



Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia e Ciências

Faculdade de Engenharia

William Macedo Koeller

**Capacidade de carga de fundações rasas em solo arenoso não
homogêneo: influência de uma lente de material de menor
compacidade**

Rio de Janeiro

2023

William Macedo Koeller

**Capacidade de carga de fundações rasas em solo arenoso não homogêneo:
influência de uma lente de material de menor compactidade**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Geotecnia.

Orientadoras: Prof^a. Dra. Bernadete Ragoni Danziger
Prof^a. Dra. Alessandra Conde de Freitas

Rio de Janeiro

2023

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC/B

K77 Koeller, William Macedo.
Capacidade de carga de fundações rasas em solo arenoso não homogêneo: influência de uma lente de material de menor compacidade / William Macedo Koeller. – 2023.
184 f.

Orientadoras: Bernadete Ragoni Danziger, Alessandra Conde de Freitas.
Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia.

1. Engenharia civil - Teses. 2. Fundações (Engenharia) - Teses. 3. Resistência de materiais - Teses. 4. Deformações e tensões - Teses. 5. Análise numérica - Teses. I. Danziger, Bernadete Ragoni. II. Freitas, Alessandra Conde de. III. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia. IV. Título.

CDU 624.154.1

Bibliotecária: Júlia Vieira – CRB7/6022

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta tese, desde que citada a fonte.

Assinatura

Data

William Macedo Koeller

**Capacidade de carga de fundações rasas em solo arenoso não homogêneo:
influência de uma lente de material de menor compacidade**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Geotecnia.

Aprovado em: 8 de novembro de 2023.

Banca Examinadora:

Prof.^a Dra. Bernadete Ragoni Danziger (Orientadora)
Faculdade de Engenharia – UERJ

Prof.^a Dra. Alessandra Conde de Freitas (Orientadora)
Universidade Federal do Rio de Janeiro – Escola Politécnica

Prof. Dr. Bruno Teixeira Lima
Faculdade de Engenharia – UERJ

Prof. Dr. Wagner Nahas Ribeiro
Universidade Federal do Rio de Janeiro – Escola Politécnica

Rio de Janeiro

2023

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha esposa Paula por todo o apoio, carinho e compreensão na minha busca pelo segundo mestrado. Sem você, nada disso seria possível. Te amo!

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me dado forças de iniciar e concluir mais essa etapa na vida.

As minhas orientadoras acadêmicas Bernadete e Alessandra, por todo o conhecimento transmitido, confiança em mim depositada e pela excelente orientação.

Ao meu orientador da Marinha do Brasil e amigo Júlio pelo inegável apoio quando necessário. E a sua esposa e minha amiga Helena, por toda contribuição e apoio.

A Marinha do Brasil, em especial a Diretoria de Obras Civis da Marinha, pela oportunidade de crescer profissionalmente. Obrigado a todos que me ajudaram a chegar até aqui.

A UERJ e a todos os professores do PGECIV que tive a oportunidade de rever ou conhecer.

A todos que, de algum modo, colaboraram para a realização deste trabalho.

Não há problema tão grande que não possa ser resolvido por uma combinação de
imaginação e tecnologia.

Nikola Tesla

RESUMO

KOELLER, W. M. *Capacidade de carga de fundações rasas em solo arenoso não homogêneo: influência de uma lente de material de menor compacidade*. 184 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2023.

A consideração de solos homogêneos por grande parte dos profissionais de engenharia ao se fazer um projeto de fundações pode se apresentar contra a segurança. A capacidade de carga do solo pode ser bastante reduzida no caso de uma lente de material com menor resistência presente a uma pequena profundidade. A presente dissertação objetiva a avaliação da influência de uma lente de material arenoso com menor compacidade em um solo predominantemente arenoso na capacidade de carga do solo. A análise numérica por elementos finitos foi realizada no software RS2 da Rocscience. Os estudos apontam que a lente de areia com menor compacidade pode reduzir significativamente a capacidade de carga do solo (Ziccarelli e Rosone, 2021). A modelagem foi realizada no Estado Plano de Deformações (EPD), com dimensão da fundação fixa, variação da profundidade relativa $z/B = 0,5$ a $1,5$, espessura relativa da lente variando de $0,1B$ a $0,5B$ (sendo B a largura da fundação) e variação o ângulo de atrito nas lentes de areia de menor compacidade. O modelo numérico é bastante sensível à discretização da malha de elementos finitos, sendo ele validado segundo o fator de capacidade de carga N_γ . Para não haver diferenças nos resultados numéricos, apenas um modelo foi calibrado, e a partir dele, todos os demais esquemas de configuração foram realizados. Foi observado que o modo de ruptura de um solo homogêneo na presença de um material de menor resistência pode também ser alterado, em função das características do maciço e da lente de areia. A variação do modo de ruptura pode ser observada na saída do software RS2 e analiticamente por uma abordagem que considera a energia dissipada na ruptura (Santos, 2017). Ao término das análises foi verificado que há diferenças na capacidade de carga devido às espessuras das lentes de areia. Observou-se também que as curvas carga *versus* recalque sofrem alteração no seu formato, mesmo quando a carga de ruptura é a mesma, o que também foi possível observar nas deformações da modelagem numérica. Ábacos de N_γ^* reduzidos pela influência de uma lente de areia de menor compacidade são propostos. Estes ábacos poderão ser muito úteis nas aplicações, já que nem sempre o profissional de fundações terá um software disponível para a avaliação da capacidade de carga mais acurada. Por fim, um estudo de caso é apresentado em sapata quadrada de 1 m de lado. Os resultados experimentais da prova de carga são comparados ao método teórico de Vesic (1975), a uma modelagem numérica anterior realizada por Gomes (2016) e à pesquisa atual, que permite verificar a influência da lente de areia de menor compacidade nos resultados.

Palavras-chave: Estado Plano de Deformações; Capacidade de Carga; Lente de Areia; Análise Numérica; Método dos Elementos Finitos; RS2.

ABSTRACT

KOELLER, W. M. *Load capacity of shallow foundations in non-homogeneous sandy soil: influence of a looser material lens*. 184 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2023.

The consideration of homogeneous soils by most engineering professionals when designing foundations can be against safety because the bearing capacity of the soil can be greatly reduced in case of the occurrence of a lens of softer material. This dissertation aims to evaluate the influence of a lens of looser sand in a predominantly sandy soil on the bearing capacity. Numerical finite element analysis was performed using Rocscience RS2 software. Studies point out that the looser sand can significantly reduce soil's load capacity (Ziccarelli and Rosone, 2021). The modeling was carried out in the Plane Strain Mode, with a fixed foundation dimension, relative depth variation $z_i/B = 0.5$ to 1.5 , relative lens thickness varying from $0.1B$ to $0.5B$ (where B is the width of the foundation) and friction angle of the softer material varying in a large extent. The numerical model is very sensitive to discretization of the finite element mesh, being validated according to the load capacity factor N_γ . In order to reduce numerical differences, only one model was calibrated, and from there, all other configuration schemes were analyzed. The failure mode of a homogeneous soil in the presence of a less resistant material can also be altered, depending on the characteristics of the soil mass and the sand lens. The variation in the mode of failure can be observed in the output of the RS2 software and analytically by an approach that considers the energy dissipated in the rupture (Santos, 2017). At the end of the analyses, it was observed the relevant influence in the load capacity due to the thickness of the sand lenses. The load *versus* settlement curves general pattern has changed in their shape, even when the bearing load is the same, which was also possible to observe in the deformations of the numerical modeling. N_γ^* abacus for use in the presence of a softer sand lens are proposed for the evaluation of the bearing capacity in cases where the foundation professional will not always have the software available. Finally, an instrumented case study was analyzed with footing base dimensions, 1.0×1.0 m, similar to the numerical models. The load capacity and settlements behavior obtained experimentally were compared to the analytical calculation proposed by Vesic and the numerical analyses performed by Gomes (2016). In addition, the same case was also compared to the present research with verification of the influence of a softer sand lens on the results.

Keywords: Deformation Plan State; Bearing Capacity; Sand Layer; Numerical Analysis; Finite Element Method; RS2.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplo de fundação rasa (adaptado de Sivakugan, 2021).....	25
Figura 2 – (a) Ruptura generalizada; (b) Ruptura por puncionamento; e (c) Ruptura localizada (adaptado de Vesic, 1963).....	29
Figura 3 – Gráfico tensão x recalque (adaptado de Sivakugan, 2021).	29
Figura 4 – Modos de ruptura de modelos de fundações em areia (adaptado de Vesic, 1975).....	30
Figura 5 – Capacidade de carga na ruptura generalizada (adaptado de Sivakugan, 2021).	32
Figura 6 – Fator de capacidade de carga N_γ	35
Figura 7 – Correção da excentricidade proposto por Meyerhof (Sivakugan, 2021).	39
Figura 8 – Envoltória de carregamentos máximos para uma fundação superficial: (a) visão tridimensional; (b) Plano H ou M/B <i>versus</i> V. (adaptado de Powrie, 2012)	39
Figura 9 – Superfície de ruptura teórica de um carregamento excêntrico e inclinado (Vesic, 1975).....	41
Figura 10 – Fundação com base inclinada e superfície do solo inclinada (Vesic, 1975).....	43
Figura 11 – Diagrama do modo de ruptura como função adimensional de ϕ e $\gamma.B/\psi_0$ para fundação superficial assente em solo arenoso (Santos, 2017 e Santos <i>et al.</i> , 2020).	50
Figura 12 – Zonas de ruptura na ruptura generalizada (Santos <i>et al.</i> , 2020).....	51
Figura 13 – Analogia do dente de serra (adaptado de Ortigão, 2007).....	54
Figura 14 – Fatores que influenciam o ângulo de atrito das areias (adaptado de Ortigão, 2007).	57
Figura 15 – Comportamento das areias no cisalhamento (adaptado de Sivakugan, 2021).	57
Figura 16 – Perfil de solo típico de duas camadas (Vesic, 1975).	60
Figura 17 – Fotografia do sistema de carregamento utilizado no estudo em escala reduzida (Rahimi <i>et al.</i> , 2022)	62

Figura 18 – Padrões de ruptura da camada de solo para os seguintes vetores de carregamento: (a) $\alpha = 0^\circ$; (b) $\alpha = 10^\circ$; (c) $\alpha = 20^\circ$; e (d) $\alpha = 30^\circ$. Onde α é o valor da inclinação do carregamento em relação a vertical, H é a altura da camada superior de solo e D é a largura da base da fundação (adaptado de Singh e Roy, 2021).	65
Figura 19 – Ensaio em modelos físicos: (a) Solo homogêneo; e (b) Solo não homogêneo com a influência de uma camada mais fraca (Valore <i>et al.</i> , 2017).	67
Figura 20 – Capacidade de carga normalizada ($q_{lim}/q_{lim,0}$) como uma função do ângulo de atrito do maciço (ϕ'_1), para diferentes ângulos de atrito da lente de material mais fraco e profundidade da lente normalizada z_i/B . (Ziccarelli e Rosone, 2021).	68
Figura 21 – Triângulo geotécnico, mais conhecido como Triângulo de Burland (adaptado de Burland, 2012)	71
Figura 22 – Entrada das propriedades dos materiais do programa RS2, valores padrão. Material elástico perfeitamente plástico.	76
Figura 23 – Representação do estudo proposto.	77
Figura 24 – Modelo numérico RS2, $\phi_1 = 30^\circ$, $\phi_2 = 25^\circ$, $Z_i = 1,50$ m, $h_0 = 0,3$ m. A seta vermelha indica o sentido e o local do deslocamento imposto ao modelo.	80
Figura 25 – Deslocamentos totais para o deslocamento de 0,03 m. Modelo numérico RS2, $\phi_1 = 30^\circ$, $\phi_2 = 25^\circ$, $Z_i = 1,50$ m, $h_0 = 0,3$ m.	80
Figura 26 – Reação nodal F_y para o deslocamento imposto em cada estágio. Modelo numérico RS2, $\phi_1 = 30^\circ$, $\phi_2 = 25^\circ$, $Z_i = 1,50$ m, $h_0 = 0,3$ m.	80
Figura 27 – Gráfico carga <i>versus</i> recalque. Modelo numérico RS2, $\phi_1 = 30^\circ$, $\phi_2 = 25^\circ$, $Z_i = 1,50$ m, $h_0 = 0,3$ m.	81
Figura 28 – Regiões de refinamento da malha.	85
Figura 29 – Qualidade da malha de refinamento gerada.	85
Figura 30 – Saída do programa no RS2. Destaque para as condições de contorno.	87
Figura 31 – Validação do modelo numérico com relação aos valores de N_y da literatura.	89
Figura 32 – Validação do modelo numérico com relação aos valores de N_y da literatura, para ϕ variando de 45° até 50° , com e sem valor de correção ζ_{qc} .	90

Figura 33 – Curva carga <i>versus</i> recalque: $\phi_1 = 35^\circ$; $\psi_1 = 5^\circ$; $\phi_2 = 30^\circ$; $z_i/B = 0,50$	93
Figura 34 – Curva carga <i>versus</i> recalque: $\phi_1 = 35^\circ$; $\psi_1 = 5^\circ$; $\phi_2 = 30^\circ$; $z_i/B = 1,00$	94
Figura 35 – Curva carga <i>versus</i> recalque: $\phi_1 = 35^\circ$; $\psi_1 = 5^\circ$; $\phi_2 = 10^\circ$	95
Figura 36 – Curva carga <i>versus</i> recalque: $\phi_1 = 35^\circ$; $\psi_1 = 5^\circ$; $\phi_2 = 10^\circ$; $z_i/B = 1,00$	96
Figura 37 – Curva carga <i>versus</i> recalque: $\phi_1 = 45^\circ$; $\psi_1 = 15^\circ$; $\phi_2 = 30^\circ$; $z_i/B = 1,50$	97
Figura 38 – Curva carga <i>versus</i> recalque: $\phi_1 = 40^\circ$; $\psi_1 = 10^\circ$; $h_0 = 10$ cm; $z_i/B = 0,50$	98
Figura 39 – Curva carga <i>versus</i> recalque: $\phi_1 = 40^\circ$; $\psi_1 = 10^\circ$; $h_0 = 10$ cm; $z_i/B = 1,00$	99
Figura 40 – Curva carga <i>versus</i> recalque: $\phi_1 = 40^\circ$; $\psi_1 = 10^\circ$; $h_0 = 10$ cm; $z_i/B = 1,50$	100
Figura 41 – Curva carga <i>versus</i> recalque: $\phi_1 = 40^\circ$; $\psi_1 = 10^\circ$; $h_0 = 30$ cm; $z_i/B = 0,50$	101
Figura 42 – Curva carga <i>versus</i> recalque: $\phi_1 = 40^\circ$; $\psi_1 = 10^\circ$; $h_0 = 30$ cm; $z_i/B = 1,00$	101
Figura 43 – Curva carga <i>versus</i> recalque: $\phi_1 = 40^\circ$; $\psi_1 = 10^\circ$; $h_0 = 30$ cm; $z_i/B = 1,50$	102
Figura 44 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 0,50$, $h_0 = 0,10$ cm.....	103
Figura 45 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 1,00$, $h_0 = 10$ cm.....	104
Figura 46 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 1,50$, $h_0 = 10$ cm.....	105
Figura 47 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 0,50$, $h_0 = 30$ cm.....	106
Figura 48 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 1,00$, $h_0 = 30$ cm.....	106
Figura 49 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 1,50$, $h_0 = 30$ cm.....	107
Figura 50 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 0,50$, $\phi_2 = 20^\circ$	108
Figura 51 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 1,50$, $\phi_2 = 10^\circ$	108
Figura 52 – Máxima deformação plástica cisalhante, na ruptura, solo homogêneo: (a) $\phi_1 = 25^\circ$; (b) $\phi_1 = 30^\circ$; (c) $\phi_1 = 35^\circ$; (d) $\phi_1 = 40^\circ$; (e) $\phi_1 = 45^\circ$; (f) $\phi_1 = 50^\circ$	112

Figura 53 – Deslocamentos totais na ruptura $\varphi_1 = 45^\circ$, $z_i/B = 0,50$: (a) solo homogêneo; (b) $h_0 = 10\text{cm}$, $\varphi_2 = 30^\circ$; (c) $h_0 = 10\text{cm}$, $\varphi_2 = 20^\circ$; e (d) $h_0 = 10\text{cm}$, $\varphi_2 = 10^\circ$	118
Figura 54 – Vetores deslocamentos totais, na ruptura, $\varphi_1 = 45^\circ$, $z_i/B = 0,50$: (a) solo homogêneo; (b) $h_0 = 10\text{cm}$, $\varphi_2 = 30^\circ$; (c) $h_0 = 10\text{cm}$, $\varphi_2 = 20^\circ$; (d) $h_0 = 10\text{cm}$, $\varphi_2 = 10^\circ$	119
Figura 55 – Deslocamentos totais, na ruptura, $\varphi_1 = 45^\circ$, $z_i/B = 0,50$: (a) homogêneo; (b) $h_0 = 50\text{cm}$, $\varphi_2 = 30^\circ$; (c) $h_0 = 50\text{cm}$, $\varphi_2 = 20^\circ$; e (d) $h_0 = 50\text{cm}$, $\varphi_2 = 10^\circ$	121
Figura 56 – Vetores deslocamentos totais, na ruptura, $\varphi_1 = 45^\circ$, $z_i/B = 1,50$ e $h_0 = 50\text{ cm}$: (a) homogêneo; (b) $\varphi_2 = 30^\circ$; (c) $\varphi_2 = 20^\circ$; (d) $\varphi_2 = 10^\circ$	123
Figura 57 – Máxima tensão cisalhante na plastificação, $\varphi_1 = 45^\circ$, $z_i/B = 1,50$; $h_0 = 50\text{cm}$: (a) homogêneo; (b), $\varphi_2 = 30^\circ$; (c) $\varphi_2 = 25^\circ$; (d) $\varphi_2 = 20^\circ$; (e) $\varphi_2 = 15^\circ$; (f) $\varphi_2 = 15^\circ$; (g) $\varphi_2 = 10^\circ$	124
Figura 58 – Máximo tensão cisalhante, com vetores deslocamento, $\varphi_1 = 45^\circ$, $z_i/B = 1,50$; $h_0 = 50\text{cm}$: (a) homogêneo; (b), $\varphi_2 = 30^\circ$; (c) $\varphi_2 = 25^\circ$; (d) $\varphi_2 = 20^\circ$; (e) $\varphi_2 = 15^\circ$; (f) $\varphi_2 = 10^\circ$	126
Figura 59 – N_y , $z_i/B = 0,50$, $h_0 = 10\text{ cm}$	128
Figura 60 – N_y , $z_i/B = 1,00$, $h_0 = 10\text{ cm}$	129
Figura 61 – N_y , $z_i/B = 1,50$, $h_0 = 10\text{ cm}$	130
Figura 62 – N_y , $z_i/B = 0,50$, $h_0 = 30\text{ cm}$	130
Figura 63 – N_y , $z_i/B = 1,00$, $h_0 = 30\text{ cm}$	131
Figura 64 – N_y , $z_i/B = 1,50$, $h_0 = 30\text{ cm}$	132
Figura 65 – N_y , $z_i/B = 1,50$, $h_0 = 10\text{ cm}$	132
Figura 66 – N_y , $z_i/B = 1,50$, $h_0 = 30\text{ cm}$	133
Figura 67 – Valores de N_y na calibração do modelo adaptado de Ziccarelli e Rosone (2021).....	134
Figura 68 – Mecanismo de ruptura para $\varphi = 35$: (a) Plaxis 2D, $\psi = \varphi$ - Ziccarelli e Rosone (2021) e (b) RS2, $\psi = 5^\circ$	135
Figura 69 – Capacidade de carga normalizada $q_{lim}/q_{lim,0}$ em função do ângulo de atrito do maciço φ_1 e ângulo de atrito da lente φ_2 , e profundidade normalizada $z_i/B = 0,50$ e $1,00$	136
Figura 70 – Locação das fundações (Briaud & Gibbens, 1994, apud Gomes, 2016).	138

Figura 71 – Locação dos ensaios (Briaud & Gibbens, 1994, apud Gomes, 2016).	140
Figura 72 – Perfis de N_{60} .	141
Figura 73 – Perfis de E obtidos a partir de correlação com N_{60} .	142
Figura 74 – Perfis de ângulo de atrito obtidos a partir de triaxiais e <i>Borehole Shear Tests</i> .	143
Figura 75 – Resultado da prova de carga para a Sapata 5 – 1,0 m x 1,0 m.	145
Figura 76 – Resultado da prova de carga em termos de tensão <i>versus</i> recalque normalizado para a Sapata 5 – 1,0 m x 1,0 m.	145
Figura 77 – Esquema do Estudo de Caso.	148
Figura 78 – Tensão <i>versus</i> recalque. Casos EC1, EC2 e EC3.	149
Figura 79 – Tensão <i>versus</i> recalque normalizado pelo diâmetro equivalente.	150
Figura 80 – Tensão <i>versus</i> recalque, $h_0 = 10$ cm.	151
Figura 81 – Carga <i>versus</i> recalque, $h_0 = 30$ cm.	152
Figura 82 – Carga <i>versus</i> recalque, $h_0 = 50$ cm.	152
Figura 83 – Tensão <i>versus</i> recalque normalizado pelo diâmetro equivalente. Influência lente de areia de 10 cm com diferentes compacidades, corrigida pelo fator de forma.	153
Figura 84 – Tensão <i>versus</i> recalque normalizado pelo diâmetro equivalente. Influência do nível d'água.	154

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tensões admissíveis, de acordo com os códigos de construção, em kPa (Bowles, 1997).	26
Tabela 2 – Expressões para N_y	34
Tabela 3 – Fatores de forma para fundações superficiais (após De Beer, 1967, modificado por Vesic, 1970, apud Vesic, 1975).	38
Tabela 4 – Índices de rigidez críticos, $(I_r)_{crit}$	47
Tabela 5 – Parâmetros mecânicos dos solos Ziccarelli e Rosone (2021).	81
Tabela 6 – Parâmetros mecânicos dos solos utilizados.	81
Tabela 7 – Valores sugeridos para o módulo de Young para areias (adaptado de Danziger e Lopes, 2021).	82
Tabela 8 – Cálculo módulo de Young para areias compactas.	83
Tabela 9 – Cálculo módulo de Young para areias fofas.	83
Tabela 10 – Cálculo índice de rigidez ϕ_1	84
Tabela 11 – Cálculo índice de rigidez ϕ_2	84
Tabela 12 – Valores de N_y de diversos autores e ângulos de atrito.	88
Tabela 13 – Valores de N_y para ϕ entre 45° e 50° , corrigidos por ζ_{qc}	90
Tabela 14 – Carga <i>versus</i> recalque: $\phi_1 = 35^\circ$; $\psi_1 = 5^\circ$; $\phi_2 = 30^\circ$; $z_i/B = 1,00$	94
Tabela 15 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 0,50$, $h_0 = 0,10$ cm.	103
Tabela 16 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 1,00$, $h_0 = 10$ cm.	104
Tabela 17 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 1,50$, $h_0 = 10$ cm.	104
Tabela 18 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 0,50$, $h_0 = 30$ cm.	105
Tabela 19 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 1,00$, $h_0 = 30$ cm.	106
Tabela 20 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 1,50$, $h_0 = 30$ cm.	107
Tabela 21 – Cálculos dos parâmetros dissipação de energia (Santos, 2017) e Santos <i>et al.</i> (2020).	110
Tabela 22 – Índices de rigidez e rigidez crítica (Vesic, 1975).	110
Tabela 23 – Modo de ruptura esperado para cada valor de ângulo de atrito.	111
Tabela 24 – Modo de ruptura para cada teoria, solo homogêneo.	113
Tabela 25 – Modo de ruptura [calculado conforme Santos (2017) e Santos <i>et al.</i> (2020)].	114

Tabela 26 – Modo de ruptura [calculado conforme Santos (2017) e Santos <i>et al.</i> (2020)].	115
Tabela 27 – Modo de ruptura [calculado conforme Santos (2017) e Santos <i>et al.</i> (2020)].	116
Tabela 28 – N_y , $z_i/B = 0,50$, $h_0 = 10$ cm.	128
Tabela 29 – N_y , $z_i/B = 1,00$, $h_0 = 10$ cm.	129
Tabela 30 – N_y , $z_i/B = 1,50$, $h_0 = 10$ cm.	129
Tabela 31 – N_y , $z_i/B = 0,50$, $h_0 = 30$ cm.	130
Tabela 32 – N_y , $z_i/B = 1,00$, $h_0 = 30$ cm.	131
Tabela 33 – N_y , $z_i/B = 1,50$, $h_0 = 30$ cm.	131
Tabela 34 – Dados de entrada EC.	147
Tabela 35 – Recalques obtidos na tensão normalizada pelo diâmetro equivalente.	150

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ASCE	<i>American Society of Civil Engineers</i>
EPD	Estado Plano de Deformações
FLAC	<i>Fast Lagrangian Analysis of Continua</i>
FS	Fator de Segurança
LT	Linha de Terra
NBR	Norma Brasileira
SPT	<i>Standart Penetration Test</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

α	inclinação da base da fundação ângulo da zona triangular de Terzaghi, assumindo como igual a ϕ
A	área da fundação
A'	área efetiva da fundação
B	menor dimensão da fundação
B'	menor dimensão da fundação, considerando a excentricidade
c	coesão
c_α	adesão
C_u	coeficiente de uniformidade de curva de distribuição de tamanho do grão
δ	adesão
D_f	profundidade de assentamento da fundação
E	módulo de deformação do solo
e	excentricidade do carregamento
e_B	excentricidade na menor dimensão, lado B
e_L	excentricidade na maior dimensão, lado L
G	módulo cisalhante de deformação do solo
I_1	invariante de tensão
I_r	índice de rigidez
$(I_r)_{crit}$	índice de rigidez crítica
J_2	invariante de tensão
L	comprimento da fundação, maior dimensão
L'	maior dimensão da fundação, considerando a excentricidade
P, H	carregamento horizontal
M	carregamento momento
N_c, N_q, N_γ	fatores de capacidade de carga
Q, V	carregamento vertical
q_a	capacidade de carga do solo
q_o, q	sobrecarga ao lado da fundação
q_{ult}	capacidade de carga na ruptura
r	raio do arco espiral logarítmica

r_0	raio inicial do arco espiral logarítmico
ν	coeficiente de Poisson
σ'	tensão confinante efetiva
σ'_m	tensão efetiva média a profundidade de $B/2$ abaixo da cota de assentamento da fundação
σ'_v	tensão efetiva vertical
σ_1	tensão principal maior
σ_2	tensão intermediária
σ_3	tensão principal menor
φ	ângulo de dilatância
ψ	inclinação do dente de serra, conforme analogia, representa a parcela influenciada pela dilatância
γ	peso específico do solo
γ_d	peso específico seco
γ_{M2}	coeficiente de resistência
ϕ	ângulo de atrito do solo
Φ'_{cr}	ângulo de atrito efetivo correspondente ao estado crítico
ω	inclinação do terreno
$\xi_c, \xi_q \text{ e } \xi_y$	fatores de forma
$\xi_{ci}, \xi_{qi} \text{ e } \xi_{yi}$	fatores de inclinação da carga
$\xi_{ct}, \xi_{qt} \text{ e } \xi_{ty}$	fatores de inclinação da base da fundação
$\xi_{cg}, \xi_{qg} \text{ e } \xi_{yl}$	fatores de inclinação do terreno da fundação
$\xi_{cc}, \xi_{qc} \text{ e } \xi_{yc}$	fatores de compressibilidade do solo e fator de escala
$\xi_{cq}, \xi_{qq} \text{ e } \xi_{yc}$	fatores de profundidade

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	20
1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	25
1.1 Modos de ruptura generalizada, localizada e por puncionamento	28
1.2 Teoria da capacidade de carga de Terzaghi	31
1.3 Equação geral da capacidade de carga.....	36
1.3.1 Fator de forma.....	37
1.3.2 Efeito da inclinação e excentricidade do carregamento	38
1.3.3 Fatores de inclinação do terreno e da fundação	43
1.3.4 Fator de profundidade	45
1.3.5 Efeito da compressibilidade relativa do solo-fundação.....	46
1.3.5.1 Modo de ruptura em função da dissipação de energia.....	48
1.3.6 Influência da rugosidade da base da fundação	53
1.4 Fatores de influenciam na capacidade de carga de fundações superficiais	53
1.4.1 Ângulo de dilatância ϕ e o comportamento das areias.....	54
1.4.2 Correção da deformação plana	58
1.4.3 Influência da tensão intermediária.....	59
1.4.4 Influência dos solos estratificados.....	60
1.4.5 Influência de uma camada fraca de areia na capacidade de carga de uma fundação	66
2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF).....	70
2.1 Teoria e História do Método dos Elementos Finitos	70
2.2 Considerações numéricas no fator de capacidade de carga N_y	72
2.3 Software utilizado – Rocscience RS2.....	74
3 ESTUDO PROPOSTO E CALIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO	77
3.1 Estudo proposto.....	77
3.1.1 Geometria.....	78
3.1.2 Rigidez da fundação.....	79
3.1.3 Carregamento	79
3.1.4 Propriedades do solo.....	81
3.1.4.1 Índice de rigidez	83
3.1.5 Refinamento da malha de elementos finitos.....	84

3.1.5.1 Análise de qualidade da malha	86
3.1.6 Condições de contorno.....	87
3.2 Calibração do modelo 2D	87
4 RESULTADOS E ANÁLISES – CAPACIDADE DE CARGA 2D.....	92
4.1 Influência da variação da espessura das lentes de areia	92
4.2 Influência da variação da compacidade da lente de areia para uma mesma espessura	98
4.3 Variação da capacidade de carga ao longo da profundidade	103
4.4 Influência da lente de areia no modo de ruptura	109
4.5 Fator N_y proposto.	128
4.6 Comparação entre estudos.	133
5 ESTUDO DE CASO	137
5.1 Descrição do local e ensaios	137
5.2 Previsão dos recalques	143
5.3 Modelo MEF – RS2	146
5.4 Comparação dos resultados	148
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	155
6.1 Trabalhos futuros	157
REFERÊNCIAS.....	158
ANEXO A.....	165
ANEXO B.....	167
ANEXO C.....	170
ANEXO D.....	173

INTRODUÇÃO

Os engenheiros geotécnicos e estruturais que projetam fundações devem sempre estar atentos à verificação da capacidade de carga do maciço de solo, estado limite último, ELU, e aos recalques das fundações, que devem ser compatíveis com a tolerância da estrutura, estado limite de serviço, ELS (ABNT NBR 6122:2019; Bowles, 1982 e 1997). De acordo com o tipo de estrutura e natureza do solo, diversos tipos de fundações podem ser utilizados. Neste trabalho de pesquisa serão tratadas apenas as fundações superficiais, dando enfoque aos solos arenosos.

Nas fundações superficiais em solos arenosos a capacidade de carga costuma ser bastante elevada e o que define a tensão vertical aplicada são os recalques admissíveis, em geral rápidos por conta da elevada capacidade de drenagem dos depósitos arenosos. Porém, depósitos homogêneos se estendendo até elevadas profundidades, que costumam ser contemplados nas teorias de capacidade de carga, raramente ocorrem na prática. Nestes casos, muitas vezes o projetista considera, em suas verificações, como se o maciço fosse homogêneo e composto apenas da camada mais fraca na região do solo de influência das cargas impostas pela fundação.

A presente dissertação tem por objetivo analisar a influência de uma lente de material arenoso de menor capacidade sob a área de influência da fundação direta, pois muitas vezes esta situação pode até não ser identificada, já que as sondagens não são realizadas na vertical de cada elemento da fundação. A ocorrência de solo estratificado, mesmo mantendo sua natureza granular, mas variando sua capacidade, as vezes de forma brusca, pode reduzir significativamente a capacidade de carga do solo, refletindo no fator de segurança da fundação e acarretar um mal comportamento em serviço, gerando patologias indesejadas ou, eventualmente, até uma ruptura do solo. A questão dos recalques, não menos importante, não será o foco específico desta dissertação.

Tendo como referência os trabalhos sobre capacidade de carga de Terzaghi (1943) e Vesic (1975), assim como dos diversos autores que realizaram trabalhos experimentais e numéricos sobre esse assunto, citados ao longo do texto, será realizada uma modelagem pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) no software *RS2 2D Geotechnical Finite Element Analysis*, da *Rocscience*. Esta análise será

comparada aos resultados obtidos com os trabalhos clássicos, válidos para situações de contorno simples, considerando um Estado Plano de Deformações (EPD).

Além deste tema ser comum às fundações de edificações, situações semelhantes podem ocorrer envolvendo cargas mais relevantes, como casos de obra bases de guindastes e fundações de torres de energia eólica. Diferentemente dos casos de fundações de edifícios, em que a maior parcela de carga é de peso próprio, portanto de valor conhecido, no caso dos guindastes e torres eólicas as cargas acidentais são as mais relevantes, cujo valor estimado envolve maior nível de incerteza. Nesses casos, a necessidade de um estudo detalhado das fundações é de muito maior relevância, em razão da grande incerteza inerentes às solicitações.

Motivação

A falta de uma investigação geotécnica mais detalhada do subsolo, com um número suficiente de sondagens, mas com profundidades incompatíveis com às dimensões das fundações da estrutura, costuma ser uma situação frequente na prática dos projetistas. Isso porque eles são consultados posteriormente à etapa das investigações, recebendo, na maior parte das situações, as investigações já realizadas. Uma investigação detalhada, com outros ensaios de campo, deve ser praticada principalmente nos casos de obras em que as cargas máximas atuam com maior frequência e nem sempre são conhecidas com acurácia suficiente, resultando em maior incerteza dos esforços solicitantes. Sabe-se que a probabilidade de ruptura aumenta significativamente com a variabilidade das resistências e das solicitações.

A boa caracterização do subsolo auxilia o projetista na determinação da variabilidade das resistências, que juntamente com a variabilidade das solicitações permite a melhor definição do fator de segurança, diretamente relacionado à probabilidade de ruptura. Em muitas situações o projetista consegue sensibilizar o cliente da importância de uma investigação complementar, na expectativa de um melhor conhecimento da função densidade da distribuição das resistências e aferição da probabilidade de ruptura. Com mais informação, mais acurada a elaboração de um projeto que contemple o conhecimento das incertezas existentes, inerentes à formação dos depósitos geotécnicos naturais. Mesmo numa campanha com um

número razoável de ensaios do tipo SPT (*Standard Penetration Test*), existe uma grande possibilidade de não serem identificadas lentes de até 50 cm de material de menor resistência. Os ensaios de cone, ou ensaios sísmicos, por serem contínuos, possuem muito boa capacidade de observação da presença de lentes de materiais de diferentes naturezas, apesar do seu custo maior.

Além dos ensaios, é necessário que o engenheiro saiba interpretar e analisar os resultados. Wroth (1984, apud Schnaid, 2000) afirma que a interpretação dos resultados de alguns ensaios é complexa e nem sempre acurada, não apenas em face do comportamento do solo, mas também pelas condições de contorno do ensaio realizado. A devida compreensão das características físicas, mecânicas, envolvendo o conhecimento da resistência e compressibilidade do subsolo local é fator que contribui para evitar situações não previstas, afastando eventuais acidentes.

Uma investigação geotécnica mal planejada, com desconhecimento acurado das heterogeneidades presentes no maciço de solo, pode levar o projetista a um projeto ineficiente, comprometendo a funcionalidade ou até a segurança do empreendimento.

Algumas feições geológicas preenchidas com materiais de menor resistência, uma lente de pequena espessura, seja em depósitos marinhos ou aluvionares, podem acarretar desenvolvimento de superfícies de ruptura não previstas, se afastando das geometrias de superfícies conhecidas das teorias clássicas, com enorme potencial de reduzir o Fator de Segurança (FS) de fundações superficiais. A heterogeneidade do solo pode vir a afetar o mecanismo de ruptura, a capacidade de carga da fundação e, portanto, a segurança do projeto geotécnico.

O MEF é uma ferramenta poderosa para o cálculo de diversos problemas da geotecnia, entretanto, se mal utilizado, poderá levar a um mau dimensionamento, podendo acarretar um possível acidente. A acurácia das análises depende principalmente da confiabilidade e do conhecimento adequado dos parâmetros do solo e de seu comportamento, quando do carregamento do maciço. A necessidade de se verificar os modelos numéricos gerados, validá-los experimentalmente e avaliar os resultados obtidos é um trabalho de suma importância para todos aqueles que trabalham com modelagem numérica.

No atual estado do desenvolvimento da engenharia geotécnica, muitos trabalhos de pesquisa têm sido realizados para avaliar a capacidade de carga de fundações superficiais em solos arenosos. Desta forma, a motivação deste trabalho,

de caráter científico é, além de alertar outros colegas que atuam em engenharia da necessidade de uma melhor investigação e reconhecimento do subsolo, também despertar no leitor a necessidade de conhecer o potencial e as limitações de se trabalhar com uma modelagem numérica de forma a obter resultados satisfatórios na boa prática da engenharia.

Objetivos

O objetivo principal desta pesquisa é avaliar a capacidade de carga de uma fundação superficial em solo arenoso sob a influência de uma lente subjacente de um material de muito menor compacidade.

Para atingir este objetivo, e como objetivo específico, destacam-se:

- Análise da literatura existente sobre capacidade de carga de fundações superficiais em depósitos arenosos;
- Geração de modelos numéricos 2D e validação com modelos em pequena escala, comparação com análises em modelos em MEF 2D já realizadas na literatura, que contemplem variações na espessura e posicionamento da lente de areia de pequena compacidade em relação à fundação em uma camada de homogênea;
- Proposta de apresentar valores de N_y para os casos da existência de lentes de material de menor compacidade no maciço de solo; e
- Conceber ábacos que possam ser úteis no futuro aos projetistas que lidam com situações semelhantes, em fundações que exigem um projeto com maior acurácia, seja em razão de solicitações de origem preponderantemente variável, seja pela presença de perfil de solo de elevada variabilidade, e, principalmente, nos casos em que ambas as incertezas estejam presentes.

Estrutura da dissertação

O presente capítulo apresentou um breve resumo do assunto a ser tratado, assim como dos objetivos principais da pesquisa.

No capítulo um será apresentada uma pesquisa bibliográfica resumida, destacando as principais contribuições de diferentes autores realizadas ao longo dos anos.

No capítulo dois será focado na apresentação do método de elementos finitos e do programa que será utilizado nas modelagens desta dissertação.

No capítulo três o modelo numérico proposto e sua calibração para as análises 2D serão apresentados.

No capítulo quatro serão indicados os modelos 2D gerados e visualizados os resultados obtidos quando comparados aos estimados nos artigos da literatura.

No capítulo cinco um estudo de caso envolvendo resultados de uma prova de carga em fundação superficial é detalhado, com resultados comparados à solução de um solo homogêneo e com a presença de lentes de menor compacidade.

Finalmente, no capítulo seis, são apresentadas as conclusões obtidas com o desenvolvimento da presente pesquisa, além de algumas propostas para trabalhos futuros.

1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

As fundações são os elementos responsáveis por transmitir as cargas provenientes de uma superestrutura ao solo ou rocha, que são o apoio sobre o qual as estruturas são assentes. As peças estruturais de qualquer edificação, como numa edificação de uma simples casa, por exemplo, se encontram em contato com o solo suporte, através de sapatas, blocos, sapatas corridas, sapatas associadas ou radier. Estas peças se constituem na parte da estrutura que, apoiadas diretamente sobre o solo suporte, irão transmitir ao maciço o peso próprio da estrutura, as cargas de utilização, de vento, entre outras, ao subsolo.

As fundações são divididas em dois grandes grupos: rasas (superficiais ou diretas) ou profundas. A ABNT NBR 6122:2019 define que as fundações superficiais são aquelas cuja base está assente em profundidade inferior a duas vezes a sua menor dimensão e que a carga da estrutura seja transmitida ao solo pela sua base. Já vários outros autores, tais como Terzaghi *et al* (1996) e mais atualmente Sivakugan (2021), consideram que quando a profundidade de assentamento (D_f) é menor ou igual à menor dimensão da fundação (B), ela é considerada como fundação rasa. Quando a D_f é superior à B , tem-se uma fundação profunda. Entretanto, Sivakugan (2021) cita que geralmente uma fundação é considerada profunda quando sua profundidade de assentamento é muito superior à menor dimensão da fundação.

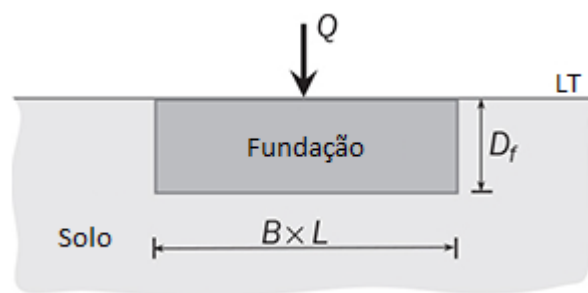


Figura 1 – Exemplo de fundação rasa (adaptado de Sivakugan, 2021).

De modo geral, no desenvolvimento de um projeto de fundações, as normas destacam que o engenheiro projetista responsável deve garantir que a tensão atuante na fundação, q_a , atenda aos seguintes critérios mínimos:

- 1) A capacidade de carga na ruptura, q_{ult} , da sapata apoiada no subsolo não deve ser atingida, ou seja, a resultante dos esforços cisalhantes integrados ao longo da superfície de ruptura deve ser inferior à resultante dos esforços resistentes disponíveis ao longo da mesma superfície. O esforço resistente para uma dada sapata é estimado como aquele correspondente à tensão de ruptura integrada ao longo da área da superfície correspondente; e
- 2) Que o solo de fundação apresente recalques que sejam compatíveis com os da estrutura. A tolerância da estrutura aos recalques deve ser fornecida pelo projetista da estrutura.

Bowles (1997) apresenta uma tabela que resume as tensões admissíveis máximas que poderiam atuar na fundação, considerando a fundação assente na superfície do terreno, ou seja, não levam em conta a profundidade de assentamento real da fundação, as dimensões da fundação, posição do nível d'água, recalques previstos, heterogeneidade do solo, entre outros fatores. Na Tabela 1 de Bowles (1997) é possível verificar que a descrição dos solos varia bastante entre os códigos atuantes nas diferentes normas e manuais apresentados, não sendo recomendado seu uso conforme prescrições normativas da ABNT NBR 6122:2019 e Vesic (1975).

Tabela 1 – Tensões admissíveis, de acordo com os códigos de construção, em kPa
(Bowles, 1997).

Capacidade de carga presumida dos códigos indicados, em kPa.				
A descrição dos solos varia significativamente entre os códigos. O apresentado representa a interpretação de Bowles (1997).				
Descrição do Solo	Chicago, 1995	Natl. Board of Fire Underwriters, 1976	BOCA*, 1993	Uniform Bldg. Code**, 1991
Argila muito mole	25	-	-	-
Argila mole	75	100	100	100
Argila	125	-	-	-

Argila rija	175	100	-	100
Argila dura	210	-	140	-
Argila muito dura	300	-	-	-
Areia compacta	240	140 a 400	140	200
Areia compacta com silte	100		-	-
Silte inorgânico compacto	125		-	-
Areia fina e fofa	-		140	210
Areia fofa e coesiva, ou mistura areia e cascalho, ou compacta.	-	140 a 400	240	300
Cascalho, fofo e compacto, areia com finos	300		240	300
Areia-cascalho, compacta	-	-	240	300
Substrato duro (Hardpan), areia cimentada, cascalho cimentado	600	950	340	-
Rocha branda	-	-	-	-
Camada de rocha sedimentar (xisto duro, arenito, siltito)	-	-	6000	1400
Leito rochoso	9600	9600	6000	9600

* Os valores foram convertidos de psf (*Pound per square feet*) para kPa, sendo arredondados; e

** Interpretação de Bowles (1997).

A tensão admissível do solo é obtida dividindo a capacidade de carga última, q_{ult} , por um fator de segurança global (FS) que deverá ser escolhido para evitar que a base da fundação venha a romper, embora seja de conhecimento geral que o FS global determinístico não evita a ruptura.

$$q_a = \frac{q_{ult}}{FS} \quad (1)$$

As três fundações superficiais típicas são denominadas sapata, sapata corrida e radier. Há ainda a sapata associada que, diferente de um radier, reúne apenas dois ou um número reduzido de pilares, enquanto o radier é um elemento de fundação rasa dotado de rigidez para receber e distribuir mais do que 70 % das cargas da estrutura (ABNT NBR 6122:2019).

1.1 Modos de ruptura generalizada, localizada e por puncionamento

Foram observados por autores como Terzaghi (1943), Vesic (1975), entre outros, o comportamento das fundações superficiais sujeitas a um carregamento quando se dá a ruptura por cisalhamento do solo. Três modos de rupturas por cisalhamento são descritos na literatura: ruptura generalizada (Terzaghi, 1943, Caquot, 1934; Buisman, 1935; apud Vesic, 1975); ruptura localizada (Terzaghi, 1943; e De Beer e Vesic, 1958, apud Vesic 1975); e ruptura por puncionamento (De Beer e Vesic, 1958, apud Vesic 1975; e Vesic, 1963).

Uma ruptura generalizada (ruptura geral por cisalhamento) é caracterizada pela existência de um padrão bem definido de ruptura, com a superfície de ruptura contínua, iniciando em um dos cantos da base da fundação até a superfície do solo (Figura 2a). A não ser que a estrutura evite um franco movimento de rotação, a ruptura é acompanhada de uma inclinação substancial. É percebida uma tendência de o solo nas adjacências subir. Nas condições de tensão que geralmente as fundações trabalham, a ruptura é repentina e catastrófica.

A ruptura por puncionamento é caracterizada por não ser facilmente observada, como a generalizada. Quanto mais o carregamento aumenta, o movimento vertical do solo vai comprimindo o solo imediatamente abaixo, sendo resistido por cisalhamento do solo no entorno do perímetro da fundação. Não há colapso visível e nem rotação substancial da fundação. Apenas é possível observar um movimento vertical descendente da fundação (puncionamento do solo), mantendo praticamente o equilíbrio vertical e horizontal (Figura 2b). Muitos autores consideram que não se caracteriza a ruptura, pois a medida em que a fundação recalca, se atinge maiores profundidades e a capacidade de carga aumenta, pelo acréscimo das tensões efetivas.

A ruptura localizada (ruptura local por cisalhamento) é uma transição entre os dois modos de ruptura anteriores. Imediatamente abaixo da fundação é possível observar um padrão de ruptura claramente definido, saindo dos cantos da fundação e formando uma superfície de ruptura que se perde no maciço de solo. Não há levantamento do solo ao lado da fundação. Não há colapso repentino, nem rotação da fundação, que permanece embutida (Figura 2c).

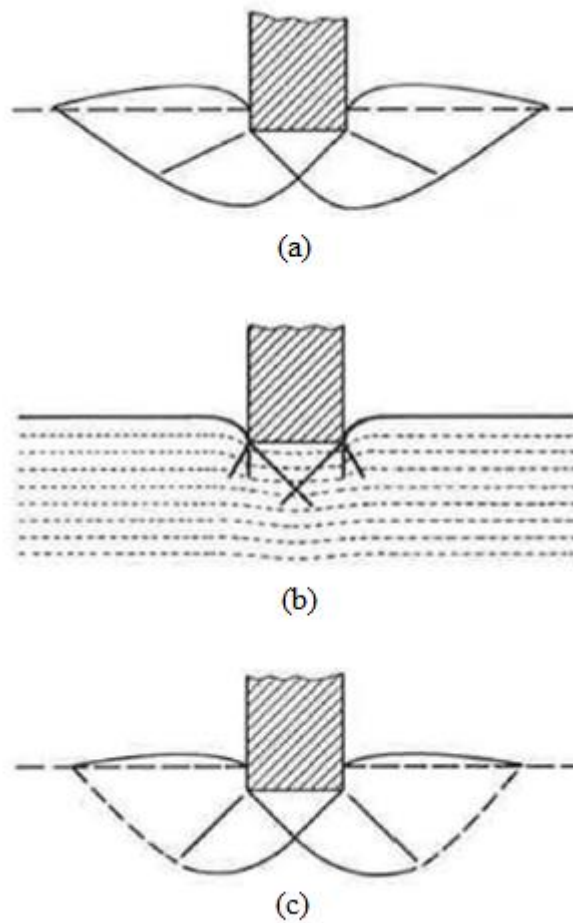


Figura 2 – (a) Ruptura generalizada; (b) Ruptura por punção; e (c) Ruptura localizada (adaptado de Vesic, 1963).

A Figura 3 apresenta o gráfico tensão *versus* recalque para as situações descritas anteriormente.

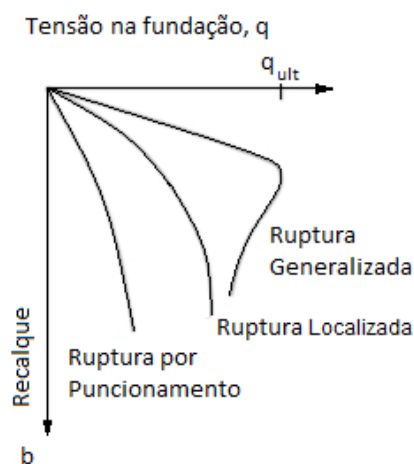


Figura 3 – Gráfico tensão x recalque (adaptado de Sivakugan, 2021).

Segundo estudos de Vesic (1975) pode ser dito, de um modo geral, que o modo de ruptura do solo depende da compressibilidade relativa do solo, na condição particular de geometria da fundação e condição de carregamento.

Conforme pode ser observado na Figura 4, em solos granulares, com densidade relativa superior a 70%, as fundações superficiais tendem a sofrer ruptura generalizada. Todavia, uma areia muito compacta também pode sofrer uma ruptura por punção, caso a fundação seja colocada a uma profundidade muito grande ou se sobre a fundação seja aplicado um carregamento dinâmico transiente.

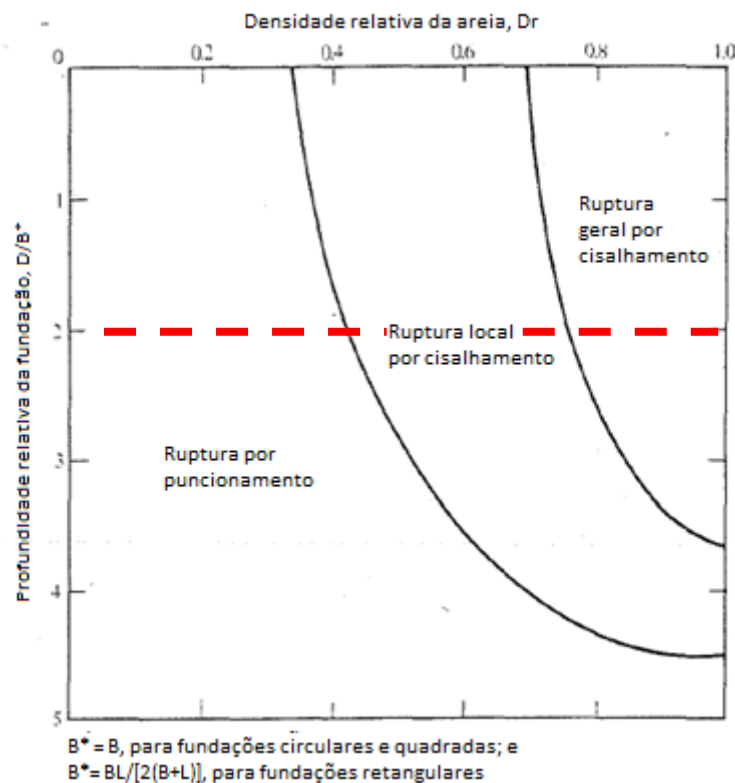


Figura 4 – Modos de ruptura de modelos de fundações em areia (adaptado de Vesic, 1975).

Para uma profundidade de $2B$, destacado em vermelho na Figura 4, que é o limite de embutimento para as fundações superficiais (ABNT NBR 6122:2019), observa-se que em solo de compactidade fofa ($D_r < 0,33$), a tendência é de ocorrer ruptura por punção. Para compactidades elevadas ($D_r > 0,66$), a tendência é a ocorrência de ruptura generalizada. Para compactidades intermediárias, a tendência

do modo de ruptura é por ruptura localizada. Para os casos de fundações superficiais, para compacidade relativa maiores que 0,70 é esperado um modo de ruptura generalizado, por exemplo.

1.2 Teoria da capacidade de carga de Terzaghi

Terzaghi (1943) estudou a capacidade de carga de uma fundação de largura B e profundidade de assentamento D_f em um maciço de solo de peso específico γ . Ele assumiu que para as fundações superficiais, onde $B \geq D_f$, poderia ser desprezada a resistência ao cisalhamento do solo localizado acima do nível da base da fundação. Desta forma, pode-se substituir o solo com peso específico γ , acima do nível do assentamento da base da fundação, por uma sobrecarga $q = D_f \cdot \gamma$, peso por unidade de área. Sendo este “erro” não muito importante e a favor da segurança, já que não se considera a parcela de resistência que ocorre que acima deste nível da base da fundação.

Como pode ser vista na Figura 5, foi assumida que a interface solo x fundação é rugosa e a superfície de ruptura é definida por GEDFH. O solo ao lado da fundação, sobre sua base, é tratado como uma sobrecarga q , ignorando a resistência ao cisalhamento do solo, representada pelas linhas pontilhadas em GI e HJ. A superfície de ruptura do solo apresenta três zonas distintas:

- a. Zona triangular ACD, imediatamente abaixo da fundação, com ângulo α assumido como ϕ' , ângulo de atrito do solo;
- b. Zona de cisalhamento radial AED e CFD, onde as curvas DE e DF são espirais logarítmicas*; e
- c. Zona passiva de Rankine GAE e CHF.

* A equação dos arcos das espirais logarítmicas DE e DF, geralmente utilizada para problemas de mecânica dos solos (Braja, 2019) pode ser expressa por:

$$r = r_0 e^{\theta \tan \phi'}$$

Onde: r é o raio da espiral; r_0 é o raio inicial em $\theta = 0^\circ$; ϕ' é o ângulo de atrito do solo; θ é o ângulo de atrito entre r e r_0 .

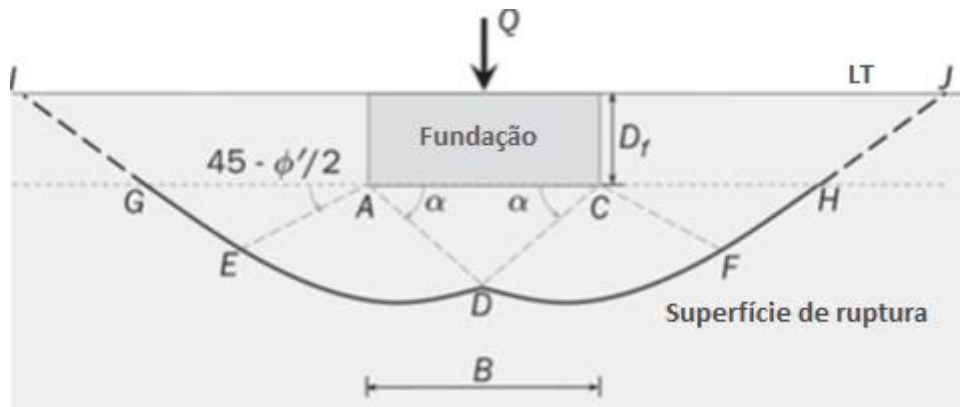


Figura 5 – Capacidade de carga na ruptura generalizada (adaptado de Sivakugan, 2021).

Desta forma, Terzaghi (1943) sugeriu que a capacidade de carga em fundações superficiais em areias poderia ser determinada conforme a seguinte equação, conhecida como equação da capacidade de carga de Terzaghi:

$$q_{ult} = cN_c + q_0N_q + 0,5\gamma BN_\gamma \quad (2)$$

Onde:

- c é a coesão ou intercepto coesivo da envoltória de resistência;
- q_0 é a tensão vertical efetiva no nível da base da fundação, $q_0 = D_f \gamma$;
- N_c , N_q e N_γ são conhecidos como fatores de capacidade de carga, funções do ângulo de atrito;
- γ é o peso específico do solo; e
- B é a largura ou diâmetro da fundação.

O método sugerido por Terzaghi (1943) calcula a capacidade de carga do solo pelo método da superposição, cujos parâmetros de contribuição da capacidade de carga de diferentes parâmetros de solo e carregamentos são somados. Os fatores de capacidade de carga N_c , N_q e N_γ representam os efeitos devido à coesão do solo, carregamento na superfície e peso específico do solo, respectivamente. A equação (2) é válida apenas para sapatas corridas (Estado Plano de Deformações - EPD), carregamento vertical de compressão centrado, solo homogêneo e sem interferência do nível d'água.

Para os casos de fundações rasas do tipo circular e quadradas, que saem do EPD, Terzaghi (1943) estimou a capacidade de carga das fundações quadradas e circulares, respectivamente, como:

$$q_{ult} = 1,3cN_c + q_0N_q + 0,4\gamma BN_\gamma \quad (3)$$

$$q_{ult} = 1,3cN_c + q_0N_q + 0,3\gamma BN_\gamma \quad (4)$$

As equações da capacidade de carga podem ser utilizadas tanto para carregamentos não drenados, ou seja, carregamentos rápidos que, em solos de baixa permeabilidade, geram poropressões em excesso às pressões hidrostáticas, quanto para carregamentos drenados, quando os carregamentos são lentos, ou mesmo rápidos, mas em solos de permeabilidade alta, sem gerar poropressão em excesso. Em geral, nos casos de comportamento não drenado, utilizam-se parâmetros de resistência em termos de tensões totais, uma vez que as poropressões desenvolvidas não são conhecidas. Nos casos de carregamentos não drenados, a situação a curto prazo é sempre aquela de menor segurança, pois mobiliza menores resistências do maciço.

