Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Centro de Educação e Humanidades
Faculdade de Formação de Professores

Bernadete Mendonça de Alencar Xavier

Professora, qual é a conta? - elos entre as situações-problema e os diálogos de estudantes do Ensino Fundamental

São Gonçalo
2024

Bernadete Mendonça de Alencar Xavier

Professora, qual é a conta? - elos entre as situações-problema e os diálogos de estudantes do Ensino Fundamental

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Educação - Processos Formativos e Desigualdades Sociais da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Orientadora: Profª. Dra. Vânia Finholdt Ângelo Leite

São Gonçalo

2024

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ/REDE SIRIUS/BIBLIOTECA CEH/D

X3 Xavier, Bernadete Mendonça de Alencar.
TESE Professora, qual é a conta? - elos entre as situações-problema e os diálogos de estudantes do Ensino Fundamental / Bernadete Mendonça de Alencar Xavier. – 2024.
209f.: il.

Orientadora: Prof.ª Dra. Vânia Finholdt Ângelo Leite.
Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Formação de Professores.

1. Matemática (Ensino fundamental) – Teses. 2. Diálogo – Teses. 3. Didática – Teses. I. Leite, Vânia Finholdt Ângelo. II. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Faculdade de Formação de Professores. III. Título.

CRB/7 - 4994 CDU 372.47

Bernadete Mendonça de Alencar Xavier

Professora, qual é a conta? - elos entre as situações-problema e os diálogos de estudantes do Ensino Fundamental

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Educação - Processos Formativos e Desigualdades Sociais da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Aprovada em 13 de março de 2024.

Banca Examinadora:

____

Profª. Dra. Vânia Finholdt Ângelo Leite (Orientadora)

Faculdade de Formação de Professores – UERJ

____

Profº. Dr. João Alberto da Silva

Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS

____

Profª. Dra. Maria Luisa Bampi

Faculdade de Formação de Professores – UERJ

____

Profª. Dra. Gabriela dos Santos Barbosa

Faculdade de Educação da Baixada Fluminense – UERJ

São Gonçalo

2024

DEDICATÓRIA

Dedico essa dissertação ao meu marido Estevão e aos meus filhos Artur e João, partícipes da minha vida-formação e verdadeiros presentes de Deus para mim.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente ao meu Deus, porque Dele, por Ele e para Ele são todas as coisas. Sou grata a Ele pela saúde física e mental, pela esperança de vida eterna e por condições para desenvolver minha inteligência e trocar conhecimentos durante minha passagem efêmera e inacabada por esse mundo.

Ao meu marido Estevão que além de alegrias, tristezas, preocupações, sonhos e realizações, conjuga também a vida acadêmica comigo. Agradeço por sua coerência e generosidade em me acompanhar e me ajudar sempre.

Aos meus filhos Artur e João por compreenderem os momentos em que estive ausente para que pudesse me dedicar aos estudos.

A minha mãe Nilma que, sem estudos, fez questão de proporcionar educação a seus filhos, o que foi crucial para que eu, sua filha temporã, conseguisse chegar até aqui.

Aos meus irmãos e amigos, embora não citados nominalmente, por compreenderem meu isolamento nesse momento de produção.

Ao meu sogro José, companheiro e protetor dos meus filhos, por ter sido um apoio precioso nessa caminhada.

A minha orientadora Vânia Leite, uma professora amável e incansável nas orientações, por equilibrar harmoniosamente competência e humildade no exercício da docência, pesquisa e extensão. Nos últimos dois anos, eu a conheci, fui sua aluna na pós-graduação, sua orientanda e interlocutora nos encontros de formação presenciais e remotos.

À amiga Daiana Pilar por ter me incentivado a fazer o mestrado na FFP/UERJ, por me apoiar, ler meus rascunhos e me orientar desde que esse trabalho era apenas um embrião.

Ao amigo Fernando Paiva por não medir esforços em me ajudar nesse trabalho e por compartilhar seus conhecimentos e palavras encorajadoras.

Ao casal de amigos Fabiana e Alexandre pelo apoio e pela recuperação de arquivos importantíssimos.

À amiga Zenilda Ribeiro pela dedicação ao meu lar nos momentos em que eu mais precisei da sua ajuda.

Ao grupo de pesquisa TriVértice pelos valiosos intercâmbios. Em especial à Flaviane por sua disponibilidade em me assessorar academicamente e à Simone por revisar cuidadosamente todo o meu trabalho e por ser tão generosa em suas palavras e mensagens. Também às mestrandas Josilane e Débora, pelas partilhas e processos terapêuticos cruciais nesse árduo processo. À bolsista e aluna da graduação em pedagogia Wanessa por colaborar gentilmente com as intervenções durante a produção de dados dessa pesquisa.

Aos professores da UERJ e da banca examinadora pela cordialidade e contribuições para o enriquecimento desse trabalho.

À escola onde trabalho por ser o local da minha práxis ao longo de vinte anos. Em especial às diretoras Fátima Correa e Luciana Kuhn por me apoiarem na difícil tarefa de conciliação entre estudos e trabalho. À secretária e amiga Marise Bonin por sempre me ajudar frente aos problemas de acesso à rede durante as aulas remotas. À pedagoga Adélia Pimenta, companheira de função, que meu rendeu graciosamente durante as minhas ausências para que pudesse frequentar às disciplinas obrigatórias sem prejuízo para a unidade escolar. À professora Andréa e diretora Luciana, coincidentemete mestrandas do mesmo programa, pela feliz coincidência, cumplicidade e parceria de sempre. À professora de apoio especializado Simone, que me acompanhou nesses dois anos, por ser uma interlocutora presente. Também sou grata aos pais e, principalmente, aos estudantes, protagonistas dessa pesquisa, com quem partilhei dois anos consecutivos de muitas aprendizagens. Sou deliberadamente grata a eles por me ensinarem a ser uma professora melhor.

Porque Dele e por Ele, e para Ele, são todas as coisas; glória, pois, a ele eternamente. Amém. Todas as coisas foram feitas por Ele, e sem Ele nada do que foi feito se fez.

BÍBLIA. N.T. Romanos 11.36/João 1:3

RESUMO

XAVIER, Bernadete Mendonça de Alencar. *Professora, qual é a conta? - elos entre as situações- problema e os diálogos de estudantes do ensino fundamental*. 2024. 209f. Dissertação (Mestrado em Educação - Processos Formativos e Desigualdades Sociais) – Faculdade de Formação de Professores, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, São Gonçalo, 2024.

Esse trabalho é uma pesquisa qualitativa cujo objeto de estudo se pautou no diálogo nas aulas de Matemática e sua relação com a aquisição e ampliação dos conceitos de estruturas multiplicativas, tendo como aporte teórico, os estudos de Vergnaud acerca da resolução de situações de estruturas multiplicativas e as contribuições de Alro e Skovsmose em torno do conceito de comunicação dialógica. O desempenho dos estudantes de uma turma do quinto ano de escolaridade foi comparado em três etapas distintas: num pré-teste, numa intervenção didática e num pós-teste. Tendo como referência Gitirana *et al.*, foram contempladas situações de comparação multiplicativa voltadas para o contexto dos alunos de acordo com as duas classes desse eixo multiplicativo: (i) relação desconhecida e (ii) referente ou referido desconhecido. Foi aplicado um protocolo com seis questões para cada uma das três fases da pesquisa. Tendo como inspiração a pesquisa-ação, foi investigado o que acontece com as resoluções dos estudantes durante e após processos dialógicos promovidos por ações didáticas de cunho intervencionista em que dois papéis foram assumidos concomitantemente: o de professora regente do grupo investigado e o de pesquisadora em educação. Com um mergulho no grupo focal, composto por quatro crianças, foram constatadas evoluções no raciocínio dos estudantes. Os resultados apontaram que, por meio de diálogos em pequenos grupos seguidos de plenárias, os estudantes compararam e reformularam alguns cálculos, dentre eles a divisão, operação requerida nos problemas mais complexos que foram abordados. Os diálogos em ação levaram os estudantes a reconhecer a natureza das situações de multiplicação comparativa num processo autoavaliativo que incluiu correção de erros, crítica construtiva, conselho, apoio e elogio, tudo isso realizado cuidadosa e horizontalmente nos momentos de troca e interações entre as crianças e a professora. Concluiu-se que qualquer situação do Campo Conceitual Multiplicativo pode e deve ser bem trabalhada com os estudantes das séries iniciais desde que seja garantido um conjunto de ações, tais como: cuidado com o uso da linguagem empregada na elaboração dos enunciados; fomento da ação de perguntar como estratégia para explicitação dos esquemas implícitos; promoção de momentos individuais e grupais para interação entre estudantes; abertura para partilha e análise de diferentes perspectivas; e superação do tratamento do erro como algo absoluto e a ser eliminado. Investigar processos de comunicação e interação entre professores e crianças dos anos iniciais é uma temática fecunda para o campo da Educação Matemática. sugestão para futuras pesquisas, principalmente na exploração de outros eixos multiplicativos. Deve haver mais alcance dessa teoria por parte dos docentes dos anos iniciais, pois ela é potente para subsidiar a diagnose das potencialidades e a intervenção frente às fragilidades dos educandos no processo de aprendizagem matemática.

Palavras-chave: teoria dos Campos Conceituais; comparação multiplicativa; diálogos nas aulas de matemática; anos iniciais.

ABSTRACT

XAVIER, Bernadete Mendonça de Alencar. *Teacher, what's the bill? - links between problem situations and dialogues of elementary school students*. 2024. 209f. Dissertação (Mestrado em Educaçãp - Processos Formativos e Desigualdades Sociais) – Faculdade de Formação de Professores, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, São Gonçalo, 2024.

This work is a qualitative research whose object of study was based on dialogue in Mathematics classes and its relationship with the acquisition and expansion of the concepts of multiplicative structures, having as theoretical support Vergnaud's studies on the resolution of situations of multiplicative structures and the contributions of Alro and Skovsmose around the concept of dialogical communication. The performance of students in a fifth-year class was compared in three distinct stages: in a pre-test, in a didactic intervention and in a post-test. Using Gitirana et al. as a reference, multiplicative comparison situations focused on the students' context were considered according to the two classes of this multiplicative axis: (i) unknown relationship and (ii) unknown referent or referred. A protocol with six questions was applied for each of the three phases of the research. Taking action research as inspiration, we investigated what happens to students' resolutions during and after dialogic processes promoted by interventionist didactic actions in which two roles were assumed concomitantly: that of teacher in charge of the group investigated and that of researcher in education. With a dive into the focus group, made up of four children, developments in the students' reasoning were observed. The results showed that, through dialogues in small groups followed by plenary sessions, the students compared and reformulated some calculations, including division, an operation required in the more complex problems that were addressed. Dialogues in action led students to recognize the nature of comparative multiplication situations in a self-evaluative process that included error correction, constructive criticism, advice, support and praise, all carried out carefully and horizontally in moments of exchange and interactions between children and the teacher. It was concluded that any situation in the Multiplicative Conceptual Field can and should be well worked on with students in the initial grades as long as a set of actions is guaranteed, such as: care with the use of the language used in preparing the statements; encouraging the action of asking as a strategy for making implicit schemes explicit; promotion of individual and group moments for interaction between students; openness to sharing and analyzing different perspectives; and overcoming the treatment of error as something absolute and to be eliminated. Investigating communication and interaction processes between teachers and children in the early years is a fruitful topic for the field of Mathematics Education. suggestion for future research, especially in the exploration of other multiplicative axes. There should be more reach to this theory by teachers in the initial years, as it is powerful in supporting the diagnosis of potentialities and intervention in the face of students' weaknesses in the mathematical learning process.

Keywords: conceptual field theory; multiplicative comparison; dialogues in mathematics

Classes; early years.

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	13
1	**REVISÃO DA LITERATURA**	20
1.1	**Metodologia da revisão de literatura**	20
1.2	**Comparando eixos temáticos**	25
1.3	**Comparando percursos metodológicos**	26
1.4	**Resultados da revisão de literatura**	28
2	**APORTE TEÓRICO**	30
2.1	**Teoria dos Campos Conceituais**	30
2.2	**O Campo Conceitual**	35
2.2.1	Continuidades, filiações e rupturas	36
2.2.2	O Campo Conceitual e a construção de conhecimento	38
2.3	**O conceito de Esquema**	39
2.3.1	Classificando as resoluções dos estudantes	41
2.3.2	Os quatro níveis de raciocínio	42
2.4	**A tríade do Campo Conceitual: Situações, Invariantes e Representações**	43
2.4.1	Situações	44
2.4.2	Invariantes operatórios	45
2.4.3	Representações simbólicas	46
2.5	**O Campo Conceitual Multiplicativo**	47
2.5.1	Relações quaternárias	50
2.5.2	Relações ternárias	52

2.5.2.1 Produto de medidas 53

2.5.2.2 Comparação multiplicativa 53

2.6 **Da Teoria dos Campos Conceituais à comunicação nas aulas de Matemática: diálogos e aprendizagem** 55

2.7 **Resolução de situações-problema e comunicação nas aulas de Matemática** 55

2.7.1 Conceituando comunicação 58

2.7.2 Tipos de comunicação 59

2.7.2.1 O monólogo do professor 60

2.7.2.2 O diálogo com o aluno 62

2.8 **Dialogar como um gesto essencial no ato educativo** 63

2.8.1 Dialogar como um gesto essencial no ato educativo 66

2.8.2 Diálogo nas aulas de Matemática e escuta ativa 68

2.8.3 Diálogo nas aulas de Matemática e a ação de perguntar 69

2.8.4 Diálogo nas aulas de Matemática e seus modos de interação 71

3 **PERCURSO METODOLÓGICO** 75

3.1 **Questões e objetivos** 75

3.2 **Escolha metodológica e tipo de pesquisa** 77

3.2.1 Caracterização da pesquisa 77

3.2.2 A escolha pela pesquisa-ação - o pesquisador implicado 79

3.3 **Delimitação do universo investigado** 80

3.3.1 Participantes da pesquisa: a opção pelo quinto ano 81

3.3.2 Contextualização da turma GR5D e o período pandêmico 81

3.3.3 Definindo o grupo focal 82

3.4 **A escolha pelo eixo de comparação multiplicativa** 825

3.5 **Produção de dados: instrumentos, procedimentos e etapas** 86

3.5.1 Protocolo de questões 87

3.6 **Protocolo de questões por etapas** 88

3.6.1 Primeira etapa: Pré-Teste 88

3.6.2 Segunda etapa: Intervenção didática 90

3.6.2.1 A dinâmica das intervenções 92

3.6.2.2 Organização dos grupos na intervenção 93

3.6.3 Terceira etapa: pós-teste 95

3.7 **Análise de dados** 97

3.7.1 Análise dos testes 97

3.7.2 Análise dos diálogos 98

3.8 **Inventário de pesquisa** 99

4 **ANÁLISE DE DADOS** 100

4.1 **Desempenho do grupo focal no pré-teste e no pós-teste** 101

4.2 **Desempenho do grupo focal no Bloco A: acertos, erros e níveis de raciocínio** 104

4.2.1 Bloco A: questões 1 e 2 – uma visão panorâmica 104

4.2.2 Bloco A: questões 1 e 2 – um mergulho no grupo focal 105

4.3 **Desempenho do grupo focal no Bloco B: acertos, erros e níveis de raciocínio** 117

4.3.1 Bloco B: questões 3 e 4 – uma visão panorâmica 117

4.3.2 Bloco B: questões 3 e 4 – um mergulho no grupo focal 119

4.4 **Desempenho do grupo focal no Bloco C: acertos, erros e níveis de raciocínio** 146

4.4.1 Bloco C: questões 5 e 6 – uma visão panorâmica 146

4.4.2 Bloco C: questões 5 e 6 – um mergulho no grupo focal 148

4.5 **Panorama de acertos nos Blocos A, B e C** 168

4.6 **De volta a lugares já visitados: aproximações e distanciamentos com os trabalhos selecionados na revisão de literatura** 170

CONSIDERAÇÕES FINAIS 173

REFERÊNCIAS 185

APÊNDICE A – Protocolo pré-teste e pós-teste 191

APÊNDICE B – Protocolo da intervenção 193

APÊNDICE C – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE 194

APÊNDICE D – Termo de autorização de uso de imagem e som 196

APÊNDICE E – Termo de assentimento 197

APÊNDICE F – Pré-teste 198

APÊNDICE G – Pós-teste 199

APÊNDICE H – Intervenção 1 200

APÊNDICE I – Intervenção 2 201

APÊNDICE J – Intervenção 3 202

APÊNDICE K – Intervenção 4 204

APÊNDICE L – Intervenção 5 206

APÊNDICE M – Intervenção 6 208

INTRODUÇÃO

Para começar, destacamos o contexto em que essa pesquisa surgiu. O início de sua sistematização ocorreu em 2022, com o nosso ingresso no Programa de Pós- Graduação em Educação Processos Formativos e Desigualdades Sociais, da Faculdade de Formação de Professores da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, para o curso de Mestrado em Educação, na Linha de Pesquisa Formação de professores, história, memória e práticas educativas, sob a orientação da Professora Drª. Vânia Finholdt Angelo Leite.

O pano de fundo para a elaboração desse trabalho voltado para a Educação Matemática se originou há tempo, no decorrer de pouco mais de vinte anos de prática docente. Nessa trajetória atuamos na regência de turmas do Primeiro Segmento do Ensino Fundamental e procuramos utilizar a Matemática relacionada à vida das crianças no cotidiano das aulas, buscando tornar essa área do conhecimento mais bem querida nas comunidades escolares onde trabalhamos.

Ao longo desses anos de convívio com os alunos da escola básica, perpassaram dificuldades relacionadas à resolução de problemas matemáticos, o que nos levou a procura por assessorias pedagógicas em cursos de formação docente, trocas entre os colegas, leituras e estudos variados.

Nessa caminhada, aprendemos a construir e utilizar diversos jogos matemáticos nas aulas e conhecemos superficialmente o método do matemático Pólya (1945)[1], passando a divulgar e utilizar com os alunos o esquema proposto por ele para resolução de problemas. Nós estimulávamos a aplicação desse método e destacávamos as letras iniciais: CEEV: C – Compreender o problema; E – Elaborar um cálculo por escrito (admitindo desenhos, árvore dos cálculos e algoritmo); E – Executar o cálculo; V – Verificar a resposta.

Essa abordagem serviu para conhecermos melhor nossos alunos e visualizarmos onde deveria incidir nosso ensino para cada um individualmente, identificando se as limitações apresentadas por eles diziam respeito às estratégias de cálculo ou à compreensão do problema, isto é, à interpretação das diversas ideias subjacentes a cada uma das operações matemáticas a serem utilizadas.

Dando continuidade a essa trajetória formativa, um dos estudos mais recentes se refere à análise de Niterói (2022), realizada em 2020 e 2021, dois anos anteriores ao início do curso de

[1] George Pólya foi um matemático húngaro que elaborou uma metodologia de resolução de problemas definindo algumas etapas que ajudassem a entender a situação proposta em sua totalidade. Essas etapas incluíam: a compreensão do problema, a busca de uma estratégia, a execução dessa estratégia e a verificação da resposta.

mestrado. À época, era apenas o documento preliminar dos Referenciais Curriculares do município de Niterói- RJ.

Os Referenciais Curriculares da Rede Pública Municipal de Educação de Niterói (NITERÓI, 2022) nos sinalizaram a coexistência de sentimentos contraditórios com relação à Matemática que variam de admiração e desejo para alguns à rejeição e medo para a maioria dos alunos. São possíveis crenças que acabam tornando essa ciência uma área de conhecimento importante e relevante, por vezes, um saber excludente.

Conforme esse documento, se, por um lado, essa área do conhecimento é admirada; por outro, é temida pela maioria dos alunos. Com isso, podemos ver que a Matemática tem sido historicamente estigmatizada tanto por alunos quanto por professores. Para muitos, ela é uma disciplina que contribui para o sofrimento dos estudantes. Assim, embora o conhecimento matemático seja acessível a todos nas suas diferentes expressões, é algo que precisa ser melhor explorado por professores da escola básica.

De acordo com os Referenciais Curriculares (NITERÓI, 2022), o significado dotermo Matemática provém da palavra grega *mathema*, cujo significado é "o que se pode aprender". Assim, nos indagamos o porquê dessa área do conhecimento perder esse sentido etimológico amplo nas práticas cotidianas.

Ampliando essa análise, refletimos um pouco mais acerca do ensino de Matemática bem como da produção de representações e sentimentos que influenciam a aprendizagem dessa disciplina. Para Souza,Ohira, Pereira (2018, p. 377):

> Um dos motivos que levam os alunos a apresentarem aversão ou mesmo não gostarem de matemática, refere-se ao fato de que a matemática que é trabalhada na escola geralmente acaba não proporcionando aos educandos situações que levem a investigação, exploração e descoberta. Outro aspecto é que muitas vezes não se leva em consideração o contexto, ficando a aprendizagem muito distante da realidade do aluno.

Nos Referenciais Curriculares (NITERÓI, 2022), existe uma indicação para o trabalho da Matemática de forma lúdica. Esse documento defende que o ensino e a aprendizagem dessa área do conhecimento devem incluir a participação ativa dos alunos,o que possibilita que seus conceitos, postulados e axiomas sejam mais facilmente apreendidos. Outra defesa presente é que o ensino seja mais dialógico e democrático com interações entre os saberes dos alunos e o conhecimento matemático. Nesse sentido, os profissionais da educação devem se preocupar em como superar as dificuldades e barreiras enfrentadas tanto por alunos quanto professores nas aulas de Matemática.

Esse documento, apoiado em alguns teóricos do campo da Educação Matemática, sendo um deles Skovsmose (2012), sugere que as salas de aula e o ambiente da escola como um todo devem servir de espaço de aprendizagem para os alunos poderem matematizar, istoé, “formular, criticar e desenvolver maneiras matemáticas de entender o mundo”. (NITERÓI, 2022, p. 472).

Para Alro e Skovsmose (2021) algumas mudanças radicais têm ocorrido nas aulas de Matemática com experiências baseadas em abordagens temáticas e trabalhos com projetos. Embora essas práticas possam soar como uma ameaça à metodologia tradicional, esses pesquisadores ainda se encontram em busca de novas possibilidades pedagógicas, “reconhecendo a complexidade das salas de aula reais, e dos padrões de comunicação que se manifestam nessa complexidade” (Alro e Skovsmose, 2021, p.17).

Buscando orientar os docentes a ensinarem Matemática de um modo que ela seja mais admirada pelos estudantes, os Referenciais Curriculares de Niterói convidam o professor a buscar o novo, juntamente com seus alunos:

> [...] Segundo D’Ambrosio (2011) o professor está convidado ‘a buscar o novo, junto com seus alunos, e conhecer o aluno, em suas características emocionais e culturais’. Descobrir, trocar e construir conhecimentos juntos, sem perder a autoridade, mas, deixando de lado o autoritarismo, é importante para construção democrática do conhecimento em qualquer área Niterói (2022, p. 473).

Nessa trajetória, no início de 2022, a inserção no grupo de pesquisa Tri Vértice, de direção da Prof.ª Vânia Leite, cujas temáticas perpassam a Formação de Professores, Didática e Educação Matemática, nos oportunizou o estudo sobre o Campo Conceitual Multiplicativo de Vergnaud (Santos, 2015). O foco na resolução de problemas multiplicativos proporcionou reflexões em torno da superação de limitações conceituais e didáticas e o aprofundamento do entendimento teórico-prático de conceitos matemáticos.

Nesse contexto, para o nosso aporte teórico, escolhemos os estudos deVergnaud (1988, 2003, 2009), com a resolução de situações de estruturas multiplicativase as contribuições de Alro e Skovsmose (2021), com o conceito de comunicação pormeio de diálogos nas aulas de Matemática. Outros teóricos se agregaram a esse estudo, dentre eles: Freire (1977, 2002); Martinho (2009); Serrazina e Ribeiro (2012); Magina, Santos e Merlini (2011, 2014); Santos (2015); e Ponte (2020).

A par desses teóricos, buscamos evidências do papel do diálogo nas aulas de Matemática, investigando o que ocorre quando, por meio de processos dialógicos entre os estudantes (Alro e Skovsmose, 2021), as resoluções (Vergnaud, 1988) são compartilhadas entre eles. Nossa intenção foi avaliar como se dá a participação dos alunos durante a solução das situações e a partilha das soluções e como a interação entre eles influencia o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Nesse contexto de estudos, leituras e reflexões, uma inquietação nos movimentou: Como romper com a postura de fragilidade e insegurança de certos educandos ao resolverem problemas matemáticos?

Essa indagação inquietante se originou quando, ao longo da nossa prática docente, tanto na escola pública quanto na escola privada, utilizamos livros didáticos, propusemos exercícios autorais e acompanhamos a aplicação de instrumentos de avaliações formais internos ou externos à unidade escolar voltados para a resolução de situações-problema. Nessas circunstâncias, lidamos com crianças de faixa etária e anos de escolaridade diferentes se perguntando: "Professora, qual é a conta?".

Nessa prática pedagógica, contemplamos um contexto de poucos alunos conseguindo solucionar os problemas com certa autonomia, alguns obtendo êxito, outros se enganando no resultado final. Por outro lado, uma parcela de alunos acabava desistindo de tentar resolver o problema, aguardando passivamente a resposta de um colega ou até a correção na lousa.

Prosseguimos com a difícil tarefa de identificar a linha tênue entre as explicações dos enunciados dos problemas e um excessivo direcionamento do pensamento dos alunos, o que se transformava na grande problematização: Como não resolver o problema pelo aluno no decorrer da explicação/discussão sobre a situação em questão?

A tão recorrente pergunta que dá título ao estudo: "Professora, qual é a conta? traduz um desafio posto no cotidiano da nossa prática docente. Assim, por ocasião do mestrado acadêmico, essa pergunta se tornou a mola propulsora para a questão norteadora dessa pesquisa. Quanto a isso, "pesquisar, saber transformar uma dificuldade prática numa questão de pesquisa, tomar distanciamento em relação à ação para estudá-la, sistematizar e escrever é um aprendizado e uma conquista" (Pimenta *et al.*, 2001, p.15).

Perguntar ao professor que conta deve ser feita tem a ver com a dificuldade do estudante em identificar a operação requerida por um determinado problema. Também tem a ver com a capacidade leitora de cada criança. Mais do que isso, esse tipo de pergunta, ou até mesmo, de demonstração de fragilidade do estudante é algo que atravessa uma Educação Matemática cuja organização das aulas é determinada por um ensino tradicional em que o erro é visto pelo professor como algo a ser eliminado e o foco é a resposta certa, única e absoluta.

Apesar de investirmos na superação de um ensino tradicional, a pergunta do título do nosso estudo foi observada na nossa experiência didática e gerou duas grandes indagações que movimentaram essa pesquisa: i) O que acontece com as resoluções de problemas matemáticos dos estudantes quando estão sozinhos e quando estão organizados em pequenos grupos? e ii) Como evolui o desempenho dos estudantes a partir de processos dialógicos promovidos numa intervenção didática?

Com o objetivo geral de investigar o que acontece com as resoluções de problemas matemáticos dos estudantes do campo conceitual multiplicativo após processos dialógicos promovidos por intervenções didáticas, delimitamos o problema dessa pesquisa que se volta para o elo entre a comunicação e a resolução de problemas de comparação multiplicativa como um caminho para o fortalecimento do processo de ensino-aprendizagem dos conceitos matemáticos desse campo conceitual.

Nesse esforço, três objetivos específicos se destacaram: (i) avaliar as resoluções realizadas pelos estudantes ao resolverem situações-problema de comparação multiplicativa num pré-teste inicial, numa intervenção didática e num pós-teste ao final; (ii) analisar os diálogos dos alunos com suas falas, gestos e registros; e (iii) elucidar as contribuições das trocas no desempenho desses estudantes, atentando para possíveis evidências de uma modificação dessas resoluções.

Nesse contexto, adentramos ao tema do diálogo e investigamos quais são as potencialidades de um investimento docente nos processos dialógicos de comunicação entre os estudantes durante a resolução de problemas matemáticos com estruturas multiplicativas.

Na busca por evidências da importância da comunicação pensada no sentido do diálogo é que procuramos meios de enfrentar o problema posto no cotidiano docente de ouvir dos alunos durante a resolução de situações-problemas a seguinte pergunta: "Professora, qual é a conta?"

Desse modo, no desenrolar de uma pesquisa intervencionista, nosso empreendimento se voltou para a complexidade das interações numa sondagem acerca de como os diálogos potencializam a modificação do desempenho das crianças de uma turma do quinto ano do Ensino Fundamental.

Nosso trabalho se configura numa intervenção pautada em experimentações com um conjunto de situações do eixo de comparação multiplicativa (Vergnaud, 2009) a partir de um trabalho em pequenos grupos com ênfase nos processos dialógicos, inspirados na cooperação investigativa (Alro e Skovsmose, 2021).

O âmago dessa pesquisa é o diálogo que acontece nas aulas de Matemática e como ele potencializa a aquisição e ampliação dos conceitos do campo multiplicativo. Com esse foco, promovemos uma análise sobre o que os diálogos dos estudantes revelam em torno da aprendizagem desses conceitos. Comparando seus desempenhos entre o pré-teste e o pós-teste aplicados respectivamente no início e ao final da pesquisa empírica, sondamos a qualidade e a influência dos diálogos no desempenho desses estudantes.

Nossa pesquisa aconteceu numa sala de aula real e sua motivação foi ocasionada pelo desejo de investigar o que ocorre quando os alunos compartilham entre si seus diferentes resoluções por meio de processos comunicativos que envolvem recursos da linguagem verbal, como por exemplo a língua materna (linguagem natural conforme Vergnaud) e representações simbólicas, tais como: a oralidade, a escrita e as representações pictóricas; e linguagem não-verbal, por exemplo os gestos.

Examinar os diálogos é pertinente porque, é por meio deles, que favorecemos a explicitação, o aprofundamento, a reformulação, a argumentação e a defesa das variadas perspectivas, o que envolve a variedade de soluções adotadas. Nas práticas dialógicas, promovemos a compreensão do que o outro diz e o trabalho realizado pode ser avaliado (Alro e Skovsmose, 2021).

A relevância desse estudo se evidencia pela busca de elementos que podem contribuir com a qualidade e melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática. Por mais que não produzam transformações diretas no contexto escolar, os processos e resultados desse trabalho podem contribuir com reflexões e estudos coletivos, influenciando práticas docentes que valorizem a comunicação dos estudantes ao resolverem situações-problema.

Os capítulos desse trabalho estão organizados na seguinte sequência: (i) revisão de literatura; (ii) aporte teórico; (iii) percurso metodológico; (iv) análise de dados; e (v) considerações finais.

No primeiro capítulo, abordamos a revisão de literatura, atentando para a pertinência temática desse trabalho. Utilizando os descritores: “Situações-problema”, “Estruturas Multiplicativas”, “Anos Iniciais” e “Educação Matemática Crítica”, fizemos um levantamento no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), aplicando o filtro de produções dos anos de 2017 até 2021.

Encontramos quatro dissertações em torno do campo conceitual multiplicativo e uma tese voltada para os diálogos nas aulas de Matemática. Essas produções indicam a necessidade de pesquisas voltadas para a sondagem de estratégias dos estudantes e a apropriação de conceitos multiplicativos.

O segundo capítulo abarca o referencial teórico que se encontra subdivido em duas partes. A primeira parte contempla a Teoria do Campo Conceitual Multiplicativo, bem como a apropriação e ampliação dos conceitos desse campo de acordo com Vergnaud (1988 e 2003).

A segunda parte se ocupa da comunicação nas aulas de Matemática sob o viés dos diálogos segundo Alro e Skovsmose (2021).

O terceiro capítulo trata do percurso metodológico em que explicitamos o procedimento adotado nessa investigação. Nessa seção, discorremos sobre o status desse trabalho e delineamos toda a nossa organização com as questões; os objetivos (geral e específicos); a escolha metodológica e o tipo de pesquisa; a delimitação do universo investigado; escolha pelo eixo de comparação multiplicativa; a produção de dados: seus instrumentos, procedimentose etapas; protocolo de questões e a análise de dados.

No quarto capítulo, temos a produção e a análise de dados, elaborados com a triangulação dos resultados do pré-teste, da intervenção didática e do pós-teste. A partir de dados quantitativos e qualitativos em que os acertos e os erros foram minuciosamente analisados, prosseguimos a uma avaliação em torno de processos e mudanças no desempenho dos estudantes por meio de uma análise minuciosa acerca do que cada um acertou e como e do que cada um errou e o porquê, o que foi possível no mergulho do grupo focal, formado por quatro crianças com modos de ser, repertórios individuais disponíveis e desempenhos no pré-teste diferenciados.

Esse grupo foi composto por dois meninos e duas meninas, respectivamente: i) J.P. de 10 anos, com desempenho Muito Bom no pré-teste e Excelente no pós-teste; ii) P.G. de 10 anos, com desempenho Regular no pré-teste e Excelente no pós-teste; iii) L. de 11 anos, com desempenho Insuficiente no pré-teste e Regular no pós-teste; e iv) M. de 10 anos, com desempenho Insuficiente no pré-teste e Bom no pós-teste. A identificação do grupo focal foi feita por meio de siglas com as letras iniciais dos nomes verdadeiros para mantermos o combinado de sigilo firmado por ocasião da assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).

Por último, temos as considerações finais. Sem a pretensão de elaborar respostas ou soluções, mas de tecer problematizações, são apontadas as considerações em torno dos processos e resultados do nosso estudo.

1 **REVISÃO DE LITERATURA**

A revisão de literatura é o começo de uma viagem cujo pontapé inicial é a busca pela apreciação de contribuições de outros estudos em torno do tema escolhido pelo pesquisador acadêmico. “Uma pesquisa é sempre, de alguma forma, um relato de longa viagem empreendida por um sujeito cujo olhar vasculha lugares muitas vezes já visitados” (Duarte, 2002, p. 139).

Sem a pretensão de inaugurar o mundo, mas de construir uma produção acadêmica que evoca e cruza diferentes interlocutores em diferentes temporalidades, iniciamos nossa revisão de literatura com o intuito de verificar a produção já realizada sobre o campo conceitual multiplicativo e a comunicação nas aulas de Matemática.

Como um garimpeiro buscando preciosidades, começamos a revisão de literatura por ocasião da participação no grupo de pesquisa Tri Vértice em parceria com a nossa orietadora Drª. Vânia Leite.

1.1 **Metodologia da revisão de literatura**

Inicialmente, realizamos algumas leituras de artigos periódicos indicados no grupo de pesquisa voltados para temáticas de comunicação na sala de aula Matemática, o que permitiu a ampliação do nosso olhar. Nesse contexto, definimos o passo a passo do nosso trabalho com base numa revisão sistemática, a qual “sintetiza a literatura existente sobre o assunto, possibilitando a tomada de decisão baseada em evidências, identifica as lacunas existentes e as sinergias entre as pesquisas” (Lima e Nasser, 2021, p. 3).

Trata-se de uma revisão rigorosa perpassada por algumas etapas. Para esses pesquisadores:

> E as etapas serão as seguintes: identificação do tema e seleção da questão de pesquisa; estabelecimento de critérios de inclusão e exclusão; identificação dos estudos pré-selecionados e selecionados; categorização dos estudos selecionados; análise e interpretação dos resultados; e síntese do conhecimento (Botelho; Cunha; Macedo, 2011 *apud* Lima e Nasser, 2021, p. 4 e 5).

Desse modo, prosseguindo com os primeiros passos, o contato com as produções em torno do conceito de comunicação, perpassando a Educação Matemática Crítica, nos oportunizou o acesso a pesquisadores, dentre os quais se destacam: Martinho (2009), Serrazina e Ribeiro (2012), Alro e Skvosmose (2021) e Faustino (2021). Essas leituras influenciaram na escolha das palavras-chave. Assim, além das expressões “Situações-problema”, “Estruturas Multiplicativas” e “Anos Iniciais”, incluímos o descritor “Educação Matemática Crítica”.

De posse desses descritores, fizemos um levantamento no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), aplicando os seguintes filtros: i) por tipo: Mestrado e Doutorado Acadêmico; e ii) por ano: produções de 2017 até 2021.

