023.

FIORENTINI, Dario. MIORIM, Maria Ângela. MIGUEL, Antônio. Contribuição para um repensar… a Educação Algébrica Elementar. **Pro-Posições**, Campinas, v. 4, n. 1, p. 78-90, março 1993. Disponível em: https://www.academia.edu/109614811/A_contribui%C3%A7%C3%A3o_para_repensar_a_educa%C3%A7%C3%A3o_alg%C3%A9brica_elementar. Acesso em: 11 de ago. 2023.

FONSECA, Jairo Simon da. MARTINS, Gilberto de Andrade. **Curso de Estatística**. 6ª ed. São Paulo: Atlas, 2011. ISBN: 978-85-224-1471-0.

GIL, Katia Henn. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008. 120 f. Disponível em: https://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/2962/1/000401324-Texto%2BCompleto-0.pdf**.** Acesso em: 18 dez. 2022.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002. ISBN: 85-224-3169-8.

HANKE, Tânia Aparecida Ferreira. **Padrões de regularidades**: Uma abordagem no desenvolvimento do pensamento algébrico. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2008. 212 f. Disponível em: https://bib.pucminas.br/teses/EnCiMat_HankeTA_1.pdf. Acesso em: 15 set. 2023.

KIERAN, Carolyn. The learning and teaching of school algebra. In: GROUWS, D. (ed.). **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. NY: MacMillan, 1992. pp. 390–419.

KIERAN, Carolyn. The equation-solving errors of novice and intermediate algebra students. In: PROCEEDINGS OF THE ANNUAL CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 9, 1985. Noordwijkerhout. **Anais** [...] Noordwijkerhout, The Netherlands: State University of Utrecht, v.1. p. 141-146, 1985.

KIERAN, Carolyn. Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It? **The Mathematics Educator**, v. 8, No.1, 139 – 15, 2004.

KIERAN, Carolyn. Duas abordagens diferentes entre os principiantes em álgebra. In: COXFORDF, A.F. SHUTLE, A.P. **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, p. 104-110, 1995.

KIKUCHI, Luzia Maya. **Obstáculos à aprendizagem de conceitos algébricos no ensino fundamental**: uma tentativa de aproximação entre os obstáculos epistemológicos e a Teoria dos Campos Conceituais. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012. 136 f Disponível em: https://teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-23102012-131046/publico/LUZIA_MAYA_KIKUCHI_rev.pdf. Acesso em: 12 jul. 2022.

KIKUCHI, Luzia Maya. **A Teoria dos Campos Conceituais e os invariantes operatórios no conteúdo de Álgebra**. 2012. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019. 445 f. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-23102020-164025/publico/5124780_LUZIA_MAYA_KIKUCHI_rev.pdf. Acesso em: 12 jul. 2022.

KLOPSCH, Cristiane. **Campo conceitual algébrico: análise das noções a serem aprendidas e dificuldades correlatas encontradas pelos estudantes ao final do ensino fundamental (8ª série 9º ano)**. 2010. Dissertação (Mestrado em Psicologia Cognitiva). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010. 174 f. Disponível em: https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/8539/1/arquivo867_1.pdf. Acesso em: 20 ago. 2023.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. **Pesquisa em educação**: **abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

LINS, Romulo Campos. GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI.** Campinas, SP: Papirus, 1997. ISBN 85-308-0450-3.

MAGINA, Sandra. OLIVEIRA, Caio Fabio dos Santos de. MERLINI, Vera. O Raciocínio Algébrico no Ensino Fundamental: O debate a partir da visão de quatro estudos. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 9, n. 1, p. 1-23, 2018. Disponível em: https://periodicos.ufpe.br/revistas/index.php/emteia/article/view/235070/pdf. Acesso em: 20 out. 2022.

MALHEIRO, João. Papel dos hábitos e virtudes afetivas, no pensamento de Tomás de Aquino, como fonte de motivação na aprendizagem. **AQUINATE**, n°6, (2008), p. 252-276. Disponível em: https://www.aquinate.com.br/wp-content/uploads/2016/11/Estudo-5-Malheiro.pdf. Acesso em: 25 jul. 2023.