Posteriormente outros pesquisadores perceberam que o ângulo α da Figura 5 era ligeiramente maior que $45^\circ + \phi/2$, o que foi comprovado experimentalmente por De Beer e Vesic (1958, apud Vesic, 1975), pelo menos para sapatas alongadas na superfície da areia, o que representa fisicamente o padrão de ruptura do solo. Desta forma, os fatores de capacidade carga N_q e N_c seriam mais bem calculados por meio das seguintes equações:

$$N_q = e^{\pi \tan \phi} \tan^2 \left(45 + \frac{\phi}{2} \right) \quad (5)$$

$$N_c = (N_q - 1) \cot \phi \quad (6)$$

As equações (5) e (6) são universalmente aceitas. A equação (5), embora diferente da equação proposta por Terzaghi (1943), equação (7), é a mesma originalmente proposta por Reissner (1924, apud Vesic, 1975). A equação (6) é a mesma proposta por Terzaghi (1943) e Prandtl (1921, apud Vesic, 1975).

$$N_q = \left(e^{\frac{\pi}{2} \tan \phi} \right)^2 \tan^2 \left(45 + \frac{\phi}{2} \right) \quad (7)$$

Kumbhojkar (1993) ajustou uma expressão para o cálculo de N_y de Terzaghi, pois não havia uma solução numérica, apenas gráfica. Os valores foram aproximados e a equação (8) pode ser obtida em Diaz-Segura (2013).

$$N_y = (N_q + 3) \tan(1,34\phi) \quad (8)$$

Existem várias sugestões de expressões na literatura para o valor de N_y , baseadas em diferentes suposições, fornecendo uma gama de valores para um dado valor de ângulo de atrito. Diaz-Segura (2013) listou mais de 60 equações para o cálculo de N_y .

Motra *et al.* (2016) utilizaram o trabalho de Diaz-Segura (2013) e fizeram uma análise da adequação dos fatores de capacidade de carga para fundações superficiais, cujos resultados mostram que uma variação do ângulo de atrito, causado por uma incerteza deste parâmetro, por exemplo, representa uma maior incerteza no valor do fator de capacidade de carga do que a escolha da equação para o cálculo de N_y .

Apesar da ampla gama de equações para o cálculo de N_y , há uma boa concordância de valores para ϕ' na faixa de valores $[20^\circ - 50^\circ]$. As diferenças maiores são para valores de ângulo de atrito menores, não muito presentes em situações drenadas, de carregamento a longo prazo. A Tabela 2 apresenta algumas das expressões de N_y , com as suas respectivas referências:

Tabela 2 – Expressões para N_y .

Expressão	Referência
$N_y = (N_q + 3) \tan(1,34\phi)$	Equação ajustada, Terzaghi (1943)
$N_y = 2,0(N_q + 1) \tan(\phi)$	Vesic (1973)
$N_y = (N_q - 1) \tan(1,4\phi)$	Meyerhof (1963)
$N_y = 1,5(N_q - 1) \tan(\phi)$	Brinch Hansen (1970)
$N_y = (1,012N_q - 0,226) \tan(1,426\phi)$	Kumar e Kouzer (2008)
$N_y = (N_q - 1) \tan(1,32\phi)$	Salgado (2008), equação aproximada dos valores de Martin (2005) e Lyamin <i>et al.</i> (2007), apud Diaz-Segura (2013)

Na Figura 6 é possível verificar os valores da Tabela 2 visualmente. Pode-se inferir que Vesic (1973) fornece os valores mais altos, similar aos valores de Terzaghi (1943) para valores de ângulo de atrito mais baixos. Os outros autores apresentam valores similares, desviando para valores maiores e menores.

Segundo Sivakugan (2021), os valores sugeridos por Brinch Hansen (1970) são amplamente utilizados na Europa. Os valores sugeridos por Vesic (1973) e Meyerhof (1963) são populares na América do Norte.

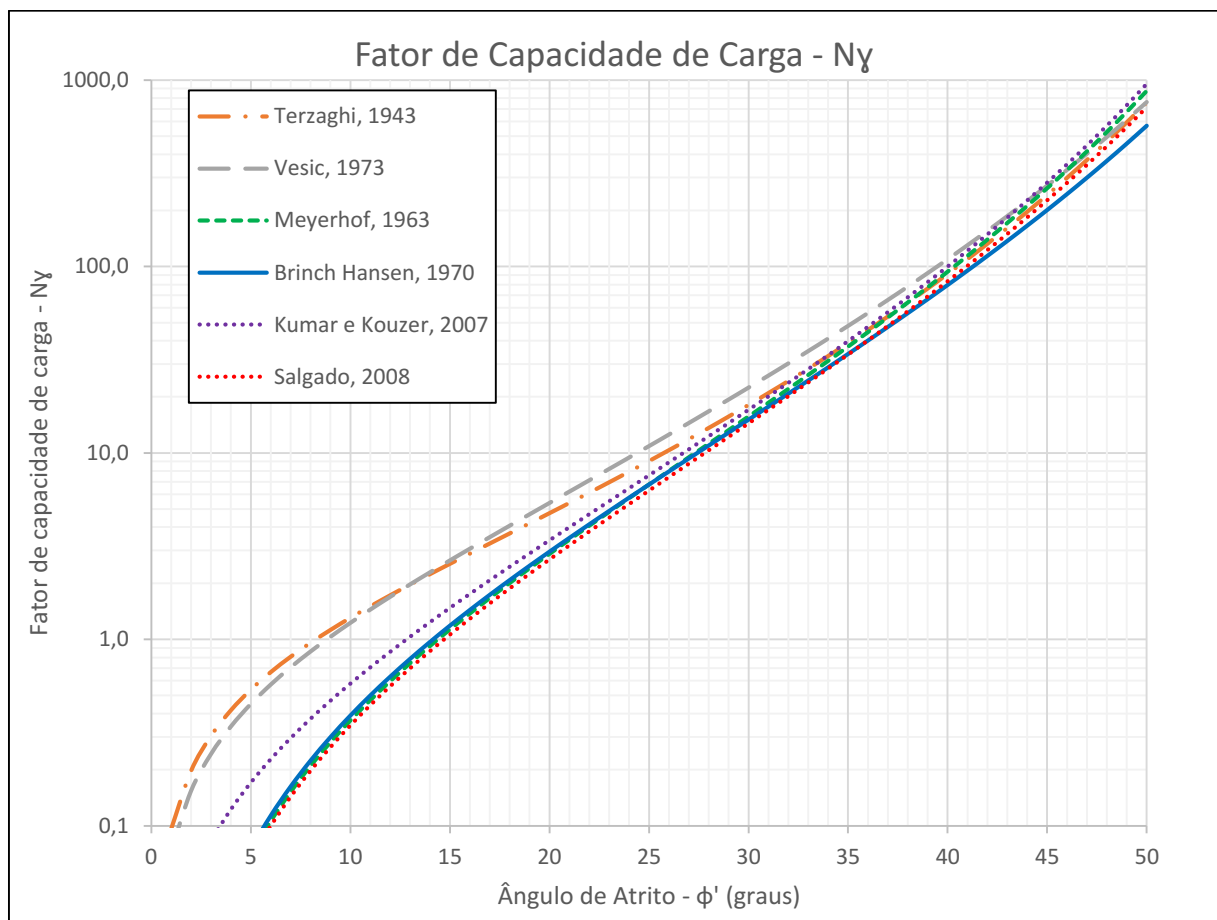


Figura 6 – Fator de capacidade de carga N_γ .

Caso o nível d'água esteja na base da fundação, ao calcular a capacidade de carga em termos de tensão efetiva, o peso específico submerso (γ_{sub}) deverá ser utilizado no terceiro termo da equação (2). Caso o nível d'água esteja a uma profundidade inferior a largura da fundação (z_w), deverá ser utilizada a equação (9), proposta por Vesic (1975), para o cálculo do peso específico equivalente (γ_{equi}).

$$\gamma_{equi} = \gamma_{sub} + \left(\frac{z_w}{B} \right) (\gamma_{sat} - \gamma_{sub}) \quad (9)$$

Considerando $\alpha = 45^\circ + \phi'/2$, a superfície de ruptura (Figura 5) se estenderá a aproximadamente uma profundidade de B abaixo do nível da fundação. Desta forma, o valor de γ , no terceiro termo das equações (2) a (4), numa situação intermediária da posição do NA, deverá ser o valor médio ponderado dos pesos específicos das camadas inferiores, até a profundidade B, contando desde a da base da fundação.

Para situações em que o valor de D_f é muito grande, como por exemplo, a utilização de fundações superficiais de edifícios com subsolos, a capacidade de carga calculada deverá ser computada em termos de valores líquidos. As equações de (2) a (4) são relacionadas à capacidade de carga última bruta das fundações. Para o caso de pequena sobrecarga, a pressão bruta é significativamente maior que a pressão de sobrecarga $\gamma.D_f$. Logo, geralmente o cálculo da pressão líquida é desconsiderada. O FS será calculado com respeito à capacidade de carga na ruptura definida em termos de valores líquidos, conforme apresentado pela equação (10), onde q_{ult} se refere à tensão de ruptura e q_{sol} é a tensão solicitante:

$$FS = \frac{q_{ult,líq}}{q_{sol,líq}} = \frac{q_{ult,bruta} - \gamma D_f}{q_{sol,bruta} - \gamma D_f} \quad (10)$$

Como anteriormente mencionado, como serão aqui tratados casos de fundações superficiais, sem embutimento no terreno, não será considerada como necessária tal correção. No Anexo A é apresentado um exemplo de cálculo a fim de facilitar ao leitor a compreensão do conceito de pressão líquida e bruta.

1.3 Equação geral da capacidade de carga

Uma equação geral da capacidade de carga foi proposta por Meyerhof (1963), Brinch Hansen (1970) e Vesic (1975), que abrangesse outros formatos de fundações superficiais, profundidade de assentamento da fundação, posição e inclinação do carregamento, inclinação da superfície do solo, inclinação da base da fundação, compressibilidade do solo e efeito de escala.

Por se tratar de propostas de fatores mais simples, Meyerhof (1963) e Brinch Hansen (1970), serão apresentadas no Anexo B.

A equação mais geral para a capacidade de carga de fundações superficiais, proposta por Vesic (1975) pode ser escrita como:

$$q_0 = cN_c\xi_c\xi_{ci}\xi_{ct}\xi_{cg}\xi_{cc}\xi_{cq} + qN_q\xi_q\xi_{qi}\xi_{qt}\xi_{qg}\xi_{qc}\xi_{qq} + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma\xi_\gamma\xi_{\gamma i}\xi_{\gamma t}\xi_{\gamma g}\xi_{\gamma c}\xi_{\gamma q} \quad (11)$$

Onde:

- ξ_c, ξ_q e ξ_γ são fatores de forma;
- ξ_{ci}, ξ_{qi} e $\xi_{\gamma i}$ são fatores de inclinação da carga;
- ξ_{ct}, ξ_{qt} e $\xi_{\gamma t}$ são fatores de inclinação da base da fundação;
- ξ_{cg}, ξ_{qg} e $\xi_{\gamma g}$ são fatores de inclinação do terreno da fundação;
- ξ_{cc}, ξ_{qc} e $\xi_{\gamma c}$ são fatores de compressibilidade do solo e fator de escala;
- ξ_{cq}, ξ_{qq} e $\xi_{\gamma q}$ são fatores de profundidade.

1.3.1 Fator de forma

Os fatores de forma foram desenvolvidos, em sua maioria, de forma semiempírica, considerando outros formatos que não retangulares longos, ou seja, fora do EPD.

Apenas as sapatas circulares, axissimétricas, foram resolvidas matematicamente (Ishlinskii, 1944; Berezantzev, 1952; Mizuno, 1953; Eason e Shield, 1960; Cox, Eason e Hopkins, 1961 apud Vesic, 1975).

Os fatores de forma são dependentes do ângulo de atrito do solo, assim como da geometria da fundação. A Tabela 3 apresenta os valores modificados por Vesic (1975).

Tabela 3 – Fatores de forma para fundações superficiais (após De Beer, 1967, modificado por Vesic, 1970, apud Vesic, 1975).

Formato da base	ξ_c	ξ_q	ξ_γ
Corrida	1,00	1,00	1,00
Retangular	$1 + (B/L) \left(\frac{N_q}{N_c} \right)$	$1 + (B/L) \tan \phi$	$1 - 0,4 \left(\frac{B}{L} \right)$
Circular e quadrada	$1 + \left(\frac{N_q}{N_c} \right)$	$1 + \tan \phi$	0,60

1.3.2 Efeito da inclinação e excentricidade do carregamento

Em fundações não carregadas em seu centro, ou seja, quando há momentos ou forças laterais agindo sobre a fundação, o carregamento resultante sofrerá uma excentricidade, o que acarretará numa diminuição da capacidade de carga da fundação em comparação a um carregamento vertical centralizado.

Investigações experimentais e teóricas mostraram que utilizar a largura e comprimento efetivo da fundação é a favor da segurança (Meyerhof, 1963).

A Figura 7 apresenta uma fundação superficial retangular de dimensões B e L e centro O. A resultante do carregamento é aplicada no ponto O', com excentricidades e_B e e_L ao longo das direções x e y, respectivamente. Meyerhof (1963) sugeriu desprezar a área hachurada. A área efetiva será a multiplicação de B' por L', sendo $B' = B - 2e_B$ e $L' = L - 2e_L$. No cálculo dos fatores de inclinação do carregamento, B' e L' deverão ser utilizados.

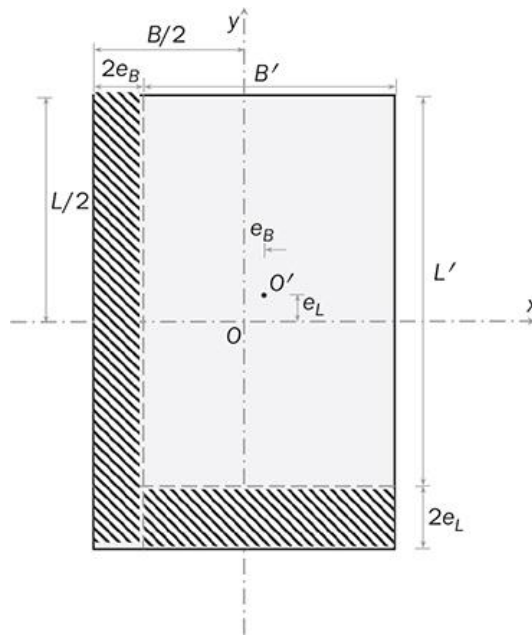


Figura 7 – Correção da excentricidade proposto por Meyerhof (Sivakugan, 2021).

Uma alternativa ao cálculo de capacidade de carga em uma fundação que apresente um carregamento vertical (V), horizontal (H) e momento (M) atuando simultaneamente é apresentado por Butterfield e Gottardi (1994, apud Powrie, 2012), na Figura 8.

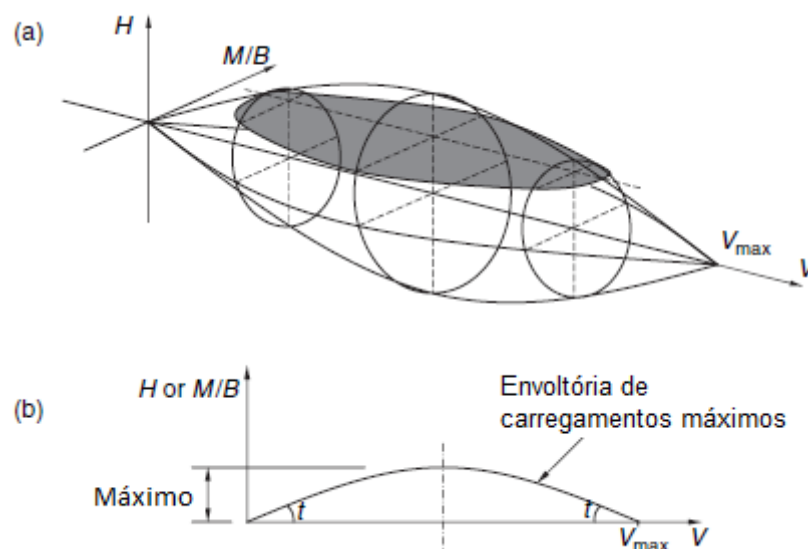


Figura 8 – Envoltória de carregamentos máximos para uma fundação superficial: (a) visão tridimensional; (b) Plano H ou M/B versus V . (adaptado de Powrie, 2012)

Utilizando como base para o método uma larga base de teste em modelos reduzidos, os autores mostram que a combinação dos carregamentos V, H e M na ruptura produzem uma envoltória de ruptura tridimensional única, no formato de um charuto. Assim, os planos de carregamentos possuem um formato parabólico na interface com a envoltória de carregamentos máximos.

Com relação ao carregamento inclinado, a presença de um carregamento horizontal P deverá ser verificada, pois a ruptura poderá ser dada tanto pelo escorregamento da fundação quanto pelo cisalhamento generalizado do solo.

No limiar do deslizamento, a componente horizontal P é relacionada com a componente vertical Q na reação da fundação pela equação (12):

$$P_{max} = Q \tan \phi + A' c_{\alpha} \quad (12)$$

Onde:

- A' é a área efetiva da fundação; e
- c_{α} e ϕ representam, respectivamente, a adesão e o ângulo de atrito entre o solo e a fundação.

Vale destacar que segundo Schultze e Horn (1967 apud Vesic, 1975), tem-se $\delta = \phi_f$ e que a adesão, em argilas moles, é igual a sua resistência ao cisalhamento não drenada.

A alteração do ponto de aplicação do carregamento, não sendo mais central, irá alterar o formato das Zonas de Rankine (Figura 9). A Zona I é uma cunha elástica, ABC, que possui um formato triangular enquanto o carregamento for central (Schultze, 1952; Sokolovskii, 1960 apud Vesic 1975). Para carregamentos excêntricos, o lado AC da cunha assume um formato circular cujo centro coincide com o centro de rotação da fundação (Brinch Hansen, 1953, 1955 apud Vesic, 1975). Enquanto o carregamento possuir uma excentricidade inferior a B/4, o centro de rotação permanecerá no lado oposto à aplicação do carregamento. No caso de $e = B/4$, a excentricidade estará localizada sob a face lateral da fundação. Com o aumento do valor da excentricidade, o centro de rotação da fundação se deslocará de tal modo que haverá um levantamento do lado menos carregado da fundação, devendo ser evitada essa configuração em projeto. Para garantir que haja uma maior segurança

quanto ao levantamento de um dos lados da fundação, Vesic (1975) comenta que o recomendado é utilizar uma excentricidade não superior a $B/6$. A ABNT NBR 6122:2019 seu subitem 7.6.2 – Cargas excêntricas, diz que:

“O dimensionamento geotécnico de uma fundação rasa solicitada por carregamento excêntrico deve ser feito considerando-se que o solo é um elemento não resistente à tração.

No dimensionamento da fundação superficial, a área comprimida deve ser no mínimo $2/3$ da área total, se consideradas as solicitações características, ou 50 % da área total, se consideradas as solicitações de cálculo. Deve-se assegurar, ainda, que a tensão máxima de borda satisfaça os requisitos de segurança, conforme a Seção 6 – Segurança nas fundações.” (ABNT NBR 6122:2019, p.23-24).

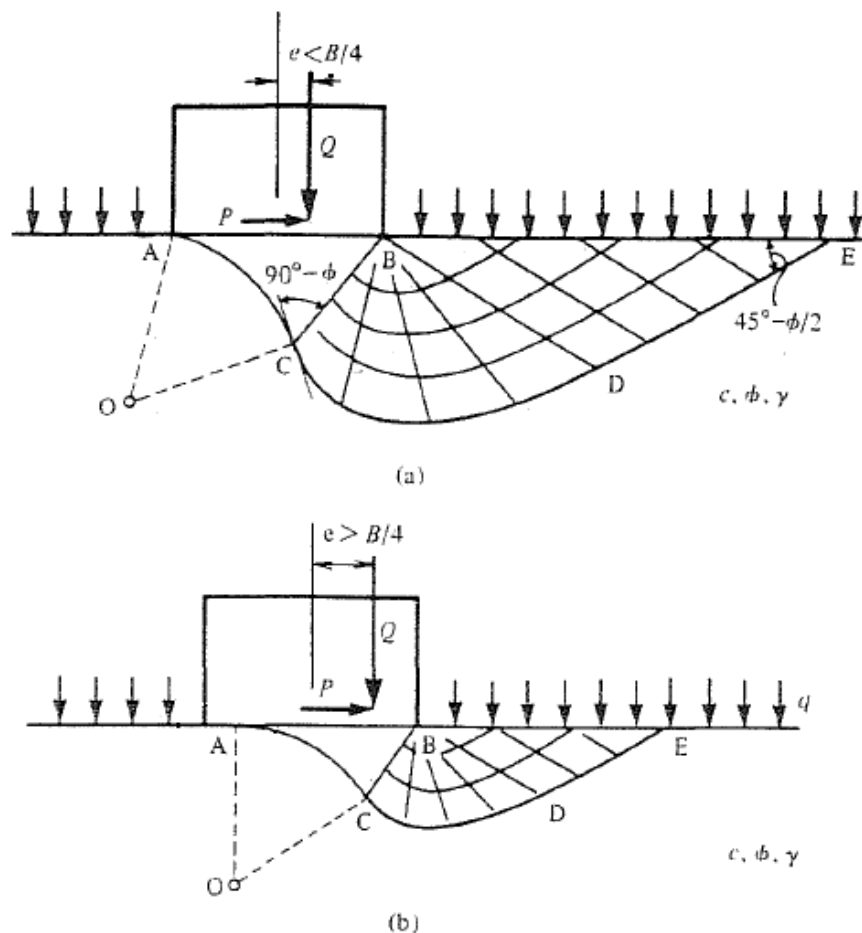


Figura 9 – Superfície de ruptura teórica de um carregamento excêntrico e inclinado (Vesic, 1975)

Algumas propostas de expressões foram apresentadas por diversos autores para o cálculo dos fatores de inclinação e excentricidade do carregamento. A priori, as expressões foram derivadas da análise plana de deformações, desta forma, tendo sua aplicação apenas para os casos de sapatas corridas com inclinação, ou excentricidade, segundo o lado B, o menor da fundação. Entretanto, excentricidades e inclinações que ocorrem no maior lado da fundação, L, também são de no mínimo igual interesse. Mush e Weiss (1969 apud Vesic, 1975) apresentaram um estudo experimental com modelos de grande escala de fundações superficiais e observaram que há uma diferença distinta no carregamento para os dois tipos de casos. Portanto, a direção da inclinação do carregamento, assim como a razão entre os lados da fundação (B/L) tem efeito sobre o fator de inclinação.

Assim, sendo necessário maiores investigações, Vesic (1970) apud Vesic, 1975) sugeriu as seguintes expressões para o cálculo dos fatores de inclinação e excentricidade:

$$\xi_{qi} = \left[1 - \frac{P}{Q + B'L'c \cot \phi} \right]^m \quad (13)$$

$$\xi_{yi} = \left[1 - \frac{P}{Q + B'L'c \cot \phi} \right]^{m+1} \quad (14)$$

Para $\phi > 0^\circ$:

$$\xi_{ci} = \xi_{qi} - \frac{1 - \xi_{qi}}{N_c \tan \phi} \quad (15)$$

Para $\phi = 0^\circ$:

$$\xi_{ci} = 1 - \frac{mP}{B'L'cN_c} \quad (16)$$

Para os valores de m, deverão ser utilizadas as seguintes expressões que variam de acordo com o ângulo de inclinação do carregamento:

$$m_B = \frac{2 + B/L}{1 + B/L} \quad (17)$$

$$m_L = \frac{2 + L/B}{1 + L/B} \quad (18)$$

$$m_n = m_L \cos^2 \phi_n + m_B \sin^2 \phi_n \quad (19)$$

1.3.3 Fatores de inclinação do terreno e da fundação

Esta situação ocorre quando a base da fundação, ou o terreno da fundação, for inclinado, conforme Figura 10, onde α é a inclinação da base da fundação e a inclinação do terreno é chamada de ω . Os fatores relacionados à inclinação da base, do inglês *base tilt*, recebem a denominação ξ_t . Os fatores relacionados a inclinação do terreno, do inglês *ground slope*, recebem a nomenclatura ξ_g .

Baseado nas análises realizadas por Meyerhof (1953 apud Vesic, 1975) com solos sem peso e Brinch Hansen (1970), com as fundações na superfície e consideração dos solos com peso, as seguintes equações foram propostas por Vesic (1970 apud Vesic, 1975) para os fatores relacionados à base da fundação, com valores de α e ω em radianos quando fora da função trigonométrica:

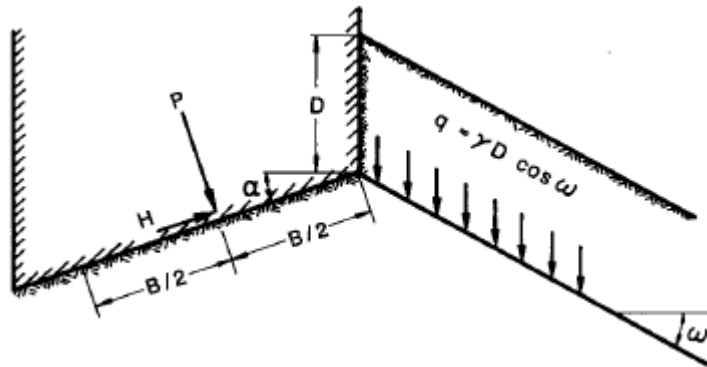


Figura 10 – Fundação com base inclinada e superfície do solo inclinada (Vesic, 1975).

$$\xi_{qt} = \xi_{yt} = (1 - \alpha \tan \phi)^2 \quad (20)$$

Para $\phi > 0^\circ$:

$$\xi_{ct} = \xi_{qt} - \frac{1 - \xi_{qt}}{N_c \tan \phi} \quad (21)$$

Para $\phi = 0^\circ$:

$$\xi_{ct} = 1 - [2\alpha/(\pi + 2)] \quad (22)$$

Para os fatores relacionados à inclinação do terreno, Vesic utiliza dos mesmos valores calculados por Brinch Hansen (1970), que apontou que ξ_{qg} varia com a $\tan(\omega)$ da mesma forma que o fator de inclinação do carregamento ξ_{qi} varia com o carregamento $P/(Q + B'L'c \cot \phi)$. Desta forma, pode ser adotado:

$$\xi_{qg} = \xi_{yg} = (1 - \tan \omega)^2 \quad (23)$$

Para $\phi > 0^\circ$:

$$\xi_{cg} = \xi_{qg} - \frac{1 - \xi_{qg}}{N_c \tan \phi} \quad (24)$$

Para $\phi = 0^\circ$:

$$\xi_{cg} = 1 - [2\omega/(\pi + 2)] \quad (25)$$

Bowles (1982) aconselhou que os fatores de forma, profundidade, inclinação do terreno e inclinação da base não deveriam ser utilizados em conjunto com os fatores de inclinação do carregamento.

Vesic (1975) sugeriu que na condição de terreno inclinado e solos com $\phi = 0$ seja necessária a adição do terceiro termo da equação (11):

$$N_y = -2 \sin \omega \quad (26)$$

As equações de (20) a (25) podem ser utilizadas, segundo Vesic, teoricamente, enquanto $\alpha < 45^\circ$, $\omega < 45^\circ$ e $\omega < \phi$.

As equações de (20) a (25) também não levam em consideração a resistência ao cisalhamento do solo. Os efeitos das tensões no solo, segundo Vesic, podem ser negligenciadas enquanto $0 < \omega < \phi/2$. Para valores de inclinação do terreno maiores que $\phi/2$, deverá também ser realizada uma análise de estabilidade global da encosta.

As equações de (20) a (25) são válidas apenas para o estado plano de deformações, ou seja, válidas apenas para sapatas corridas, com o eixo paralelo a encosta ou talude. Um estudo mais atual e aprofundado sobre o assunto pode ser visto em Ruffier dos Santos (1999), que apresenta um estudo bibliográfico profundo sobre o assunto, além de apresentar uma proposta de um método de cálculo, fornecendo ábacos e tabelas para utilização.

1.3.4 Fator de profundidade

O efeito da presença da massa de solo no nível acima da base da fundação quanto à sua resistência ao cisalhamento é desprezado no desenvolvimento da teoria da capacidade de carga para fundações superficiais. Entretanto, em alguns casos, é esperado que haja um aumento da capacidade de carga devido à resistência do solo que pode ser considerada, neste caso, se justificada. Tal assunto foi estudado por Meyerhof (1951, apud Vesic 1975), assim como outros pesquisadores da época.

Contudo, Vesic (1975) alertou que o aumento da capacidade de carga devido ao efeito de embutimento da mesma ocorre em condições cujo método de construção da fundação acarreta significativa compressão lateral na fundação. Assim, há bastante evidência que tal efeito é inexistente em fundações superficiais, que são feitas com a escavação do terreno e posterior preenchimento com solo, ou em que o solo que gere o sobrecarregamento na fundação seja relativamente compressível. Por essa razão, Vesic (1975) sugere a não introdução do fator de profundidade (ou de embutimento) em projetos de fundações superficiais. Assim, a equação (11), da capacidade de carga geral, será reescrita como:

$$q_0 = C N_c \xi_c \xi_{ci} \xi_{ct} \xi_{cg} \xi_{cc} + q N_q \xi_q \xi_{qt} \xi_{qg} \xi_{qc} + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma \xi_\gamma \xi_{\gamma i} \xi_{\gamma t} \xi_{\gamma g} \xi_{\gamma c} \quad (27)$$

1.3.5 Efeito da compressibilidade relativa do solo-fundação

Toda a teoria e análises desenvolvidas para o cálculo da capacidade de carga de fundações superficiais tiveram como premissa a adoção de solos incompressíveis, sendo utilizada apenas nos casos do modo de ruptura generalizada. Terzaghi (1943) sugeriu a adoção de fatores de redução c^* e ϕ^* , utilizando a mesma equação (2), para os outros dois modos de ruptura em solos compressíveis:

$$c^* = 0,67c \quad (28)$$

$$\phi^* = \tan^{-1}(0,67 \tan \phi) \quad (29)$$

Após estudar mais detalhadamente o efeito da compressibilidade do solo, Vesic e Johnson (1963 apud Vesic, 1975), concluíram que o resultado poderia ser satisfatório em alguns casos, contudo, nem sempre a favor da segurança. Desta forma, desenvolveram uma teoria baseada na consideração desses efeitos e propuseram os seguintes fatores de correção:

$$\xi_{cc} = 0,32 + 0,12 B/L + 0,60 \log I_r \quad (30)$$

$$\xi_{qc} = \xi_{yc} = \exp\{[(-4,4 + 0,6 B/L) \tan \phi] + [(3,07 \sin \phi)(\log 2I_r)/(1 + \sin \phi)]\} \quad (31)$$

Onde I_r é o índice de rigidez, definido como a razão entre o módulo cisalhante e a resistência ao cisalhamento:

$$I_r = \frac{G}{c + \sigma_{med} \tan \phi} = \frac{E}{2(1 + \nu)(c + \sigma_{med} \tan \phi)} \quad (32)$$

Onde:

- E é o módulo de elasticidade do solo;
- ν é o coeficiente de Poisson do solo;
- G é o módulo cisalhante do solo; e
- σ_m é a tensão efetiva média à profundidade B/2 abaixo da cota de assentamento da fundação.

$$\sigma_m = \frac{\sigma'_v + 2\sigma'_h}{3} = \frac{\sigma'_v + 2\sigma'_v k_0}{3} = \frac{\sigma'_v(1 + 2k_0)}{3} \quad (33)$$

Onde o coeficiente de empuxo no repouso é definido como a razão entre a tensão efetiva horizontal e a tensão efetiva vertical, $k_0 = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v}$.

A região de influência para o cálculo do I_r é situada a $B/2$ abaixo da fundação. Os valores deverão ser calculados em termos de tensão efetiva. As equações (30) e (31) só poderão ser utilizadas caso sejam menores que a unidade.

A utilização dos fatores de redução se justificará caso $(I_r)_{crit}$ seja superior ao I_r , onde:

$$(I_r)_{crit} = 0,5 \exp[(3,30 - 0,45 B/L) \cot(45^\circ - \phi/2)] \quad (34)$$

Assim, em resumo:

- $I_r > (I_r)_{crit}$, tem-se a ruptura generalizada, não sendo necessária a utilização dos fatores de compressibilidade e efeito de escala; e
- $I_r < (I_r)_{crit}$, tem-se uma ruptura não generalizada, sendo necessária a utilização dos fatores de compressibilidade e de efeito de escala, se forem menores que a unidade.

A Tabela 4 fornece os valores do índice de rigidez crítico para os casos de sapatas corridas ($B/L = 0$) e quadradas ($B/L = 1$). Por variar com a tensão efetiva confinante σ' , o módulo cisalhante G (ou o E') acarreta numa difícil determinação do índice I_r para o caso de areias.

Tabela 4 – Índices de rigidez críticos, $(I_r)_{crit}$.

ϕ	$B/L = 0$	$B/L = 1$
0	13	8
5	18	11
10	25	15
15	37	20
20	55	30
25	89	44
30	152	70
35	283	120

40	592	225
45	1442	486
50	4330	1258

Vesic (1975) estudou o efeito de escala da fundação, verificando que os valores de N_y diminuem para fundações de grandes dimensões, em comparação a uma sapata de condições “normais”.

Mais recentemente, Kumar e Khatri (2008) estudaram os efeitos da largura da fundação no fator N_y , e notaram que N_y varia quase que linearmente com B em um gráfico de escala log-log. Eles realizaram um estudo por meio de uma análise numérica do limite inferior em conjunto com elementos finitos lineares e programação linear. Realizaram uma variação do ângulo de atrito, ϕ , com a tensão média, σ_m , utilizando um processo iterativo. Os autores observaram que para diferentes larguras, uma boa comparação foi observada entre a solução por eles adotada e a obtida com o uso de ϕ constante, o que corresponde ao equivalente da tensão média normal, definida por De Beer (1963, apud Kumar e Khatri, 2008).

Yamamoto *et al.* (2009) estudaram o efeito de escala em fundações superficiais circulares, para uma vasta variedade de areias a base de sílica e calcário. Para o estudo, foi utilizado um modelo que conseguia simular tanto a compressão quanto o comportamento cisalhante de areias naturais, em uma vasta variedade de densidades, permeabilidades e pressões confinantes. Os autores puderam observar que N_y apresenta uma queda acentuada de valor devido ao aumento do tamanho da fundação para o caso de areias a base de calcário, com o valor de N_y eventualmente convergindo para um valor limite. Para o caso de areias de natureza silicosa, foi visto que, eventualmente, para fundações com diâmetro extremamente grandes, em relação ao usual, o mecanismo de deformação progride para um mecanismo de ruptura por puncionamento, ao invés da ruptura por cisalhamento generalizado.

1.3.5.1 Modo de ruptura em função da dissipação de energia

Santos (2017) propôs em seu trabalho, com base no entendimento físico do fenômeno de ruptura do solo, uma analogia entre a formação de uma superfície de

ruptura na areia e o balanço energético na formação de fissuras em sólidos. Desta forma, foi capaz de determinar um critério mais abrangente para determinar o modo de ruptura do solo arenoso. A proposta, a qual contemplou, também, o equilíbrio direcional (Santos e Freitas, 2020) mostrou-se acurada na previsão do modo de ruptura de ensaios em modelos físicos, conforme destacado por Santos *et al.* (2020).

Uma limitação da abordagem citada, no entanto, se refere ao fato de não ser possível estimar a capacidade de carga (q_{rup}) para cada situação estudada de fundação direta assente na superfície de solo arenoso, e sim o seu modo de falha.

Seu modelo baseou-se em uma comparação entre tensões, refletindo a tensão de ruptura do solo (equação de Buisman-Terzaghi) e a tensão derivada a partir de uma analogia à Teoria de Griffith para geração de uma fissura de comprimento L (comprimento da superfície de ruptura).

A Figura 11 apresenta os modos de ruptura para uma fundação no EPD, com comprimento muito maior que sua largura, em função do ângulo de atrito de um solo arenoso (eixo horizontal), e no eixo vertical apresenta uma relação entre seu peso específico do solo (γ), largura da fundação (B) e uma constante, ψ_0 , definida como:

$$\psi_0 = \frac{E_1^2}{\sigma_1} \quad (35)$$

O módulo de elasticidade E_1 é correspondente à tensão média normal σ_1 . Através da tensão média normal, considerada a uma profundidade $B/2$ abaixo da base da fundação, pode-se estimar seus valores. Santos (2017) considerou:

- $E_1 = 39.180,65 \text{ kN/m}^2$;
- $\sigma_1 = 104,64 \text{ kN/m}^2$; e
- $\psi_0 = 14,67 \text{ GPa}$.

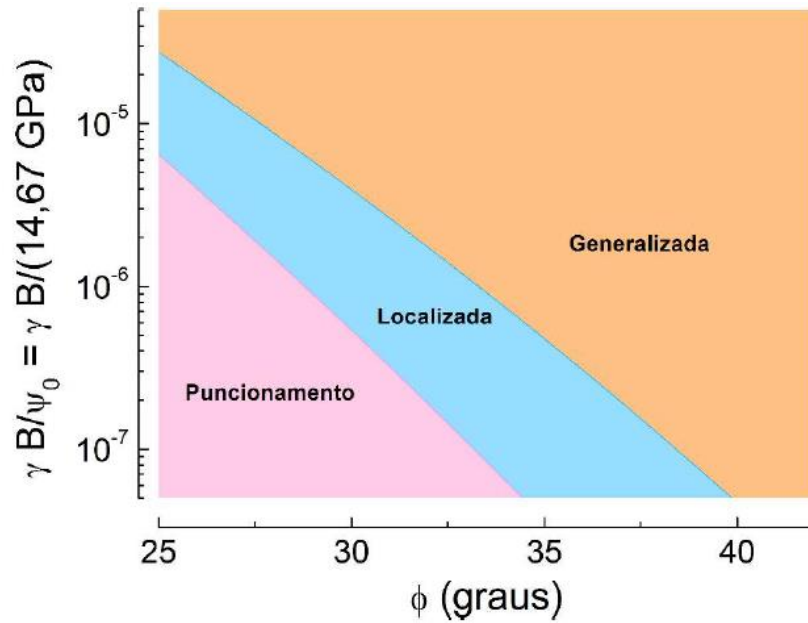


Figura 11 – Diagrama do modo de ruptura como função adimensional de ϕ e $\gamma.B/\psi_0$ para fundação superficial assente em solo arenoso (Santos, 2017 e Santos *et al.*, 2020).

Santos (2017), utilizando os métodos da Teoria da Plasticidade (Vesic, 1975), com a solução básica disponível em Prandtl (1921 e Reissner, 1924, apud Santos, 2017), que indica que a ruptura compreende três regiões distintas (zonas I, II e III), Figura 12, apresentou a equação (36) para o cálculo da tensão necessária para gerar uma fissura (ou superfície de ruptura) de comprimento L_{total} :

$$\sigma_L = 2 \sqrt{\frac{E \cdot \eta}{\pi \cdot L_{total}}} \quad (36)$$

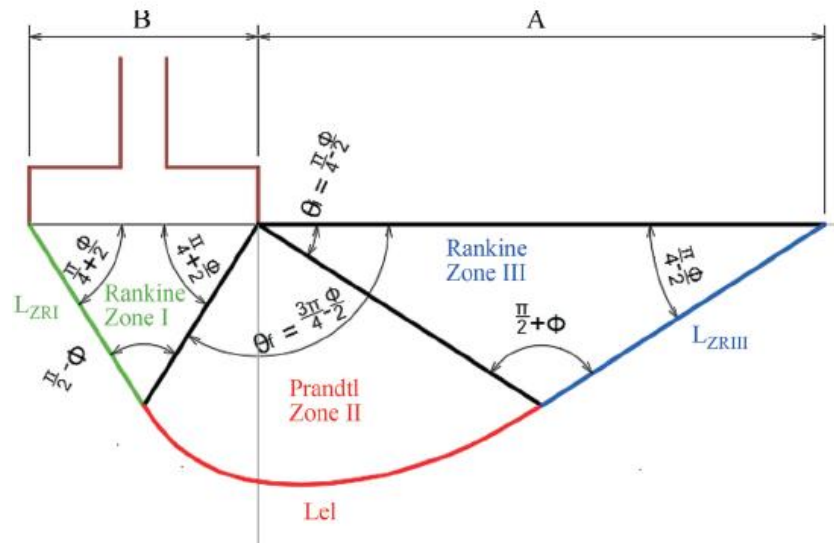


Figura 12 – Zonas de ruptura na ruptura generalizada (Santos *et al.*, 2020)

Onde:

$$L_{total} = L_{ZRI} + L_{el} + L_{ZRIII} \text{ (Figura 12)} \quad (37)$$

$$L_{ZRI} = \frac{B}{\sqrt{2} \left[\cos \frac{\phi}{2} - \sin \frac{\phi}{2} \right]} \quad (38)$$

$$L_{el} = \frac{B e^{\tan \phi \left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right)}}{-\tan(\phi) \cdot \sqrt{2} \left[\cos \left(\frac{\phi}{2} \right) - \sin \left(\frac{\phi}{2} \right) \right]} \sec \phi \left(e^{-\tan(\phi) \left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right)} - e^{-\tan(\phi) \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right)} \right) \quad (39)$$

$$L_{ZRIII} = \frac{B e^{\tan \left(\frac{\phi}{2} \right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} \right)}}{\sqrt{2} \left[\cos \frac{\phi}{2} - \sin \frac{\phi}{2} \right]} \quad (40)$$

O valor de η [equação (41)], que é a densidade superficial de energia [kN/m], é referente a energia de dissipação das fissuras do solo na condição de ruptura.

$$\eta = \eta_{ZRI} + \eta_{el} + \eta_{ZRIII} \quad (41)$$

Onde:

$$\eta_{ZRI} = \gamma \cdot B^2 \cdot \frac{\tan \phi}{8} \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \quad (42)$$

$$\eta_{el} = \frac{\gamma \cdot B^2}{8(-1 + \sin \phi)} [1 - 2 \sin \phi + \sin 3\phi + e^{\pi \tan \phi} (-1 - 2 \sin \phi + \sin 3\phi)] \quad (43)$$

$$\eta_{ZRIII} = \gamma \cdot B^2 \cdot \frac{\tan \phi}{8 \left(\cos \frac{\phi}{2} - \sin \frac{\phi}{2} \right)^4} \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right) (\cos \phi)^2 e^{\pi \tan \phi} \quad (44)$$

Na tensão última, a ruptura atinge um comprimento máximo L_{total} , no modo de ruptura generalizado. Se a tensão máxima de ruptura for maior que o valor requerido para atingir o comprimento máximo L_{total} , o modo de ruptura será o generalizado.

Se o modo de ruptura não for o generalizado, essa análise deverá ser estendida para ou o modo de ruptura por puncionamento ou modo de ruptura local. Vesic (1975) apenas diferencia entre o modo de ruptura generalizado ou não generalizado. Assim, com as equações (36) até (44) é possível calcular a tensão de cisalhamento na ruptura na zona I (puncionamento), σ_{punc} , ou a tensão na ruptura generalizada, σ_{gen} . Em resumo:

- Se $\sigma_{rup} > \sigma_{gen}$, então: ruptura generalizada;
- Se $\sigma_{punc} < \sigma_{rup} < \sigma_{gen}$, então: ruptura localizada; e
- Se $\sigma_{rup} < \sigma_{punc}$, então: ruptura por puncionamento.

Santos (2017) e Santos *et al.* (2020) obtiveram uma boa acurácia ao comparar seus resultados com dados de 20 experimentos fornecidos no artigo de Vesic (1963), onde somente 3 dados experimentais obtiveram resultados diferentes daqueles encontrados experimentalmente, sendo um deles a favor da segurança.

E, ao comparar o critério de Vesic (1975) com os dados experimentais de Vesic (1963), Santos (2017) verificou que havia uma acurácia reduzida nas previsões, que poderiam afetar a segurança das fundações. Dos 20 experimentos realizados, 13 obtiveram resultados diferentes dos encontrados experimentalmente, pois o solo sofria rompimento de forma não generalizada, ou seja, localizada ou por puncionamento, necessitando de um fator de redução. Acredita-se que isso tenha ocorrido pois a expressão do índice de Rigidez Crítico de Vesic (1975), embora possua equilíbrio dimensional, possui desequilíbrio direcional (Santos, 2017 e Santos e Freitas, 2020).

Para o trabalho completo, com todas os dados de experimento citados, recomenda-se a leitura dos trabalhos de Santos (2017), Santos *et al.* (2020) e Santos e Freitas (2020).

1.3.6 Influência da rugosidade da base da fundação

A rugosidade da fundação tem pouco efeito sobre a capacidade de carga enquanto o carregamento externo permanecer vertical (Vesic, 1975). E, em casos de carregamento inclinado, a rugosidade da fundação estará limitada a um valor limite de esforço horizontal máximo P , a ser transmitido ao solo por meio da superfície de contato entre o solo e a fundação. Vesic (1975) cita que em experimentos realizados em fundações de concreto *in loco*, verificou-se que pela forma pela qual as fundações são construídas, a rugosidade da fundação possui um valor definido como igual ou maior que o ângulo de atrito do solo subjacente.

O assunto será novamente tratado no subitem 2.2.

1.4 Fatores de influenciam na capacidade de carga de fundações superficiais

Até o momento, foi apresentada a teoria clássica sobre a capacidade de carga de fundações superficiais sobre areia, com algumas contribuições mais recentes.

A seguir serão apresentados alguns conceitos que se acharam necessários explorar um pouco mais a fundo, que influenciam na capacidade de carga de fundações superficiais sobre areia e que serão necessárias para o desenvolvimento desse trabalho.

1.4.1 Ângulo de dilatância ϕ e o comportamento das areias

A dilatância é o nome dado a essa tendência de aumento de volume durante o processo de cisalhamento do solo e tem grande importância na resistência ao cisalhamento do solo, pois uma grande parte da energia para que ocorra o cisalhamento do solo é gasta na variação do seu volume. A dilatância depende do comportamento da areia (comportamento compacto), sendo função do estado em que o material está no momento do cisalhamento, fofo ou denso.

Rowe (1961 e 1963, apud Ortigão, 2007) apresentou uma analogia do fenômeno da dilatância e seu efeito na resistência, com o dente de serra (Figura 13). A inclinação do dente representa a dilatância (ψ) do solo. Uma areia fofa, cuja variação de volume durante o cisalhamento é nula, será representada por $\psi = 0$, não havendo variação do volume, desta forma, as partes do bloco não sofrerão um afastamento. Se $\psi \neq 0$, quando houver cisalhamento, haverá um deslocamento entre as partes do bloco na direção vertical, havendo com isso, um comportamento dilatante.

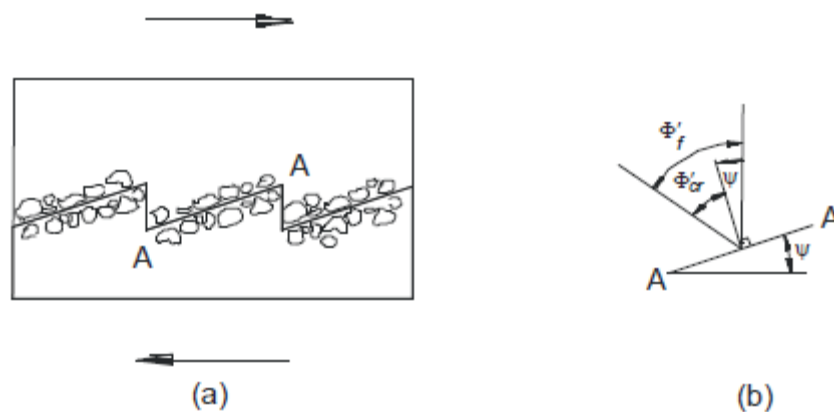


Figura 13 – Analogia do dente de serra (adaptado de Ortigão, 2007).

Conforme o modelo apresentado por Rowe (1961 e 1963, apud Ortigão, 2007) e Mayne (2014), o ângulo de atrito máximo ϕ'_f , no pico, poderá ser constituído de duas partes:

$$\phi'_f \approx \phi'_{cr} + \psi \quad (45)$$

Onde:

- ϕ'_{cr} : ângulo de atrito efetivo correspondente ao estado crítico; e
- ψ é a inclinação do dente de serra, ou seja, parcela influenciada pela dilatação.

Na prática, o ϕ'_{cr} pode ser interpretado como uma propriedade do material, pois independe da compactação, podendo ser adotado em projetos caso o projetista queira um valor conservador. Segundo Mayne (2014), para a maioria das areias naturais o valor de ϕ'_{cr} está compreendido entre 30 e 33°, para areias de quartzo, sendo o valor de ϕ'_{cv} entre 32° a 39° para areias de calcário, chegando a 40° para areias de feldspato.

Os ensaios de laboratório mostram que os solos e outros materiais apresentam uma curvatura em sua envoltória de resistência, que a depender da faixa de tensões normais com as quais se está trabalhando, pode ser contra a segurança não a considerar, pois para tensões confinantes pequenas o valor da resistência ao cisalhamento será alto, e para valores de tensão confinante altos, a resistência ao cisalhamento será mais baixa (Lambe e Whitman, 1979).

Gomes (2020) realizou um estudo dos parâmetros geotécnicos estáticos e dinâmicos em areias quartzosa e carbonatadas em solos *offshore* do nordeste brasileiro. Dentre os diversos estudos abordados em seu trabalho, a referida autora apresenta os ângulos de atritos das amostras obtidos por cisalhamento direto. Para uma variação de Carbonato de Cálcio (CaCO_3) variando de 35,7 a 80%, verificou-se que o ângulo de atrito variou de 31° a 37,17°. Para maiores detalhes do trabalho, sugere-se a leitura de Gomes (2020).

Ortigão (2007) cita que nos materiais granulares, esse fenômeno é resultado de algum tipo de cimentação entre grãos, da variação na compactação do material e da quebra de grãos com o aumento da tensão confinante. E, em areias puras, sem cimentação, como não há resistência sob tensões confinantes nulas, a coesão é mantida como nula e adota-se o ângulo de atrito tangente a um único círculo de Mohr.

Segundo Sivakugan (2021), o ângulo de dilatação é um importante dado de entrada para a maioria dos trabalhos em modelagem numérica, definindo o comportamento do modelo ao descrever o comportamento esperado do solo. Seu valor típico varia para a maioria dos solos granulares, estando entre 0 a 15°.

No MEF, existem diversas abordagens para avaliar a influência do fator de capacidade de carga N_γ usando modelos com regra de fluxo não associados a um material plástico, ou seja, utilizando um ângulo de dilatância diferente do ângulo de atrito. Frydman e Burd (1997) e Erickson e Drescher (2002) estudaram os efeitos do ângulo de dilatância em N_γ para sapatas corridas e circulares, utilizando modelos com regra de fluxo não associados ao modelo Mohr-Coulomb. Os autores observaram que o efeito do ângulo de dilatância é insignificante para ângulos de atrito pequenos, mas muito importante para ângulos de atritos maiores que 35° , especialmente para o caso de sapatas circulares rugosas. A questão do modelo com ou sem regra de fluxo associado a um material plástico será mais bem abordado no item 2.2.

Entretanto, Yamamoto (2009) realça que os estudos numéricos prévios são limitados pelo fato de o modelo Mohr-Coulomb não conseguir capturar suficientemente bem a dependência do comportamento da areia devido ao estado de tensão e a sua densidade ou a sua compressibilidade.

O deslizamento e o rolamento entre os grãos de uma areia influenciam o seu ângulo de atrito, os quais são influenciados pela forma e pela rugosidade superficial das partículas [Figura 14 (a) e (b)], que são intrínsecos ao material. Um exemplo é uma areia de rio ou seixos rolados que tem forma arredondada e pouca rugosidade superficial, devido a todo o processo de intemperismo sofrido pelo solo. Já uma pedra britada, por possuir uma superfície com mais pontas, pronunciadas, terá uma maior parcela de atrito por deslizamento e rolamento.

Outro fator de influência que altera o ângulo de atrito durante o cisalhamento é o entrosamento dos grãos. Uma amostra com distribuição granulométrica bem graduada que tenha sido compactada, poderá apresentar menos espaços entre os grãos. E, caso essa amostra venha a ser cisalhada, as suas partículas precisarão expandir, ou seja, subir uma sobre as outras, resultando no aumento do volume da amostra (Figura 14c). O gráfico tensão x deformação nesse tipo de amostra apresenta um pico de tensão com posterior amolecimento da amostra (Figura 15), típico de materiais frágeis.

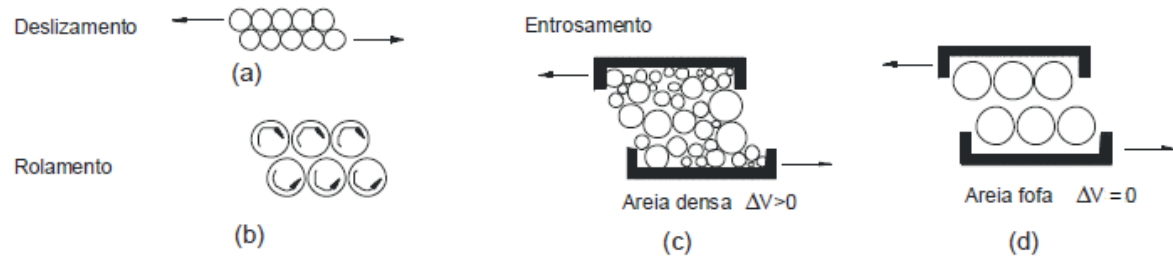


Figura 14 – Fatores que influenciam o ângulo de atrito das areias (adaptado de Ortigão, 2007).

Em caso de material fofo e se suas partículas tiverem os seus diâmetros do mesmo tamanho, não haverá uma expansão da amostra ao ser cisalhada. O atrito resultante será devido às parcelas de deslizamento e rolamento (Figura 14d). O gráfico tensão e deformação desse tipo de amostra apresenta um comportamento de endurecimento, sem pico. (Figura 15), típico de materiais dúcteis.

Vale ressaltar que uma areia não é fofa ou compacta, ela está fofa ou compacta, dependendo da posição de seu índice de vazios crítico.

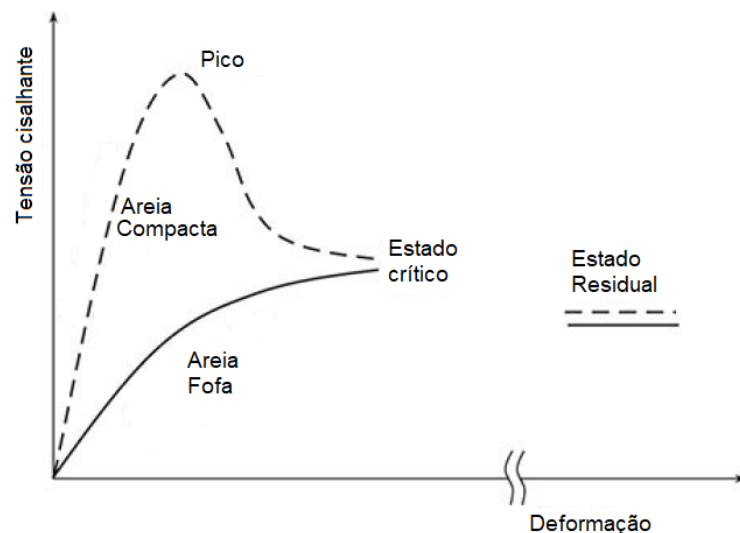


Figura 15 – Comportamento das areias no cisalhamento (adaptado de Sivakugan, 2021).

1.4.2 Correção da deformação plana

Lambe e Whitman (1979) esclarecem teoricamente e experimentalmente por meio de gráficos tanto os mecanismos de deformação de solos granulares como certas características importantes do comportamento solo-deformação. A principal causa da deformação, exceto para deformações muito, muito pequenas, é o movimento relativo (deslizamento e rolamento) entre as partículas. Logo, a imposição de um plano preferencial no caso do ensaio de cisalhamento direto, apresenta resultados diferentes de um ensaio de triaxial, por exemplo.

Tem sido observado por vários pesquisadores que o ângulo de atrito do solo obtido por ensaios triaxiais ϕ'_{tx} , é menor que o obtido por ensaios de cisalhamento direto ϕ_{cd} , algo em torno de 4°-9° para as areias densas e de 2°-4° para areias fofas (Ladd *et al.*, 1977). Isso se deve ao fato de no ensaio triaxial haver liberdade para a procura da superfície de ruptura, aplicando-se o conceito do Círculo de Mohr. Enquanto no cisalhamento direto, o plano de ruptura é forçado a ser na horizontal. Logo, a depender do tipo de fundação superficial estudada, sapata circular (ou quadrada) ou uma sapata corrida, o valor do ângulo de atrito deve ser ajustado.

Baseado na sugestão de Bishop (1961), Bjerrum e Kummeneje (1961) e Lee (1970), o ângulo de atrito no estado plano de deformações é aproximadamente 10% maior que o ângulo de atrito no estado triaxial de tensões, sendo sugerido por Meyerhof (1963) que o ângulo para uma fundação retangular fosse ajustado segundo a equação:

$$\phi'_{retangular} = \left(1,1 - 0,1 \frac{B}{L}\right) \phi'_{tx} \quad (46)$$

Entretanto, segundo Vesic (1975), esse ajuste apenas contribui para dificultar a interpretação dos resultados com fundações circulares em determinadas profundidades. Permanecendo a dúvida de até que ponto as condições dos elementos do solo ao longo de uma superfície de deslizamento sob uma sapata circular estariam mais próximas de $\sigma_2 = \sigma_3$, em relação a uma condição de deformação plana.

1.4.3 Influência da tensão intermediária

O efeito da tensão intermediária foi estudado por diversos pesquisadores (por exemplo, Mogi, 1971; Lade e Duncan 1973; Matsuoka e Nakai, 1974; Yamada e Ishihara, 1982; Yoshimine *et al.*, 1998; apud Zong-Yuan *et al.*, 2014), tendo sido observado que seus efeitos foram, até então, subestimados.

O artigo apresentado por Zong-Yuan *et al.* (2014) apresenta um pouco da teoria por trás da pesquisa dos outros autores citados acima e avalia a capacidade de carga última de fundações retangulares e circulares usando um método de diferenças finitas (*Fast Lagrangian Analysis of Continua* – FLAC), calculada por meio de diferenças finitas nos planos bidimensional e tridimensional e o comportamento do solo.