Muitos trabalhos apareceram, o que ocasionou uma extensa leitura dos títulos, uma busca refinada e uma seleção de 30 (trinta) estudos ao todos. Numa tabela, conforme Quadro 1, listamos título, autor e data de publicação de cada tese/dissertação dessa primeira seleção.

Quadro 1 - Primeira parte da seleção de trabalhos de 2017 a 2021

Primeira parte da seleção de trabalhos de 2017 a 2021		
Ano	**Trabalho**	**Autor**
2017	Problemas multiplicativos no 4º ano do ensino fundamental: ensino e estratégias de resolução	NASCIMENTO, Sheila Motta Steffen do
2017	Formação de professores com dimensões colaborativas: as estruturas multiplicativas em foco	SANTOS, Jaqueline Santanade Souza
2017	Quantidades contínuas e discretas: um olhar sobre a compreensão de estudantes acerca das relações inversas em problemas de divisão	MELO, Clara Raissa Fernandes de
2017	Permanência de elementos da formação continuada acerca da teoria dos campos conceituais na prática de professora que ensina matemática	OLIVEIRA, Rayssa Melo de
2017	Contribuições do campo conceitual multiplicativo para a formação inicial de professores de matemática com suporte das tecnologias digitais	CARVALHO, Rodrigo Lacerda
2017	As concepções e as crenças do professor sobre a multiplicação e a divisão para ensinar crianças de anos iniciais	LUNA, Jéssica Maria Oliveira de
2017	Educação financeira nos anos iniciais do ensino fundamental: como tem ocorrido na sala de aula?	OLIVEIRA, Anaelize dos Anjos
2017	Educação financeira em livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental: quais as atividades sugeridas nos livros dos alunos e as orientações presentes nos manuais dos professores?	SANTOS, Laís Thalita Bezerra dos
2018	Campo conceitual multiplicativo: um mapeamento das pesquisas produzidas no brasil entre os anos de 1997 e 2016	BEYER, Fernanda Leite Lopes
2018	Proporcionalidade: um olhar sobre os esquemas de estudantes do ensino fundamental	OLIVEIRA, Tamiles da Silva

Primeira parte da seleção de trabalhos de 2017 a 2021		
Ano	**Trabalho**	**Autor**
2018	O uso do jogo de cartas do universo transmidiático pokémon sob a perspectiva das estruturas aditivas e multiplicativas	SILVA, Nadine Rodrigues da
2018	Criatividade em matemática: um estudo sobre área de paralelogramos	SANTOS, Marcus Vinicius Costa dos
2018	A conversão entre representações semióticas: uma análise no domínio das frações à luz das teorias de Duval e Vergnaud	SANTANA, Larissa Elfisia de Lima
2018	O desenvolvimento profissional de professores que ensinam as estruturas multiplicativas	CORREIA, Dina da Silva
2018	Aprendizagem em estatística numa perspectiva transdisciplinar: uma possibilidade?	OLIVEIRA, Jean Paixão
2018	A construção do conceito de área nos anos iniciais do ensino fundamental: uma formação continuada	CONCEICAO, Jadson de Souza
2018	Reflexões com professoras acerca da teoria dos campos conceituais como fundamento de reelaboração da prática docente em matemática	SILVA, Silvana Holanda da
2018	Os registros de representação semiótica na aprendizagem das grandezas massa e comprimento por meio de uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica	RONCHETTI, Wasley Antonio
2018	"Como você chegou a esse resultado?": O diálogo nas aulasde matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental	FAUSTINO, Ana Carolina
2019	Conhecimentos de professores sobre as estruturas multiplicativas: reflexões conceituais e didáticas	SILVA, Francisca Wellingda Leal da
2020	Educação matemática crítica e resolução de problemas: um projeto com unidades de medida na merenda escolar.	CASTRO, Laudicena Mello Ferrari de
2021	Resoluções de Problemas do Campo Multiplicativo Realizadas pelas Crianças do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental	CASTRO, Claudia Alves de
2021	Análise dos resultados de uma sondagem de matemática realizada por estudantes do 6º ano da rede municipal de educação de São Paulo em relação aos problemas do campo multiplicativo	RIBEIRO, Marcos Luiz
2021	Formação continuada de professores que ensinammatemática nos anos iniciais	BERNEIRA, Claudia Rosane Tavares Ribeiro
2021	O conhecimento matemático dos anos iniciais do ensino fundamental: demandas de Pedagogos e estudantes de pedagogia	RODRIGUES, Ellen Cristina Carvalho
2021	Professoras experientes que ensinam matemática nos anos iniciais: percursos de formação e ensino.	FEITOSA, Silmara Lopes da Costa
2021	Estruturas Multiplicativas: um estado do conhecimento (2009 - 2019)	CAMILI, Meire Cristina
2021	Um olhar para o EMAI sob a ótica da educação matemática crítica e da educação CTS	LOPES, Valdinéia Prates Ribeiro
2021	Concepções e crenças de professores dos anos iniciais sobre a metodologia de resolução de problemas e a educação matemática crítica	SANTOS, Vitor da Silva

Primeira parte da seleção de trabalhos de 2017 a 2021		
Ano	**Trabalho**	**Autor**
2021	Educação financeira: um olhar para o manual do professor que ensina matemática de duas coleções do ensino fundamental – um estudo de caso	SANTANA, Lania Roberta Cabral Nascimento

Fonte: Elaboração da autora, 2022.

A partir dos materiais pré-selecionados, focamos nos títulos que mais se aproximavam da nossa pesquisa, cujo objeto é o elo entre a comunicação e a resolução de problemas de estruturas multiplicativas como um caminho para o fortalecimento do processo de ensino-aprendizagem dos conceitos matemáticos. Alguns trabalhos se voltavam para outros segmentos da Educação Básica ou não possuíam autorização para divulgação.

Desse modo, eliminamos 16 (dezesseis) produções, as quais se voltavam para outros segmentos de ensino, permanecendo 14 (catorze) pesquisas restantes para uma análise mais minuciosa, conforme o Quadro 2.

Quadro 2 - Segunda parte da seleção de trabalhos de 2017 a 2021

Segunda parte da seleção de trabalhos de 2017 a 2021		
Ano	**Autor**	**Trabalho**
2017	NASCIMENTO	Problemas multiplicativos no 4º ano do ensino fundamental: ensinoe estratégias de resolução
2017	SANTOS	Formação de professores com dimensões colaborativas: as estruturas multiplicativas em foco
2017	CARVALHO	Contribuições do campo conceitual multiplicativo para a formação inicial de professores de matemática com suporte das tecnologias digitais (Tese)
2017	MELO	Quantidades contínuas e discretas: um olhar sobre a compreensão de estudantes acerca das relações inversas em problemas de divisão
2017	LUNA	As concepções e as crenças do professor sobre a multiplicação e a divisão para ensinar crianças de anos iniciais
2018	BEYER	Campo conceitual multiplicativo: um mapeamento das pesquisas produzidas no Brasil entre os anos de 1997 e 2016
2018	CORREIA	O desenvolvimento profissional de professores que ensinam as estruturas multiplicativas (Tese)
2018	OLIVEIRA	Proporcionalidade: um olhar sobre os esquemas de estudantes do ensino fundamental
2018	SILVA	Reflexões com professoras acerca da teoria dos campos conceituais como fundamento de reelaboração da prática docente em matemática
2018	FAUSTINO	“Como você chegou a esse resultado?” O diálogo nas aulas de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental. Tese de Doutorado
2019	SILVA	Conhecimentos de professores sobre as estruturas multiplicativas: reflexões conceituais e didáticas
2021	BERNEIRA	Formação continuada de professores que ensinam matemática nosanos iniciais
2021	CAMILI	Estruturas Multiplicativas: um estado do conhecimento (2009 - 2019)

Segunda parte da seleção de trabalhos de 2017 a 2021		
Ano	**Autor**	**Trabalho**
2021	SANTOS	Concepções e crenças de professores dos anos iniciais sobre a metodologia de resolução de problemas e a educação matemática crítica

Fonte: Elaboração da autora, 2022.

Diante dos 14 (catorze) trabalhos selecionados nessa etapa, providenciamos as cópias de teses e dissertações a fim de lermos o resumo e as considerações finais de cada uma delas.

Então, verificamos que 09 (nove) trabalhos, além de tratar do Campo Multiplicativo e Estruturas Multiplicativas, também se referiam à formação inicial e continuada do professor que ensina Matemática nos anos iniciais, o que, de certa forma, se distanciava do nosso trabalho, que é voltado para o aluno e não para o docente.

Com isso, observamos que, quando o assunto é o Campo Multiplicativo, a tônica das pesquisas recai majoritariamente sobre investigações voltadas para os docentes e que há uma concentração desse objeto de pesquisa na região nordeste do Brasil.

Assim, prosseguimos com a etapa final da revisão com os 5 (cinco) trabalhos restantes: Nascimento (2017); Oliveira (2018); Beyer (2018); Camili (2021); e Faustino (2018). O Quadro 3 apresenta a seleção final dessa revisão.

Quadro 3 - Seleção final de trabalhos de 2017 a 2021

Seleção final de trabalhos de 2017 a 2021			
Ano	**Autor**	**Trabalho**	**Universidade**
2017	Nascimento	Problemas multiplicativos no 4º ano do ensino fundamental: ensino e estratégias de resolução	Universidade Luterana do Brasil /Canoas, RS
2018	Beyer	Campo conceitual multiplicativo: um mapeamento das pesquisas produzidas no Brasil entre os anos de 1997 e 2016	PUC - SP São Paulo, SP
2018	Oliveira	Proporcionalidade: um olhar sobre os esquemas de estudantes do ensino fundamental	Universidade Estadual deSanta Cruz/ Ilhéus, BA
2018	Faustino	“Como você chegou a esse resultado?” O diálogo nas aulas de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental. Tese de Doutorado	Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho” /Rio Claro, SP
2021	Camili	Estruturas Multiplicativas: um estado do conhecimento (2009 - 2019)	Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” Bauru, SP

Fonte: Elaboração da autora, 2022.

Conforme o Quadro 3, podemos verificar que três trabalhos selecionados têm sua localização de produção na Região Sudeste. Os demais são respectivamente um da Região Sul e outro da Região Nordeste. No tocante à concentração de estudos de estruturas multiplicativas nordeste do país, observada no levantamento inicial, a quantidade de estudos dessa região do país foi menor na seleção final da nossa revisão.

Após o primeiro momento, cientes da necessidade de serem criadas ‘categorias analíticas para facilitar a ordenação e sumarização de cada estudo” (Lima e Nasser, 2021, p. 5), prosseguimos à etapa propriamente de análise do material selecionado, pois todo esse repertório precisava ser organizado e categorizado de acordo com critérios de aproximação e afastamento entre essas produções.

1.2 **Comparando eixos temáticos**

Tendo realizado as etapas da nossa revisão sistemática, seguimos para a próxima fase apoiadas em Lima e Nasser (2021, p. 5): “a categorização dos estudos, que configura a quarta etapa, tem por objetivo sumarizar e agrupar todos os trabalhos selecionados na etapa anterior e segue o modelo de análise de conteúdo sugerido por Bardin (2016).”

Nessa trajetória, realizamos a primeira categorização entre os cinco trabalhos, a qual se pautou na divisão em três grupos temáticos de acordo com o objeto de cada estudo, conforme o Quadro 4, a seguir.

Quadro 4 - Grupos temáticos por objeto de estudo

<table>
<tr><th colspan="5">Grupos temáticos por objeto de estudo</th></tr>
<tr><th>Autoria</th><th>Trabalho</th><th>Temática</th><th>Objeto de estudo</th><th>Aporte teórico</th></tr>
<tr><td rowspan="2">NASCIMENTO, 2017
OLIVEIRA, 2018
BEYER, 2018
CAMILI, 2021</td><td rowspan="2">Dissertação</td><td rowspan="2">Campo Conceitual Multiplicativo</td><td>Estratégias e esquemas dos alunos de resoluções de problemas do Campo Conceitual Multiplicativo</td><td rowspan="2">Teoria do Campo Conceitual Multiplicativo definido por Vergnaud</td></tr>
<tr><td>Mapeamento de produções de pesquisas do Campo Conceitual Multiplicativo</td></tr>
<tr><td>FAUSTINO, 2018</td><td>Tese</td><td>Diálogos nas aulas de matemática</td><td>Padrões de comunicação: como o diálogo é colocado em ação nas aulas de matemática</td><td>No campo da Educação Matemática, perspectivas de Alro e Skovsmose</td></tr>
</table>

Fonte: Elaboração da autora, 2022.

Ao analisar o Quadro 4, verificamos que quatro dissertações: (i) Nascimento (2017); (ii) Oliveira (2018); (iii) Beyer (2018); e (iv) Camili (2021), se voltam para situações de estruturas multiplicativas e aprendizagem de conceitos do Campo Conceitual Multiplicativo, tendo, como principal aporte teórico, as contribuições de Vergnaud (2003 e 2009).

A tese de Faustino (2018) se destaca, pois sua temática se volta para padrões de comunicação numa investigação acerca de como o diálogo é colocado em ação nas aulas de Matemática. Com uma ênfase no conceito de diálogo, esse estudo contempla a Educação Matemática Crítica e expõe uma associação entre Matemática, enquanto atividade humana, Educação e Sociedade. Vergnaud (2003 e 2009), referencial teórico base dos quatro trabalhos supracitados, não aparece nos referenciais dessa tese.

Nosso trabalho se volta tanto para o papel dos diálogos à luz do Alro e Skovsmose (2006), referencial base de Faustino (2018) quanto para a investigação da apropriação do campo conceitual de situações multiplicativas à luz de Vergnaud (2003 e 2009), referencial base das outras quatro produções.

Assim, a relevância temática do nosso estudo recai na oportunidade de investigarmos possíveis relações entre comunicação e situações-problemas solucionadas em pequenos grupos por meio de diálogos em ação. Nosso objetivo principal se pautou em investigar a modificação do desempenho dos estudantes após processos dialógicos promovidos por intervenções didáticas da professora-pesquisadora.

1.3 **Comparando percursos metodológicos**

O Quadro 5 apresenta um panorama dos percursos metodológicos das cinco pesquisas selecionadas.

Quadro 5 - Comparando os percursos metodológicos

Comparando os percursos metodológicos			
Trabalhos	**Percurso Metodológico**		
	Tipo	**Método**	**Produção de dados**
Nascimento, 2017	Pesquisa Qualitativa	Estudo de caso	- Observação de aulas - Teste (6 situações)
Oliveira, 2018		Estudo diagnóstico de caráter descritivo –	- Pré-teste em 2014 (13 situações) - Pós-teste em 2015 (13 situações)

		pesquisa formação	- Nova aplicação do pós-teste em 2017 -Entrevista semiestruturada
Beyer, 2018		Estudos bibliográficos ou documentais	- Fichamento e resenha de 32 trabalhos
Camili, 2021		Estado do Conhecimento	- Fichamento de 22 artigos
Faustino, 2018		Observação participante	- Projeto Meio Ambiente e Matemática -Observações dos diálogos estabelecidos nos encontros semanais

Fonte: Elaboração da autora, 2022.

Conforme o Quadro 5, podemos verificar que todas as produções se tratam de uma pesquisa qualitativa, apresentado variações quanto ao método e à produção de dados. Nesse sentido, a opção metodológica por uma abordagem qualitativa foi comum a todas as pesquisas dessa revisão.

Nosso estudo também se configura em uma pesquisa qualitativa, pois é uma investigação que busca congregar a observação, a participação, a intervenção e a reflexão. Enquanto pesquisadora, introduzida no *locus* de pesquisa, nossa condição é de uma estudiosa que, além de observar e intervir na realidade estudada, a transforma e se transforma ao mesmo tempo. No entanto, não segue a metodologia do estudo de caso como Nascimento (2017); não é um estudo descritivo conforme Oliveira (2018); e não é uma observação participante como Faustino (2018). Também não se caracteriza por uma pesquisa de cunho bibliográfico conforme os percursos metodológicos de Beyer (2018) e Camili (2021). Ambas realizaram uma pesquisa exploratória e bibliográfica, com abordagens qualitativas. Seus estudos são denominados como histórico-bibliográficos ou documentais.

A leitura minuciosa da metodologia adotada nos estudos apontados no Quadro 5 nos permite constatar uma semelhança entre essas produções. Embora presentes no ambiente escolar e estando em interação com os sujeitos investigados, observando, anotando, aplicando testes e fazendo audiogravações, as autoras desses trabalhos não intervieram na produção de dados e a investigação se deu sem a interferência das pesquisadoras. Diferente das características metodológicas dos trabalhos levantados, nossa investigação se trata de uma pesquisa implicada numa abordagem intervencionista inspirada na pesquisa-ação.

No que diz respeito à metodologia, o diferencial em nosso trabalho se configura no fato de abarcar a realização de três etapas de produção de dados, tais como: (i) aplicação de um pré-teste inicial; (ii) realização de uma intervenção didática voltada para processos dialógicos entre alunos durante a resolução de situações-problema em grupos no decorrer de seis semanas consecutivas; e (iii) aplicação de um pós-teste ao final desse período.

Nesse contexto, para a realização da tabulação dos dados quantitativos, consideramos o total de vinte crianças, pois foi o número de participantes nas etapas do pré-teste, da intervenção e do pós-teste. De vinte ao todo, selecionamos quatro crianças que compuseram o grupo focal do começo ao fim da etapa da intervenção e procedemos à análise qualitativa por meio da triangulação de dados das resoluções adotadas e dos diálogos promovidos.

1.4 **Resultados da revisão de literatura**

Observamos que as quatro dissertações: Nascimento (2017), Oliveira (2018), Beyer (2018) e Camili (2021) se voltam para situações de estruturas multiplicativas e aprendizagem de conceitos do Campo Conceitual Multiplicativo.

As indicações desses estudos sinalizam a pertinência da nossa pesquisa: i) apontam a dificuldade de intervenção pedagógica que professores apresentam ao se depararem com os erros e estratégias dos alunos na resolução e problemas; ii) ressaltam que o professor pode refletir e observar os esquemas construídos pelos estudantes nas situações propostas.; iii) sugerem a necessidade de compreender os esquemas dos estudantes do Ensino Fundamental de outros conceitos da estrutura multiplicativa, tais como: combinatória, configuração retangular, comparação multiplicativa e proporção dupla; e iv) anunciam que os conhecimentos em torno do campo conceitual multiplicativo, nas suas mais diversas maneiras de conceitualização, não circulam de forma clara entre os professores dos anos iniciais.

A partir da revisão, notamos que ainda há assuntos para investigar, tais como: i) a evolução de procedimentos de ensino (Nascimento, 2017); ii) a fala dos estudantes com relação aos conceitos matemáticos envolvidos na sua ação como uma prática que permita compreender, consolidar os conceitos e explorar a ampliação dos eixos do campo multiplicativo (Oliveira, 2018), o que é salientado em nossa pesquisa, a qual se volta para situações de relações ternárias do eixo de comparação multiplicativa; e iii) as organizações matemáticas e didáticas dos principais documentos curriculares oficiais que regem a Educação Básica ao sugerirem o ensino dos conceitos do Campo Conceitual Multiplicativo bem como a apropriação desses conhecimentos pelos professores e estudantes no cotidiano escolar (Beyer, 2018 e Camili, 2021).

Já a tese de Faustino (2018) se diferencia bastante das anteriores e sua temática se volta para padrões de comunicação numa investigação acerca de como o diálogo é colocado em ação nas aulas de Matemática. Ela aprofunda as interações discursivas num estudo desse campo por meio de projetos temáticos sem se limitar à resolução de problemas. Ela traz evidências da emersão de dois padrões de comunicação: o padrão "sanduíche" de comunicação e o diálogo. Quanto à perspectiva da Educação Matemática Crítica, há poucas pesquisas que envolvam o aspecto dialógico nos anos iniciais (Faustino, 2018).

Dentre os trabalhos levantados, não encontramos nenhuma dissertação e tese que unissem as estratégias de ação dos alunos para a resolução de situações-problema do campo multiplicativo e o diálogo dos estudantes nas aulas de Matemática nos anos iniciais. Desse modo, agregar as situações-problema de estruturas multiplicativas e os diálogos dos alunos numa única investigação configura uma pesquisa com certo grau de singularidade. Por se tratar de uma investigação qualitativa, a universalidade da nossa pesquisa está paradoxalmente na sua especificidade (Martinho, 2009).

Passados poucos anos desde a publicação das cinco pesquisas levantadas nessa revisão de literatura, verificamos que os apontamentos das autoras em cada trabalho ainda repercutem atualmente na prática docente como um desafio para o ensino de Matemática, o que justifica a necessidade de pesquisas voltadas para entender e analisar as estratégias dos estudantes. Nesse sentido, cabe ouvir os alunos e investigar como as crianças resolvem situações do Campo Multiplicativo.

Finalizando essa revisão, entendemos que o nosso olhar representa mais um olhar que vasculha lugares já visitados em torno de demandas do campo da Educação Matemática que ainda persistem atualmente.

2 APORTE TEÓRICO

Nosso aporte teórico é comparado metaforicamente a uma colcha de retalhos que, aos poucos, compõe a construção desta dissertação. Essa analogia tem a ver com uma composição que é feita de fragmentos com diferença de texturas, tamanhos, cores e formas. Os retalhos dessa colcha são compostos por experiências, leituras e análises, cuja produção final revela processos e resultados de uma costura com diferentes interlocutores em diferentes temporalidades, sendo os principais teóricos Vergnaud (1988, 1993, 1994, 2003 e 2009); e Alro e Skovsmose (2021).

Nossa escrita consiste em selecionar um fragmento aqui e não ali, cortar uma contribuição desse jeito e não de outro e tecer a colcha ao final, a partir de escolhas políticas e epistêmicas que incorporam as ligas de sentidos. A costura se dá entre diferentes sujeitos do campo de pesquisa empírica e com autores que realizam seus estudos no campo da Educação Matemática, buscando um melhor entendimento do papel da comunicação dialógica (Alro e Skovsmose, 2021) na apropriação e ampliação do Campo Conceitual Multiplicativo (Vergnaud 1988, 1993, 1994, 2003 e 2009).

2.1 Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) é uma teoria pós-construtivista[2] relacionada ao campo da Psicologia do Desenvolvimento Cognitivista e ao campo da Educação Matemática, abrangendo outras ciências com interesse em estudar e aplicar essa teoria em suas produções (Vergnaud, 2003).

O construtivismo resultou da convergência entre os estudos de Piaget, Vygotsky, Wallon e Freire. O pós-construtivismo, à frente do construtivismo, surgiu a partir da revisitação dessas ideias feitas por alguns estudiosos, tais como: Ferreiro e Vergnaud (2003). Assim:

[2] Segundo Grossi (2003), o pós-construtivismo é um movimento posterior ao construtivismo, que se originou a partir de quatro movimentos epistemológicos realizados respectivamente pelos estudos de EmíliaFerreiro, pelas contribuições de Sara Pain, pelas elaborações de Gérard Vergnaud, e na trajetória do Grupode Estudos sobre Educação, Metodologia de Pesquisa e Ação (Geempa).

> [...] Não só o pós-construtivismo supera o inatismo, o empirismo e o próprio construtivismo, como se associa à clareza que se tem,hoje, sobre os papéis específicos da prática e da teoria, esta como apoio daquela, donde a absoluta e imperiosa necessidade de que uma teoria seja consistente, para que seja útil à prática (Vergnaud, 2003, p. 11-12).

De acordo com essa citação, vemos a contribuição do pós-construtivismo para a ideia da teoria e da prática como processos que se articulam. No desempenho de uma prática se faz necessária uma teorização e o inverso é proporcional, pois o que é observado na prática demanda a organização de uma teoria que articule, analise e se aproprie das observações que ocorrem na prática.

Foi no contexto do pós-construtivismo, termo inaugurado por Vergnaud (1981), que a Teoria dos Campos Conceituais se desenvolveu sob a influência de pesquisadores, tais como Piaget e Vygotsky. Piaget não trabalhou no espaço escolar mesmo tendo contribuído para a educação. Suas proposições não se voltaram originariamente para a pedagogia, embora tenham sido muito bem aproveitadas no campo da educação. Vergnaud foi discípulo de Piaget o que o levou a dar um novo sentido à abordagem piagetiana das operações lógicas.

Ao se voltar para o espaço escolar onde se dá o interesse pelo conteúdo do conhecimento, Vergnaud sistematizou a complexidade da aprendizagem a partir de um campo conceitual com base em situações pontuadas por seu mestre, ampliando o campo da didática com situações, procedimentos, representações simbólicas e conceitos.

Diante dos conceitos desenvolvidos por Piaget, Vergnaud aprofundou o conceito de esquema[3], que é central na teoria vergnaudiana. A noção de esquema foi adaptada de modo a poder analisar o repertório de competências disponíveis ao sujeito num dado momento de seu desenvolvimento em que analisa uma classe de situações (Santos, 2015).

A influência de Vygotsky pode ser percebida no valor que Vergnaud dá à linguagem, à interação social e à simbolização à medida em que os sujeitos progressivamente dominam o conhecimento de um campo conceitual.

Vergnaud aproveitou o conceito da Zona de Desenvolvimento Proximal da teoria de Vygostky. A definição clássica dessa ideia se volta para a explicação da distância entre o nível de desenvolvimento real e o nível de desenvolvimento potencial de um indivíduo, ou seja, se refere às áreas de competência em que uma pessoa consegue realizar determinada atividade com a ajuda de outra pessoa, mas não pode realizar sozinha ainda. Para Vergnaud, cabe ao professor elaborar atividades inseridas na realidade dos educandos e que sejam significativas

---

[3] Para Vergnaud (2009, p. 11-12), "esquemas, quer dizer, formas de organização da atividade queexpressam o conhecimento em situação".

para eles, visando o desenvolvimento de esquemas que incidam nas suas zonas de desenvolvimento proximal.

Outro conceito de Vygotsky utilizado na teoria vergnaudiana é o de mediação. Embora não previsto pelo psicólogo russo por não dispor de instrumentos teóricos e metodológicos à época para realizar isso, a constatação vergnaudiana é que a primeira ação de mediação do professor é a escolha de uma situação para desenvolver um campo conceitual com seus alunos.

A mediação abrange a ideia de “um interlocutor mais velho e mais competente: o adulto, o irmão ou o professor” (Vergnaud 2003, p.53). A interlocução com alguém mais experiente é promovida por meio de uma interação baseada na linguagem, no símbolo e numa atividade. Nesse ponto, é crucial o papel da mediação linguagem, sobretudo da linguagem entre os sujeitos.

Nessa pesquisa, investigamos as interações de adultos e crianças em processos de comunicação na promoção de diálogos entre os estudantes ao resolverem situações multiplicativas.

O valor central Teoria dos Campos Conceituais tem a ver com o fato de oferecer elementos consistentes para a análise dos conhecimentos dos estudantes e ser uma ferramenta poderosa para o professor elaborar situações que deliberadamente colaborem para a aquisição e expansão de conceitos dos campos conceituais.

Há cerca de quarenta anos, os estudos de Vergnaud vêm influenciando a produção acadêmica brasileira e tem contribuído para o campo da Didática da Matemática[4].

Camili (2021) destaca a forte influência da Didática Francesa, especificamente da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, no que tange às Estruturas Multiplicativas,sendo possível considerá-la como um marco teórico na área da Educação Matemática brasileira.

Segundo a pesquisadora, a Didática da Matemática teve sua origem na França, nos anos de 1960 e, no final da década de 1980 e início de 1990, muitos professores/pesquisadores brasileiros realizaram seu doutoramento na França e tiveram a oportunidade de conhecer o movimento da Didática da Matemática Francesa. Portanto, houve um entrecruzamento de pesquisadores franceses e brasileiros neste período, inaugurando movimento da Didática da Matemática Francesa no Brasil.

No meio acadêmico brasileiro foram formados núcleos de estudos das teorias

[4] Segundo Ponte (2020, p. 810), “a Didática da Matemática como campo de investigação apenas emergiu no final do século XX. (...) a Didática da Matemática como campo científico nasce de um importante movimento curricular, o movimento da Matemática Moderna dos anos de 1960-1970 (...)”

francesas em inúmeras instituições de ensino e em diferentes regiões do país. Houve uma concentração de pesquisas e produções a respeito das Estruturas Multiplicativas na região nordeste do país, com destaque à Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) e a Universidade Estadual de Santa Cruz, na Bahia (UESC).

Ainda a respeito da Didática da Matemática, no Brasil Educação Matemática, para Ponte (2020, p. 821), ela "constitui um campo de trabalho multifacetado". Além de abranger o trabalho científico, ela também abarca o trabalho de natureza profissional, realizado pelos trabalhadores que ensinam Matemática do pré-escolar, passando pelo fundamental e médio e chegando até o superior. A Didática da Matemática também tem seu viés formativo, desde a formação inicial até a formação contínua.

O foco da Teoria dos Campos Conceituais é o processo de ensino e aprendizagem voltado para a ampliação e o desenvolvimento de competências dos alunos. Ela proporciona estudos da aprendizagem de competências complexas voltadas especialmente para a formação de conceitos matemáticos.

Por meio do estudo dessa teoria, o professor pode desfrutar de elementos para analisar o conhecimento de seus alunos e experenciar ferramentas que o auxiliem a elaborar uma variedade de situações. Como mediador, o professor tem a tarefa de ajudar os estudantes a desenvolverem seu repertório de esquemas e representações e essa teoria pode fundamentar significativamente essa prática.

A Teoria dos Campos Conceituais se ocupa do desenvolvimento das formas de organização do estudante, a partir da concepção do processo cognitivo como "aquele que organiza as atividades e o seu funcionamento em situação, isto é, a conduta, a percepção, a representação e as competências (...)" [Vergnaud, 2003, p. 22].

Essa teoria traz à evidência o desenvolvimento das competências complexas expostas a partir das ciências e técnicas e disponibiliza o estudo das funções mentais superiores, dentre as quais: a fala, o pensamento e a formação de conceitos.

É uma teoria que incide, portanto, no conhecimento significativo e demanda uma variedade de conceitos, de procedimentos e diferentes representações simbólicas conectados estreitamente uns com os outros. Seus postulados contribuem com princípios básicos que norteiam o estudo do desenvolvimento aprendizagem de competênciascomplexas.

A Teoria dos Campos Conceituais enfatiza o aspecto conceitual da competência sem se basear nas operações da memória imediata, pois "busca o conhecimento não mecânico, visa à epistemologia, um enfoque mais crítico das teorias e das ciências" (Grossi, 2003, p. 19).

Com base nessa teoria, a conceituação é o eixo central do desenvolvimento cognitivo.

Para que os alunos possam ampliar seus esquemas dentro ou fora da escola, faz-se necessário atentar para os aspectos conceituais desses esquemas e realizar uma análise conceitual das situações (Santos, 2015).

A análise conceitual das situações compreende o foco da nossa investigação numa busca por identificar as resoluções adotadas em cada situação, comparando-as em três momentos distintos.

Desse modo, visualizamos a relevância dessa teoria para a prática docente, pois seus estudos proporcionam subsídios aos professores, os quais, a partir dos esquemas dos alunos, podem proceder a uma diagnose das potencialidades e fragilidades da aprendizagem dos educandos no processo de construção de conhecimento.

Oferecer uma gama variada de situações proporciona aos estudantes serem levados a examinarem novas situações-problema, relacionando-as aos saberes que já dispõem. “Quando aprendemos alguma coisa nova, temos de nos apoiar em conhecimentos anteriores (...)” [Vergnaud, 2003, p. 58].

Nesse processo de aprendizagem, a resolução de problemas deve se valer de uma didática que envolva o aluno e favoreça uma aprendizagem significativa[5], a qual tem a ver com uma prática voltada para proporcionar aos estudantes oportunidades para modificarem novos conhecimentos e construírem novos significados à medida em que são levados a relatarem seus processos em Matemática.

Aprendizagem significativa é aprendizagem com compreensão, cujo aperfeiçoamento requer interações entre os alunos. Quanto a esse respeito, Ponte (2020, p. 818) afirma:

> (...) A aprendizagem com compreensão poderá ainda ser aperfeiçoada através das interações na turma, à medida que os alunos sugerem ideias e conjeturas matemáticas, aprendem a avaliar o seu próprio raciocínio e o dos colegas, e desenvolvem acapacidade de raciocínio matemático (...)

Ao avaliar os elementos conceituais, as propriedades, as operacionalizações aplicadas e os procedimentos utilizados, podemos propor novas situações que aprimorem os saberes produzidos.

É a partir da seleção e oferta de diversificadas situações que os alunos, em interação uns com os outros e com o professor, podem compreender, assimilar e acomodar um determinado conceito proveniente de seus saberes prévios.

[5]A Teoria da aprendizagem significativa foi proposta por David Ausubel (1980). A ideia central se volta para a aprendizagem como um processo em que as organizações conceituais já existentes (conhecimentos prévios) funcionam como estruturas de ancoradouro e acolhimento de novas ideias, relacionando uma novainformação a outras já interiorizadas anteriormente.

Essa teoria funciona como um suporte teórico capaz de subsidiar os docentes no planejamento de uma metodologia voltada para a construção do conhecimento, ou seja, para a ampliação e o desenvolvimento da aprendizagem de conceitos, o que demanda o ensino de uma diversificada variedade de um conjunto de situações.

O conjunto de situações é um dos três elementos que compõem o tripé da Teoria dos Campos Conceituais. Além dos conceitos de situações, de invariantes operatórios e de representações simbólicas, há o conceito de esquema, herdado dos estudos de Piaget, e o conceito de teorema-em-ação ou conceito-em-ação, além do próprio conceito de campo conceitual. Cada categoria básica dessa teoria é abordada nos demais subtópicos desse aporte teórico.

2.2 **O Campo Conceitual**

Segundo Vergnaud (1990) *apud* Santos (2015, p. 92-93), um campo conceitualse define como "um conjunto de situações, cujo tratamento requer uma variedade de conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, em estreita conexão uns com os outros (...).

A definição de campo conceitual se relaciona a um conjunto de problemas ou situações cuja análise e cujo tratamento demandam uma variedade de conceitos, procedimentos e representações simbólicas desde que estejam interconectados. Cada situação envolve não um conceito único, mas um campo conceitual, ou seja, diversos conceitos.

Para formação de um conceito, se faz necessário garantir uma estreita interação entre ele uma diversidade de relações. Por mais que uma situação seja simples, ela envolve vários conceitos de diferentes naturezas (Vergnaud, 2009).

Da teoria em tela, destaca-se o estudo de dois campos conceituais essenciais para os demais conceitos da Matemática, os quais são: i) o campo conceitual das estruturas aditivas e o campo; e ii) o campo conceitual das estruturas multiplicativas.

O primeiro se refere às situações que exigem uma adição, uma subtração ou a conexão entre essas duas operações para sua resolução, o segundo se refere às situações que exigem uma multiplicação, uma divisão ou a combinação dessas operações em uma mesma situação.

Embora os campos conceituais sejam distintos, eles são interdependentes, pois háuma ligação entre eles. "É praticamente impossível estudar os campos separadamente" (Vergnaud *apud* Santos 2015, p. 97).

Um expressivo trabalho no decorrer de um período de tempo que envolva os campos conceituais contribui significativamente para a aprendizagem matemática, mas é necessário fazer alguns recortes.

2.2.1 Continuidades, filiações e rupturas

No que diz respeito à associação entre o campo conceitual aditivo e o campo conceitual multiplicativo, admite-se uma filiação limitada e local. Trata-se do uso da operação de adição de parcelas iguais para a resolução de situações multiplicativas.

Para facilitar o entendimento a respeito das filiações e rupturas entre os campos, é importante saber que alguns problemas podem ser resolvidos pelo esquema de ação de repetição de adições, outros não.

A filiação pode ocorrer, por exemplo, em situações de comparação multiplicativa. “Assim como na adição, o estudante ainda está diante de uma operação ternária, que envolve três números ou grandezas” (Gitirana *et al.*, 2014, p. 45).