MARIMÓN, Montserrat Moreno. SASTRE, Genoveva. BOVER, Magali.; LEAL, Aurora. Conhecimentos e mudança: os modelos organizadores na construção do conhecimento. Tradução de Ana Venite Fuzzato. Campinas: Unicamp; São Paulo: **Moderna**, 2000c. 399 p. ISBN: 8516023826

MINAYO, Maria Cecília de Souza (Org). Pesquisa social: teoria, método e criatividade. Petrópolis: **Vozes**, 1994. ISBN: 8532611451.

MOARES, Franciele Rodrigues de. **Um estudo sobre erros na resolução de equações do 1º Grau com o software Aplusix**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2013. 108 f. Disponível em: https://grupoddmat.pro.br/wp-content/uploads/2017/03/Disserta%C3%A7%C3%A3o.-2013.-MORAES-F.-R.-108f.pdf. Acesso em: 14 de ago. 2023.

MORAES, Eriene Macêdo de. COSTA, Walber Christiano Lima da. PASSOS, Vânia Maria de Araújo. Ensino remoto: percepções de professores que ensinam matemática. **Revista Prática Docente**, v. 6, n. 2, p. e029, mai/ago 2021. Disponível em: https://periodicos.cfs.ifmt.edu.br/periodicos/index.php/rpd/article/view/315/306. Acesso em: 10 ago. 2022.

OLFOS, Raimundo. ZAKARYAN, Diana. ESTRELLA, Soledad. MORALES, Sergio. Vínculos y Brechas entre el Conocimiento Teórico y el Conocimiento Práctico Perceptual de una Futura Profesora en la Enseñanza de la Multiplicación de Expresiones Algebraicas. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 33, n. 64, p. 591-612, ago. 2019. Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/x9jSrRdcZFTxkcYPRmYnWLM/?format=pdf&lang=es. Acesso em: 10 dez. 2023.

ROCHA, Magna Celi Mendes da. A visão educativa em Edith Stein: fundamentos para uma educação integral. Doutorado em Educação: **Psicologia da Educação**. PUC-SP. 2019. Disponível em: https://edithstein.com.br/wp-content/uploads/2019/04/2df95e1f382240529177.pdf. Acesso em: 23 jul. 2023.

REZENDE, Veridiana. NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. CALADO, Tamires Vieira. Função afim na educação básica: Estratégias e ideias base mobilizadas por estudantes mediante a resolução de tarefas matemáticas. **ALEXANDRIA: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**. Florianópolis, v. 13, n.2, p. 25-50, Novembro, 2020. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/62643/44731. Acesso em: 12 jun. 2023.

RIBEIRO, Luana Lemos. **Uma investigação sobre o raciocínio funcional no 6º ano do Ensino Fundamental.** 2020. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciência e Matemática). Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2020. 125 f. Disponível em: http://www.biblioteca.uesc.br/biblioteca/bdtd/201820005D.pdf. Acesso em: 25 mar. 2023.

SCREMIN, Greice. RIGHI, Flávia Pereira. Ensino de álgebra no ensino fundamental: uma revisão histórica dos PCN à BNCC. **Ensino em Re-Vista**, v. 27, n. 2, p. 409-433, 2020. Disponível em: https://seer.ufu.br/index.php/emrevista/article/view/54019/28685. Acesso em: 23 ago. 2023.

SERPA, Diane. KINAST, Éder Julio. Recurso lúdico para apoio ao aprendizado da álgebra de alunos do 7º ano do ensino fundamental. 2021. In **SciELO Preprints.** https://doi.org/10.1590/SciELOPreprints.3275. Disponível em: https://preprints.scielo.org/index.php/scielo/preprint/view/3275/5881. Acesso em: 30 ago. 2023.

SILVA, Evandro Alves. VICTER, Eline das Flores. Quando as contas não fecham: Em que momento o priorizar os algoritmos pode ser um entrave no ensino de Matemática. **Pedagogia em foco**, Iturama (MG), v. 14, n. 12, p. 87-100, jul./dez. 2019. Disponível em: https://revista.facfama.edu.br/index.php/PedF/article/view/468/389. Acesso em: 25 jan. 2022.

SILVA, Fátima Alessandra Melo da. **Sequência didática como estratégia de ensino e aprendizagem para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos finais do ensino fundamental.** 2023. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2023. 235 f.