Zong-Yuan *et al.* (2014) concluem em seu trabalho que, após avaliar os fatores de capacidade de carga N_q , N_c e N_γ observaram que:

- A influência da tensão intermediária principal na capacidade de carga de fundações circulares e retangulares aumenta com o aumento do ângulo de atrito. A tensão intermediária tem maior influência na capacidade de carga em sapatas corridas do que em sapatas circulares, aumentando o valor da capacidade de carga da fundação. O fator de capacidade de carga que mais é influenciado pelo aumento da tensão intermediária é o fator N_γ ;

- O mecanismo de ruptura previsto do solo para uma fundação, em uma mesma situação, mostra que o tamanho da zona de cisalhamento de uma fundação tanto circular quanto retangular aumenta com o efeito do acréscimo da tensão intermediária; e

- O efeito da tensão intermediária deve ser levado em consideração para se determinar a capacidade de carga de fundações circulares e retangulares, tendo uma grande influência na capacidade de carga de fundações sobre solo com ângulo de atrito muito alto e em condições de deformação plana (sapatas corridas).

1.4.4 Influência dos solos estratificados

Segundo Vesic (1975), os primeiros estudos sobre a não homogeneidade do solo levaram em conta a premissa de duas situações: (a) que o solo menos resistente está sobrejacente ao solo de maior resistência, ou seja, que o solo ganha resistência em profundidade; e (b) que o solo mais resistente está sobrejacente ao solo de menor resistência.

Em ambos os casos, assim como nos casos de perfis de solos erráticos como, por exemplo, as situações com presença lentes de solos variados em diferentes estratigrafias, com composições e características distintas, Vesic (1975) destaca que a única consideração que poderia ser feita, se é que alguma poderia ser feita, é de que a ruptura da massa do solo será desenvolvida no solo mais fraco.

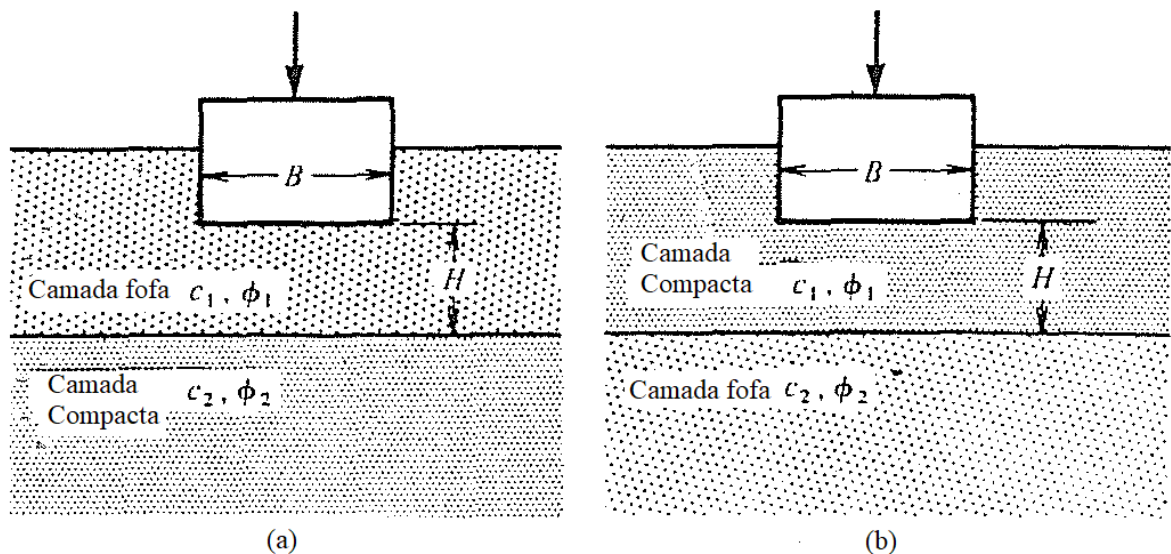


Figura 16 – Perfil de solo típico de duas camadas (Vesic, 1975).

Buton (1953, apud Vesic, 1975) estudou as situações (a) e (b) para os casos de argilas saturadas em condições não drenadas ($\phi = 0$), assumindo uma ruptura generalizada iniciada no pé da fundação. Pesquisas experimentais posteriores realizadas por Brown e Meyerhof (1969, apud Vesic, 1975) mostraram que os modos de ruptura não eram realísticos e que os resultados dos fatores de capacidade de

carga não eram seguros. Aparentemente, o modo de ruptura da situação (a) ocorre, pelo menos em partes, por fluxo plástico lateral similar ao que ocorre entre um sólido espremido entre duas placas ásperas. Para a situação (b), a ruptura é por puncionamento.

Para ambas as situações, o valor da capacidade de carga da fundação será:

$$q_0 = c_1 N_m + q \quad (47)$$

Onde:

- c_1 representa a resistência ao cisalhamento não drenado da camada superior;

e

- N_m é o fator de capacidade de carga modificado, que depende da razão da resistência ao cisalhamento das duas camadas (K), da espessura relativa das camadas (H/B) e do formato da fundação.

$$K = c_2/c_1 \quad (48)$$

Para a situação (a):

$$N_m = \frac{KN_c^*(N_c^* + \beta - 1)[(K + 1)N_c^{*2} + (1 + K\beta)N_c^* + \beta - 1]}{[K(K + 1)N_c^* + K + \beta - 1][(N_c^* + \beta)N_c^* + \beta - 1] - (KN_c^* + \beta - 1)(N_c^* + 1)} \quad (49)$$

Onde:

$$\beta = BL/[2(B + L)H] \quad (50)$$

$$N_c^* = N_c \xi_c \quad (51)$$

Para a situação (b), Brown e Meyerhof (1969, apud Vesic, 1975) sugerem que a análise assumindo puncionamento no contorno da sapata é apropriada. O que leva a:

$$N_m = \frac{1}{\beta} + KN_c^* \quad (\leq N_c^*) \quad (52)$$

Vesic (1975) cita ainda em seu trabalho que o problema de maior interesse é saber a capacidade de carga do solo quando tem-se um solo que possua a parcela de atrito e o intercepto coesivo, ϕ e c . Estudos experimentais (Tcheng, 1957; e Vesic, 1970, apud Vesic, 1975) mostraram que o modo de ruptura nesses casos é essencialmente por puncionamento, nas linhas verticais ao longo do seu perímetro.

Rahimi *et al.* (2022) apresentaram uma nova correlação para avaliar a capacidade de carga de uma sapata corrida localizada sobre um solo com duas camadas de solo coesivo-friccional, baseado em observações de doze modelos físicos, análises numéricas correspondendo aos experimentos e pesquisas prévias.

Os autores consideraram a camada superior composta por um material mais fraco que o material inferior, fundação superficial sem embutimento, sem influência do nível d'água.

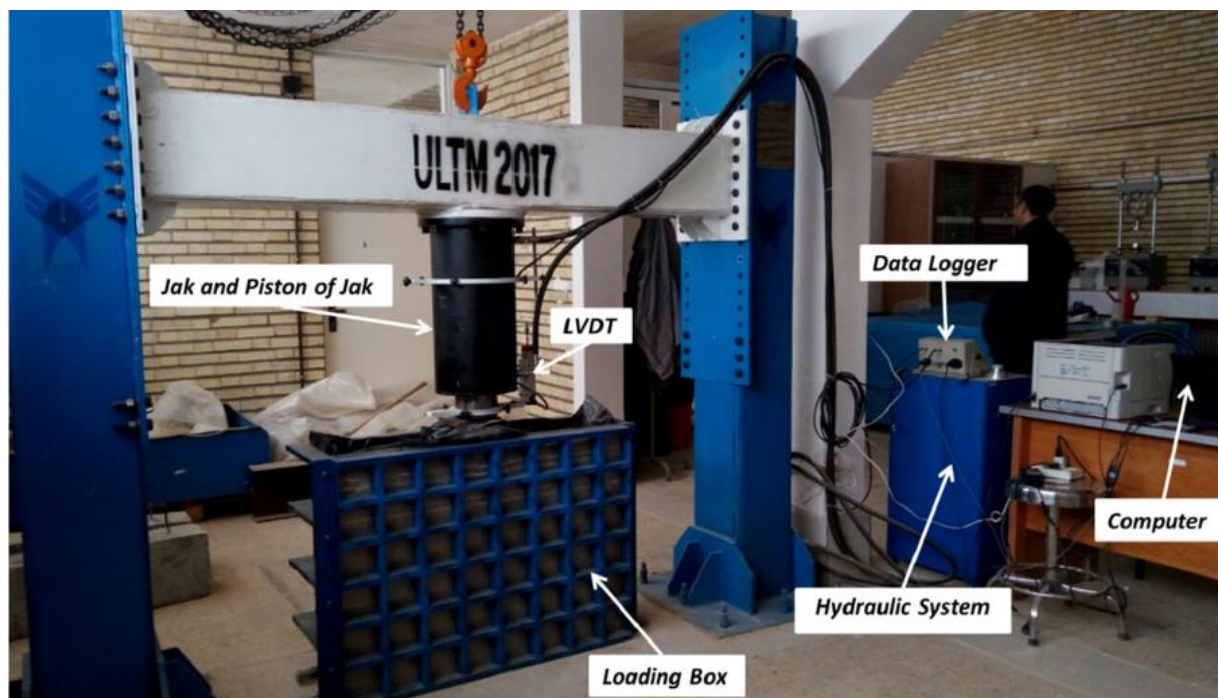


Figura 17 – Fotografia do sistema de carregamento utilizado no estudo em escala reduzida (Rahimi *et al.*, 2022)

Os autores apresentaram as seguintes equações de capacidade de carga (q_{ult} em kN/m^2) para diferentes relações entre a altura da primeira camada (h_1) e a largura da fundação (B):

Para $h_1/B = 0$:

$$q_u = q_b = \frac{1}{2}\gamma_2 B N_{\gamma_2} + \left[1 + \alpha \left(\frac{B}{L}\right)\right] c_2 N_{c_2} \quad (53)$$

- Se $B = 1$ m, então $\alpha = 0,1$; e
- Se $B \geq 2$ m, então $\alpha = 1$.

Onde:

- q_b é a capacidade de carga última da camada de solo inferior;
- q_t é a capacidade de carga última da camada de solo superior; e
- Os índices 1 se referem a camada de solo superior e os índices 2 se referem a camada de solo inferior.

Para $0 < h_1/B < 1,5$:

$$q_u = q_t + (q_b - q_t) \left[1 - \left(\frac{\beta h_1}{B}\right)\right]^2 \quad (54)$$

$$q_t = \frac{1}{2}\gamma_1 B N_{\gamma_1} + \left[1 + \alpha \left(\frac{B}{L}\right)\right] c_1 N_{c_1} \quad (55)$$

$$q_b = \frac{1}{2}\gamma_2 B N_{\gamma_2} + \left[1 + \alpha \left(\frac{B}{L}\right)\right] c_2 N_{c_2} + h_1 \gamma_1 N_{q_2} \quad (56)$$

- Se $B = 1$ m, então $\alpha = 0,1$ e $\beta = 1,2$; e
- Se $B \geq 2$ m, então $\alpha = 1$ e $\beta = 1,2$.

Para $h_1/B \geq 1,5$:

$$q_u = q_t = \frac{1}{2}\gamma_1 B N_{\gamma_1} + \left[1 + \alpha \left(\frac{B}{L}\right)\right] c_1 N_{c_1} \quad (57)$$

- Se $B = 1$ m, então $\alpha = 0,1$; e
- Se $B \geq 2$ m, então $\alpha = 1$.

Os valores de α são lineares para $1 < B < 2$.

Os resultados dos autores mostraram que a correlação proposta pode avaliar a capacidade de carga para várias sapatas corridas sobre solo com duas camadas de areia com relativa boa acurácia, o que a torna confiável. Os autores também observaram que o mecanismo de ruptura sofreu alteração de acordo com a espessura da camada superior.

Para valores de $h_1/B = 0,5$, o mecanismo de ruptura foi o de puncionamento passando pela primeira camada e continuando com generalizado pela segunda camada. Com o crescimento da primeira camada, com $h_1/B = 1$, o mecanismo de ruptura passou a ser o generalizado para as duas camadas. Para valores de $h_1/B > 1,5$, a contribuição da primeira camada se sobrepõe à segunda camada, comandando o critério de ruptura.

Singh e Roy (2021) realizaram um estudo numérico, utilizando o programa Plaxis-3D, avaliando a capacidade de carga de fundações circulares sob a ação de carregamentos inclinados, considerando duas camadas de solos conforme indicado a seguir: (1) camada de areia densa sobre argila mole; (2) camada de areia densa sobre areia fofa; (3) camada de argila rija sobre argila mole; e (4) camada de areia fofa sobre areia densa.

A Figura 18 apresenta os padrões de ruptura da camada para a variação da inclinação do carregamento em relação a vertical, ângulo α , para o estudo citado acima.

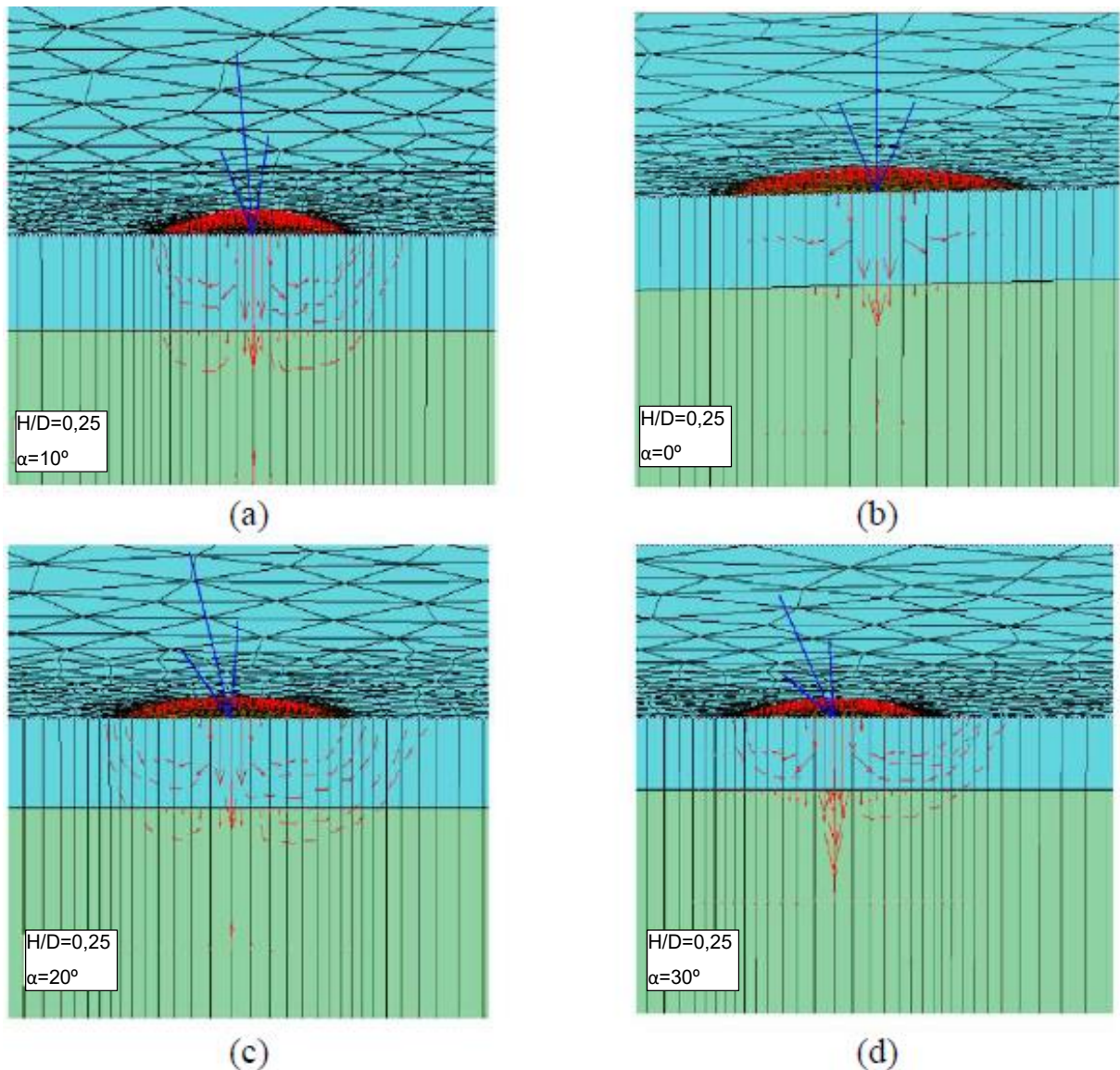


Figura 18 – Padrões de ruptura da camada de solo para os seguintes vetores de carregamento: (a) $\alpha = 0^\circ$; (b) $\alpha = 10^\circ$; (c) $\alpha = 20^\circ$; e (d) $\alpha = 30^\circ$. Onde α é o valor da inclinação do carregamento em relação a vertical, H é a altura da camada superior de solo e D é a largura da base da fundação (adaptado de Singh e Roy, 2021).

Os autores variaram a espessura da camada superior e concluíram que ao se aumentar a espessura da areia mais densa, a capacidade de carga do solo aumenta. A capacidade de carga do solo diminui ao se aumentar a inclinação do carregamento. O aumento do ângulo de atrito da camada de areia aumenta a capacidade de carga do solo. Os autores relatam que o modo de ruptura por punção foi observado em camadas de areia média.

Eshkevari *et al.* (2019) estudaram sapatas corridas e mostraram que para um solo arenoso estratigráfico (duas camadas – superior com maior resistência que a inferior), nos casos em que a camada superior não tiver uma espessura suficiente para que a ruptura do solo seja por cisalhamento generalizado, um modo de ruptura transicional, entre o puncionamento e o generalizado, irá governar a ruptura. Os autores observaram ainda que utilizar modelos de capacidade de carga do solo baseados na ruptura generalizada é superestimar a capacidade de carga para os casos de transição. E, para corrigir isso, propuseram um novo método para calcular a carga de ruptura, aplicáveis para sapatas corridas de superfície rugosa.

Ghazavi e Eghbali (2013) apresentaram um novo método para o cálculo da capacidade de carga última para solos estratificados de múltiplas camadas, para sapatas corridas. O método utiliza uma abordagem de média geométrica com o ângulo de atrito do solo. Os autores utilizaram métodos numéricos baseados em elementos finitos e dados experimentais para validar o método, tendo uma melhor concordância quando a diferença entre os ângulos de atrito de cada camada é menor.

Bowles (1997) apresentou alguns estudos da capacidade de carga para duas camadas de solos (Meyerhof e Brown, 1967, apud Bowles, 1997) e o trabalho de Valsangkar e Meyerhof (1979, apud Bowles, 1997) que apresentam fórmulas para o cálculo da capacidade de carga de solos com múltiplas camadas, solos ϕ - c. Bowles (1997) cita que é mais comum se considerar o solo em duas camadas por conta de sua resistência, mas que em alguns casos, como nos depósitos glaciais, é necessário utilizar várias camadas para o cálculo a capacidade de carga do solo.

1.4.5 Influência de uma camada fraca de areia na capacidade de carga de uma fundação

Valore *et al.* (2017) estudaram a influência de uma camada com menor compacidade num maciço de solo em areias densas, o que representaria uma inconsistência geológica no perfil do solo, apontado por diversos autores que teriam um efeito potencial na segurança nas fundações e até em barragens, por exemplo.

Por meio de ensaios experimentais em um modelo em escala reduzida, para sapatas corridas, os autores verificaram que a camada com menor compacidade

influência tanto no modo de ruptura (Figura 19) como a capacidade de carga última da fundação, se a profundidade não exceder quatro vezes a menor largura da fundação (B). E observaram experimentalmente também que a capacidade de carga última pode atingir uma redução de 80% de acordo com a camada mais fraca de areia.

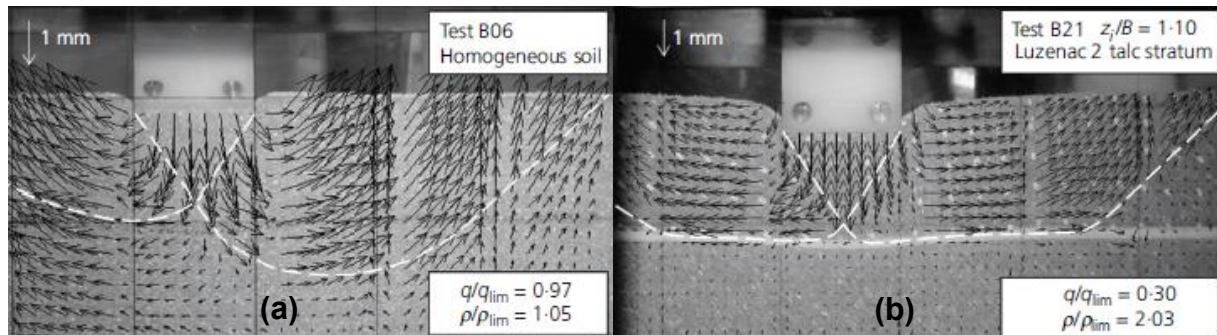


Figura 19 – Ensaio em modelos físicos: (a) Solo homogêneo; e (b) Solo não homogêneo com a influência de uma camada mais fraca (Valore *et al.*, 2017).

O mesmo problema foi verificado em ensaios em centrífugas à 25g e 40g (Ziccarelli *et al.*, 2017), que confirmaram que o mecanismo de ruptura é governado essencialmente pela presença de uma camada de solo “mais fraca”, desde que a sua profundidade não exceda um valor crítico de duas a quatro vezes a largura da base (B) e destacaram que os efeitos de escala envolvendo a capacidade de carga última está relacionada principalmente com o nível de tensão efetiva média no solo, abaixo da fundação e no seu entorno. Posteriormente, Ziccarelli e Rosone (2021) que participaram dos estudos referenciados acima, realizaram um estudo por meio de elementos finitos no software Plaxis 2D, analisando novamente a influência de uma camada “mais fraca” de areia em depósitos de areias densas, para fundações superficiais. Seus resultados obtidos também mostraram que essa camada “mais fraca” de solo influencia bastante tanto o mecanismo de ruptura do solo quanto a capacidade de carga última da fundação, chegando a até 90% de redução (Figura 20).

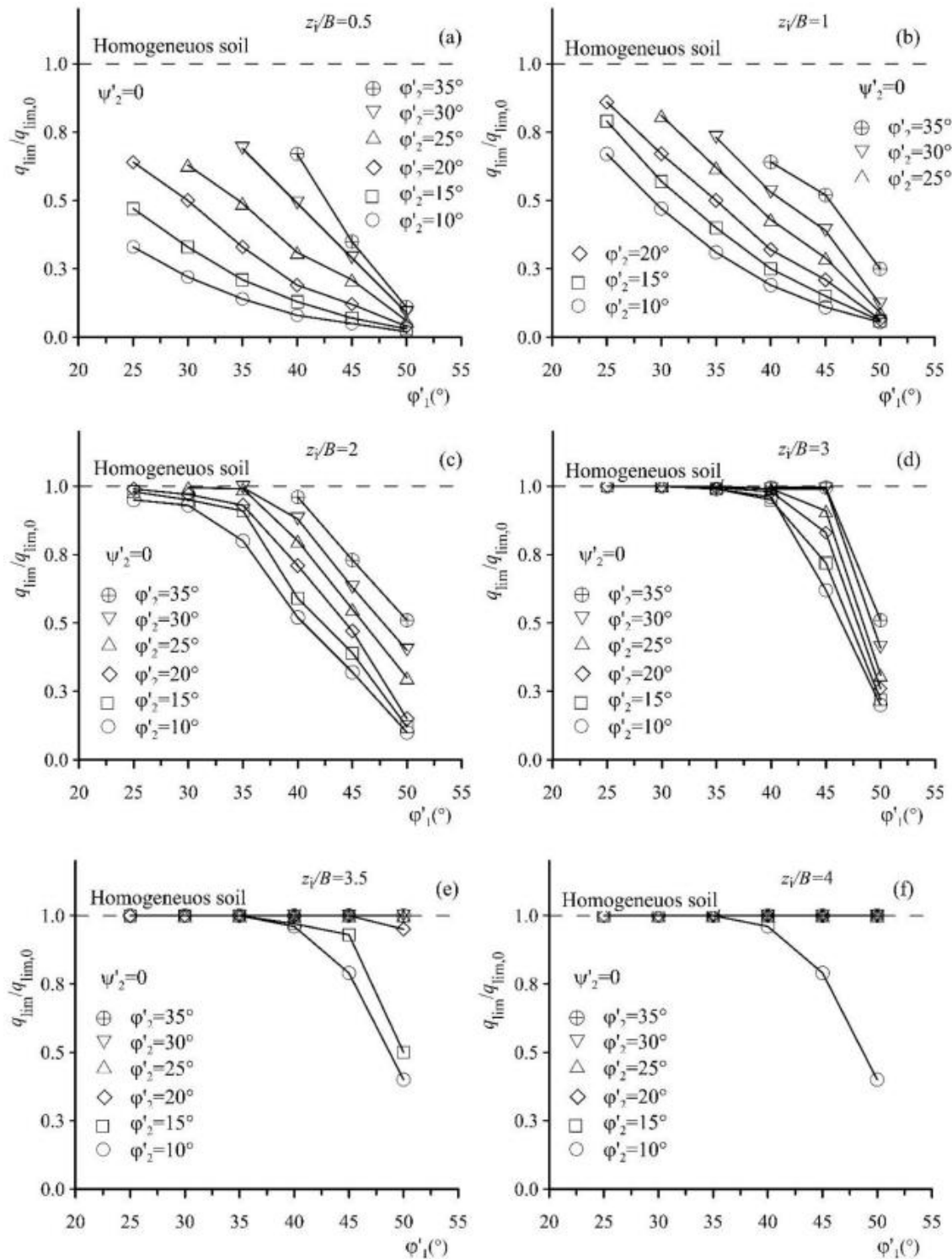


Figura 20 – Capacidade de carga normalizada ($q_{lim}/q_{lim,0}$) como uma função do ângulo de atrito do maciço (ϕ'_1), para diferentes ângulos de atrito da lente de material mais fraco e profundidade da lente normalizada z/B . (Ziccarelli e Rosone, 2021).

É possível observar na Figura 20 que o eixo vertical é referente a razão entre a capacidade de carga (q_{lim}) na situação com uma lente de areia de menor compacidade no maciço de solo e a capacidade de carga para a situação do maciço de solo homogêneo ($q_{lim,0}$). Quanto mais próximo do valor 1,0, mais próximo da situação de maciço homogêneo. No eixo horizontal é referente ao ângulo de atrito do maciço do solo, camada principal (ϕ'_1). Os valores das funções apresentadas são referentes ao ângulo de atrito da lente de areia de menor compacidade, conforme legenda em cada gráfico (ϕ'_2). São apresentados seis gráficos, identificados pela profundidade relativa (em função da largura B da fundação – z_i/B), variando de 0,5 até 4,0.

As situações com menor valor de ϕ'_2 apresentam a maior perda de capacidade de carga do maciço como um todo (valores mais próximos de zero do que 1,0), ou seja, quanto maior a diferença entre ϕ'_1 e ϕ'_2 . E, quanto maior z_i/B , menor a influência da lente de areia na capacidade de carga do maciço, como é possível observar na Figura 20.

2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

2.1 Teoria e História do Método dos Elementos Finitos

A partir de meados do século XX, com trabalhos independentes e quase simultâneos do Professor John Argyris, Imperial College em Londres, e de um grupo de engenheiros da Boeing, o Método dos Elementos Finitos (MEF) começou a ganhar projeção internacional, embora o trabalho considerado pioneiro do método seja atribuído ao engenheiro alemão Richard Courant, publicado em 1943, que tratava sobre um problema de torção de Saint-Venant (Vaz, 2011).

O MEF foi impulsionado pelo uso de computadores em universidades, centros de pesquisa e na grande indústria. Desta forma, sua aplicação, que se iniciou em análise estática de estruturas de comportamento linear elástico, foi estendida para à análise de estruturas com não linearidade física e geométrica e à análise dinâmica de estruturas. Logo, o MEF penetrou para outras áreas, como a engenharia geotécnica, a interação fluido-mecânica e as análises de fluxo térmico e hidráulico. Vaz (2011) apresenta uma breve história sobre o desenvolvimento do MEF no Brasil e no mundo, mais voltado para a área de engenharia estrutural.

De acordo com Burland (1987) e posteriormente mais bem desenvolvido em Burland (2012), o Triângulo de Burland ou como diz o autor, Triângulo Geotécnico, representando na Figura 21, apresenta quatro aspectos principais na engenharia geotécnica. São eles:

- Perfil estratigráfico do solo;
- Comportamento medido ou observado do solo;
- Modelo apropriado do solo; e
- Procedimentos empíricos e experiência.

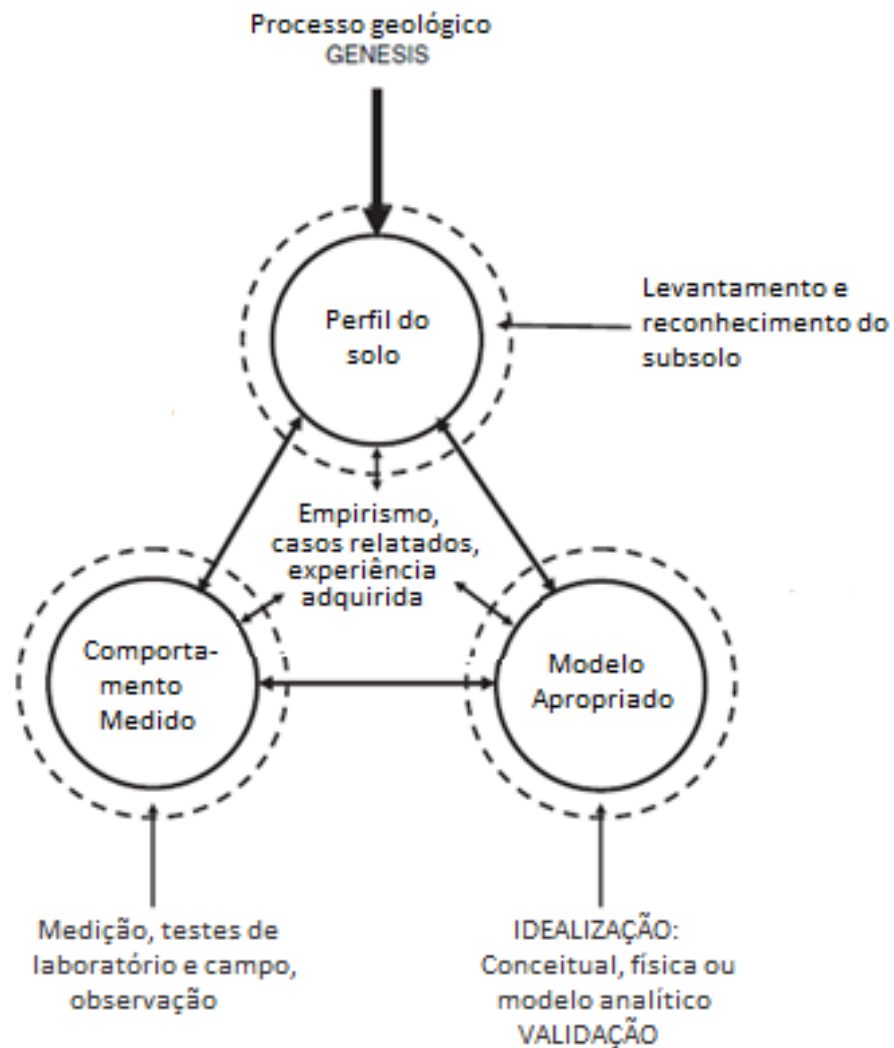


Figura 21 – Triângulo geotécnico, mais conhecido como Triângulo de Burland (adaptado de Burland, 2012)

Em resumo, cada aspecto do triângulo está associado a um tipo distinto de atividade com saídas diferentes. Cada atividade tem uma metodologia distinta, com um rigor próprio, estando interligado com as outras atividades. A abordagem de Terzaghi à geotecnia revela uma coerência e integração, que se reflete em um equilíbrio do triângulo.

O Triângulo de Burland fornece um *aide-mémoire* ao abordar problemas de engenharia do solo, seja em viabilidade, projeto, construção, investigação ou ensino.

Aide-mémoire - substantivo masculino

Tudo o que serve para ajudar a memória (lembretes, associações evocativas etc.); pró-memória.

Desta forma, o MEF consiste em dividir o domínio do problema em partes menores, chamadas de elementos finitos, que são representados por um conjunto das equações governantes dos problemas físicos. As equações matemáticas que regem o comportamento físico não são resolvidas de maneira exata, mas de forma aproximada. Permitindo, assim, a representação precisa de geometrias complexas, a inclusão de materiais de propriedades distintas e a identificação de efeitos localizados, por exemplo.

A precisão do MEF depende da quantidade de nós e elementos, do tamanho e dos tipos de elementos da malha. Resultados mais acurados são esperados quando da utilização de uma malha mais refinada de elementos, mas maior será o tempo de processamento computacional.

Os softwares de simulação computacional buscam aprimorar as análises abordadas pelo MEF, melhorando a escolha dos tipos e a geração da malha de elementos, as técnicas de solução e os critérios de convergência.

2.2 Considerações numéricas no fator de capacidade de carga N_γ

Desde a proposta de Terzaghi para a equação da capacidade de carga, equação (2), vários estudos foram realizados de forma a validar os fatores de capacidade de carga. O procedimento mais aceito para validar os fatores provém do método característico (Sokolovskii, 1963, apud Frydman e Burd, 1995), cuja solução foi baseada na teoria da plasticidade, assumindo que o solo possui comportamento de um material com regra de fluxo associado (ângulo de atrito igual a dilatância). Essa lei de fluxo é frequentemente utilizada em modelos de solos, onde a plasticidade dos materiais é importante para prever o comportamento do solo sob diferentes condições de carga e confinamento. A plasticidade não associada (ângulo de atrito diferente da dilatância) é uma lei de fluxo que não envolve a associação de partículas, permitindo que diferentes partículas possam fluir de maneira independente.

O método característico fornece valores exatos para os fatores N_c e N_q , ao tratar o solo como sem peso. As soluções são obtidas ao se identificar uma envoltória na zona plástica, dentro da qual as equações de equilíbrio e condições de ruptura são satisfeitas. Se identificada uma solução estática admissível, esta será, portanto, uma

solução de limite inferior. As soluções precisam ser cinematicamente admissíveis, sendo, portanto, uma solução de limite superior. Para um solo sem peso, essa solução é matematicamente encontrada sem problema, ao se tratar o solo como um material dilatante.

Uma dificuldade fundamental na aplicação do método característico quando na utilização do peso do solo é que o sistema tem que ser tratado separadamente, condição estática e cinemática. Para evitar essa dificuldade, uma tentativa foi feita por James *et al.* (1972, apud Frydman e Burd, 1995), ao tentar desenvolver uma iteração no campo tensão e deformação que fosse sistematicamente dependente uma da outra. Entretanto, conforme apontado por Frydman e Baker (1981, apud Frydman e Burd, 1995), essa abordagem é inadequada, pois o estático e o cinemático de um ponto do solo não podem ser desassociados, devendo ser satisfeitos simultaneamente.

Uma outra questão envolvendo o método característico é quando se assume a fundação com rugosidade em sua base. Neste caso, se espera um aumento de N_y , mas não se sabe precisamente a condição de contorno que deverá ser aplicada na fundação. Esse assunto foi discutido por diversos autores e até hoje não há uma avaliação mais acurada. Bowles (1997), por exemplo, após uma verificação em publicações de diversos autores, mostrou que para $\phi = 40^\circ$, a variação de N_y fica entre 38 e 192. Estimativas de N_y mais atuais, em especial Diaz-Segura (2013) e Motra *et al.* (2016), foram apresentadas no subitem 1.2.

A maioria das soluções existentes assumem que o comportamento do solo possui regra de fluxo associado a um material plástico, com o ângulo de dilatância, ψ , igual ao ângulo de atrito, ϕ . Embora esta suposição seja requerida para que o teorema limite seja válido, é de amplo conhecimento que em solos reais, o ângulo de dilatância é geralmente muito inferior ao ângulo de atrito.

Uma série de métodos de cálculo da capacidade de carga foi descrito por Griffiths (1982, apud Frydman e Burd, 1995) que utilizou um algoritmo visco-plástico para obter as soluções para cada um dos fatores de capacidade de carga (N_q , N_c e N_y). Segundo o autor, o cálculo de N_y geralmente requisitou substancialmente maior esforço computacional comparado ao cálculo dos outros fatores de capacidade de carga. A convergência do resultado se tornou mais lenta à medida que o ângulo de atrito aumentava, o que levou ao autor concluir que para valores de ângulo de atrito

superiores a 35° , que o algoritmo visco-plástico utilizado para o cálculo não era adequado.

Uma tentativa de utilizar método de elementos finitos para avaliar a capacidade de carga para ângulos de atrito de 40° foi descrito por Borst e Vermeer (1984, apud Frydman e Burd, 1995). As análises dos autores foram baseadas em solos coesivos e não avaliaram N_v diretamente. Um aspecto interessante do resultado dos autores foi que as soluções foram estáveis para o caso de regra de fluxo associado ($\psi = \phi$), e que a introdução de regra de fluxo não associado ($\psi \neq \phi$) acarretou instabilidade numérica, e que para os casos em que o ângulo de dilatância foi igual a zero, a solução não pode ser obtida.

Existem várias abordagens para avaliar a influência de N_v utilizando modelos constitutivos com regra de fluxo não associados ($\psi \neq \phi$). Frydman e Burd (1997) e Erickson e Drescher (2002) estudaram o efeito do ângulo de dilatância em N_v para sapatas corridas e circulares, respectivamente, utilizando modelos Mohr-Coulomb com regra de fluxo não associados. Os autores descobriram que o efeito do ângulo de dilatância é desprezível para ângulo de atritos baixos, mas muito importantes para ângulos de atrito superiores a 35° , especialmente nos casos de fundações circulares. Entretanto, Yamamoto *et al.* (2009) alerta que os referidos estudos numéricos são limitados pelo fato de o modelo de Mohr-Coulomb não capturar suficientemente bem o comportamento da tensão e da densidade da areia devido a sua compressibilidade.

2.3 Software utilizado – Rocscience RS2

O RS2 é um programa para análise de elementos finitos 2D de estruturas geotécnicas para aplicações civis e de mineração. Aplicável para rocha e solo (RS2 = programa de análise bidimensional de rocha e solo). É um programa de análise de elementos finitos de uso geral para projeto de túneis e suportes, escavações subterrâneas, escavações de superfície, estabilidade de taludes, aterros, análise dinâmica, fundações, consolidação, infiltração de águas subterrâneas, entre outros.

O modelo utilizado no programa é o Mohr-Coulomb no contexto de geomateriais e em particular, de solos. A especificação do modelo e seus critérios de resultados normalmente envolvem a hipótese de Coulomb, que postula uma relação

linear entre a resistência à tensão de cisalhamento (τ) em um plano e a tensão normal (σ_n) agindo sobre ele.

$$\tau = c + \sigma_n \tan \varphi \quad (58)$$

Onde c é a coesão e φ o ângulo de atrito interno.

O programa possui o comportamento mecânico do material com os seguintes recursos:

- isotrópico com resistência ao cisalhamento (pico e residual) que possui propriedades coesivas e friccional, e aumento linear com a tensão/confinamento;
- resistência à tração; e
- dilatância (aumento do volume) ou estado crítico (volume constante) na ruptura.

Em termos dos invariantes de tensão, I_1 e J_2 , a superfície produzida considerando o círculo que representa o estado de tensões e os critérios de ruptura das tensões admissíveis por Mohr-Coulomb, podem ser expressas por:

$$F_s = \frac{I_1}{3} \sin \varphi + \sqrt{J_2} \left[\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \sin \varphi \right] - c \cos \varphi = 0 \quad (59)$$

Conforme cita o fabricante, o modelo é bem adequado para avaliação da estabilidade geotécnica em problemas que não incluam uma variação muito grande da tensão/confinamento.

O RS2 aceita valores de pico e residual para os valores de coesão e ângulo de atrito. Isso significa que após atingir o pico de resistência, seu valor cai instantaneamente para um valor abaixo do pico até o valor residual. O modelo Mohr-Coulomb no programa RS2 é um material elástico-frágil-plástico em geral. Nos casos em que o valor residual é o mesmo que o valor de pico, o comportamento do material é elástico perfeitamente plástico.

A função potencial plástica tem o mesmo formato que a da superfície de ruptura (equação (59)):

$$Q_s = \frac{I_1}{3} \sin \psi + \sqrt{J_2} \left[\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \sin \psi \right] = \text{constante} \quad (60)$$

Onde o ângulo de dilatância, ψ , deve ser igual ou inferior ao ângulo de atrito, o que torna o modelo com regra de fluxo associado ou não associado, respectivamente.

A Figura 22 apresenta a entrada das propriedades dos materiais. No caso, com os valores padrão do programa, lida-se com um critério de ruptura Mohr-Coulomb, com um material elástico perfeitamente plástico.

Type	Data
Material Type	Plastic
Peak Strength	
Peak Tensile Strength (kPa)	0
Peak Friction Angle (degrees)	35
Peak Cohesion (kPa)	10.5
Residual Strength	
Residual Tensile Strength (kPa)	0
Residual Friction Angle (degrees)	35
Residual Cohesion (kPa)	10.5
Dilation Angle (degrees)	0

Figura 22 – Entrada das propriedades dos materiais do programa RS2, valores padrão. Material elástico perfeitamente plástico.

3 ESTUDO PROPOSTO E CALIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

3.1 Estudo proposto

Pretende-se analisar o comportamento geotécnico de uma fundação superficial (sapata corrida) assente na superfície de um solo arenoso, no qual há a presença de uma lente de um material também arenoso com menor compacidade. A Figura 23 ilustra o esquema do estudo proposto:

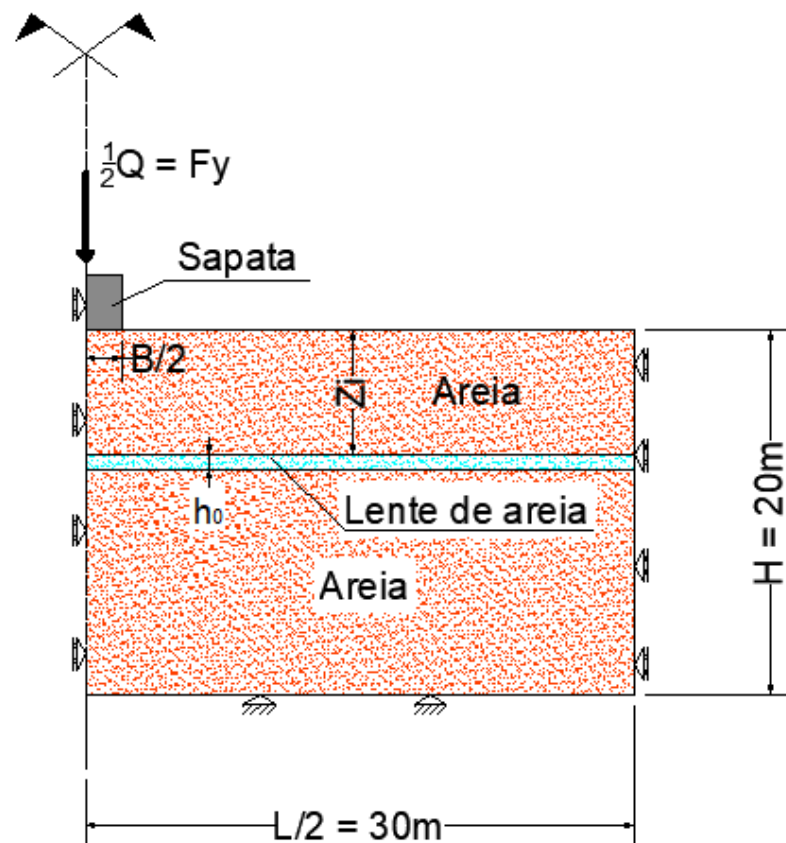


Figura 23 – Representação do estudo proposto.

A lente de material arenoso com menor compacidade está a uma profundidade Z_i (m) da superfície do terreno, com uma espessura h_0 (m). A fundação tem largura B . O carregamento aplicado é vertical e centralizado, representado pelo vetor Q . O solo

foi considerado (as duas camadas) como seco, homogêneo e isotrópico. Logo, não há poropressão e seu valor é zero. O valor de B adotado é de 1,00 metro.

Primeiro o modelo foi considerado homogêneo, sem considerar a lente de areia com menor compacidade, de forma a validar o modelo numérico pelo valor de N_y . Após a validação do modelo, foram realizados os estudos com a influência da lâmina de areia de menor compacidade variando sua profundidade (Z_i) e espessura (h_0).

O valor de N_y foi calculado utilizando a equação (11). Considerando fundação superficial (sem carregamento q distribuído ao lado da fundação), solo sem coesão, EPD, carregamento centrado e não inclinado, a equação pode ser reduzida para:

$$q_0 = \frac{1}{2} \gamma B N_y \xi_{yc} = \frac{Q}{B} \quad (61)$$

Rearranjando a equação, pode-se escrever que:

$$N_y = \frac{4F_y}{B^2 \gamma \xi_{yc}} \quad (62)$$

A partir da carga de ruptura obtida no modelo numérico, F_y , é possível calcular o valor de N_y . A carga de ruptura é obtida por meio gráfico, pois para cada deslocamento imposto a sapata no modelo numérico é obtido um valor de carga.

3.1.1 Geometria

Devido à simetria da sapata, apenas metade de todo o domínio foi modelado, para reduzir o esforço computacional. As medidas utilizadas para o domínio foram 30 m na horizontal e 20 m na vertical. Os valores foram utilizados tomando como exemplo os trabalhos de Kumar e Khatri (2008) e Ziccarelli e Rosone (2021), que levam em consideração a região de influência do estudo.

3.1.2 Rigidez da fundação

A fundação foi assumida como muito mais rígida que o solo, para que a análise pudesse ser realizada por controle de deslocamento (Potts e Zdravkovic, 2001), ou seja, para que não houvesse deslocamento vertical relativo entre os nós da fundação. Os nós na simetria da fundação, Figura 23, foram restringidos apenas ao deslocamento horizontal. Ao solo do lado livre da fundação não foi imposto nenhum tipo de restrição. Foi verificado, após os deslocamentos verticais impostos na fundação, que não houve deslocamento vertical relativo entre os nós da base da fundação, desta forma a interface entre fundação e solo é dita como rígida (*rough*, em inglês). Não foi utilizado elemento de interface do programa RS2 entre a estrutura e o solo.

3.1.3 Carregamento

O estudo foi planejado realizando um carregamento vertical, centralizado, no topo da sapata, a fim de verificar a carga limite do solo. Entretanto, para melhor descrever a curva tensão *versus* deslocamento, foi aplicado um deslocamento nodal no topo da sapata, sendo obtidos a força ou a tensão que é aplicada na sapata, conforme descrito nos procedimentos do programa (Rocscience, 2022).

A Figura 24 mostra o modelo numérico para o caso do solo principal com ângulo de atrito de 30°, a camada de menor compacidade com 25°, localizada a 1,50 m da superfície, com uma espessura de 30 cm. O deslocamento foi inserido em cada etapa no nó superior da sapata (identificado pela seta vermelha na figura).

Após o modelo ser calculado, foi possível obter diversas informações do modelo. Na Figura 25 é possível ver os deslocamentos totais no interior do maciço quando o centro da sapata é submetido a um deslocamento de 30 mm.

Na Figura 26 é possível extrair do modelo a reação vertical, F_y , para cada estágio do modelo. Os valores são exportados para um editor de planilhas, onde os estágios são substituídos pelos deslocamentos de cada estágio, onde é possível gerar o gráfico da Figura 27. O valor da carga de ruptura é obtido na assíntota vertical do gráfico.

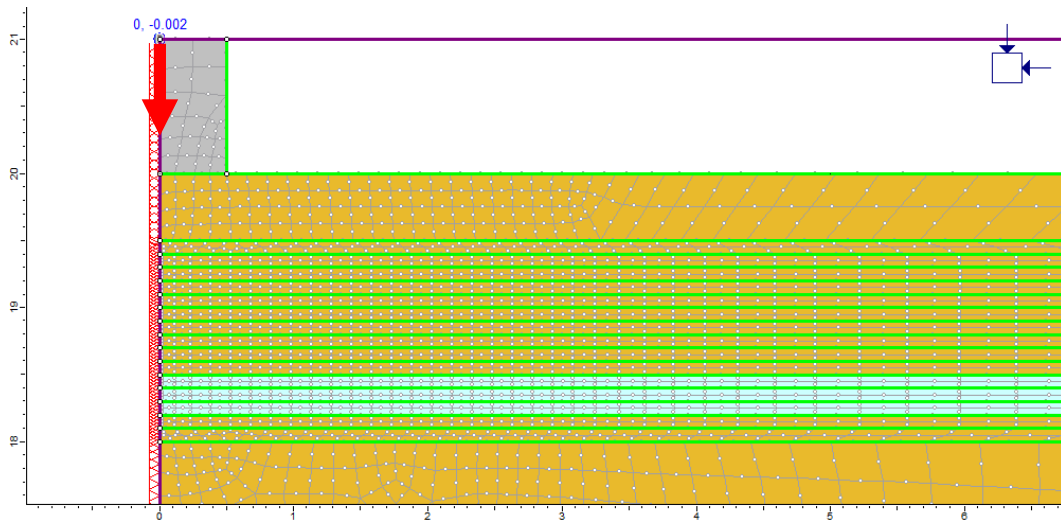


Figura 24 – Modelo numérico RS2, $\phi_1 = 30^\circ$, $\phi_2 = 25^\circ$, $Z_i = 1,50$ m, $h_0 = 0,3$ m. A seta vermelha indica o sentido e o local do deslocamento imposto ao modelo.

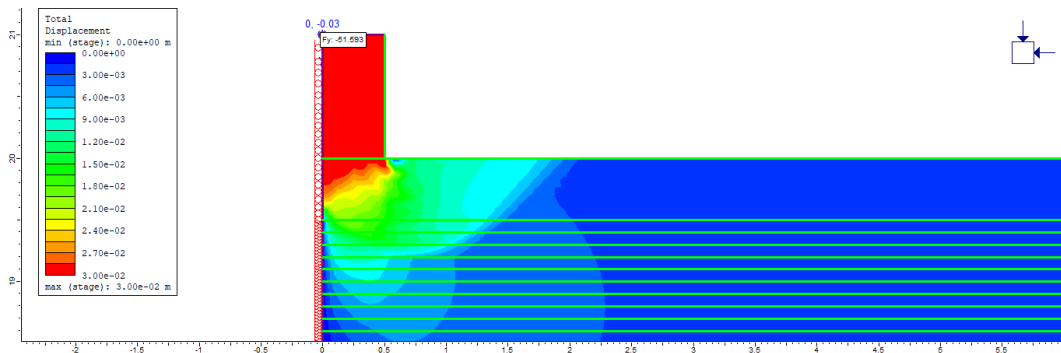


Figura 25 – Deslocamentos totais para o deslocamento de 0,03 m. Modelo numérico RS2, $\phi_1 = 30^\circ$, $\phi_2 = 25^\circ$, $Z_i = 1,50$ m, $h_0 = 0,3$ m.

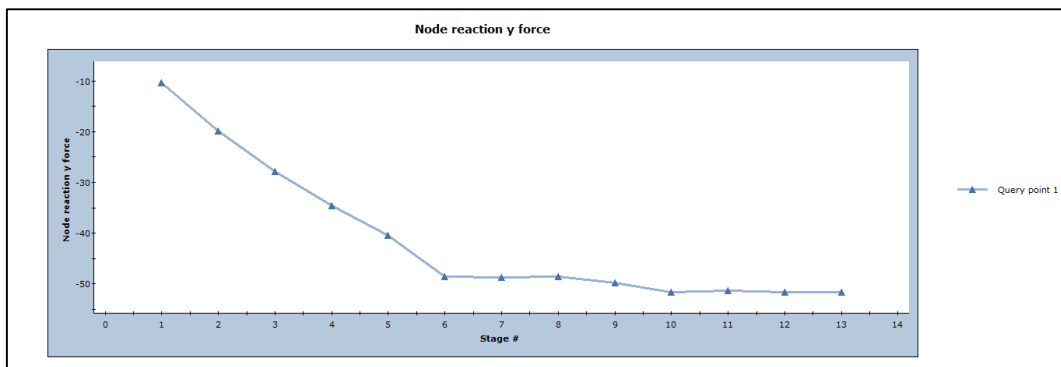


Figura 26 – Reação nodal F_y para o deslocamento imposto em cada estágio. Modelo numérico RS2, $\phi_1 = 30^\circ$, $\phi_2 = 25^\circ$, $Z_i = 1,50$ m, $h_0 = 0,3$ m.

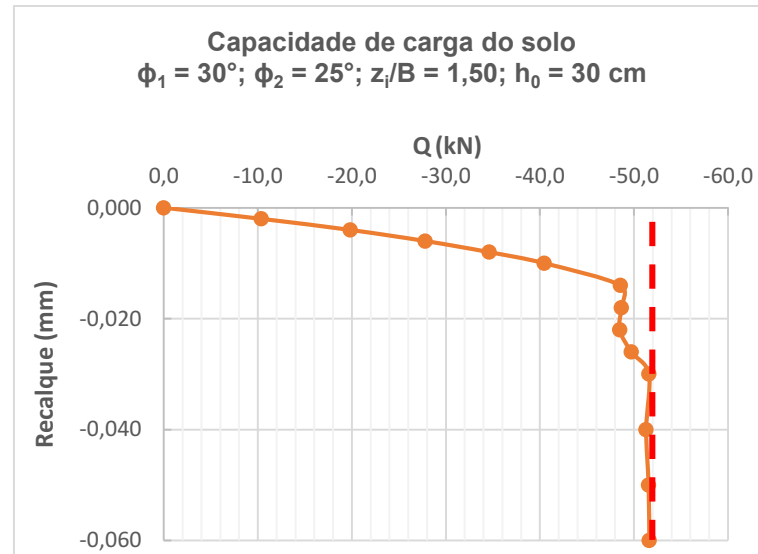


Figura 27 – Gráfico carga *versus* recalque. Modelo numérico RS2, $\phi_1 = 30^\circ$, $\phi_2 = 25^\circ$, $Z_i = 1,50$ m, $h_0 = 0,3$ m.

3.1.4 Propriedades do solo

De forma a calibrar o modelo com base numa publicação mais atual, serão utilizados parâmetros semelhantes aos de Ziccarelli e Rosone (2021), apresentados na Tabela 5:

Tabela 5 – Parâmetros mecânicos dos solos Ziccarelli e Rosone (2021).

Material	γ_d (kN/m ³)	c' (kPa)	ϕ' (°)	ψ' (°)	E' (kPa)	ν'
Areia	16	0,1	25 a 50	10 a ϕ'	20.000	0,3
Camada fraca	16	0,1	10 – 30	0 a ϕ'	2.000	0,3

Os parâmetros do solo adotados nos modelos em estudo são apresentados na Tabela 6. Os valores adotados são explicados ao longo do texto, em especial conforme as Tabela 7 até a Tabela 9.

Tabela 6 – Parâmetros mecânicos dos solos utilizados.

Material	γ_d (kN/m ³)	c' (kPa)	ϕ' (°)	ψ' (°)	E' (kPa)	ν'
Areia compacta	16	0,1	25 a 50	$= \phi' - 30$	20.000	0,3
Areia fofa	16	0,1	10 – 30	0	10.000	0,3

Sendo γ_d o peso específico seco do solo. O valor da coesão foi adotado como 0,1 kPa para evitar instabilidade numérica.

Os valores dos ângulos de atrito do solo para areias compactas foram variados de 25° até 50° e os valores para a camada de areia fofa, com menor compactidade, foram variados de 10° até 30°. O valor do coeficiente de Poisson adotado para as duas camadas foi de 0,3.

Para o ângulo de dilatância, utilizando o que foi apresentado no subitem 1.4.1, assim como os trabalhos de Mayne (2014) e Santos (2017), foi atribuído para as areias compactas para o ângulo de atrito no estado crítico um valor de 30°, desta forma o valor da dilatância será de:

$$\psi = \phi'_f - 30^\circ \quad (63)$$

Para valores negativos da equação (63), será adotado o valor de zero. Para o caso de areia fofa, a dilatância será zero.

Para o módulo de Young, foram adotados os valores sugeridos por Poulos e Davis (1980, apud Danziger e Lopes, 2021) e adaptados por Danziger e Lopes (2021).

Tabela 7 – Valores sugeridos para o módulo de Young para areias (adaptado de Danziger e Lopes, 2021).

Compacidade	Faixa de valores de N_{SPT} (ABNT NBR 6484)	E (MN/m ²)
Fofa (e pouco compacta)	≤ 8	27 – 55
Medianamente compacta	9 -18	55 – 70
Compacta	19 – 40	70 – 110

Em Vesic (1975) é apresentada a equação (64), para o cálculo do módulo de Young de solos arenosos para uma faixa de níveis de tensão variando de baixa a elevada, onde o módulo de Young aumenta com o nível de tensões (tensão normal média ou octaédrica, σ_m):

$$E = E_1 \sqrt{\frac{\sigma_m}{\sigma_1}} \quad (64)$$

Onde $E_1 = 39.180,65 \text{ kN/m}^2$ e $\sigma_1 = 104,64 \text{ kN/m}^2$.

Como a tensão normal média é considerada à profundidade de $B/2$ abaixo da base da fundação, obtida pela equação (33), o valor estimado para cada ângulo de atrito foi calculado em cerca de $E = 95.000,0 \text{ kN/m}^2$ para areias compactas e $E = 41.000,0 \text{ kN/m}^2$ para as areias fofas, na faixa encontrada na Tabela 7.

Tabela 8 – Cálculo módulo de Young para areias compactas.

ϕ (°)	$K_o = 1 - \text{sen}\phi$	$(1+2K_o)/3$	σ_m (kN/m ²)	E (kN/m ²)
30	0,500	0,667	5,33	21.447,37
35	0,426	0,618	4,94	20.643,29
40	0,357	0,571	4,57	19.857,21
45	0,293	0,529	4,23	19.097,72
50	0,234	0,489	3,91	18.374,22

Tabela 9 – Cálculo módulo de Young para areias fofas.