Vergnaud (1988) concebe uma filiação entre adição e estruturas multiplicativas. Para ele:

> [...] For instance, theres is a filiation between additive and multiplicative structures. The main reason for this is that there is a strict cut in human knowledge. Nevertheless, there is also enough specificity in the cognitive problems raised by additive structures on one hand and multiplicative structures on the other hand to allow us to study these two conceptual fields separately (Vergnaud, 1988, p. 142).

De acordo com esse destaque, é adimitida uma filiação entre estruturas aditivas e multiplicativas. Não é possível definir as fronteiras entre os campos cognitivos. Isso se deve a um corte estrito no conhecimento humano. No entanto, há uma especificidade suficiente nos problemas cognitivos de estruturas aditivas, por um lado, e pelas estruturas multiplicativas, por outro, o que nos permite estudar esses dois campos conceituais separadamente.

Uma a situação possível de ser resolvida tanto por esquemas aditivos quanto por esquemas multiplicativos é exemplificada assim: “Um bombom custa 3 reais. Quanto pagarei por 4 bombons.” Nessa situação, admite-se a adição de parcelas iguais (3+3+3+3= 12) bem como uma estrutura multiplicativa ao se fazer 4x3= 12 (Santos, 2015, p. 96).

Por outro lado, podem existir situações com essa estrutura que demandem outrostipos de esquemas de ação. Sugere-se outro exemplo: “Um metro de tecido custa R$ 7,80, quanto pagarei se comprar 1,50m de tecido? (7,80 + 3,90 = 11,70)” (Santos, 2015, p. 96).

Desse modo, fica inviável pensar na multiplicação como adição de parcelas iguais. Mesmo que se pense na decomposição da metragem, o sujeito é levado a refletir na metade do preço de um metro (metade de R$ 7,80 é 3,90) o que o leva a realizar uma divisão, fato que evidencia um raciocínio inserido no Campo Multiplicativo e não no Campo Aditivo. O modelo matemático a x b = c (7,80 x 1,50 = 11,70) é um exemplo de emprego do raciocínio multiplicativo que esse exemplo requer.

Portanto, alguns problemas podem ser resolvidos pelo esquema de ação de repetição de adições, outros não. “A análise das estruturas multiplicativas é profundamente diversa da das estruturas aditivas. As relações de base mais simples não são ternárias e, sim, quaternárias...” (Vergnaud, 1993, p. 14).

Em Santos (2015, p. 96), há mais um exemplo com um outro conjunto de situações, cujas demandas refletem outros esquemas de ação: “Comprei três metros de tecido por R$ 23,40. Quanto pagarei se comprar 4,5 metros?” Trata-se de um exemplo que indica a necessidade do estudante de ampliar o repertório de esquemas que dispõe, pois exige a combinação de duas operações matemáticas, tanto a multiplicação quanto a divisão. É a ampliação de repertório que pode auxiliar o estudante a resolver novas situações matemáticas.

Ainda a respeito do raciocínio aditivo aplicado indevidamente em situações de raciocínio exclusivamente multiplicativo, Santos (2015, p. 233 e 234) apresenta um exemplo de subtração sucessiva que, do ponto de vista cognitivo, incide numa estratégiaequivocada. “A professora tem 18 pirulitos para distribuir igualmente entre seus 6 alunos. Quantos pirulitos cada um vai ganhar?”

Nessa situação, do ponto de vista cognitivo, o cuidado que se deve ter é que o estudante não seja levado a aceitar uma subtração entre quantidades de naturezas diferentes. Nesse caso, embora seja possível realizar18 pirulitos menos 6 crianças numa sucessão de três subtrações consecutivas até zerar (18 – 6 = 12; 12 – 6 = 6; e 6 – 6 = 0), o raciocínio é incompatível com a situação. Ao obter-se 3 como resposta, seriam três pirulitos ou três alunos, uma vez que se opera com quantidades de natureza distintas.

Para Vergnaud:

> “É fecundo e legítimo pesquisar as afinidades e rupturas no interior de um conjunto de situações organizadas por ideias, elas próprias afins, nas quais os procedimentos, representações e formulações possam derivar racionalmente uns dos outros.”

(Vergnaud, 1993, p.25)

Portanto, analisar, classificar e ensinar problemas de estruturas multiplicativas à luz da Teoria dos Campos Conceituais implica em distinguir as filiações que são adotadas e promover rupturas necessárias. O conhecimento em construção não é algo que se identifica facilmente, ele é complexo, progressivo e repleto de avanços, retrocessos, filiações e rupturas.

2.2.2 O Campo Conceitual e a construção de conhecimento

Para Vergnaud, a organização do conhecimento se dá por campos conceituais, osquais são dominados progressivamente pelos sujeitos o que ocorre por meio da experiência, maturidade inerente ao desenvolvimento biológico e aprendizagem estimulada pela escola. Sob a influência dos estudos dessa teoria, o professor é envolvido na preocupação em oportunizar condições para que seus alunos tenham uma aprendizagem conceitual.

Os estudos vergnaudianos contribuem para que a prática docente inclua a elaboração de situações-problema adequados à compreensão de conceitos de modo que oprofessor possa oportunizar problemas nos quais os educandos acessem mais de um conceito na mesma situação além de poder diagnosticar e ampliar a aprendizagem, percebendo potencialidades e fragilidades evidenciadas no processo de aquisição de um determinado conceito.

Se por um lado está o desenvolvimento do estudante com base na sua maturação e nas suas experiências, de outro está a responsabilidade do professor providenciar o contato do seu aluno com o maior número possível de situações.

A compreensão conceitual de operações matemáticas não ocorre baseada em umaúnica situação, mas a partir de uma gama de variedade de situações distintas. Para Santos,(2015, p. 97) “não é baseado numa única situação que o estudante constrói e se apropria de um determinado conceito, assim como uma situação, por mais simples que seja, requerdo sujeito o domínio de diversos conceitos.”

Para a aprendizagem de um conceito, é importante o trabalho com a compreensãode resolução de problemas, a qual ocorre com a sistematização de conceitos apreendidospor meio de uma variedade de situações de diversos modelos.

Para um conceito ser aprendido, é necessário que, ao longo dos anos, o estudante seja envolvido em variadas situações-problema. É preciso que as experiências sejam vivenciadas ao longo do tempo porque para se adquirir uma competência nova ou compreender um novo conceito não é suficiente pouco tempo, mas é necessário o envolvimento em situações experimentadas dentro e fora da escola com o passar dos anos.

A provisão de situações proveitosas para os estudantes pode ser feita a curto e longo prazos. O professor deve planejar um conjunto de situações, realizando experimentações com elas com objetivos a curto prazo, com o desenvolvimento de competências e concepções para uso imediato, e a longo prazo, servindo de base para conceitos fundamentais em anos mais tarde (Santos, 2015).

2.3 **O conceito de Esquema**

Retomando o principal legado de Vergnaud, destacamos uma contribuição da teoria dos Campos Conceituais crucial para a análise dos dados dessa pesquisa. Isso diz respeito à ideia de esquema, que é o que conduz a resolução de uma determinada situação.

Entender melhor o conceito de esquema é fundamental para a compreensão de como o aprendiz constrói um determinado conceito. É por meio do esquema que o sujeito aprendente consegue organizar suas ações frente às situações.

Esquema é uma organização mental da ação (comportamento) feita pelo estudante a fim de resolver uma classe de situações. Ele é composto por ideias e modos de raciocinar que impulsionam a culminância das ações do educando. É, portanto, a organização do pensamento com o intuito de buscar a solução de uma determinada situação, ou seja, um determinado problema (Vergnaud, 2009).

Inexiste um único esquema para uma dada situação, pelo contrário, o que ocorre é uma variedade de esquemas representados em uma classe de situações. Os esquemas são os procedimentos que permitem o docente identificar e avaliar a aprendizagem presente na organização das ações dos alunos ao exporem suas competências na busca pela solução de uma determinada situação. É por isso que um dos objetivos específicos dessa pesquisa é comparar as variadas resoluções dos estudantes adotadas quando resolvem individual e coletivamente os problemas multiplicativos.

Assim, nessa investigação o que nos interessa é desvendar o que ocorre quando os alunos compartilham entre si seus pensamentos e procedimentos por meio de processos comunicativos. Buscamos saber como os diálogos entre os alunos potencializam o aprimoramento de esquemas das crianças numa turma de quinto ano, de modo a elucidar e ratificar a importância de se investir na promoção de práticas dialógicas nas aulas de Matemática.

A cada situação nova, vários esquemas são sucessiva e simultaneamente mentalizados pelo sujeito. É o esquema que conduz a resolução de uma determinada situação. O sujeito pode dispor ou não desses esquemas, pois há duas classes das situações: ou o indivíduo possui ou ele não possui competências indispensáveis para o tratamento imediato dessas situações (Santos, 2015).

Na situação em que o indivíduo possui competências indispensáveis para o tratamento imediato dessas situações, o aprendiz se serve de um esquema que já dispõe e está internalizado, e que se automatiza na maioria das vezes. Na situação em que o indivíduo não possui competências indispensáveis para o tratamento imediato dessas situações, "os esquemas de ação não são suficientes, desafiando-o à descoberta (com ou sem ajuda) de novos esquemas" (Santos, 2015, p. 93).

Quando o indivíduo já possui competências para o tratamento imediato dessas situações, ele se serve de um esquema que já dispõe. Porém, quando o aprendiz ainda não possui essas competências, ele é desafiado a descobrir sozinho ou com ajuda os novos esquemas (Santos, 2015).

Outro destaque advindo da Teoria dos Campos Conceituais tem a ver com o fato de que não é sempre que o aluno consegue explicitar em linguagem natural os esquemas utilizados em uma determinada situação. Desse modo, é possível pensar que os conhecimentos implicados nos esquemas podem ser caracterizados como explícitos ou implícitos (Santos, 2015).

O conhecimento pode ser explícito ou implícito. Na forma explícita do conhecimento, ele é expressado de forma simbólica mediante elementos, tais como: língua materna, esquemas, diagramas e sentenças formais. Na forma implícita, os conhecimentos são implicitamente usados na ação, ou seja, na escolha das operações sem que os estudantes consigam expressar as razões para esse comportamento (Vergnaud,1988).

A forma explícita é possível ser reconhecida pelo professor. Ao contrário, a forma implícita não é possível de ser identificada, ficando oculta a razão da escolha do estudante para resolver o problema numa determinada situação em que ele não consegue explicitaro motivo de realizar a tarefa pela maneira adotada.

Uma vez que seja difícil para o estudante explicar sua ideia matematicamente ou compartilhar sua perspectiva frente à busca pela solução da situação-problema, um ponto crucial nesse processo é a atuação do professor. O professor é visto como “um facilitador ao fazer perguntas com uma postura investigava, tentando conhecer a forma com que o aluno interpreta o problema” (Alro e Skovsmose 2021, p. 66 e 67).

Nesse caminho, na intervenção didática realizada nessa pesquisa, enquanto professora-pesquisadora, desempenhamos a função de facilitadora dos atos dialógicos e das ações de perguntar, tópicos dos estudos de Alro e Skovsmose (2021) que são elucidados mais à frente nesse referencial teórico.

2.3.1 Classificando as resoluções dos estudantes

Nessa investigação, para a sondagem das resoluções dos estudantes, utilizamos, como referência, a classificação em tipos de representação e níveis de raciocínio empregados por Magina *et al* (2014) conforme apontados brevemente nesse subtópico.

Ao trabalharem com o desempenho e as estratégias de estudantes dos terceiro e quinto anos do Ensino Fundamental na resolução de duas situações do Campo Conceitual Multiplicativo, centrando-se em duas classes de situações: uma envolvendo a correspondência um para muitos, e a outra, a correspondência de muitos para muitos, esses pesquisadores constataram que a representação pictórica é muito cara para os estudantes do terceiro ano, assim como para os estudantes de quinto ano, porém em menornúmero. Para eles, a maioria dos estudantes que lançam mão desse tipo de representação obtêm sucesso na resolução das questões.

De acordo com esses pesquisadores, há dois tipos de representação: pictórica e numérica e quatro níveis de raciocínio: i) Nível 1: Incompreensível; ii) Nível 2: Pensamento Aditivo; iii) Nível 3: Transição (do Pensamento Aditivo para o Multiplicativo); e iv) Nível 4: Pensamento Multiplicativo, nesse nível a estratégia utilizada passa pela estrutura multiplicativa.

O que demarca a representação numérica é o algoritmo da adição através da estratégia explícita de soma de parcelas iguais e o algoritmo da multiplicação. O que demarca a representação pictórica são os desenhos dos alunos.

Para Magina *et al* (2014), a representação pictórica é mais empregada por estudantes que estão no início dos anos iniciais, como, por exemplo, crianças do terceiro ano de escolaridade e, à medida em que vão se apropriando da formalização dos conceitos aditivos e multiplicativos, passam a fazer uso do algoritmo com mais frequência, como, por exemplo, crianças do quinto ano.

Esses pesquisadores observaram um fenômeno em que a maioria dos alunos do terceiro ano que optaram pela representação pictórica apresentaram êxito na resolução das questões propostas. Isso se deve pelo fato de o estudante conseguir decodificar os dados da questão por meio da representação pictórica. Conforme salientam Magina *et al* (2014, p. 532), "Parece-nos que essa ação do estudante lhe possibilita 'ver' o que está escrito, isto é, a representação pictórica o ajuda a tornar concreto (materializar) aquilo que está escrito abstratamente em forma de representação por meiode palavras."

Nesse contexto, esses estudiosos propõem o emprego de representações pictóricasno processo de ensino do campo conceitual da estrutura multiplicativa, pois "este fenômeno indica o efeito poderoso que esta representação tem sobre o sucesso dos estudantes" (Magina *et al.*, 2014, p. 532).

2.3.2 Os quatro níveis de raciocínio

Quanto aos quatro níveis de raciocínio, o primeiro é o nível "Incompreensível", que diz respeito às "respostas em que o estudante não explicitou, no papel, a operação utilizada para resolver o problema ou, quando o fez, não conseguimos identificar o raciocínio utilizado." (*ibid*, p. 526).

Nesse primeiro nível, as respostas constantemente se encontram erradas e são compostas por estratégias de desenhos sem significado para a sua resolução, ou repetiçãode um dos dados do problema, ou, ainda, o emprego de outro número sem que se consigaentender a razão para tal escolha. Trata-se de "estratégias alternativas próprias e sem sentido, pautadas no desenho" sem que tenha havido "contato formal com situações do campo da estrutura multiplicativa." (*ibid*, p. 526).

O segundo nível é do "Pensamento Aditivo", em que coexistem duas estratégias distintas de esquema de ação, as quais geram dois subníveis, tais como: contagem e operação de adição. "O nível contagem só aconteceu por meio da representação pictórica.Já no nível 2B (operação de adição) tivemos tanto resoluções pictóricas como numéricas."(*ibid*, p. 527).

Esses pesquisadores observaram que as estratégias tanto do nível 1 quanto do nível 2 conduzem ao insucesso dos estudantes.

O terceiro é o nível de “Transição (do Pensamento Aditivo para o Multiplicativo)”e se refere ao nível em que a estratégia utilizada pelos estudantes consiste em formar grupos de uma mesma quantidade com a intenção de efetuar a operação de adição.

Nomeia-se esse nível de transição, porque as estratégias adotadas se aproximam do pensamento multiplicativo, embora estejam baseadas no raciocínio aditivo, aspecto que fica bem demarcado tanto pela representação pictórica de acordo com os grupos desenhados quanto pela representação numérica quando a estratégia é explicitamente a soma de parcelas iguais. Conforme asseveram Magina, Santos e Merlini (2014, p. 528), “Trata-se de somar várias vezes uma mesma quantidade, seja ela representada por íconesagrupados (IIII IIII IIII = 12), ou numericamente (4 + 4 + 4 = 12).”

Nesse nível, nota-se que as estratégias adotadas levam tanto ao acerto quanto ao erro e muitos acertos dos alunos do terceiro ano são observados.

No entanto, quanto ao resultado apresentado pelos alunos do quinto ano, há uma observação de que eles usam muito mais as estratégias relacionadas ao pensamento aditivo do que a transição multiplicativa. Com isso, os pesquisadores constatam:

> Considerando que essas crianças vêm estudando a estrutura multiplicativa pelo segundo ano consecutivo, ponderamos quanto tal ensino tem se limitado a relacionar essa estrutura como continuação da aditiva, sem que as rupturas entre uma e outra estrutura tenham sido trabalhadas. Tal ação da escola pode ter causado uma estagnação no raciocínio desses estudantes, no sentido de levá-los a raciocinar apenas aditivamente (Magina *et al.*, 2014, p. 529-530).

O quarto e o último é o nível do “Pensamento Multiplicativo”, no qual a estratégia que o estudante adota é referente à estrutura multiplicativa. Na investigação desses pesquisadores, este foi o nível mais utilizadopelos alunos do quinto ano, tendo a maioria obtido sucesso quando se reportou ao pensamento multiplicativo. A despeito de resolução correta ou não, eles observaram que os estudantes desse ano concentraram suas estratégias, majoritariamente, nos níveis 3 e 4.

2.4 **A tríade do Campo Conceitual: Situações, Invariantes e Representações**

O conjunto de situações é um dos três elementos que compõem o tripé da Teoria dos

Campos Conceituais. Para entendermos mais a respeito do conceito de situações, precisamos atentar para a tríade de itens necessários na construção de um dado conceito, tais como: o conjunto de situações, o conjunto de invariantes e o conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.).

Segundo Santos (2015), para a formação de um determinado conceito, devemos levar em consideração a terna (S, I, R), ou seja, uma tríade de itens necessários na construção de um dado conceito. S é o conjunto de situações, I é o conjunto de invariantese R é o conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas,sentenças formais, etc.).

2.4.1 Situações

O conjunto de situações é uma das três ideias que compõem o tripé da Teoria dos Campos Conceituais. São as situações que proporcionam ao sujeito dar progressivamente sentido ao conceito (Santos, 2015).

As situações são analisadas e resolvidas por meio do uso de um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações), as quais, por sua vez, podem ser indicadas por um conjunto de representações.

O conceito de situação usado por Vergnaud é o de tarefa[6], sendo admitido "que toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, para as quais é importante conhecer suas naturezas e dificuldades próprias" (Santos, 2015, p.97 e 98).

Para Ponte (2020), a investigação em Didática da Matemática contribui para introduzir no vocabulário dos professores de Matemática a ideia de tarefa em vez de atividade, por conceber tarefa como algo que é proposto ao aluno, diferenciando-a da ideia de atividade como algo que o aluno efetivamente realiza. O valor que as tarefas assumem na aprendizagem se relaciona com a atividade que ela é capaz de originar.

O pesquisador afirma que muitos estudiosos têm procurado definir classificações em torno das caraterísticas de diversos tipos de tarefa. Dentre eles: Pólya (1945), o qual diferencia problema e exercício; Stein e Smith (1991), os quais classificam as tarefas de acordo com o nível diferenciado de exigência cognitiva (níveis elevado e reduzido); e o

[6]Para Ponte (2020, p. 813), os termos "tarefas" e "atividades" não são sinônimos e sim conceitos distintos."Uma dada tarefa pode dar origem a atividades diversas em diferentes alunos, com diferentes consequênciasem termos de aprendizagem."

próprio Ponte (2005), o qual compreende a natureza diversificada assumida pelas tarefas, abrangendo exercícios, problemas, investigações e explorações.

Com relação às situações, há duas classes para elas: ou o indivíduo possui ou ele não possui competências indispensáveis para o tratamento imediato dessas situações. Em cada uma dessas classes há uma reação diferenciada. Em uma situação, o indivíduo ativa seu repertório enquanto que em outra ele é desafiado a descobrir novos esquemas.

O conceito de situação também pode ser concebido a partir do "binômio 'sujeito-situação' que permite, em primeira instância, que os sujeitos deem sentido aos conceitos matemáticos" (Santos, 2015, p.97).

Uma simples situação requer o domínio de mais de um conceito. São os conceitos matemáticos que ocasionam a complexidade de uma situação. Mas outros aspectos também implicam essa complexidade, tais como: a linguística e o modo como são apresentados o enunciado em determinadas situações.

No decorrer de elaboração e elucidação de situações, a linguagem e os símbolos se destacam. São os professores que empregam palavras e expressões para explicar, fazer perguntas, traçar informações, estabelecer metas, regras e planos com seus alunos, por isso, enquanto mediadores, cabe a eles a provisão de situações de aprendizagem proveitosas para as suas turmas.

2.4.2 Invariantes operatórios

Os invariantes operatórios são elementos cognitivos fundamentais dos esquemas. Eles revelam pistas relevantes acerca do desenvolvimento cognitivo de cada aprendiz. "Os invariantes operatórios são os conhecimentos contidos nos esquemas de ação do sujeito aprendiz. Esses conhecimentos são designados por teoremas-em-ação e conceito-em-ação" (Santos, 2015, p. 94).

O teorema-em-ação é o que está implícito por trás de um raciocínio revelado numa expressão numérica, numa fórmula ou até mesmo numa linguagem natural (por meio de palavras faladas ou escritas). Todos esses elementos podem ser usados para resolver determinado problema.

Além dos teoremas-em-ação, há os conceitos-em-ação implícitos nos esquemas de ação do sujeito, dentre eles: "proporcionalidade, correspondência um-para-muitos, operador escalar, operador funcional, razão, taxa constante, dependência e independência, quociente e produto de dimensões." (*ibid*, p. 94 e 95).

Os teoremas-em-ação e conceitos-em-ação possuem uma relação dialética entre si. Os conceitos são componentes dos teoremas, os quais são propriedades que conceituam suas temáticas. Para haver proposições, são necessários os conceitos em ação, porém conceitos não são teoremas por não admitirem derivações. "As proposições podem ser verdadeiras ou falsas enquanto que os conceitos podem ser apenas relevantes ou irrelevantes." (*ibid*, p. 95).

A explicitação de teoremas em ação utilizados frente a uma situação não é algo que os estudantes conseguem realizar com frequência. Para Santos (2015), a função primordial do ensino é tornar esse teorema e esse conceito em ação explícitos. Para que isso ocorra, é fundamental a existência de um ambiente em que estejam conjugados elementos, tais como: o professor, a situação e o estudante.

2.4.3 Representações simbólicas

De acordo com Santos (2015), o conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.) pode ser usado para indicar e representar as invariantes. São as representações simbólicas que representam as situações e os procedimentos para lidar com elas.

Alguns estudantes conhecem as classes de situações mais simples antes de compreenderem as mais complexas. O movimento de mudança de conhecimento de uma situação mais fácil para uma mais elaborada não se dá instantaneamente, mas requer um prazo para que um processo de construção do saber ocorra.

Nesse processo de aprendizagem dos conceitos de cada situação, o aprendiz emprega representações simbólicas diversificadas dentre elas: palavras, algoritmos e esquemas, símbolos, diagramas etc. Desse modo, o aluno aprende por descoberta, por repetição, bem como representando e simbolizando. Incluem-se os registros e as representações inerentes a uma variedade de conceitos em cada situação.

Um conceito dessa teoria faz conexão a outro. É o que ocorre com o conceito de esquema, porque ele articula o comportamento e os aspectos representacionais: regras de ação e invariantes operatórios. Assim, articulam-se comportamento a representações. Por meio dos esquemas dos alunos, principalmente pelas competências expostas em cada situação resolvida, é possível identificar as aprendizagens das crianças. A exposição das competências depende da escolha adequada e da utilização de invariantes operatórios de uma determinada situação.

Os algoritmos são uma das representações simbólicas. Ao se examinarmos as conexões entre os algoritmos e as características de cada situação-problema que se pretende resolver, é possível avaliarmos o conhecimento do estudante.

2.5 **O Campo Conceitual Multiplicativo**

O Campo Conceitual Multiplicativo se refere a um conjunto de situações que para serem analisadas e dominadas demandam uma operação de divisão ou de multiplicação, ou ainda a combinação entre elas. E é a partir desse conjunto de situações que o "sujeito aprendiz confere significado para as operações de multiplicação e divisão" (Santos, 2015, p. 99).

Dentre os tipos de conceitos matemáticos que compõem esse campo conceitual estão os conceitos de: funções linear e não-linear, espaço vetorial, análise dimensional, fração, razão, proporção, número racional, multiplicação e a divisão.

Na ação pedagógica do professor, prevalece a ideia de que o currículo segue uma sequência linear de conteúdos, através da qual primeiro o aluno deve aprender a adição e subtração para posteriormente aprender a multiplicação e a divisão. Com isso, é a limitação da multiplicação como adição de parcelas iguais que perpassa a introdução do ensino dessa operação.

Santos (2015, p.101) usa exemplos de diferentes resoluções de problemas multiplicativos nos quais a quantidade de ovos aumenta gradativamente: "D. Benta gasta 4 ovos para fazer 1 bolo. Ela quer fazer 3 bolos. Quantos ovos vai gastar? D.Benta gasta 4 ovos para fazer 1 bolo. Ela quer fazer 8 bolos. Quantos ovos vai gastar?"

Na primeira pergunta, é possível aplicar a adição 4 + 4 + 4 = 12, porém na segunda, o mecanismo de adicionar o numeral quatro oito vezes se torna exaustivo. Com esses exemplos, afirma-se que é a exaustão do processo de repetição de parcelas iguais que desencadeia a introdução da multiplicação e o início do trabalho de memorização da tabuada como ferramenta indispensável para o domínio da operação multiplicação.

Esse pesquisador não se opõe à introdução do conceito de multiplicação por meio de adição de parcelas repetidas, mas destaca a limitação do tratamento didático. Esse procedimento pode ser a porta de entrada para o Campo Conceitual Multiplicativo, mas não deve ser a única abordagem na rota pedagógica, pois, como já explicitado anteriormente, há filiações e rupturas entre os campos aditivo e multiplicativo.

Existem alguns desdobramentos da exclusividade desse procedimento didático (adição de parcelas iguais) a partir de três pontos de vista dentre eles: o didático, o conceitual e o cognitivo.

O ponto de vista didático abrange duas implicações:

i) A noção de que a multiplicação sempre aumenta. Nesse caso, isso não corresponde a uma verdade em outro domínio numérico, fato muito bem esclarecido a partir de um exemplo do campo dos números racionais: “Maria comprou 0,40 m de fita. Sabendo que cada metro custa R$ 0,80, quanto Maria pagou pela compra?” O resultado é o valor de R$ 0,32 a serpago, o qual, por sua vez, é menor que os dois fatores que aparecem (Santos, 2015, p. 102).

ii) A impossibilidade de resolver uma situação multiplicativa valendo-se daadição de parcelas iguais. Nesse caso, com base no exemplo dado, não haveria um fator poderia ser repetido, tornando a adição repetida inadequada para essa situação.

O ponto de vista conceitual se refere à descontinuidade entre as operações de adição e multiplicação. Cada uma delas apresenta um raciocínio específico:

i) O raciocínio aditivo lida um único invariante operatório que é a relação parte e todo. Assim, ora as partes são conhecidas e se procura o todo, ora é conhecida apenas uma das partes bem como o todo e se procura a outra parte.

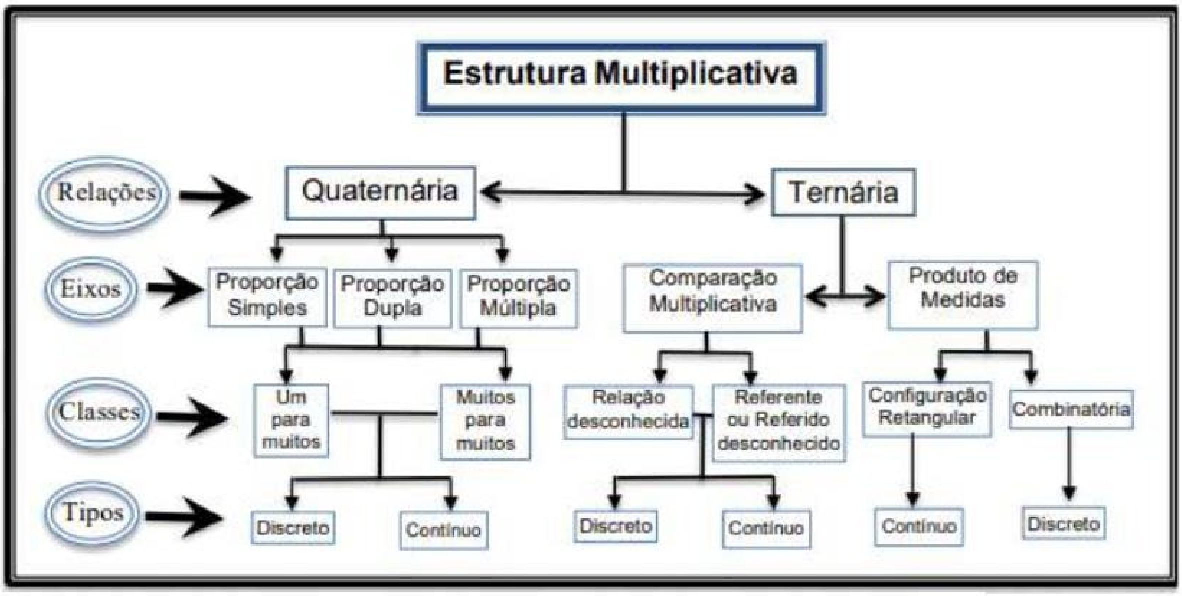
ii) Já no raciocínio multiplicativo, o que ocorre é uma relação fixa (invariante) entre duas ou mais quantidades, ou seja, toda situação multiplicativa envolve duas ou mais quantidades e uma relação constante entre elas. Retomando o exemplo supracitado de Dona Benta que utiliza 4 ovos para preparar 1 bolo e que deseja fazer 8 bolos, “vê-se uma relação fixa: para cada bolo, 4 ovos (um-para-muitos).” (*ibid*, p. 103). Ao alterar a complexidade da situação para o gasto de Dona Benta de 12 ovos para fazer 3 bolos, sendo seu desejo o de fazer 8 bolos e precisando descobrir quantos ovos ela vai gastar, “continua a mesma relação fixa, para cada bolo quatro ovos (invariante).” (*ibid*, p. 103)

O ponto de vista cognitivo aponta a necessidade de haver um investimento cognitivo de modo a promover uma expansão desse Campo Conceitual, o que requer a provisão de uma gama de situações a serem trabalhadas pelo professor e dominadas pelos estudantes.

Santos (2015); e Magina e Merlini (2014) fizeram uma releitura em torno das estruturas multiplicativas, elaborando um esquema que pudesse sintetizar as principais ideias desse campo. Além de resumir as categorias de base desse campo, esse esquema serve para contribuir com o trabalho dos professores da Educação Básica, uma vez que as produções teóricas, construídas e partilhadas na academia, nem sempre alcançam os docentes que atuam nas escolas.

Sem a intenção de hierarquizar o Campo Conceitual Multiplicativo, numa perspectiva de que um eixo não precede a outro eixo e vice-versa, tampouco de atribuir um caráter didaticamente linear, o detalhamento dessa teoria possibilita a compreensão e a incorporação pelo professor desse campo na sistematização de seu trabalho em sala deaula. A Figura 1, a seguir, ilustra a o esquema das estruturas multiplicativas.

Figura 1 - Estrutura multiplicativa por Magina, Santos, Merlini (2012)



Fonte: Magina, Santos, Merlini (2012) apud Santos (2015, p. 105)

Nesse esquema da Figura 1, as situações do campo conceitual multiplicativo foram classificadas em duas relações: as relações quaternárias e as relações ternárias. Conhecer a distinção entre elas é importante no entendimento dos conceitos desse campo, pois essa diferença expõe a complexidade que envolve as situações desse campo.

2.5.1 Relações quaternárias

As relações quaternárias são compostas por três eixos: Proporção Simples, Proporção Dupla, e Proporção Múltipla. Esses eixos apresentam duas classes de correspondências: um para muitos e muitos para muitos. Cada uma dessas classes pode trabalhar com dois tipos de quantidades: discretas e contínuas.

O tipo discreto advém do resultado de uma contagem e representa um número natural, um valor inteiro. O tipo contínuo pode ser dividido várias vezes, considerando qualquer valor. Fazem parte desse tipo os números racionais. Eles demandam o auxílio de algum instrumento de medida.

O eixo proporção simples apresenta uma relação quaternária que envolve quatro quantidades com suas medidas de natureza diferentes duas a duas, ou seja, uma quantidade de uma natureza e as outras de outra natureza, tais como: objetos e pessoas, distância e tempo, e gastos e bens. O eixo de proporção dupla apresenta uma relação quaternária que envolve quatro quantidades, porém com mais de duas quantidades relacionadas duas a duas. Um exemplo é: “operários, consumo e dias trabalhados.” O eixode proporção múltipla, ao contrário da proporção dupla, apresenta uma relação de dependência entre todas as quantidades envolvidas (Santos, 2015, p. 121).

Na relação quaternária, o que ocorre é uma relação dupla entre duas quantidades com características diferentes. Na relação ternária, existem três quantidades, das quais uma é produto das outras duas. Nessas situações, são apresentadas duas quantidades e busca-se a terceira.

A partir de uma abordagem na perspectiva de uma relação quaternária, não se pensa no produto direto entre essas duas quantidades, mas se preconiza a utilização dofator escalar como estratégia ou do fator funcional (conhecimento central para o trabalhocom funções em anos escolares mais avançados).

Para tratar da distinção entre relação quaternária e relação ternária, destacamos o seguinte exemplo: “Um bombom custa R$ 2,00. Quanto pagarei pela compra de cinco bombons?” Ele serve para se compreender a distinção entre relação ternária e relação quaternária bem como poder avaliar a vantagem de se trabalhar com o tipo de relação quaternária. Essa situação é o protótipo[7] da multiplicação e acaba sendo resolvida por meio de

[7]Santos (2015, p. 125) justifica o uso do termo protótipo como “o representante mais simples de uma classede situações matemáticas.”

uma relação ternária em que a x b = c (2 x 5 = 10) [Santos, 2015, p. 106].

Nesse caminho, o raciocínio se volta para a relação multiplicativa existente entre essas duas quantidades, duas a duas, com a ideia de que 1 bombom custa 2 reais e 5 bombons custa X reais, sendo o estudante conduzido a entender que, ao multiplicar uma quantidade por outra (bombom e preço), o resultado é revelado por uma quantidade em reais e não em bombons.

Nessa pesquisa, optamos por não selecionar situações das relações quaternárias, pois as proporções dupla e múltipla não fazem parte do trabalho da turma investigada. A não inclusão de situações com as proporções simples advém da análise feita a partir de uma revisão de literatura bem como da contribuição da releitura de Santos (2015). Nos trabalhos recentes pesquisados, o eixo de proporções simples é o que predominantemente aparece nos estudos, evidenciando uma necessidade de se dar abertura para investigações que envolvam outros eixos, cujos resultados podem contribuir significativamente para a ampliação de repertórios dos saberes docentes.

Segundo Santos (2015), o eixo de proporções simples é o que predomina na prática docente. Do ponto de vista conceitual e didático, a concentração do fazer docente fortemente enraizado no eixo de proporção simples se deve ao fato de que, nesse eixo, é possível explorar um número maior de situações que abarquem a multiplicação a e divisãona correspondência um para muitos e muito para muitos, considerando ainda quantidades discretas e contínuas. Também se deve pelo fato dessas situações serem concebidas como modelos de restrição da noção de multiplicação como adição de parcelas iguais, com base em esquemas de ação da relação parte e todo (relação ternária e não relação quaternária) e inicialização de uma algoritmização e memorização das tabuadas.

Por esses motivos, caminhamos na vertente de um outro eixo com a intenção de contemplar situações com certa complexidade cognitiva e semântica das relações ternárias. Trata-se de situações desestabilizadoras que poderão ser compreendidas pelos alunos com a mediação pedagógica (Vergnaud, 2003).

Cientes de que não há hierarquia no Campo Conceitual Multiplicativo e que um eixo não precede o outro, nessa pesquisa, decidimos selecionar situações das relações ternárias conforme explicitadas a seguir.

2.5.2 Relações ternárias

As relações ternárias são compostas por dois eixos: Comparação multiplicativa e Produto de medidas. Esses eixos apresentam as mesmas duas subdivisões em tipos de quantidades igualmente às relações quaternárias, as quais são discretas e contínuas. Quanto às classes que a subdividem, elas se diferenciam. No eixo Comparação Multiplicativa, há duas classes. Uma é a relação desconhecida e a outra é referente desconhecido ou referido desconhecido. Já o eixo Produto de medidas é constituído por duas classes: configuração retangular e combinatória.