SILVA, João Alberto. FREZZA, Júnior Saccon. Aspectos metodológicos e constitutivos do pensamento do adulto. **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, n. 39, p. 191-205, jan./abr. 2011. Editora UFPR. Disponível em: https://www.scielo.br/j/er/a/GyTjwVkyNbJjs8xzqL4pMXD/?format=pdf. Acesso em: 20 ago. 2023.

SOARES, Maria Arlita da Silveira. **Proporcionalidade um conceito formador e unificador da Matemática**: Uma análise de materiais que expressam fases do currículo da Educação Básica. 2016. Tese (Doutorado em Educação nas Ciências). Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, RS. 2016. 250 f. Disponível em: https://bibliodigital.unijui.edu.br:8443/server/api/core/bitstreams/3ddd00a6-cf74-4052-8e7f-3fade89c9da6/content. Acesso em: 20 Ago. 2023.

SOUZA, Poliana Martins de. **O estudo de álgebra no ensino fundamental II**: uma proposta com materiais manipuláveis. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2021. 89 f. Disponível em: https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/28188/1/algebramateriaismanipulaveis.pdf. Acesso em: 30 Jul. 2023.

TEIXEIRA, Patrícia Espíndola de Lima. **A formação integral da pessoa em Edith Stein**: perspectivas teológicas e pedagógicas. 2017. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2017. 148 f. Disponível em: https://tede2.pucrs.br/tede2/bitstream/tede/7719/2/DIS_PATRICIA_ESPINDOLA_DE_LIMA_TEIXEIRA_COMPLETO.pdf**.** Acesso em: 30 Jul. 2023.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A.F. SHULTE, A.P. (Orgs). As idéias da álgebra. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: **Atual**, p. 9 – 22, 1995.

USISKIN, Zalman. "Conceptions of School Algebra and Uses of Variables." In Algebraic Thinking, Grades K–12: Readings from NCTM's School-Based Journals and Other Publications, edited by Barbara Moses, p. 7–13. Reston, Va.: **National Council of Teachers of Mathematics**, 1999. Disponível em:

<https://www.bgsu.edu/content/dam/BGSU/nwo/documents/camp/Aug11-2016/ONLYPAGES1and2_conceptionsschoolalgebra_Usiskin.pdf> Acesso em: 26 jul. 2023

VERGNAUD, Gérard. La Théorie des Champs Conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, vol. 10, n.23, p. 133-170, 1990. Disponível em: https://gerardvergnaud.files.wordpress.com/2021/09/gvergnaud_1990_theorie-champs-conceptuels_recherche-didactique-mathematiques-10-2-3.pdf**.** Acesso em: 10 jun. 2022.

VERGNAUD, Gérard. Teoria dos Campos Conceituais. In Nasser, L. (ed.) **Anais...** do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro, 1993a. p.1-26.

VERGNAUD, Gérard. Multiplicative conceptual field: what and why? In Guershon, H. and Confrey, J. (Eds.) The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics. Albany, N.Y.: **State University of New York Press**. pp. 41-59, 1994.

VERGNAUD, Gérard. As Ciências Da Educação. São Paulo: **Loyola,** 2003. ISBN: 978-8515025046.

VERGNAUD, Gérard. A Criança, a Matemática e a Realidade. Trad.: Moro, Maria Lucia Faria. Curitiba: **Editora da UFPR**, 2009.

VERGNAUD, Gérard. Quais questões a Teoria Dos Campos Conceituais busca responder? **Caminhos da Educação Matemática em Revista**/Online, v. 9, n. 1, 2019. Disponível em: https://periodicos.ifs.edu.br/periodicos/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/296Acesso em: 10 set. 2023

YIN, Robert K. Estudo de caso – planejamento e métodos. 2 ed. Porto Alegre: **Bookman**, 2001. ISBN: 978-8582602317.

APÊNDICE A - Teste diagnóstico - Avaliação inicial e final

1ª Parte - Respostas pessoais

1) Qual a sua matéria preferida? Você sabe dizer o porquê?

___

___

2) O que você mais gosta de fazer no seu tempo livre?

___

___

3) O que você sente com relação à Matemática?