ϕ (°)	$K_o = 1 - \text{sen}\phi$	$(1+2K_o)/3$	σ_m (kN/m ²)	E (kN/m ²)
10	0,826	0,884	7,07	10.660,16
15	0,741	0,827	6,62	10.312,21
20	0,658	0,772	6,18	9.960,59
25	0,577	0,718	5,75	9.607,69
30	0,500	0,667	5,33	9.256,23

Os valores adotados para cada camada de areia foram mantidos constantes para todos os ângulos de atrito, sendo 20 MPa (Tabela 8) para a camada de areia compacta e 10 MPa (Tabela 9) para a areia com menor compactidade. Desta forma, não será atribuída mais uma variável ao modelo numérico além do ângulo de atrito.

3.1.4.1 Índice de rigidez

Os valores adotados no modelo foram verificados quanto à rigidez crítica (Tabela 4), e calculados pelas equações (31) e (32). Os valores assim obtidos são apresentados na Tabela 10 e Tabela 11.

Para um melhor refinamento do gráfico de validação do modelo numérico, Figura 31, a Tabela 10 teve os valores do índice de rigidez calculados para os ângulos de atrito de 46°, 47°, 48° e 49°.

Tabela 10 – Cálculo índice de rigidez ϕ_1 .

ϕ (°)	$K_o = 1 - \text{sen}\phi$	$(1+2K_o)/3$	σ_m (kN/m ²)	E (kN/m ²)	I_r	$(I_r)_{\text{crit}}$	ζ_{qc}
30	0,500	0,667	5,33	21.447,37	2678,94	151,81	1,000
35	0,426	0,618	4,94	20.643,29	2294,94	283,18	1,000
40	0,357	0,571	4,57	19.857,21	1990,88	592,13	1,000
45	0,293	0,529	4,23	19.097,72	1736,98	1441,96	1,000
46	0,281	0,520	4,16	18.949,82	1690,47	1762,77	0,977
47	0,269	0,512	4,10	18.803,44	1645,11	2174,15	0,855
48	0,257	0,505	4,04	18.658,66	1600,79	2707,14	0,742
49	0,245	0,497	3,97	18.515,56	1557,41	3405,35	0,638
50	0,234	0,489	3,91	18.374,22	1514,89	4330,89	0,545

Tabela 11 – Cálculo índice de rigidez ϕ_2 .

ϕ (°)	$K_o = 1 - \text{sen}\phi$	$(1+2K_o)/3$	σ_m (kN/m ²)	E (kN/m ²)	I_r
10	0,826	0,884	7,07	10.660,16	3287,11
15	0,741	0,827	6,62	10.312,21	2236,11
20	0,658	0,772	6,18	9.960,59	1704,30
25	0,577	0,718	5,75	9.607,69	1379,13
30	0,500	0,667	5,33	9.256,23	1156,17

Apenas os modelos com $\phi_1 > 45^\circ$ terão o valor de N_y corrigidos por ζ_{qc} .

3.1.5 Refinamento da malha de elementos finitos

Conforme trabalho de Frydman e Burd (1995), o refinamento da malha influencia na acurácia dos valores de saída em um programa de elementos finitos. Desta forma, consoante trabalho de Zicarelli e Rosone (2021), o modelo foi calibrado segundo os valores de N_y da literatura.

Um mesmo modelo foi gerado para verificar a influência de uma lente de areia variando com a profundidade relativa $z_i/B = 0,5$ a $1,5$. A espessura da lente varia de um valor relativo de $0,1B$ a $0,5B$. O modelo foi refinado nas regiões indicadas na Figura

28, de forma a ter uma qualidade de refinamento da malha boa o suficiente para atender ao estudo em questão (Figura 29). Mesmo nas regiões de refinamento mais distantes (região 1 e 2) da sapata modelada, foi verificada a necessidade de se refinar a malha, para que não houvesse elementos de qualidade ruim, que pudessem influenciar na convergência do modelo.

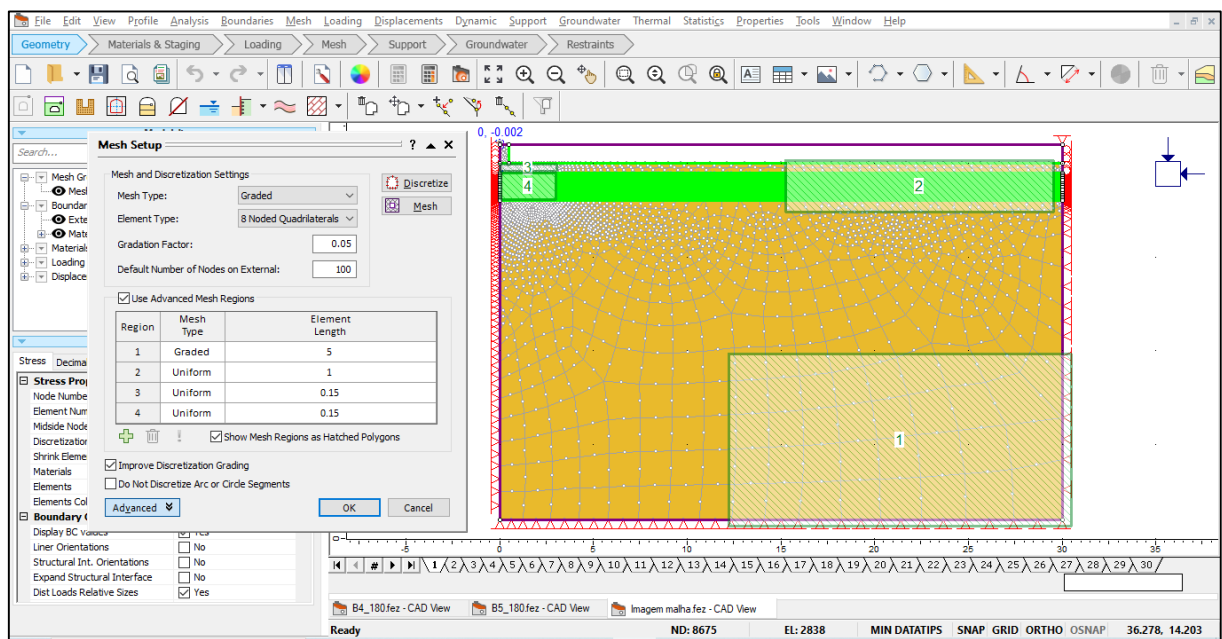


Figura 28 – Regiões de refinamento da malha.

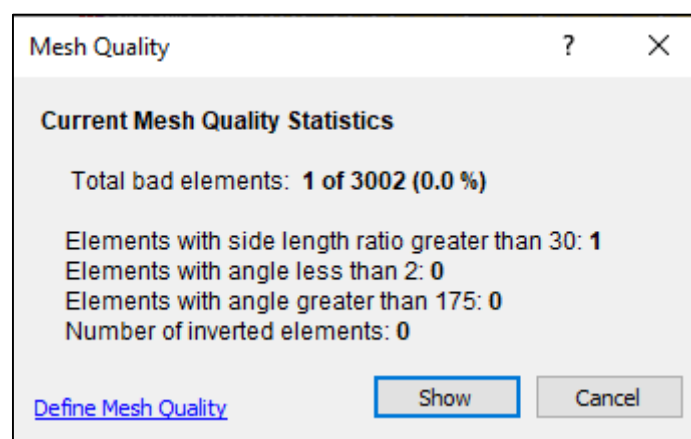


Figura 29 – Qualidade da malha de refinamento gerada.

O modelo possui 2.838 elementos, com 8.675 nós. Os elementos utilizados foram os quadrangulares de 8 nós, pois foram os que melhor responderam nos testes

iniciais quanto ao número de elementos, tempo de processamento e valores de N_y . Um único elemento de qualidade ruim foi gerado, no limite superior direito, que não influencia nos resultados do modelo.

3.1.5.1 Análise de qualidade da malha

Os testes iniciais realizados para verificar a qualidade da malha foram feitos utilizando como parâmetros os valores utilizados por Ziccarelli e Rosone (2021) para a malha de elementos finitos, tendo as seguintes características: solo arenoso homogêneo; ângulo de atrito do solo igual a 35° ; peso específico do solo igual a 16 kN/m^3 ; módulo de elasticidade do solo igual a 20 MPa ; e coeficiente de Poisson igual a $0,3$.

A priori, foram realizados teste de qualidade da malha com relação ao tipo de elemento a ser utilizado: triangular de três nós; triangular de seis nós; quadrangular de quatro nós; e quadrangular de oito nós. Assim como foram avaliadas o número de elementos da malha variando de mil a quatro mil elementos.

Os resultados iniciais não estavam sendo satisfatórios, com relação a qualidade da malha, sendo necessário para a implementação de cada variação da camada de areia de menor compacidade do solo a geração de nova malha de elementos finitos. Desta forma, a malha do subitem 3.1.5 foi definida para atender as variações de z_i/B e h_0/B , sendo refinada o suficiente para atender as variações do ângulo de atrito aplicadas neste trabalho de pesquisa.

Assim como, na fase inicial da pesquisa foram realizados testes para a implementação do deslocamento do solo. Foram testando deslocamentos impostos diretamente ao solo e a utilização de um elemento rígido o suficiente para impor apenas um ponto com deslocamento. Após diversos testes, foi verificado que o elemento rígido não sofria deformações no campo de tensões que estava atuando, desta forma, para facilitar a saída do programa e a obtenção dos dados, foi escolhida a utilização de um elemento rígido com deslocamento imposto (subitem 3.1.3).

Vale ressaltar que a forma como são aplicados os deslocamentos e a geometria dos elementos da malha refletem na necessidade do refinamento da malha em determinadas regiões, conforme exposto na Figura 28. Para valores de ângulo de atrito superiores a 35° houve a necessidade de aumentar o número de iterações da

malha de elementos finitos (de 500 até 1.000 iterações), não sendo necessária qualquer alteração na malha utilizada.

3.1.6 Condições de contorno

As condições de contorno impostas foram: nas verticais (laterais), restrição ao deslocamento horizontal; no domínio inferior, restrição ao deslocamento vertical e horizontal; nos vértices, restrição ao deslocamento horizontal e vertical, exceto no vértice do carregamento; e no domínio superior, limite do terreno, não houve restrição ao deslocamento do solo (Figura 30).

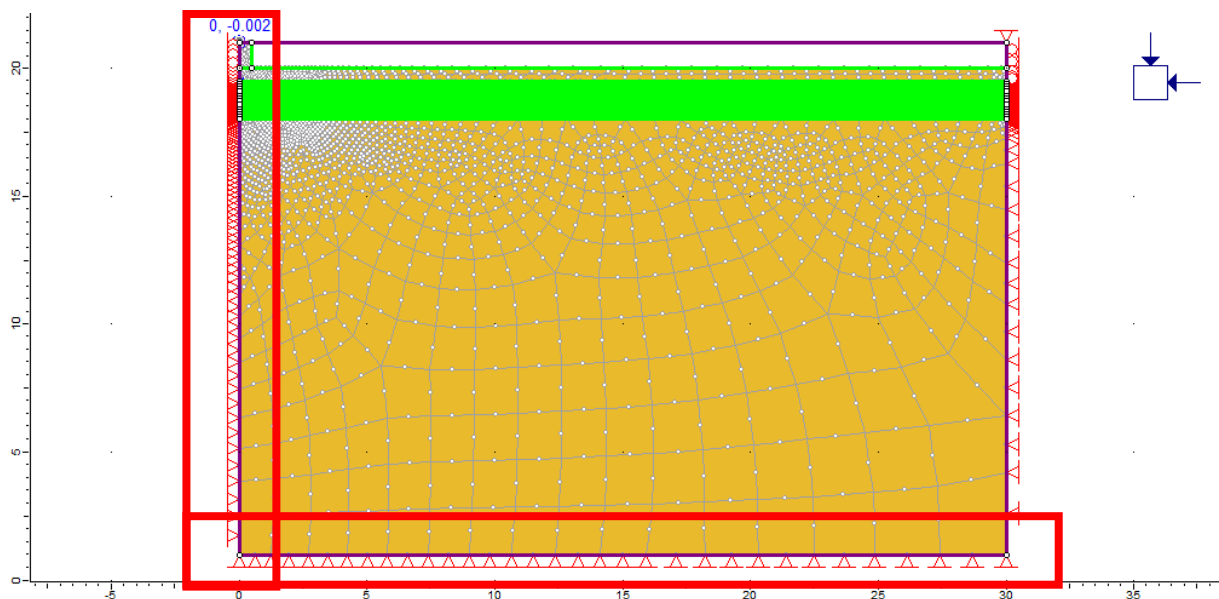


Figura 30 – Saída do programa no RS2. Destaque para as condições de contorno.

3.2 Calibração do modelo 2D

A Tabela 12 apresenta os valores de N_y calculados de alguns trabalhos bem conhecidos, assim como os valores obtidos durante a calibração do modelo numérico.

Na Figura 31 são apresentadas as representações gráficas dos valores de N_y calculados para cada autor referenciado.

Conforme já explicado no item 3.1, a equação (62) apresenta a forma como foi calculado o fator N_y . Do modelo numérico é obtido o valor de F_y , e com os parâmetros do solo e da fundação, N_y é calculado.

Tabela 12 – Valores de N_y de diversos autores e ângulos de atrito.

Fator de Capacidade de Carga - N_y							
ϕ (°)	Terzaghi, 1943	Vesic, 1973	Meyerhof, 1963	Brinch Hansen, 1970	Kumar e Kouzer, 2008	Salgado, 2008	MEF (B=1m) - $\phi \neq \psi$
25	9,04	10,88	6,77	6,76	7,58	6,27	5,32
30	18,09	22,40	15,67	15,07	17,02	14,40	13,31
35	38,79	48,03	37,15	33,92	39,76	33,68	33,52
40	91,14	109,41	93,69	79,54	99,84	83,26	83,85
45	241,72	271,75	262,74	200,81	281,50	226,37	213,14
50	758,72	762,86	873,86	568,57	953,26	714,37	1231,97

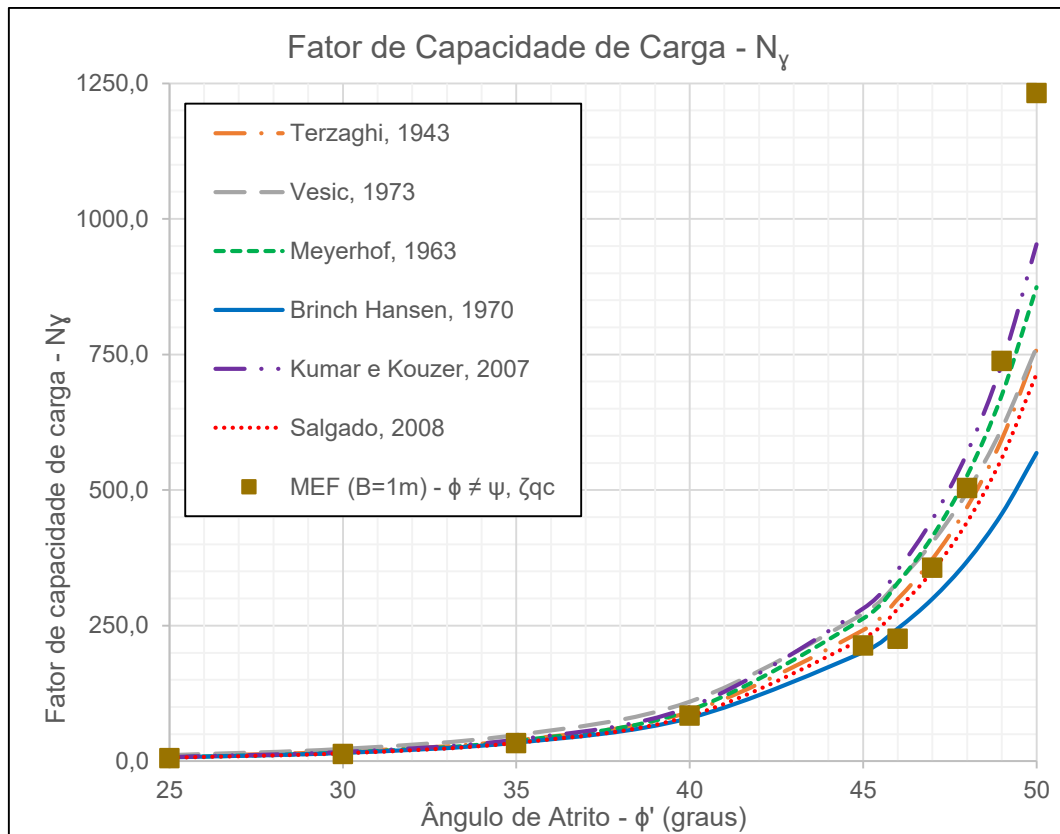


Figura 31 – Validação do modelo numérico com relação aos valores de N_y da literatura.

O modelo apresenta boa convergência para valores de ϕ , para a camada principal entre 25° até 45°.

Para os valores de ângulo de atrito entre 45° e 50°, a Tabela 13 apresenta os valores de N_y apenas do modelo numérico corrigidos por ζ_{qc} , para uma melhor observação. Como pode ser visto na Figura 32, para os valores de 45° até 50° o modelo apresenta uma modificação da tendência de valores menores, próximos à Brinch Hansen (1970), para uma tendência de aumento de N_y , em virtude do fator de correção de compressibilidade, ζ_{qc} . Desta forma, o valor de N_y para $\phi = 50^\circ$ se apresenta superior à Kumar e Kouzer (2008), por exemplo.

Observando a equação (62), observa-se que o fator de compressibilidade, ζ_{qc} , está no denominador, logo os seus valores apresentados na Tabela 10, quando menores que a unidade, resultam no aumento do valor calculado de N_y .

Tabela 13 – Valores de N_y para ϕ entre 45° e 50°, corrigidos por ζ_{qc} .

ϕ (°)	Vesic, 1973	Brinch Hansen, 1970	Kumar e Kouzer, 2008	MEF (B=1m) - $\phi \neq \psi$, ζ_{qc}	MEF (B=1m) - $\phi \neq \psi$ Não corrigido	ζ_{qc}
45	271,75	200,81	281,50	213,14	213,14	1,000
46	330,34	244,65	353,04	225,53	220,34	0,977
47	403,65	299,52	446,27	357,02	305,25	0,855
48	496,00	368,67	569,02	503,71	373,75	0,742
49	613,14	456,40	732,56	738,24	471,00	0,638
50	762,86	568,57	953,26	1231,97	671,43	0,545

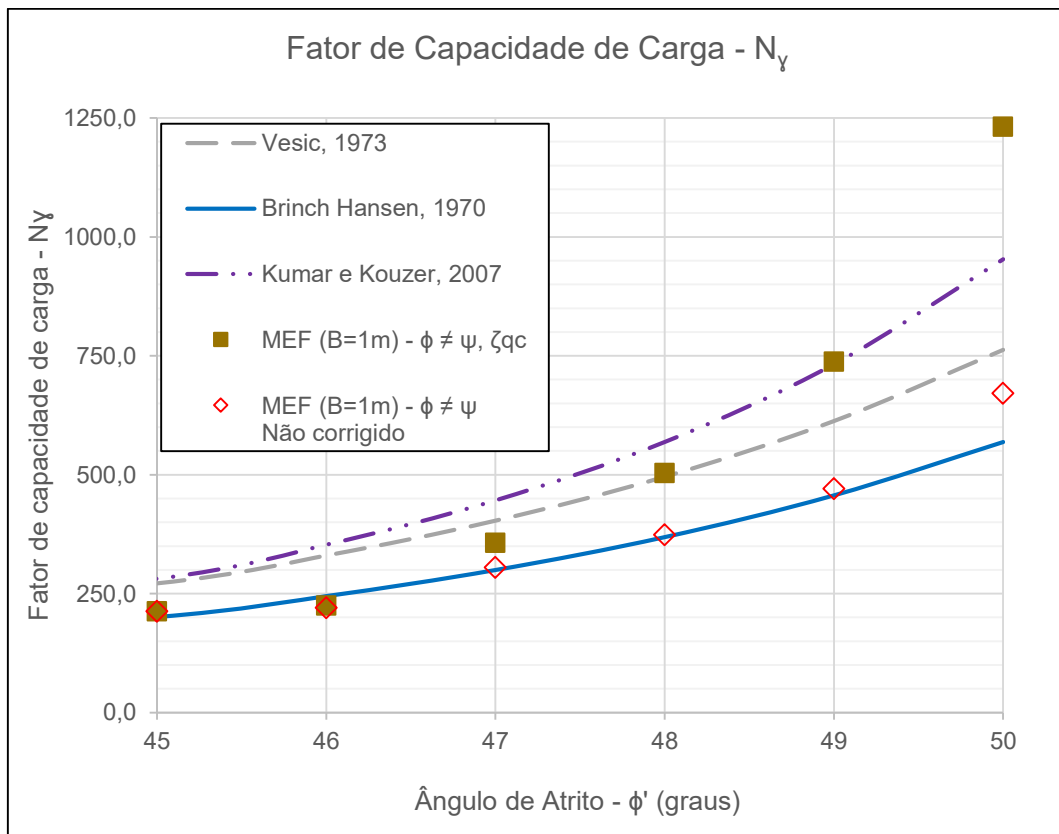


Figura 32 – Validação do modelo numérico com relação aos valores de N_y da literatura, para ϕ variando de 45° até 50°, com e sem valor de correção ζ_{qc} .

Conforme apontado por diversos autores e citado por Frydman e Burd (1995), para obter e validar valores de N_y condizentes com a literatura, foi necessário aumentar o número das etapas de cálculo nos casos em que o ângulo de atrito foi diferente do ângulo de dilatância ($\phi \neq \psi$), ou seja, regra de fluxo não associado.

Exemplificando, nas análises das tensões no programa RS2, o número padrão máximo de iterações por etapa de cálculo é de 500. A partir de um ângulo de atrito do maciço de 35° , para não ter que alterar o modelo numérico refinando-o, aumentou-se o número máximo de iterações por etapa para até 1.000, situação para ângulo de atrito do maciço de 50° .

Nas simulações onde o ângulo de atrito do maciço foi inferior a 35° e o ângulo de dilatância variou de 0 a 5° [equação (45)], regra de fluxo não-associado, o modelo convergiu rapidamente, não sendo necessário alterar o número máximo de iterações para cada etapa. Resultado em conformidade com os estudos apresentados por Frydman e Burd (1997) e Erickson e Drescher (2002), onde concluíram que o efeito do ângulo de dilatância é desprezível para ângulo de atritos baixos e o modelo de Mohr-Coulomb capturou suficientemente bem o comportamento da tensão e da densidade da areia devido a sua compressibilidade.

Para ângulo de atrito superiores a 35° , quando o processamento computacional foi mais exigido, aumentou-se o número de iterações para até 1.000 por etapa ao se utilizar a condição real de ângulo de atrito do maciço diferente do ângulo de dilatância.

4 RESULTADOS E ANÁLISES – CAPACIDADE DE CARGA 2D

Foram analisados 343 modelos numéricos a partir do mesmo modelo apresentado e calibrado no capítulo 3. Para $z_i/B = 0,50$, todas as variações de espessura da lente, 10 cm até 50 cm, foram calculadas. Para os valores de $z_i/B = 1,00$ e $z_i/B = 1,50$, apenas as lentes de 10 cm, 30 cm e 50 cm foram calculadas. O procedimento foi adotado em virtude dos resultados iniciais e para diminuir a quantidade de modelagem e tempo de análise.

No Anexo C estão inseridos os valores de F_y de saída do programa RS2 para os modelos numéricos calculados. Os valores de F_y foram obtidos de forma manual, sem automação, retirados do gráfico, conforme apresentado no subitem 3.1.3. De forma semiautomatizada foram gerados os gráficos que serão apresentados ao longo do capítulo 4.

A seguir serão apresentados os resultados obtidos e suas respectivas análises para os pontos que merecem maior destaque.

4.1 Influência da variação da espessura das lentes de areia

Embora a influência da compactação da lente de areia também seja relevante nos resultados, as análises deste item irão se ater apenas à influência da variação das espessuras das lentes de areia.

A Figura 33 e Figura 34 são referentes aos casos de ângulo de atrito do maciço de 35° , ângulo de dilatância de 5° e ângulo de atrito da lente igual a 30° . A diferença entre os gráficos é a profundidade relativa analisada, z_i/B igual a 0,50 e 1,00, respectivamente.

Como é possível observar, o aumento da espessura da lente para a profundidade relativa $z_i/B = 0,50$, Figura 33, acarreta uma diminuição significativa da resistência do maciço. Para um recalque de 3 cm, a capacidade de carga do sistema considerado homogêneo é de 120 kN, sofrendo uma redução de 12% (105,43 kN) para uma espessura de 10 cm e uma redução de cerca de 33% (80,3 kN) para uma espessura de 50 cm. As curvas referentes às espessuras de 40 e 50 cm apresentam

um comportamento mais próximo, enquanto para as outras espessuras o comportamento é mais distinto.

Como pode ser observado na Figura 33, houve variação no gráfico do solo homogêneo entre os recalques de 3 cm e 4 cm, quando a capacidade de carga do solo variou de 120,08 kN a 120,04 kN, com posterior ganho de capacidade de carga para o deslocamento imposto. Tais variações, que também ocorreram em alguns casos de lente de areia de menor compacidade, podem ser atribuídas ao modelo numérico utilizado em situações que os recalques são muito elevados, que não consegue representar bem as deformações do solo e a sua capacidade de carga na ruptura, seja por necessidade de haver um maior refinamento na malha de elementos finitos, seja porque o modelo Mohr-Coulomb pode não ser o mais apropriado para as situações de plastificação do solo. E, quanto maior o ângulo de atrito, maior a rigidez do solo, acarretando uma curva que se afasta do comportamento dito como ‘comportado’.

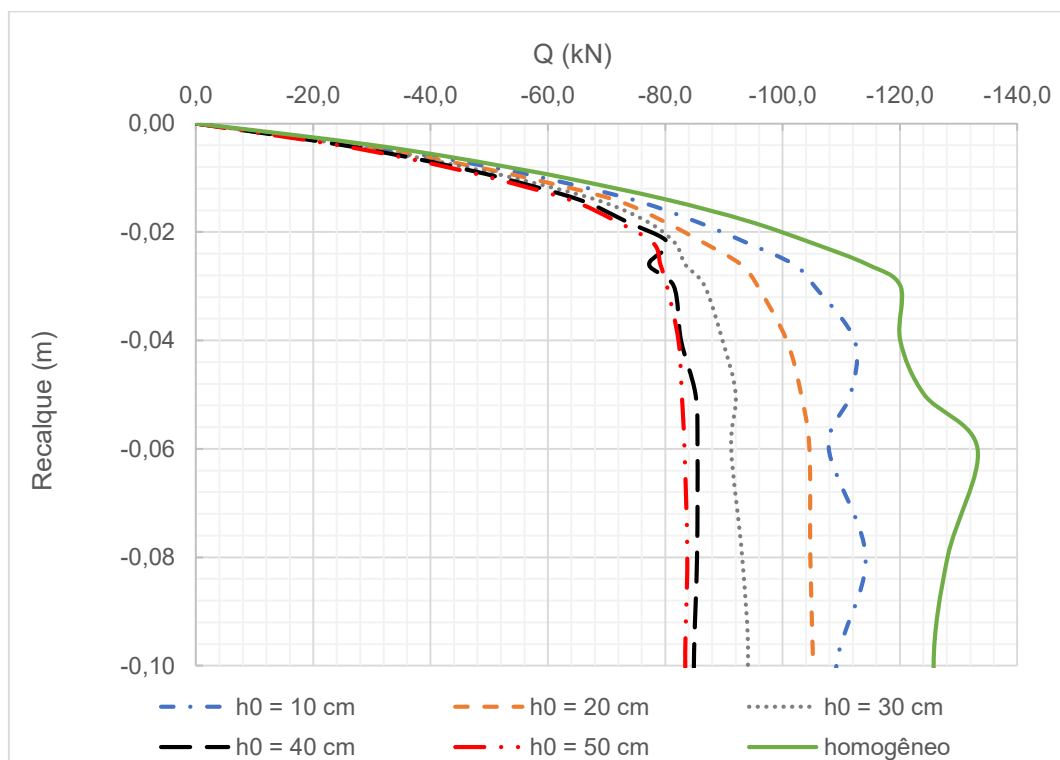


Figura 33 – Curva carga versus recalque: $\phi_1 = 35^\circ$; $\psi_1 = 5^\circ$; $\phi_2 = 30^\circ$; $z_i/B = 0,50$.

Na Figura 34, por apresentar valores muito próximos, será apresentada na Tabela 14, para que possam ser observadas as capacidades de carga do solo para cada deslocamento imposto a fundação, para cada caso.

Tabela 14 – Carga *versus* recalque: $\phi_1 = 35^\circ$; $\psi_1 = 5^\circ$; $\phi_2 = 30^\circ$; $z_i/B = 1,00$.

Recalque (mm)	Capacidade de Carga Q(kN)			
	Homogêneo	$h_0=10\text{cm}$	$h_0=30\text{cm}$	$h_0=50\text{cm}$
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,00	-15,816	-15,047	-13,614	-12,645
0,00	-30,305	-29,44	-27,974	-26,467
-0,01	-42,402	-41,206	-39,358	-37,857
-0,01	-52,989	-51,432	-49,035	-47,326
-0,01	-62,873	-61,053	-58,04	-55,862
-0,01	-80,132	-77,553	-73,563	-71,305
-0,02	-94,12	-90,965	-86,595	-83,745
-0,02	-104,92	-102,71	-97,516	-94,769
-0,03	-114,47	-107,97	-105,9	-103,95
-0,03	-120,08	-112,54	-111,41	-111,86
-0,04	-120,04	-115,45	-114,98	-115,66

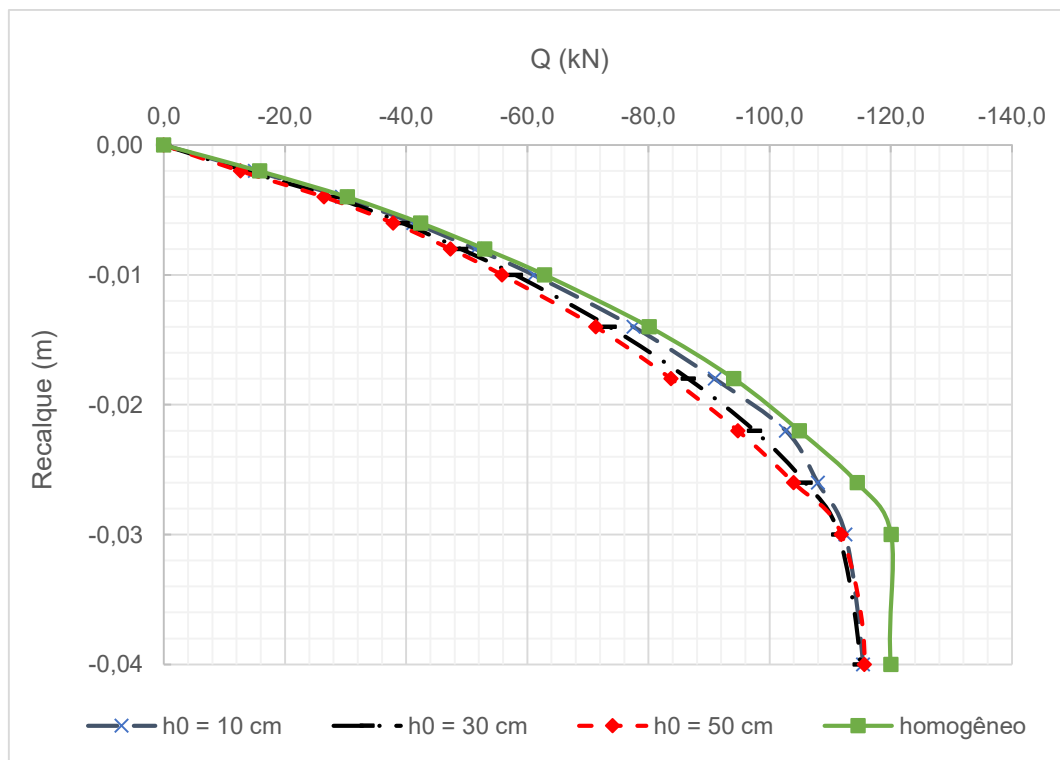
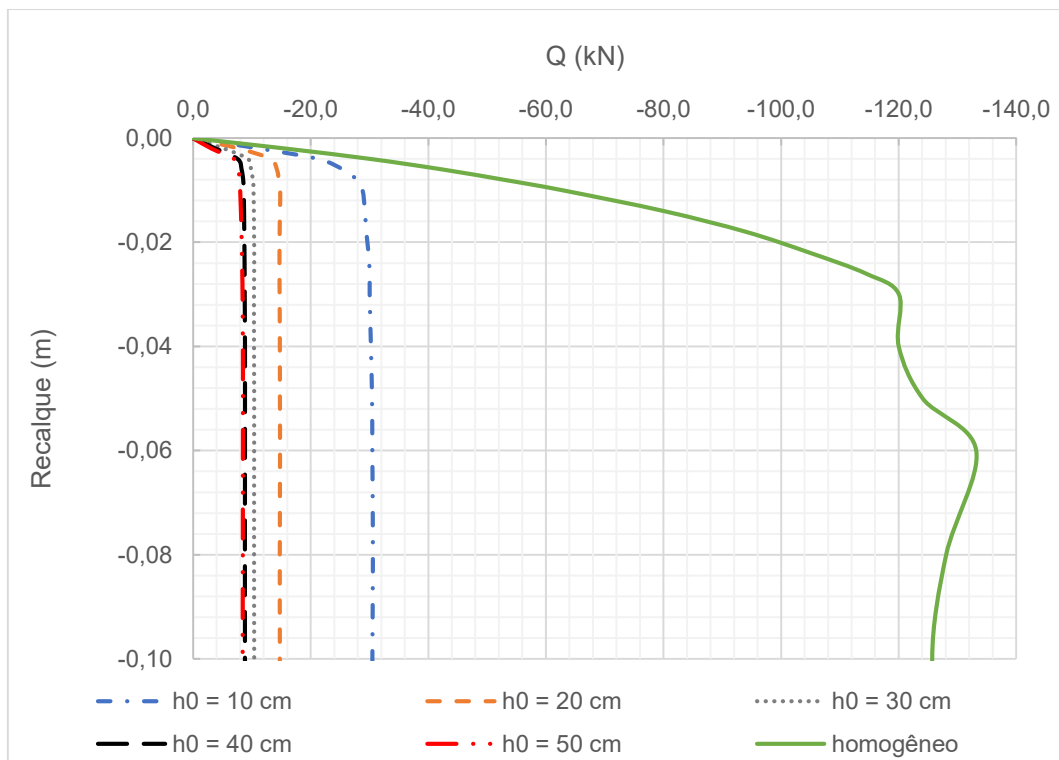


Figura 34 – Curva carga *versus* recalque: $\phi_1 = 35^\circ$; $\psi_1 = 5^\circ$; $\phi_2 = 30^\circ$; $z_i/B = 1,00$.

Quando a profundidade relativa é de $z_i/B = 1,00$, Figura 34, a influência da espessura da lente se torna menos significativa, com uma redução de apenas 7% na capacidade de carga para um recalque de 3 cm para todas as espessuras. Para $z_i/B = 1,50$ a influência da lente se torna insignificante para os dados apresentados.

A Figura 35 e Figura 36 são referentes aos casos de o ângulo de atrito do maciço igual a 35° , ângulo de dilatância igual a 5° e ângulo de atrito da lente igual a 10° . A diferença entre os gráficos é a profundidade relativa analisada, z_i/B igual a 0,50 e 1,00, respectivamente.



**Figura 35 – Curva carga versus recalque: $\phi_1 = 35^\circ$; $\psi_1 = 5^\circ$; $\phi_2 = 10^\circ$
 $z_i/B = 0,50$.**

Como é possível observar, o aumento da espessura da lente para a profundidade relativa $z_i/B = 0,50$, Figura 35, mantém as características de redução na capacidade de carga do maciço, apresentada anteriormente. As espessuras de 30, 40 e 50 cm apresentam um comportamento muito semelhante, com a espessura de 30 cm fornecendo um valor de capacidade de carga um pouco superior às outras duas espessuras. A curva da espessura de 20 cm se aproxima mais da espessura de 30 cm

que a de 10 cm, com relação aos valores de capacidade de carga do maciço. A redução da capacidade de carga para uma lente de espessura de 10 cm foi de aproximadamente 75% (30 kN), comparando com a situação de maciço homogêneo (120 kN).

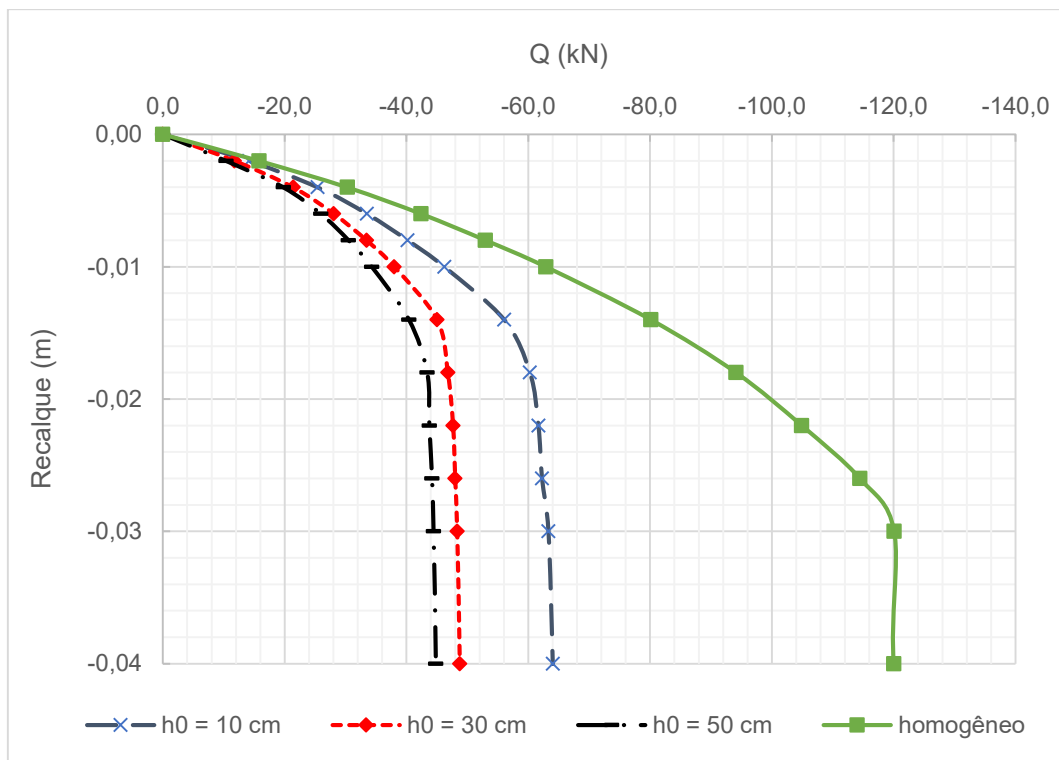


Figura 36 – Curva carga *versus* recalque: $\phi_1 = 35^\circ$; $\psi_1 = 5^\circ$; $\phi_2 = 10^\circ$; $z_i/B = 1,00$.

No caso da Figura 36, para $z_i/B = 1,00$, pode ser observado que as espessuras de 30 e 50 cm apresentam valores próximos (48 e 44 kN, respectivamente), enquanto para uma espessura de 10 cm são obtidos 63 kN para um recalque de 3 cm. Comparando o solo homogêneo com a situação de uma lente de 10 cm, houve uma redução de quase 50% da capacidade de carga.

Com o intuito de apresentar o comportamento do solo em outra configuração, são apresentadas na Figura 37 as curvas de carga *versus* recalque para um maciço com ângulo de atrito igual a 45° , dilatância de 15° , ângulo de atrito da lente de 30° na profundidade relativa $z_i/B = 1,50$.

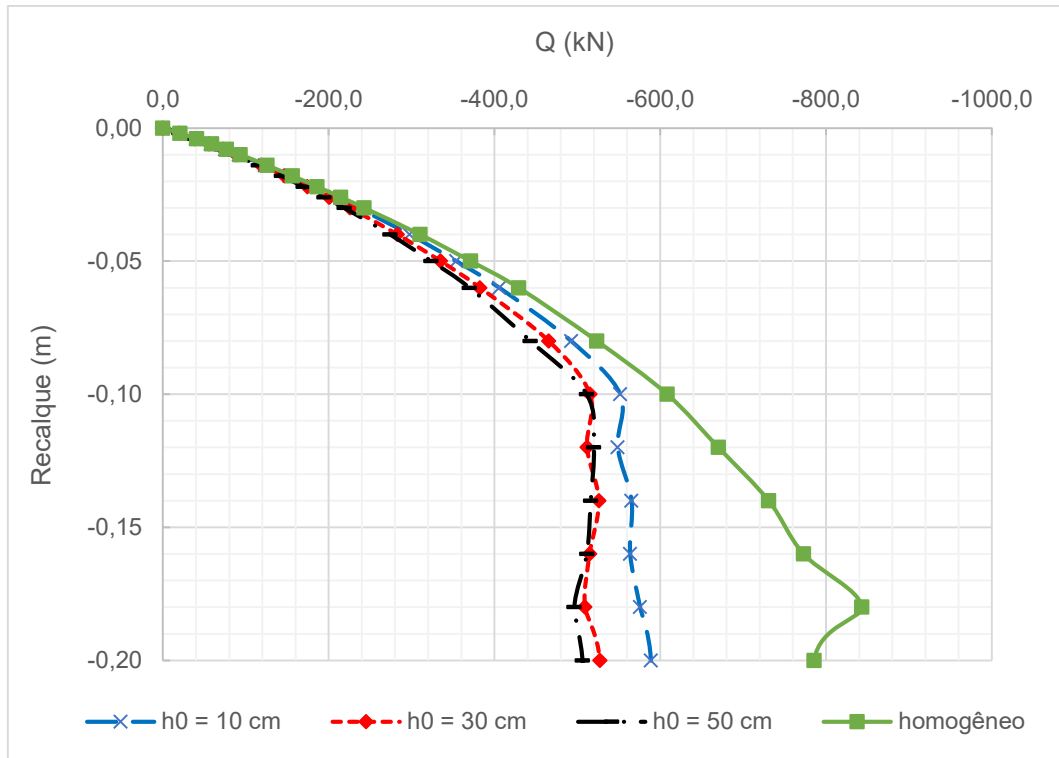


Figura 37 – Curva carga *versus* recalque: $\phi_1 = 45^\circ$; $\psi_1 = 15^\circ$; $\phi_2 = 30^\circ$; $z_i/B = 1,50$.

É possível observar, no gráfico acima, a tendência de o maciço não apresentar mais uma redução brusca de resistência, após pico, devido a presença da lente de menor compacidade. O modelo numérico com lente de espessura de 10 cm forneceu o maior valor de capacidade de carga na ruptura, em comparação as outras espessuras de lente. Enquanto novamente, para espessuras de 30 e 50 cm, os gráficos se tornam semelhantes. Para um recalque de 10 cm, a diferença entre a espessura de 10 cm e de 30 cm é de 40 kN, representando 90% e 84% da capacidade de carga do solo homogêneo, respectivamente.

Com relação à variação de h_0 , foi observado que quanto menor for a profundidade relativa z_i/B , maior influência a espessura de h_0 possui sobre a diminuição da capacidade de carga do maciço.

4.2 Influência da variação da compacidade da lente de areia para uma mesma espessura

A seguir serão apresentados os resultados compilados da redução da capacidade de carga em virtude da influência de uma lente de areia de menor resistência.

Devido à quantidade de dados, serão apresentados apenas os resultados para $\phi_1 = 40^\circ$, $\psi = 10^\circ$, $h_0 = 10$ e 30 cm, $z_i/B = 0,50$, $1,00$ e $1,50$. Todavia, as tendências observadas são válidas para os outros casos.

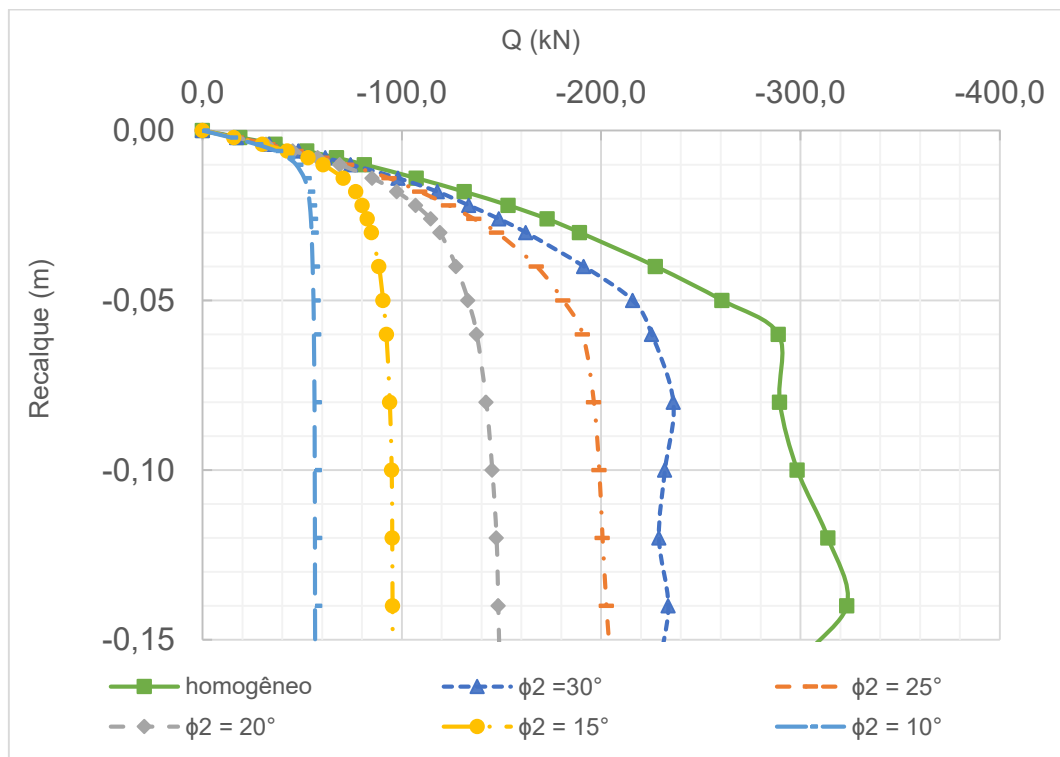


Figura 38 – Curva carga versus recalque: $\phi_1 = 40^\circ$; $\psi_1 = 10^\circ$; $h_0 = 10$ cm; $z_i/B = 0,50$.

Foi possível observar na Figura 38 até a Figura 43 que a capacidade de carga é influenciada pela diferença do ângulo de atrito entre a camada de solo principal e a lente de areia. Conforme esperado, foi observado que para valores maiores de ϕ_2 , a capacidade de carga do maciço é maior que para valores menores de ϕ_2 .

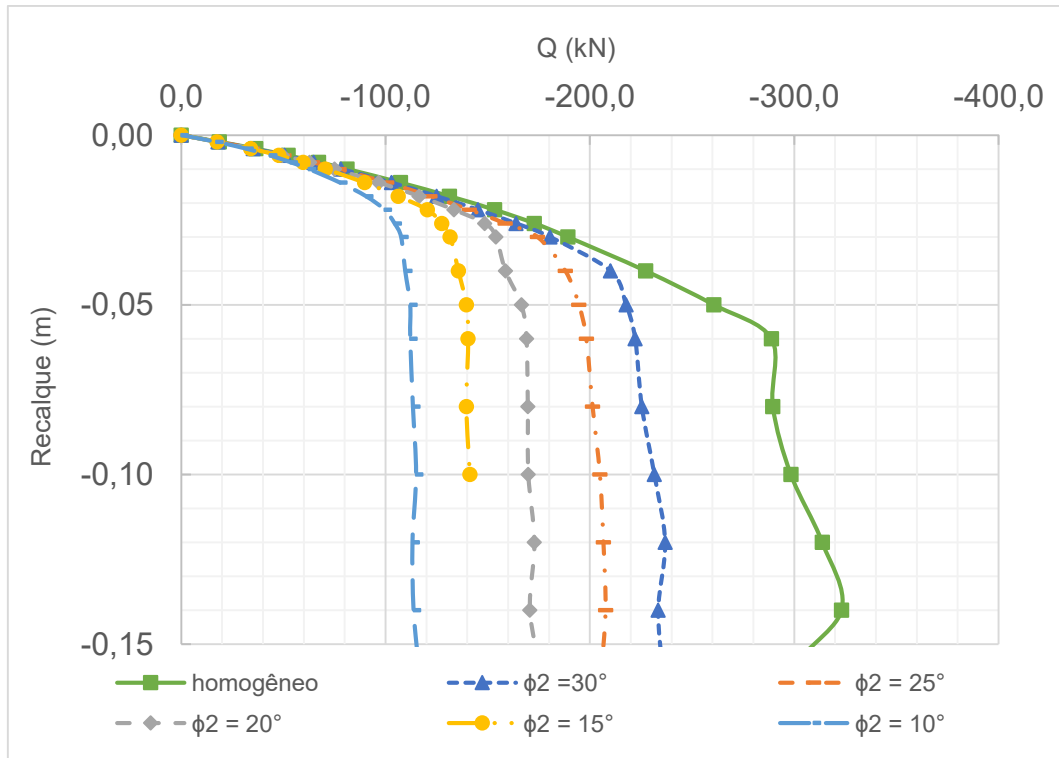


Figura 39 – Curva carga *versus* recalque: $\phi_1 = 40^\circ$; $\psi_1 = 10^\circ$; $h_0 = 10$ cm; $z_i/B = 1,00$.

Comparando a Figura 38 com a Figura 39, para $\phi_2 = 30^\circ$, é possível observar melhor que há um abatimento maior da curva, onde era verificado um valor de pico, a curva passa a tender para uma assíntota sem pico. Ainda na Figura 39, valores truncados, como o caso de $\phi_2 = 15^\circ$, são devidos ao número de etapas para que chegasse à ruptura, não sendo necessário aplicar maiores deslocamentos no modelo numérico.

A Figura 40 apresenta para a capacidade de carga sob influência da lente de areia para uma profundidade normalizada $z_i/B = 1,50$. Como pode ser observado, nessa situação não há muita influência da lente de areia de 10 cm para $\phi_2 = 30^\circ$. Desta forma, é possível observar que a curva do solo homogêneo e a curva para a lente de areia com 35° são muito parecidas, mostrando que a influência da lente para esta configuração é praticamente nula. O que não ocorre para as outras variações do ângulo de atrito da lente de areia, onde é possível verificar que houve uma redução na capacidade de carga do solo (comparação ao solo homogêneo).

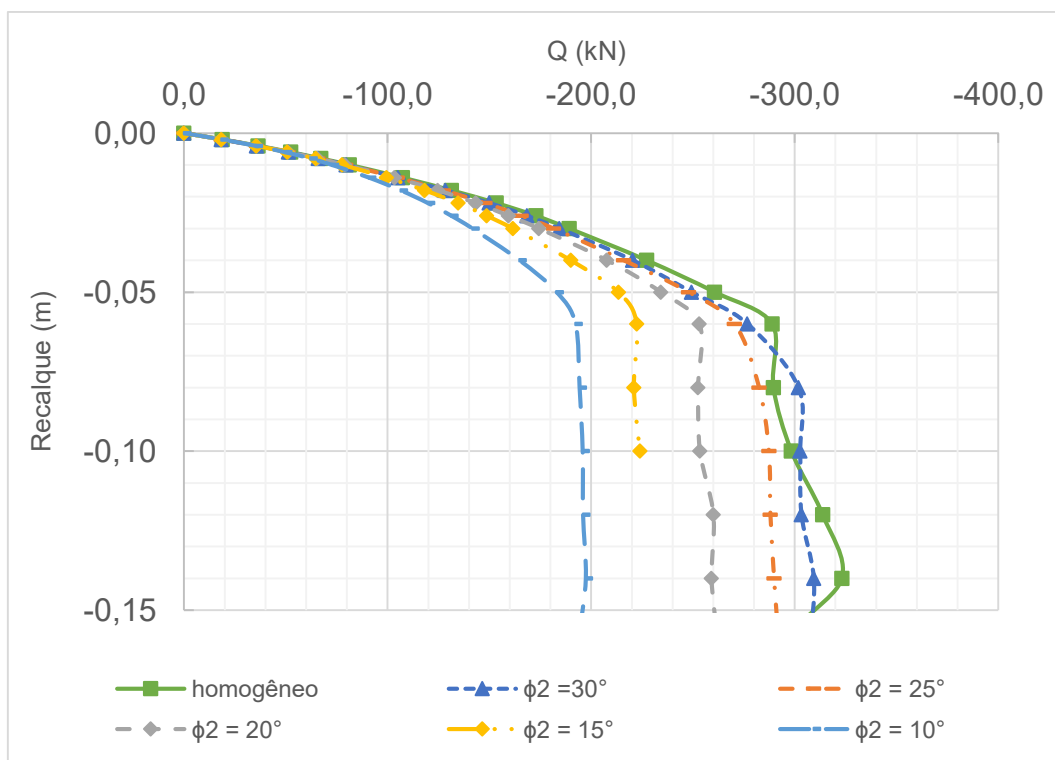
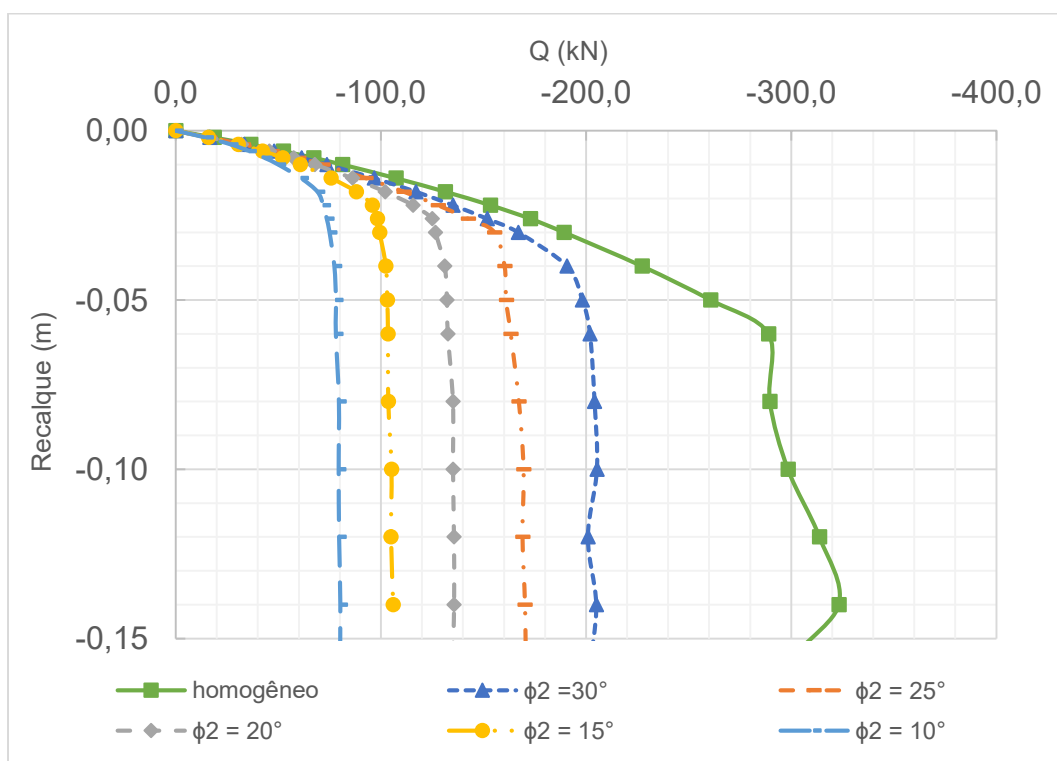
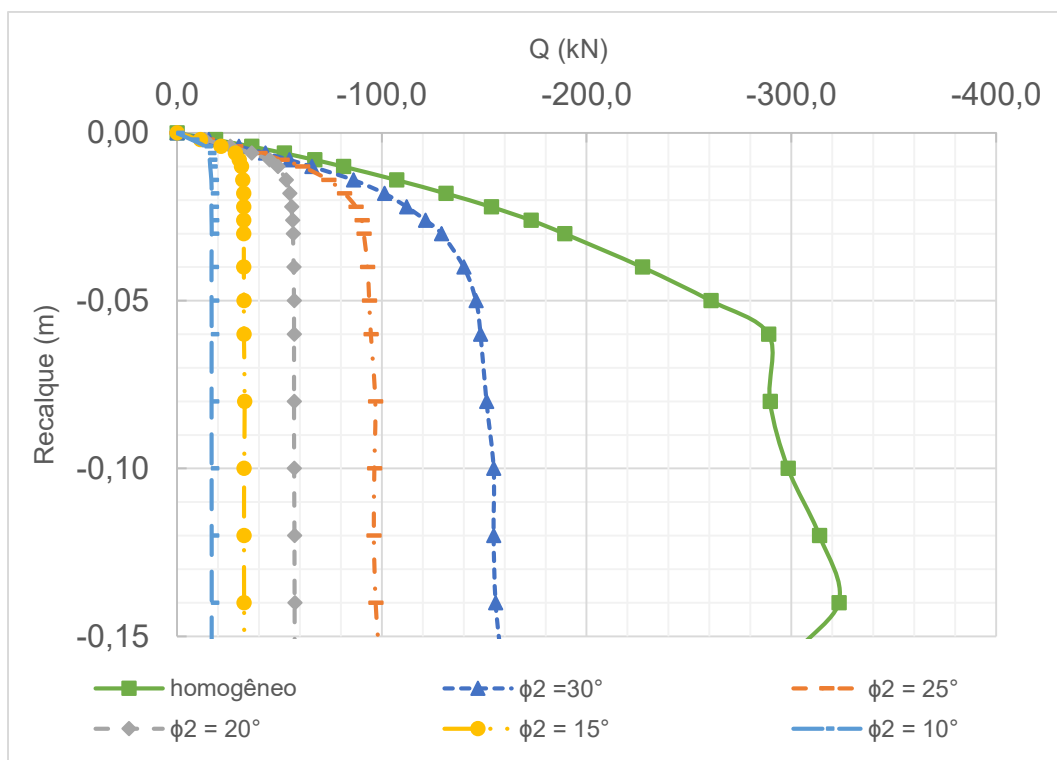


Figura 40 – Curva carga *versus* recalque: $\phi_1 = 40^\circ$; $\psi_1 = 10^\circ$; $h_0 = 10$ cm; $z_i/B = 1,50$.