Santos (2015, p. 107), aborda as relações ternárias como "uma relação entre dois elementos, de mesma natureza ou grandeza", que ao compor-se forma um terceiro elemento. Um exemplo é a multiplicação entre centímetro por centímetro cujo resultado é centímetro quadrado ou "meninos dançarinos por meninas dançarinas produzindo pares de dançarinos." Esse último exemplo se refere às situações que requerem raciocínio combinatório, nas quais os elementos de um grupo são relacionados aos elementos do outro grupo.

O tratamento didático para o eixo de proporção simples da maioria dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental se volta para uma abordagem de relações ternárias, sendo elas situações de relações quaternárias.

E mais: há uma tendência das professoras em preferirem elaborar situações de proporção simples da classe um-para-muitos, limitando-se a esse tipo de situação. Isso ocorre por três razões: i) uma delas é que situações de proporção simples possibilitam uma relação de continuidade entre os Campo Conceituais Aditivo e Multiplicativo, o que, didaticamente favorece a introdução do conceito de multiplicação por meio da adição repetida, porém, implica numa lacuna didática; ii) outra razão é o fato dessas situações serem protótipos de operações de multiplicação e divisão que aparecem recorrentemente na maioria dos livros didáticos; e iii) por último, as situações de proporções simples admitem uma abordagem didática própria das relações ternárias, o que contribui para uma precocidade no ensino dos algoritmos de multiplicação e divisão bem como na adoção de práticas de memorização das tabuadas (Santos, 2015).

Os dois eixos das relações ternárias envolvem situações numa relação com três quantidades, sendo uma delas o produto das outras duas no plano numérico e no plano dimensional. A seguir, primeiro é abordado brevemente o Produto de medidas e, posterior e minuciosamente,o eixo Comparação multiplicativa, foco dessa pesquisa.

2.5.2.1 Produto de medidas

O produto de medidas é formado por duas classes: configuração retangular e combinatória. Na classe configuração retangular, as quantidades representam medidas deforma retangular organizadas na horizontal e na vertical. Um exemplo de situação é: Um campo de futebol para jogadores mirins tem a forma retangular com 7 (sete) metros de largura e 10 (dez) metros de comprimento. Quantos metros quadrados de grama são necessários para cobrir toda a superfície desse campo de futebol?

A classe combinatória se refere à ideia do produto cartesiano considerando dois grupos independentes, sem ligação entre si. Um exemplo clássico é a formação de pares para uma dança de festa junina. Para uma festa na roça com um grupo de 10 (dez) mulheres e 10 (dez) homens, se cada homem dançar com cada uma das mulheres e vice- versa, quantos pares diferentes poderão ser formados nessa festa?

2.5.2.2 Comparação multiplicativa

No eixo comparação multiplicativa, as situações englobam a comparação entre duas quantidades da mesma natureza, cuja exigência de pensamento se dá em termos de uma relação ternária. Nela, há duas classes em que uma é a relação desconhecida e a outraé referente desconhecido ou referido desconhecido.

No referente desconhecido ou referido desconhecido, podemos omitir o referente ou referido, mas a relação é apresentada. Um exemplo é o hambúrguer em Santa Catarina é três vezes mais caro do que no Rio de Janeiro. Sabendo que o hambúrguer custa R$ 8,00 no Rio, quanto custa em Santa Catarina? Nessa situação, a operação que se requer éa de multiplicação em que referente x relação = referido, ou seja, 8 x 3 = 24.

Na relação desconhecida, o referente e o referido são anunciados, porém a relação é desconhecida. Um exemplo é: Num parque na cidade de Penha (SC), um sorvete de casquinha custa 12 reais. Um sorvete similar a este, uma casquinha num shopping em Niterói (RJ) custa 4 reais. Quantas vezes mais a casquinha em Santa Catarina é mais carado que a casquinha no Rio de Janeiro?

Ao contrário da situação em que o referente ou o referido é desconhecido, há o preço do referente (a casquinha em Santa Catarina) e do referido (a casquinha no Rio deJaneiro) e se deseja saber a relação entre esses valores. Nesse caso, a operação requeridaé uma divisão do referente pelo referido, ou seja, referente ÷ referido = relação (12 ÷ 4 =3). Essa casquinha é, portanto, três vezes mais cara de um estado brasileiro para outro.

Nas primeiras etapas de escolarização, no contexto de abordagem de situações simples, geralmente as atividades são voltadas para a relação de dobro e metade. Foca-se apenas em situações em que o referido ou o referente é desconhecido, não a relação. São situações prototípicas de comparação multiplicativa, tais como: i) Se uma pessoa tem a metade da quantia de outra que tem 10 reais, qual é a sua quantia? e ii) A idade de Eva éo dobro da idade de Silvana. Se Silvana tem 40 anos, qual é a idade de Eva?

Santos (2015, p. 127) afirma que até mesmo os estudantes mais experientes apresentam dificuldades para resolverem situações em que a relação é desconhecida. São limitações relacionadas à "complexidade de compreender o enunciado e traduzi-lo na operação matemática adequada para a resolução da situação."

No que diz respeito a alunos mais jovens, dificilmente eles compreendem "a faltade congruência entre as palavras utilizadas na situação e a operação requerida para a resolução" (Magina, 2011, apud Santos, 2015, p. 127).

Portanto, a compreensão das expressões "vezes mais" e "vezes menos" nem sempre é associada a uma operação de multiplicação ou divisão. O entendimento desses termos fica comprometido pelo fato de os estudantes traduzirem "vezes mais" a uma multiplicação seguida de uma adição e "vezes menos" a uma operação de multiplicação seguida de uma subtração.

O prejuízo na compreensão das expressões "vezes mais" e "vezes menos" ocorre porque ao se trabalhar com o Campo Conceitual Aditivo, geralmente os termos "ganhar" e "perder" são associados, respectivamente, às operações de adição e subtração. Assim, essa combinação de palavras comum nas situações aditivas acaba se manifestando nas situações multiplicativas, demandando um trabalho cuidadoso do professor na promoção da ruptura entre os campos aditivo e multiplicativo.

Portanto, esse é um ponto crucial na análise dos dados empíricos. Diante da complexidade de se compreender um enunciado de modo a poder traduzi-lo na operação matemática adequada para a resolução de uma situação de comparação multiplicativa, como um investimento em processos comunicativos entre os alunos contribui para o enfrentamento dessa complexidade?

Prosseguindo, no próximo bloco, esse referencial teórico segue com as contribuições de pesquisadores que abordam a comunicação nas aulas de Matemática, sendo Alro e Skovsmose (2021) os teóricos centrais.

2.6 **Da Teoria dos Campos Conceituais à comunicação nas aulas de Matemática: diálogos e aprendizagem**

Alro e Skovsmose (2021, p.11) defendem que comunicação e aprendizagem estão conectadas. A hipótese é que “(...) as qualidades da comunicação na sala de aula influenciam as qualidades da aprendizagem de Matemática (...)”. Para eles, a comunicação é pensada no sentido do diálogo.

Antes de abordar o que se entende por comunicação nas aulas de Matemática e diálogos e aprendizagem, discorremos um pouco sobre a centralidade da resolução de situações-problema nas aulas de Matemática.

Para isso, recorremos a Ponte (2005) apud Serrazina e Ribeiro (2012) e Souza, Ohira e Pereira (2018), os quais diferenciam exercício de problemas matemáticos. Outrascontribuições para o entendimento do que são os problemas matemáticos advêm de Vergnaud (1988); Krulik (1998) apud Niterói (2022); e Smole (2014), para quem a resolução de problemas é a centralidade do ensino de Matemática. Nesse contexto teórico,essa pesquisa recorta do campo da Educação Matemática o assunto resolução de situações-problemas.

2.7 **Resolução de situações-problema e comunicação nas aulas de Matemática**

Nas aulas de Matemática, as propostas podem variar desde exercícios, passando por problemas, investigações e explorações. Resolução de situações-problema e investigações matemáticas são atividades voltadas para processos elaborados do pensamento, ou seja, processos matemáticos complexos que são atividades fortemente problemáticas.

Uma mesma tarefa pode ser um problema para um indivíduo e ser apenas um exercício para outro. Para ser um problema, depende da relação que o aluno estabelece com a tarefa. Problemas são atividades que desafiam as capacidades e os interesses dos alunos. “Problema é sempre relativo ao sujeito a quem se destina” (Ponte, 2005, p. 1369-1370).

Há uma distinção entre exercício de fixação e um problema Matemático. Para que alguém consiga resolver problema é necessário ter iniciativa, ser criativo e dominar estratégias. Exercício serve para o aluno poder praticar um algoritmo ou uma determinada estratégia matemática. "Um problema é a descrição de uma situação onde se procura algo desconhecido e que não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta a sua solução" (Souza, Ohira e Pereira, 2018, p. 379).

A produção de conhecimento matemático é praticamente pautada pela resolução de problemas. Logo ela é o foco principal no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. A "resolução de problemas é a própria razão do ensino de matemática" (NITERÓI, 2022, p. 474).

Para Smole (2014), a "resolução de problemas é atividade mais genuinamente matemática", isto é, solucionar problemas é a essência da construção do saber matemático. Uma pessoa nunca aprenderá a pensar matematicamente se não for capaz de resolver problemas, porque resolver problema é muito mais do que resolver problemas com as quatro operações.

Segundo a pesquisadora, problema é uma parte da Matemática que vai além de textos com enunciados. A nossa vida está repleta de problemas e tentar resolvê-los é algo que está posto na humanidade. Assim, antes mesmo que esteja na escola, a Matemática está no mundo. Ao resolver problemas, a criança desenvolve operações ligadas ao raciocínio lógico-matemático, tais como: levantar, testar, discutir e refutar hipóteses. A solução de problemas não se restringe a oferecer um problema para o aluno e ele resolver esse problema, pois nem todos os problemas têm solução e nem todos são solucionados numericamente.

Vergnaud (1988) chama atenção para uma ação docente um tanto quanto pueril, a qual ele classifica como "ilusão pedagógica". É algo ilusório, porque os professores acreditam que oferecer um bom ensino de Matemática significa garantir uma apresentação organizada, clara, rigorosa e embasada nas teorias formais. Nessa crença, isso é suficiente para que os estudantes aprendam. No entanto, isso se torna uma ilusão, porque é "por meio da resolução de situações que os conceitos se desenvolvem e se tornam significativos para os estudantes." (Santos, 2015, p. 98-99).

Assim, conduzimos nossa investigação a partir da concepção de resolução de situações-problema como uma situação de aprendizagem, em que o aluno se confronta com questões às quais não consegue responder de forma imediata, mas que o levam a refletir no como e no porquê, sempre em busca da solução.

É nesse contexto que investigamos a resolução de situações-problema, concebida como um dos principais fins do ensino de Matemática associada a práticas de comunicação na perspectiva do diálogo.

A situação em que se encontra a comunicação nas aulas de Matemática é abordada,nessa seção, a partir das contribuições de Smole e Diniz (2001); Ponte (2020); e Alro e Skovsmose (2021). Outros estudiosos vão se agregando ao longo dos subtópicos.

Para esses pesquisadores, a comunicação está diretamente relacionada a processos interativos que acontecem na sala de aula e é uma marca decisiva na promoção de aprendizagem dos alunos.

Smole e Diniz (2001, p. 97) afirmam ser central a comunicação na resolução de problemas matemáticos:

> Sem dúvida, bons problemas, situações próximas à realidade do aluno e temas motivadores favorecem a aprendizagem e o envolvimento do aluno, mas é através da utilização da comunicação que o aluno ganha voz na sala de aula, podendo trocar opiniões, argumentar em favor de suas ideias, refletir sobre o que pensa ao escrever ou representar suas descobertas e conclusões e sentir-se valorizado por possuir interlocutores e leitores para suas produções.

Tratada há bastante tempo por essas pesquisadoras brasileiras, a conjugação entre recursos da comunicação e resolução de problemas é algo ainda a ser mais explorado nas práticas docentes e um assunto a ser mais estudado por parte dos professores e estudiosos.É um dos aspectos que requer aprimoramento por parte dos educadores.

Para Ponte (2020, p. 818), as possibilidades de aprendizagem são determinadas pela comunicação na sala de aula. “(...) os fenômenos da comunicação marcam de modo fundamental o trabalho que se realiza em sala se aula, sendo hoje já muito significativo o conhecimento produzido sobre padrões e estilos de comunicação (...).”

A comunicação pode ser caraterizada por duas posturas antagônicas, ou ela é unívoca, tendo o domínio pelo professor, ou ela é dialógica ao se abrir para a contribuição dos alunos (Ponte, 2020).

Para Alro e Skovsmose (2021), geralmente a característica predominante na comunicação em sala de aula é baseada numa relação desigual entre professor e alunos. Nesse sentido, a estrutura de comunicação que prevalece entre professor e aluno e entre alunos é o jogo-de-perguntas, numa interação que é iniciada por um questionamento do professor, seguida pela resposta do estudante e encerrada por um retorno do professor. Os alunos apresentam certa faculdade de adivinhar o que o professor está querendo e uma maneira educada de apreender suas ideias, o que não significa que estejam aprendendo alguma coisa.

Alro e Skovsmose (2021) associam qualidade de diálogo em sala de aula com aprendizagem. Eles se apoiam em Freire, Rogers e nas contribuições da Educação Matemática crítica e propõem um modelo de cooperação investigativa que busca qualificar a comunicação na sala de aula. Os elementos dos estudos desses pesquisadores serão mais esmiuçados ao serem abordados os tipos de comunicação nos subtópicos maisà frente.

2.7.1 Conceituando comunicação

A etimologia da palavra comunicação aponta para a relevância do diálogo, o qual implica na troca interpessoal e no reconhecimento da contribuição do outro. Nesse trabalho, comunicação será abordada no sentido do diálogo.

A palavra comunicação vem do latim "*comunis*", que significa "comum". Assim, o significado dessa palavra é colocar-se "em comum" com outras pessoas, ideias e pensamentos (Ahumada, 2013, p. 40).

Segundo Freire (1977), por ser cultural e histórico e ter como características elementares a intersubjetividade e a intercomunicação, o mundo humano é um mundo de comunicação. É na comunicação que a participação com o outro na produção do conhecimento se dá. Assim, a produção do conhecimento requer comunicabilidade.

Em virtude da comunicação entre os sujeitos, destaca-se que a relação dialógica é mais uma das relações constitutivas do conhecimento, juntamente com as relações gnosiológica, lógica e histórica. "Todo ato de pensar exige um sujeito que pensa, um objeto pensado, que mediatiza o primeiro sujeito do segundo, e a comunicação entre ambos, que se dá através de signos linguísticos" (Freire, 1977, p. 44).

Martinho (2009); Serrazina e Ribeiro (2012); e Ponte (2020) concebem a comunicação como um processo social em que os participantes interagem, trocam informação e se influenciam mutuamente.

A partir da preocupação do papel mais ativo do aluno, é repensado o papel do professor. As interações resultantes das oportunidades para as crianças comunicarem entre si e com o professor e que acontecem na atividade de resolução de problemas matemáticos podem desenvolver nos alunos da Educação Básica a capacidade de se comunicar.

Nesse contexto, a informação, a interação e a negociação de significados são três aspectos que fazem parte da análise do processo comunicativo. A informação é o objeto da comunicação, a interação é a dinâmica em esse objeto é constituído e é a partir da negociação de significados que as influências mútuas ocorrem.

Para Serrazina e Ribeiro, (2012, p. 1368), "comunicação é um processo social onde os intervenientes interagem, trocando informações, influenciando-se reciprocamente na construção de significados."

Assim, consideramos padrões e estilos variados de comunicação, como é possível ver a seguir.

2.7.2 Tipos de comunicação

Na classificação dos tipos de comunicação, vemos aproximações entre Alro e Skovsmose (2002 e 2006)[8]; e Martinho (2009). Eles explicam as características de uma comunicação predominante nas aulas, cuja denominação é "sanduíche"[9].

As aulas de Matemática se configuram em um espaço de distintos padrões de interação entre o professor e os alunos.

Para Alro e Skovsmose (2021), existem variados tipos de comunicação, tais como: monólogo, diálogo, sanduíche, adivinhação e funil.

O padrão de comunicação sanduíche implica numa interação que é iniciada por um questionamento do professor, em seguida é recheada pela resposta do estudante e, por último, é finalizada com um retorno do professor.

Para Martinho (2009), quanto ao campo da interação, o que se tem visto é um padrão cíclico em que professor e aluno interagem de uma maneira em que o aluno é apenas um receptor passivo do conhecimento.

O padrão cíclico se reduz a uma sequência triádica, também conhecido como diálogo triádico ou padrão "sanduíche", e é composto por três momentos de interação: I de Iniciação; R de Resposta; e A ou S de Avaliação ou Seguimento. A expressão sanduíche se deve pela fala do aluno se interpor tradicionalmente entre duas falas do professor.

Por incrível que possa parecer, os professores acreditam que a melhor maneira de envolver seus alunos, embora com uma participação curta demais, é por meio dessa sequência

[8]Alro e Skovsmose (2002 e 2006) são respectivamente a versão dinamarquesa e a primeira edição em português. Nas referências, foi usada a edição correspondente a terceira edição no Brasil, datada de 2021. Portanto, Martinho (2009) usa em suas referências Alro e Skovsmose.
[9]Segundo Martinho (2009), sanduíche é a denominação dada por Stubbs (1987).

triádica. Trata-se de uma participação com baixa qualidade.

Apesar do esforço dos alunos em tentar conseguir uma visão geral do que está sucedendo nesse tipo de comunicação, o que é evidente é um empenho mais no processo de adivinhação do que no conteúdo que está em estudo. Para Alro e Skovsmose (2021, p.27):

> O professor conhece as respostas para as suas questões de antemão e espera que os alunos adivinhem o que ele tem em mente. Esse procedimento é repetido muitas vezes: uma resposta certa dá origem a novas questões formuladas pelo professor. A experiência dos alunos possivelmente se torna fragmentada, porque eles não conseguem formar uma imagem do propósito geral da atividade (...).

Os alunos têm certa habilidade para adivinhar o que o professor está esperando como resposta, mas não significa que estejam aprendendo alguma coisa. Parece uma maneira para que os alunos consigam participar das aulas.

Nessa prática de adivinhação de perguntas e respostas, em que as primeiras são geralmente do docente e as segundas, dos discentes, as perguntas se tornam cada vez mais diretas em busca de respostas cada vez mais explícitas, o que configura um afunilamento. Assim, no padrão funil, as perguntas se tornam mais diretas e as repostas mais próximas daquela esperada pelo professor, o qual, por sua vez, acaba afunilando as respostas dos estudantes.

A respeito das interações do tipo funil e focagem, Martinho (2009) destaca que funil é um padrão que parte de um erro até chegar a uma reposta correta e esperada, focagem é um padrão cuja centralidade se volta para um ponto crítico e difícil para compreender, para o qual o professor busca envolver diferentes alunos a fim de ajudarem no esclarecimento dos raciocínios.

Quanto ao diálogo como o principal tipo de comunicação e suas implicações no processo comunicativo, num subtópico a seguir, é abordado detalhadamente, mas antes, será abordado um padrão de comunicação caracterizado pelo monólogo do professor.

2.7.2.1 O monólogo do professor

Diante dos variados padrões de comunicação, é o professor quem define como vai propor as tarefas e conduzir os modos de trabalho na sala de aula. Ele pode escolher assumir exclusivamente o papel de autoridade matemática ou compartilhá-lo com os estudantes, estimulando a sua capacidade de raciocínio e argumentação.

Para Alro e Skovsmose (2021), os estudos acerca da comunicação versam sobre aulas de Matemática tradicionais[10] e são caracterizados por um contexto em que apontar e corrigir erros é o propósito do ensino dessa ciência.

Em suas pesquisas, os autores observaram aulas tradicionais em que havia uma atmosfera de amizade entre alunos e professores sem se restringirem aos pontos negativos e estereotipados das aulas tradicionais de Matemática ao se referirem a essa modalidade de ensino.

Nas aulas tradicionais, os padrões de comunicação apresentam um jeito próprio caracterizado pelo que os autores tratam de absolutismo burocrático[11].

O absolutismo burocrático é um padrão de comunicação marcado pelo monólogo do professor, que é basicamente o professor fala, o aluno escuta. Isso ocorre quando o professor uniformiza todos os tipos de erros que aparecem e busca corrigi-los com base em sua autoridade ou resguardado pelo livro de respostas sem abrir oportunidade para uma reflexão em torno do real motivo do engano.

O absolutismo na filosofia da Matemática foi transferido para o absolutismo pedagógico, o qual serve de fundamento para determinadas maneiras de interação na sala de aula e não é fácil de ser superado: "(...) Para que o absolutismo burocrático seja superado, não basta que o professor passe por uma mudança de atitude, uma vez que as raízes dessa perspectiva não estão na atitude, mas em toda a lógica escolar [Alro e Skovsmose, 2021, p. 29].

Por mais que um professor deseje, por vezes, não consegue mudar sua prática em virtude do engessamento desse absolutismo burocrático no ambiente escolar. Existem obstáculos que atravessam a situação paradoxal de um professor que ao mesmo tempo deseja formar alunos críticos, mas é impulsionado a seguir o livro-texto e treinar seus estudantes para algumas provas, sobretudo avaliações externas.

O que predomina no absolutismo burocrático é o paradigma do exercício[12]. Isso

---

[10]Na tendência pedagógica tradicional, da pedagogia liberal, para Luckesi (2011, p.73), "(...) os conteúdos,os procedimentos didáticos, a relação professor-aluno não têm nenhuma relação com o cotidiano do alunoe muito menos com as realidades sociais." Para Alro e Skovsmose (2021), Educação Matemática tradicionalé diferente em cada época e em cada país. Sendo difícil caracterizar "tradição" nessa área do conhecimento,os autores a concebem a partir da uma forma de organização do ensino de Matemática feita basicamente pela aula expositiva e resolução de exercícios.

[11]Para Alro e Skovsmose (2021), a expressão absolutismo se associa à concepção de verdade absoluta. O absolutismo da sala de aula se relaciona ao tratamento do erro como algo absoluto. Assim, todos os erros são tratados como absolutos e podem ser consertados pelo professor, cuja tarefa é identificá-los e eliminá-los.

[12]O paradigma do exercício diz respeito aos textos e exercícios matemáticos como elementos preestabelecidos por uma autoridade externa à sala de aula, por exemplo por autores de livros-textos. Eles são utilizados por quem

significa que os exercícios são baseados nos livros didáticos. A finalidade do exercício se restringe a sua resolução e explorá-lo com perguntas e curiosidades é uma atitude perturbadora, o que importa são as quantidades e as medidas. A regra predominante é *uma-e-somente-uma-resposta-está-correta*.

Para Alro e Skovsmose (2021, p. 49 e 50), "[...] esse paradigma tem grande influência na Educação Matemática no que diz respeito à organização das aulas, aos padrões de comunicação entre professor e alunos [...]."

O modo como o professor encara o erro do aluno também influencia a maneira como este se comunica com os estudantes. Nesse sentido, qual deve ser então a postura do professor diante dos erros? Ou melhor, como enfrentar a pergunta que dá título a esse trabalho: Professora, qual é a conta?

Com esse embasamento teórico, vemos o quanto os erros precisam ser discutidos e analisados. Eles podem ocorrer em diferentes etapas da resolução de problemas matemáticos, tais como: no processo, no resultado final, no algoritmo, na sequência de ações e na interpretação.

2.7.2.2 O diálogo com o aluno

É no contexto de diálogos em construção nas aulas de Matemática, que a pergunta que se coloca é: quais são as potencialidades de um investimento docente nos processos de comunicação numa perspectiva dialógica entre os estudantes durante a resolução de problemas matemáticos com estruturas multiplicativas?

Tendo como objeto de estudo o elo entre a comunicação e a resolução de problemas de estruturas multiplicativas como um caminho para o fortalecimento do processo de ensino-aprendizagem dos conceitos matemáticos relacionados a esse campo conceitual, é inevitável não adentrarmos ao tema do diálogo, abordando seu conceito e suas qualidades.

O diálogo pressupõe a participação dos alunos, suas relações interpessoais e suas potencialidades para um engajamento político.

Isso significa que não são apenas as metodologias de trabalho que influenciam o tipo de aprendizagem, mas também a forma de interação entre professor e alunos. Embora

vivencia a comunicação nas aulas, ou seja, pelos professores e pelos alunos sem que tenham sequer uma participação na elaboração desse material (Alro e Skovsmose, 2021).

aprender seja uma experiência pessoal, ela está inserida em contextos cheios de relações interpessoais (Alro e Skovsmose, 2021).

2.8 **Dialogar como um gesto essencial no ato educativo**

A noção de diálogo percorre correntes filosóficas, epistemológicas, antropológicas e teorias da comunicação distintas.

Alro e Skovsmose (2021) associam qualidade de diálogo com aprendizagem baseados na ênfase das relações interpessoais de Freire (1972) para quem o diálogo é o encontro entre pessoas e na psicologia humanística de Rogers, o qual não usa a noção de diálogo, mas trabalha com relações facilitadoras. Referindo-se a Freire, relacionam diálogo e emancipação, o que implica que dialogar é cooperar com o outro humilde e respeitosamente.
Segundo Alro e Skovsmose (2021, p. 15):

> (...) Tanto para Rogers como para Freire, o diálogo representa certas formas de interação fundamentais para os processos de aprendizagem, que, os termos de Freire, podem garantir a aprendizagem centrada em pessoas e a atitude responsável por parte dos alunos. Nesse sentido, eles concluem que as qualidades da comunicação podem se desdobrar em qualidades de aprendizagem (...).

Com essa citação, é possível entender que, a despeito de perspectivas históricas diferentes, há pontos em comum entre Freire e Rogers. A aprendizagem centrada em pessoas de Rogers se conecta com a abordagem dialógica com a educação bancária de Freire. Diálogo é algo que inclui as relações interpessoais.

A partir da perspectiva freiriana, entendemos que ação e reflexão são enriquecidas mutuamente pelo diálogo. É o diálogo que faz superar o ativismo (agir sem refletir) e o verbalismo (reflexão sem ação). Dialogar, portanto, é um modo de interação permeada de qualidades.

É na relação dialógica-comunicativa que ocorre a interlocução entre sujeitos. Para Freire (1977, p. 45), "comunicar é comunicar-se em torno do significado significante. O que caracteriza a comunicação enquanto este comunicar comunicando-se, é que ela é diálogo, assim como o diálogo é comunicativo."

O saber não é algo que se transfere, ou deposita no outro. "A educação é comunicação, é diálogo, na medida em que não é a transferência de saber, mas um encontro de sujeitos interlocutores que buscam a significação dos significados." (Freire, 1977, p. 46).

A comunicação no sentido do diálogo requer uma transformação da sala de aula em um espaço de interação, por meio de um esforço coletivo que envolve professores e estudantes na promoção de escuta e trocas de experiências.

Uma análise etimológica esclarece que a palavra diálogo "vem do grego *dia*, que significa 'através', e *logos*, que pode ser traduzido como 'significado' (Bohm, 1996)" [Alro e Skovsmose, 2021, p. 114].

Aplicando tal significado à pesquisa, diálogo tem o sentido de "significar através", ou seja, implica na facilitação da construção de novos significados através de pessoas envolvidas nessa co-construção.

Nesse processo dialógico, pessoas aprendem pensando juntas. Diálogo, como processo colaborativo de investigação e de construção de novos significados, é o oposto de discutir, cujo significado em latim é "triturar em pedaços".

"Diálogo é uma conversação com certas qualidades, e muito mais que isso, é uma conversação que visa à aprendizagem." Embora o termo diálogo tenha muitos significados comuns, sendo o mais usual dentre eles uma interlocução que ocorre entre duas partes, aliados ao conceito de diálogo agregam os conceitos de *empowerment*[13] e "emancipação" (Alro e Skovsmose, 2021).

Certas qualidades de comunicação expressas em termos de diálogo contribuem para certas qualidades de aprendizagem Matemática, como, por exemplo, a aprendizagem da Matemática crítica. As relações baseadas em diálogo proporcionam o desenvolvimento do pensamento crítico.

Embora no dia a dia o diálogo seja sinônimo de conversação e comunicação, ele é uma conversação de investigação. O diálogo pode ser caracterizado a partir de três aspectos: "i) realizar uma investigação; ii) correr riscos; e iii) promover a igualdade." (*ibid*, p. 116)

Assim, fica claro que diálogo é, portanto, uma conversa de investigação coletiva. Segundo Vygotsky (1978), de acordo com sua ideia de Zona de Desenvolvimento Proximal, "investigar atua no campo que está entre o-que-se-sabe e o-que-ainda-não-se-sabe" (Alro e Skovsmose, 2021).

O diálogo possibilita a defesa de variadas perspectivas, as quais são a sustentação do processo de comunicação. É impossível mudar de tipo de comunicação sem mudanças na situação educacional e sem mudanças de perspectiva.

Alro e Skovsmose (2021) se alinham com o construtivismo social e concebem a

[13] Embora os autores tenham mantido essa palavra na dificuldade de encontrarem outro termo, uma tradução literal para *empowerment* é "empoderamento' (GOUVEIA NETO e GOUVEIA, 2015, p. 160).

construção como produto coletivo, por isso, enfatizam a cooperação investigativa. Para os autores, dialogar é arriscado porque, além de ser imprevisível, pode mexer com sentimentos bons e ruins.

É a perspectiva que "determina aquilo que o participante escolhe ver, ouvir e entender numa conversação, e ela se manifesta através do uso da linguagem, naquilo sobre o que escolhemos falar e não falar e na forma como entendemos uns aos outros" (Alro e Skovsmose, 2021, p.28).

Numa aula de Matemática em que o diálogo é valorizado, o professor leva em consideração as perspectivas do aluno, as quais são consideradas instrumentos de aprendizagem.

Quando se avaliam as diferentes perspectivas tanto dos alunos quanto do professor, são levantadas algumas perguntas, tais como: "Eles enxergam o mesmo problema? Eles encaram o problema com base no mesmo ponto de vista? Eles tentam resolver da mesma forma?" (*ibid*, p. 68).

O envolvimento dos estudantes com a atividade requer o encontro e o compartilhamento de perspectivas. Essa ação de partilha é denominada de aproximação[14], a qual, além de indicar um aspecto fundamental da aprendizagem, pode indicar que alguma aprendizagem pode ser entendida como ação.

Uma aproximação é uma espécie de tentativa-e-erro para que os alunos possam compreender o sentido de uma tarefa solicitada em sala de aula. Nesse sentido, é importante, proporcionar um ambiente de aprendizagem em que os alunos queiram realizar aproximações.

A comunicação professor-aluno em termos de cooperação implica em qualidades para o processo de aprendizagem. A aprendizagem enquanto ação e não como uma atividade compulsória se volta para abordagens investigativas.

O Modelo de Cooperação Investigativa[15] (Modelo–CI) é "uma cooperação investigativa como uma forma particular de interação aluno-professor ao explorarem conjuntamente um cenário de investigação." (*ibid*, p. 50-51).

Sem a intenção de criar modelos de aulas perfeitas, o material elaborado por esses pesquisadores serve para estimular práticas de comunicação e fomentar a discussão do que se passa em sala de aula entre alunos, professores, colegas, pais e pesquisadores.

---

[14] O termo original é *zooming-in* (Alro e Skovsmose, 2021, p. 43).

[15] Trata-se de um "modelo geral para a cooperação investigativa no ensino e na aprendizagem dematemática" que "estimula práticas de comunicação investigativas." As expressões "cooperação investigativa e cenários para investigação" em inglês significam, respectivamente, *inquiry co-operation* e *landscapes of investigation* (Alro E Skovsmose, 2021, p. 73).

2.8.1 Atos dialógicos e Modelo de Cooperação Investigativa

Cooperação investigativa e cenários para investigação são expressões similares. Os cenários substituem o paradigma dos exercícios que é desenvolvido com base em três referências: Matemática pura, semirrealidades e mundo real.

Na cooperação investigativa, o que se propõe são cenários de investigação em substituição aos exercícios de situações artificiais situados em semirrealidades. Exercícios desse tipo dispensam informações externas não sendo relevantes para nada, cujo único objetivo é ser resolvido sem que se levantem perguntas. Na semirrealidade, o que importam são apenas as quantidades medidas, as quais, por sua vez, são exatas, e os dados da vida real ficam de fora. Mesmo que se incluam dados da realidade, por vezes, essas questões ainda correspondem ao paradigma do exercício.

Cenário para investigação é um ambiente capaz de dar suporte para um trabalho investigativo nas aulas de Matemática. É uma proposta que não deve ser imposta aos alunos, mas que requer um convite a ser feito pelo professor e aceito pela turma. São ambientes de ensino que proporcionam inclusão, investigação, cooperação e diálogo (Faustino, Santino e Lopes, 2019, p. 85).

Na cooperação investigativa são observados alguns elementos de comunicação presentes nessa prática emancipatória. O diálogo é caracterizado por oito atos dialógicos, tais como: estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar.

Esses elementos de comunicação são muito mais amplos do que o padrão visto numa aula de Matemática tradicional em que predomina o monólogo do professor. Os atos dialógicos não devem ser vistos como "unidades isoladas e bem delimitadas", pois não estão numa ordem linear. Eles podem se repetir e são compostos em diferentes combinações (Alro e Skovsmose, 2021, p. 99).

Cabe resumir brevemente cada um desses oito atos dialógicos, elementos cruciais no tipo de comunicação que preconiza o diálogo com os alunos. Segundo Alro e Skovsmose (2021, p. 99-100), "Estabelecer contato" é crucial numa atividade cooperativa. É por meio do contato que se "presta atenção ao outro e às suas contribuições, numa relação de respeito mútuo, responsabilidade e confiança." Esses são aspectos emocionais da cooperação investigativa e são essenciais no processo de ensino e aprendizagem. O contato é "uma atitude positiva de relacionamento entre os participantes durante a cooperação, que os torna abertos à investigação.”

“Perceber” é um” processo de examinar possibilidades e experimentar coisas,” ouseja, significa se abrir e se dispor para perceber novas perspectivas. Requer uma aproximação de um assunto, como por exemplo, um algoritmo, além de insistência antesque ele seja rejeitado. O professor que coopera é aquele que interfere para que os alunospercebam perspectivas e ele pode usar perguntas do tipo “o-que-acontece-se “que fazem com que o aluno assuma a condução do processo (Alro e Skovsmose, 2021).

Conforme salientam Alro e Skovsmose (2021, p. 103) “Reconhecer” tem a ver com o processo de reconhecimento das perspectivas ou de ideias matemáticas. Ao ser questionado com perguntas do tipo “o-que-acontece-se”, pode surgir uma “questão-por- quê”. Quanto à Matemática, o aluno pode reformular e alterar o cálculo de modo a reconhecer a natureza do problema.

“Posicionar-se”, num processo de investigação, implica em experimentar e apresentar as argumentações e significa “dizer o que se pensa e, ao mesmo tempo, estar receptivo à crítica de suas posições e pressupostos.” Trata-se de se posicionar a favor da“minha” ideia ou da “nossa ideia”, isto é, de ideias alternativas (*ibid*, p. 106).

Os autores também destacam que “Pensar alto” é uma ação que possibilita a expressão de pensamentos, ideias e sentimentos durante a investigação e a partilha das diferentes perspectivas. Nesse caminho, a aprendizagem acontece pela conversação que é uma “investigação verbalizada, é uma forma de tornar o pensamento público.” (Alroe Skovsmose, 2021). Para eles, “Reformular” é o mesmo que “parafrasear, que é dizeras mesmas coisas” a partir de uma escuta consciente. É um desdobramento do estabelecercontato, mas que ele seja mantido.

Por sua vez, “Desafiar” implica na ação de tentar levar as coisas para uma outra direção ou questionar conhecimentos e perspectivas já estabelecidos. Por último, “avaliar” é uma ação que pode ser feita por outras pessoas ou pelo próprio indivíduo e pode ter várias formas, tais como: “correção de erros, crítica negativa ou construtiva, conselho, apoio e elogio.” Avalia-se para se ter um apoio e um retorno construtivo (*ibid*,p. 110).