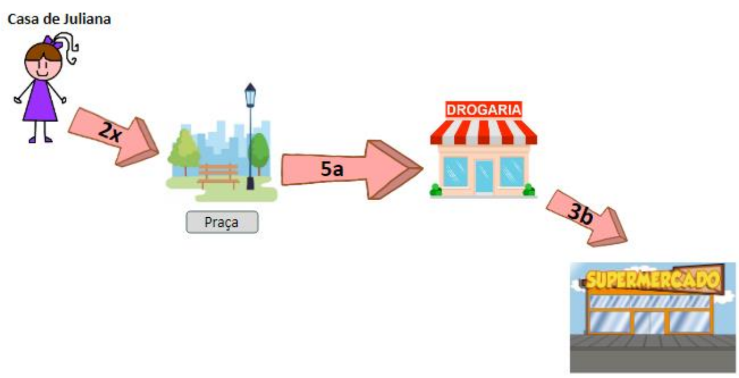
___

___

2ª Parte - Teste diagnóstico

Responda as perguntas:

1) Juliana está indo para o supermercado e seu percurso é dividido em três partes. Da sua casa até a praça a distância é 2x, da praça até a drogaria é 5a e da drogaria até o supermercado é 3b, como indica a figura.



a) Qual é a expressão que indica a distância total entre a casa de Juliana e o supermercado?

___

b) Sabendo que x = 5, a = 8 e b = 4, qual é a distância entre a casa de Juliana e o supermercado?

Espaço para resolução:

2) Simplifique as expressões algébricas:

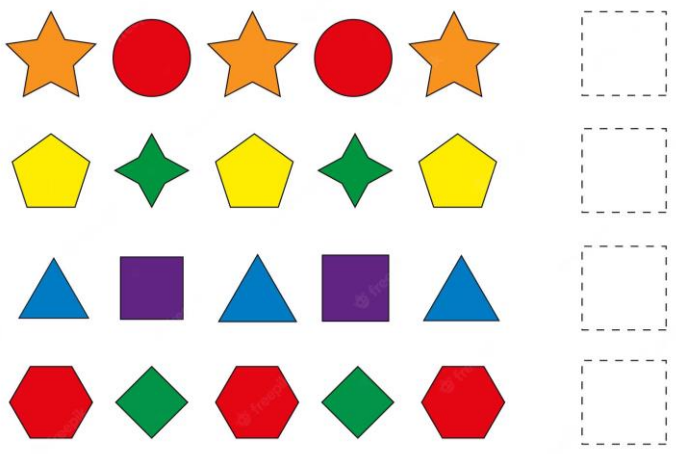
a) 2x + 5x + 4x =

b) 5x + 4y + 2x - 6y =

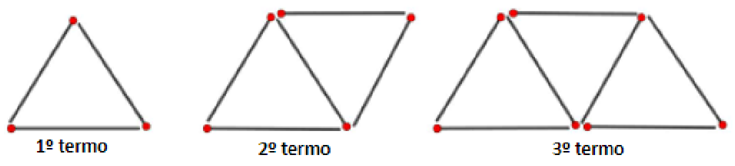
c) 7ab + 21ab =

d) 3x - 4a =

3) Para cada sequência abaixo, desenhe o próximo termo.



4) Victor pegou uma caixa de palitos com 100 unidades e organizou-os formando triângulos.



a) Quantos palitos devem ser usados na construção do próximo termo dessa sequência?

b) Quantos palitos serão utilizados na construção do 10º termo? Explique seu raciocínio.

____

c) E para o termo de ordem n, quantos palitos serão utilizados?

____

5) Resolva as equações:

a) $x + 12 = 20$
b) $x - 8 = 13$
c) $6x - 16 = 3x + 29$
d) $7x = 28$
e) $\frac{x+3}{2} + \frac{x+2}{3} = 12$

Espaço para resolução:

6) Um número somado ao seu triplo é igual a 20. Qual é o número?