Para $z_i/B = 1,50$, Figura 41, a influência da profundidade é mais observada quanto maior a diferença de compacidade entre o maciço e a lente de areia. Para valores próximos, $\phi_2 = 30^\circ$ e 25° , os valores tendem a ser próximos da capacidade de carga do maciço homogêneo.

A seguir serão apresentados os gráficos para espessura da lente de areia de 30 cm, variando z_i/B de 0,50 a 1,50 (Figura 41 a Figura 43).



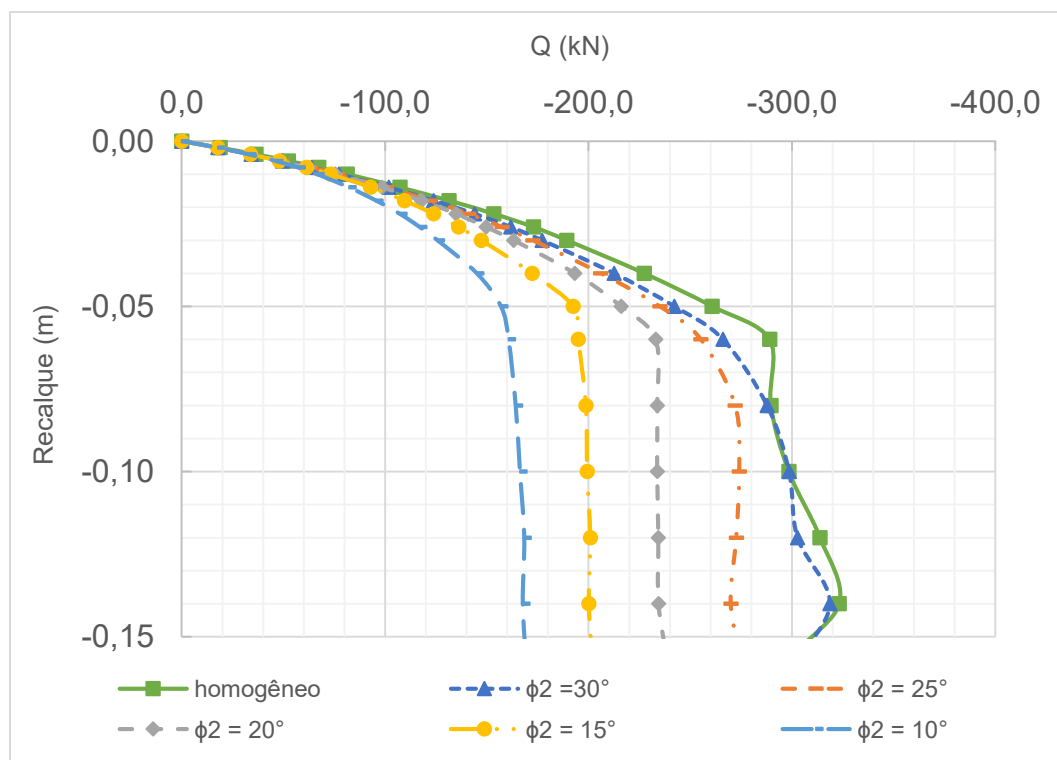


Figura 43 – Curva carga *versus* recalque: $\phi_1 = 40^\circ$; $\psi_1 = 10^\circ$; $h_0 = 30$ cm; $z_i/B = 1,50$.

A mesma tendência foi observada na Figura 41 a Figura 43, de que a quanto menor a compacidade da lente de areia, menor é a capacidade de carga no maciço como um todo, em comparação ao maciço homogêneo.

4.3 Variação da capacidade de carga ao longo da profundidade

De forma a melhor visualizar e compreender os valores apresentados nos subitens 4.1 e 4.2, a capacidade de carga do solo homogêneo foi considerado como o valor de referência e a capacidade de carga de cada caso calculada foi dividida pela referência.

Para a espessura $h_0 = 10$ cm e $z_i/B = 0,50$, $1,00$ e $1,50$ são apresentadas as tabelas e figuras a seguir.

Tabela 15 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 0,50$, $h_0 = 0,10$ cm.

ϕ_1 (°)	$\phi_2 = 30^\circ$	$\phi_2 = 25^\circ$	$\phi_2 = 20^\circ$	$\phi_2 = 15^\circ$	$\phi_2 = 10^\circ$	Solo homogêneo
25	-	-	0,80	0,54	0,27	1,00
30	-	0,89	0,71	0,47	0,28	1,00
35	0,84	0,74	0,55	0,36	0,22	1,00
40	0,73	0,63	0,46	0,30	0,17	1,00
45	0,61	0,51	0,36	0,21	0,12	1,00
50	0,43	0,36	0,23	0,12	0,06	1,00

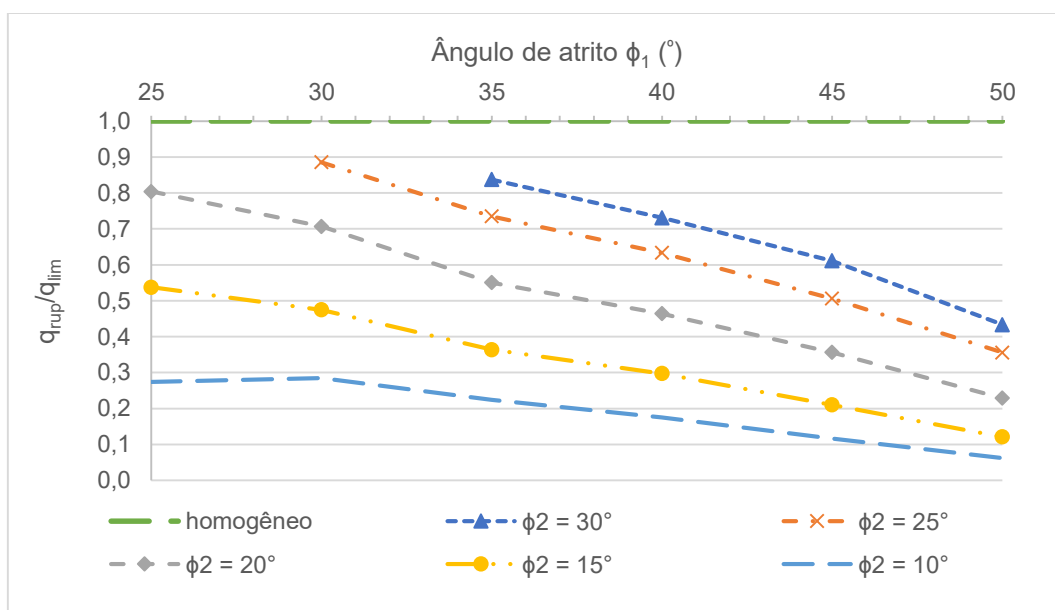
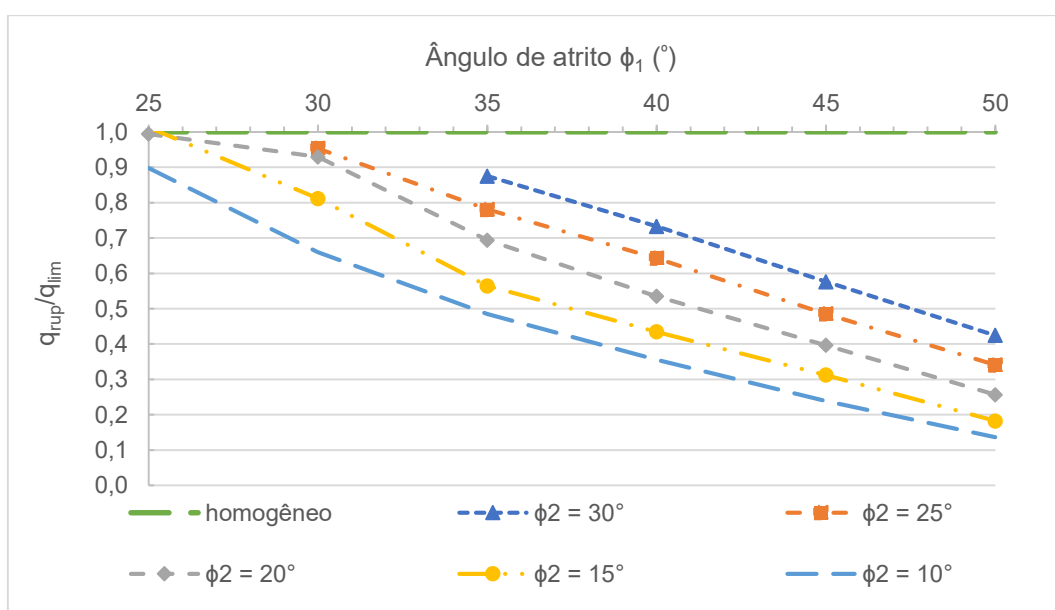


Figura 44 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 0,50$, $h_0 = 0,10$ cm.

Tabela 16 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 1,00$, $h_0 = 10$ cm.

ϕ_1 (°)	$\phi_2 = 30^\circ$	$\phi_2 = 25^\circ$	$\phi_2 = 20^\circ$	$\phi_2 = 15^\circ$	$\phi_2 = 10^\circ$	Solo homogêneo
25	-	-	0,99	1,01	0,90	1,00
30	-	0,95	0,93	0,81	0,66	1,00
35	0,88	0,78	0,69	0,56	0,49	1,00
40	0,73	0,64	0,53	0,43	0,36	1,00
45	0,58	0,49	0,40	0,31	0,24	1,00
50	0,42	0,34	0,26	0,18	0,14	1,00

Figura 45 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 1,00$, $h_0 = 10$ cm.Tabela 17 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 1,50$, $h_0 = 10$ cm.

ϕ_1 (°)	$\phi_2 = 30^\circ$	$\phi_2 = 25^\circ$	$\phi_2 = 20^\circ$	$\phi_2 = 15^\circ$	$\phi_2 = 10^\circ$	Solo homogêneo
25	-	-	1,00	1,00	1,00	1,00
30	-	0,97	0,96	0,96	1,00	1,00
35	0,96	0,94	0,97	0,94	0,87	1,00
40	0,96	0,90	0,78	0,69	0,61	1,00
45	0,65	0,59	0,52	0,46	0,40	1,00
50	0,47	0,40	0,31	0,29	0,24	1,00

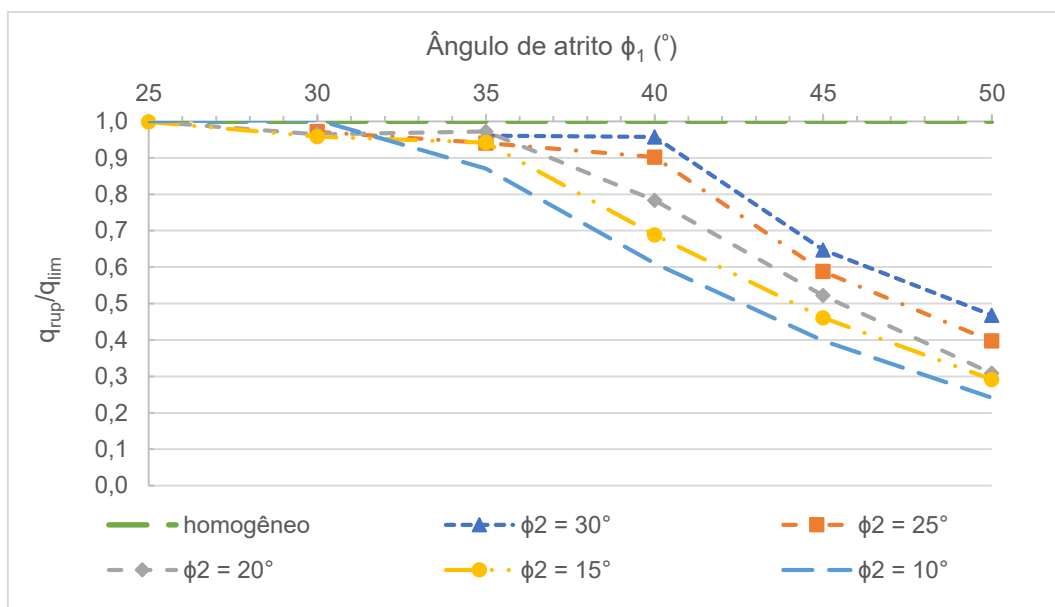


Figura 46 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 1,50$, $h_0 = 10$ cm.

Como pode ser observado da Figura 44 até a Figura 46, a tendência é que ao se aprofundar a lente de menor compacidade, sua influência ou efeito na redução da capacidade de carga do maciço vai diminuindo. Para os valores de $\phi_1 = 25^\circ$ e 30° , verifica-se uma tendência de não haver mais a influência da lente nas profundidades z_i/B igual a 1,50, por exemplo (Figura 46). Para o valor de $\phi_1 = 35^\circ$, apenas para $\phi_2 = 10^\circ$, verificou-se numericamente que a capacidade de carga do maciço fica inferior à 90%, considerando como 100% o solo homogêneo.

Para a espessura $h_0 = 30$ cm e $z_i/B = 0,50$, 1,00 e 1,50 são apresentadas as tabelas e figuras a seguir.

Tabela 18 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 0,50$, $h_0 = 30$ cm.

ϕ_1 (°)	$\phi_2 = 30^\circ$	$\phi_2 = 25^\circ$	$\phi_2 = 20^\circ$	$\phi_2 = 15^\circ$	$\phi_2 = 10^\circ$	Solo homogêneo
25	-	-	0,67	0,35	0,07	1,00
30	-	0,70	0,47	0,27	0,10	1,00
35	0,69	0,48	0,29	0,17	0,08	1,00
40	0,48	0,30	0,18	0,10	0,05	1,00
45	0,28	0,17	0,10	0,06	0,03	1,00
50	0,14	0,08	0,05	0,03	0,01	1,00

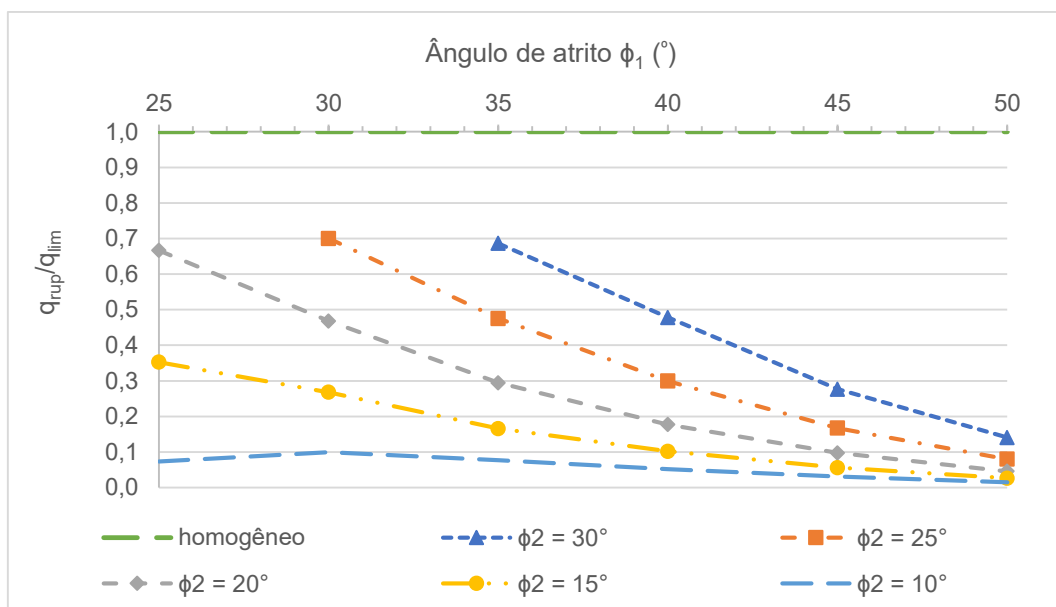


Figura 47 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 0,50$, $h_0 = 30$ cm.

Tabela 19 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 1,00$, $h_0 = 30$ cm.

ϕ_1 (°)	$\phi_2 = 30^\circ$	$\phi_2 = 25^\circ$	$\phi_2 = 20^\circ$	$\phi_2 = 15^\circ$	$\phi_2 = 10^\circ$	Solo homogêneo
25	-	-	0,99	1,00	0,85	1,00
30	-	0,98	0,92	0,75	0,57	1,00
35	0,86	0,73	0,61	0,48	0,37	1,00
40	0,64	0,52	0,42	0,33	0,24	1,00
45	0,42	0,33	0,26	0,20	0,15	1,00
50	0,25	0,18	0,13	0,10	0,07	1,00

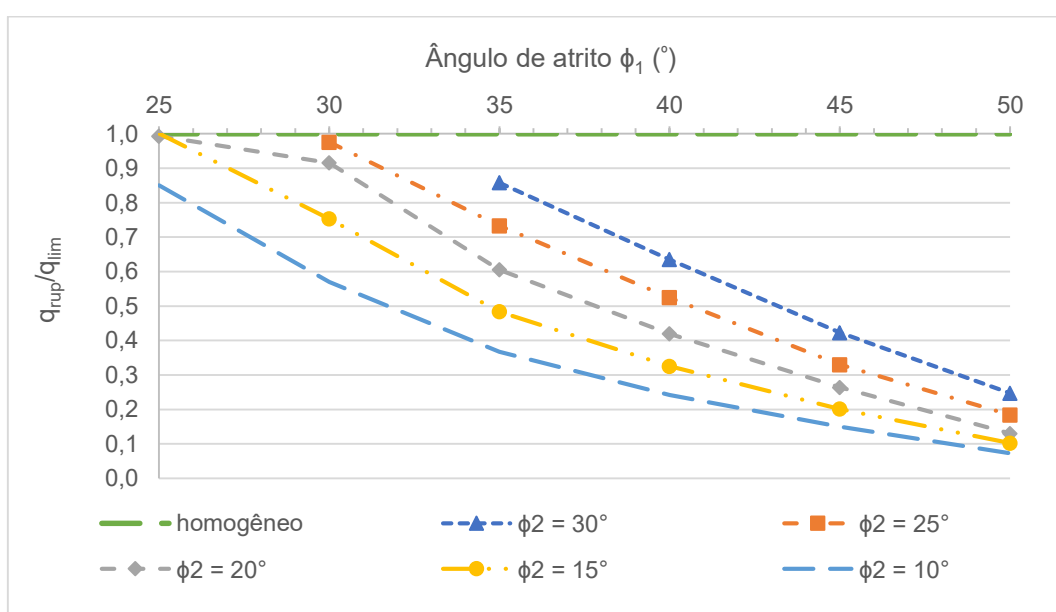
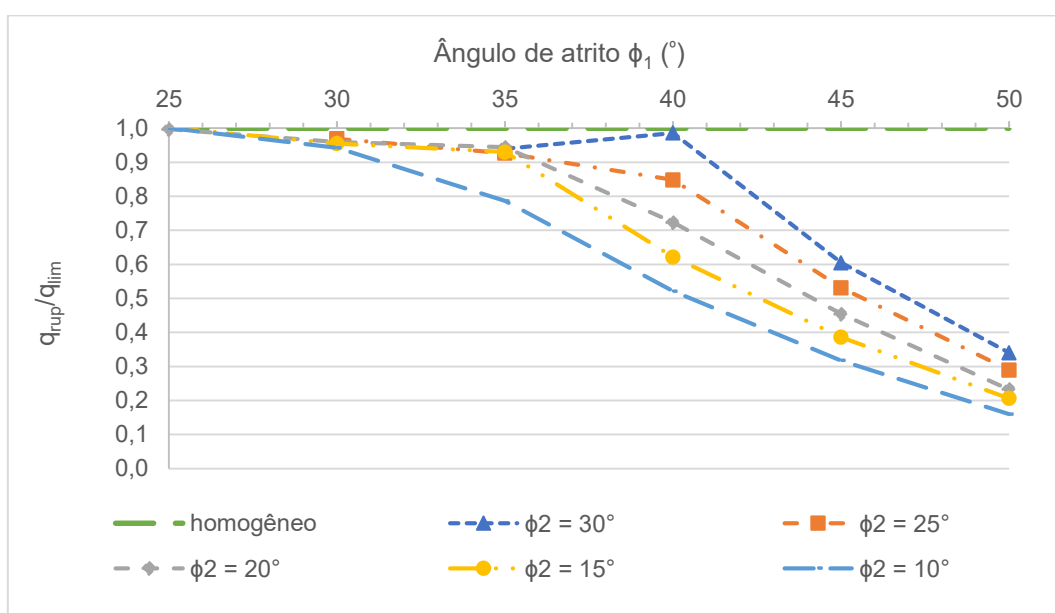


Figura 48 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 1,00$, $h_0 = 30$ cm.

Tabela 20 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 1,50$, $h_0 = 30$ cm.

ϕ_1 (°)	$\phi_2 = 30^\circ$	$\phi_2 = 25^\circ$	$\phi_2 = 20^\circ$	$\phi_2 = 15^\circ$	$\phi_2 = 10^\circ$	Solo homogêneo
25	-	-	1,00	1,00	1,00	1,00
30	-	0,97	0,96	0,95	0,94	1,00
35	0,94	0,93	0,94	0,93	0,79	1,00
40	0,99	0,85	0,72	0,62	0,52	1,00
45	0,60	0,53	0,45	0,39	0,32	1,00
50	0,34	0,29	0,23	0,21	0,16	1,00

Figura 49 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 1,50$, $h_0 = 30$ cm.

As observações e análises realizadas para $h_0 = 10$ cm se mantêm. Contudo, ao se observar a Figura 49, para $\phi_2 = 10^\circ$, é possível observar uma diferença da Figura 46. A maior espessura de h_0 acarreta uma diminuição geral da capacidade de carga do maciço como um todo. Pode ser observado ainda na Figura 49 para $\phi_2 = 30^\circ$, que houve um pico no gráfico para o ângulo de atrito do maciço de $\phi_1 = 40^\circ$, o que pode ser atribuído a maior contribuição da camada principal do solo em relação a redução da capacidade de carga devido à lente de menor compacidade, para $z_i/B = 1,50$.

A depender da geometria do maciço, posição da lente de areia de menor compacidade, e diferença no ângulo de atrito entre o solo principal e a lente de areia, a redução da capacidade de carga do maciço poderá ser praticamente total (Tabela 18 – $\phi_1 = 30^\circ$ e $\phi_2 = 10^\circ$). Isso reforça a necessidade de conhecimento do solo, ou

seja, campanhas de investigações geotécnicas que deem segurança ao engenheiro de fundações no dimensionamento de estruturas e na correta definição da capacidade de carga do solo.

A seguir serão apresentados alguns resultados para a espessura normalizada pela menor largura da sapata (B), mostrando o mesmo comportamento que os gráficos acima.

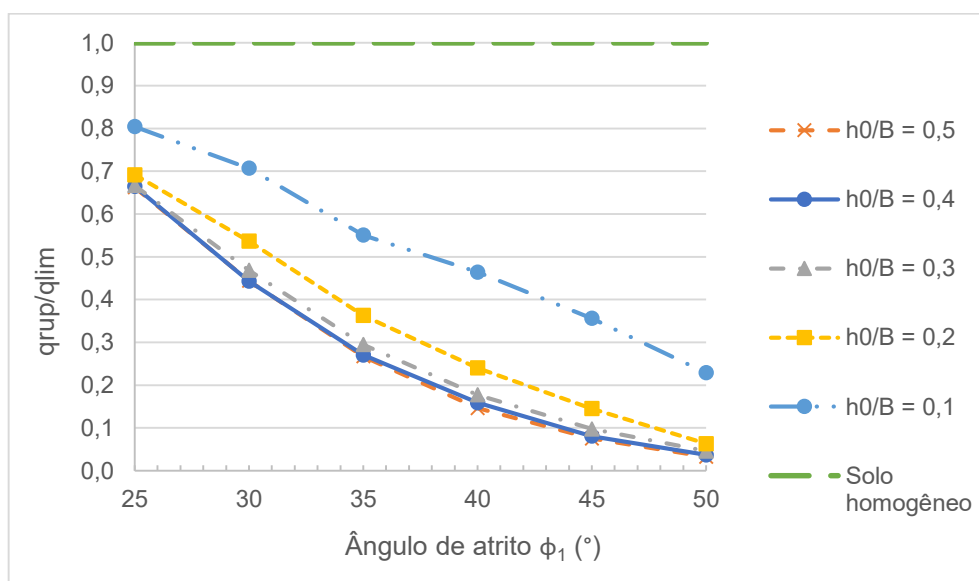


Figura 50 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 0,50$, $\phi_2 = 20^\circ$.

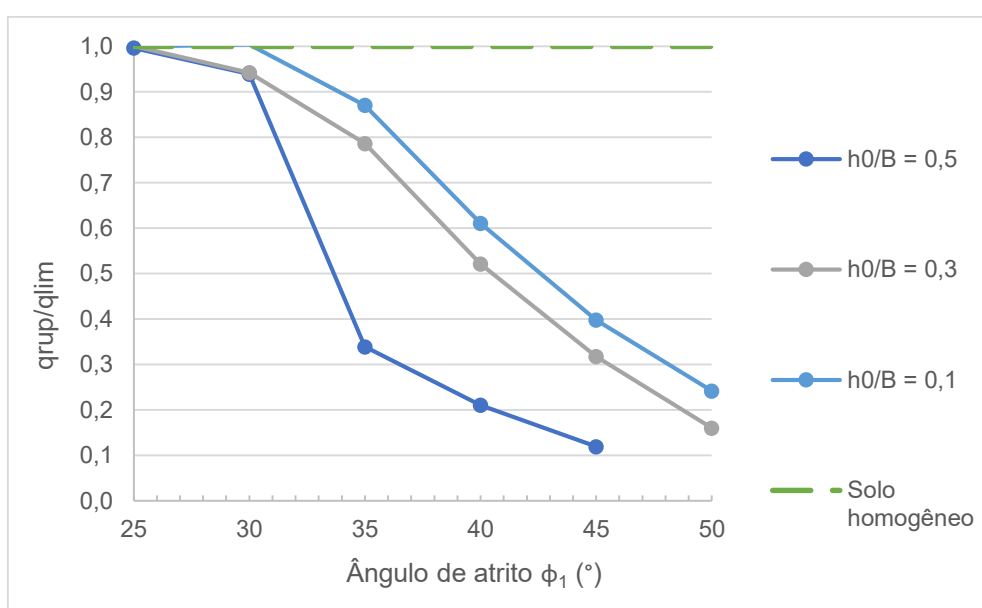


Figura 51 – Porcentagem da capacidade carga, $z_i/B = 1,50$, $\phi_2 = 10^\circ$.

Em resumo, foram observados os mesmos resultados de redução da capacidade de carga, devido à influência de uma lente de menor compacidade, descrito por Ziccarelli e Rosone (2021), entretanto, foi observado que as diferenças entre as espessuras da lente podem não ser desprezadas, principalmente nos casos em que a compacidade da lente de areia não for próxima a do maciço. Por exemplo, Figura 51, para $\phi_1 = 35^\circ$, a espessura $h_0 = 10$ cm apresenta cerca de 90% da capacidade do maciço homogêneo e a espessura $h_0 = 50$ cm apresenta cerca de 35% da capacidade do maciço homogêneo.

4.4 Influência da lente de areia no modo de ruptura

Os modos de rupturas em fundações superficiais em areia foram abordados no capítulo 1. Foi apresentado no subitem 1.3.5.1 (página 48), como determinar o modo de ruptura devido à dissipação de energia da fissura conforme Santos (2017), teoria desenvolvida apenas para solos homogêneos. Da teoria clássica, Vesic (1975) também determinou os modos de ruptura. Utilizando as equações apresentadas, foram calculados para o caso de solo homogêneo do modelo numérico calibrado no capítulo 3, subitem 3.2, a ruptura prevista para cada um dos autores indicados no item 3.2.

A Tabela 21 apresenta os cálculos para solo homogêneo para diferentes valores de ângulo de atrito, com indicação dos valores calculados para aplicação da equação (36), conforme Santos (2017) e Santos *et al.* (2020). Foram utilizados os parâmetros correspondentes ao modelo numérico, $B = 1,00$ m, $\gamma = 16$ kN/m³, $E = 20.000$ kPa. As tensões que levaram o modelo numérico à ruptura estão indicadas na última coluna da tabela. As tensões correspondentes à ruptura generalizada e por puncionamento do modelo utilizado por Santos (2017) e Santos *et al.* (2020) são também indicadas, tanto no caso de ruptura generalizada como por puncionamento.

Tabela 21 – Cálculos dos parâmetros dissipação de energia (Santos, 2017) e Santos *et al.* (2020).

ϕ	$w(\phi)$	Santos - σ_{gen}	η	$g(\phi)$	L_{total}	L_{ZRI}	η_{ZRI}	Santos - σ_{punc}	σ_{modelo}
25	3,27	288,11	17,09716	5,24	5,24	0,931	1,464	200,15	42,51
30	4,29	371,25	34,80224	6,43	6,43	1,000	2,000	225,68	106,47
35	5,77	478,88	73,11152	8,12	8,12	1,083	2,690	251,52	268,14
40	8,01	621,78	161,5289	10,64	10,64	1,183	3,599	278,32	646,44
45	11,61	817,80	384,3093	14,63	14,63	1,307	4,828	306,77	1705,12
50	17,86	1098,88	1017,856	21,46	21,46	1,462	6,549	337,74	5371,40

Os valores calculados para a tensão do modelo, σ_{modelo} , na Tabela 21, serão comparados com os valores de tensão para a ruptura generalizada e por puncionamento, calculados por Santos (2017). A tabela também mostra algumas informações calculadas para cada ângulo de atrito, tais como a densidade superficial de energia (η) e o comprimento total da fissura (L_{total}), que aumentam conforme o aumento do ângulo de atrito.

A Tabela 22 apresenta o cálculo da tensão de ruptura segundo Vesic (1975), com os valores dos fatores de capacidade de carga N_y , fatores de forma, índice de rigidez calculado e índice de rigidez crítica.

Tabela 22 – Índices de rigidez e rigidez crítica (Vesic, 1975).

ϕ	Vesic - σ_{rup}	N_y Vesic (1975)	ζ_{qc}	I_r	$(I_r)_{crit}$
25	87,04	10,88	1,00	3195,54	88,84
30	179,20	22,4	1,00	2678,94	151,81
35	384,24	48,03	1,00	2294,94	283,18
40	875,28	109,41	1,00	1990,88	592,13
45	2174,08	271,76	1,00	1736,98	1441,96
50	3323,81	762,89	0,54	1514,89	4330,89

Os valores da Tabela 22 foram utilizados na aplicação das equações do subitem 1.3.5, para o cálculo da tensão de ruptura segundo Vesic (1975).

Desta forma, é possível comparar o mecanismo de ruptura esperado de cada autor. Na Tabela 23 são comparados o modo de ruptura de Santos (2017) e Vesic (1975), para os casos do modelo com solo homogêneo, sem a influência da lente de areia de menor compacidade. O modo de ruptura apresentado na Tabela 23 referente

a Santos (2017) e Santos *et al.* (2020) foi obtido comparando as colunas σ_{gen} , σ_{punc} e a tensão obtida no modelo, σ_{modelo} , da Tabela 21.

Tabela 23 – Modo de ruptura esperado para cada valor de ângulo de atrito.

Φ (°)	Santos (2017)	Vesic (1975)
25	Puncionamento	Generalizada
30	Puncionamento	Generalizada
35	Localizada	Generalizada
40	Generalizada	Generalizada
45	Generalizada	Generalizada
50	Generalizada	Não generalizada

Como é possível observar, os modos de ruptura são divergentes de 25° até 35° entre os autores, iguais em 40° e 45° e novamente divergente em 50°. Os trabalhos de Santos (2017) e Santos *et al.* (2020) apresentam diversas comparações entre o seu modelo de dissipação de energia para o modo de ruptura de fundações rasas em solos arenosos e o trabalho de Vesic (1975), ora sendo convergentes ora sendo divergentes.

Vale ressaltar que na teoria desenvolvida por Vesic (1975), foi assumido que o solo é incompressível e que sofreria uma ruptura generalizada. E, caso o índice de rigidez do solo for menor que o índice de rigidez crítica (caso de $\phi = 50^\circ$ na Tabela 22), a consideração de solo incompressível não ocorre e a ruptura não é generalizada, podendo ocorrer por puncionamento ou localizada. Para fins de cálculo, deverá ser aplicado um fator de redução conforme apresentado no item 1.3.5.

Conforme citado anteriormente no item 1.3.5.1, uma explicação pelas diferenças apresentadas seria uma acurácia reduzida nas previsões de Vesic (1975), pois sua teoria não conseguiu englobar todos os dados experimentais por ele obtidos. E, Santos (2017) e Santos *et al.* (2020) apresentam uma abordagem um pouco mais refinada, que consegue estimar o comprimento de fissura, onde sua abordagem conseguiu englobar melhor os dados experimentais.

A seguir, Figura 52, é apresentada a máxima deformação plástica cisalhante na ruptura, de forma a tentar identificar os modos de ruptura obtidos no modelo numérico para solos homogêneos.

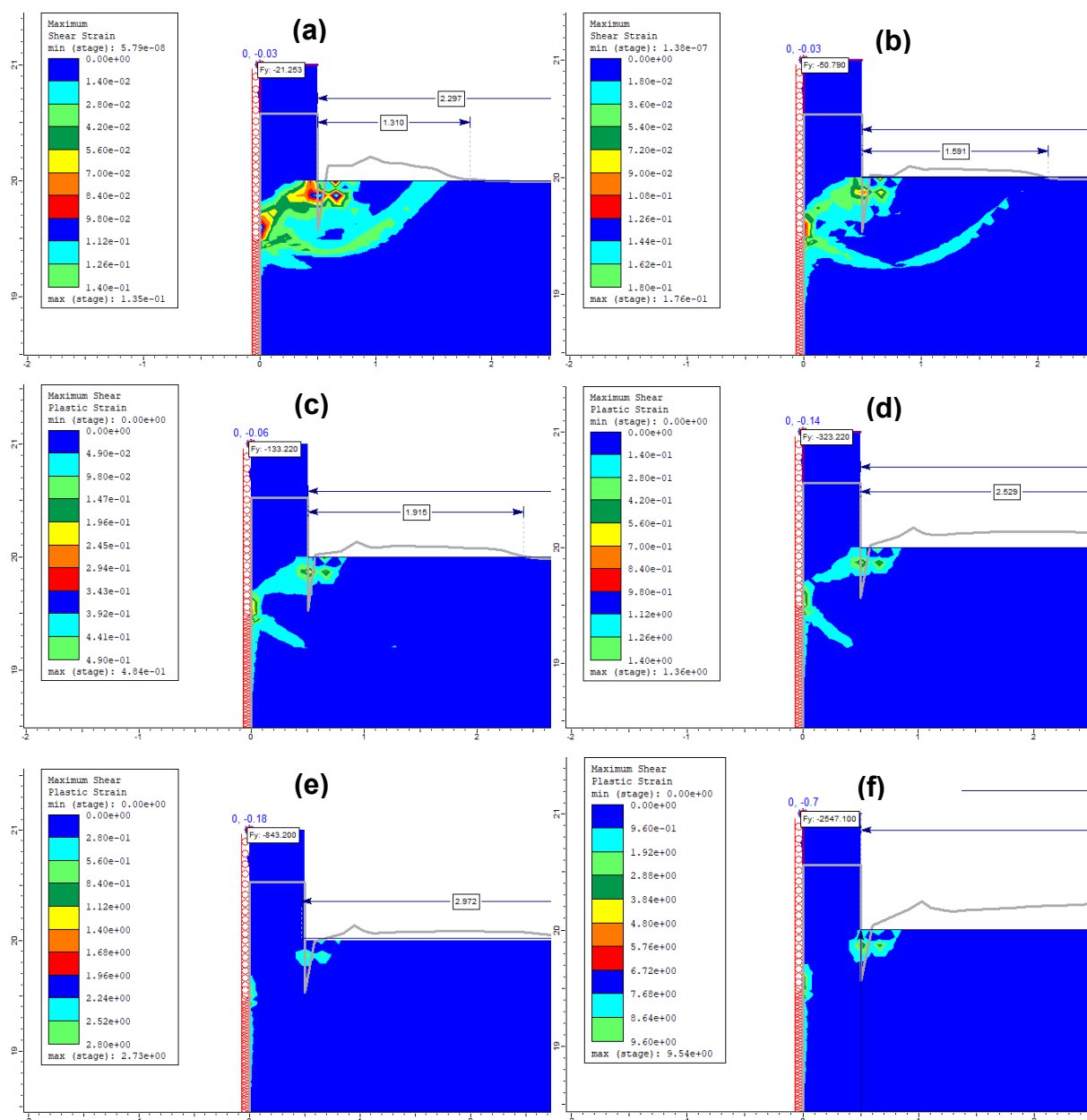


Figura 52 – Máxima deformação plástica cisalhante, na ruptura, solo homogêneo:

(a) $\phi_1 = 25^\circ$; (b) $\phi_1 = 30^\circ$; (c) $\phi_1 = 35^\circ$; (d) $\phi_1 = 40^\circ$; (e) $\phi_1 = 45^\circ$; (f) $\phi_1 = 50^\circ$.

Ao avaliar cada modelo homogêneo, não apenas na etapa onde ocorre a ruptura, mas também observando o processo de formação de como ocorrem as deformações e o levantamento do solo adjacente a sapata ao longo do processo, gráficos de tensão *versus* deformação, chegou-se à seguinte conclusão, apresentada na Tabela 25: Os valores calculados para Santos (2017) e Santos *et al.* (2020) podem ser consultados no seguinte link: <https://luizadosfs.wixsite.com/modeloderuptura>, onde seus resultados foram compilados em um programa neste endereço na internet.

Tabela 24 – Modo de ruptura para cada teoria, solo homogêneo.

Φ (°)	MEF – RS2	Santos (2017) e Santos <i>et al.</i> (2020)	Vesic (1975)
25	Generalizada	Puncionamento	Generalizada
30	Generalizada	Puncionamento	Generalizada
35	Localizada	Localizada	Generalizada
40	Localizada	Generalizada	Generalizada
45	Puncionamento	Generalizada	Generalizada
50	Puncionamento	Generalizada	Não generalizada

O modelo Mohr-Coulomb utilizado no programa RS2 se aproximou melhor da teoria apresentada por Vesic (1975) para ângulos de atrito de 25° e 30°. Para 35°, o modelo numérico ficou mais próximo do proposto por Santos (2017) e Santos *et al.* (2020). Para os valores de ângulo de atrito do maciço de 40° a 50°, embora o gráfico tensão *versus* deformação apresente um valor de pico, característico de ruptura generalizada, as deformações apresentadas no RS2, a forma como o solo adjacente se comporta ao longo da deformação, possuem uma característica mais próxima de uma ruptura por puncionamento.

Aparentemente, o modelo numérico proposto, calculando por Mohr-Coulomb, para ângulos de atrito elevados ($\phi_1 \geq 40^\circ$), utilizando uma regra de fluxo não associada ($\phi \neq \psi$), não conseguiu representar bem modelo as deformações do solo e sua capacidade de carga na ruptura, situação também observada por Yamamoto (2009). Possivelmente, as instabilidades detectadas por Borst e Vermeer (1984, apud Frydman e Burd, 1995) no cálculo para situações em que o ângulo de atrito é elevado e $\phi \neq \psi$ podem ter influenciado nos resultados.

De forma a avaliar o modo de ruptura esperado nos casos de influência da lente de areia de menor compacidade, os valores foram inseridos em uma planilha Excel e apresentados da Tabela 25 até a Tabela 27.

Tabela 25 – Modo de ruptura [calculado conforme Santos (2017) e Santos *et al.* (2020)].

B =	1,00 m	h ₀ (m)	$\phi'_1 = 25^\circ, \psi_1=0^\circ \text{ e } \psi_2=0^\circ$				$\phi'_1 = 30^\circ, \psi_1=0^\circ \text{ e } \psi_2=0^\circ$				
z _i	z _i /B		$\phi'_2=\phi'_1$	$\phi'_2 = 20^\circ$	$\phi'_2 = 15^\circ$	$\phi'_2 = 10^\circ$	$\phi_2 = \phi_1$	$\phi'_2 = 25^\circ$	$\phi'_2 = 20^\circ$	$\phi'_2 = 15^\circ$	$\phi'_2 = 10^\circ$
0,5	0,5	0,00		-	-	-		-	-	-	-
		0,10	punc	punc	punc	punc	punc	punc	punc	punc	punc
		0,20		punc	punc	punc		punc	punc	punc	punc
		0,30		punc	punc	punc		punc	punc	punc	punc
		0,40		punc	punc	punc		punc	punc	punc	punc
		0,50		punc	punc	punc		punc	punc	punc	punc
1,00	1,00	0,00		-	-	-		-	-	-	-
		0,10	punc	punc	punc	punc	punc	punc	punc	punc	punc
		0,20		-	-	-		-	-	-	-
		0,30		punc	punc	punc		punc	punc	punc	punc
		0,40		-	-	-		-	-	-	-
		0,50		punc	punc	punc		punc	punc	punc	punc
1,50	1,50	0,00		-	-	-		-	-	-	-
		0,10	punc	punc	punc	punc	punc	punc	punc	punc	punc
		0,20		-	-	-		-	-	-	-
		0,30		punc	punc	punc		punc	punc	punc	punc
		0,40		-	-	-		-	-	-	-
		0,50		punc	punc	punc		punc	punc	punc	punc

Onde:

- punc = ruptura por punção.
- gen = ruptura generalizada.
- local = ruptura localizada.

Tabela 26 – Modo de ruptura [calculado conforme Santos (2017) e Santos *et al.* (2020)].

B =	1 m	h_0 (m)	$\phi'_1 = 35^\circ, \psi_1=5^\circ \text{ e } \psi_2=0^\circ$						$\phi'_1 = 40^\circ, \psi_1=10^\circ \text{ e } \psi_2=0^\circ$					
			$\phi'_2=\phi'_1$	$\phi'_2 = 20^\circ$	$\phi'_2 = 15^\circ$	$\phi'_2 = 10^\circ$	$\phi_2 = \phi_1$	$\phi'_2 = 25^\circ$	$\phi'_2 = 20^\circ$	$\phi'_2 = 15^\circ$	$\phi'_2 = 10^\circ$	$\phi'_2=\phi'_1$	$\phi'_2 = 20^\circ$	$\phi'_2 = 15^\circ$
0,5	0,5	0,00		-	-	-	-	-		-	-	-	-	-
		0,10	local	punc	punc	punc	punc	punc	gen	local	local	local	punc	punc
		0,20		punc	punc	punc	punc	punc		local	punc	punc	punc	punc
		0,30		punc	punc	punc	punc	punc		local	punc	punc	punc	punc
		0,40		punc	punc	punc	punc	punc		punc	punc	punc	punc	punc
		0,50		punc	punc	punc	punc	punc		punc	punc	punc	punc	punc
1,0	1,0	0,00		-	-	-	-	-		-	-	-	-	-
		0,10	local	punc	punc	punc	punc	punc	gen	local	local	local	local	punc
		0,20		-	-	-	-	-		-	-	-	-	-
		0,30		punc	punc	punc	punc	punc		local	local	punc	punc	punc
		0,40		-	-	-	-	-		-	-	-	-	-
		0,50		punc	punc	punc	punc	punc		local	local	punc	punc	punc
1,5	1,5	0,00		-	-	-	-	-		-	-	-	-	-
		0,10	local	local	local	local	local	punc	gen	local	local	local	local	local
		0,20		-	-	-	-	-		-	-	-	-	-
		0,30		local	punc	local	punc	punc		gen	local	local	local	local
		0,40		-	-	-	-	-		-	-	-	-	-
		0,50		local	local	local	punc	punc		local	local	local	local	local

Onde:

- punc = ruptura por punção.
- gen = ruptura generalizada.
- local = ruptura localizada.

Tabela 27 – Modo de ruptura [calculado conforme Santos (2017) e Santos *et al.* (2020)].

B = 1 m		h ₀ (m)	$\phi'_1 = 45^\circ, \psi_1=15^\circ \text{ e } \psi_2=0^\circ$						$\phi'_1 = 50^\circ, \psi_1=20^\circ \text{ e } \psi_2=0^\circ$					
z _i	z _i /B		$\phi'_2=\phi'_1$	$\phi'_2 = 20^\circ$	$\phi'_2 = 15^\circ$	$\phi'_2 = 10^\circ$	$\phi_2 = \phi_1$	$\phi'_2 = 25^\circ$	$\phi'_2 = 20^\circ$	$\phi'_2 = 15^\circ$	$\phi'_2 = 10^\circ$	$\phi'_2=\phi'_1$	$\phi'_2 = 20^\circ$	$\phi'_2 = 15^\circ$
0,5	0,5	0,00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		0,10	gen	gen	gen	local	local	punc	gen	gen	gen	gen	local	punc
		0,20		local	local	punc	punc	punc		gen	local	local	punc	punc
		0,30		local	punc	punc	punc	punc		local	local	punc	punc	punc
		0,40		local	punc	punc	punc	punc		local	punc	punc	punc	punc
		0,50		local	punc	punc	punc	punc		local	punc	punc	punc	punc
1,0	1,00	0,00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		0,10	gen	gen	gen	local	local	local	gen	gen	gen	gen	local	local
		0,20		-	-	-	-	-		-	-	-	-	-
		0,30		local	local	local	local	punc		gen	local	local	local	local
		0,40		-	-	-	-	-		-	-	-	-	-
		0,50		local	local	local	punc	punc		local	local	local	local	punc
1,5	1,50	0,00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		0,10	gen	gen	gen	gen	local	local	gen	gen	gen	gen	gen	gen
		0,20		-	-	-	-	-		-	-	-	-	-
		0,30		gen	gen	local	local	local		gen	gen	gen	gen	local
		0,40		-	-	-	-	-		-	-	-	-	-
		0,50		gen	gen	local	local	local		gen	gen	local	local	local

Onde:

- punc = ruptura por punção.
- gen = ruptura generalizada.
- local = ruptura localizada.

Para melhor entender fisicamente o exposto pela Tabela 25 a Tabela 27, utilizando a saída do programa RS2, a seguir serão apresentados e comparados os deslocamentos do modelo na ruptura, para $\phi_1 = 45^\circ$, $z_i/B = 0,50$, $h_0 = 0,10$ m, modelo homogêneo, $\phi_2 = 30^\circ$, $\phi_2 = 20^\circ$, e $\phi_2 = 10^\circ$, que tiveram os modos de ruptura calculados conforme Santos (2017) do tipo: ruptura generalizada, localizada e por puncionamento, respectivamente.

Na Figura 53 são apresentados os deslocamentos no momento da ruptura, onde é possível observar nos casos de solo homogêneo e solo com $\phi_2 = 30^\circ$ (Figura 53 (a) e (b), respectivamente), que há influência nas camadas inferiores de solo, conforme será descrito a seguir. A medida em que se reduz a resistência do material da lente, a superfície de ruptura se concentra mais próxima à região do maciço no entorno da sapata, reduzindo a extensão da superfície de ruptura e se concentrando na região delimitada pela lente de menor resistência. Mais precisamente no caso de $\phi_2 = 30^\circ$, a lente de areia consegue absorver e transferir grande parte do carregamento devido ao deslocamento imposto ao modelo. Verifica-se inclusive uma superfície de ruptura apresentada por Prandtl (1921, apud Vesic, 1975), se assemelhando à representada pela Figura 5.

A mesma observação é possível realizar na Figura 54[(a) e (b)], onde, além dos vetores de deslocamento, é apresentado o deslocamento na superfície do solo, característico de ruptura por cisalhamento generalizado. Após as figuras, uma análise será realizada.

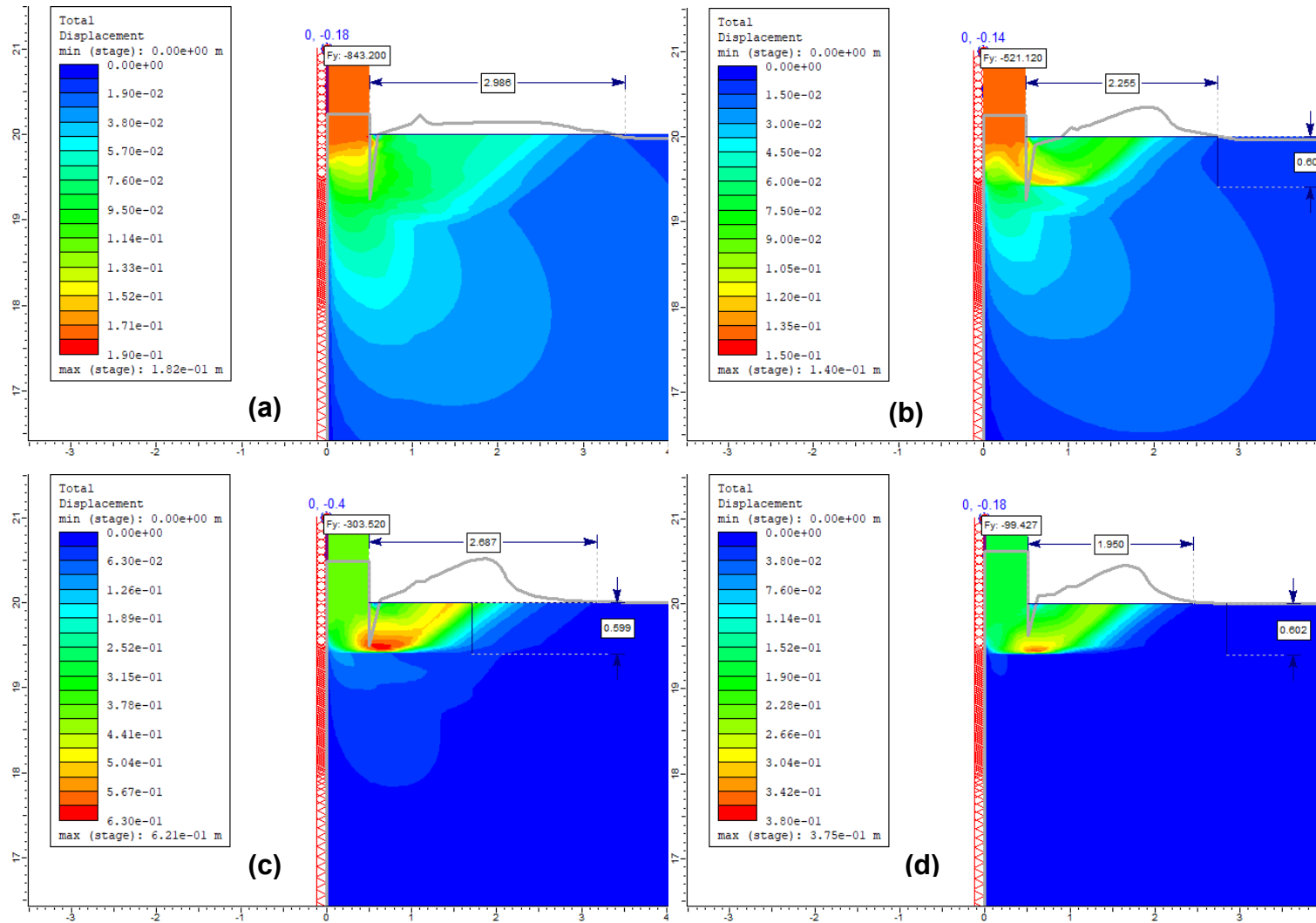


Figura 53 – Deslocamentos totais na ruptura $\phi_1 = 45^\circ$, $z_i/B = 0.50$: (a) solo homogêneo; (b) $h_0 = 10\text{cm}$, $\phi_2 = 30^\circ$; (c) $h_0 = 10\text{cm}$, $\phi_2 = 20^\circ$; e (d) $h_0 = 10\text{cm}$, $\phi_2 = 10^\circ$.

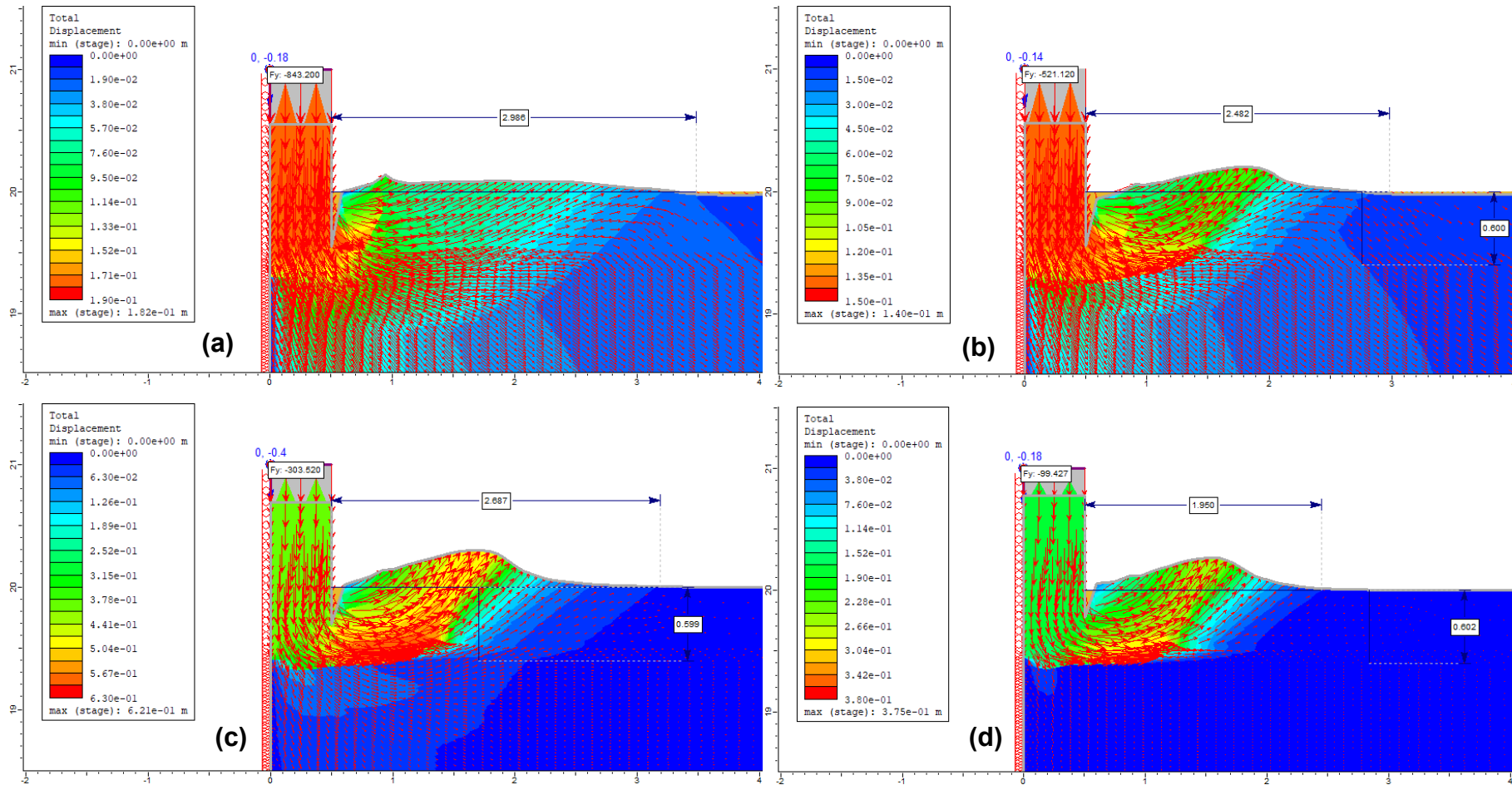


Figura 54 – Vetores deslocamentos totais, na ruptura, $\phi_1 = 45^\circ$, $z_i/B = 0,50$: (a) solo homogêneo; (b) $h_0 = 10\text{cm}$, $\phi_2 = 30^\circ$; (c) $h_0 = 10\text{cm}$, $\phi_2 = 20^\circ$; (d) $h_0 = 10\text{cm}$, $\phi_2 = 10^\circ$.

Para os casos de $\phi_2 = 20^\circ$ e $\phi_2 = 10^\circ$, é possível perceber que a influência da lente de areia de menor compacidade reduz a área de influência da fundação na profundidade (Figura 53 (c) e (d), respectivamente). Como pode ser observado na Figura 54c, a lente de $\phi_2 = 20^\circ$ consegue transferir parte do carregamento para o solo abaixo, enquanto para $\phi_2 = 10^\circ$ (Figura 54d), praticamente nenhum carregamento é transferido para o solo abaixo, ocorrendo a ruptura ao longo da lente de areia de 10 cm. Situação essa semelhante à descrita por Vesic (1975) para os casos em que ocorre ruptura por fluxo lateral plástico quando na ocorrência de solos estratificados, quando o solo superior é fofo e inferior compacto.

Com relação ao mecanismo de ruptura existente, tanto para $\phi_2 = 20^\circ$ e $\phi_2 = 10^\circ$ (Figura 54 (c) e (d), respectivamente), houve o levantamento do solo na superfície adjacente à fundação. Este fator não é característico de ruptura por punção podendo ocorrer um leve levantamento do solo adjacente para rupturas localizadas. Ao se observar a Tabela 27, verifica-se que o modo de ruptura esperado, considerando a dissipação da energia para a ruptura, em comparação aos modelos, é ruptura localizada para $\phi_2 = 20^\circ$ e por punção para $\phi_2 = 10^\circ$. Uma explicação concebível é que a maior diferença entre o valor de ângulo de atrito do solo principal e a lente de areia apresenta uma superfície preferencial de deslocamento, onde ocorre a ruptura. Desta forma, mesmo a capacidade de carga sendo menor, menor será a energia de dissipação para fissuração, assim, o modo de ruptura tenderia a se manter por punção. Vesic ao estudar o comportamento de solos estratificados, considerando camada superior compacta sobrejacente à camada fofa, observou ruptura por punção.