Para Alro e Skovsmose (2021), existem alguns obstáculos à cooperação investigativa. Um deles é o cronograma para o cumprimento do currículo escolar, o que ocasiona uma espécie de autocensura por parte do professor e que acaba interrompendoa prática voltada para a investigação e processos comunicativos, pois ouvir as perspectivas dos alunos é algo que toma tempo.

Outro empecilho é a autocensura do aluno, o qual costuma ter uma postura de aguardar a apresentação da proposta do professor, aguardando o seu comando, o que caracteriza um comportamento convencional em vez de ele mesmo ter uma participaçãomais ativa.

Há fatores internos e fatores externos que exercem uma influência em relação ao padrão de comunicação. Os fatores internos têm a ver com a forma de organização do ambiente e os fatores externos à sala de aula se relacionam à pressão exercida pelas avaliações externas. Para Faustino (2018), na medida em que provas previamente agendadas se aproximam, os professores que ousam romper com o ensino tradicional natentativa de apostar em práticas de investigação, acabam retomando o paradigma do exercício e abananando os modelos cooperativos.

2.8.2 Diálogo nas aulas de Matemática e escuta ativa

No bojo dos elementos comunicativos entre professor e alunos que perpassam osatos dialógicos, uma característica básica é a escuta ativa, a qual é uma prática em que sefazem perguntas e é dado apoio não verbal.

Nessa trajetória de comunicação, os sujeitos envolvidos mantêm contato e estabelecem uma atenção mútua, a partir da qual o professor pode ver qual é a perspectiva do aluno, verificando a sua compreensão acerca de determinado problema matemático. Por outro lado, o aluno também pode reconhecer a perspectiva do professor.

Quanto às variadas perspectivas, elas podem ser conhecidas por todos os envolvidos nessa prática quando ocorre o "pensar alto". O professor, então, identifica e reformula a perspectiva do aluno.

Milani (2012) oferece contribuições em torno do entendimento da escuta e do "pensar alto". Para ela, a partir da apresentação das ideias e diferentes perspectivas, tantoo professor quanto os alunos podem entender e rever o pensamento do outro.

Interessado pelo que o aluno tem a dizer sobre seus raciocínios, o professor leva o estudante a se sentir convidado a participar das trocas que o diálogo proporciona. "Ouvir os alunos é uma ferramenta poderosa para compreender o que eles dizem, mostram, sentem e fazem nas tarefas matemáticas" (Milani, 2012, p. 1-2).

E mais "o ato dialógico de pensar alto refere-se à verbalização de raciocínios paratornar pública uma perspectiva, e assim possibilitar que seja investigada" (Milani, 2012, p. 2).

É importante que o professor ouça o raciocínio dos alunos, elabore perguntas de modo a contribuir com sua aprendizagem e convide os alunos a falar sobre os conceitos.O interesse do professor pode ser manifestado pela ação de perguntar, o que é detalhadoa seguir.

2.8.3 Diálogo nas aulas de Matemática e a ação de perguntar

Em busca de uma escuta ativa, o professor costuma fazer perguntas para provocar o pensamento dos estudantes, ampliar sua participação nas aulas, identificar dificuldades de aprendizagem e descobrir o que se passa com eles.

Assim, não é novidade a existência de muitas perguntas, de diferentes tipos e objetivos. No entanto, "nem sempre as perguntas são feitas para encorajar alunos a pensarem matematicamente. As perguntas não são do mesmo tipo e não servem para um único fim" (Milani, 2012, p. 5).

Portanto, "dialogar não é perguntar a esmo – um perguntar por perguntar, um responder por responder, um contentar-se por tocar a periferia, apenas, do objeto de nossa curiosidade, ou um que fazer sem programa" (Freire, 2002 *apud* Faustino, 2016, p. 908-909).

Diante de uma variedade de possibilidades, abre-se uma oportunidade para refletirsobre perguntas que podem favorecer a aprendizagem nas aulas de Matemática.

Embora Alro e Skovsmose (2021) não estejam preocupados em categorizar as perguntas presentes no diálogo, mas sim em descrever o que são os atos dialógicos e como aparecem na interação entre professor e alunos e entre os alunos, eles mencionam com frequência a ação de perguntar.

No cenário de investigação, ao contrário da adivinhação, as perguntas são elaboradas pelo professor de modo que o aluno possa produzir uma resposta de acordo com suas perspectivas e não com a intenção de adivinhar o que está na mente do professor.

Um convite é melhor do que uma imposição. Uma ação que é solicitada por meio de um comando não é algo tão convidativo assim. As perguntas, embora não sejam o único meio para se estabelecer um diálogo, são melhores do que uma ordem. Conforme Milani (2012, p. 9), "quando são evocadas na fala do sujeito, por serem interrogativas, podem convidar os demais envolvidos a dar uma resposta, a colaborar com um raciocínio levantado."

Martinho e Ponte (2005a), Martinho (2009) e Serrazina e Ribeiro (2012) incluem em seus artigos três tipos de pergunta dentre muitas que podem ser efetuadas paracontribuir com a aprendizagem de Matemática. A despeito de qualquer classificação adotada, a existência de perguntas se relaciona à forma que o professor organiza sua aula.

Nos estudos sobre o processo comunicativo desses pesquisadores, aparecem três tipos de perguntas: perguntas de focalização, confirmação e inquirição. Cada uma dessas perguntas têm um objetivo específico.

Nas perguntas de focalização, o professor busca centrar a atenção do aluno num aspecto específico, ou seja, orienta o aluno a traçar um determinado raciocínio até completar a tarefa.

As perguntas de confirmação são uma maneira para testar/confirmar os conhecimentos do aluno. Esse tipo de questionamento leva o aluno a verificar as respostas autonomamente. Trata-se de perguntas que procuram testar conhecimentos sobre as quais o professor sabe exatamente que resposta quer. "São perguntas que induzem respostas imediatas e únicas, julgadas 'naturais' na rotina diária" (Martinho e Ponte, 2005, p. 4).

E as perguntas de inquirição são o tipo de pergunta verdadeira, através das quais o professor deseja conseguir verdadeiramente uma informação que venha do aluno. Esse tipo de questionamento revela para o professor o modo de pensar do aluno.

As perguntas devem surgir não somente dos professores, mas também devem fazer parte das falas e ações das crianças. "A existência de perguntas, por si só, não é suficiente. Se o professor é o único a colocar questões, e as respostas pretendidas são breves e precisas, estamos perante uma abordagem que não se diferencia da tradicional" (Martinho e Ponte, 2005a, p. 3).

A ação de perguntar pode ser um ato compartilhado tanto pelo professor quanto pelos alunos. À medida que interiorizam sentenças interrogativas em suas falas, os estudantes também podem ser agentes de perguntas para seus colegas e professor.

Serrazina e Ribeiro (2012), além de tratarem dos tipos de perguntas, abordam também três modos de comunicação: exposição, questionamento e discussão.

Na exposição e no questionamento, a comunicação é concretizada por apenas um participante. Já na discussão, todos os interlocutores participam.

Na exposição, geralmente o professor expõe uma ideia e todos podem fazer perguntas. No questionamento, geralmente o professor faz uma série de perguntas, com os seguintes objetivos: diagnosticar dificuldades de compreensão dos conceitos e processos matemáticos; ajudar a raciocinar, estimular a participação dos interlocutores e acompanhar o trabalho da aula.

Serrazina e Ribeiro (2012) destacam que o uso equilibrado dessas perguntas depende da visão do professor acerca do seu papel e do papel do aluno na interação.

2.8.4 Diálogo nas aulas de Matemática e seus modos de interação

Nas aulas tradicionais, o aluno está fadado a um grande isolamento, trabalhando sozinho, o que favorece o individualismo e a competição dos alunos. O inverso dessa perspectiva são as interações entre os alunos, as quais, quando são muito valorizadas e apoiadas no trabalho de grupo, geram uma verdadeira comunidade matemática na sala deaula.

Nessa perspectiva, a participação com o outro na produção do conhecimento se dá na comunicação, o que acontece nas interações, as quais são fundamentais nas aulas de Matemática. Nessa lógica, o "eu" se transforma em "nós", conforme Freire (1977, p. 45), "o sujeito pensante não pode pensar sozinho; não pode pensar sem a coparticipação de outros sujeitos no ato de pensar sobre o objeto. Não há um 'penso', mas um 'pensamos'. É o 'pensamos' que estabelece o 'penso' e não o contrário."

Nesse sentido, a comunicação nas aulas de Matemática no sentido do diálogo abarca todas as interações verbais (orais e escritas) e não verbais (gestos e sinais) que alunos e professor podem estabelecer.

As interações, empregadas no diálogo, evidenciam elementos da língua materna. Conforme Alro e Skovsmose (2021, p. 127-128), "Um diálogo é um processo de "inter- ação" e vemos os atos dialógicos como eventos especiais nesse processo. Tais atos são representados pela linguagem (verbal e não verbal) empregada no diálogo (...)".

Por outro lado, no ensino tradicional, a interação se limita na busca pela correção e eliminação dos erros, com isso, diferente das interações cotidianas fora da escola, as expressões "está certo" e "está errado" protagonizam as conversas. Os alunos são impedidos de dialogarem entre si e não são levados a pensarem criticamente o saber matemático (Faustino, 2018).

Um aspecto para se pensar sobre a falta de diálogo nas aulas de Matemática tem a ver com a busca por preencher o período de silêncio na interação entre professor e alunocomo um indicador de que o professor não consegue escutar ativamente o aluno.

Faustino (2018) e Borioli (2022)[16] problematizam a questão do silêncio nas aulas. Não

[16]Fala da professora Gloria Borioli na disciplina de Tópicos Especiais em formação: Cotidiano escolar,leitura e escrita (na universidade), em 18 de nov. 2022.

se trata de uma problematização que tenha a ver com aquele silêncio comum nas aulas de Matemática cuja predominância caracteriza a ausência de comunicação (Smole e Diniz, 2001, mas um tipo de silêncio que oportuniza a escuta do outro.

Para Faustino (2018), a respeito da interação nas aulas tradicionais de Matemática, um exemplo de como o professor promove a interação na sala de aula se relaciona ao tempo em que aguarda em silêncio uma resposta diante de questões levantadas. Há padrões de interação que dão abertura para o estudante compartilhar e esclarecer seus pensamentos, porém há outros que bloqueiam essas atitudes e práticas. Nesse contexto, entende-se o silêncio como condição da palavra.

Segundo Borioli (2022), o silêncio é o uso do não dizer. Por mais que se pense que o silêncio é algo que se opõe à palavra, é possível pensar em silêncio de outro modo, como sendo ele uma condição para que a palavra nasça. O silêncio seria, nesse sentido, um requisito para existir a palavra. É comum não deixarmos que exista o silêncio. Isso faz com que não haja escuta para que exista a palavra do outro. Portanto, o silêncio é uma preocupação didática, pedagógica, política e antropológica. Saber abraçar, dar oportunidade do outro ter a palavra. Deixar que aconteça a palavra do outro. Nesse contexto, o silêncio é o complemento da palavra.

No que diz respeito às interações, elas podem variar, pois não ocorrem sempre do mesmo modo. Serrazina e Ribeiro (2012); Milani (2012); e Faustino (2016 e 2018) tratam as interações como cruciais para a aprendizagem da Matemática. Essas pesquisadoras usam as categorias comunicação assimétrica e comunicação igualitária para caracterizar as interações.

Para Milani (2012); e Faustino (2016 e 2018), quando professor e alunos estão dialogando, o que ocorre é um tipo de relação interpessoal e até mesmo igualitária, em que professor e alunos, apesar de uma assimetria quanto aos saberes que possuem, têm igualmente direito à fala.

Nesse caminho, segundo Serrazina e Ribeiro (2012), as interações sociais fazem os participantes evoluírem e se ajustarem ao conhecimento caracterizado pelo currículo. Elas são fundamentais para a aprendizagem da Matemática, pois a interação professor- aluno, que é a interação vertical, e a interação aluno-aluno, que é a interação horizontal[17], influenciam a Matemática aprendida.

Para Faustino (2016), é uma relação horizontal entre professor e estudante e não uma relação assimétrica que dá origem ao diálogo na sala de aula. Tanto professor quantoestudantes

[17]Interação vertical e interação horizontal são termos designados por CÉSAR (1999) apud Serrazina eRibeiro (2012, p. 1371).

são sujeitos do conhecimento. É nas situações de igualdade que os alunos compartilham suas respostas e expõem argumentos válidos para justificá-las.

Ao superar uma descentralização do papel do professor e buscar uma prática horizontalizada, professores e estudantes podem participar do diálogo em situação de igualdade (Faustino, 2018).

Para Milani (2012), quando se considera o conhecimento que professor e alunos têm a respeito de um conteúdo matemático específico, uma relação assimétrica entre eles é estabelecida: o professor sabe mais que os alunos. O que importa, no entanto, quando professor e alunos estão dialogando é outro tipo de relação, uma relação interpessoal igualitária. Todos têm direito à fala, e as diferenças e a diversidade ao agir e pensar são respeitadas.

A promoção da igualdade considera que os interlocutores do diálogo possuem as ideias matemáticas, uma vez que elas não são privilégio de poucos. Apesar de diferentes em suas vivências, perspectivas e conhecimento, é possível o diálogo e a participação doprofessor e do estudante como iguais. Inspirado em Freire, o diálogo requer a superação de uma relação verticalizada entre professor e aluno.

Para Serrazina e Ribeiro (2012), há três modos de interação na sala de aula: comunicação egocêntrica, comunicação assimétrica ou dependente e comunicação simétrica ou igualitária.

A comunicação egocêntrica dá origem ao isolamento e pouca participação nas atividades. Nesse tipo de interação, há poucas interações verbais resultante de uma atitude individualista ou dificuldade de relacionamento. A comunicação assimétrica ou dependente acontece entre indivíduos com níveis de competência diferentes. E a comunicação simétrica ou igualitária ocorre na negociação recíproca.

Para Serrazina e Ribeiro (2012), cabe ao professor criar um ambiente de trabalhoativo, cheio de experiências diversificadas, apontando a resolução de problemas como uma ocasião especial de interação e diálogo de modo que todos possam interagir, trocar informações e se influenciar de maneira recíproca. Além disso, precisa saber ouvir, perguntar porquê, oferecer pistas e aproveitar o erro para elaborar perguntas.

Para essas pesquisadoras, o professor precisa estimular as interações entre todos os participantes da aula, levando-os a escolher a estratégia a seguir, conversar sobre o balanço do trabalho ou a avaliação de uma solução. Assim, além do envolvimento mais ativo dos alunos na aprendizagem, o que se espera é o desenvolvimento cooperativo das ideias e do pensamento matemático tanto do professor quanto do aluno.

Ao criar um ambiente de trabalho ativo, cheio de experiências diversificadas, adotando a resolução de problemas como oportunidade de interação e diálogo em que todos possam interagir, trocar informações e se influenciar mutuamente, é possível que todas as crianças gostem de Matemática e a tenham como um desafio.

3 PERCURSO METODOLÓGICO

Buscamos delinear o percurso metodológico dessa pesquisa, entendendo que organizar o caminho de um determinado trabalho investigativo é algo que pressupõe a identificação do seu status. "Qual o status da pesquisa que o(a) professor(a) realiza?" (Lima e Nacarato, 2009, p. 243).

O status de uma pesquisa pode variar de pesquisador para pesquisador, inclusive dois estudos de um mesmo grupo podem percorrer caminhos variados e gerar resultados diferentes. "A diferença de resultados indica não a falta de objetividade dos pesquisadores, mas que estavam observando coisas diferentes a partir de enfoques, teóricos e metodológicos, diferentes" (Goldenberg, 2004, p. 50).

Nesse presente estudo, encontram-se diferentes aportes teóricos de fontes diversas que dialogam com frequência em trabalhos acadêmicos na área de Educação Matemática, proporcionando perspectivas complementares. Essa multiplicidade de elementos amplia a compreensão da realidade investigada. "Uma mesma investigação pode contemplar procedimentos de vários paradigmas sem que, com isso, ela perca a qualidade ou torne- se eclética" (Fiorentini, 2009, p. 71).

A opção metodológica é um processo desafiador e trabalhoso e sua importância é equiparada ao resultado final. "A definição do objeto de pesquisa assim como a opção metodológica constituem um processo tão importante para a pesquisador quanto o texto que ele elabora ao final" (Duarte, 2002, p. 140).

Foi procurando definir o status desse trabalho, que organizamos as questões, os objetivos (geral e específicos); a escolha metodológica e o tipo de pesquisa (a caracterização da pesquisa e a escolha pela pesquisa-ação - o pesquisador implicado); a delimitação do universo investigado; as especificidades da pesquisa; os protocolos de questão por etapas; a produção de dados: seus instrumentos e procedimentos; e a análise de dados.

3.1 Questões e objetivos

Sem a pretensão de elaborar respostas ou soluções, mas de tecer problematizações e considerações em torno dos resultados de uma intervenção didática, levantamos algumas indagações para a realização dessa pesquisa. Dentre elas, duas questões se destacam:

i) O que acontece com as resoluções de problemas matemáticos dos estudantes quando estão sozinhos e quando estão organizados em pequenos grupos?

ii) Como evolui o desempenho dos estudantes a partir de processos dialógicos promovidos numa intervenção didática?

A partir dessas questões, buscamos evidências do papel do diálogo nas aulas de Matemática investigando o que ocorre quando, por meio de processos dialógicos entre os estudantes (Alro e Skovsmose, 2021), as resoluções (Vergnaud, 1988) são compartilhados entre eles. Nossa intenção foi avaliar a participação dos alunos durante a solução das situações e a partilha das soluções, buscando entender como a interação entre eles influencia o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Nesse contexto, definimos o objetivo geral e os objetivos específicos conforme explicitados a seguir.

i) Objetivo Geral:

Investigar o que acontece com as resoluções de problemas matemáticos dos estudantes do campo conceitual multiplicativo após processos dialógicos promovidos por intervenções didáticas da professora-pesquisadora.

ii) Objetivos Específicos

1- Avaliar as resoluções realizadas pelos estudantes ao resolverem situações-problema de comparação multiplicativa em três momentos distintos e sequenciais da produção de dados: (i) num pré-teste inicial (modo individual); (ii) numa intervenção didática (modo coletivo); e num pós-teste ao final (modo individual).

2- Analisar os diálogos dos alunos, incluindo os elementos que o perpassam, tais como: as falas, os gestos, os registros com escritas, sentenças matemáticas e representações pictóricas.

3- Por meio da comparação entre as resoluções elaboradas em três momentos distintos e da análise dos diálogos das crianças, elucidar as contribuições das trocas no desempenho desses estudantes, atentando para possíveis evidências de uma modificação dessas resoluções.

3.2 **Escolha metodológica e tipo de pesquisa**

Essa pesquisa é de abordagem qualitativa e de cunho intervencionista em que dois papéis são assumidos concomitantemente: o de professora regente do grupo investigado e o de pesquisadora. Ela encontra apoio na ideia de que o pesquisador, um sujeito autônomo, é, ao mesmo tempo, autor de sua prática e de seu discurso (Barbier, 2002 *apud* Tanajura e Bezerra 2015).

Os métodos qualitativos em educação no Brasil são relevantes por contribuírem significativamente na ampliação dos conhecimentos na área da educação, sobretudo para os conhecimentos voltados à docência. Esses métodos adentram em questões do cotidiano escolar além de explorarem situações diversas. “Eles propiciam uma maior aproximação entre pesquisadores e participantes do estudo, e a uma maior penetração nas micro realidades sociais e educacionais” (Gatti, 2021, p. 51).

Assim, essa investigação busca congregar a observação, a participação, a intervenção e a reflexão. Enquanto pesquisadora, introduzida no *locus* de pesquisa, nossa condição é de uma estudiosa que, além de observar e intervir na realidade estudada, a transforma e se transforma ao mesmo tempo.

Esse estudo tem sua centralidade na realização de uma intervenção didática e corrobora a ideia de que organizar e promover intervenções pedagógicas de modo a repensar as condições de aprendizagem conceitual é uma das propostas da Teoria dos Campos Conceituais, à medida em que ela oferece elementos consistentes para a análise dos conhecimentos dos estudantes e é uma ferramenta para o professor elaborar situações para aquisição e expansão de conceitos dos campos conceituais.

3.2.1 Caracterização da pesquisa

Esse estudo se inspira na pesquisa-ação. Essa modalidade de pesquisa consiste em investigar uma ação planejada associada à resolução de um problema coletivo. Sua dinâmica é diferente das pesquisas tradicionais, pois nela os participantes estão envolvidos de modo cooperativo ou colaborativo. Esse tipo de pesquisa proporciona uma intervenção no sistema pesquisado de modo que o pesquisador participante da ação intervenha nos percursos dessa ação.

Essa pesquisa não se originou na busca do equacionamento de um determinado problema levantado pelos sujeitos investigados, mas por iniciativa nossa enquanto pesquisadora e professora da escola básica imersa num contexto caracterizado por pouca habilidade dos estudantes na resolução de situações-problema de maneira autônoma.

No presente trabalho, o que se caracteriza é um tipo de pesquisa-ação em que nós promovemos uma intervenção intencionada e planejada para a produção e análise de dados. No entanto, ela não ocorre de modo solitário, pois conta com a colaboração de um outro sujeito, uma professora universitária que é a orientadora do estudo.

Nesse contexto, nos cabe uma indagação: o que significa a distância entre sujeito e objeto? Haveria uma certa dificuldade em se romper com a perspectiva positivista como se fosse possível manter a neutralidade do pesquisador? Como lidar com o desafio do distanciamento onisciente da pessoa que realiza a pesquisa?

Não há como o pesquisador não se implicar na pesquisa-ação. Para Barbier (2002) apud Tanajura e Bezerra (2015, p. 17), o pesquisador "percebe como está implicado pela estrutura social na qual ele está inserido e pelo jogo de desejos e de interesses de outros. Ele também implica os outros por meio do seu olhar e de sua ação singular no mundo."

Nesse trabalho, existe um relacionamento amistoso entre nós (professora-pesquisadora) e os alunos, em que estes, além de nos conhecerem, confiam em nós, o que é um fator positivo para o envolvimento dos sujeitos nessa investigação[18].

Uma relação amistosa entre professor e alunos, os quais, além de conhecerem o professor confiam nele, é um ponto salientado por Alro e Skovsmose (2021). Portanto, desenvolvemos uma pesquisa implicada numa relação de confiança, consolidando um vínculo afetivo pré-existente entre nós, professora-pesquisadora, autora desse trabalho, e as crianças investigadas. Nós nos aproximamos afetivamente dos alunos e seguimos com um relacionamento baseado na segurança e na confiança, sentimentos caros entre pesquisador e participantes da pesquisa.

[18]Alro e Skovsmose (2021) identificaram em suas pesquisas várias condições favoráveis acontecendo pelo fato de haver amistosidade entre eles e os estudantes investigados.

3.2.2 A escolha pela pesquisa-ação - o pesquisador implicado

Esse trabalho encontra inspiração na modalidade pesquisa-ação, pois esse tipo de pesquisa é uma forma aberta e dialética de se fazer uma investigação além de ser um modo de pesquisar que se volta para um problema cotidiano de sujeitos de um determinado grupo cuja realidade é observada e afetada durante a investigação.

Pimenta, Garrido e Moura (2001); Fiorentini (2004); e Tanajura e Bezerra (2015) são unânimes ao abordarem a pesquisa-ação como uma metodologia de pesquisa cujo objetivo é aperfeiçoar a práxis de determinados grupos sociais e cujos membros participam ativamente e transformam suas ações. No arcabouço de suas referências se encontram as contribuições de Barbier e Thiollent.

A despeito de possuírem óticas diferentes, Barbier (2002) e Thiollent (2009) acreditam no uso da metodologia da pesquisa-ação para problemas numa visão microssocial, sendo ela específica para indivíduos ou pequenos grupos. Embora para o primeiro, a pesquisa-ação tenha a visão existencialista e, para o segundo, ela tenha um viés político-social, os conceitos por eles postulados versam sobre o sujeito como alguémparticipativo, autônomo e inserido no grupo a que pertence com quem se estabelece a partilha do processo e do resultado da investigação (Tanajura e Bezerra, 2015).

Outra aproximação entre Pimenta, Garrido e Moura (2001), Fiorentini (2004); Lima e Nacarato 2009; e Tanajura e Bezerra (2015) é o fato de relacionarem a pesquisa- ação à participação coletiva e utilizarem expressões, tais como: colaboração, cooperação ou grupos colaborativos, evidenciando o envolvimento do pesquisador e dos pesquisados, os quais se encontram implicados consciente e autonomamente no processo investigativo de produção e socialização de conhecimento.

O termo pesquisa-ação se refere “a uma modalidade de pesquisa de intervenção na prática sendo muitas vezes entendida como sinônimo de pesquisa coletiva ou cooperativa acerca de um problema” (Fiorentini, 2004, p. 69). Nessa cooperação, influenciam-se mutuamente pesquisadores e demais participantes, se justapõem investigação e intervenção e se entrecruzam a prática investigativa, a prática reflexiva ea prática educativa.

Pimenta, Garrido e Moura (2001) e Ponte (2008) se preocupam em como estabelecer a distância entre o objeto de estudo e o pesquisador tendo a própria prática como objeto de conhecimento. O pesquisador tem uma relação bem particular com seu objeto de estudo o que requer um distanciamento de modo a entender sistemática e criteriosamente a investigação que se realiza do próprio trabalho. A distância entre o pesquisador e o respectivo objeto é um problema que precisa ser enfrentado e um saber aser construído. Conforme destacam Pimenta, Garrido e Moura (2001, p. 4), “Investigar, saber transformar uma dificuldade prática numa questão de pesquisa, tomar distanciamento em relação à ação para estudá-la, sistematizar e escrever” é “um aprendizado e uma conquista”.

Para criar distância, o pesquisador “tem três recursos ao seu alcance: (i) recorrer à teoria, (ii) tirar partido da sua vivência num grupo e (iii) tirar partido do debate no exterior do grupo” (Ponte, 2008, p.174).

Com isso, verificamos que, para nós pesquisadores são necessários registro, documentação, publicação do trabalho e reflexão sobre sua conduta durante o processo de investigação, aspectos seguidos cuidadosamente nesse presente trabalho. No entanto,julgamos necessário ampliar o olhar para a pauta do distanciamento na pesquisa da própria prática.

Ainda sobre essa questão, Ponte (2008) considera ser necessário substituir a distância pela relação distância-proximidade. Evita-se o distanciamento quando o investigador se aproxima dos participantes centrado na construção de sentido. “Esta aproximação manifesta-se no plano físico (o terreno) e no simbólico (a linguagem), evitando o distanciamento que resultaria do emprego de formas simbólicas estranhas ao seu meio” (Ponte, 2008, p. 173).

3.3 **Delimitação do universo investigado**

Esse trabalho se voltou para os vinte estudantes entre dez e doze anos de idade da turma GR5D (quinto ano) da escola E.M. Prof.ª Maria Ângela Moreira Pinto.

Trata-se de uma unidade da Rede Municipal de Niterói/RJ, localizada no bairro de São Francisco, em que estudam crianças das classes populares, predominantemente habitantes das comunidades do Preventório, Cavalão, Grota e Igrejinha, além de outras localidades.

É nessa escola onde atuamos como professora dos anos iniciais desde o ano de 2004. A designação para a regência da mesma turma no biênio 2022 (GR4D) e 2023 (GR5D) nos proporcionou a atuação pedagógica nas turmas de quarto e quinto anos de escolaridade consecutivamente.

3.3.1 Participantes da pesquisa: a opção pelo quinto ano

A unidade escolar adotada para a realização da pesquisa empírica atende alunos do primeiro ao quinto ano do primeiro segmento do Ensino Fundamental. Dentre as vinte turmas dessa escola, decidimos investigar uma turma de quinto ano pelo fato de que, nos primeiros anos de escolarização, o ensino de conceitos multiplicativos se restringe às situações simples e prototípicas.

Assim, “O ensino das operações de multiplicação e divisão ocorre, basicamente, já no final do 3º ano do Ensino Fundamental, momento que normalmente se explora bastante as continuidades entre o raciocínio aditivo e multiplicativo (...)” (Magina *et al*., 2011, p. 1).

É no segundo ciclo, ou seja, em turmas de quarto e quinto ano, que efetivamente ocorre uma abordagem mais cuidadosa dos problemas multiplicativos, o que corrobora a nossa escolha em produzir dados numa turma de segundo ciclo.

Nesse sentido, optamos investigar a turma GR5D por ser esse o ano de escolaridade em que, na função de professora, exercemos a docência concomitanteme ao período em que desenvolvemos essa pesquisa.

3.2.2 Contextualização da turma GR5D e o período pandêmico

A turma do quinto é composta predominantemente por estudantes que cursaram o segundo e o terceiro anos respectivamente nos anos de 2020 e 2021 e cuja trajetória escolar foi atravessada pelo isolamento social provocado pela pandemia do Coronavírus 2019. Em 2022, no quarto ano, regressaram aos poucos para as aulas presenciais e, em2023, estiveram cursando presencialmente o quinto e último ano nessa unidade escolar.

Portanto, de acordo com essa realidade, nos anos de 2020 e 2021 de oferta de ensino remoto pela qual passou a Fundação Municipal de Educação de Niterói, a maioria dessas crianças, sem recursos tecnológicos e sem conexão, sequer acessou a plataforma Niterói em Rede nesse período. Essa situação gerou muitas alterações curriculares. Assim, a sistematização de atividades do Campo Conceitual Multiplicativo acabou não ocorrendo como planejada.

No entanto, corroboramos os estudos de Santos (2015), a respeito da ideia de que as situações do Campo Multiplicativo podem ser entendidas pelos estudantes mesmo quando a operação de multiplicação não é ensinada formalmente na escola, uma vez que as crianças podem empregar estratégias para a resolução das situações que não estejam articuladas ao formalismo das operações.

Não há hierarquia entre os campos conceituais nem atribuição de um caráter didaticamente linear em que um conceito precisa ser ensinado após o outro, pois os campos se interligam e não há pré-requisitos para que sejam aprendidos (Santos, 2015).

3.3.3 Definindo o grupo focal

Nossa pesquisa envolveu todos os alunos da turma que consentiram em participar. Todos foram estimulados a se engajarem nos diálogos em construção, sendo respeitada a escolha de participarem ou não oralmente.

A respeito da diversidade de envolvimento oral das crianças, Alro e Skovsmose (2021, p. 71) afirmam:

> (...) Estudantes que se expressam com interesse e desenvoltura podem ser favorecidos em detrimento de outros, por exemplo, aqueles que são mais empenhados, mas ficam calados, e terminam por desenvolver seu interesse em Matemática em isolamento.

Não houve a intenção de favorecer um aluno em detrimento de outros, pois a intervenção didática procurou oportunizar aprendizagens para o coletivo dessa turma. Essa investigação envolveu todo o grupo do quinto ano e todos puderam participar voluntariamente de todas as etapas.

No entanto, foi necessária adotarmos um grupo focal, o qual funcionou como uma espécie "prioridade/concentração" para o nosso olhar. Esse foco pôde viabilizar um mergulho qualitativo na análise dos diálogos entre os estudantes e seus processos comunicativos. Esse procedimento foi importante para a realização do cruzamento dos dados nas três etapas. A triangulação dos dados de todo o material produzido precisou se restringir a essa seleção, porque seria praticamente impossível lidar com um volume maior de dados se tivéssemos que analisar cada resposta de toda a turma.

A escolha por um grupo focal foi pertinente, pois viabilizou um mergulho qualitativo. Esse tipo de investigação proporcionou melhor "compreensão do significado e uma descrição densa dos fenômenos estudados em seus contextos", não sendo a expressividade numérica o seu foco (Goldenberg, 2004, p. 50).

Levando em consideração a assiduidade das crianças, os critérios de desempenho no pré-teste e as habilidades comunicativas, buscamos garantir uma heterogeneidade na composição desse grupo e reunimos quatro estudantes com quantidades de acertos no pré-teste que variaram entre zero a cinco.

Nessas circunstâncias, escolhemos dois meninos, um com um e o outro com cinco acertos no pré-teste, e duas meninas, as quais zeraram o teste inicial. Eles foram identificados nesse trabalho por meio das iniciais de seus nomes: J.P; L; M; e P.G.

Conforme o Termo de Assentimento assinado pelas crianças, foi consensuado o uso de nomes fictícios. Então, decidimos utilizar siglas com as letras dos nomes verdadeiros para nos referirmos aos quatro colaboradores. Essa decisão foi uma escolha por ocasião da transcrição dos vídeos, pois gerararam mais agilidade ao escrever os diálogos, o que foi agradável no processo de organização dos dados e na escrita da análise. Trata-se, portanto, de siglas elaboradas por nós e não de siglas da ABNT.

A seguir, compartilhamos uma descrição breve de cada um deles, seguindo a ordem alfabética dos respectivos nomes.

J.P. é um menino de 10 anos, um aluno que, nas interlocuções da sala de aula, por vezes, levanta o dedo e compartilha suas ideias. Ele é um leitor competente, lê e entende o que lê com desenvoltura. Sua escrita é ortográfica. Ele regularmente é voluntário para expor na lousa seus procedimentos de cálculo enfrentando certa timidez que costuma expressar. Ele é desenvolto na resolução de problemas matemáticos. Em vez de usar algoritmos, costuma empregar outros esquemas matemáticos, incluindo a decomposição numérica e linguagem pictórica.

L. é uma menina de 11 anos[19], uma aluna que apresenta uma boa leitura oral, compreende o que lê e já escreve ortograficamente. Ao adentrar nessa escola pela primeira vez, L. expressou bastante euforia e satisfação por estar em um ambiente escolar. A recíproca do grupo foi proporcional, uma vez que os alunos se encantaram pela sua simpatia. Seu primeiro ano numa unidade escolar foi em 2022, quando se matriculou nessa escola para cursar o quarto ano, período em que frequentou num horário reduzido, por limitações de

[19] Fez 12 anos em 21/06/2023.

acessibilidade[20]. Em 2023, foi possível estender o horário escolar de L., pois a família conseguiu, junto à Fundação Municipal de Educação, um transporte para conduzir a criança no trajeto casa-escola.

Nesse contexto, é possível que a pouca escolaridade de L. seja a causa de seu baixo desempenho nos testes de resolução de problemas matemáticos do Campo Multiplicativo. Antes da aplicação dessa pesquisa, a aluna ainda não lançava mão de estratégias de multiplicação e divisão, participando da rotina diária de autocorreção com empenho para rever seus equívocos e ampliar seus repertórios.

M. é uma menina de 10 anos, uma aluna alegre, assídua e bastante participativa. Sua leitura ainda não é desenvolta e sua escrita ainda apresenta algumas características, tais como: trocas de grafemas, supressão de sílabas e palavras. M é bastante interessada nas atividades escolares, porém apresenta um comportamento dispersivo e requer um tempo mais prolongado para concluir suas tarefas. Ela costuma conversar muito durante as aulas. Por vezes, ela parece constrangida nas intervenções pedagógicas que recebe individualmente na mesa da professora, o que pode ser uma certa vergonha diante dos colegas gerada pela consciência de um processo de aquisição da leitura e escrita que ainda não se consolidou. A dispersão e o constrangimento diante do "não saber como proceder" foram características observadas nas posturas que M. apresentou durante as videogravações do grupo focal.

Com relação à escrita e leitura numérica, M. demora a decodificar alguns números maiores que 1000. Ela tem avançado um pouco sobretudo a partir de práticas de decomposição numérica e exercícios com o Material Dourado. Ela ainda enfrenta limitações ao resolver problemas matemáticos que esbarram na dificuldade leitora, na utilização de dados dos enunciados e na elaboração de cálculos.