Espaço para resolução:

APÊNDICE B - Atividade I

Material utilizado: Jogo “corrida algébrica”

- Tabuleiro
- Dados
- Cartões
- Marcadores do jogo
- Ficha do jogo

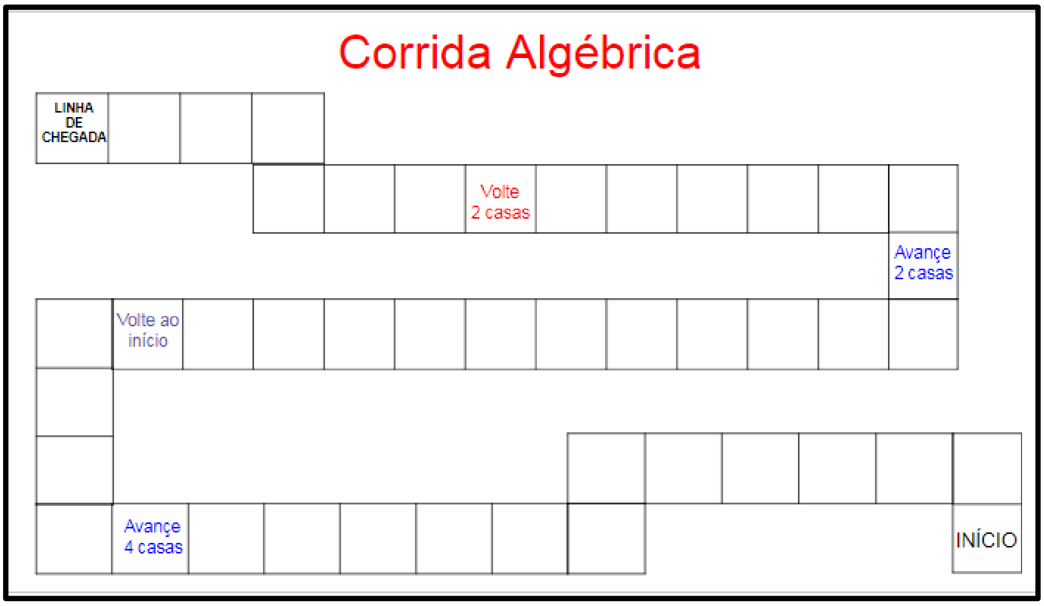
Desenvolvimento:

- Início: Explicar para os alunos o objetivo da aula

- Explicar como o jogo funciona

Como funciona o jogo? A turma será dividida em duplas ou trios. Cada dupla ou trio receberá um tabuleiro, dez cartas e um marcador do jogo. Em cada carta haverá uma expressão algébrica diferente (ex.: x + 1, 2x - 4, 4 - x,...). As cartas ficarão empilhadas e viradas para baixo e os alunos irão pegar uma de cada vez. O professor/mestranda lançará um dado, que determinará o valor a ser aplicado na expressão algébrica e esse valor será o número de casas que o grupo poderá avançar ou regredir. Por exemplo, o número sorteado será o 4. O grupo 1 estava com o cartão (x + 1) e o grupo 2 com o cartão (2x - 1). Isso significa que o grupo 1 avançará 5 casas e o grupo 2 avançará 7 casas. O grupo que chegar primeiro no fim da corrida ganhará o jogo. A mestranda ficará anotando em um papel o número de casas que cada grupo está avançando.

Tabuleiro utilizado no jogo



Cartas utilizadas no jogo

x + 2	x - 4
2x + 1	5 - x

3 + x	2x - 3
2 - x	2a
1 + 2a	6 - a

Ficha do jogo para cada grupo

Carta selecionada	Número sorteado	Movimento do jogo

APÊNDICE C - Atividade II

Acessar: Expressões - Expressões Equivalentes | Avaliar Expressões | Simplificar Expressões - Simulações Interativas PhET (colorado.edu)

Primeira parte - **“Básico”**

Instruções para a atividade

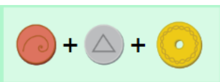
1) É momento de explorar o jogo. Na sua opinião, do que se trata essa plataforma?

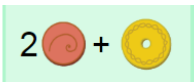
2) Quando você sobrepõe dois termos, às vezes aparece um brilho amarelo e às vezes não.

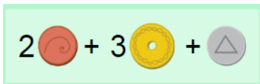
O que está acontecendo quando você vê o brilho amarelo?

O que está acontecendo quando você não vê um brilho amarelo?