A seguir é apresentada a Figura 52, que indica para $h_0 = 50$ cm os deslocamentos totais para $\phi_2 = 30^\circ$, 20° e 10° , para o mesmo caso apresentado anteriormente. São indicadas na figura listas horizontais que não foram apresentadas nas figuras anteriores. As linhas horizontais representam a discretização de 10 em 10 cm do modelo numérico. Desta forma, fica mais fácil observar a influência que o aumento de espessura da lente de areia causa no modelo.

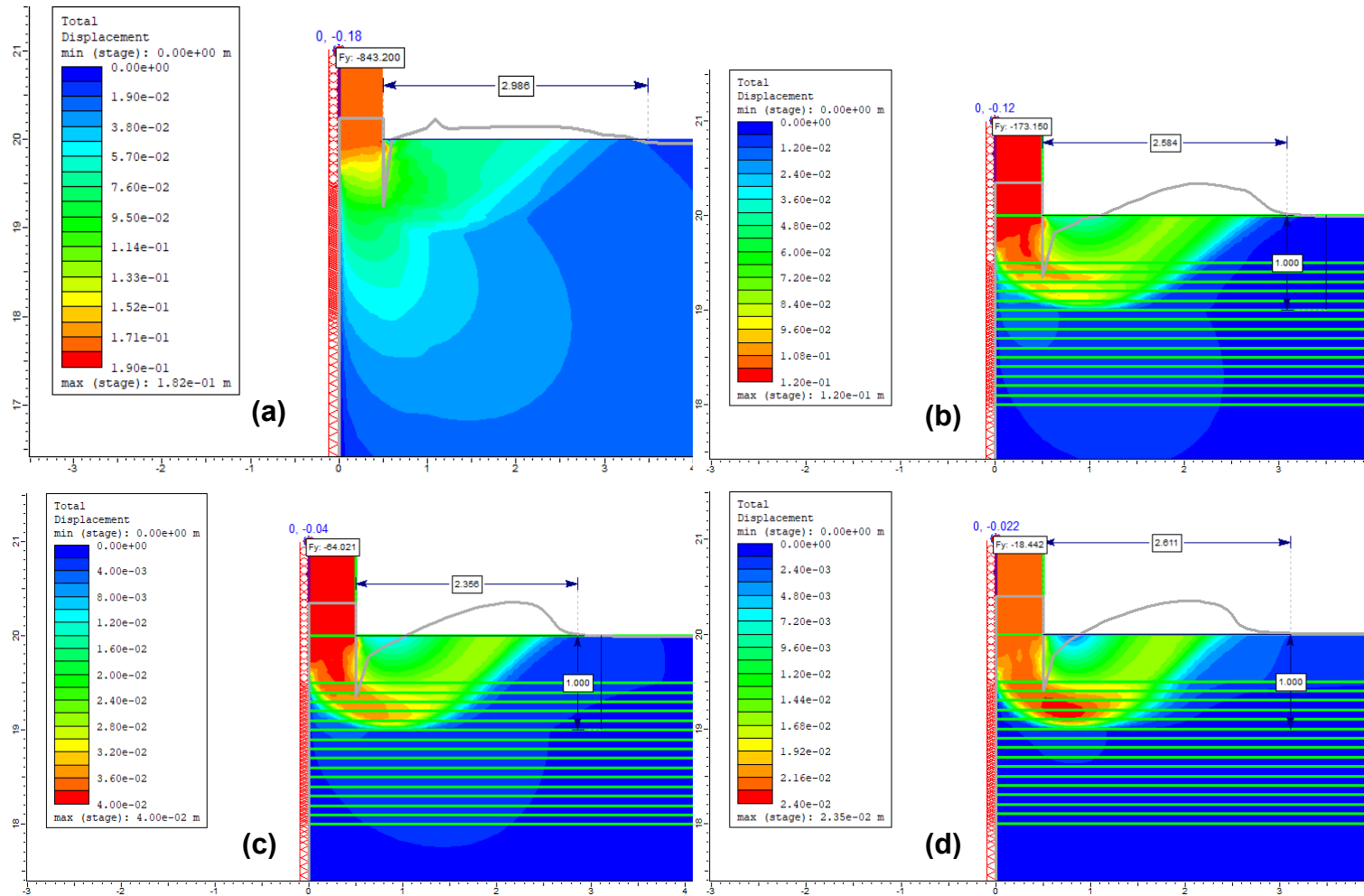


Figura 55 – Deslocamentos totais, na ruptura, $\phi_1 = 45^\circ$, $z_i/B = 0,50$: (a) homogêneo; (b) $h_0 = 50\text{cm}$, $\phi_2 = 30^\circ$; (c) $h_0 = 50\text{cm}$, $\phi_2 = 20^\circ$; e (d) $h_0 = 50\text{cm}$, $\phi_2 = 10^\circ$.

A Figura 55a é referente ao solo homogêneo, ou seja, sem a influência de uma lente de menor compacidade. Os casos de (b) a (d) são referentes à variação do ângulo de atrito da lente, ϕ_2 , com os valores de 30° , 20° e 10° , respectivamente. É possível observar nas imagens de saída do programa que ao se inserir a lente de 50 cm, na profundidade relativa $z_i = 0,50$, quase não se observa influência do deslocamento imposto à fundação nas camadas inferiores. Quanto menor ϕ_2 , menor a mobilização das camadas inferiores a lente.

Considerando o mecanismo de ruptura esperado, ao se utilizar a teoria desenvolvida por Santos (2017), Santos *et al.* (2020) e Santos e Freitas (2020), apenas para solos homogêneos, era esperado que não houvesse um levantamento do solo adjacente à fundação. Conforme análise feita para a figura anterior, a teoria leva em consideração o solo homogêneo, analisando o comprimento de fissura e energia gasta na ruptura. Ao introduzirmos uma lente de menor resistência, diminuimos a energia gasta para que haja a ruptura, representada pela capacidade de carga na ruptura menor que o caso de solo homogêneo. Assim, quando a Tabela 25 até a Tabela 27 apresentam o mecanismo de ruptura esperado para um solo homogêneo, quando na introdução de uma heterogeneidade no maciço (lente de menor compacidade), não conseguem prever o mecanismo de ruptura apresentado no modelo numérico, pois como pode ser observado na Figura 55, enquanto a ruptura observada é generalizada, a Tabela 27 nos apresenta ruptura localizada e por puncionamento.

Na Figura 56 são apresentados os deslocamentos totais para $z_i/B = 1,50$ e $h_0 = 10$ cm, para o mesmo ângulo de atrito do maciço.

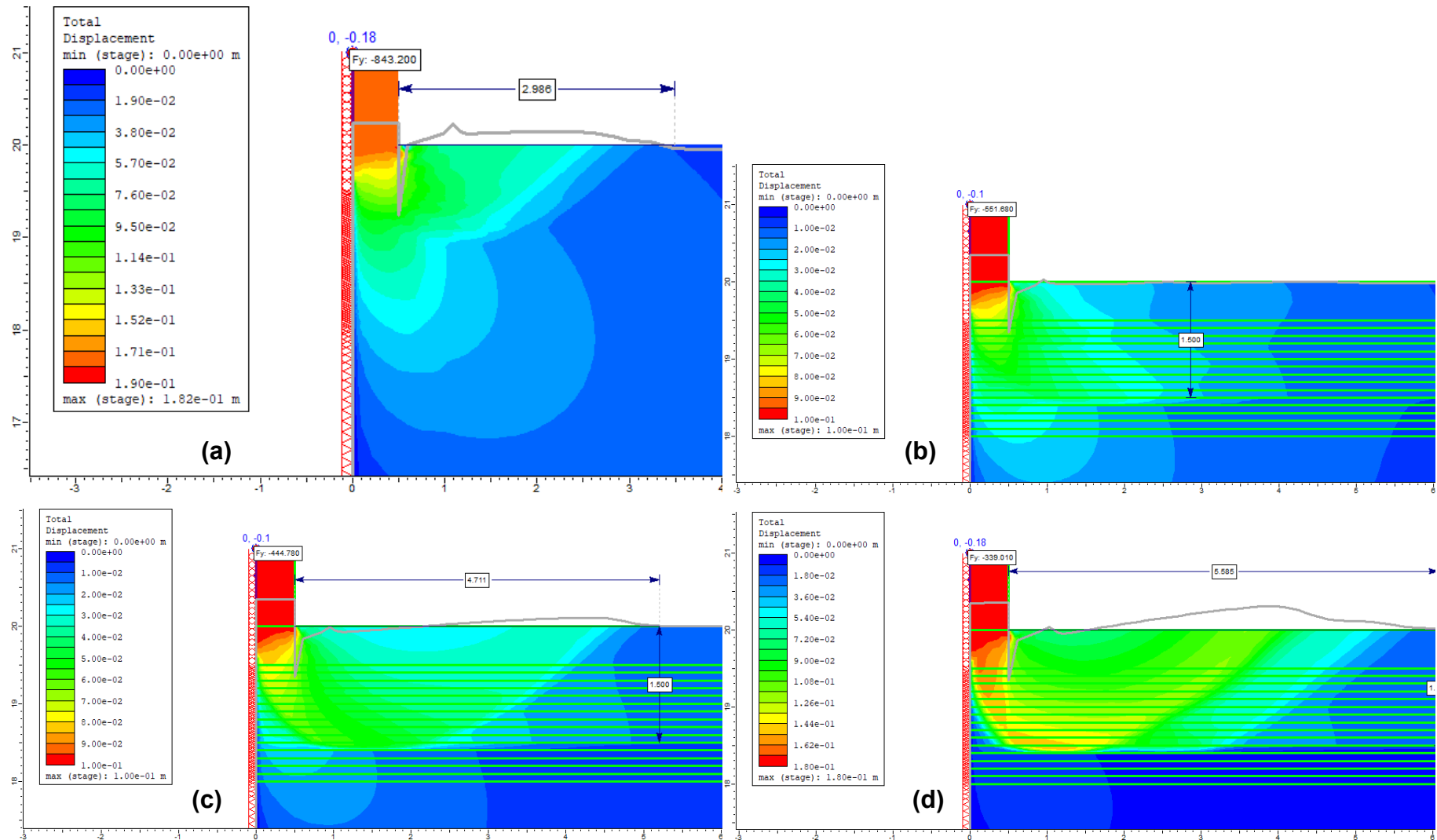


Figura 56 – Vetores deslocamentos totais, na ruptura, $\phi_1 = 45^\circ$, $z_i/B = 1,50$ e $h_0 = 50$ cm: (a) homogêneo; (b) $\phi_2 = 30^\circ$; (c) $\phi_2 = 20^\circ$; (d) $\phi_2 = 10^\circ$.

Cabe destacar, na Figura 56, que ao se aprofundar a lente, a superfície de ruptura se aprofunda, tendendo sempre a passar no contorno inferior da lente quando a resistência da lente é reduzida, ou seja, quando ocorre uma maior diferença entre a resistência da lente em relação ao restante do maciço. Entretanto, quanto mais se aumento z_i/B , menor será a redução na capacidade de carga do maciço, resultado já observado por Ziccarelli e Rosone (2021).

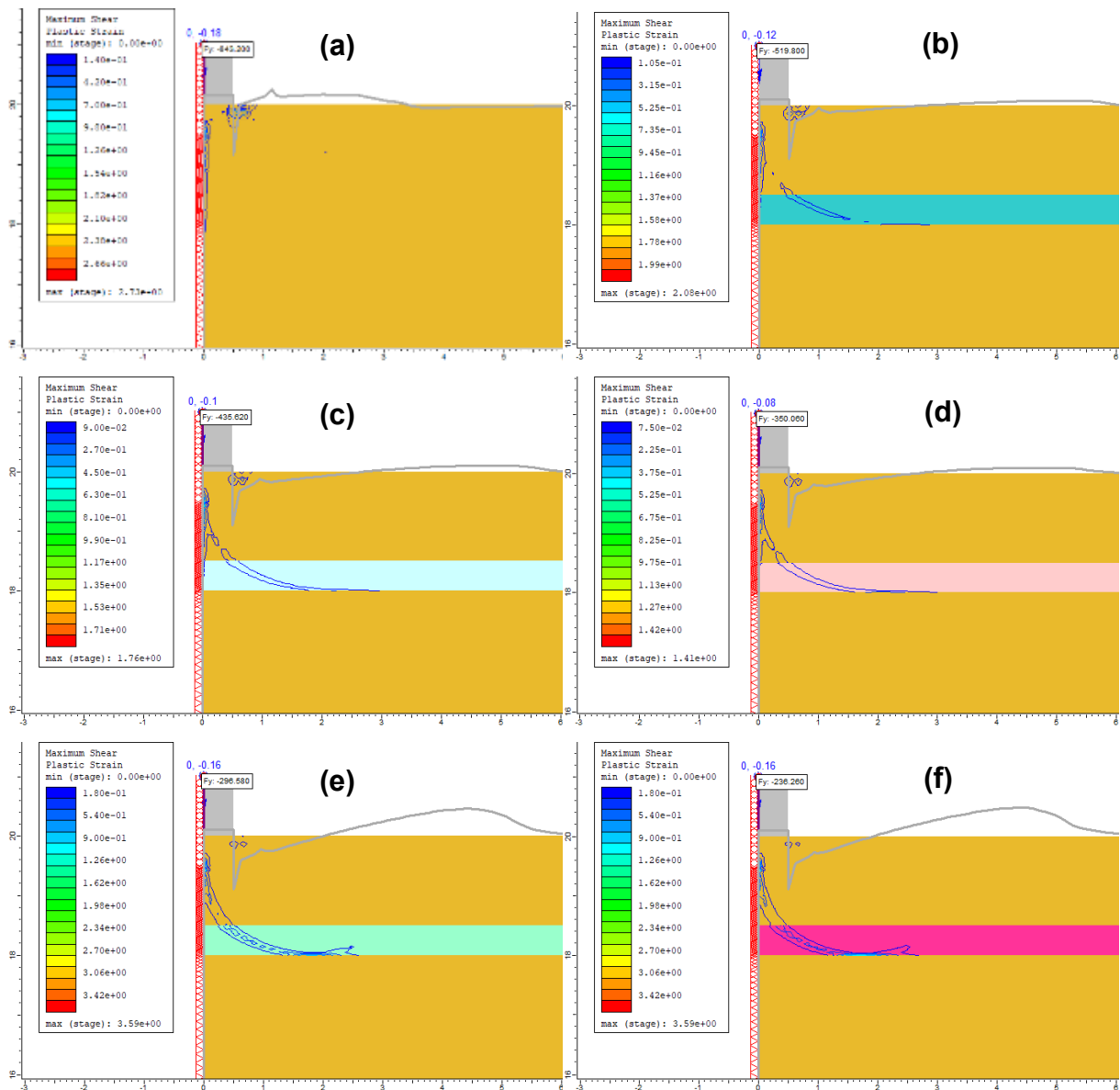


Figura 57 – Máxima tensão cisalhante na plastificação, $\phi_1 = 45^\circ$, $z_i/B = 1,50$; $h_0 = 50\text{cm}$:

**(a) homogêneo; (b), $\phi_2 = 30^\circ$; (c) $\phi_2 = 25^\circ$; (d) $\phi_2 = 20^\circ$; (e) $\phi_2 = 15^\circ$; (f) $\phi_2 = 15^\circ$;
(g) $\phi_2 = 10^\circ$.**

A Figura 57 apresenta a máxima tensão cisalhante na plastificação para os valores de $\phi_1 = 45^\circ$ e ϕ_2 variando de 30° até 10° . As letras (a) a (c) têm ruptura generalizada, enquanto as letras de (d) até (f) sofrem ruptura localizada, conforme a verificação realizada com a teoria desenvolvida por Santos (2017). Verifica-se um deslocamento para a direita da região adjacente à fundação que sofre um levantamento. A zona máxima cisalhante na plastificação fica limitada à região da camada de menor compacidade. Cabe observar a menor tensão cisalhante capaz de vencer a resistência, a medida em que o material da lente apresenta uma menor resistência.

Fica mais evidente observar o levantamento da camada adjacente à fundação na Figura 58, que possui os vetores deslocamento inseridos na figura. Quanto menor a compacidade, menor o deslocamento transferido às camadas subjacentes, por conta da menor transferência da energia para as camadas abaixo da camada de menor compacidade (Figura 58 (e) e (f)).

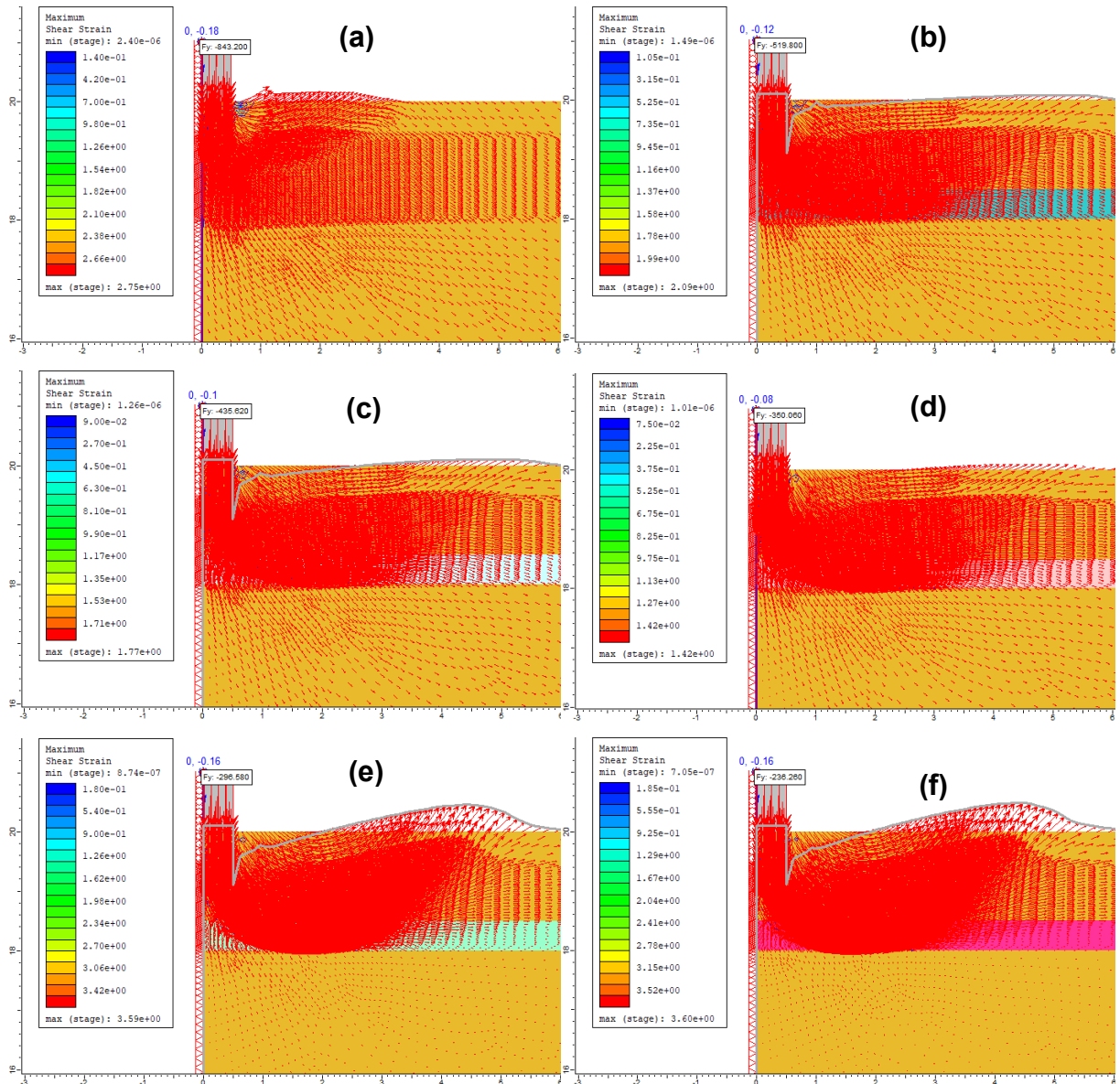


Figura 58 – Máximo tensão cisalhante, com vetores deslocamento, $\phi_1 = 45^\circ$, $z_i/B = 1,50$; $h_0 = 50\text{cm}$: (a) homogêneo; (b), $\phi_2 = 30^\circ$; (c) $\phi_2 = 25^\circ$; (d) $\phi_2 = 20^\circ$; (e) $\phi_2 = 15^\circ$; (f) $\phi_2 = 10^\circ$.

Ao contrário da teoria de Vesic (1975) quanto aos modos de ruptura, a teoria proposta por Santos (2017), Santos *et al.* (2020) e Santos e Freitas (2020), em um primeiro momento, parece não se adequar visualmente ao modelo numérico estudado. Na ruptura por punção não se espera que haja um levantamento do solo na região adjacente à fundação. Entretanto, o fato ocorre conforme apresentado acima.

E, era esperado que, na ruptura, os maiores deslocamentos ocorressem no trecho da lente, e sendo esta de menor resistência, portanto menor compacidade, apresentaria uma maior redução de volume, no comportamento drenado. Com maior variação de volume do material da lente, haveria uma redução da tendência de levantamento do maciço como um todo, já que o maciço é composto de material de maior compacidade. Talvez, por não transmitir essa energia para as camadas subjacentes à lente, essa energia seja maior que a energia perdida no trecho da lente, refletindo nesse maior deslocamento do solo adjacente. Ao observar novamente a Figura 58 (e) e (f), é possível notar que há um deslocamento para a direita (afastamento da fundação), quanto menor for ϕ_2 .

O fato de Santos (2017) ter desenvolvido o seu trabalho para solo homogêneo, este não leva em consideração a menor energia necessária para se atingir à ruptura devido à camada de solo de menor compacidade. A energia, na ruptura, se transforma em trabalho realizado. Quando ocorrem os deslocamentos, que em alguns casos são maiores no caso da menor compacidade da lente, seria maior o trabalho executado na ruptura, e menor o deslocamento (levantamento) pós ruptura. Desta forma, para refletir a introdução de uma heterogeneidade no maciço, ao se utilizar o trabalho de Santos (2017), que é apenas para solos homogêneos, deveria ser introduzida em suas equações a previsão da redução da energia de ruptura para os casos não homogêneos, e assim poder comparar com os modelos numéricos desenvolvidos neste trabalho.

Serão necessários mais estudos, em modelos em escala reduzida, por exemplo, para se desenvolver essa teoria para a influência de solos não homogêneos.

4.5 Fator N_γ proposto.

De forma a auxiliar futuros anteprojetos ou análises preliminares de projetos no cálculo da capacidade de carga de solos arenosos para fundações superficiais em casos de EPD ($L \gg B$), considerando a equação geral da capacidade de carga, equação (11), utilizando os valores calculados em modelagem numérica, são propostos ábacos para obter N_γ em função do ângulo de atrito do maciço (ϕ_1), da Figura 59 à Figura 64.

Os valores de ϕ_1 foram variados na faixa de 25° a 45° , por serem mais representativos em termos de projeto, e por conta da variação de N_γ entre 45° e 50° , apresentada na validação do modelo numérico, no subitem 3.2.

Tabela 28 – N_γ , $z_i/B = 0,50$, $h_0 = 10$ cm.

$\phi_1(^{\circ})$	$\phi_2 = \phi_1$	$\phi_2 = 30^{\circ}$	$\phi_2 = 25^{\circ}$	$\phi_2 = 20^{\circ}$	$\phi_2 = 15^{\circ}$	$\phi_2 = 10^{\circ}$
25	5,31	-	-	4,27	2,86	1,46
30	13,31	-	11,79	9,41	6,32	3,79
35	33,52	28,07	24,64	18,45	12,20	7,50
40	80,81	59,05	51,19	37,50	24,04	14,12
45	213,14	130,28	107,84	75,88	44,72	24,86

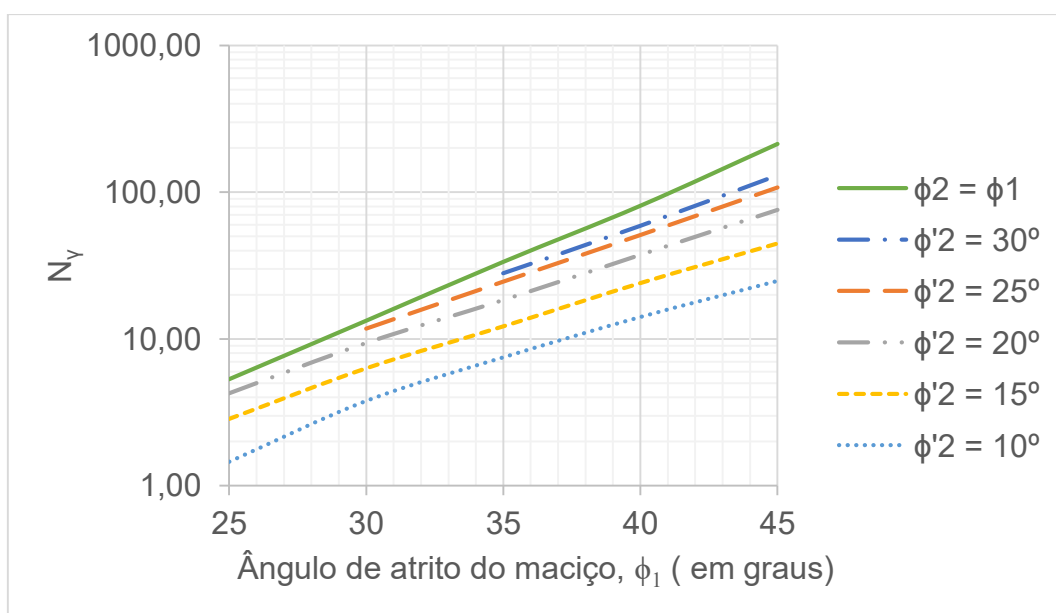
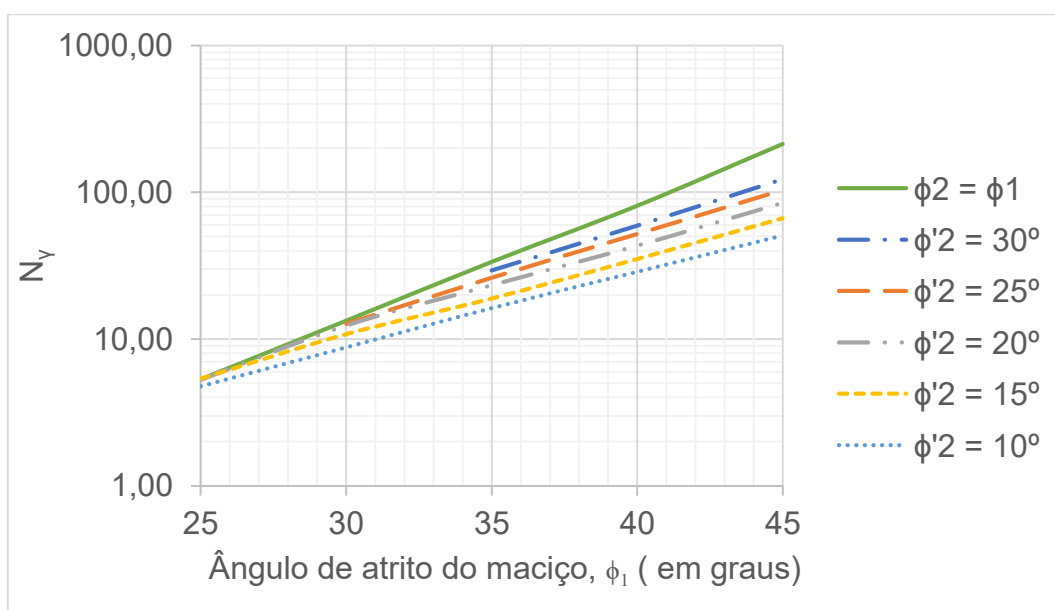


Figura 59 – N_γ , $z_i/B = 0,50$, $h_0 = 10$ cm.

Tabela 29 – N_y , $z_i/B = 1,00$, $h_0 = 10$ cm.

$\phi_1(^{\circ})$	$\phi_2 = \phi_1$	$\phi_2 = 30^{\circ}$	$\phi_2 = 25^{\circ}$	$\phi_2 = 20^{\circ}$	$\phi_2 = 15^{\circ}$	$\phi_2 = 10^{\circ}$
25	5,31	-	-	5,28	5,38	4,77
30	13,31	-	12,69	12,37	10,81	8,78
35	33,52	29,34	26,18	23,26	18,92	16,26
40	80,81	59,21	51,93	43,23	35,12	28,74
45	213,14	122,80	103,39	84,47	66,61	50,80

Figura 60 – N_y , $z_i/B = 1,00$, $h_0 = 10$ cm.Tabela 30 – N_y , $z_i/B = 1,50$, $h_0 = 10$ cm.

$\phi_1(^{\circ})$	$\phi_2 = \phi_1$	$\phi_2 = 30^{\circ}$	$\phi_2 = 25^{\circ}$	$\phi_2 = 20^{\circ}$	$\phi_2 = 15^{\circ}$	$\phi_2 = 10^{\circ}$
25	5,31	-	-	5,31	5,31	5,31
30	13,31	-	12,93	12,84	12,75	13,36
35	33,52	32,20	31,52	32,58	31,57	29,17
40	80,81	77,34	72,87	63,29	55,61	49,33
45	213,14	137,92	125,29	111,20	98,17	84,75

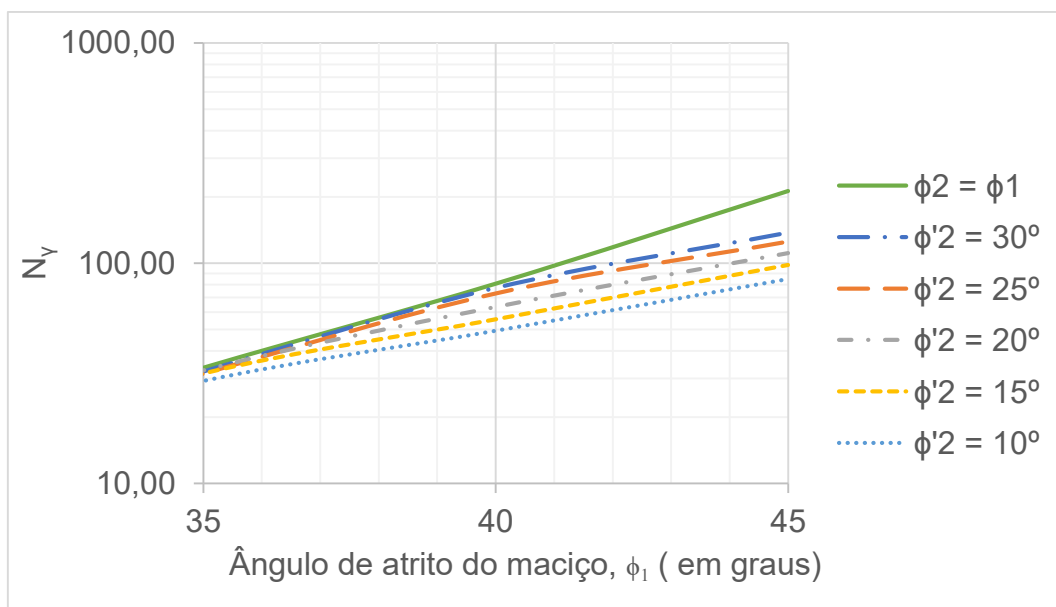


Figura 61 – N_y , $z_i/B = 1,50$, $h_0 = 10$ cm.

Tabela 31 – N_y , $z_i/B = 0,50$, $h_0 = 30$ cm.

$\phi_1(^{\circ})$	$\phi_2 = \phi_1$	$\phi_2 = 30^{\circ}$	$\phi_2 = 25^{\circ}$	$\phi_2 = 20^{\circ}$	$\phi_2 = 15^{\circ}$	$\phi_2 = 10^{\circ}$
25	5,31	-	-	3,54	1,87	0,39
30	13,31	-	9,32	6,23	3,57	1,32
35	33,52	23,01	15,93	9,87	5,56	2,59
40	80,81	38,64	24,21	14,31	8,25	4,21
45	213,14	58,95	35,67	20,78	11,96	6,60

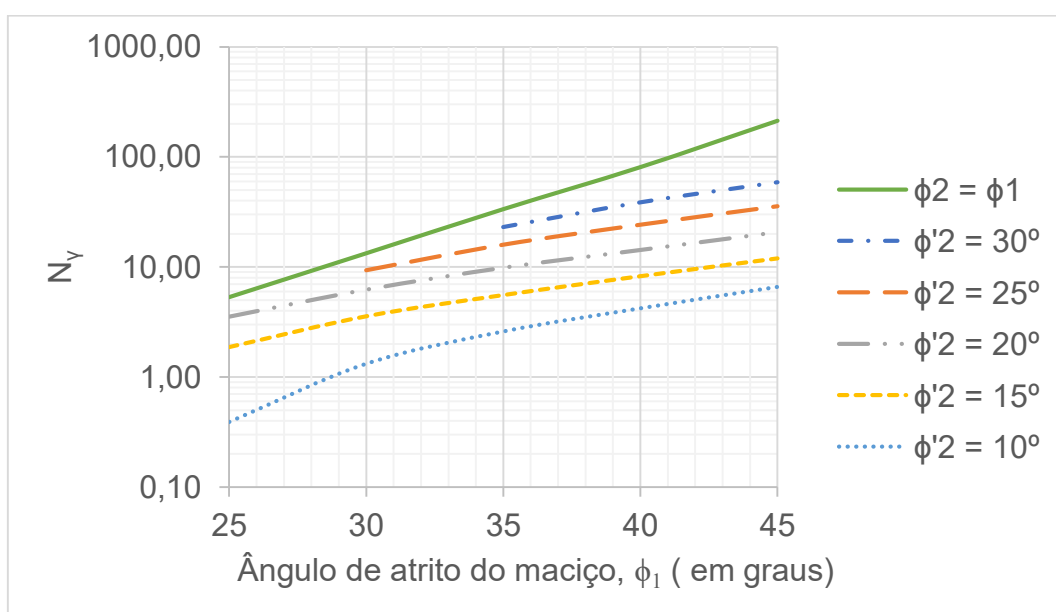
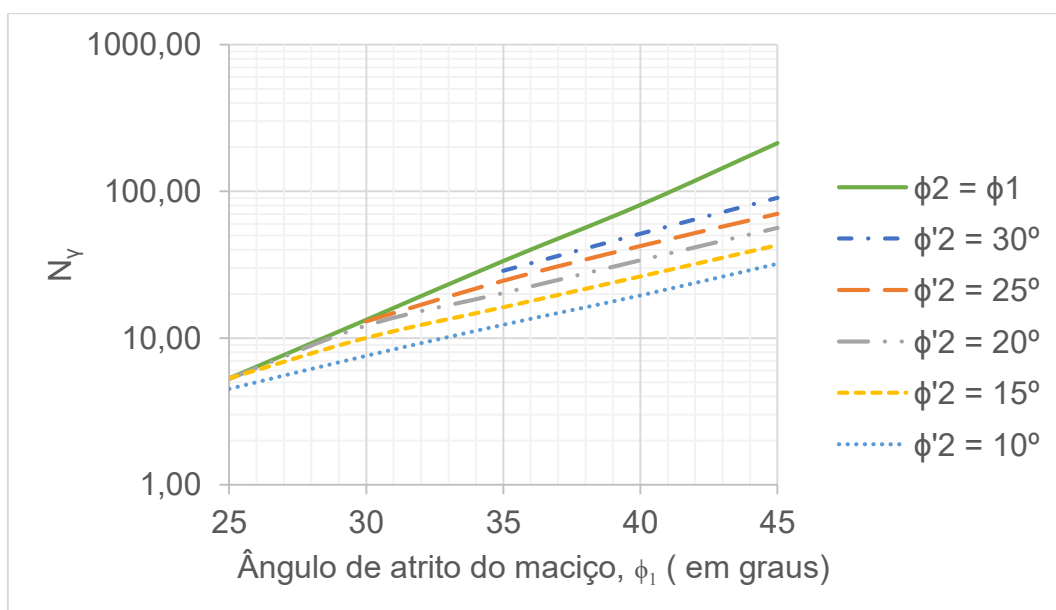


Figura 62 – N_y , $z_i/B = 0,50$, $h_0 = 30$ cm.

Tabela 32 – N_y , $z_i/B = 1,00$, $h_0 = 30$ cm.

$\phi_1(^{\circ})$	$\phi_2 = \phi_1$	$\phi_2 = 30^{\circ}$	$\phi_2 = 25^{\circ}$	$\phi_2 = 20^{\circ}$	$\phi_2 = 15^{\circ}$	$\phi_2 = 10^{\circ}$
25	5,31	-	-	5,28	5,32	4,51
30	13,31	-	12,98	12,18	10,02	7,58
35	33,52	28,75	24,57	20,29	16,21	12,33
40	80,81	51,33	42,40	33,91	26,28	19,52
45	213,14	90,09	70,34	56,32	42,90	32,06

Figura 63 – N_y , $z_i/B = 1,00$, $h_0 = 30$ cm.Tabela 33 – N_y , $z_i/B = 1,50$, $h_0 = 30$ cm.

N_y ($h_0 = 30$ cm, $z_i/B = 1,50$)						
$\phi_1(^{\circ})$	$\phi_2 = \phi_1$	$\phi_2 = 30^{\circ}$	$\phi_2 = 25^{\circ}$	$\phi_2 = 20^{\circ}$	$\phi_2 = 15^{\circ}$	$\phi_2 = 10^{\circ}$
25	5,31	-	-	5,30	5,32	5,32
30	13,31	-	12,90	12,76	12,71	12,54
35	33,52	31,51	31,05	31,64	31,18	26,35
40	80,81	79,65	68,51	58,44	50,21	42,08
45	213,14	128,85	113,18	96,79	82,24	67,62

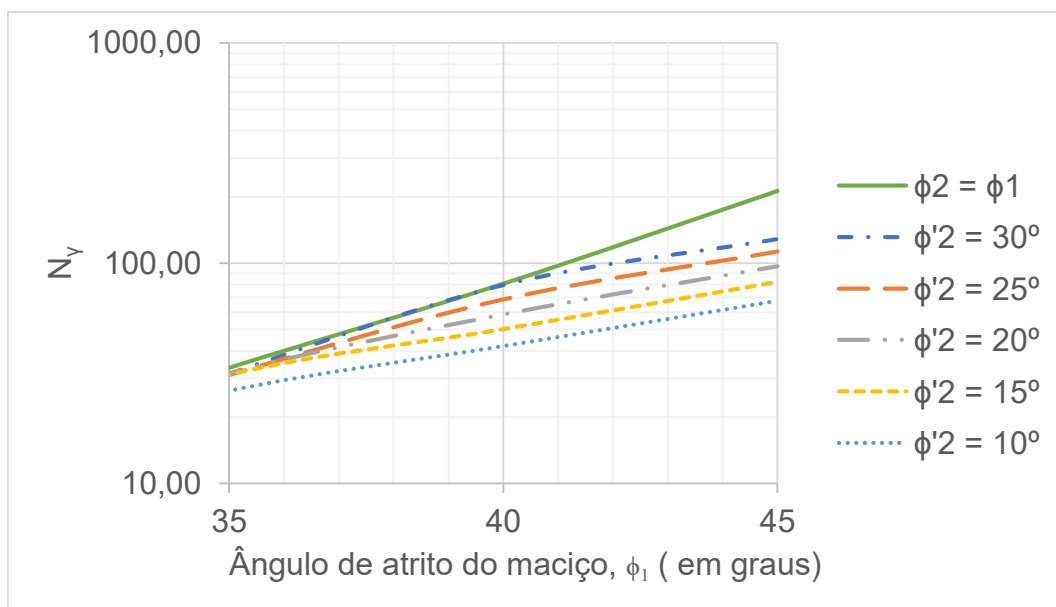


Figura 64 – N_y , $z_i/B = 1,50$, $h_0 = 30$ cm.

A Figura 65 e Figura 66 representam os ábacos de N_y , valores correspondentes ao eixo das ordenadas, em escala natural, em função do ângulo de atrito do maciço, nas abscissas. As curvas de N_y indicam uma variação grande, mesmo para pequenas variações do ângulo de atrito.

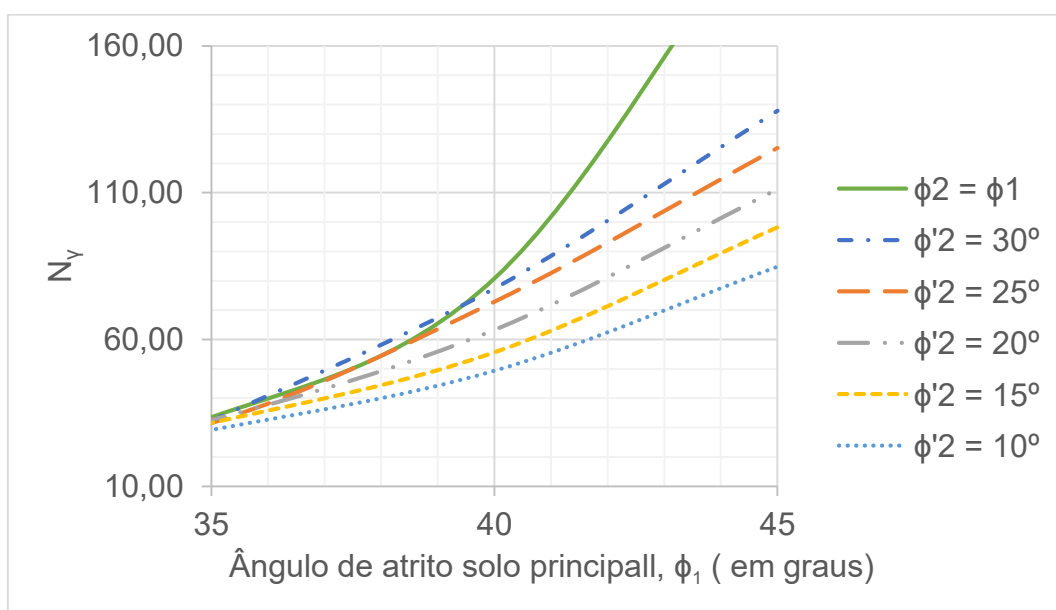


Figura 65 – N_y , $z_i/B = 1,50$, $h_0 = 10$ cm.

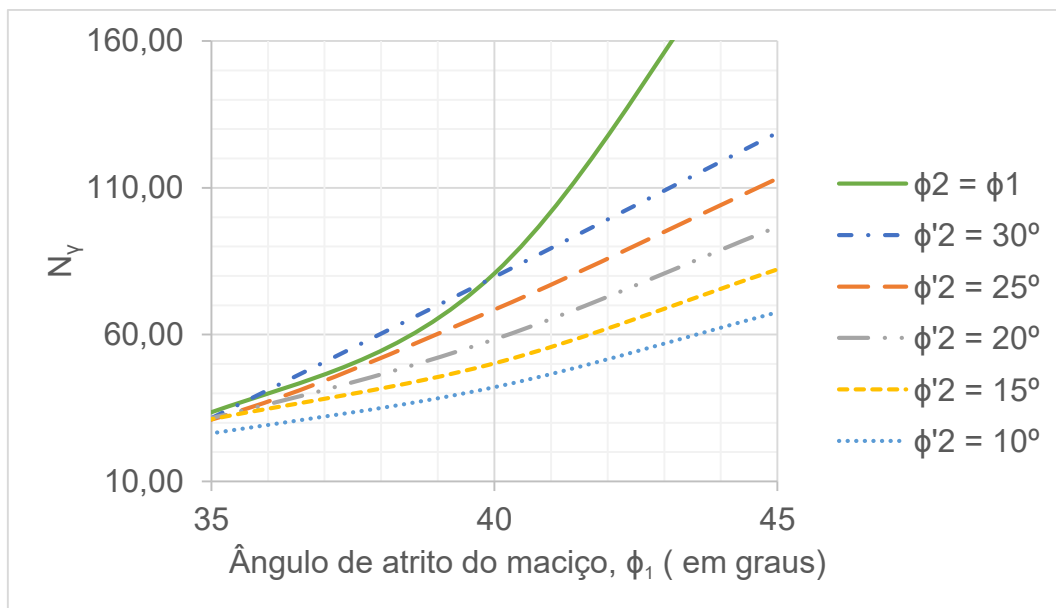


Figura 66 – N_y , $z_i/B = 1,50$, $h_0 = 30$ cm.

4.6 Comparação entre estudos.

No item 1.4.5 – Influência de uma camada fraca de areia na capacidade de carga de uma fundação (página 66), foi apresentado o estudo realizado pelos autores Valore *et al.* (2017), Ziccarelli *et al.*, 2017 e Ziccarelli e Rosone (2021). A seguir, serão comparados os resultados obtidos pelos referidos autores com os resultados do modelo numérico realizado nesta dissertação.

Nas análises que serão apresentadas a seguir, o solo foi modelado como homogêneo, com $\phi = 35^\circ$ e $\psi = \phi$ (rede de fluxo associado), com uma sapata de base $B = 1$ m (Ziccarelli e Rosone, 2021). Os demais parâmetros encontram-se na Tabela 5 (página 81). Na calibração do modelo de Ziccarelli e Rosone (2021) foi obtido para a capacidade de carga o valor de 195 kN. Enquanto no modelo apresentado nesta dissertação o valor foi de 134 kN. Vale destacar que os valores adotados no modelo numérico para o módulo de Young, peso específico do solo, coeficiente de Poisson e coesão foram os mesmos, exceto o valor da dilatância, que no modelo numérico foi adotado como igual a 5° .

A Figura 67 mostra os coeficientes N_y na calibração dos modelos de Ziccarelli e Rosone (2021) e os valores da calibração do modelo deste trabalho.

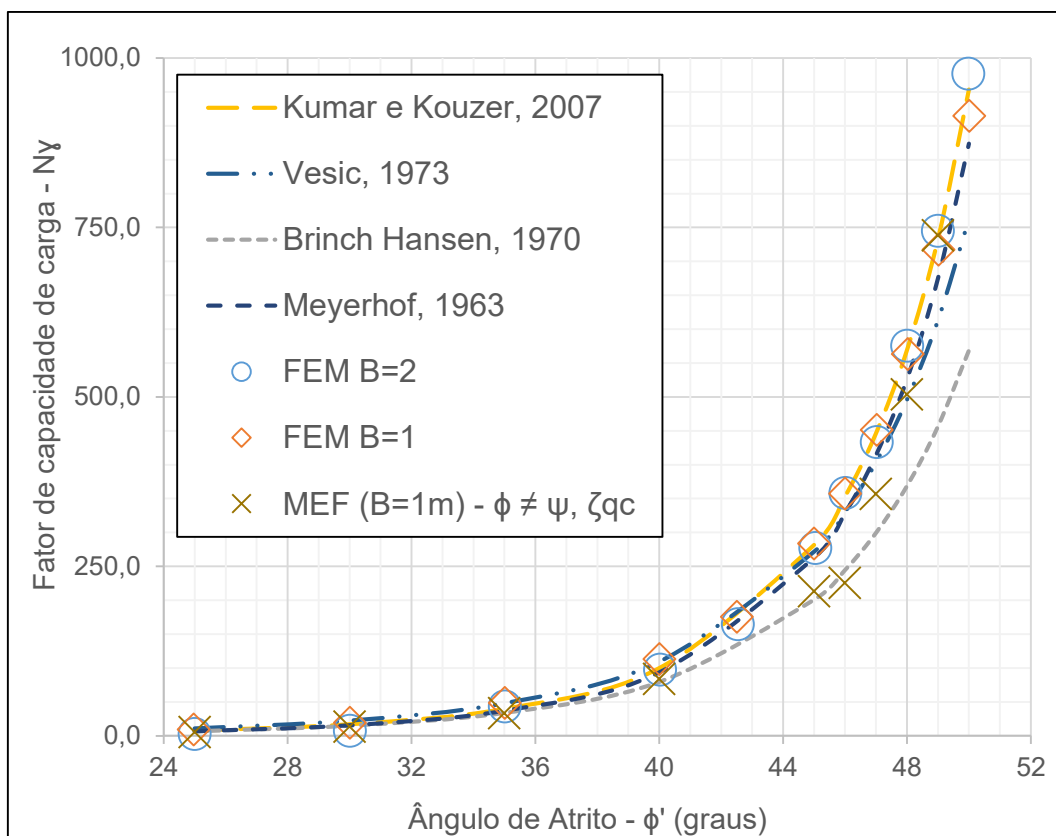


Figura 67 – Valores de N_γ na calibração do modelo adaptado de Ziccarelli e Rosone (2021).

Comparando a curva de N_γ da Figura 67 com a curva obtida na calibração do modelo desta dissertação, Figura 31, pode ser observado que as curvas de Ziccarelli e Rosone (2021) são mais próximas às curvas de Vesic (1973), Meyerhof (1963) e Kumar e Kouzer (2008). E, não foi apresentada correção no modelo de Ziccarelli e Rosone (2021) devido à compressibilidade do solo, para valor do ângulo de atrito do maciço superior a 45° . Enquanto a calibração deste trabalho ficou mais próxima aos valores apresentados por Brinch Hansen (1970) até o ângulo de atrito de 45° , quando foram introduzidos os fatores de correção devido a compressibilidade do solo e houve uma tendência da curva a valores maiores, mais próximo dos maiores valores apresentados no gráfico.

Ao comparar a calibração do modelo dos autores com o modelo elaborado no RS2, pode-se observar que os valores de N_γ apresentados nesta dissertação são mais conservadores. Vale destacar que os maiores valores apresentados nas curvas dos gráficos são os mesmos nos dois trabalhos (valores superior e inferior).

O modelo numérico com solo homogêneo ($\phi = 35^\circ$ e $\psi = \phi$) de Ziccarelli e Rosone (2021) apresentou uma extensão do mecanismo de ruptura de cerca de $2,7B$, atingindo uma profundidade de $1,2B$. Comparando com o modelo desta dissertação, a extensão do mecanismo de ruptura foi cerca de $2B$, medindo a partir da base da fundação até o final da elevação do solo adjacente. Enquanto a profundidade medida foi cerca de $1,2B$ (Figura 68).

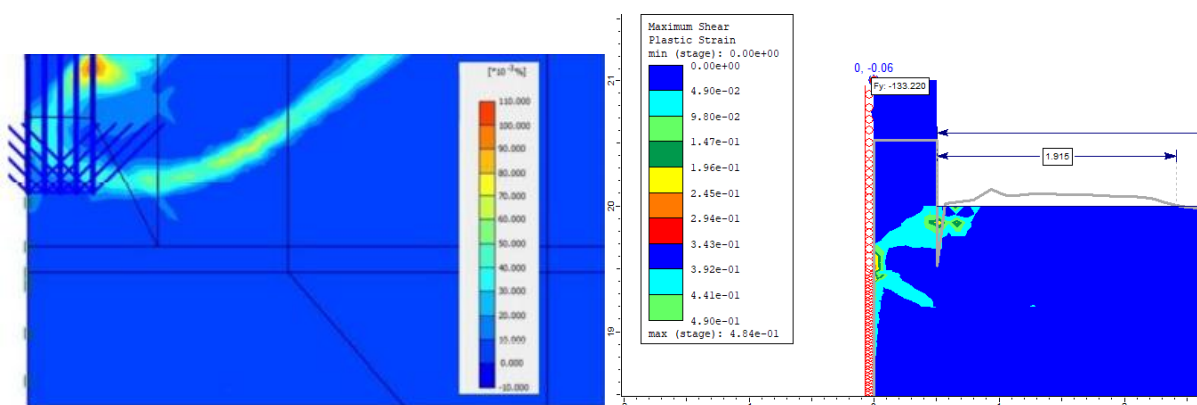
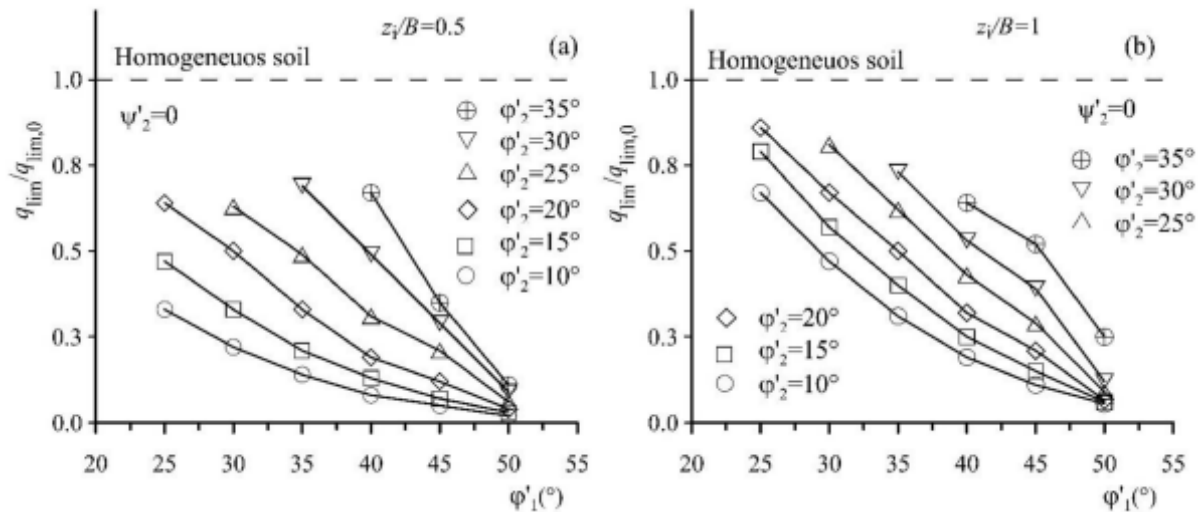


Figura 68 – Mecanismo de ruptura para $\phi = 35^\circ$: (a) Plaxis 2D, $\psi = \phi$ - Ziccarelli e Rosone (2021) e (b) RS2, $\psi = 5^\circ$.

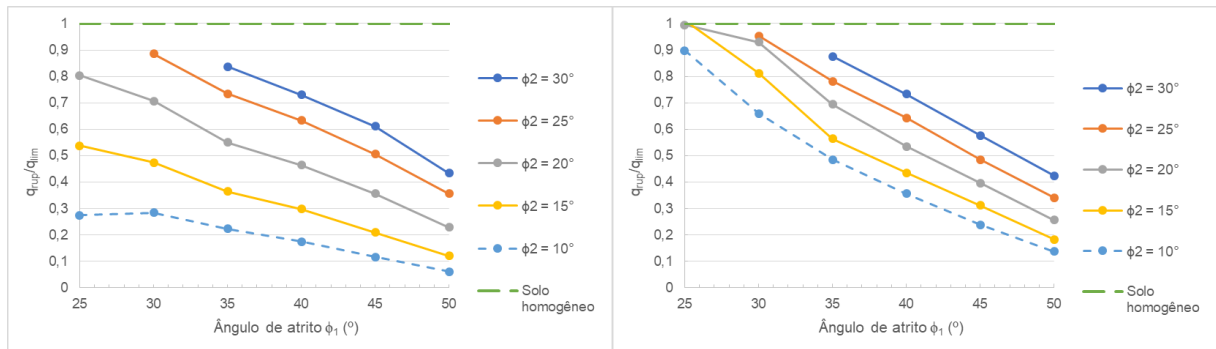
Com relação a influência da lente de areia apresentada nos ensaios em modelos físicos de Valore *et al.* (2017), Figura 19 (página 67), e testes de centrífuga (Ziccarelli *et al.*, 2017), os resultados apresentados nesta dissertação convergem com o trabalho dos autores citados. A lente de areia de menor compacidade modifica o modo de ruptura do solo na profundidade relativa estudada ($z_i/B = 0,50$ a $1,50$), se tornando uma zona preferencial para a formação da superfície de ruptura.

Na modelagem no Plaxis 2D, Ziccarelli e Rosone (2021), estudaram preliminarmente a variação da lente de areia de menos compacidade de $0,10$ a $0,60$ m, e destacaram que sua variação não afetou significativamente os resultados numéricos, adotando $0,20$ m. Entretanto, conforme apresentado nesta dissertação, a variação da espessura influencia na capacidade de carga do solo e deve ser levado em consideração quanto mais próxima a lente de areia estiver da fundação. E, ao se distanciar, aprofundando $z_i/B > 1,50$, a influência da espessura da lente passa a ter menor relevância.

Entretanto, considerando apenas a profundidade relativa z_i/B , tanto o trabalho de Ziccarelli e Rosone (2021) quanto esta dissertação, indicaram que a capacidade de carga da fundação diminui quanto maior a diferença do ângulo de atrito entre o maciço e a lente de areia (Figura 69).



(a) Ziccarelli e Rosone (2021).



(b) Resultados para espessura da lente de 10 cm.

Figura 69 – Capacidade de carga normalizada $q_{lim}/q_{lim,0}$ em função do ângulo de atrito do maciço ϕ_1 e ângulo de atrito da lente ϕ_2 , e profundidade normalizada $z_i/B = 0,50$ e $1,00$.

5 ESTUDO DE CASO

O Estudo de Caso (EC) utilizou como base o caso estudado e apresentado na *Geotechnical Special Publication* nº 41 da ASCE, intitulada *Predicted and Measured Behavior of Five Spread Footing on Sands* (editada por Briaud & Gibbens, 1994, apud Gomes, 2016), posteriormente republicado em Briaud (2007).

Por ocasião do estudo, foram realizadas provas de carga estáticas em 5 sapatas quadradas assentes em solo arenoso amplamente investigado.

Gomes (2016) realizou uma análise bibliográfica completa sobre a previsão de recalques, direta e indireta, utilizando como base o estudo de caso citado acima. Para os conceitos, análise bibliográfica e cálculos dos recalques que serão apresentados neste trabalho, recomenda-se ao leitor consultar o trabalho de Gomes (2016).

O objetivo do presente estudo de caso foi a verificação da influência de uma camada de areia de menor compactidade, solo heterogêneo, conforme poderá ser observado nas sondagens do local (ensaio de campo). E, para complementar o estudo de caso, comparar os valores obtidos por Gomes (2016) e no modelo numérico para recalque. A Sapata 5 foi selecionada por apresentar uma geometria similar à utilizada no modelo numérico gerado na presente dissertação, largura de 1,0 m, sendo necessário aplicar coeficientes para corrigir o modelo numérico gerado para o Estado Plano de Deformações (EPD). Os valores de capacidade de carga na ruptura do modelo serão comparados aos valores calculados por Vesic (1975), obtidos para um solo homogêneo.