P.G. é um menino de 10 anos, um aluno bastante comunicativo, muito interessado e empenhado nas atividades escolares. Ele sempre levanta a mão, pois tem alguma pergunta a fazer. O aluno ainda não é um leitor competente, pois sua leitura é pausada e ele esbarra em algumas dificuldades na decodificação de frases, o que o atrapalha na compreensão das propostas dos enunciados e o faz solicitar bastante ajuda. P.G. apresenta algumas trocas de grafema e suprime sílabas ao produzir frases e pequenos textos, além de segmentar palavras.

A despeito da evidente barreira alfabética de P.G. observada na nossa avaliação diagnóstica e formativa bem como comprovada nas videogravações, evidencia-se um

[20] L. é cadeirante, portanto, uma aluna com condições educacionais específicas. Ela atravessa dificuldades de acessibilidade por conta da falta de infraestrutura do município onde se localiza a unidade escolar em que a pesquisa foi realizada.

processo gradativo de desenvolvimento de conceitos do campo multiplicativo nos registros, nas posturas e nas falas dessa criança. P.G. assumiu a liderança do grupo focal na maioria dos seis encontros durante a etapa da intervenção. Durante as plenárias, sua participação foi intensa também.

O mergulho no desempenho dos quatro alunos do grupo focal permitiu uma comparação de cada um deles consigo mesmos nas três diferentes etapas. Essa análise ampliou as problematizações realizadas a partir dos números que apareceram nos dados quantitativos. A culminância dessa análise se deu com os extratos da transcrição dos diálogos estabelecidos nas intervenções audiogravadas.

3.4 **A escolha pelo eixo de comparação multiplicativa**

Embora seja necessário oferecer ao aluno o acesso a uma gama variada de situações dos campos conceituais, não é possível que o ensino do professor abarque a amplitude do campo conceitual "(...) obviamente não podemos lhes apresentar tudo. É inútil tentar cobrir tudo à exaustão (...)" [Vergnaud, 2003, p. 54].

Segundo Magina, *et al* (2014), para que o professor possa expandir o Campo Conceitual, é necessário explorar as relações quaternárias e as relações ternárias bem como trabalhar com uma variedade de situações-problema de modo a explorar não somente a continuidade entre os raciocínios aditivo e multiplicativo, mas sobretudo incluir a ruptura entre eles.

Desse modo, entendendo que não há hierarquia no Campo Conceitual Multiplicativo (um eixo não precede o outro), nosso recorte se voltou exclusivamente para as situações de relações ternárias em torno do eixo de comparação multiplicativa.

As soluções adotadas pelos alunos foram sondadas em sintonia com a avaliação dos diálogos ocorridos durante a resolução das variadas situações. Essa conexão temática entre os diálogos e o desempenho dos estudantes por si só foi suficientemente ampla para desencadear uma variedade de dados analisados.

3.5 **Produção de dados: instrumentos, procedimentos e etapas**

A produção de dados aconteceu no período entre os meses de abril a junho de 2023 e consistiu em: (i) registros das resoluções dos educandos produzidos em três momentos distintos: em um pré-teste, numa intervenção didática e em um pós-teste; e (ii) transcrição dos diálogos videogravados durante as intervenções.

No bojo da pesquisa empírica, ocorreram diferentes modos de trabalho, tais como: (i) aplicação de dois testes por escrito e de modo individual; e (ii) momentos de trabalho em pequenos grupos seguidos de uma plenária ao final.

O Quadro 5 apresenta um panorama de todas as etapas da nossa pesquisa.

Quadro 5 - Etapas desenvolvidas na produção de dados

Etapas desenvolvidas na produção de dados				
Datas	**Etapas**	**Presentes**	**Ausentes**	**Abstenções**
11/04/2023	Pré-teste	23	0	3
09/05/2023	Intervenção didática	20	3	3
16/05/2023		21	2	3
23/05/2023		22	1	3
01/06/2023		18	5	3
06/06/2023		19	4	3
13/06/2023		18	5	3
19/06/2023	Pós-teste	20	3	3

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Conforme o Quadro 5, no que diz respeito aos dados quantitativos relacionados, temos os seguintes números: (i) no dia 11 de abril de 2023, vinte e três alunos realizaram o pré-teste e três se abstiveram de participar; e (ii) no dia 19 de junho de 2023, vinte alunos realizaram o pós-teste, porque além da abstenção, três crianças faltaram nesse dia.

Nesse contexto, para a realização da tabulação dos dados quantitativos, consideramos o total de vinte crianças, porque foram esses alunos que participaram das etapas do pré-teste e do pós-teste.

De vinte ao todo, selecionamos quatro crianças supracitadas para compor o grupo focal do começo ao fim da etapa da intervenção e proceder à triangulação de dados das resoluções adotadas e dos diálogos dos estudantes.

3.5.1 Protocolo de questões

Elaboramos um protocolo com um repertório de seis questões para cada uma das três etapas da pesquisa. Foram contempladas diversificadas situações de comparação multiplicativa voltadas para o contexto dos alunos, sendo inseridas as duas classes desse eixo, tanto a relação desconhecida quanto o referente ou referido desconhecido. As questões foram condizentes com a capacidade cognitiva dos estudantes no que diz respeito à magnitude das quantidades envolvidas nas situações.

Corroboramos as ideias de Gitirina, *et al* (2014) ao classificarem os problemas elaborados de acordo com a complexidade de cada um deles. No que diz respeito às situações-problema aplicadas, organizamos as questões seguindo a classificação feita por essas pesquisadoras, o que é apresentado no Quadro 6.

Quadro 6 - Classificação de questões por blocos

Classificação de questão por blocos				
Eixo Comparação Multiplicativa (CM)	**BLOCO A**	**BLOCO B**	**BLOCO C**	
Classificação Gitirana *et al* (2014)	CM com referido desconhecido – vezes maior	CM com referente desconhecido – vezes maior	CM com relação desconhecida– vezes maior	CM com relação desconhecida – vezes menor
Protocolo da pesquisa	Questões 1 e 2	Questões 3 e 4	Questão 5	Questão 6
Operação matemática requerida	Multiplicação	Divisão	Divisão	

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Conforme o Quadro 6, as situações de comparação multiplicativa (CM) pertencentes às duas classes da relação ternária foram contempladas em três grandes blocos: (i) Bloco A: CM com o referido desconhecido – vezes maior (questões 1 e 2); (ii) Bloco B: CM com o referente desconhecido – vezes maior (questões 3 e 4); e (iii) Bloco C: CM com a relação desconhecida – vezes maior (questão 5) e CM com a relação desconhecida – vezes menor (questão 6).

Os problemas do Bloco A são da categoria com o referido desconhecido – vezes maior (Questões 1 e 2). Ao resolvê-los, o estudante basta multiplicar o referente pela relação de modo a descobrir o referido. São, portanto, um problema protótipo da multiplicação para os quais os estudantes costumam apresentar um bom desempenho. As dificuldades variam nas demais classificações.

Quanto ao Bloco B, quando o referente é desconhecido – vezes maior (Questões 3 e 4), "a relação em foco é uma e a que se terá que utilizar é a relação inversa (que implica uma operação inversa) para se descobrir o valor de referente" (Gitirana *et. al*., 2014, p. 49). Essa situação exige do estudante a realização de uma divisão, pois é um problema inverso ao proposto no Bloco A. Com essa inversão, o estudante se confunde e utiliza a operação de multiplicação, resultando numa resposta errada.

No que diz respeito ao Bloco C, nos problemas com a relação desconhecida – vezes maior (Questão 5) e com a relação desconhecida – vezes menor (questão 6), os valores do referido e do referente são conhecidos, mas não é sabida a razão de comparação (ou a relação). É necessário saber "quantas vezes o referente cabe no referido, dado que a razão é multiplicativa. Assim, o que se procura é descobrir qual é o divisor. Como se trata, novamente, de uma inversão, opera-se uma divisão" (Gitirana *et. al*., 2014, p. 51).

3.6 **Protocolo de questões por etapas**

Na apresentação de cada etapa da pesquisa, explicitamos as questões que compuseram cada bloco[21].

3.6.1 Primeira etapa: Pré-Teste

A primeira etapa foi a aplicação de um pré-teste realizado no modo individual, em 11 de abril de 2023, com seis situações-problema de comparação multiplicativa. Foi o momento da sondagem das resoluções adotadas quando as crianças estiveram resolvendo as situações individualmente e em silêncio. Elas tiveram liberdade para utilizar diferentes recursos (representações pictóricas, linguagem simbólica da Matemática e linguagem natural).

[21] Vide apêndices A e B

Quadro 7 - Protocolo de questões aplicadas no Pré-teste

<table>
<tr><th colspan="4">Questões aplicadas no Pré-teste</th></tr>
<tr><th colspan="2">Questões</th><th colspan="2">Bloco de Questões</th></tr>
<tr><td>Q1</td><td>Davi tem uma coleção com 12 carrinhos. Daniel tem o triplo de carrinhos de Davi. Quantos carrinhos Daniel tem em sua coleção?</td><td rowspan="2">Bloco A</td><td rowspan="2">CM com referido desconhecido – vezes maior</td></tr>
<tr><td>Q2</td><td>Pedro tem 14 figurinhas. Luan tem o dobro da quantidade de figurinhas de Pedro. José tem o triplo da quantidade de figurinhas de Luan. Quantas figurinhas tem Luan? E quantas tem José?</td></tr>
<tr><td>Q3</td><td>Um livro custa 3 vezes mais do que um estojo pequeno. Se o livro custa R$36,00. Quanto custa o estojo pequeno?</td><td rowspan="2">Bloco B</td><td rowspan="2">CM com referente desconhecido – vezes maior</td></tr>
<tr><td>Q4</td><td>Yasmim e Laila resolveram comparar o dinheiro que tinham. Elas viram que a quantia de Yasmim era o triplo da quantia de Laila. Sabendo que Yasmim tinha 27 reais, quantos reais Laila tinha?</td></tr>
<tr><td>Q5</td><td>Uma pessoa doou alguns brinquedos para as crianças mais carentes de uma comunidade. Foram doados 6 bonecas, 12 bolas e 24 carrinhos.
a) A quantidade de carrinhos doados é quantas vezes mais a quantidade de bolas doadas?
b) A quantidade de carrinhos doados é quantas vezes mais a quantidade de bonecas doadas?</td><td rowspan="2">Bloco C</td><td>CM com relação desconhecida– vezes maior</td></tr>
<tr><td>Q6</td><td>Na loja de brinquedos, um carrinho custa R$24,00 e uma bola R$8,00. O preço da bola é quantas vezes menos o preço do carrinho?</td><td>CM com relação desconhecida – vezes menor</td></tr>
</table>

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Conforme o Quadro 7, o qual apresenta as questões aplicadas no pré-teste, podemos verificar a classificação por blocos[22].

Quanto ao Bloco A, temos as questões 1 e 2. Na primeira, a quantidade de carrinhos de Daniel é comparada à quantidade de Davi. Davi, o referente, tem 12 carrinhos. Ele é a referência da quantidade de Daniel, o qual é referido e o valor não é sabido. A relação entre esses valores é conhecida, Daniel tem o triplo de carrinhos de Davi, portanto, três vezes mais que Davi.

Na segunda, a quantidade de figurinhas de Luan é comparada a Pedro e a de José é comparada a de Luan. Pedro, o referente, tem 14 figurinhas. Ele é a referência da quantidade de Luan, a qual é referida e cujo valor não sabemos. A relação entre esses valores é conhecida, pois Luan tem o dobro de figurinhas de Pedro, portanto, duas vezes mais que Pedro. E José em o triplo de Luan, portanto, três vezes mais que Luan.

A segunda questão apresentou um requinte maior por ter sido uma situação que envolveu o dobro de figurinhas de uma pessoa e o triplo de outra. Foi um problema que

[22] Vide apêndice F

conjugou duas perguntas num só enunciado, estando uma solução conectada a outra.

Por ocasião da análise dos dados, essa questão mereceu uma atenção especial porque as respostas apresentaram algumas variações. A resolução apresentada pelos estudantes demandou que os erros cometidos nessa pergunta fossem contextualizados e problematizados levando em consideração o tratamento das informações dadas no enunciado.

Quanto ao Bloco B, temos as questões 3 e 4. Na terceira, o livro, é o referido e custa 36 reais. Ele é comparado ao estojo, que é o referente e cujo valor não é sabido. Na quarta, o dinheiro de Yasmin é o referido e era 27 reais. Esse valor é o triplo de Laila, o qual é o referente desconhecido. Em ambos casos, a relação implica numa operação inversa para se descobrir o valor do referente, o que exige do estudante a realização de uma divisão: (i) 36÷3 e (ii) 27÷3.

Quanto ao Bloco C, temos as questões 5 e 6. Na quinta situação, a quantidade de 24 carrinhos doados (referido) é comparada à quantidade de 12 bolas doadas (referente). O desconhecido é o valor dessa relação comparativa. O referido é maior que o referente, com uma relação que implica numa multiplicação. Na letra b, a situação se repete na comparação entre a doação de 24 carrinhos e 6 bonecas.

Na questão 6, a bola custa 8 reais e o carrinho custa 24 reais. É necessário saber sobre quantas vezes menos o preço da bola é comparado ao preço do carrinho.

Em ambos casos, o raciocínio se volta para a a pergunta a respeito de quantas vezes o referente cabe no referido, o que leva a uma divisão para se descobrir qual é o divisor.

3.6.2 Segunda etapa: Intervenção didática

A segunda etapa consistiu na realização de uma intervenção didática em 6 (seis) encontros ocorridos entre os meses de maio e junho. Essa foi a fase intermediária entre o teste inicial e o teste final.

O Quadro 8 apresenta as questões aplicadas na intervenção[23].

[23] Vide apêndices H, I, J, K, L e M.

Quadro 8 - Questões aplicadas na intervenção didática

Questões aplicadas na intervenção didática			Bloco de Questões	
Q1	09/05/2023	Brayan possui R$ 15,00. A quantia que Rodrigo possui é o triplo da quantia de Brayan. Quantos reais possui Rodrigo?	Bloco A	CM com <u>referido</u> desconhecido – vezes maior
Q2	16/05/2023	Seu Antônio e Seu José são pescadores. Na pesca de hoje, Seu Antônio pescou apenas 8 peixes grandes. Seu José teve mais sorte e pescou o dobro de peixes de Seu Antônio. Quantos peixes Seu José pescou hoje?		
Q3	23/05/2023	No turno da manhã, faltaram três vezes mais crianças do que no turno da tarde. Sabendo que faltaram 21 crianças de manhã, quantos crianças faltaram à tarde?	Bloco B	CM com <u>referente</u> desconhecido – vezes maior
Q4	01/06/2023	O turno da tarde tem, ao todo, 75 crianças estudando no 5º ano. Sabendo que esse total de estudantes é o triplo de estudantes do 5º ano da manhã, quantas crianças, nessa escola, estudam no 5º da manhã?		
Q5	06/06/2023	Um pai e seus dois filhos decidiram comparar a idade deles. NOME e PARENTESCO — IDADE Estevão - Pai — 36 anos Artur – Filho mais velho — 12 anos João – Filho mais novo — 6 anos a) A idade de Estevão é quantas vezes mais a idade de seu filho Artur? b) A idade de Estevão é quantas vezes mais a idade de filho João?	Bloco C	CM com <u>relação</u> desconhecida– vezes maior
Q6	13/06/2023	A mesma linguiça estava custando R$8,00 no Guanabara e R$24,00 no Assaí. a) Em qual desses dois mercados a linguiça estava custando menos? ____________ b) Quantas vezes menos? _____		CM com <u>relação</u> desconhecida – vezes menor

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Conforme o Quadro 8, podemos verificar a classificação por blocos das situções trabalhadas durante as intervenções. Quanto ao Bloco A, temos as questões 1 e 2. Na primeira, a quantidade de carrinhos de Rodrigo é o triplo, e é relativa a de Brayan, que é o referente e tem 15 carrinhos. Ele é a referência da quantidade de Rodrigo, o qual é referido e o valor não é sabido. A relação entre esses valores é conhecida, Rodrigo tem o triplo de carrinhos de Brayan, portanto, três vezes mais que Rodrigo.

Na segunda questão, o item comparado foi a quantidade de peixes pescados. A relação entre esses valores é conhecida, pois Seu Antônio, o referente, pescou 8 peixes e Seu José, o referido pescou o dobro dessa quantidade. Quanto ao Bloco B, temos as questões 3 e 4. Na terceira, a quantidade ausências no turno da manhã é o referido, faltando 21 crianças. Esse valor é comparado ao número de crianças que faltaram à tarde, ou seja, o referente, o qual não é sabido.

No Bloco C, temos as questões 5 e 6. Na quinta situação, a idade do pai (referido) é 36 anos e é comparada à idade de 12 anos do filho (referente). O desconhecido é o valor dessa relação comparativa. O referido é maior que o referente, com uma relação que implica numa multiplicação. Na letra b, a situação se repete na comparação entre o pai e o filho menor de 6 anos.

Na questão 6, a linguiça no Assaí é 24 reais e a linguiça no Guanabara custa 8 reais. É necessário saber onde a linguiça custa menos e quantas vezes. Em ambos casos, o raciocínio se volta para a a pergunta a respeito de quantas vezes o referente cabe no referido, o que leva a uma divisão para se descobrir qual é o divisor.

3.6.2.1 A dinâmica das intervenções

A cada dia de intervenção foi contemplado um item das seis questões similares ao pré-teste. O Quadro 9 apresenta um panorama da nossa organização nessa etapa.

Quadro 9 - Dinâmica das intervenções

Dinâmica das intervenções				
Datas		**Turma dividida em pequenos grupos (PG)**		**Turma toda - plenária**
		1º Momento: Fase 1	**1º Momento: Fase 2**	**2º Momento**
Q1	09/05	Registro coletivo da questão 1	Não houve	Registro individual
Q2	16/05	Registro coletivo da questão 2	Não houve	
Q3	23/05	Registro coletivo da questão 3	Folha Dicas para a questão 3	
Q4	01/06	Registro coletivo da questão 4	Folha Dicas para a questão 4	
Q5	06/06	Registro coletivo da questão 5	Folha Dicas para a questão 5	
Q6	13/06	Registro coletivo da questão 6	Folha Dicas para a questão 6	

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Conforme o Quadro 9, nossa dinâmica de intervenção didática se deu em dois momentos diferentes: o primeiro o período de resolução de problemas em pequenos grupos e o segundo, ao final, uma plenária para a partilha voluntária das soluções e vivências. Assim, cada situação foi resolvida incialmente em agrupamentos menores e posteriormente discutida com toda a turma.

Nos dois primeiros encontros, durante a aplicação das questões 1 e 2, o primeiro momento só teve uma fase, cuja execução se deu numa única folha. Nela havia o enunciado impresso com a situação-problema pronta para a leitura e o registro coletivo.

Nos últimos quatro encontros, durante a aplicação das questões 3 a 6, no primeiro momento, foram promovidas duas fases.

Na primeira, o grupo recebia uma folha com o enunciado impresso com a situação-problema pronta para a leitura e registro coletivo. Assim que terminava esse processo, o grupo passava para a segunda fase, em que recebia outra folha, denominada Dicas.

Nessa folha, abaixo da situação-problema, havia perguntas listadas para servirem de inspiração na interação dos alunos entre si. Foi uma estratégia utilizada para levantar questões que favorecessem o raciocínio das crianças.

Após as duas fases, os pequenos grupos eram desfeitos e se procedia ao momento coletivo com a socialização das diferentes resoluções com toda a turma reunida em fileiras com o suporte da lousa branca. Cada estudante foi orientado a anotar os registros ora numa folha ora no próprio caderno.

Nesse contexto, fortalecendo a ação de perguntar, as questões presentes por escrito na folha Dicas foram repetidas oralmente nas plenárias, ocasião em que as resoluções adotadas eram partilhadas e registradas na lousa pela professora.

3.6.2.2 Organização dos grupos na intervenção

Inicialmente pensamos em dividir a turma em grupos de quatro e/ou cinco alunos. Porém, distribuímos as crianças em quantidades mais reduzidas e de maneira diversificada ora em duplas ora em trios e até com quatro ou cinco alunos.

O Quadro 10 apresenta um panorama com os seis encontros realizados e a organização dos grupos de alunos.

Quadro 10 - Formação de grupos na intervenção

Formação de grupos na intervenção								
Encontros			**Crianças**		**Grupos formados**			
Datas		**Dias da semana**	**Presentes**	**Ausentes**	**Duplas**	**Trios**	**4 alunos**	**5 alunos**
1ª	09/05/2023	Terça-feira	20	3	0	2	1	2
2ª	16/05/2023		21	2	0	3	3	0
3ª	23/05/2023		22	1	0	2	4	0

4ª	01/06/2023	Quinta-feira	18	5	1	4	1	0
5ª	06/06/2023	Terça-feira	19	4	2	1	3	0
6ª	13/06/2023		18	5	4	2	1	0

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Conforme o Quadro 10, as intervenções foram feitas uma vez por semana, predominantemente às terças-feiras, em virtude da frequência dos estudantes ser melhor nesse dia.

Dos vinte e seis estudantes, três se abstiveram de participar. Eventualmente um aluno ou outro faltou, o que mudou a formação dos pequenos grupos nesses encontros. O único agrupamento que permaneceu sem alteração do início ao fim foi o grupo focal. Reiteramos que nosso quantitativo para análise foi concentrado em vinte crianças da turma.

O modo de agrupamento encontrou apoio não somente em Vergnaud (2003) e Alro e Skovsmose (2021) bem como em alguns pesquisadores, tais como: Ponte e Serrazina (2000); Ribeiro (2005); Martinho e Ponte (2005); e Ponte (2020).

Para a intervenção didática, criamos um ambiente de aprendizagem que viabilizou as interações dialógicas de modo que os estudantes se envolvessem em situações decomparação multiplicativa.

Corroborando a concepção de Alro e Skovsmose (2021), de que uma intervenção didática na perspectiva dialógica ocorre num processo de "inter-ação" em que os atos dialógicos são representados pela linguagem (verbal e não verbal) empregada no diálogo, as interações verbais e não verbais foram franqueadas aos alunos nessa etapa da pesquisa empírica.

Nessa dinâmica, agimos como facilitadores, percorrendo a sala numa itinerância entre as equipes de trabalho, ouvindo as falas das crianças, observando seus gestos e reações, fazendo perguntas e interagindo com os grupos.

Os diálogos entre os alunos ocorreram entre os estudantes ao mesmo tempo, mas,para a viabilização da captura e transcrição das videogravações, o grupo focal foi filmado em todos os encontros da intervenção.

No momento da plenária, prosseguimos com a filmagem com a câmera posicioanda para a professora na lousa. A transcrição dos vídeos nesses dois momentos diferentes foram utilizadas análise dos dados.

3.6.3 Terceira etapa: pós-teste

Por último, em 19 de junho, tivemos a aplicação do pós-teste com seis questões semelhantes aos do pré-teste. Assim como no pré-teste, foi o momento da sondagem das resoluções adotadas em que as crianças estiveram resolvendo as situações individualmente e em silêncio.

O Quadro 11 apresenta as questões aplicadas no pós-teste[24].

Quadro 11 - Protocolo de questões aplicadas no Pós-teste

<table>
<tr><th colspan="4">Questões aplicadas no Pós-teste</th></tr>
<tr><th colspan="2">Questões</th><th colspan="2">Bloco de Questões</th></tr>
<tr><td>Q1</td><td>Rafael tem uma coleção com 22 carrinhos. Ezequiel tem o triplo de carrinhos de Rafael. Quantos carrinhos Ezequiel tem em sua coleção?</td><td rowspan="2">Bloco A</td><td rowspan="2">CM com <u>referido</u> desconhecido – vezes maior</td></tr>
<tr><td>Q2</td><td>João Pedro tem 16 figurinhas. Thalles tem o dobro da quantidade de figurinhas de João Pedro. Rodrigo tem o triplo da quantidade de figurinhas de Thalles. Quantas figurinhas tem Thalles? E quantas tem Rodrigo?</td></tr>
<tr><td>Q3</td><td>Uma mochila custa 3 vezes mais do que um estojo de lápis. Se a mochila custa R$24,00. Quanto custa o estojo?</td><td rowspan="2">Bloco B</td><td rowspan="2">CM com <u>referente</u> desconhecido – vezes maior</td></tr>
<tr><td>Q4</td><td>Letícia e Vitória resolveram comparar o dinheiro que tinham. Elas viram que a quantia de Letícia era o triplo da quantia de Vitória. Sabendo que Letícia tinha 18 reais, quantos reais Vitória tinha?</td></tr>
<tr><td>Q5</td><td>Nesse inverno, uma pessoa doou algumas roupas para as crianças de um orfanato. Foram doados 6 blusas, 12 calças e 24 casacos.
a) A quantidade de casacos doados é quantas vezes mais a quantidade de calças doadas?
a) A quantidade de casacos doados é quantas vezes mais a quantidade de blusas doadas?</td><td rowspan="2">Bloco C</td><td>CM com <u>relação</u> desconhecida– vezes maior</td></tr>
<tr><td>Q6</td><td>Na loja de brinquedos, um Jogo de Xadrez custa R$27,00 e um Jogo de Dominó R$9,00. O preço do dominó é quantas vezes menos o preço do xadrez?</td><td>CM com <u>relação</u> desconhecida – vezes menor</td></tr>
</table>

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Conforme o Quadro 11, podemos verificar a classificação por blocos de cada uma das questões do pós-teste.

Quanto ao Bloco A, temos as questões 1 e 2. Na primeira, a quantidade de carrinhos

[24] Vide apêndice G.

de Ezequiel é comparada à quantidade de Rafael. Rafael, o referente, tem 22 carrinhos. Ele é a referência da quantidade de Ezequiel, o qual é referido e o valor não é sabido. A relação entre esses valores é conhecida, Ezequiel tem o triplo de carrinhos de Rafael, portanto, três vezes mais.

Na segunda, a quantidade de figurinhas de Thalles é comparada a João Pedro e a de Rodrigo é comparada a de Thalles. João Pedro, o referente, tem 16 figurinhas. Ele é a referência da quantidade de Thalles, a qual é referida e cujo valor não sabemos. A relação entre esses valores é conhecida, pois Thalles tem o dobro de figurinhas de João Pedro, portanto, duas vezes mais que Pedro. E Rodrigo tem o triplo de Thalles, portanto, três vezes mais.

A segunda questão apresentou um requinte maior por ter sido uma situação que envolveu o dobro de figurinhas de uma pessoa e o triplo de outra. Foi um problema que conjugou duas perguntas num só enunciado, estando uma solução conectada a outra.

Por ocasião da análise dos dados, no pré-teste, essa questão mereceu uma atenção especial porque os resultados apresentaram algumas variações. Essa nuance foi conversada com o grupo e, no pós-teste, houve poucas variações, pois as crianças se atentaram mais ao tratamento das informações dadas no enunciado.

Quanto ao Bloco B, temos as questões 3 e 4. Na terceira, a mochila, é o referido e custa 24 reais, três vezes mais que o outro objeto. Ela é comparada ao estojo, que é o referente e cujo valor não é sabido. Na quarta, o dinheiro de Letícia é o referido e é 18 reais. Esse valor é o triplo de Vitória, o qual é o referente desconhecido. Em ambos casos, a relação implica numa operação inversa para se descobrir o valor do referente, o que exige do estudante a realização de uma divisão: (i) 24÷3 e (ii) 18÷3.

Quanto ao Bloco C, temos as questões 5 e 6. Na quinta situação, a quantidade de 24 casacos doados (referido) é comparada à quantidade de 12 calças doadas (referente). O desconhecido é o valor dessa relação comparativa. O referido é maior que o referente, com uma relação que implica numa multiplicação. Na letra b, a situação se repete na comparação entre a doação de 24 cascos e 6 blusas.

Na questão 6, o dominó custa 9 reais e o xadrez custa 27 reais. É necessário saber sobre quantas vezes menos o preço do dominó é comparado ao preço do xadrez. Em ambos casos, é necessária uma divisão para se descobrir qual é o divisor.

3.7 **Análise de dados**

A análise de dados dessa pesaquisa foi realizada pela problematização dos dados obtidos empiricamente a partir do aporte teórico. "O professor pode produzir conhecimento a partir da prática, desde que na investigação reflita intencionalmente sobre ela, problematizando os resultados obtidos com o suporte da teoria" (Pimenta, 2000 *apud* Santos, 2015, p. 286).

Com base no aporte teórico, fizemos a triangulação de dados das resoluções e dos diálogos dos estudantes. Os procedimentos de cálculo registrados por si próprios são insuficientes e escondem etapas de raciocínio. As falas e os gestos das crianças complementam o registro das soluções. É por isso que nos voltamos para a comunicação numa investigação que abarca recursos da língua materna e representações simbólicas, tais como: a oralidade, a escrita e as representações pictóricas etc.

3.7.1 Análise dos testes

Nas etapas de pré-teste e pós-teste, com a intenção de sondar o raciocínio dos estudantes, utilizamos a classificação em tipos de representação e níveis de raciocínio empregados por Magina *et al*. (2014).

Nesse sentido, o Quadro 12 reúne as classificações dessa análise.

Quadro 12 - Tipos de representação e classificação do raciocínio

<table>
<tr><th colspan="5">Representação e classificação do raciocínio</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Tipos de Representações</th><th colspan="4">Níveis de Raciocínio</th></tr>
<tr><th>Nível 1</th><th>Nível 2</th><th>Nível 3</th><th>Nível 4</th></tr>
<tr><td>Pictórica</td><td rowspan="2">Incompreensível</td><td rowspan="2">Pensamento Aditivo</td><td rowspan="2">Transição (do Pensamento Aditivo para o Multiplicativo)</td><td rowspan="2">Pensamento Multiplicativo</td></tr>
<tr><td>Numérica</td></tr>
</table>

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Conforme o Quadro 12, adotamos uma classificação que nos proporcionou a sondagem de erros e acertos, sucesso efracasso, o que vai ao encontro dessa investigação.

Diante das respostas dos alunos, o que importou para esse trabalho, não foi apontar erros nem tão somente elogiar acertos, mas estudá-los e descobrir a razão de ambos aparecem nos testes e nas intervenções.

Nosso foco foi sondar tanto os erros quanto os acertos das crianças e verificar como os diálogos promovidos puderam potencializar o sucesso desses alunos.

3.7.2 Análise dos diálogos

O Quadro 13 apresenta extratos dos subtópicos da segunda parte do nosso referencial teórico que serviram de guia para a realização da análise dos dados coletados na segunda etapa da nossa pesquisa.

Quadro 13 - Características, a ação de perguntar e elementos de comunicação

Características, a ação de perguntar e elementos de comunicação		
	Monólogo	**Diálogo**
Características	Paradigma dos exercícios: trabalho individual	Cooperação investigativa: trabalho cooperativo
	Exercícios dos livros didáticos com livro resposta	Participação dos alunos e relações interpessoais: interações
	Matemática pura e semirrealidades	Mundo real
	Apontar, uniformizar e corrigir erros	Avaliar as diferentes perspectivas
A ação de perguntar	As perguntas não encorajam os alunos a pensarem matematicamente	Há perguntas de tipos e finsdiferentes
	Adivinhação: perguntas feitas para o aluno adivinhar o que está na mente do professor	Elaboração de respostas de acordocom as diferentes perspectivas dosalunos
	Somente o professor faz perguntas	Perguntas fazem parte das falas eações das crianças
Elementos de comunicação	Comunicação sanduíche	Oito atos dialógicos: estabelecercontato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar.

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

De acordo com o Quadro 13, na etapa da intervenção, avaliamos os elementos, as características e a ação de perguntar tendo como parâmetro os diferentes tipos de comunicação abordados por Alro e Skvosmose (2021). Esses extratos nos inspiraram a avaliar como ocorreu a participação dos alunos nos encontros e a entender como a interação promovida influenciou no processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

3.8 **Inventário de pesquisa**

O Quadro 14 apresenta um resumo de todo o material produzido na pesquisa empírica.

Quadro 14 - Inventário da pesquisa

Inventário da pesquisa						
Produção de dados	Testes Arquivados	Folhas arquivadas		Vídeogravações[25]		Transcrições
		Folha 1	Folha Dicas	Grupo focal	Plenária	
Pré-Teste 09/05/2023	20	-	-	-	-	-
1ª Intervenção 16/05/2023	-	5	0	8:11	-	3 páginas
2ª Intervenção 23/05/2023	-	6	0	8:54	6:28	8 páginas
3ª Intervenção 01/06/2023	-	6	6	14:50	10:43	14 páginas
4ª Intervenção 06/06/2023	-	6	6	21:21	6:30	13 páginas
5ª Intervenção 13/06/2023	-	6	6	22:24	19:00	13 páginas
6ª Intervenção 09/05/2023	-	7	7	40:29	22:57	15 páginas
Pós-teste 16/05/2023	20	-	-	-		-

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Conforme o Quadro 14, podemos visualizar o inventário do nosso trabalho. Visualizamos como foram a organização e o arquivo de todo o nosso material produzido na pesquisa de campo.

Temos o total de três horas, dois minutos e dezoito segundos de vídeos gravados e assitidos para a transcrição do total de quarenta e sete laudas. Nosso arquivo digital e físico de papéis recolhidos com os registros dos alunos totaliza cento e uma folhas.

[25] Tempo em minutos e segundos

4 **ANÁLISE DE DADOS**

Nossa análise foi dividida pelos blocos de questões que foram apresentados no percurso metodológico, tais como: Bloco A (Questões 1 e 2), Bloco B (Questões 3 e 4) e Bloco C (Questões 5 e 6)[26].

Assim, para cada um desses blocos, realizamos a triangulação dos dados, abarcando as produções do pré-teste em comparação ao pós-teste e, agregando, em seguida, as contribuições da intervenção didática nesse comparativo.

Para os dados produzidos nos testes, nosso olhar se concentrou nas produções do grupo focal. Quanto à etapa da intervenção, selecionamos trechos com diálogos tanto do grupo focal quanto de outras crianças da turma que tiveram uma participação ativa no momento das plenárias.

Primeiramente, apresentamos nossa classificação do desempenho do grupo focal bem como o rendimento individual de cada um de seus integrantes no pré-teste e no pós-teste. Trata-se de uma abordagem quantitativa e panorâmica do desempenho das crianças focalizadas.

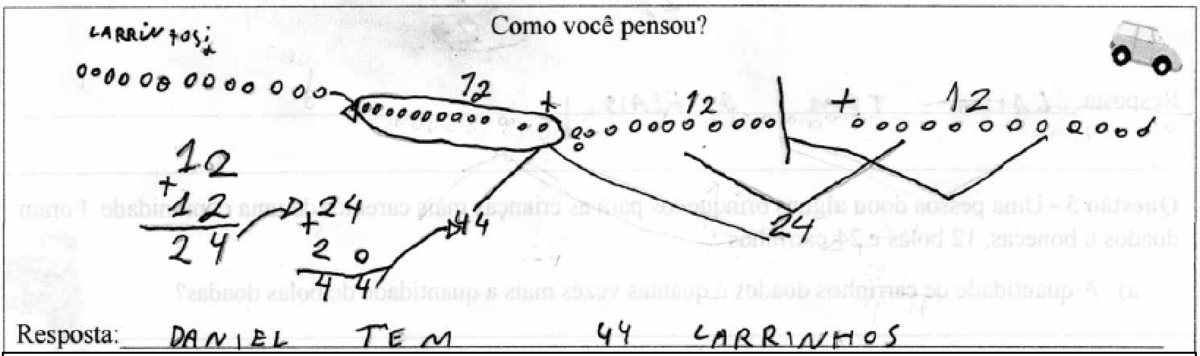
Em seguida, para uma abordagem qualitativa, buscamos analisar alguns acertos e erros das quatro crianças, tendo como referência a classificação em tipos de representação e níveis de raciocínio empregados por Magina *et al*. (2014), conforme explicado nos nossos referenciais.

Na nossa pesquisa, quanto aos dois tipos de representação pictórica e numérica, observamos o predomínio da representação numérica. Assim corroboramos a contribuição desses pesquisadores de que a representação pictórica, demarcada pelos desenhos, é mais empregada por estudantes que estão no primeiro, segundo e terceiros anos, quase não aparecendo nas crianças da turma de quinto ano investigada, exceto no pré-teste de uma criança como podemos identificar na imagem da Figura 2. Durante um encontro da intervenção, ocorreu algo parecido, o que será abordado na análise do grupo focal[27].