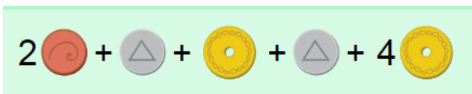
3) Construa as seguintes expressões (uma de cada vez)







4) Monte a seguinte expressão:

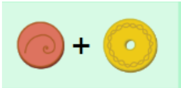


É possível torná-la mais simples (menor) mantendo a mesma quantidade moedas? Se sim, como?

5) Após simplificar a expressão, faça a mudança do modo “moeda” para o modo “x”. Qual expressão apareceu na tela? Escreva abaixo:

Segunda parte - **“Explorar”**

1) Passe para o nível “explorar”

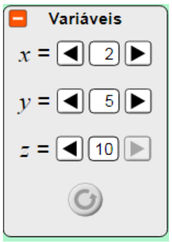
2) Monte a seguinte expressão: 

Olhando para o canto superior esquerdo, qual o valor total mostrado em tela?

3) Depois passe para a visualização em letras. Qual expressão aparece na tela?

____

4) Note que quando a visualização passou a ser em letras, apareceu uma pequena janela com o nome de “variáveis”



Aumentando o valor de qualquer uma das letras, o que aconteceu com o valor final? E diminuindo?

____

5) Agora monte a seguinte expressão: $y + x + z + x + y$

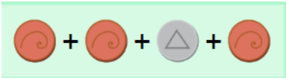
É possível torná-la mais simples (simplificá-la) mantendo a mesma quantidade de variáveis? Escreva abaixo a expressão simplificada.

____

6) Note que no modo “explorar” aparecem outros tipos de moedas. Monte a seguinte expressão:

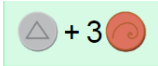
Passando para o modo letra, qual expressão aparece?_________________________

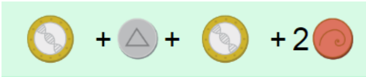
7) Agora ligue as expressões da primeira coluna com uma expressão equivalente na segunda coluna. Use o programa para te auxiliar:



$2y + 2xy + x^2$

$x + y + x + z$





$y + 2x + z$

$xy + y + y + xy + x^2$

8) Passe para o nível “jogo” e o desafio é chegar até o nível 4.

APÊNDICE D - Atividade 3

1) Usando a expressão algébrica que está no cartão, preencha a seguinte tabela:

$$\boxed{x + 2}$$

Valor de x	Valor final da expressão
0	
1	
2	
3	
4	
5	
-1	

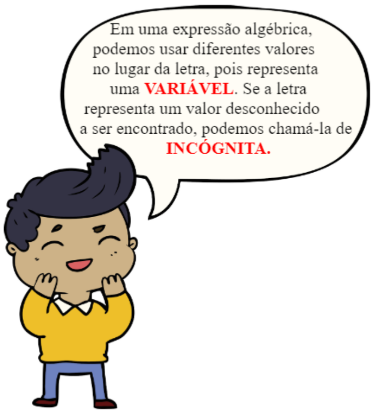
Se a sua expressão passar a ser igual a 10, ficará da seguinte forma:

$$x + 2 = 10$$

Nesse caso, “x” poderá ter qualquer valor? Por que?

____

____



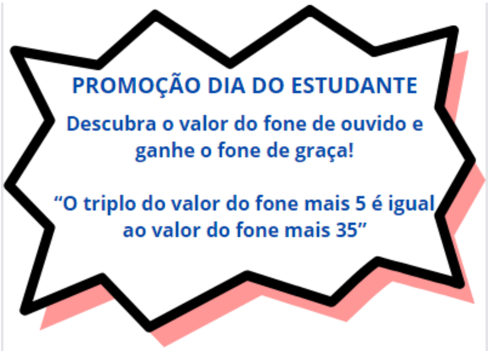
SITUAÇÕES PARA PENSAR

2) Pensei em número, adicionei oito e obtive 25. Qual é o número?

3) Pensei em um número, subtraí 10 e obtive 12. Qual é o número?

4) A soma de um número com seu triplo é igual a 16. Qual é o número?

5) Pedro gosta muito de ouvir música com seu fone de ouvido, mas percebeu que seu fone não está funcionando e deseja comprar um novo. Ao chegar em loja viu a seguinte promoção:



Ajude Pedro a encontrar o valor do fone de ouvido