5.1 Descrição do local e ensaios

O campo experimental utilizado no trabalho se encontra nas adjacências da Texas A&M University, nos Estados Unidos da América (EUA). O subsolo local é predominantemente arenoso.

De maneira resumida, tem-se as seguintes sapatas quadradas ensaiadas no local, com altura de cerca de 1,2 m, distribuídas no campo de ensaios conforme a Figura 70:

As provas de carga foram realizadas com a aplicação de cargas verticais centradas nas sapatas, em incrementos de 10% da capacidade de carga estimada, com descarregamentos a 40% e a 100% em relação à carga máxima. Os testes conduziram a deslocamentos de cerca de 150 mm.

Foram executados tanto ensaios de campo quanto ensaios de laboratório, conforme pode ser visto na Figura 71. Em resumo, foram realizados:

Ensaio de campo:

- 5 ensaios de cone (CPT);
- 4 ensaios de pressiômetro (PMT);
- 6 sondagens a percussão (SPT);
- 3 ensaios de dilatômetro (DMT);
- 1 ensaio *Stepped Blade (SB)*;
- 3 *Borehole Shear Test (BHST)*; e
- 2 linhas de ensaios *Cross-hole*.

Ensaio de laboratório

- 2 ensaios triaxiais;
- Ensaio de coluna ressonante;
- Limites de Atterberg;
- Granulometria; e
- Índices físicos.

O subsolo representativo no local consiste em uma camada de areia siltosa medianamente compacta, com cerca de 11 m de espessura, se mostrando argilosa e pedregulhosa a partir de 3,5 m de profundidade. Após a camada de areia, encontra-se um espesso depósito de argila dura. O nível d'água é encontrado a cerca de 4,9 m de profundidade. Gomes (2016) menciona que antes da pesquisa foi removido um aterro com espessura entre 0,5 e 1,5 m.

A seguir serão apresentados os resultados dos ensaios pertinentes ao estudo de caso analisado por Gomes. No Anexo D serão inseridos os ensaios de maior relevância, e os demais ensaios poderão ser consultados em Briaud (2007) e Gomes (2016).

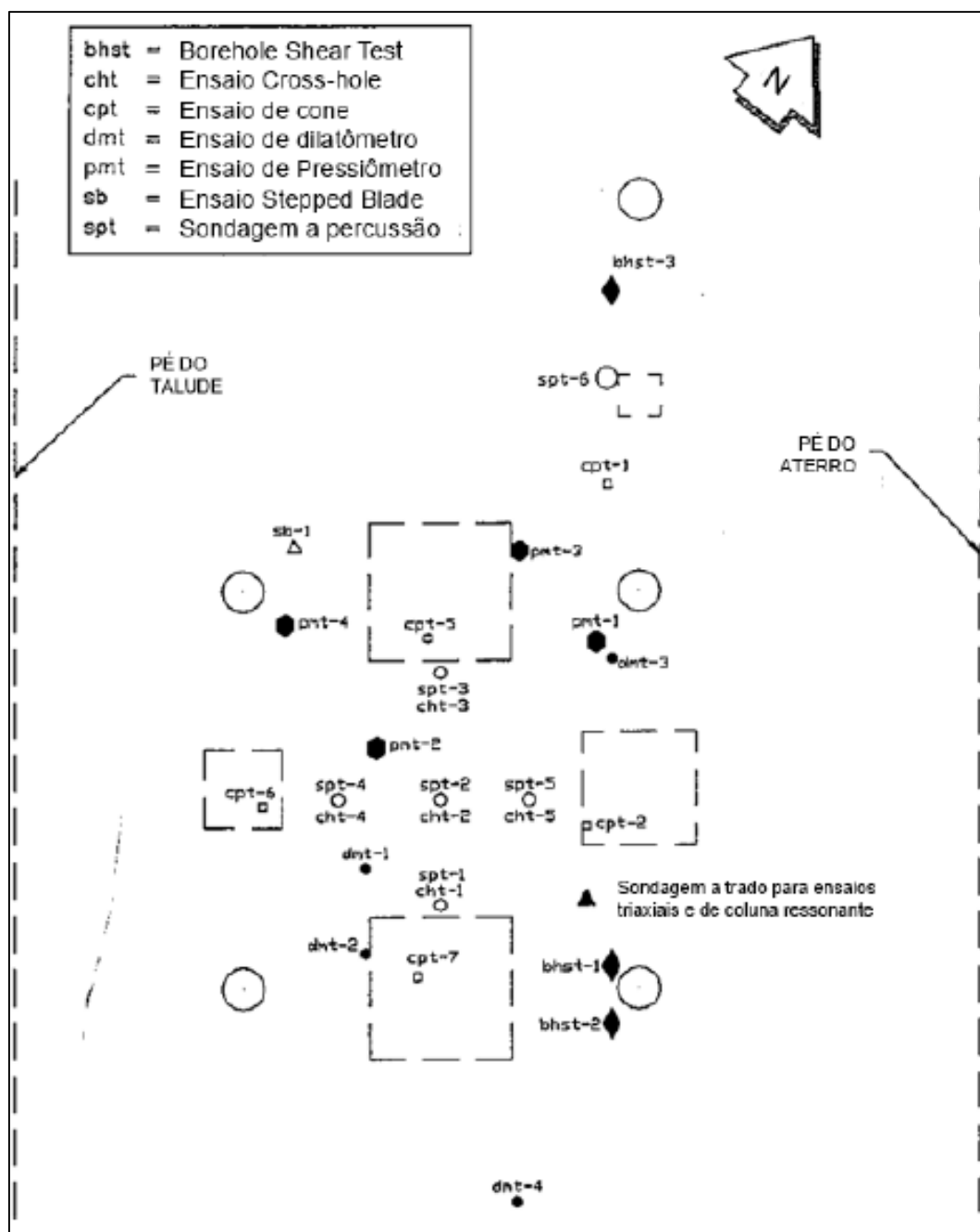


Figura 71 – Localização dos ensaios (Briaud & Gibbens, 1994, apud Gomes, 2016).

Os 6 ensaios do tipo SPT foram executados até a profundidade de 15,2 m e constam no Anexo D. Segundo Gomes (2016), no ensaio SPT-2 foram realizadas medidas de energia, que indicaram uma eficiência média de 53%. Desta forma, os valores de N_{SPT} foram corrigidos para uma eficiência padrão de 60% (N_{60}), conforme a equação (65), e mostrados na Figura 72.

$$N_{60} = N_{SPT} \cdot \frac{53}{60} \quad (65)$$

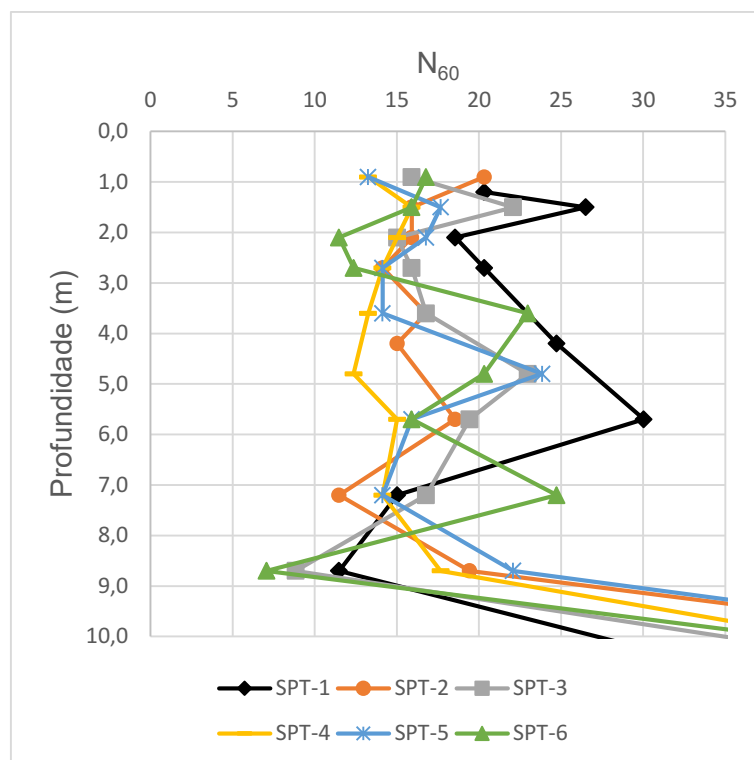


Figura 72 – Perfis de N_{60} .

O módulo de Young (E) foi estimado a partir da seguinte correlação, também utilizada por Gomes (2016), conforme equação (66), apresentado na Figura 73.

$$E = 3.N_{60} \text{ (MPa)} \quad (66)$$

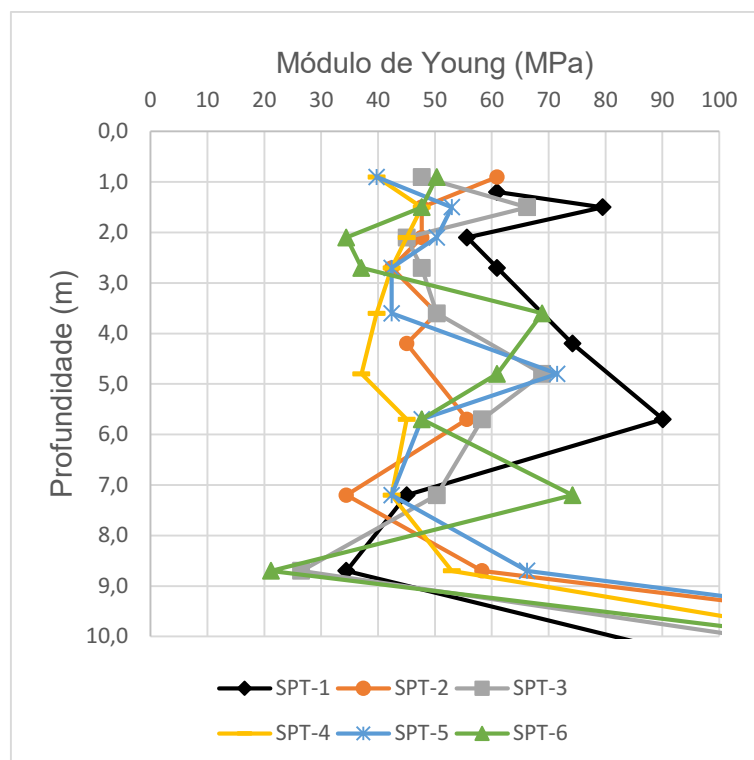


Figura 73 – Perfis de E obtidos a partir de correlação com N_{60} .

Dos ensaios triaxiais realizados em amostras nas profundidades de 0,6 m e 3,0 m com, foram realizados ensaios do tipo CD (adensado drenado), fornecendo a envoltória de resistência de Mohr-Coulomb, indicando ângulos de atritos $\phi' = 34,2^\circ$ (0,6 m de profundidade) e $\phi' = 36,4^\circ$ (3,0 m de profundidade). A Figura 74 apresenta os perfis dos ângulos de atrito obtidos nos ensaios triaxiais e *Borehole Shear Tests* (BST*). Para fins de modelagem numérica, foi adotado o valor de $\phi' = 35^\circ$.

*O BST é um ensaio de campo (*in situ*) executado para a obtenção dos parâmetros de resistência ao cisalhamento dos solos, coesão e ângulo de atrito. Sua maior vantagem a sua facilidade de execução, pois não é necessário a coleta de amostra indeformada. Para a realização do ensaio, faz-se um furo no solo com auxílio de um trado pedológico. Após a tradagem, insere-se a sonda cisalhante até a profundidade a qual se deseja ensaiar. Em cada estágio, aplicam-se tensões normais por meio de um manômetro com bomba manual. A sonda se expande e a carga aplicada nas placas é transferida para a parede do solo. Após o tempo de consolidação (5 a 15 minutos), conforme a granulometria do solo, mede-se a resistência ao cisalhamento do solo por meio do arrancamento da sonda a uma velocidade controlada de 2 rotações da manivela (no sentido horário) por segundo. A tensão de cisalhamento máxima registrada indica a ruptura por cisalhamento (Domingues *et al.*, 2019).

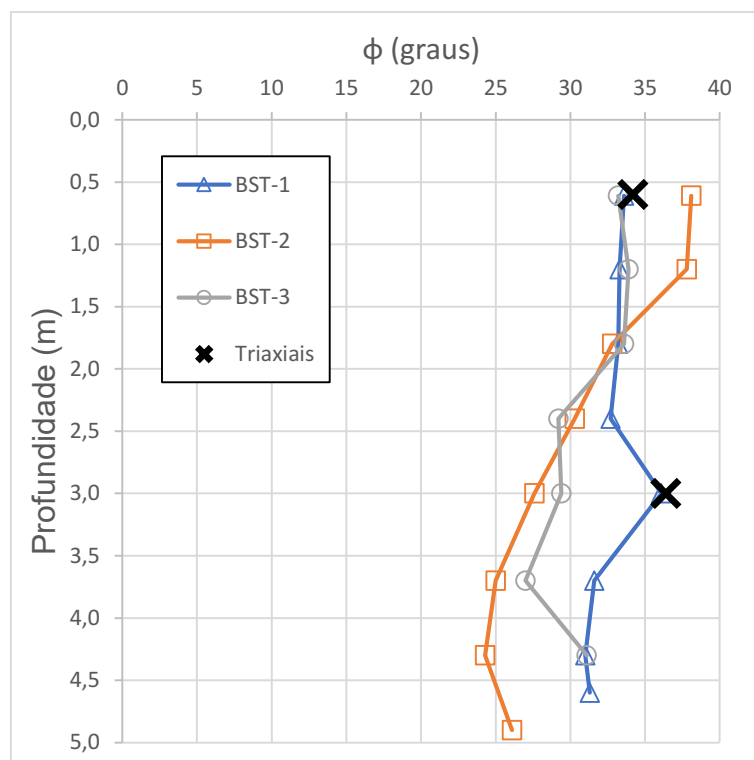


Figura 74 – Perfis de ângulo de atrito obtidos a partir de triaxiais e *Borehole Shear Tests*.

Em resumo, o solo apresenta as seguintes características que foram utilizadas por Gomes (2016) e serão utilizadas no modelo numérico deste estudo de caso:

- Peso específico natural igual a 15,5 kN/m³;
- Ângulo de atrito efetivo igual a 35°;
- Ângulo de dilatação igual a 5°;
- Módulo de Young obtido a partir de ensaios SPT; e
- Coeficiente de Poisson igual a 0,3.

5.2 Previsão dos recalques

Com base nos métodos existentes para a estimativa de recalques em fundações superficiais, Gomes (2016) utilizou os diversos ensaios disponibilizados no campo de ensaios e calculou a previsão de recalque de todas as 5 sapatas. Com esse objetivo, necessitou prever a capacidade de carga do solo na ruptura utilizando a

equação da capacidade de carga segundo Vesic (1975), considerando ruptura generalizada [equação (11)].

Levando em conta os fatores de forma, embutimento e características do solo, tem-se para a Sapata 5, Gomes (2016) calculou:

Sapata 5 – B = 1,0 m – D = 0,71 m

$$q_{ult} = 0 \times 46,1 \times 1,7 \times 1,3 + 15,5 \times 0,71 \times 33,3 \times 1,7 \times 1,2 + \frac{1}{2} \times 15,5 \times 48,2 \times 0,6 \times 1,0 = 960 \text{ kPa} \quad (67)$$

Os valores da prova de carga da Sapata 5, inseridas no Anexo D, estão representados na Figura 75. Gomes (2016) utilizou no segundo termo um fator 1,2 que se refere ao fator de embutimento da fundação, o qual Vesic (1975) recomenda não utilizar. Na situação de não utilização deste fator, o valor da resistência a ruptura do solo seria de 847 kPa.

Gomes (2016) adotou como critério de recalque as tensões correspondentes a um deslocamento normalizado pelo diâmetro equivalente da sapata de 0,5%, equação 67, quando surgiram os primeiros sinais de deformação plástica. Para a Sapata 5, Gomes (2016) retirou dos valores da prova de carga (Figura 75) a tensão mobilizada de 467 kPa, que corresponde a um recalque medido de 0,56 cm (Figura 76). Para uma sapata de lado 1 m, o diâmetro equivalente vale 1,128 m.

$$B^2 = \frac{\pi D_{eq}^2}{4} \Rightarrow 2R_{eq} = \sqrt{\frac{4B^2}{\pi}} \quad (68)$$

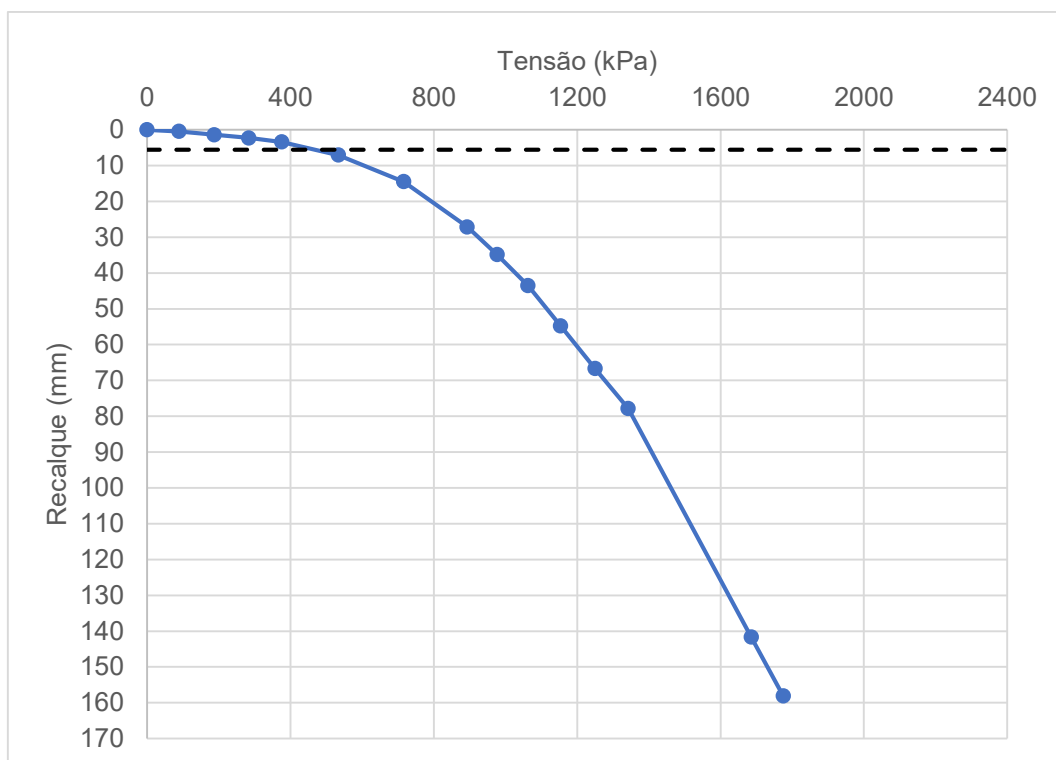


Figura 75 – Resultado da prova de carga para a Sapata 5 – 1,0 m x 1,0 m.

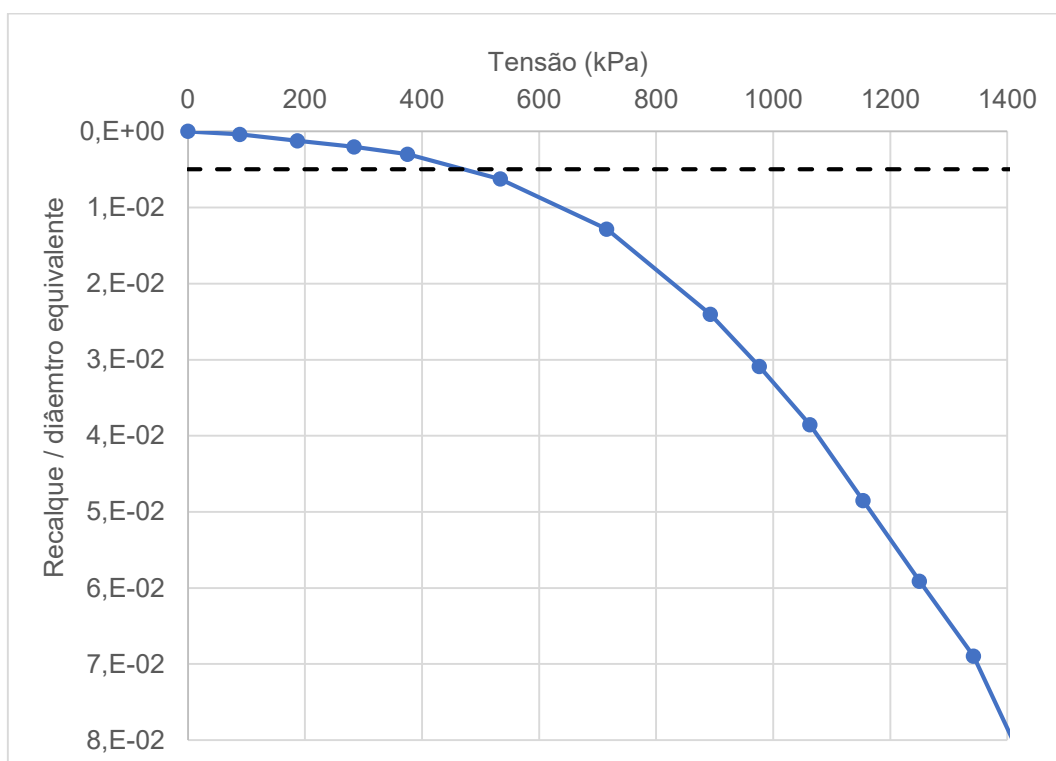


Figura 76 – Resultado da prova de carga em termos de tensão *versus* recalque normalizado para a Sapata 5 – 1,0 m x 1,0 m.

5.3 Modelo MEF – RS2

Utilizando o resumo das características do solo, para os ensaios apresentados no item 5.1, foram selecionados os seguintes EC (Estudo de Caso) a serem modelados para a Sapata 5 e apresentados na Tabela 34. As outras sapatas (Briaud & Gibbens, 1994, apud Gomes, 2016) não fizeram parte do EC pois sua geometria necessitaria de nova geração da malha de elementos e nova calibração no modelo numérico.

O módulo de elasticidade do maciço foi adotado como 48 MPa. Do EC4 até o EC16, onde é modelada a lente de menor compacidade, o Módulo de Young da lente adotado foi de 35 MPa, conforme os ensaios realizados no local.

Nos casos de EC1 até EC3, verificou-se a influência da consideração da sobreposição dos efeitos das três parcelas da equação geral da capacidade de carga [equação (11)], onde foram corrigidos os valores do EPD (Estado Plano de Deformações), aplicando-se os coeficientes de forma.

O EC1 é referente à consideração de um solo homogêneo, considerando o peso do solo e uma sobrecarga referente ao embutimento da sapata no solo. EC2 considera que não há uma carga distribuída ao lado da sapata, referente ao embutimento da sapata no solo. E, em EC3, o solo é considerado sem peso ($0,01 \text{ kN/m}^3$ por questões numéricas) e é aplicado uma carga distribuída ao lado da sapata devido ao seu embutimento (parcela dois da equação geral da capacidade de carga. Como o caso EC1 não considera a correção do EPD, foram modelados os casos EC2 e EC3 para que as correções com o fator de forma sejam aplicadas em cada parcela e seja apresentado em forma de gráfico os seus resultados. A mesma metodologia foi aplicada a outros EC onde foram variados o módulo de elasticidade do maciço e da lente de menor compacidade, conforme será explicado após a apresentação da tabela.

Tabela 34 – Dados de entrada EC.

	ϕ_1 (°)	ϕ_2 (°)	h_0 (cm)	γ_{nat} (kN/m ³)	q (kN/m/m)
EC1	35	-	-	15,5	11,01
EC2	35	-	-	15,5	-
EC3	35	-	-	0,01	11,01
EC4	35	-	10	15,5	11,01
EC5	35	-	30	15,5	11,01
EC6	35	-	50	15,5	11,01
EC7	35	30	10	15,5	11,01
EC8	35	30	30	15,5	11,01
EC9	35	30	50	15,5	11,01
EC10	35	25	10	15,5	11,01
EC11	35	25	30	15,5	11,01
EC12	35	25	50	15,5	11,01
EC13	35	30	10	0,01	11,01
EC14	35	30	10	11,5	-
EC15	35	25	10	0,01	11,01
EC16	35	25	10	11,5	-

Nos casos de EC4 até EC6, considerando o EPD, foi observada a influência da alteração do Módulo de Young na profundidade, conforme Figura 73. Do EC7 até o EC12, foi verificada a influência da diminuição do ângulo de atrito da areia, indicado na Figura 74, considerando lentes de areia de 10 cm, 30 cm e 50 cm.

O EC13 e EC14 representam o EC7, entretanto, separando a influência de γ_{nat} e da carga distribuída q , para realizar a correção do EDP. Para o EC10, similarmente foram feitos o EC15 e o EC16, para a correção do EPD. Assim como explicado para os casos EC1 a EC3, ao considerarmos o peso do solo como nulo (0,01 kN/m³ por questões numéricas), iremos aplicar as correções do fator de forma e comparar os resultados com a não consideração da correção do EPD.

A Figura 77 apresenta o esquema da modelagem realizada no RS2. Como pode ser observado, a Sapata 5 possui um embutimento no terreno de 0,71 m, o que é representado por um carregamento distribuído adjacente à sapata (carga distribuída q). Foi utilizado o mesmo modelo calibrado neste trabalho para o estudo da influência de lentes de menor compacidade na capacidade de carga do solo, entretanto, foram utilizados os valores de ângulo de atrito, Módulo de Young, peso específico do solo do trabalho de Gomes (2016), conforme apresentado neste capítulo.

Para os valores de Módulo de Young adotados na Tabela 34, foram utilizados como base os ensaios mais próximos da Sapata 5, para definir a posição da lente de areia de menor compactidade.

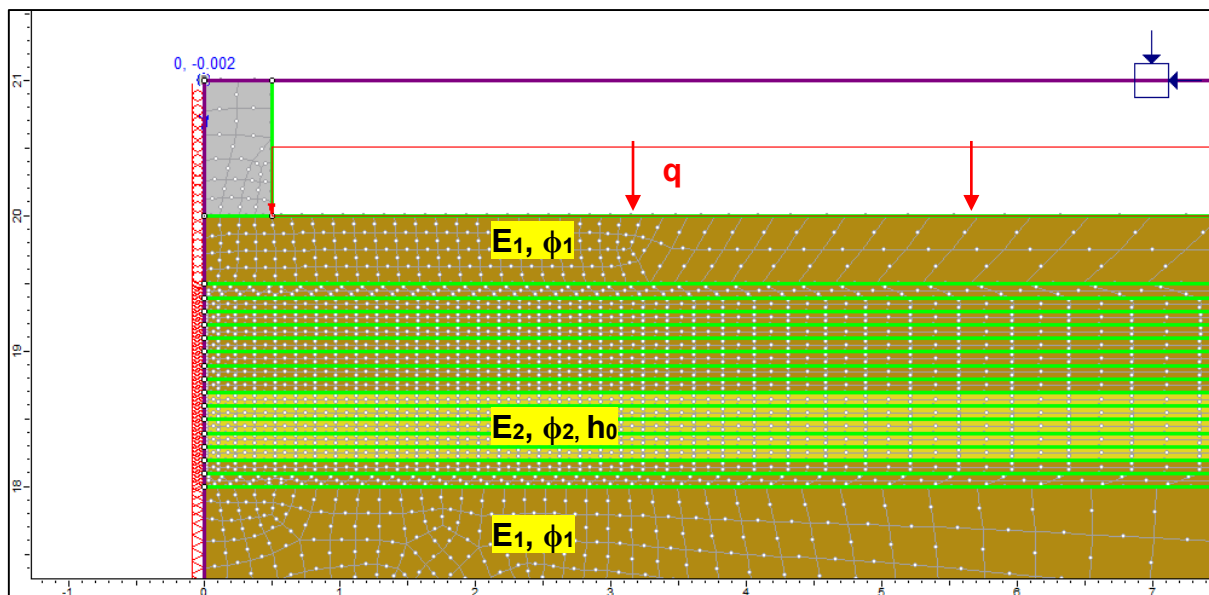


Figura 77 – Esquema do Estudo de Caso.

Foram ainda verificados 5 modelos (EC17 a EC21) quanto à influência do nível d'água na profundidade de 4,9 m e serão apresentados ao final do item 5.4.

5.4 Comparação dos resultados

A Figura 78 apresenta as diferenças na consideração no EPD para EC1 e os valores de EC2+EC3, que representam a soma dos efeitos separados da segunda e da terceira parcela da equação geral da capacidade de carga, equação (11). A curva de EC2*+EC3* apresenta a correção no coeficiente de forma da sapata, indicada pelo símbolo do asterisco (*), sendo aplicado o coeficiente 0,6 para EC2* (terceira parcela da equação geral da capacidade de carga) e 1,7 para EC3* (segunda parcela da equação).

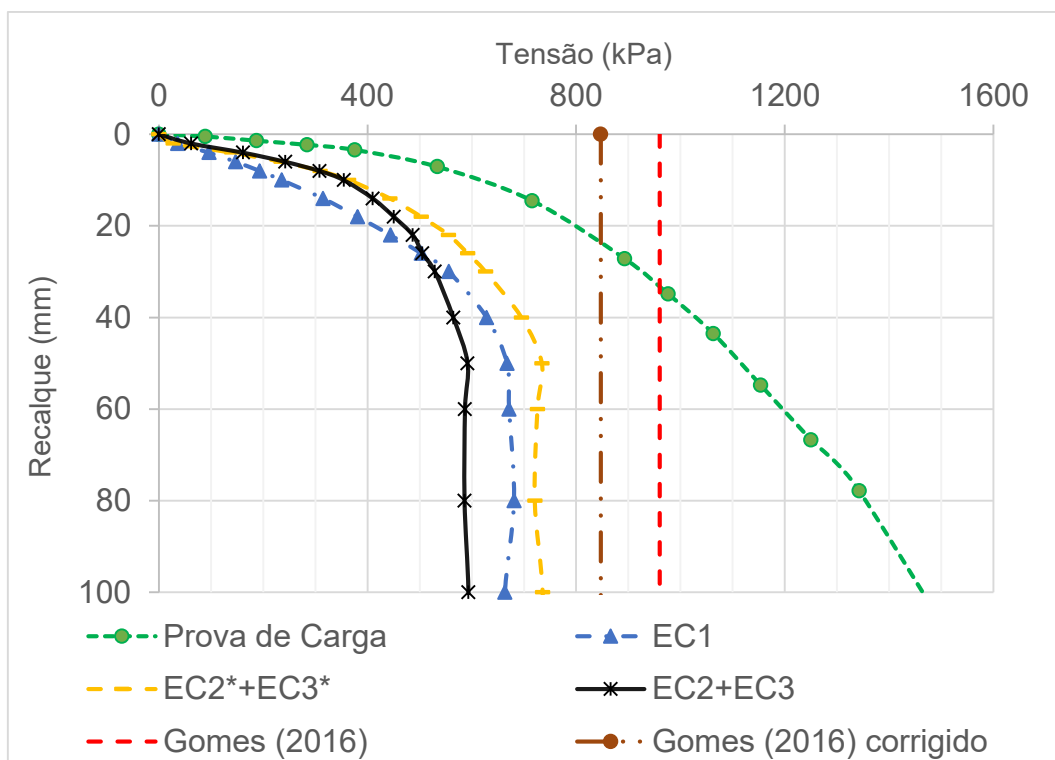


Figura 78 – Tensão versus recalque. Casos EC1, EC2 e EC3.

Pode ser observado que a correção dos valores de capacidade de carga pelo coeficiente de forma ($EC2^*+EC3^*$) resulta em uma capacidade de carga na ruptura superior ao caso EC1 em 8%. O caso não corrigido, $EC2+EC3$, é cerca de 13% inferior ao valor do caso EC1, que não é corrigido no EPD, na ruptura. Entretanto, até 500 kPa ou deslocamento de 3 cm, a sobreposição dos efeitos é superior ao caso EC1 (consideração conjunta do peso específico do solo e carga distribuída), acompanhando a curva de $EC2^*+EC3^*$, onde as parcelas independentes são somadas, considerando o coeficiente de forma.

É possível observar que a capacidade de carga da prova de carga é superior aos valores obtidos nos modelos numéricos e do valor calculado por Gomes (2016), 960 kPa e Gomes (2016) corrigido, sem o fator de profundidade, 847 kPa. Todas as curvas se assemelham mais a uma ruptura por cisalhamento localizado (ver Figura 3), exceto a curva referente a prova de carga. Essa diferença entre os valores obtidos pela prova de carga e os valores obtidos por Gomes (2016) e no Estudo de Caso podem ser atribuídos a heterogeneidade do material. Quando aplicamos ao material modelado um valor constante de ângulo de atrito e módulo de elasticidade, por exemplo, não estamos aplicando ao modelo o comportamento que ele tem na

realidade (situação de campo). Assim como, no EPD não levamos em consideração a influência da tensão intermediária, comentada no subitem 1.4.3.

Para verificar análises no Estado Limite de Serviço, sugere-se o trabalho de Gomes (2016).

Comparando os valores de recalque obtidos na tensão normalizada pelo diâmetro equivalente da fundação (Figura 79), obtém-se os seguintes recalques resumidos na Tabela 35.

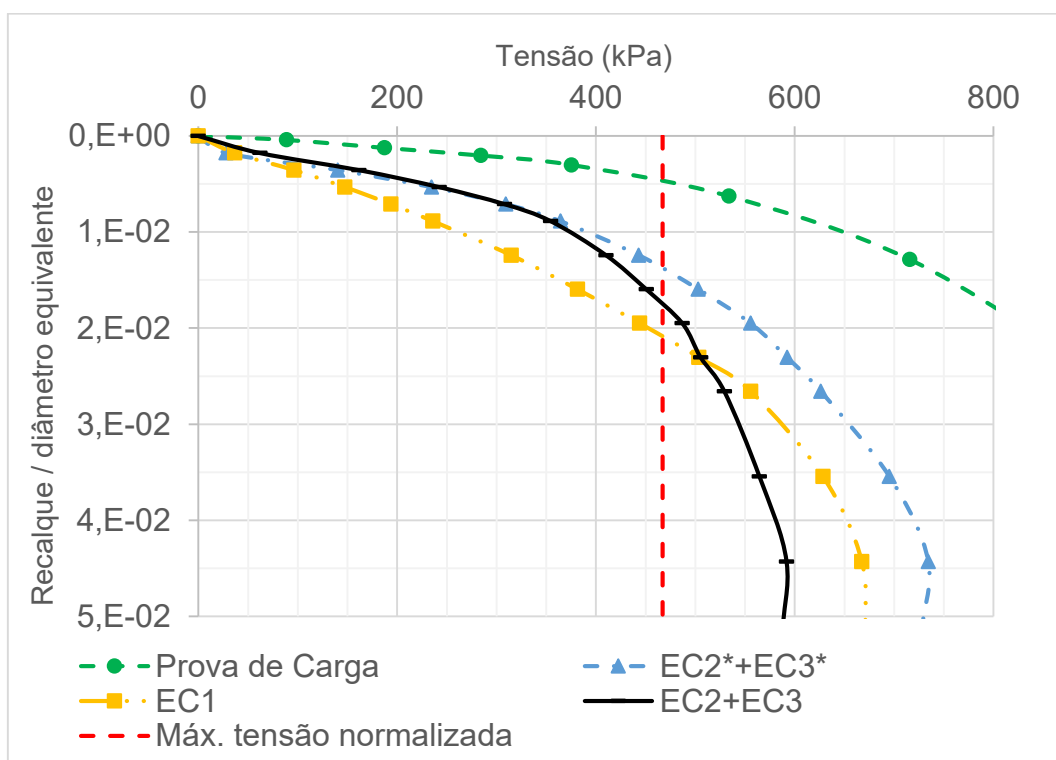


Figura 79 – Tensão versus recalque normalizado pelo diâmetro equivalente.

Tabela 35 – Recalques obtidos na tensão normalizada pelo diâmetro equivalente.

Modo	ρ (cm)
Prova de Carga	0,56
EC1	2,35
EC2+EC3	1,95
EC2*+EC3*	1,55

O valor do recalque obtido em EC2*+EC3* corresponde ao recalque calculado por Gomes (2016) de 1,60 cm. A seguir serão apresentados os gráficos comparativos

do caso homogêneo (EC1) em relação a não homogeneidade do solo, sem considerar o nível d'água.

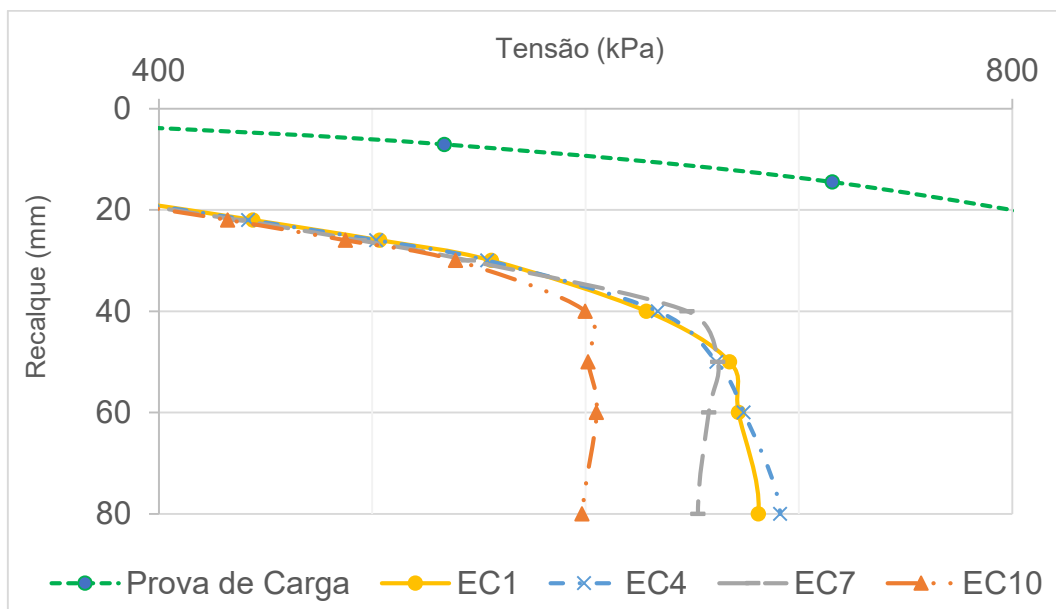


Figura 80 – Tensão versus recalque, $h_0 = 10$ cm.

Para a Figura 80 é possível observar que o caso do solo homogêneo (EC1) se assemelha mais ao EC4, que apresenta variação apenas no Módulo de Young a 1,30 m abaixo da fundação, para uma lente de espessura de 10 cm. Os casos EC7 e EC10 tem o mesmo valor de Módulo de Young que EC4, mas ângulos de atrito de 30° e 25° , respectivamente. Conforme esperado, EC7 que possui ângulo de atrito maior que o caso EC10, obteve uma capacidade de carga superior, carga de 10% menor.

A Figura 81 apresenta a mesma tendência da lente de 30 cm em relação a lente de 10 cm. A tensão na ruptura para $\phi_2 = 25^\circ$ (EC10 e EC11), apresenta uma redução para o aumento da lente de areia de cerca de 4%. Para $\phi_2 = 30^\circ$ (EC7 e EC8), houve uma redução na capacidade de carga inferior a 1%.

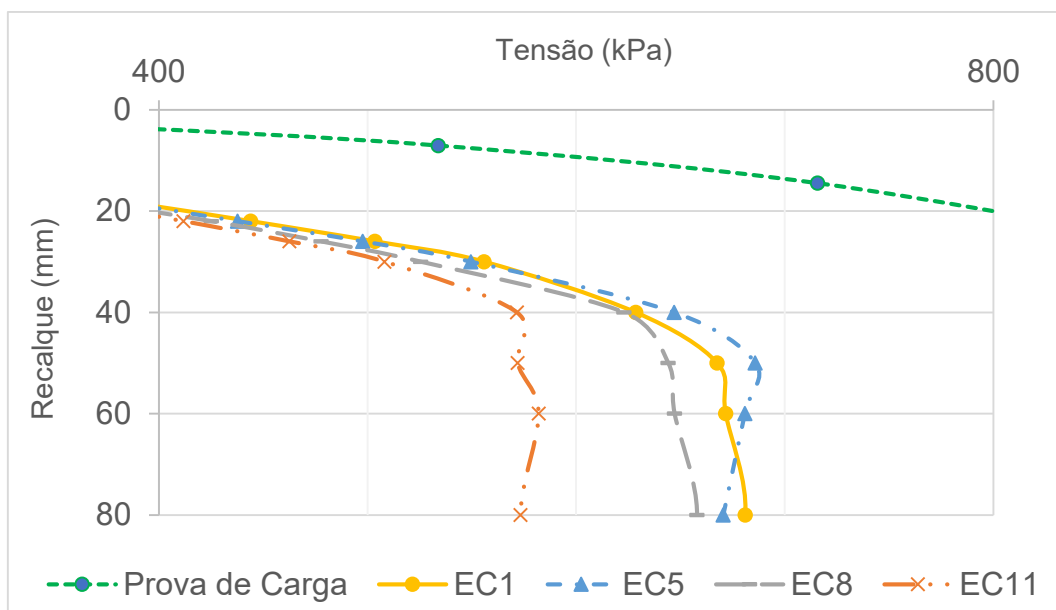


Figura 81 – Carga versus recalque, $h_0 = 30$ cm.

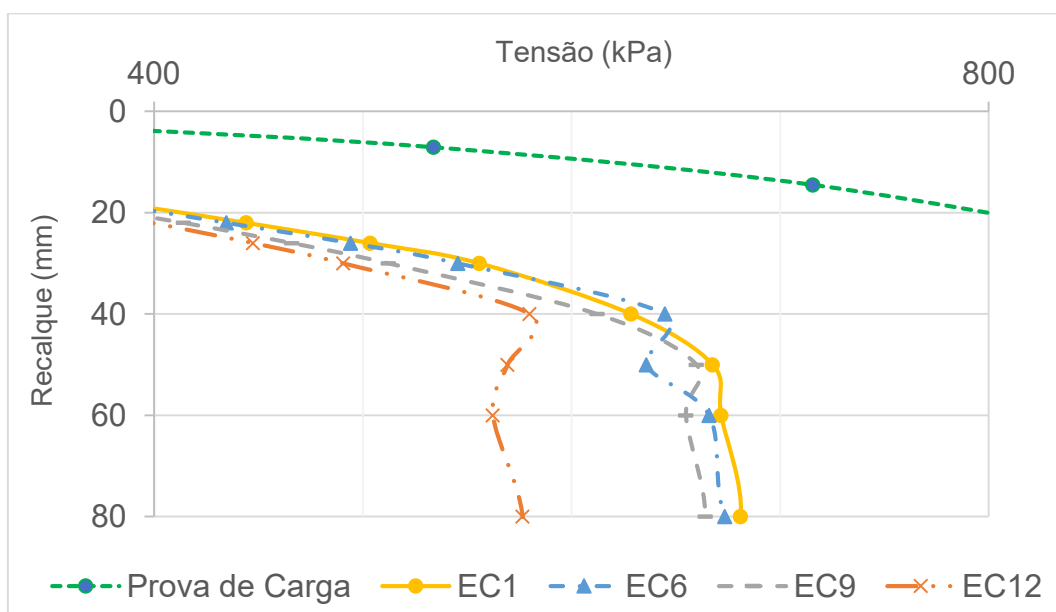


Figura 82 – Carga versus recalque, $h_0 = 50$ cm.

Como pode ser observado na Figura 82, os valores para uma lente de areia de 50 cm tendem a ser próximos aos valores para uma lente de 30 cm. Ao se comparar os últimos três gráficos, pode ser observado que há uma leve alteração no formato da curva, com uma alteração muitas vezes na posição do pico de tensão.

Não foram observadas diferenças significativas no recalque na tensão normalizada pelo diâmetro equivalente da fundação, para os casos da variação da espessura da lente de areia, nos casos abordados acima.

A Figura 83 apresenta apenas casos cujos fatores de forma foram utilizados. Tem-se no gráfico o solo homogêneo com ângulo de atrito do maciço de 35° (EC2*+EC3*), uma lente de areia com 10 cm de espessura e ângulo de atrito igual a 30° (EC13*+EC14*) e outro caso com a mesma lente de areia com $\phi_2 = 25^\circ$ (EC15*+EC16*). Pode ser observada uma redução na capacidade de carga do solo devido à redução no ângulo de atrito da lente da areia. Não foram observadas diferenças significativas no recalque para a tensão normalizada da prova de carga.

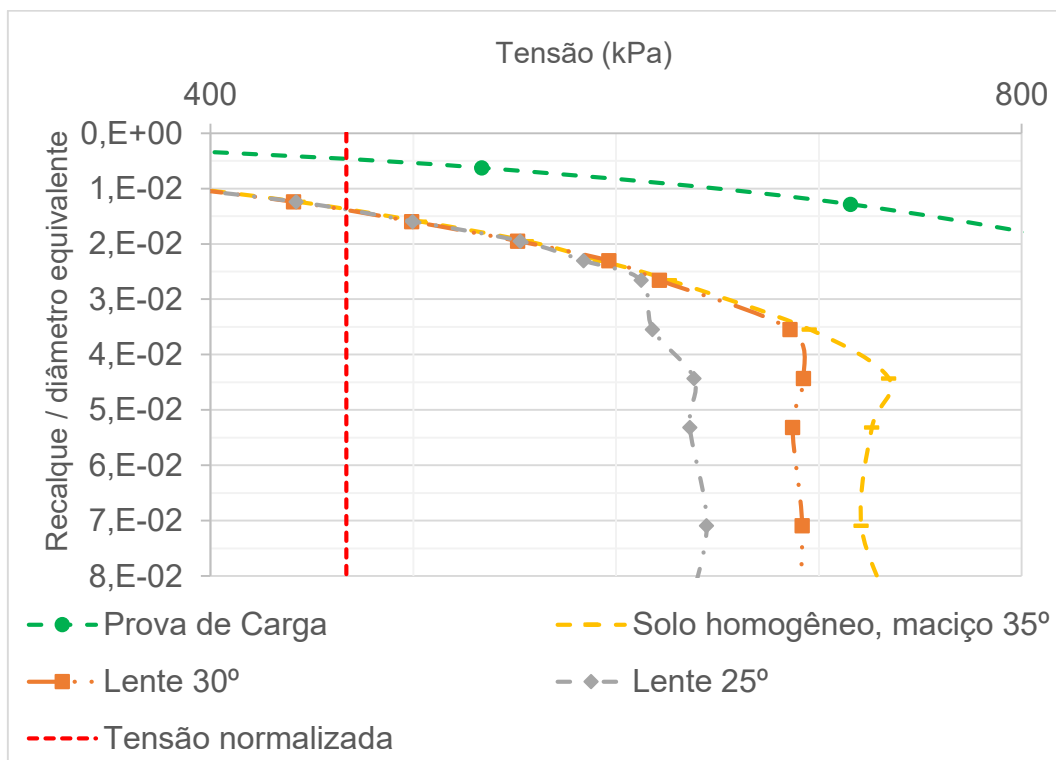


Figura 83 – Tensão versus recalque normalizado pelo diâmetro equivalente. Influência lente de areia de 10 cm com diferentes compacidades, corrigida pelo fator de forma.

Como o nível d'água encontra-se a praticamente 5,0 m de profundidade, o que representa 5 vezes a largura da sapata, o bulbo de pressões não afetaria os resultados. Para avaliar essa situação, os casos selecionados foram verificados novamente. O nome com o complemento (w) representa a consideração do nível

d'água no modelo. Não foram observadas diferenças nas curvas tensão *versus* recalques para recalques de até 20 mm (Figura 84). As diferenças nas tensões obtidas nos casos em que existem lentes de areia de menor compacidade com $h_0 = 10$ cm são inferiores a 1%. Para o EC1, onde o modelo foi calculado no EPD, considerando tanto a carga distribuída “q” quanto o solo homogêneo, houve uma diferença de 3,6% para um recalque de 160 mm. Para as outras faixas de recalque, a diferença na tensão se manteve zero até um recalque de 30 mm, menor que 1% exceto quando o recalque foi de 60 mm, quando a diferença é de 2,3%.

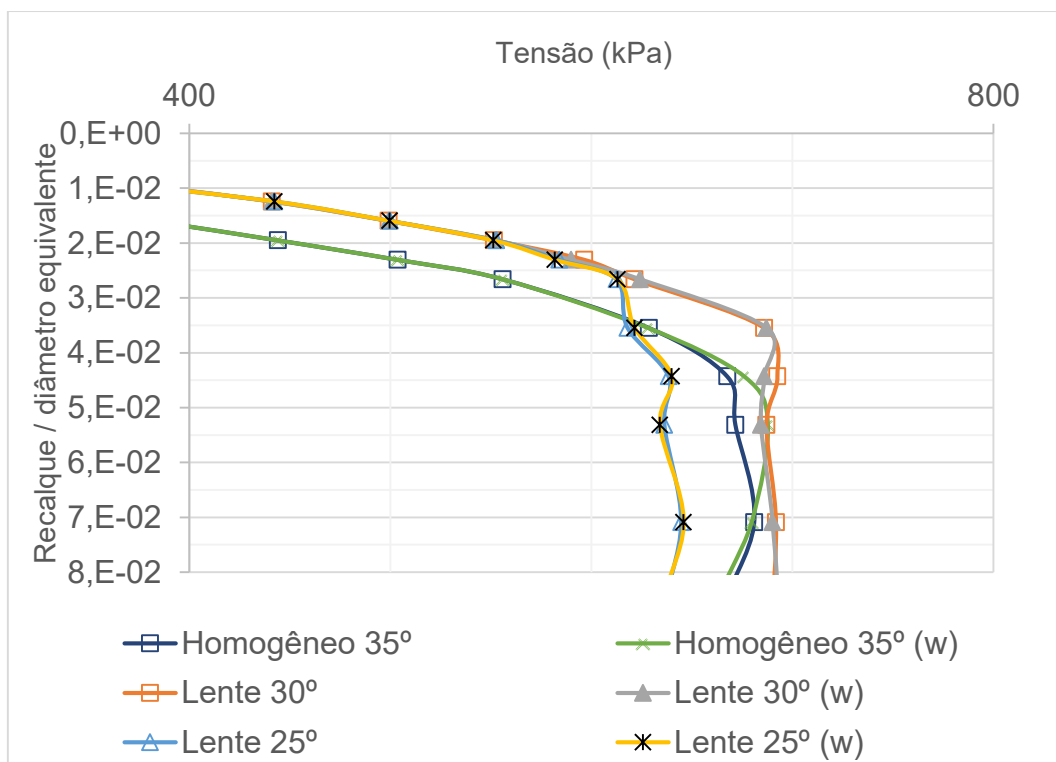


Figura 84 – Tensão *versus* recalque normalizado pelo diâmetro equivalente. Influência do nível d'água.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foi apresentada uma análise bibliográfica extensa, com a contribuição de publicações mais recentes, para o entendimento da capacidade de carga de fundações superficiais em areias, com considerações sobre a estratigrafia do solo.

A validação do modelo numérico no software RS2, pelo fator N_γ , se mostrou com boa convergência para valores entre 25° e 45°. Para os valores entre 45° e 50°, os valores de N_γ tiveram de ser corrigidos conforme Vesic (1975), devido à compressibilidade do solo. Os valores entre 45° e 50°, mesmo não sendo frequentes, devem ser utilizados com parcimônia, pois uma pequena variação do ângulo de atrito, resulta numa variação bastante elevada de N_γ .

Como esperado, a presença de uma lente de material arenoso de menor compacidade altera não apenas a forma como se dá a ruptura, mas também diminui a capacidade de carga na região em estudo ($z_i/B = 0,50; 1,00$ e $1,50$).

Para lentes de mesma espessura, mas valores de ângulo de atrito diferentes, quanto maior a diferença entre o ângulo de atrito do solo do maciço em relação à lente de areia, maior a redução da capacidade de carga de todo o conjunto. Entretanto, ao se aprofundar a lente no solo, há uma tendência de as espessuras de 30 cm a 50 cm convergirem para uma mesma carga de ruptura. E, ao se sair da área de influência da fundação, as espessuras convergem para o mesmo valor de carga de ruptura que o solo homogêneo, mas apresentando uma curva carga *versus* recalque diferente, havendo uma diferença no abatimento das curvaturas.

Foi constatado que para ângulos de atrito maior na lente de areia, há uma maior transferência de tensão para o solo subjacente. E quanto maior a diferença do ângulo de atrito entre o solo do maciço e a lente de areia, maior a mudança no formato da superfície de ruptura no solo, formando uma superfície preferencial de ruptura.

Os resultados obtidos no modelo do RS2 ainda foram comparados com os resultados de Ziccarelli e Rosone (2021), onde verificou-se que a variação da espessura influencia na capacidade de carga do solo e deve ser levado em consideração quanto mais próxima a lente de areia estiver da fundação. E, ao se distanciar, aprofundando $z_i/B > 1,50$, a influência da espessura da lente passa a ter menor relevância. E, considerando apenas a profundidade relativa z_i/B , tanto o trabalho de Ziccarelli e Rosone (2021) quanto esta dissertação, indicaram que a

capacidade de carga da fundação diminui quanto maior a diferença do ângulo de atrito entre o maciço e a lente de areia.

Uma proposta gráfica de cálculo de N_y foi apresentada, contudo válida apenas para o EPD, com largura da base igual a 1,0 m. A geração de mais modelos, com larguras de bases diferentes, e com o aprofundamento dos estudos com modelos reduzidos e provas de carga reais, poderão propiciar brevemente um auxílio aos engenheiros e geotécnicos que se vejam em uma situação análoga ao trabalho desenvolvido na presente dissertação. Ressalta-se que a proposta de ábacos apresentada é válida apenas para os casos de estudos preliminares podendo chegar a fase de anteprojeto, pois trata-se de um problema complexo que foi analisado apenas para casos simples em uma dimensão, em que diversas variáveis foram minimizadas. Desta forma, recomenda-se o reconhecimento do solo por meio de prospecções geotécnicas e demais ensaios de acordo com o vulto do projeto.

O modelo para solo homogêneo e com a influência da lente de areia foi avaliado analiticamente e visualmente com relação ao seu modo de ruptura, utilizando como referência o trabalho de Vesic (1975) e Santos (2017), Santos *et al.* (2020) e Santos e Freitas (2020). Foi observado que embora as lentes de areia de menor compacidade reduzam a capacidade de carga na ruptura, o que forneceria modos de ruptura diferentes considerando a proposta de Santos (2017), Santos *et al.* (2020) e Santos e Freitas (2020), indicada para solos homogêneos, com relação a energia de dissipação na ruptura, não foi possível associar o trabalho de Santos aos modelos numéricos gerados nesta dissertação. Observou-se que mesmo quando na presença de uma lente de menor compacidade, a ruptura permanece generalizada. Ressalta-se mais uma vez que a proposta de Santos (2017), Santos *et al.* (2020) e Santos e Freitas (2020) é para o caso de solos homogêneos, e este trabalho visou utilizá-lo para comparar com os resultados de um modelo numérico com um solo não homogêneo.

Um estudo de caso com dados reais da prova de carga de uma sapata 1,0 x 1,0 m foi realizado. Para o caso de Estado Limite Último (ELU), na ruptura, os valores obtidos de forma analítica (Vesic, 1975) e no modelo numérico são inferiores ao valor da ruptura apresentado pela prova de carga. Uma das causas desta ocorrência pode ser a tensão intermediária, que aumenta os valores de N_y e consequentemente da carga de ruptura.

O modelo ainda foi testado quanto ao EPD, onde foi possível observar na Figura 79 que a consideração do EPD altera o abatimento da curva de tensão *versus* deformação quando não são aplicadas as correções de forma da fundação.

Foram realizadas modelagens considerando o solo homogêneo, conforme apresentado por Gomes (2016), e com os ensaios realizados no campo experimental nas adjacências da Texas A&M University. Dois casos de estratigrafia do solo foram modelados, considerando uma lente de areia de menor compacidade. Os resultados confirmaram que a presença da lente de areia de menor compacidade diminui a carga de ruptura do solo em torno de 5% para $\phi_2 = 30^\circ$ e em torno de 13% para $\phi_2 = 25^\circ$. Entretanto, considerando apenas o ELS, não houve uma influência significativa.

Os resultados mostraram ainda que para o Estado Limite de Serviço (ELS), o modelo utilizado no software RS2 converge para os resultados de Gomes (2016).

O estudo de caso ainda verificou o nível d'água a 4,9 m abaixo da sapata não causa alterações significativas no cálculo da capacidade de carga do solo para o caso em estudo, muito porque o bulbo de tensões não afeta de maneira significativa a região.

6.1 Trabalhos futuros

Como proposta para trabalhos futuros, sugere-se o desenvolvimento de estudos:

- Na variação da largura B da fundação e sua influência no fator N_γ devido à presença de lentes de menor compacidade;
- Na modelagem 3D no software RS3 da Rocscience e verificação tanto da influência da tensão intermediária no fator N_γ quanto da variação de outras geometrias da fundação;
- A modelagem do solo com outros modelos de ruptura, como por exemplo modelo hiperbólico;
- Na utilização dos ábacos propostos de N_γ para situações em que haja sobrecarga e coesão no solo; e
- Na análise da teoria de ruptura por dissipação de energia nos casos de solo heterogêneo, na ocorrência de lentes de areia de menor compacidade.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6122: Projeto e execução de fundações. Rio de Janeiro: ABNT, 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6484: Solo- Sondagem de simples reconhecimento com SPT – Método de ensaio. Rio de Janeiro: ABNT, 2020.

BERARDI, R., and R. LANCELLOTTA. "Stiffness of Granular Soil from Field Performance," *Geotechnique*, 1:149–157, 1991.

BISHOP, A. W. *Discussion on "Soil Properties and Their Measurement," Proceedings of International Conference on Soil Mechanics*, 3:97, 1961.