---

[26] A tabela com a classificação de questões por bloco consta no nosso protocolo de questões, no capítulo do percurso metodológico.
[27] Vide Figura 11, p. 125.

Figura 2 - Resolução da Questão 1 do pré-teste com representação pictórica



Questão 1 - Davi tem uma coleção com 12 carrinhos. Daniel tem o triplo de carrinhos. Quantos carrinhos Daniel tem em sua coleção?

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Conforme a Figura 2, podemos observar a presença de desenhos na solução dessa criança. Essa resolução revela uma estratégia adotada que se aproxima do pensamento multiplicativo, a despeito de estar baseada no raciocínio aditivo, aspecto que ficou destacado pela representação pictórica com os grupos de bolinhas desenhados por ela.

De acordo com Magina *et al* (2014, p. 528), "Trata-se de somar várias vezes uma mesma quantidade, seja ela representada por ícones agrupados (IIII IIII IIII = 12), ou numericamente (4 + 4 + 4 = 12)." Para as pesquisadoras, essas estratégias podem levar tanto ao acerto quanto ao erro. Foi o que ocorreu com essa aluna em particular.

Nesse caminho, classificamos as representações numéricas produzidas de acordo com os quatro níveis de raciocínio, dentre eles: i) Nível 1: Incompreensível; ii) Nível 2: Pensamento Aditivo; iii) Nível 3: Transição (do Pensamento Aditivo para o Multiplicativo); e iv) Nível 4: Pensamento Multiplicativo. Assim, analisamos as questões por pares, seguindo a classificação supracitada de cada bloco.

4.1 **Desempenho do grupo focal no pré-teste e no pós-teste**

Ao analisarmos o desempenho dos integrantes do grupo focal, elaboramos uma classificação por desempenho que consta no Quadro 15.

Quadro 15 - Classificação por desempenho

Classificação por desempenho					
Total de acertos	Zero	1 e 2	3	4 e 5	6 e 7
Nível de desempenho	**Insuficiente**	**Regular**	**Bom**	**Muito Bom**	**Excelente**

Fonte: Elaboração da autora, 2023

Conforme o Quadro 15, nossos critérios para a classificação adotada foram: (i) nenhum acerto: Insuficiente; (ii) um ou dois acertos: Regular; (iii) três acertos: Bom; (iv) quatro ou cinco acertos: Muito Bom; e (v) seis ou sete acertos[28]: Excelente.

Os Quadros 16 e 17 apresentam, em ordem alfabética, os dados com a classificação dos desempenhos do grupo focal em duas etapas: pré-teste e pós-teste.

Quadro 16 - Rendimento do grupo focal no pré-teste

Grupo focal – rendimento no Pré-teste										
Grupo focal	**Acertos**	**Bloco A: referido desconhecido**			**Bloco B: referente desconhecido**		**Bloco B: relação desconhecida**			**Nível**
		Questão 1	**Questão 2**		**Questão 3**	**Questão 4**	**Questão 5a**	**Questão 5b**	**Questão 6**	
J.P.	5	Certo	Certo		Errado	Errado	Certo	Certo	Certo	Muito Bom
L.	0	Errado	Certo	Errado	Errado	Errado	Errado	Errado	Errado	Insuficiente
M.	0	Errado	Certo	Errado	Errado	Errado	Errado	Em branco	Em branco	Insuficiente
P.G.	1	Certo	Certo	Errado	Errado	Errado	Não sabe	Não sabe	Errado	Regular

Fonte: Elaboração da autora, 2023

Quadro 17 - Rendimento do grupo focal no pós-teste

Grupo focal – rendimento no Pós-teste										
Grupo focal	**Acertos**	**Bloco A: referido desconhecido**			**Bloco B: referente desconhecido**		**Bloco B: relação desconhecida**			**Nível**
		Questão 1	**Questão 2**		**Questão 3**	**Questão 4**	**Questão 5a**	**Questão 5b**	**Questão 6**	
J.P.	6	Certo	Certo	Errado	Certo	Certo	Certo	Certo	Certo	Excelente
L.	1	Errado	Certo	Errado	Errado	Errado	Certo	Errado	Errado	Regular
M.	3	Certo	Certo		Errado	Errado	Errado	Certo	Errado	Bom
P.G.	7	Certo	Certo		Certo	Certo	Certo	Certo	Certo	Excelente

Fonte: Elaboração da autora, 2023

Conforme os Quadros 16 e 17, podemos verificar que todos os quatro integrantes tiveram uma modificação no desempenho de uma etapa para a outra.

Chamamos a atenção para a coluna com a questão 2 em que aparece uma subdivisão

[28] São seis questões ao todo, no entanto, como a questão de número cinco tem a letra A e a letra B, isso totaliza 7 respostas.

para fins de uma análise quantitativa. Decidimos subdividir essa coluna porque, na contagem de acertos e erros, ela foi considerada como errada quando apenas um resultado foi respondido com exatidão. Assim, para a nossa contagem final do total de acertos, valeu a criança que apresentou as duas respostas corretamente.

No entanto, por ocasião da análise qualitativa, ao analisar a segunda questão minuciosamente e ao problematizar o que as crianças focalizadas erraram e acertaram, não pudemos considerá-la completamente errada.

Isso ocorreu por se tratar de uma questão que mereceu uma atenção especial ao envolver o dobro de figurinhas de uma pessoa e o triplo de outra. A conjugação de duas perguntas num só enunciado gerou uma complexidade maior, o que ocasionou uma variedade de respostas. Por ocasião da intervenção didática, essa nuance foi conversada com a turma e a complexidade desse enunciado foi explorada. Assim, no pós-teste, houve menos variações.

Comparando os Quadros 16 e 17, temos um panorama com a evolução de cada componente de uma etapa para outra.

J.P. migrou de Muito Bom, acertando cinco questões no pré-teste, para Excelente, acertando seis questões no pós-teste.

L. não conseguiu acertar uma questão inteira no pré-teste e, posteriormente, conseguiu acertar pelo menos uma no pós-teste. Foi uma pequena diferença, mas a aluna esteve mais confiante na segunda testagem e fortalecida pela influência das conversas que travou com seus colegas durante a intervenção. Sua classificação mudou de Insuficiente para Regular.

M. também não conseguiu acertar uma questão inteira no pré-teste. No entanto, sua classificação melhorou de Insuficiente, para Bom, acertando três questões no pós-teste.

P.G. deu um salto qualitativo de Regular, acertando apenas uma questão no pré-teste, para Excelente, gabaritando o pós-teste.

Dos quatro estudantes focalizados, destacamos o desempenho numericamente observado na comparação entre o pré-teste e o pós-teste de P.G. Ficou evidente o seu aprimoramento e sua evolução de uma etapa para outra. Nas primeiras intervenções, ele foi uma criança que falou que não sabia como proceder nos cálculos. Ele afirmou não saber como dividir no início do processo. Ele apresentou soluções criativas com outros procedimentos de cálculo que foram influenciadas pelas trocas realizadas.

A seguir, procedemos com um mergulho mais denso, ou seja, uma análise mais esmiuçada e organizada por bloco de questões.

4.2 **Desempenho do grupo focal no Bloco A: acertos, erros e níveis de raciocínio**

As situações-problema aplicadas no Bloco A foram de comparação multiplicativa com o referido desconhecido (questões 1 e 2). Como explicado no percurso metodológico, esses enunciados demandam do estudante a realização de uma multiplicação.

4.2.1 Bloco A: questões 1 e 2 – uma visão panorâmica

Antes de esmiuçarmos as resoluções das questões 1 e 2 do grupo focal, optamos por fazer um pequeno destaque panorâmico de acertos de todo o grupo participante. O Quadro 18 nos oferece um panorama dos vinte alunos.

Quadro 18 - Desempenho geral no Bloco A: referido desconhecido

Bloco A: referido desconhecido				
Questões Avaliadas	**Questão 1**		**Questão 2**	
	Pré-Teste	**Pós-Teste**	**Pré-Teste**	**Pós-Teste**
Gabarito	3x12	3x22	2x14 / 3x28	2x16 / 3x32
Total de Respostas	19	20	19	20
Em Branco	1	0	1	0
Erros	8	2	18	8
Acertos	12	18	2	12
Representação Pictórica	1	0	1	0
Representação Numérica	18	20	19	20
Sem Cálculo	1	0	0	0
Com Adição	11	11	11	12
Com Subtração	0	0	1	0
Com Multiplicação	8	10	8	9
Com Divisão	0	0	0	0

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

De acordo com o Quadro 18, podemos observar que houve um avanço entre o pré-teste e a etapa posterior. No pré-teste, uma criança deixou em branco as duas primeiras questões. A mesma criança, no pós-teste, respondeu as duas perguntas, obtendo um bom desempenho na etapa final.

Quanto ao número de acertos, essa quantidade saltou de 12 (doze) para 18 (dezoito) na questão 1 (um), ou seja, subiu de 60% para 90% de acertos e de 2 (dois) para 12 (doze) na questão 2, ou seja, subiu de 10% para 60% de acertos.

Corroboramos a constatação de Gitirana *et al* (2014) no que diz respeito ao bom desempenho das crianças frente às situações em que o referido é desconhecido de que esse tipo de problema é prototípico da multiplicação. Na pesquisa dessas estudiosas, das crianças do quinto ano investigadas, 82% acertaram esse tipo de questão. No nosso estudo, 90% acertaram o mesmo tipo de problema (a questão 1).

Já a segunda questão apresentou uma porcentagem menor de acertos, 60%. Isso ocorreu em virtude dessa pergunta apresentar uma complexidade maior por ter sido uma situação que envolveu o dobro de uma pessoa e o triplo de outra. Foi um problema que conjugou duas perguntas num só enunciado, estando uma solução conectada a outra.

No que diz respeito aos tipos de representação, o que predominou foi o uso de representação numérica. Quanto ao nível de raciocínio, podemos observar que um pouco mais da metade das crianças participantes empregou o raciocínio aditivo e o raciocínio multiplicativo foi observado em pouco menos da metade desse público.

Entendemos que é comum aparecerem adições nas resoluções, pois as situações de comparação multiplicativa se aproximam das situações aditivas. “Assim como na adição, o estudante ainda está diante de uma operação ternária, que envolve três números ou grandezas” (Gitirana *et al*., 2014, p. 45).

4.2.2 Bloco A: questões 1 e 2 – um mergulho no grupo focal

O Quadro 19 apresenta o desempenho do grupo focal na questão 1.

Quadro 19 - Desempenhos do grupo focal na questão 1

Desempenho na questão 1		
Bloco A: referido desconhecido		
Crianças	Questão 1	
	Pré-teste	Pós-teste
J.P.	Certo	Certo
L.	Errado	Errado
M.	Errado	Certo
P.G.	Certo	Certo

Fonte: Elaboração da autora, 2023

Conforme o Quadro 19, verificamos que L e M não acertaram a questão1 no pré-teste. Já no pós-teste, todos acertaram, exceto L.

Desse modo, inicialmente, optamos por expor os acertos dos três alunos na questão 1 e, em seguida, entender o que aconteceu com L nesse processo.

A Figura 3 apresenta os cálculos da questão 1 dos três estudantes que obtiveram êxito no resultado do pós-teste.

Figura 3 - Cálculos da questão 1 de J.P.; M; e P.G.

Q1 do pré-teste: Davi tem uma coleção com 12 carrinhos. Daniel tem otriplo de carrinhos. Quantos carrinhos Daniel tem em sua	Q1 do pós-teste: Rafael tem uma coleção com 22 carrinhos. Ezequiel tem o triplo de carrinhos. Quantos carrinhos Ezequiel tem em sua

Figura 3.1 - Q1 do pré-teste de

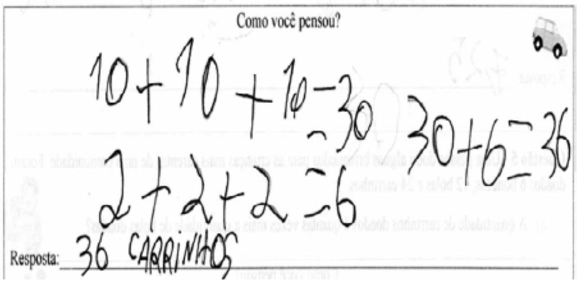


Figura 3.2 - Q1 do pós-teste de J.P.

Figura 3.3 - Q1 do pré-teste de M.

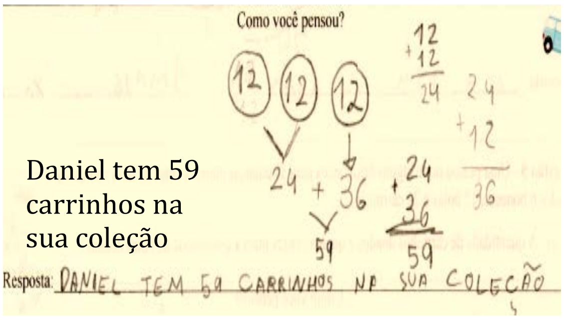


Figura 3.4 - Q1 do pós-teste de M.

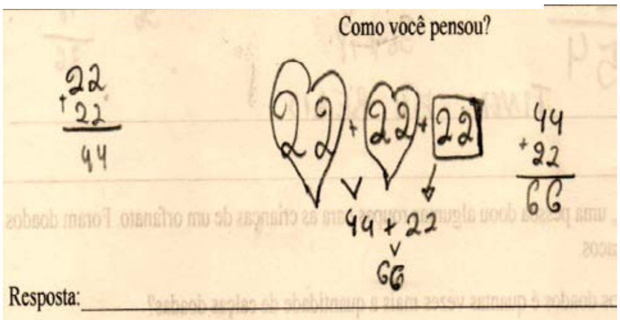


Figura 3.5 - Q1 do pré-teste de P.G.

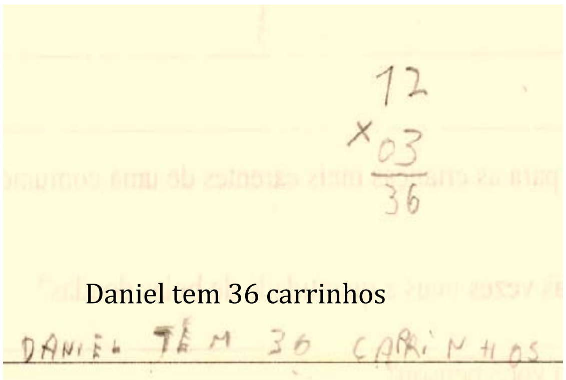
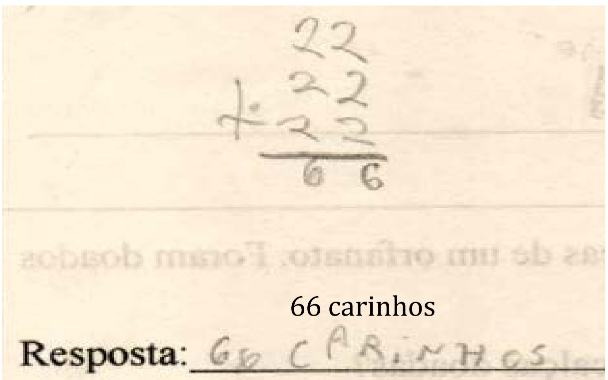


Figura 3.6 - Q1 do pós-teste de P.G.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Conforme a Figura 3, a partir das representações numéricas adotadas por três componentes do grupo focal, podemos observar mais adições do que multiplicações.

Com exceção da Figura 3.5, nas demais imagens, podemos verificar a predominância da adição de parcelas iguais. Destaca-se a criatividade de J.P. ao proceder à adição pela decomposição dessas parcelas conforme as Figuras 3.1 e 3.2. Isso demonstra compreender o valor posicional dos números e realizar esse tipo de estratégia.

Esses procedimentos de cálculo revelam o nível de raciocínio Transição (do Pensamento Aditivo para o Multiplicativo), cuja estratégia consiste em formar grupos de uma mesma quantidade com a intenção de efetuar a operação de adição.

De acordo com esses pesquisadores, nesse nível, as estratégias adotadas podem levar tanto ao acerto quanto ao erro. Foi o que nós verificamos na Figura 1. As crianças acertaram as questões 1 e 2, com exceção de M, que errou a primeira pergunta e cujo raciocínio podemos analisar a seguir.

De acordo com a Figura 3.3, M. se atrapalhou ao fazer a adição de parcelas iguais pela estratégia da árvore dos cálculos. Trata-se de uma maneira de organizar o raciocínio, por meio de uma representação numérica na horizontal em que uma conta continua sequencialmente embaixo da outra, unida por traços que demonstram a operação feita. Esse procedimento também foi adotado por J. P. na Figura 3.2.

Conforme a Figura 3.3, na segunda linha desse cálculo, M. deveria repetir a última parcela, escrevendo 24 + 12 e não 24 + 36. Com isso, ela obteve 59 (cinquenta e nove), equivocando-se no algoritmo da adição, cujo resultado seria sessenta.

Seu raciocínio foi coerente ao campo multiplicativo, na aproximação com a adição, porém, em vez de três, ela acabou operando com cinco parcelas ao todo. Sua falha foi um pequeno detalhe e não diminui a avaliação que podemos fazer dela no que diz respeito ao desenvolvimento de conceitos matemáticos do campo multiplicativo. No pós-teste, isso não ocorreu mais, vimos sua evolução. Essa modificação foi potencializada pelas trocas oportunizadas na intervenção.

Prosseguindo na análise da questão 1, apresentamos a Figura 4 com o do desempenho de L. no pré-teste e pós-teste.

Q1 do pré-teste: Davi tem uma coleção com 12 carrinhos. Daniel tem otriplo de carrinhos. Quantos carrinhos Daniel tem em sua	Q1 do pós-teste: Rafael tem uma coleção com 22 carrinhos. Ezequiel tem o triplo de carrinhos. Quantos carrinhos Ezequiel tem em sua coleção?

Figura 4 - Desempenho de L. na questão 1

Figura 4.1 – Questão 1 do pré-teste de L.

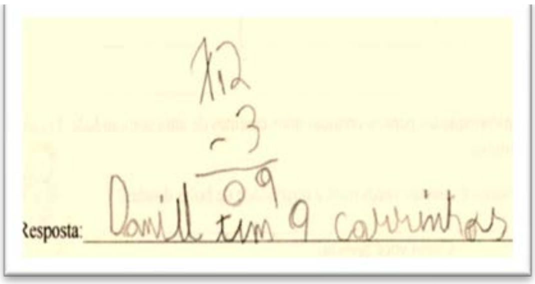
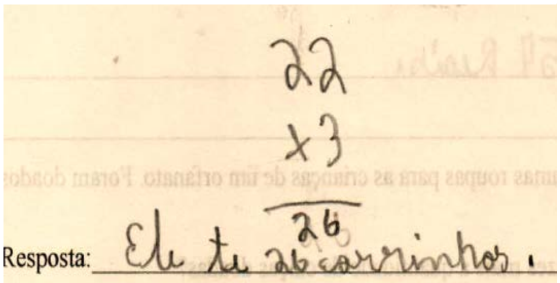


Figura 4.2 – Questão 1 do pós-teste de L.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

A Figura 4 apresenta os cálculos da aluna, os quais, poderiam ser friamente considerados como um erro sem que fosse aberta oportunidade para a problematização dos equívocos cometidos.

Conforme a Figura 4.1, o erro de L. na questão 1 aponta para a falta de conhecimento do conceito de triplo da aluna, o que não acontece na questão 2 do mesmo teste, mais à frente abordado. A despeito de L. ter utilizado o cálculo equivocado, ela demonstrou conhecimento da técnica da subtração.

De acordo com a Figura 4.2, passados dois meses, no pós-teste, ela não cometeu o mesmo equívoco conceitual que apresentou anteriormente na primeira questão. Houve, portanto, um avanço na construção do conceito do campo multiplicativo. Sua falha se limitou à estratégia do algoritmo da multiplicação, mais especificamente ao produto da tabuada do dois e do três.

Como a nossa pesquisa representa uma busca pela superação de aulas tradicionais, cujos padrões de comunicação apresentam um jeito próprio caracterizado pelo que Alro e Skovsmose (2021) denominam de absolutismo burocrático, não cabe a nós nos atentarmos para a falha de L nem dos demais integrantes do grupo focal sem buscarmos um entendimento em torno das modificações em seu desempenho ocorridas após a intervenção didática.

Corroboramos as explicações de Alro e Skovsmose (2021) sobre o absolutismo burocrático, o qual é um padrão de comunicação marcado pelo monólogo do professor, numa prática resumida em: o professor fala e o aluno escuta.

Nesse sentido, trazemos como elemento para o entrecruzamento de dados produzidos no desenvolvimento da questão 1 nas três etapas da nossa pesquisa, extratos da transcrição da videogração do primeiro dia da intervenção didática, realizado em 9 de maio de 2023.

Foi o primeiro dia em que as crianças se subdividiram em pequenos grupos com a responsabilidade de contribuírem com a nossa investigação, a qual já tinha sido detalhadamente explicada por ocasião da assinatura do termo de assentimento dos alunos.

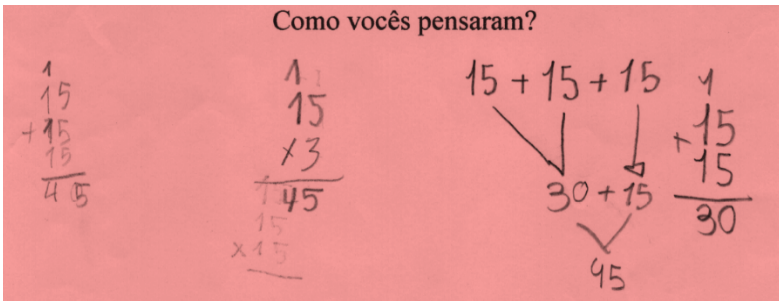
A formação de pequenos grupos foi um grande investimento na promoção dos diálogos entre os alunos principalmente porque o mobiliário da sala, composto por carteiras universitárias, não era muito favorável a essa disposição arquitetônica, o que prejudicava, por vezes, a comunhão dos grupos.

No caso do grupo focal, em virtude da situação de acessibilidade de L.[29], esse agrupamento contava com uma única mesa que não era universitária e que servia de apoio para que a folha de registro do grupo permanecesse ao alcance dos quatro componentes.

A situação a ser resolvida por eles era: Brayan possui R$ 15,00. A quantia que Rodrigo possui é o triplo da quantia de Brayan. Quantos reais possui Rodrigo?

A figura 5 apresenta o registro dos cálculos feitos pelo grupo focal no primeiro dia de da intervenção didática.

Figura 5 - Registro do grupo focal da questão 1, intervenção1



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Conforme a Figura 5, podemos observar três modos diferentes de se chegar ao resultado, dentre eles: a adição com três parcelas iguais tanto na vertical (algoritmo) quanto na horizontal (árvore dos cálculos) e o algoritmo da multiplicação. Perto do algoritmo da multiplicação, há uma marca de uma conta que foi apagada. Trata-se de três parcelas de 15 com o sinal de vezes.

A Transcrição 1 apresenta trechos que revelam as conversas que perpassaram a elaboração dessas respostas.

[29] Pouca acessibilidade da criança por ser cadeirante.

Quadro 20 - Transcrição 1 - extratos dos diálogos do grupo focal ao resolverem a questão 1 em 09/05/2023

1. *O aluno P.G. permaneceu com a folha de registros do grupo na mesa de L. Ele resolveu a situação, fazendo 15+15+15=45. Depois passou a folha para L, pedindo para ela fazer do jeito dela.*
2. [P.G.]: L. agora faz do seu jeito.
3. *Os integrantes aguardaram um pouco, L. ficou em dúvida. Em seguida, P.G. indicou gentilmente um jeito para L. escrever.*
4. [P.G.]: Você pode fazer 3x15.
5. *L. seguiu executando a conta. Na gravação, vemos L. colocar o número 15 três vezes um embaixo do outro, fazendo o sinal da multiplicação. P.G. observou o que L. estava fazendo e interferiu.*
6. [P.G.]: Não, aí não pode ser. Por que 15x15?
7. *Ele fez uma pausa para ela responder.*
8. [P.G.]: 15x15 vai dar mais. Entendeu? "Cê" tem, oh! "Cê" tem que botar o três e o quinze, que aí você vai fazendo. Entendeu? Vou apagar.
9. *P.G. apagou o cálculo feito por L.* [30]*Os integrantes do grupo conversaram um pouco e alguém falou que era15 vezes 3. Então, L. começou a escrever a multiplicação que alguém do grupo ditou para ela. P.G. acompanhou o procedimento de L. Além dos integrantes do grupo focal, nesse dia, havia uma menina a mais. Ela pegou a folha de L. e deu continuidade à armação da conta. Ela quis cooperar, escrevendo o multiplicador da conta (x3). Depois devolveu a folha para L. continuar a resolução. P.G. As crianças esperaram um pouco o procedimento de L. Depois, P.G. foi apontando para L. onde ela deveria colocar a reserva da multiplicação da unidade.*
10. [P.G.]: Isso! Agora, quem vai fazer?
11. *M. recebeu a folha e começou a fazer 15+15+15 com a estratégia da árvore dos cálculos. Em seguida, o grupo finalizou com três modos de resolução para essa situação-problema.*

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Conforme as linhas 2 até 8 do Quadro 20, observamos que ocorreu uma cooperação entre P.G. e L.

L. teve um tempo para pensar num cálculo, mas estava em dúvida. Então, foi levada à execução de uma conta com o auxílio de um mediador que, nesse caso, não era a professora, mas seu colega de turma.

Nas linhas de 6 a 8, podemos observar o cuidado de P.G. ao fazer L. reavaliar o sinal da operação usado por ela. Ele fez isso, levantando um questionamento para que ela pudesse refletir sobre o que isso acarretaria. Ele falou "15x15 vai dar mais" e disse quais números deveriam ser o multiplicando e o multiplicador.

P.G. apagou a conta que L. havia feito e deu para ela refazer. Mas L. ainda teve dúvidas, por isso, vemos na linha 9, a mediação de outra criança do grupo. Assim, L. conseguiu realizar a multiplicação 15x3, sendo novamente orientada por P.G. Dessa vez, ele explicou como ela deveria proceder para não esquecer de acrescentar na multiplicação de 3x1 a reserva que estava escrita na ordem da dezena.

[30] Apesar de ter apagado, ficou a marca dessa conta no papel, o que serve para confirmar essa conversa entre P.G. e L.

Ao revermos a videogravação do primeiro encontro, entendemos que L. pôde identificar suas falhas e superar seus limites ao realizar um dos oito atos dialógicos que é avaliar. Segundo Alro e Skovsmose (2021), avaliar é uma ação que pode ser feita por outras pessoas ou pelo próprio indivíduo. Essa avaliação é feita de várias formas, o que inclui a correção de algum erro, a crítica negativa ou construtiva, um conselho, um apoio ou um elogio.

Nesse primeiro momento de intercâmbio, havia uma novidade que era a presença de uma câmera posicionada para eles, o que gerou um certo constrangimento entre os participantes. P.G. e os demais integrantes buscaram cooperar com L. conduzindo passo a passo da conta que ela poderia fazer.

Buscando uma qualidade na comunicação entre os alunos, no decorrer das intervenções, enquanto circulávamos pelos grupos e no momento da plenária, conversávamos sobre como deveriam ser essas trocas entre eles, principalmente sobre como deveria ser a cooperação mútua, afirmando que ajudar o colega não é dar a resposta para ele, mas ajudá-lo a pensar.

Corroboramos as citações de Alro e Skovsmose (2021) ao se referirem a Freire (1972), ao relacionarem diálogo e emancipação. Dialogar é cooperar com o outro humilde e respeitosamente e inclui relações interpessoais.

Desde o primeiro momento da intervenção, tínhamos uma preocupação em garantir uma qualidade no diálogo promovido nas aulas. Alro e Skovsmose (2021) associam qualidade de diálogo com aprendizagem baseados na ênfase das relações interpessoais de Freire (1972). "[...] as qualidades da comunicação na sala de aula influenciam as qualidades da aprendizagem de Matemática [...]" (Alro e Skovsmose, 2021, p.11).

Nesse sentido, desde o início, constatamos que o diálogo estabelecido apresentou certas qualidades de comunicação. As relações promovidas extrapolaram a interação professor-aluno, que é a interação vertical, e desencadearam uma interação aluno-aluno, que é a interação horizontal (Serrazina e Ribeiro, 2012).

Numa prática horizontalizada, os limites de L. foram avaliados de diferentes perspectivas na privacidade do grupo focal. Quanto a isso, corroboramos as afirmações de Ponte e Serrazina (2000) *apud* Ribeiro (2005) de que o trabalho em grupos permite aos estudantes se sentirem mais à vontade para expressar as suas ideias bem como para comentar as ideias expressas pelos outros.

O Quadro 21 apresenta o desempenho do grupo focal na questão 2.

Quadro 21 - Desempenho na questão 2

Desempenho na questão 2				
Bloco A: referido desconhecido				
Crianças	Questão 2			
	Pré-teste		Pós-teste	
J.P.	Certo	Certo	Certo	Errado
L.	Certo	Errado	Certo	Errado
M.	Certo	Errado	Certo	Certo
P.G.	Certo	Errado	Certo	Certo

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

No Quadro 21, há uma subdivisão na questão 2, por se tratar de um enunciado com duas perguntas num único problema. Essa organização favoreceu uma abordagem problematizadora dos erros.

Assim, do grupo focal, no pré-teste, somente uma criança acertou toda a questão, e no pós-teste, duas conseguiram o êxito global. Outras duas, seguiram com equívocos. A Figura 6 apresenta a questão 2 do pré-teste e do pós-teste feitos por L. e J.P.

Figura 6 - Cálculos de L. e J. P. na questão 2

Q2 do pré-teste: Pedro tem 14 figurinhas. Luan tem o dobro da quantidade de figurinhas de Pedro. José tem o triplo da quantidade de figurinhas de Luan. Quantas figurinhas tem Luan? E quantas tem José?	Q2 do pós-teste: João Pedro tem 16 figurinhas. Thalles tem o dobro da quantidade de figurinhas de João Pedro. Rodrigo tem o triplo da quantidade de figurinhas de Thalles. Quantas figurinhas tem Thalles? E quantas tem Rodrigo?

Figura 6.1 Questão 2 do pré-teste de J.P. de L. de L.

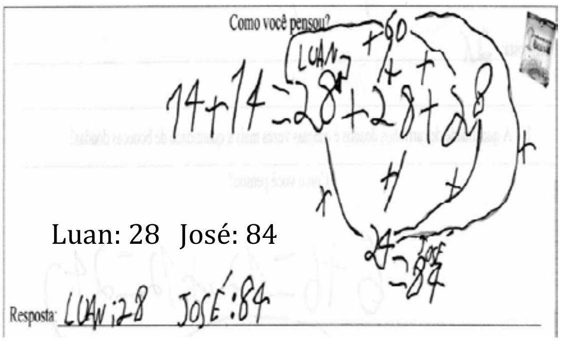
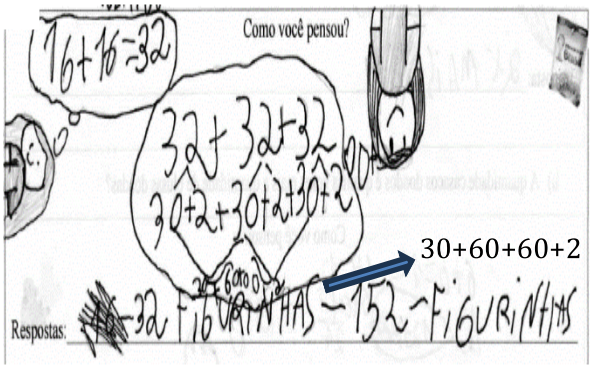


Figura 6.2 Questão 2 do pós-teste de J.P.



32 Figurinhas – 152 - Figurinhas

Figura 6.3 - Questão 2 do pré-teste de L.

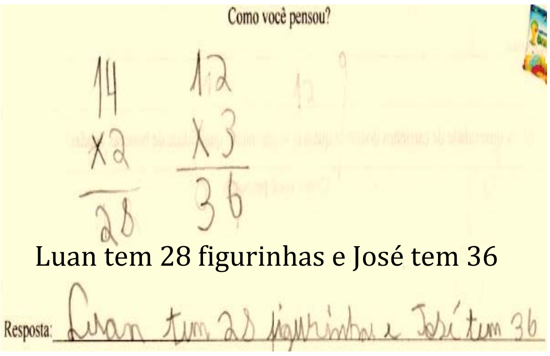
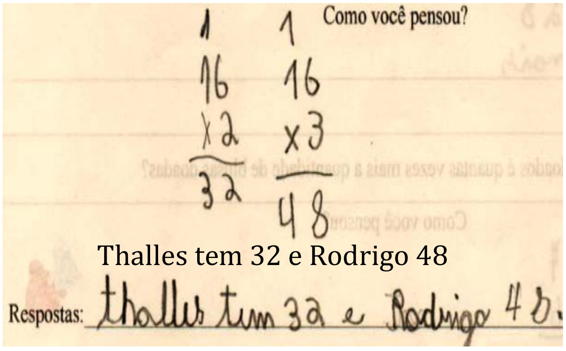


Figura 6.4 - Questão 2 do pós-teste de L.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Conforme as Figuras 6.1 e 6.2, identificamos que J. P. tratou as informações corretamente, obtendo êxito no pré-teste e apenas falhando na finalização do cálculo do pós-teste. Ele errou na soma sucessiva de 32 e não na compreensão conceitual. Ao aplicar a árvore dos cálculos, ele se atrapalhou na escrita da terceira linha, registrando a seguinte expressão: 30+60+60+2, o que resultou em 152 figurinhas.

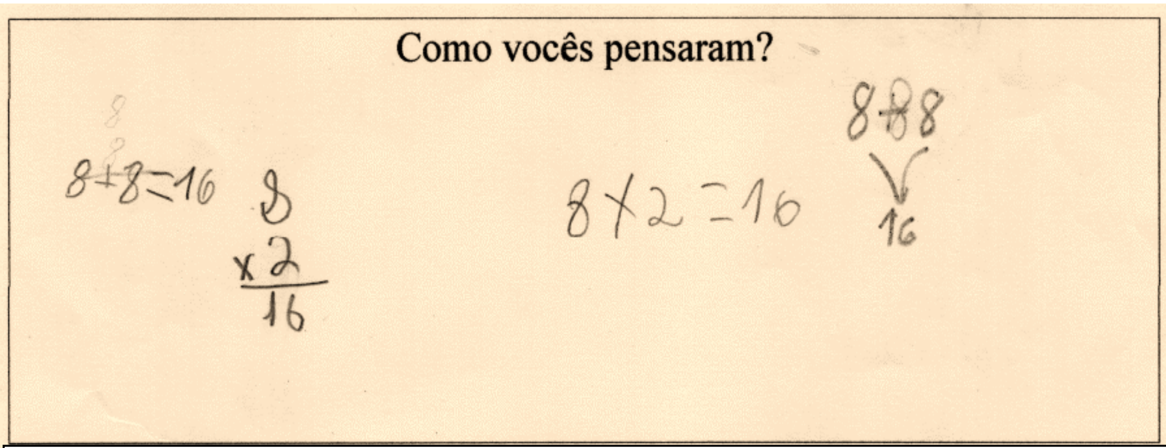
Conforme as Figuras 6.3 e 6.4, podemos atentar para as questões mais bem sucedidas de L. Ao contrário da questão 1, ela não apresentou limitação conceitual, recorrendo ao algoritmo da multiplicação e demonstrando saber o que fazer para descobrir tanto o dobro quanto o triplo.

Por ocasião do segundo cálculo, o erro de L. se referiu à escolha do multiplicando que cada questão exigia. Em ambos os testes, esse engano foi um pequeno detalhe, não uma falha conceitual, pois a aluna calculou: (i) o dobro de 14 e o triplo de 12 (deveria ter feito o triplo de 28); e (ii) o dobro de 16 e o triplo de 16 (deveria ter feito o triplo de 32).