BJERRUM, L., and O. KUMMENEJE. "Shearing Resistance of Sand Samples with Circular and Rectangular Cross Sections," *Norwegian Geotechnical Institute Publication No. 44*, 1, 1961.

BOWLES, J. E. *Foundation Analysis and Design*, 3rd Edition, McGraw-Hill, New York, 1982.

BOWLES, J. E. *Foundation Analysis and Design*, 5th Edition, McGraw-Hill, New York, 1997.

BRIAUD, J.-L, *Spread Footings in Sand: Load Settlement Curve Approach*, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 133, N° 8, August, ASCE, 2007.

BRIAUD, J.-L. e GIBBENS, R. M., *Behavior of Five Spread Footings on Sand*, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 125, N° 9, September, ASCE, 1990.

BRINCH HANSEN, J. *A Revised and Extended Formula for Bearing Capacity*, *Bulletin* 28, Danish Geotechnical Society, Copenhagen, 1970.

BRAJA, M.D. e SOBHAN, K., Fundamentos de engenharia geotécnica; tradutoras: Livia Koepl e Priscila Rodrigues Lopes; revisora técnica: Roberta Boszczowski. – Tradução da 9ª edição norte-americana – São Paulo, SP: Cengage, 2019.

BURLAND, J. B. *Kevin Nash Lecture. The teaching of soil mechanics – a personal view. In Proceedings of the 9th European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Dublin, vol. 3, 1427–1447, 1987.

BURLAND, J. B. *The Geotechnical Triangle, Chapter 4, ICE Manual of Geotechnical Engineering*, ICE Publishing, London, I, 2012, pp. 17-19.

CHEN, W. F. *Limit Analysis of Soil Plasticity*, Elsevier, New York, 1975.

DE MELLO, V.F.B., “The Standard Penetration Test. In: Panamerican Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering,” 4. San Juan, 1971. *Proceedings...* San Juan: PCSMFE, 1971, v. 1. P. 1-86.

DESCHAMPS, R. J., *Load Settlement Curve Method for Spread Footing on Sand*, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, September 1995.

DANZIGER, B. R. e LOPES, F. R, *Fundações em Estacas*, 1. Ed. -Rio de Janeiro: LTC, 2021.

DIAZ-SEGURA, E. G. “Assessment of the Range of Variation of N_y from 60 Estimation Methods for Footing on Sand,” *Canadian Geotechnical Journal*, 50:793–800, 2013.

DOMINGUES, R. T., SBROGLIA, R. M., RIGOTTI, J. A. N., HULLER, J., CHRIST, C. E., HIGASHI, R. A. R., Comparativo entre o ensaio de cisalhamento direto e o *borehole shear test* na obtenção dos parâmetros de resistência dos solos, XII Simpósio de Práticas de Engenharia Geotécnica da Região Sul – GEOSUL – 17 a 19 de outubro, Joinville, Santa Catarina, Brasil, 2019.

ERICKSON, H. L. e DRESCHER, A., “Bearing capacity of circular footings”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*., 128(1), 38–43, 2002.

ESHKEVARI, S. S., ABBO, A. J. e KOURETZIS, G., “Bearing Capacity of Strip Footings on Layered Sands”, *Computers and Geotechnics*, 2019.

FRYDMAN, S. e BURD, H. J., “Numerical studies of bearing capacity factor, N_y ”, *Journal Geotechnical Geoenvironmental Engineering*, 123(1), 20–29., 1997.

FRYDMAN, S. e BURD, H. J., “Numerical studies of bearing capacity factor, N_y ,” Report N° QUEL: 2054/95, University of Oxford, Department of Engineering Science, Oxford, Reino Unido, 1995

GHAZAVI, M. e EGHBALI, A. H., “New Geometric Average Method for Calculation of Ultimate Bearing Capacity of Shallow Foundations on Stratified Sands”, *International Journal of Geomechanics*, ASCE, 13(2), 101-1008, 2013.

GOMES, N. F. Parâmetros Geotécnicos Estáticos e Dinâmicos de Areias Quartzosa e Carbonatadas. 2020. 197 págs. Rio de Janeiro, 2020.

GOMES, R. M., *Aplicação do Ensaio de Dilatômetro Sísmico à Previsão de Recalques de Fundações Rasas em Areias*, Rio de Janeiro: UFRJ, COPPE, 2016.

HAIN, S. J. e I. K. LEE. “The Analysis of Flexible Raft-Pile System,” *Geotechnique*, 28(1):65–83, 1978.

HETTLER, A., and GUDEHUS, G., “Influence of the foundation width on the bearing capacity factor,” *Soils and Foundation*, 28(4), 81–92, 1988.

HOLTZ, R. D., “Stress Distribution and Settlement of Shallow Foundations”, Chapter 5, *Foundation Engineering Handbook*, Fang H.-Y. (ed.), 2nd Edition, van Nostrand Reinhold, New York, 1991, pp. 166–222.

KUMAR, J. e KHATRI, V. N., "Effect of footing width on N_y ", Canadian. Geotechnical Journal, NRC Canada, 45: 1673-1684, 2008.

KUMAR, J. e KOUZER, K. M., "Bearing capacity of two interfering footings", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2008; 32:251–264.

KUMBHOJKAR, A. S. "Numerical Evaluation of Terzaghi's N_y ," *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 119(3):598–607, 1993.

LADD, C. C., R. FOOTE, K. ISHIHARA, F. SCHLOSSER, and H. G. POULOS. "Stress Deformation and Strength Characteristics," State-of-the-art Report, *Proceedings of the 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering* (ICSMFE), Tokyo, 2, 1977, pp. 421–494.

LAMBE, T. W. e WHITMAN, R. V., "Soil Mechanics," SI Version, Massachusetts Institute of Technology, John Wiley & Sons, New York, 1979.

LEE, K. L. "Comparison of Plane Stain and Triaxial Tests on Sand," *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, 96(SM3):901– 923, 1970.

LOPES, F.R., SOUZA, O.S.N, SOARES, J.E.S., "Long-term settlement of a raft foundation on sand", *Geotechnical Engineering*, v. 107, n. 1, pp. 11-16, 1994.

MAYNE, P. W. "Interpretation of Geotechnical Parameters from Seismic Piezocone Tests," *Proceedings of 3rd International Symposium on Cone Penetration Testing* (CPT'14), Robertson, P. K., and K. I. Cabal (eds.), Las Vegas, Nevada, 2014, pp. 47–73.

MEYERHOF, G. G. "Some Recent Research on Bearing Capacity of Foundations," Canadian Geotechnical Journal, 1(1):16–26, 1963

MOTRA, H. B., H. STUTZ, and F. WUTTKE. "Quality Assessment of Soil Bearing Capacity Factor Models of Shallow Foundations," *Soils and Foundations*, 56(2):265–276, 2016.

O'BRIEN, A. S. *Foundation Types and Conceptual Design Principles, Chapter 52, ICE Manual of Geotechnical Engineering*, ICE Publishing, London, Il, 2013, pp. 733–764.

ORTIGÃO, J. A. R., *Introdução à Mecânica dos Solos dos Estados Críticos*, 3ª Edição, Terratek, Rio de Janeiro, 2007.

POTTS, D. M. e ZDRAVKOVIC, L., "Finite element analysis in geotechnical engineering – Application," Imperial College of Science, Technology and Medicine, Thomas Telford Ltd, London, 2001.

POULOS, H. G., and E. H. DAVIS. *Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics*, John Wiley & Sons, New York, 1974.

POWRIE, W. Bearing Capacity theory, Chapter 21, ICE Manual of Geotechnical Engineering, ICE Publishing, London, I, 2012, pp. 229-230.

RAHIMI, L., GANJIAN, N., YOUSSEFZADEHFARD, M. e DERAKHSHANDI, M., Proposed Correlation to Evaluate the Bearing Capacity of a Two-Layered Ground, Indian Geotechnical Society, 2022.

ROCSCIENCE. RS2 2D Geotechnical Finite Element Analysis, Version 11.017, 2022. Disponível site: <https://www.rocscience.com/help/rs2/documentation> (acessado em 14 de dezembro de 2022).

RUFFIER DOS SANTOS, A.P., *Capacidade de Carga de Fundações Submetidas a Esforços de Tração em Taludes*, Rio de Janeiro, 1999.

SALGADO, R., *The engineering of foundations*. McGraw-Hill, 2008.

SANTOS, L. F., Um Modelo De Dissipação de Energia para o Modo de Ruptura de Fundações Rasas em Solos Arenosos, Rio de Janeiro, 2017.

SANTOS, L.F. e FREITAS, A.C., Orientational Analysis of the Vesic's Bearing Capacity of Shallow Foundations, Soils and Rocks, São Paulo, 43(1): 3-9, Janeiro-Março, 2020.

SANTOS, L.F., SARAIVA, A. e FREITAS, A.C., A Model of Energy Dissipation for the Mode of Rupture of Shallow Foundations in Sandy Soils, Soils and Rocks, São Paulo, 43(1): 141-149, Janeiro – Março, 2020.

SCHNAID, F., Ensaios de campo e suas aplicações à engenharia de fundações, São Paulo, Oficina de Textos, 2000.

SING, S. P. e ROY, A. K., Numerical Study of the Behavior of a Circular Footing on a Layered Granular Soil under Vertical and Inclined Loading, Civil and Environmental Engineering Reports, 2021.

SIVAKUGAN, N., "Soil Mechanics and Foundation Engineering – Fundamentals and Applications," McGraw Hill, New York, 2021.

TERZAGHI, K. *Theoretical Soil Mechanics*, Wiley & Sons, New York, 1943.

TERZAGHI, K., R. B. PECK, and G. MESRI. *Soil Mechanics in Engineering Practice*, 3rd Edition, John Wiley & Sons, New York, 1996.

VAZ, L. E. *Método dos Elementos Finitos em Análise de Estruturas*, Capítulo 1, Elsevier, Rio de Janeiro, 2011, pp. 1-2.

VALORE, C., ZICCARELLI, M. e MUSCOLINO, S. R., "The bearing capacity of footings on sand with a weak layer," Geotechnical Research, 4, 12-29, 2017.

VELLOSO, D. A., Fundações: critérios de projeto, investigação do subsolo, fundações superficiais, fundações profundas/ Dirceu de Alencar Velloso, Francisco de Resende Lopes, São Paulo: Oficina de Textos, 2010.

VESIC, A.B., Analysis of ultimate loads of shallow foundations. J. Soil Mech. Found. Div., 99(1):53, 1973.

VESIC, A. S. "Bearing Capacity of Deep Foundations in Sand," *Highway Research Record*, 39, Highway Research Board, Washington, DC, 1963.

VESIC, A. S. *Bearing Capacity of Shallow Foundations, Chapter 3, Foundation Engineering Handbook*, Winterkorn, H. F. and H.-Y. Fang (eds.), Van Nostrand Reinhold Co, New York, 1975

YAMAMOTO, N., RANDOLPH, M. F. e EINAV, I., "Numerical study of the effect of foundation size for a wide range of sands," *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE*, 135(1): 37-45, 2009.

ZICCARELLI, M. e ROSONE, M., "Influence of a Thin Horizontal Weak Layer on the Mechanical Behavior of Shallow Foundations Resting on Sand," *Geosciences*, 11, 392, 2021.

ZICCARELLI, M, VALORE, C., MUSCOLINO, S. R., FIORAVANTE, V., "Centrifuge test on strip footings on sand with a weak layer," *Geotechnical Research*, 4, 47-64, 2017.

ZHU, M., and R. L. MICHALOWSKI. "Shape Factors for Limit Loads on Square and Rectangular Footings," *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE*, 131(2):223–231, 2005.

ZONG-YAUN MA, HONG-JIAN LIAO e FA-NING DANG, "Influence of the Intermediate Principal Stress on the Bearing Capacity of Strip and Circular Footings, *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 140(7): 04014041, 2014.

ANEXO A

Exemplo retirado de Sivakugan (2021).

Uma fundação quadrada, conforme figura, é carregada por um pilar com a carga de 500 kN. O peso do concreto é de 24 kN/m³. As propriedades da argila são: $c' = 5$ kN/m²; $\phi' = 25^\circ$ e $\gamma = 18$ kN/m³. Qual é o fator de segurança com respeito a capacidade de carga na ruptura? Use N_γ de Vesic.

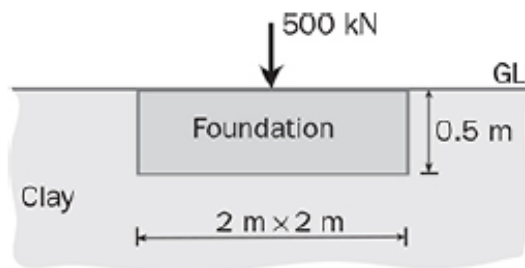


Figura A1 – Exemplo Sivakugan (2021).

A solução para a equação (5), para $\phi' = 25^\circ$,

$$N_q = e^{\pi \tan \phi} \tan \left(45 + \phi/2 \right)^2 = 10,66$$

Da equação (6),

$$N_c = (N_q - 1) \cot \phi = 20,71$$

O valor de N_γ de Vesic é dado pela Tabela 2 – Expressões para N_γ .

$$N_\gamma = 2(N_q - 1) \tan \phi = 10,87$$

Da equação (3), calculamos a capacidade de carga para fundações quadradas:

$$q_{ult} = 1,3cN_c + \gamma D_f N_q + 0,4B\gamma N_\gamma$$

$$q_{ult} = 1,3(5)(20,71) + 18(0,5)(10,66) + 0,4(2)(18)(10,87) = 387,08 \text{ kN/m}^2$$

$$q_{ult,liq} = q_{ult,bruto} - \gamma D_f = 387,08 - 18(0,5) = 378,08 \text{ kN/m}^2$$

$$q_{sol,bruta} = \frac{500}{2 \times 2} + 24(0,5) = 137,0 \text{ kN/m}^2$$
$$q_{sol,liq} = 137 - 18(0,5) = 128,0 \text{ kN/m}^2$$

Portanto, o fator de segurança com respeito a capacidade de carga será conforme a equação (10):

$$FS = \frac{q_{ult,liq}}{q_{sol,liq}} = \frac{378,08}{128} = 2,95$$

ANEXO B

Capacidade de carga de outros autores citados:

Meyerhof (1963)

Carga vertical: $q_{ult} = cN_c s_c d_c + qN_q s_q d_q + 0,5\gamma B' N_\gamma s_\gamma d_\gamma$

Carga inclinada $q_{ult} = cN_c d_c i_c + qN_q d_q i_q + 0,5\gamma B' N_\gamma d_\gamma i_\gamma$

Onde:

$$N_q = e^{\pi \tan \phi} [\tan(45 + \phi/2)]^2$$

$$N_c = (N_q - 1) \cot \phi$$

$$N_\gamma = (N_q - 1) \tan(1,4\phi)$$

Valores de coeficiente de forma, profundidade, inclinação para equação da capacidade de carga de Meyerhof (1963).

Forma:

$$s_c = 1 + 0,2K_p B/L \quad (\text{qualquer } \phi)$$

$$s_q = s_\gamma = 1 + 0,1K_p B/L \quad (\phi > 10^\circ)$$

$$s_q = s_\gamma = 1 \quad (\phi = 0)$$

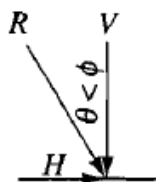
Profundidade:

$$d_c = 1 + 0,2\sqrt{K_p} D/B \quad (\text{qualquer } \phi)$$

$$d_q = d_\gamma = 1 + 0,1\sqrt{K_p} D/B \quad (\phi > 10^\circ)$$

$$s_q = s_\gamma = 1 \quad (\phi = 0)$$

Inclinação:



$$i_c = i_q = \left(1 - \theta^\circ/\phi^\circ\right) \quad (\text{qualquer } \phi)$$

$$i_\gamma = \left(1 - \theta^\circ/\phi^\circ\right)^2 \quad (\phi > 0)$$

$$s_q = s_\gamma = 1 \quad (\phi = 0)$$

Onde:

- $K_p = \tan^2(45 + \phi/2)$;

- θ é o ângulo da resultante R medido a partir do eixo vertical, sem sinal; e

- B, L, D são características geométricas da fundação, definidas previamente.

Hansen (1970)

Equação geral:

$$q_{ult} = cN_c s_c d_c i_c g_c b_c + qN_q s_q d_q i_q g_q b_q + 0,5\gamma B' N_\gamma s_\gamma d_\gamma i_\gamma g_\gamma b_\gamma$$

Quando $\phi = 0$, usar:

$$q_{ult} = 5,14S_u(1 + s'_c + d'_c - i'_c - b'_c - g'_c) + q$$

Onde:

- N_q e N_c igual aos parâmetros de Meyerhof (1963).

$$N_\gamma = 1,5(N_q - 1) \tan \phi$$

Valores de coeficiente de forma, profundidade, inclinação para a equação da capacidade de carga de Hansen (1970).

Forma:

$$s'_c = 0,2 B'/L' \quad (\phi = 0)$$

$$s_c = 1 + \frac{N_q B'}{N_c L'}$$

$$s_c = 1 \quad (L \gg B)$$

$$s_q = 1 + \frac{B'}{L'} \sin \phi \quad (\text{qualquer } \phi)$$

$$s_\gamma = 10 - 0,4 \frac{B'}{L'} \quad (\geq 0,6)$$

Profundidade:

$$d'_c = 0,4k \quad (\phi = 0)$$

$$d_c = 1 + 0,4k$$

$$d_q = 1 + 2 \tan \phi (1 - \sin \phi)^2 k$$

$$d'_\gamma = 1 \quad (\text{qualquer } \phi)$$

Onde:

- $k = D/B$, para $D/B \leq 1$;
- $k = \tan^{-1}(D/B)$, para $D/B > 1$; e
- k em radianos.

Observações:

- B' e L' são as dimensões efetivas; e
- Os valores acima são consistentes tanto para carga vertical quanto para carga vertical acompanhada de uma carga horizontal.

Valores de coeficiente de inclinação da carga, inclinação do terreno e da fundação para a equação da capacidade de carga de Hansen (1970).

Inclinação da carga:

$$i'_c = 0,5 - \sqrt{1 - \frac{H_i}{A_f C_a}}$$

$$i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_q - 1}$$

$$i_q = \left[1 - \frac{0,5 H_i}{V + A_f c_a \cot \phi} \right]^{a_1}$$

$$i_\gamma = \left[1 - \frac{0,7 H_i}{V + A_f c_a \cot \phi} \right]^{a_2} \quad (2 \leq \alpha_2 \leq 5)$$

$$i_\gamma = \left[1 - \frac{(0,7 - \eta^\circ/450) H_i}{V + A_f c_a \cot \phi} \right]^{a_2}$$

Inclinação do terreno:

$$g'_c = \frac{\beta^\circ}{147^\circ} \quad (\phi = 0)$$

$$g_c = 1 - \frac{\beta^\circ}{147^\circ} \quad (\phi > 0)$$

$$g_q = g_\gamma = (1 - 0,5 \tan \beta)^2$$

Inclinação da base da fundação:

$$b'_c = \frac{\beta^\circ}{147^\circ} \quad (\phi = 0)$$

$$b_c = 1 - \frac{\beta^\circ}{147^\circ} \quad (\phi > 0)$$

$$b_q = \exp(-2\eta \tan \phi)$$

$$b_\gamma = \exp(-2,7\eta \tan \phi)$$

Onde η em radianos.

Observações:

- H_i pode ser utilizado tanto para H_B quanto para H_L , ou para ambos;
- Hansen (1970) não forneceu valores de i_c para $\phi > 0$. Os valores apresentados são de Hansen (1961, apud Bowles, 1997) e são utilizados por Vesic; e
- c_a é a adesão da base da fundação com o solo.

ANEXO C

Valores de F_y de saída do programa RS2 para os modelos numéricos calculados.

Tabela C1 – Valores F_y [kN] de saída do modelo 2D do RS2 (Parte 1 de 3).

B =	1,00	z_0	Modelo	$\phi'_1 = 25^\circ, \phi_1=0^\circ \text{ e } \phi_2=0^\circ$				$\phi'_1 = 30^\circ, \phi_1=0^\circ \text{ e } \phi_2=0^\circ$				
$\gamma =$	16,00 kN/m ³			A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4	B5
z_i	z_i/B			$\phi_2 = \phi_1$	$\phi'_2 = 20$	$\phi'_2 = 15$	$\phi'_2 = 10$	$\phi_2 = \phi_1$	$\phi'_2 = 25^\circ$	$\phi'_2 = 20^\circ$	$\phi'_2 = 15^\circ$	$\phi'_2 = 10^\circ$
0,50	0,50	0,00	a	21,25	-	-	-	53,24	-	-	-	-
		0,10	0,60	21,25	17,09	11,43	5,83	53,24	47,15	37,62	25,27	15,14
		0,20	0,70	21,25	14,70	8,52	2,74	53,24	40,77	28,55	16,83	7,57
		0,30	0,80	21,25	14,16	7,49	1,56	53,24	37,27	24,93	14,26	5,28
		0,40	0,90	21,25	14,11	7,35	1,28	53,24	36,48	23,58	13,05	4,57
		0,50	1,00	21,25	14,07	7,33	1,25	53,24	36,18	23,60	12,95	4,43
1,00	1,00	0,00	b	21,25	-	-	-	53,24	-	-	-	-
		0,10	1,10	21,25	21,13	21,53	19,08	53,24	50,77	49,49	43,22	35,12
		0,20	1,20	21,25				53,24				
		0,30	1,30	21,25	21,10	21,26	18,06	53,24	51,92	48,74	40,09	30,32
		0,40	1,40	21,25				53,24				
		0,50	1,50	21,25	21,10	21,19	18,04	53,24	52,16	48,91	39,94	29,08
1,50	1,50	0,00	c	21,25	-	-	-	53,24	-	-	-	-
		0,10	1,60	21,25	21,25	21,22	21,25	53,24	51,74	51,35	51,01	53,45
		0,20	1,70	21,25				53,24				
		0,30	1,80	21,25	21,19	21,28	21,26	53,24	51,59	51,05	50,83	50,16
		0,40	1,90	21,25				53,24				
		0,50	2,00	21,25	21,21	21,24	21,18	53,24	51,27	51,82	50,16	49,98

Tabela C2 – Valores F_y [kN] de saída do modelo 2D do RS2 (Parte 2 de 3).

zi/B	z0	Modelo	$\phi'_1 = 35^\circ, \phi_1=5^\circ \text{ e } \phi_2=0^\circ$						$\phi'_1 = 40^\circ, \phi_1=10^\circ \text{ e } \phi_2=0^\circ$					
			C1	C2	C3	C4	C5	C6	D1	D2	D3	D4	D5	D6
			$\phi_2 = \phi_1$	$\phi'_2 = 30^\circ$	$\phi'_2 = 25^\circ$	$\phi'_2 = 20^\circ$	$\phi'_2 = 15^\circ$	$\phi'_2 = 10^\circ$	$\phi_2 = \phi_1$	$\phi'_2 = 30^\circ$	$\phi'_2 = 25^\circ$	$\phi'_2 = 20^\circ$	$\phi'_2 = 15^\circ$	$\phi'_2 = 10^\circ$
0,50	0,00	a	134,07	-	-	-	-	-	323,22	-	-	-	-	-
	0,10	0,60	134,07	112,28	98,55	73,79	48,80	30,01	323,22	236,18	204,75	150,00	96,14	56,47
	0,20	0,70	134,07	106,26	75,44	48,63	28,59	14,82	323,22	199,05	128,37	77,60	45,91	25,08
	0,30	0,80	134,07	92,03	63,71	39,48	22,23	10,38	323,22	154,57	96,86	57,22	32,98	16,85
	0,40	0,90	134,07	85,48	57,66	36,26	20,31	8,82	323,22	135,38	85,10	51,38	28,84	13,90
	0,50	1,00	134,07	83,79	57,45	35,77	19,93	8,48	323,22	127,42	80,04	47,19	27,51	12,78
1,00	0,00	b	134,07	-	-	-	-	-	323,22	-	-	-	-	-
	0,10	1,10	134,07	117,35	104,70	93,05	75,67	65,03	323,22	236,85	207,73	172,90	140,49	114,95
	0,20	1,20	134,07						323,22					
	0,30	1,30	134,07	114,98	98,28	81,14	64,85	49,31	323,22	205,31	169,59	135,64	105,11	78,08
	0,40	1,40	134,07						323,22					
	0,50	1,50	134,07	115,66	98,41	79,65	61,89	45,41	323,22	200,81	163,86	126,83	94,44	67,98
1,50	0,00	c	134,07	-	-	-	-	-	323,22	-	-	-	-	-
	0,10	1,60	134,07	128,80	126,06	130,32	126,26	116,68	323,22	309,35	291,47	253,14	222,43	197,32
	0,20	1,70	134,07						323,22					
	0,30	1,80	134,07	126,02	124,20	126,54	124,70	105,40	323,22	318,59	274,05	233,75	200,83	168,33
	0,40	1,90	134,07						323,22					
	0,50	2,00	134,07	128,87	128,42	125,80	120,47	101,26	323,22	305,72	272,43	228,48	192,58	153,18

Tabela C3 – Valores F_y [kN] de saída do modelo 2D do RS2 (Parte 3 de3).

zi/B	z0	Modelo	$\phi'_1 = 45^\circ, \phi_1=15^\circ \text{ e } \phi_2=0^\circ$						$\phi'_1 = 50^\circ, \phi_1=20^\circ \text{ e } \phi_2=0^\circ$					
			E1	E2	E3	E4	E5	E6	F1	F2	F3	F4	F5	F6
			$\phi_2 = \phi_1$	$\phi'_2 = 30^\circ$	$\phi'_2 = 25^\circ$	$\phi'_2 = 20^\circ$	$\phi'_2 = 15^\circ$	$\phi'_2 = 10^\circ$	$\phi_2 = \phi_1$	$\phi'_2 = 30^\circ$	$\phi'_2 = 25^\circ$	$\phi'_2 = 20^\circ$	$\phi'_2 = 15^\circ$	$\phi'_2 = 10^\circ$
0,50	0,00	a	852,56	-	-	-	-	-	2685,70	-	-	-	-	-
	0,10	0,60	852,56	521,12	431,37	303,52	178,89	99,43	2685,70	1163,50	955,84	614,79	324,45	165,45
	0,20	0,70	852,56	371,75	215,22	123,71	71,21	39,75	2685,70	658,42	347,04	169,14	112,07	62,18
	0,30	0,80	852,56	235,79	142,68	83,12	47,85	26,38	2685,70	377,70	215,24	123,16	70,58	39,49
	0,40	0,90	852,56	194,48	117,97	68,73	40,18	20,87	2685,70	289,01	165,99	98,93	55,58	28,92
	0,50	1,00	852,56	173,15	104,84	64,02	37,39	18,44	2685,70	244,86	144,96	86,85	49,38	26,02
1,00	0,00	b	852,56	-	-	-	-	-	2685,70	-	-	-	-	-
	0,10	1,10	852,56	491,18	413,57	337,88	266,42	203,18	2685,70	1140,60	915,47	689,53	489,87	367,24
	0,20	1,20	852,56						2685,70					
	0,30	1,30	852,56	360,37	281,34	225,26	171,60	128,24	2685,70	664,57	495,33	350,43	275,23	197,10
	0,40	1,40	852,56						2685,70					
	0,50	1,50	852,56	329,98	255,44	188,15	141,88	101,49	2685,70	517,27	403,02	295,01	222,52	168,76
1,50	0,00	c	852,56	-	-	-	-	-	2685,70	-	-	-	-	-
	0,10	1,60	852,56	551,68	501,17	444,78	392,67	339,01	2685,70	1256,80	1066,20	827,75	781,97	648,85
	0,20	1,70	852,56						2685,70					
	0,30	1,80	852,56	515,39	452,71	387,16	328,97	270,48	2685,70	914,13	777,50	624,52	554,72	429,34
	0,40	1,90	852,56						2685,70					
	0,50	2,00	852,56	519,80	435,62	350,06	296,58	236,26	2685,70	904,51	679,08	531,75	471,79	429,34

ANEXO D

Sondagens com ensaios SPT

BORING LOG		
PROJECT: PERFORMANCE OF FOOTINGS ON SAND		BORING NO: SPT-1
CLIENT: FEDERAL HIGHWAY ADMINISTRATION		LOCATION: SAND SITE
DATE: 4/5/93	PROJECT NO: 146604	BORING TYPE: 121 mm BIT
DRILLER: GUSTAVUS	SOIL TECHNICIAN: GIBBENS	GROUND ELEV:
Depth in Meters	Blows Per 150mm/150mm/150mm	S-Shelby Tube Sample X-Penetration Sample J-Jar /-No Recovery \-Disturbed sample from cuttings V-Water encountered while drilling -Open-hole water level B/F-Blows per foot, ASTM D 1586 Penetration Test Pen.(tsf)-Field estimate of compressive strength
- DESCRIPTION OF STRATUM		
	4/5/6	NO SAMPLING
	7/9/14	NO SAMPLING
1.5	13/18/12	NO SAMPLING
	6/10/11	NO SAMPLING
3.0	8/10/13	NO SAMPLING
4.5	11/14/14	NO SAMPLING
6.0	9/15/19	NO SAMPLING
7.5	8/8/9	NO SAMPLING
9.0	4/5/8	NO SAMPLING
10.5	10/20/34	NO SAMPLING
12.0	19/29/47	NO SAMPLING
13.5	14/19/21	NO SAMPLING
15.0	15/22/31	NO SAMPLING
		Bottom @ 15.2 m

Figura D2 – Boletim do ensaio SPT-1. (Gomes, 2016).

BORING LOG			
PROJECT: PERFORMANCE OF FOOTINGS ON SAND		BORING NO: SPT-2	
CLIENT: FEDERAL HIGHWAY ADMINISTRATION		LOCATION: SAND SITE	
DATE: 4/6/93		PROJECT NO: 146604	
DRILLER: GUSTAVUS		SOIL TECHNICIAN: GIBBENS	
		BORING TYPE: 121 mm Bit	
		GROUND ELEV:	
Depth in Meters	Blows Per 150mm/150mm/150mm	- Shelby Tube Sample X-Penetration Sample J-Jar /-No Recovery - Disturbed sample from cuttings Y-Water encountered while drilling - Open-hole water level B/F-Blows per foot, ASTM D 1586 Penetration Test Pen.(tsf)-Field estimate of compressive strength	
DESCRIPTION OF STRATUM			
	4/5/7	Tan Silty Fine Sand	
	7/10/13	Tan Silty Fine Sand	
1.5	8/8/10	Tan Silty Fine Sand	
	6/9/9	Tan Silty Fine Sand	
3.0	4/8/8	Tan Silty Fine Sand	
	10/10/9	Tan Sand	
4.5	7/9/8	Tan Sand w/Gravel	
6.0	7/10/11	Tan Sandy Clay	
	5/6/8	Tan Sandy Clay	
7.5	5/8/13	Tan Silty Fine Sand	
9.0	11/24/39	Dark Gray Clay	
10.5	11/16/24	Dark Gray Clay	
12.0	14/17/22	Dark Gray Clay	
13.5	18/25/32	Dark Gray Clay	
15.0		Bottom @ 15.2 m	

Figura D3 – Boletim do ensaio SPT-2 (Gomes, 2016).

BORING LOG		
PROJECT: PERFORMANCE OF FOOTINGS ON SAND		BORING NO: SPT-3
CLIENT: FEDERAL HIGHWAY ADMINISTRATION		LOCATION: SAND SITE
DATE: 4/21/93	PROJECT NO: 14G604	BORING TYPE: 121 mm BIT
DRILLER: GUSTAVUS	SOIL TECHNICIAN: GIBBENS	GROUND ELEV:
Depth in Meters	Blows Per 150mm/150mm/150mm	-Shelby Tube Sample X-Penetration Sample J-Jar /-No Recovery -Disturbed sample from cuttings 9-Water encountered while drilling -Open-hole water level D/F-Blows per foot, ASTM D 1586 Penetration Test Pen.(tsf)-Field estimate of compressive strength
DESCRIPTION OF STRATUM		
	5/5/8	Tan Silty Fine Sand
	4/8/10	Tan Silty Fine Sand
1.5	6/11/14	Tan Silty Fine Sand
	6/9/8	Tan Silty Fine Sand
3.0	6/8/10	Tan Silty Fine Sand
	4/9/10	Tan Sand
4.5	6/12/14	Tan Sand w/Gravel
6.0	7/11/11	Tan Sandy Clay w/Gravel
7.5	6/9/10	Tan Sandy Clay w/Gravel
9.0	3/5/5	102 mm of Tan Silty Fine Sand becomes Tan Clay w/Gravel
10.5	11/26/24	26 mm of Clayey Gravel becomes Dark Gray Clay
12.0	43/48/51	Dark Gray Clay
13.5	14/18/28	Dark Gray Clay
15.0	13/15/21	Dark Gray Clay
Bottom ? 15.2 m		

Figura D4 – Boletim do ensaio SPT-3 (Gomes, 2016).

BORING LOG		
PROJECT: PERFORMANCE OF FOOTINGS ON SAND		BORING NO: SPT-4
CLIENT: FEDERAL HIGHWAY ADMINISTRATION		LOCATION: SAND SITE
DATE: 4/18/93	PROJECT NO: 146804	BORING TYPE: 121 mm BIT
DRILLER: GUSTAVUS	SOIL TECHNICIAN: GIBBENS	GROUND ELEV:
Depth in Meters	Blows Per 150mm/150mm/150mm	-Shelby Tube Sample X-Penetration Sample J-Jar /-No Recovery -Disturbed sample from cuttings V-Water encountered while drilling -Open-hole water level B/F-Blows per foot, ASTM D 1586 Penetration Test Pen.(tsf)-Field estimate of compressive strength
DESCRIPTION OF STRATUM		
	3/4/7	Tan Silty Fine Sand
	5/8/7	Tan Silty Fine Sand
1.5	5/8/10	Tan Silty Fine Sand
	5/8/8	Tan Silty Fine Sand
	5/8/8	Tan Silty Fine Sand
3.0		
	6/8/7	Tan Sand
4.5		
	8/7/7	Tan Silty Fine Sand
	6/8/9	Tan Silty Fine Sand
6.0		
7.5	8/8/8	Gravel
9.0	5/9/11	Tan Sandy Clay
10.5	11/23/27	76 mm of Tan Sandy Clay becomes Dark Gray Clay
12.0	21/31/39	Dark Gray Clay w/Gravel
13.5	14/21/32	Dark Gray Clay
15.0	17/23/37	Dark Gray Clay
		Bottom @ 15.2 m

Figura D5 – Boletim do ensaio SPT-4 (Gomes, 2016).

BORING LOG		
PROJECT: PERFORMANCE OF FOOTINGS ON SAND		BORING NO: SPT-5
CLIENT: FEDERAL HIGHWAY ADMINISTRATION		LOCATION: SAND SITE
DATE: 4/13/93	PROJECT NO: 145604	BORING TYPE: 121 mm BIT
DRILLER: GUSTAVUS	SOIL TECHNICIAN: GIBBENS	GROUND ELEV:
Depth in Meters	Blows Per 150mm/150mm/150mm	-Shelby Tube Sample X-Penetration Sample J-Jar /-No Recovery -Disturbed sample from cuttings W-Water encountered while drilling -Open-hole water level B/F-Blows per foot, ASTM D 1586 Penetration Test Pen.(tsf)-Field estimate of compressive strength
DESCRIPTION OF STRATUM		
	4/5/6	Tan Silty Fine Sand
	5/7/8	Tan Silty Fine Sand
1.5	6/10/10	Tan Silty Fine Sand
	4/8/11	Tan Silty Fine Sand
	4/7/9	Tan Silty Fine Sand
3.0	4/7/9	Tan Silty Fine Sand
	4/7/9	Tan Silty Fine Sand
4.5	8/12/15	Tan Silty Sand w/Gravel Pockets
	5/7/11	Tan Sandy Clay w/Gravel
6.0		
	4/9/7	Tan Sand
7.5		
	4/12/13	102 mm of Tan Sandy Clay w/Gravel becomes Gray Clayey Sand
9.0		
	12/33/31	51 mm of Fine Sand w/Gravel becomes Dark Gray Clay
10.5		
	11/17/21	Dark Gray Clay
12.0		
	10/14/22	Dark Gray Clay
13.5		
	11/12/27	Dark Gray Clay
15.0		
		Bottom @ 15.2 m

Figura D6 – Boletim do ensaio SPT-5 (Gomes, 2016).

BORING LOG		
PROJECT: PERFORMANCE OF FOOTINGS ON SAND		BORING NO: SPT-6
CLIENT: FEDERAL HIGHWAY ADMINISTRATION		LOCATION: SAND SITE
DATE: 4/21/93	PROJECT NO: 14G664	BORING TYPE: 121 mm BIT
DRILLER: GUSTAVUS	SOIL TECHNICIAN: GIBBENS	GROUND ELEV:
Depth In. Meters	Blows Per 150mm/150mm/150mm	- Shelby Tube Sample X-Penetration Sample J-Jar /-No Recovery -Disturbed sample from cuttings V-Water encountered while drilling -Open-hole water level B/F-Blows per foot, ASTM D 1586 Penetration Test Pen.(tsf)-Field estimate of compressive strength
DESCRIPTION OF STRATUM		
	6/8/7	Tan Silty Fine Sand
	6/8/11	Tan Silty Fine Sand
1.5	5/9/9	Tan Silty Fine Sand
	4/7/6	Tan Silty Fine Sand
	4/7/7	Tan Sand
3.0		
	11/11/15	Tan Sand
4.5		
	5/9/14	Tan Sand w/Gravel
	5/9/11	Gravel w/Sand
5.0		
	7/13/15	Tan Sand w/Traces of Gravel
7.5		
	3/4/4	No Recovery
9.0		
	9/20/29	76 mm of Clayey Gravel becomes Dark Gray Clay
10.5		
	12/20/31	Dark Gray Clay
12.0		
	16/18/35	Dark Gray Clay
13.5		
	17/21/33	Dark Gray Clay
15.0		
		Bottom @ 15.2 m

Figura D7 – Boletim do ensaio SPT-6 (Gomes, 2016).

Borehole Shear Tests

Tabela D1 – Resultados dos ensaios bst-1 a bst-3 (Gomes, 2016).

Ensaio	Nº teste	Profundidade (m)	ϕ (graus)	c (N/m ²)	R ²
BST-1	1-1	0,6	33,6	-69,7	0,999
	1-2	1,2	33,3	-34,8	1,000
	1-3	1,8	33,2	-34,8	1,000
	1-4	2,4	32,7	-34,8	0,999
	1-5	3,0	36,1	0,0	1,000
	1-6	3,7	31,6	0,0	1,000
	1-7	4,3	31,0	104,5	0,998
	1-8	4,6	31,3	0,0	0,999
BST-2	2-1	0,6	38,1	-104,5	0,989
	2-2	1,2	37,8	34,8	0,999
	2-3	1,8	32,8	-104,5	0,999
	2-4	2,4	30,3	34,8	0,998
	2-5	3,0	27,6	104,5	0,996
	2-6	3,7	25,0	174,2	0,995
	2-7	4,3	24,3	209,0	0,998
	2-8	4,9	26,1	69,7	1,000
BST-3	3-1	0,6	33,2	34,8	0,999
	3-2	1,2	33,9	-104,5	1,000
	3-3	1,8	33,6	-243,8	0,999
	3-4	2,4	29,2	139,3	1,000
	3-5	3,0	29,4	69,7	1,000
	3-6	3,7	27,0	209,0	0,997
	3-7	4,3	31,1	69,7	0,999

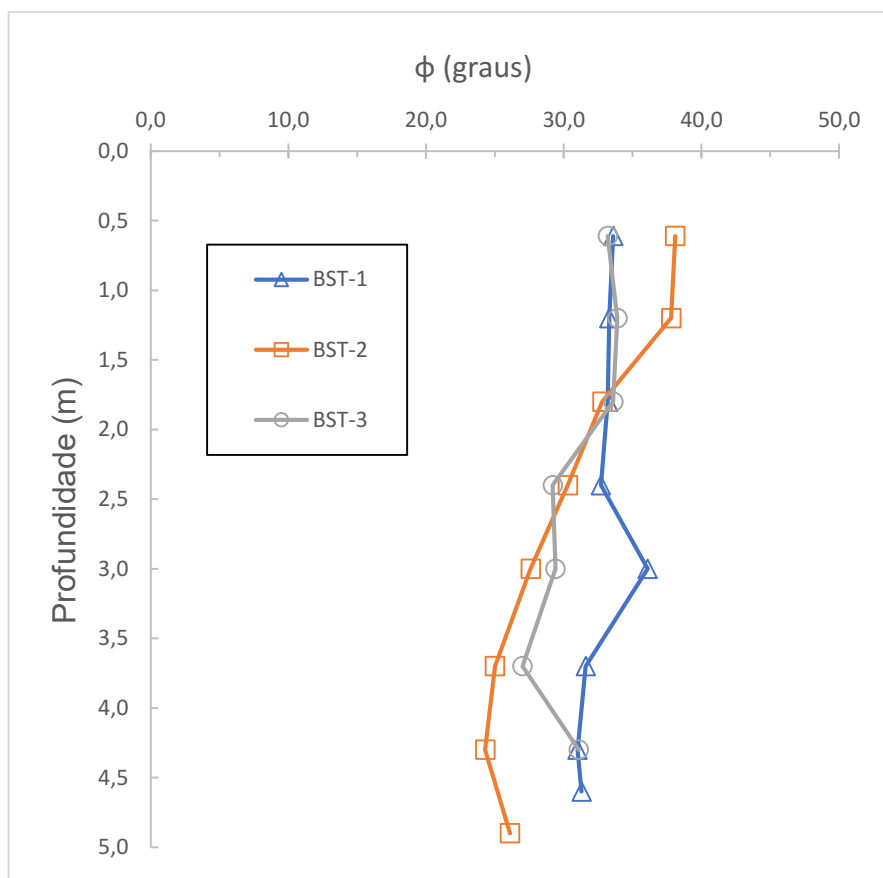


Figura D8 – Resultados dos ensaios bst-1 a bst-3 – Perfis de ângulo de atrito.

Resultados das provas de carga do estudo de caso.

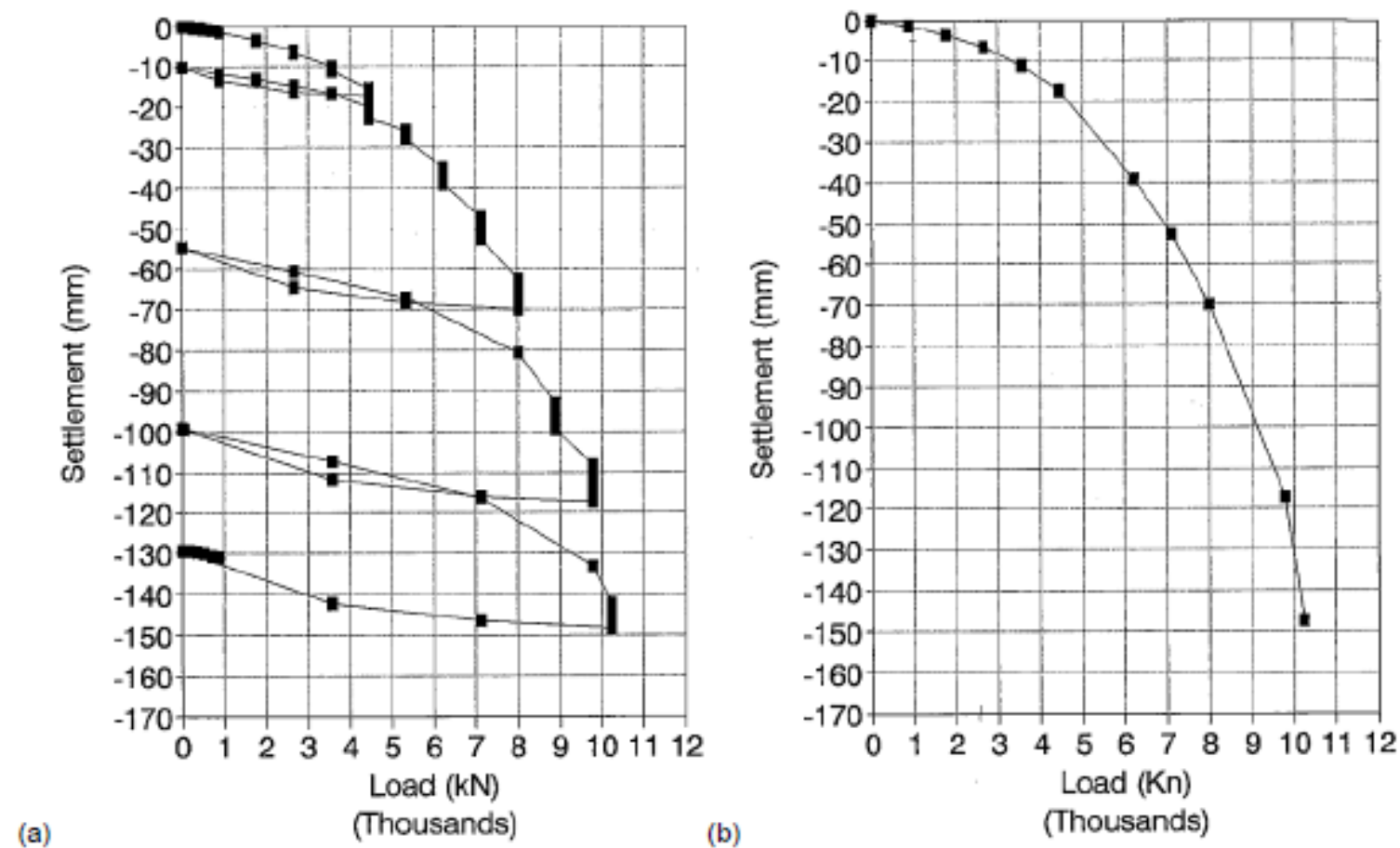


Figura D9 – Resultados das provas de carga na Sapata 1 (3,0 m x 3,0 m); (a) histórico do carregamento e (b) deslocamentos 30 minutos depois da aplicação dos carregamentos (Gomes, 2016).

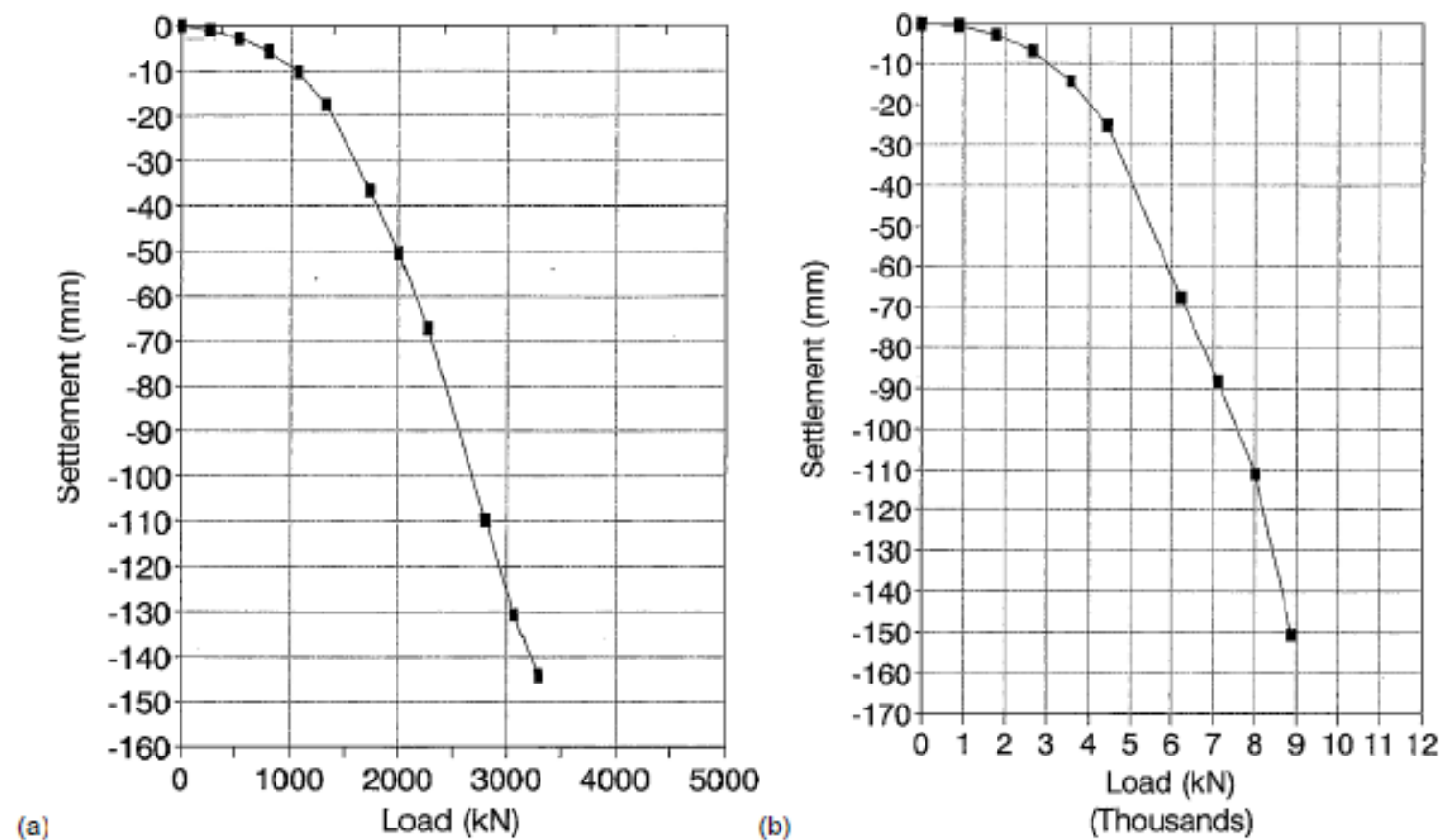


Figura D10 – Resultados das provas de carga (deslocamentos 30 minutos depois da aplicação dos carregamentos) na (a) Sapata 2 (1,5 m x 1,5 m) e na (b) Sapata 3 (3,0 m x 3,0 m) (Gomes, 2016).

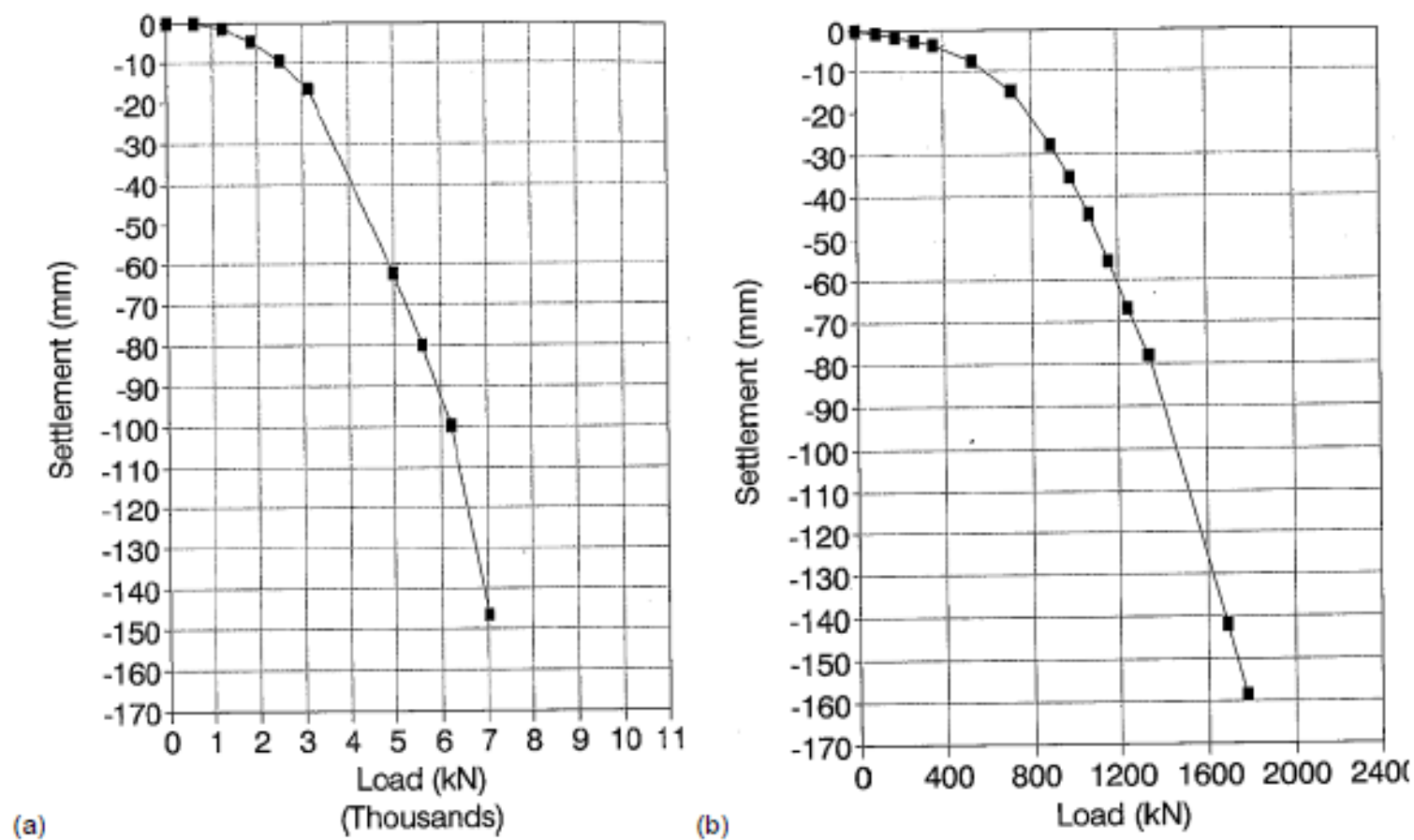


Figura D11 – Resultados das provas de carga (deslocamentos 30 minutos depois da aplicação dos carregamentos) na (a) Sapata 4 (2,5 m x 2,5 m) e na (b) Sapata 5 (1,0 m x 1,0 m) (Gomes, 2016).

Saída programa RS2 para o estudo de caso.

Tabela D2 – Valores carga (F_y) versus recalque (mm) de saída do Estudo de Caso no RS2.

Stage	ρ (mm)	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC6	EC7	EC8	EC9	EC10	EC11	EC12	EC13	EC14	EC15	EC16
	0,00	0,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	2	-18,312	-35,18	4,2021	-18,167	-17,907	-17,615	-18,074	-17,63	-17,174	-17,949	-17,18	-17	4,3653	-34,852	4,3596	-34,691
2	4	-48,15	-60,901	-19,79	-47,899	-47,308	-46,853	-47,538	-46,71	-46,036	-47,314	-46,198	-45	-19,29	-60,11	-19,321	-59,752
3	6	-73,723	-80,624	-40,568	-73,421	-72,771	-72,088	-72,62	-70,859	-69,795	-72,156	-69,836	-68	-39,714	-79,535	-39,536	-78,669
4	8	-96,817	-97,434	-56,6	-96,37	-95,588	-94,922	-95,305	-92,781	-90,878	-94,708	-91,235	-89	-55,472	-96,09	-55,143	-94,119
5	10	-117,98	-108,37	-68,905	-117,4	-116,42	-115,97	-116,12	-113,04	-110,48	-115,44	-111,11	-108	-68,494	-106,72	-67,836	-104,57
6	14	-157,39	-115,51	-89,582	-156,67	-154,83	-153,76	-154,7	-150,1	-146,41	-153,57	-147,16	-142	-88,692	-116,25	-89,162	-115,99
7	18	-190,69	-119,56	-105,77	-189,73	-188,26	-187,07	-187,13	-181,73	-176,96	-185,93	-178,15	-173	-104,91	-118,81	-105,93	-116,36
8	22	-222,07	-123,68	-119,81	-220,92	-218,9	-217,37	-218,66	-212,63	-207,06	-216,19	-205,93	-199	-119,87	-120	-119,36	-122,46
9	26	-251,81	-121,29	-131,41	-250,97	-248,85	-247,08	-246,96	-238,9	-232,99	-243,75	-231,34	-224	-130,5	-127,34	-128,62	-122,25
10	30	-277,96	-124,29	-140,36	-277,03	-274,81	-272,82	-272,56	-262,77	-256,17	-269,56	-254,13	-245	-139,46	-122,78	-136,53	-123,58
11	40	-314,29	-120,22	-162,09	-316,96	-323,52	-322,42	-323,81	-311,48	-306,13	-299,96	-285,82	-290	-158,55	-122,34	-140,6	-116,67
12	50	-333,81	-123,54	-172,42	-330,7	-342,92	-317,94	-330,99	-322,06	-329,93	-300,62	-286,02	-285	-160,02	-123,71	-144,53	-122,53
13	60	-335,85	-123,52	-169,97	-337,12	-340,43	-333,02	-328,88	-323,58	-327,42	-302,61	-291,03	-281	-158,67	-123,04	-143,57	-123,52
14	80	-340,52	-125,2	-167,84	-345,63	-335,27	-336,74	-326,34	-328,95	-332,08	-299,22	-286,67	-288	-159,21	-125,41	-147,62	-118,99
15	100	-331,86	-124,11	-172,67	-340,71	-330,28	-350,79	-329,12	-323,03	-327,48	-299,45	-290,13	-286	-160,15	-120,34	-144,46	-120,6
16	120	-330,68	-124,88	-171,61	-330,44	-345,31	-350,01	-336,19	-314,75	-311,69	-301,65	-288,23	-286	-156,11	-123,98	-145,87	-120,69
17	140	-334,82	-122,06	-171,85	-347,07	-344,25	-338,25	-331,5	-316,38	-318,91	-303,46	-287,34	-288	-158,19	-122,02	-146,57	-120,22
18	160	-332,89	-127,54	-173,84	-321,67	-341,26	-345,05	-330,88	-328,79	-318,56	-303,9	-284,6	-287	-157,99	-123,24	-146,12	-120,9
19	180	-348,3	-122,17	-174,62	-336,86	-332,97	-351,34	-330,61	-324,42	-321,28	-299,96	-285,82	-288	-155,5	-121,52	-145,17	-117,72
20	200	-325,67	-123,06	-172,13	-332	-338,83	-337,26	-329,94	-329,49	-323,8	-302,93	-286,8	-290	-157,39	-123,38	-146,15	-123,69