Com isso, vemos que, embora L. tenha continuado com o erro durante o pós-teste, ela acertou pelo menos a metade da questão. A despeito de estar limitada quanto ao tratamento dos dados do enunciado, ela demonstrou domínio da estratégia de cálculo da multiplicação. Demonstrou saber o que é triplo de um número.

Procedendo a essa análise, destacamos a Questão 2 proposta no segundo dia de intervenção. A Figura 7 apresenta o registro dos cálculos feitos pelo grupo focal no segundo dia da intervenção didática, em 16 de maio de 2023.

Figura 7 - Registro do grupo focal da questão 2, intervenção2



Q2 -Seu Antônio e Seu José são pescadores. Na pesca de hoje, Seu Antônio pescou apenas 8 peixes grandes. Seu José teve mais sorte e pescou o dobro de peixes de Seu Antônio. Quantos peixes Seu José pescou hoje?

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Conforme a Figura 7, vemos quatro tipos de cálculos registrados. São duas adições na horizontal, sendo uma representada com a estratégia árvore dos cálculos. São duas multiplicações, uma com algoritmo e outra com a seguinte sentença: 8x2=16.

No pequeno grupo, enquanto os integrantes focalizados realizavam esses cálculos, não houve controvérsias, somente consensos, principalmente porque eles lograram êxito ao chegarem ao resultado. Eles sabiam que Seu José havia pescado dezesseis peixes.

Porém, a multiplicação 8x2= 16 foi problematizada ao ser partilhada por P.G. na plenária desse encontro. Para destacarmos o diálogo promovido nessa circunstância, apresentamos abaixo a Transcrição 2 que apresenta extratos da conversa ocorrida no segundo momento da realização da intervenção, em 16 de maio de 2023.

Quadro 22 - Transcrição 2 – extratos dos diálogos da turma na plenária sobre a Questão 2 em 16/05/2023

1. [Professora]: Então, agora vocês estão recebendo o papel, onde vocês vão registrar os diferentes tipos de contas. Nós vamos fazer juntos. É a plenária.
2. [Alguém]: Nós vamos fazer juntos?
3. [Professora]: Agora sim, é. A gente vai dizer como que cada grupo pensou sobre essa atividade que vocês acabaram de fazer em pequenos grupos.
4. *A professora circulou pela sala e distribuiu os papéis para os alunos.*
5. [Professora]: Agora, eu tô aqui com as respostas que vocês deram nas minhas mãos. É... Questão número 2. Seu Antônio e seu José são?
6. [Alguns alunos em coro]: Pescadores.
7. [Professora]: Na pesca de hoje, seu Antônio pescou?
8. [Alguns alunos em coro]: Oito peixes.
9. [Professora]: Apenas 8 peixes, né? Tá?
10. *A professora escreveu na lousa o número 8.*
11. [Professora]: E Seu José teve mais sorte, ele pescou o?

12.	[Algumas crianças]: Dobro.
13.	[Professora]: Quem gostaria de dizer que eu pegasse do grupo para poder dizer como que fez?
14.	[P.G]: Então eu posso falar a primeira. 8x2
15.	[Professora]: 8x2, é isso? É 8x2 ou 2x8?
16.	[Alguém]: Duas vezes o oito.
17.	[Professora]: Porque um pescou oito e o outro pescou o dobro. Tá?
18.	[P.G]: É a mesma coisa.
19.	[Professora]: Será que é a mesma coisa? Vamos lá!
20.	*A professora foi falando e anotando na lousa o que falava.*
21.	[Professora]: Esse aqui é o seu Antônio. Vou botar o A de quem? Antônio (alguns falaram junto com a professora). Antônio pescou oito. José pescou oito duas vezes. Não é isso?! 8+8 ou duas vezes o oito. O P.G. disse que é a mesma coisa que botar 8x2. Ele pescou assim, oh, 2 + 2 + 2 + 2 + 2, oito vezes? Uma, duas, três, quatro, cinco, seis, sete, oito. Uma pausa. É aqui, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e ... 8. (apontando para o número de vezes em que o algarismo 2 se repete). É aqui, seria isso se seu Antônio tivesse pescado 2 peixinhos, certo? E o seu José tivesse pescado 8 vezes mais. Estava escrito isso no problema? Então poderia ser essa expressão aqui? Essa? Poderia?
22.	[Alguém]: Não.
23.	*A professora fez uma breve pausa.*
24.	[Professora]: O resultado vai dar o mesmo resultado que esse aqui, mas isso aqui representa a situação vivida?
25.	[Alguém]: Não.
26.	[Professora]: Entendeu? Tá, P.G? É...

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Primeiramente, destacamos as linhas de 5 até 12 da Transcrição 2. Para início de conversa na plenária, procuramos atrair a atenção das crianças, envolvendo-as com as informações do enunciado. Foi uma conversação com perguntas e respostas curtas dadas por um conjunto de crianças em coro.

Foi, portanto, uma conversa reduzida a uma sequência triádica, também conhecida como diálogo triádico ou padrão "sanduíche", cuja característica, segundo Alro e Skovsmose (2021) é a composição de três momentos de interação: I de Iniciação; R de Resposta; e A ou S de Avaliação ou Seguimento. A expressão sanduíche se deve pela fala do aluno se interpor entre duas falas do professor.

A despeito do padrão sanduíche se fazer presente nesse momento, nos trechos posteriores podemos identificar outras qualidades na conversação. Assim, buscamos ultrapassar o diálogo sanduíche, oferecendo uma oportunidade para quem quisesse falar e expor o jeito que fez. A sequência dessa conversa poderia ser simplesmente a seguinte fala: "Então, já que é o dobro, devemos fazer 2x8." Porém, franqueamos a fala para qualquer um que fosse voluntário naquele momento.

P.G. foi o primeiro a pedir permissão para explicar diante de todos como seu grupo fez a conta. Ele verbalizou 8x2, o que é diferente de 2x8.

De acordo com as linhas 14 e 15, quando P.G. respondeu "8x2", imediatamente ele foi provocado pela pergunta: “É 8x2 ou 2x8?”. Verificamos que ele não foi confrontado por uma resposta, mas por uma indagação. Tratou-se de uma pergunta para que o aluno fosse levado a uma reflexão e não a uma adivinhação. Ao contrário da adivinhação, as perguntas são elaboradas pelo professor para que o aluno elabore uma resposta de acordo com suas perspectivas e não com a intenção de adivinhar o que está na mente do professor (Alro e Skovsmose, 2021).

Além disso, destacamos os oito atos dialógicos, os quais não devem ser vistos como “unidades isoladas e bem delimitadas”, pois não estão numa ordem linear. Eles podem se repetir e são compostos em diferentes combinações (*ibid*, p. 99).

Assim, os questionamentos observados nas linhas 14 e 19, na contramão do diálogo sanduíche, apontam para o alcance de outras características na comunicação, pois favoreceram a existência de alguns atos dialógicos, dentre eles o ato de desafiar, o qual implica na ação de tentar levar as coisas para uma outra direção ou questionar conhecimentos e perspectivas já estabelecidos.

Na linha 16, vemos que houve uma resposta não foi satisfatória, consequentemente, insistimos na explicação conforme a linha 17. Desse modo, fomos desafiadas a ampliar a reflexão para além de um diálogo triádico.

Frente ao seu firme posicionamento, nos deparamos com mais um ato dialógico. “Posicionar-se”, num processo de investigação, implica em experimentar e apresentar as argumentações e significa “dizer o que se pensa e, ao mesmo tempo, estar receptivo à crítica de suas posições e pressupostos.” Trata-se de se posicionar a favor da“minha” ideia ou da “nossa ideia”, isto é, de ideias alternativas (*ibid*, p. 106).

Procedemos a uma explicação detalhada na lousa e reforçamos o argumento de que, a despeito de o resultado ser o mesmo em ambas as multiplicações, a expressão 8x2 deliberadamente não representava a situação vivida na pescaria daquele dia. Após essa fala, P.G. demonstrou ter compreendido e aceitado ser demovido em sua conclusão, o que era algo delicado.

Nesse contexto, com a aceitação de P.G., experimentamos a promoção de mais um ato dialógico que é o de reconhecer (Alro e Skovsmose, 2021), que tem a ver com o processo de reconhecimento das perspectivas ou de ideias matemáticas. Ao ser questionado com perguntas do tipo “o-que-acontece-se”, pode surgir uma “questão-por-quê”. Assim, P.G. conseguiu reformular e alterar o cálculo, reconhecendo a natureza do problema.

Com essa análise, podemos observar que as interações professora-alunos extrapolaram as características de um diálogo triádico, principalmente porque abrimos oportunidade para avaliarmos as diferentes perspectivas na conversação estabelecida.

4.3 **Desempenho do grupo focal no Bloco B: acertos, erros e níveis de raciocínio**

As situações-problema aplicadas no Bloco B foram de comparação multiplicativa com o referente desconhecido (questões 3 e 4). Como explicado no percurso metodológico, esses enunciados demandam do estudante a realização de uma divisão.

4.3.1 Bloco B: questões 3 e 4 – uma visão panorâmica

Antes de esmiuçarmos as resoluções das questões 3 e 4 do grupo focal, optamos por fazer um pequeno destaque panorâmico de acertos de todo o grupo participante. O Quadro 23 nos oferece um panorama dos vinte alunos.

Quadro 23 - Desempenho geral no Bloco A: referido desconhecido

Bloco B: referido desconhecido				
Questões Avaliadas	**Questão 3**		**Questão 4**	
	Pré-Teste	**Pós-Teste**	**Pré-Teste**	**Pós-Teste**
Gabarito	36÷3=12	24÷3=8	27÷3=9	18÷3=6
Total de Respostas	20	20	15	17
Em Branco	0	0	5	3
Erros	16	12	12	11
Acertos	4	8	3	6
Representação Pictórica	0	0	0	0
Representação Numérica	16	17	19	19
Sem Cálculo	4	3	1	1
Com Adição	5	3	5	8
Com Subtração	6	4	2	2
Com Multiplicação	3	7	6	3
Com Divisão	2	5	6	3

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

De acordo com o Quadro 23, podemos observar que houve um avanço entre o pré-teste e a etapa posterior. Quanto ao número de respostas corretas, vemos o dobro de acertos na etapa final. Na questão 3, essa quantidade saltou de 4 (quatro) para 8 (oito) e, na questão 4, subiu de 3 (três) para 6 (seis).

A despeito do desempenho ter melhorado de uma etapa para outra, os números foram baixos, pois corresponderam a menos de 50% de acertos em cada questão. Por ocasião do pós-teste, menos da metade da turma conseguiu lograr êxito nessas situações. Nosso resultado apresentou 40% e 30% respectivamente de respostas corretas.

Esse percentual foi próximo ao que Gitirana *et al* (2014) constataram na pesquisa que elas realizaram com todo o Ensino Fundamental. Essas pesquisadoras chegaram a um resultado de 38% de acertos para esse tipo de situação entre crianças do 5º ano.

Desse modo, corroboramos as considerações dessas pesquisadoras ao compararem o desempenho dos estudantes investigados por elas. Ao contrário de situações em que o referido é desconhecido (Bloco A do nosso trabalho), os problemas em que o referente é desconhecido (Bloco B do nosso trabalho), o desempenho dos estudantes é inferior. Segundo as pesquisadoras, até mesmo no 9º ano do Ensino Fundamental, pouco mais da metade dos estudantes consegue êxito ao resolver problemas desse tipo.

Além do baixo número de acertos, a questão 4 apresentou respostas em branco. Mesmo diminuindo de 5 (cinco) para 3 (três), na etapa final, ela ainda permaneceu complexa para três crianças, ou seja, 15% do total da turma. Juntando com 55%, o percentual de respostas erradas, o quarto problema foi difícil para 70% de estudantes da turma no último teste.

Trata-se, portanto, de um bloco de questões em que houve muito erros, o que requer uma análise qualitativa em torno das seguintes questões: o que erraram e por que erraram? O que acertaram e como acertaram?

Ainda de acordo com o Quadro 23, o que predominou foi o uso de representação numérica. Quanto ao nível de raciocínio, podemos visualizar a presença de cálculos que abarcam as quatro operações numéricas, o que demanda uma análise mais artesanal de modo a sondar o cálculo realizado por cada aluno.

Essa análise mais aprofundada ocorreu em sintonia com a problematização em torno das variadas resoluções adotadas pelo grupo focal em consonância com alguns elementos potentes dos diálogos promovidos, os quais, a seguir, destacamos cuidadosamente.

4.3.2 Bloco B: questões 3 e 4 – um mergulho no grupo focal

O Quadro 24 apresenta o desempenho do grupo focal na questão 3.

Quadro 24 - Desempenho do grupo focal na Questão 3

Crianças	Bloco B: referente desconhecido	
	Questão 3	
	Pré-teste	Pós-teste
J.P.	Errado	Certo
L.	Errado	Errado
M.	Errado	Errado
P.G.	Errado	Certo

Fonte: Elaboração da autora, 2023

Conforme o Quadro 24, vemos que todos os integrantes do grupo focal erraram a terceira questão no pré-teste e verificamos que, diferente dos meninos, as meninas não tiveram sucesso na etapa final.

Para compreendermos o raciocínio deles, apresentamos a seguir a Figura 8 com a resolução do antes e do depois das meninas.

Figura 8 - Questão 3 de L. e M. nos testes (continua)

Q3 do pré-teste: Um livro custa 3 vezes mais do que um estojo pequeno. Se o livro custa R$36,00. Quanto custa o estojo pequeno?	Q3 do pós-teste: Uma mochila custa 3 vezes mais do que um estojo de lápis. Se a mochila custa R$24,00. Quanto custa o estojo?

Figura 8.1 - Questão 3 de L. no pré-teste

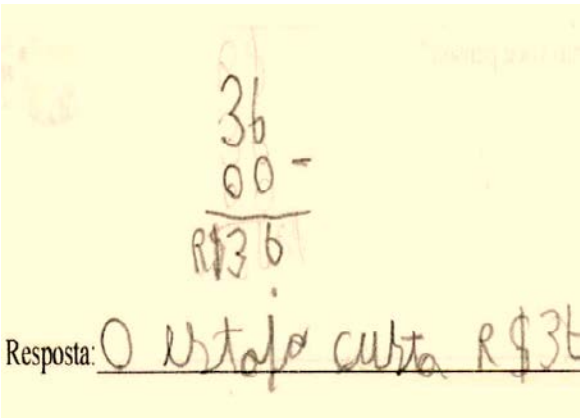


Figura 8.2 - Questão 3 de L no pós-teste

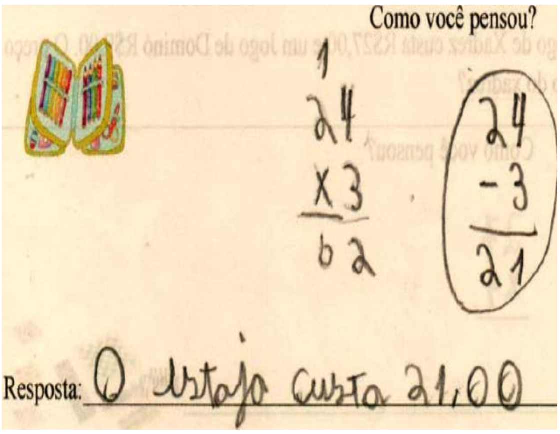


Figura 8 - Questão 3 de L. e M. nos testes (conclusão)

Figura 8.3 - Questão 3 de M. no pré-teste

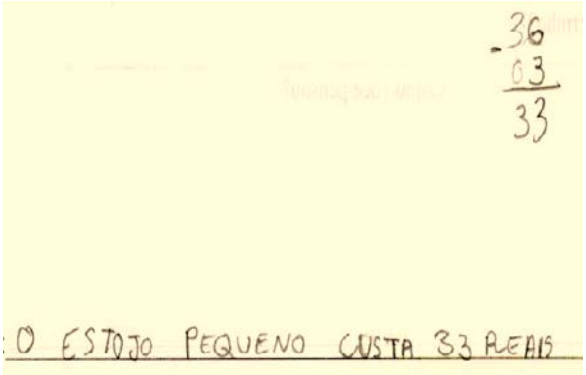
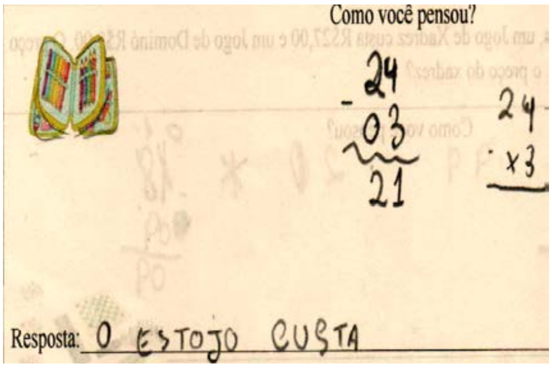


Figura 8.4 - Questão 3 de M. no pós-teste



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

De acordo com a Figura 8, vemos que, em ambos os testes, a operação de subtração foi comum entre as alunas. Podemos nos perguntar o porquê de aparecer uma conta de menos dentre as soluções para esse tipo de problema.

Provavelmente o que ocorreu se deve ao fato de as alunas confundirem os conceitos de comparação do campo aditivo com o campo multiplicativo. Parece-nos que elas entenderam que o problema era o inverso de “três vezes mais”. Nessa inversão não relacionaram esse conceito com “três vezes menos”, mas com “três a menos”.

Nesse caminho, em vez de dividirem por três, as crianças resolveram subtrair, ou seja, fazer menos três, o que é próprio da ideia comparativa do Campo Aditivo (três a menos). No entanto, deveriam proceder à comparação do Campo multiplicativo (três vezes menos).

Uma vez que tanto o livro quanto a mochila são os referidos e custam três vezes mais que o outro objeto, é provável que tenham pensado que deveriam calcular “Quantos reais a menos?” em vez de “Quantas vezes menos?”.

A complexidade desse problema se deve ao fato de que se tratava de uma situação em que o referido é maior que o referente, ou seja, uma relação que implica numa multiplicação. No entanto, para se descobrir o valor do estojo, o referente, a operação é inversa e exige do estudante a realização de uma divisão: i)36 ÷ 3; e ii) 24 ÷ 3.

De acordo com a Figura 8.1, podemos observar a presença do nível “Incompreensível” no raciocínio de L. Embora possamos compreender o recurso da subtração, não conseguimos entender a escolha do subtraendo que ela usou. Portanto, não sabemos a razão para tal escolha.

M. e L. se depararam com essa complexidade durante a intervenção e desfrutaram de muitas trocas com J.P. e P.G, além das explicações nas plenárias.

Nesse sentido, as Figuras 8.2 e 8.4 revelam discretamente um pequeno avanço das meninas. A despeito da permanência da conta de subtração, há um elemento novo: uma conta de multiplicação. Por ser um problema inverso, “é comum o aluno se confundir e usar a operação de multiplicação para resolvê-lo, chegando a uma resposta errada”. (Gitirana *et al*., 2014, p. 49).

A Figura 9, apresenta as soluções dos meninos.

Figura 9 - Questão 3 de J.P. e P.G. nos testes

Figura 9.1- Questão 3 de J.P. no pré-teste

Q3 do pré-teste: Um livro custa 3 vezes mais do que um estojo pequeno. Se o livro custa R$36,00. Quanto custa o estojo pequeno?

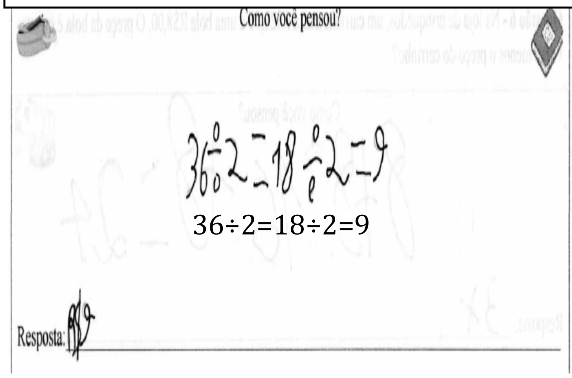
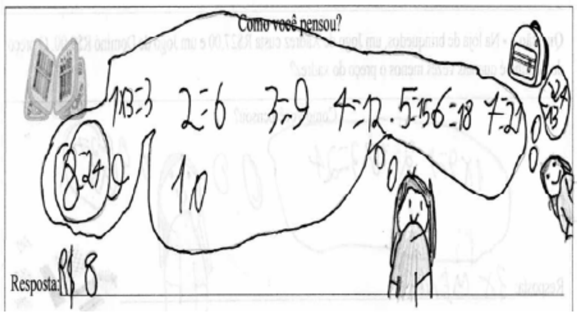


Figura 9.2 - Questão 3 de J.P. no pré-teste

Q3 do pós-teste: Uma mochila custa 3 vezes mais do que um estojo de lápis. Se a mochila custa R$24,00. Quanto custa o estojo?



1x3=3 2=6 3=9 4=12 5=15 6=18
7=21 8=24

Figura 9.3 - Questão 3 de P.G no pré-teste

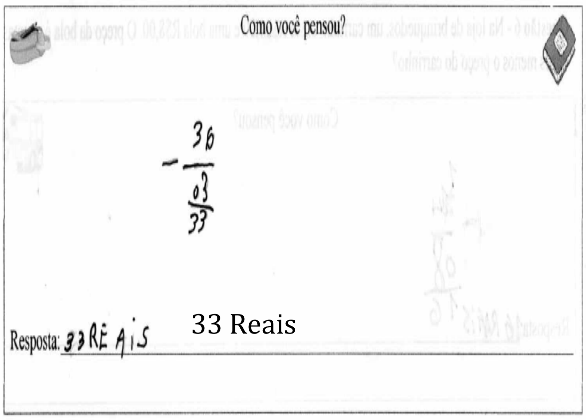
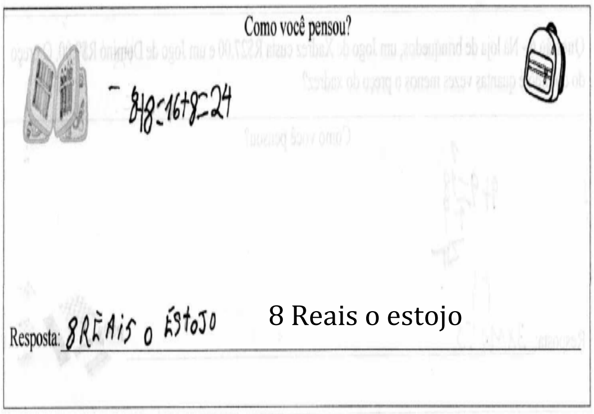


Figura 9.4 - Questão 3 de P.G. no pós-teste



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

A Figura 9.1 apresenta o procedimento de J.P. O aluno pensou que para encontrar o inverso do triplo, ele deveria encontrar a quarta parte. Como não sabia dividir por quatro, conhecimento escolar ainda incipiente no contexto da turma, J.P. decidiu dividir por dois e fez isso por duas vezes consecutivas, sem recorrer ao algoritmo da divisão. Bastou-lhe pensar na metade da metade.

A Figura 9.3 revela novamente a presença da subtração. Deliberadamente, a subtração configurou uma linha de raciocínio predominante no grupo focal.

Segundo Magina (2011) *apud* Santos (2015) as expressões “vezes mais” e “vezes menos” são um obstáculo à congruência entre as palavras utilizadas e à operação que é requerida. A dificuldade de compreensão desses termos ocorre porque ao se trabalhar com o Campo Conceitual Aditivo, geralmente os termos “ganhar” e “perder” são associados, respectivamente, às operações de adição e subtração. Nesse sentido, o Bloco B apresenta situações em que os enunciados demandam um trabalho cuidadoso do professor na promoção da ruptura entre os campos aditivo e multiplicativo.

Durante a aplicação do pré-teste, P.G. chegou a solicitar uma pequena ajuda ao tentar responder essa questão. Ele sabia que se tratava do inverso do triplo, porém não sabia como executar esse tipo de cálculo, fazendo menos três.

As Figuras 9.2 e 9.4 revelam a evolução dos meninos após a intervenção. Eles apresentam o raciocínio multiplicativo e empregam recursos diferentes. Ambos os alunos assumiram a liderança do grupo focal na maioria dos seis encontros durante a etapa intermediária da nossa pesquisa.

Durante as plenárias, a participação dos meninos do grupo focal foi intensa também. Eles se apropriaram dos conceitos durante as aulas em que os diálogos foram postos em ação e melhoraram bastante o desempenho.

Analisando ainda a Figura 9. 2, podemos visualizar a tabuada do três, grafada de um modo peculiar. J.P. sabia que a questão exigia não uma multiplicação (x3) e sim uma divisão (÷3). Ele entendeu que bastava verificar qual número que multiplicado por três dava vinte e quatro.

Analisando a Figura 9.4, podemos inferir que P.G. percebeu que era necessário saber quantas vezes o referente se repetia para caber no referido. Com isso, o que ele procurava era o dividendo, o qual, por sua vez, aparentemente surgiu do nada no seu cálculo. No entanto, uma resposta advinda como se fosse um passe de mágica não é possível. Ele pensou imediatamente no número oito. Ele fez a operação inversa, procurando experimentar quantas vezes oito para dar 24. Ele visualizou o número oito três vezes e confirmou sua hipótese.

De acordo com Vegnaud (1988) *apud* Santos (2015) não é sempre que o aluno consegue explicitar em linguagem natural os esquemas utilizados em uma determinada situação. Desse modo, os conhecimentos implicados nos esquemas podem ser caracterizados como explícitos ou implícitos. Na forma implícita, os conhecimentos são implicitamente usados na ação, ou seja, na escolha das operações semque os estudantes consigam expressar as razões para esse comportamento (Vergnaud,1988).

P.G. demonstra uma familiaridade com as tabuadas, cujo estudo (construção e memorização) estava em pleno vigor na turma durante esse período. Portanto, sabendo de cor as relações entre os números (fatores) utilizados, provavelmente optou pela estratégia da soma sucessiva de 8 por saber que três vezes oito dá vinte e quatro.

Entendemos, com isso, que ele resolveu a questão fazendo a conta inversa da divisão, ou seja, a multiplicação. Ao contrário de J.P. que fez a tabuada do três, P.G. fez a tabuada do oito. A evolução dos desempenhos apresentados por esses meninos foi potencializada por meio da qualidade dos diálogos promovidos no decorrer da terceira intervenção.

Assim, destacamos, a seguir, algumas conversas realizadas em 23 de maio de 2023 na intervenção de número três em que houve a seguinte situação-problema: Num dia de temporal em Niterói, na E.M. Profa. Maria Ângela Moreira Pinto, algumas crianças faltaram. No turno da manhã, faltaram três vezes mais crianças do que no turno da tarde. Sabendo que faltaram 21 crianças de manhã, quantos crianças faltaram à tarde?

Iniciamos, primeiramente, com a Figura 10 que apresenta os registros feitos pelo grupo focal nesse dia em dois momentos diferentes antes que houvesse a plenária.

Figura 10: Resolução do grupo no dia da Intervenção 3

Figura 10.1 - Resolução do grupo na Folha 1

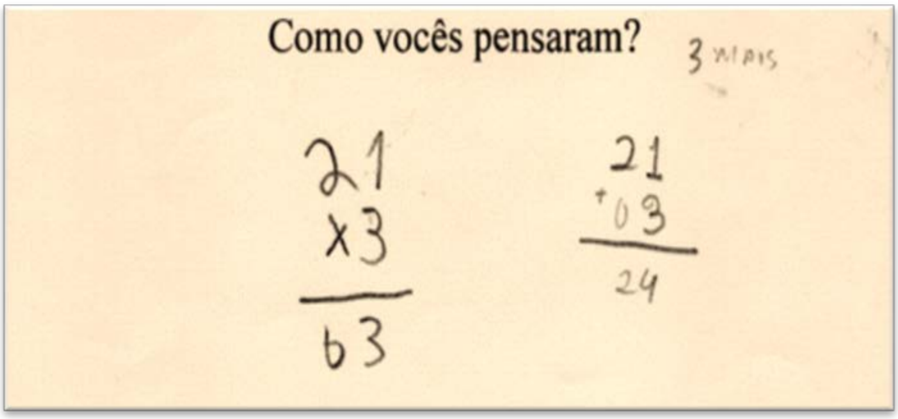
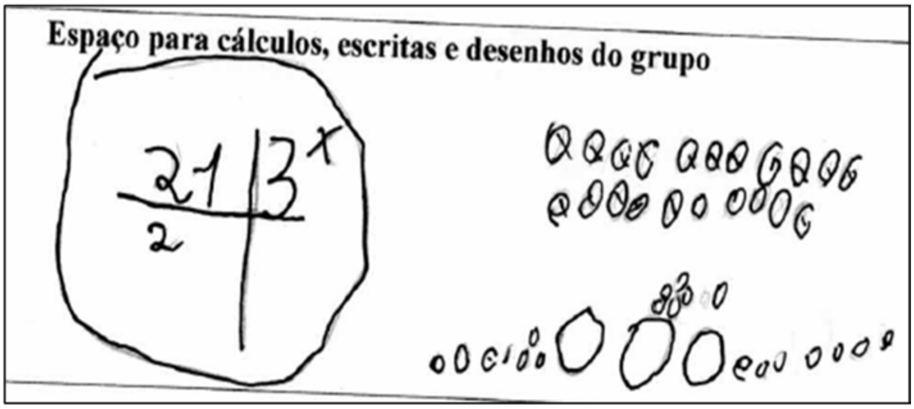


Figura 10.2 - Resolução do grupo na Folha



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

A Figura 10.1 mostra a resolução do grupo durante a primeira folha dessa intervenção. Nela, vemos dois registros: (i) a conta à esquerda da imagem, que é uma multiplicação feita por L.; e (ii) a conta à direita da imagem, que é uma adição feita por M. A primeira conta foi registrada por L., e a segunda foi feita por M. posteriormente, enquanto o restante do grupo procedia à discussão e registro da segunda folha desse dia.

A Figura 10.2 apresenta a resolução do grupo durante a segunda folha dessa intervenção. Nela, vemos duas representações: (i) à esquerda da imagem, uma representação numérica da conta vinte e um dividido por três; e (ii) à direita da imagem, uma representação pictórica. Ambas as representações foram feitas a quatro mãos, numa estreita sintonia e parceria entre J.P. e P.G.

Com a releitura da representação pictórica do registro da Figura 10.2 e a retomada da audiogravação desse momento, podemos descrever o procedimento adotado naquele momento. J.P. fez 21 (vinte e um) círculos pequenos e abaixo 3 (três) círculos maiores. Próximo a cada um dos três círculos maiores, P.G. distribuiu um a um os círculos pequenos, sempre de três em três. Ele marcou um x dentro dos círculos pequenos já distribuídos para não se confundir.

Para entendemos melhor o que representam as Figuras 10.1 e 10.2, prosseguimos com as próximas três transcrições, as quais apresentam alguns extratos do terceiro encontro da etapa intermediária. Elas estão subdivididas em quatro eixos de transcrição: (i) Transcrição 3 com os diálogos do grupo focal ao resolverem a primeira folha entregue (Folha 1); ii) Transcrições 3.1 e 3.2 com os diálogos do grupo focal ao resolverem a segunda folha entregue (Folha Dicas); e iii) Transcrições 3.3 e 3.4 com os diálogos da turma durante a plenária.

Quadro 25 - Transcrição 3 – extrato dos diálogos do grupo focal ao resolverem a Questão 3 em 23/05/2023 – Folha 1

1.	*No primeiro momento, P. G. pergunto quem iria ler e J. P. pegou o papel para uma leitura da questão. Ele leu baixinho. P. G. pegou o papel e releu algumas partes. J. P. pegou a folha de volta, colocando-a sobre sua mesa. Passou um tempinho.*
2.	[J. P]: Eu acho que é de dividir.
3.	[P. G]: dividir como assim? Não tem como...
4.	[Professora]: Eu não escutei, o que você falou? Tem que dividir o quê, J.P.? Fala sem a mão na boca, por favor.
5.	[J. P]: 21.
6.	[L]: Tem que fazer vezes... Três vezes mais crianças do que no outro turno.
7.	*L. começou a registrar a conta, os demais integrantes aguardaram o procedimento de L. Ela fez 21x3, 63 (pelo algoritmo). P. G. pegou o papel do grupo e o leu novamente. Eles conversaram muito baixo. Depois de um tempo, P. G. releu o enunciado.*
8.	[J. P]: Acho que eu sei. (Ele olhou o cálculo de L. e ficou pensando.)
9.	[Professora]: E aí, vai ser essa conta mesmo?
10.	[J. P]: Tem que dividir.
11.	[Professora]: Tem que dividir?
12.	*M. pegou a folha e a leu silenciosamente.*
13.	[Professora]: Então deixa eu fazer uma coisa com vocês, crianças. Posso pegar outra folha pra deixar com vocês pra ver se vocês conseguem pensar se é esse cálculo ou se é outro? Posso? Também tem que fazer em grupo, tá? Que tal vocês pensarem com essas perguntas aqui? Daqui a pouco eu devolvo (a primeira folha). Toma essa aí.[31]

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

De acordo com as linhas 7 e 8, identificamos o raciocínio de L. Para a aluna, era necessário fazer uma multiplicação. Com esse ato dialógico, o de pensar alto e tornar público seu pensamento, podemos proceder a uma triangulação de dados nessa análise. Para isso, relembramos que, conforme a Figuras 8.2[32], a aluna evocou essa linha de raciocínio ao fazer a questão similar do pós-teste. Na etapa intermediária e final, essa criança permaneceu se confundindo e usando a operação de multiplicação para resolver esse tipo de situação, chegando a uma resposta equivocada.

Conforme as linhas 3, 6, 9 e 12 da Transcrição 3, podemos observar a reação de J.P. Ele sabia que a operação requerida era a divisão, mas estava na dúvida de como realizar o algoritmo da divisão. Com isso, podemos perceber a presença de mais um ato dialógico, pois o aluno reconheceu ideias matemáticas a partir daquele diálogo que foi promovido.

A partir do que foi oportunizado na nossa ação intervencionista, J.P. demonstrou ter se apropriado de mais conceitos do campo multiplicativo do que L. A promoção de diálogos seguiu com sua potência, mas cada aluno aproveitou de maneiras diferentes.

L. não havia consolidado o algoritmo da multiplicação na etapa inicial, mas agora passou a ter mais domínio. J.P. não havia pensado na divisão anteriormente, mas agora

[31] A professora entregou para o grupo a folha Dicas.
[32] Vide página: 114

conseguiu identificar a operação requerida. O pronunciamento da linha 13 da Transcrição 3 revela algo que J.P. estava por experimentar a partir das perguntas presentes nas questões da Folha Dicas.

A entrega desse papel foi uma maneira de provocar a reformulação e alteração do cálculo proposto por L. a despeito da insistência de J.P. em dizer que deveria ser uma divisão. Os trechos a seguir, da Transcrição 3.1., revelam parte das falas do grupo focal quando respondiam a folha Dicas[33].

Quadro 26 - Transcrição 3.1 – extratos dos diálogos do grupo focal ao resolverem a Questão 3 em 23/05/2023 – Folha Dicas – Parte 1

1. *Cada integrante pegou a folha para assinar o próprio nome. P. G. assumiu a leitura da folha de dicas, começando pelo enunciado. J. P. interrompeu, dizendo que era a mesma pergunta e pegou a folha da mão do colega.*
2. [J. P]: É a mesma pergunta, caramba!
3. *Nesse momento as duas folhas estavam com o grupo. Tanto a folha 1 quanto a folha de dicas. M. estava com a folha 1 e J. P. com a folha de dicas. Ele escreveu a resposta. M. se distraiu com a primeira folha que ela pegou na mesa da professora. Ela fez uma outra conta na primeira folha: 21+03 (algoritmo). Acima da conta ficou escrito 3 mais. M. focou a sua atenção nessa folha e não acompanhou a discussão do grupo sobre a folha Dicas.*
4. [J. P]: Quantas crianças faltaram no turno da manhã? 21 crianças.
5. [P. G]: Tem que contar 21 crianças.
6. [J. P]: Meu Deus! Tá querendo saber quantas crianças faltaram no turno da manhã.... Sabendo que faltaram 21 crianças de manhã...
7. [J. P. *segue lendo*]: Em qual turno faltaram mais crianças?
8. [J. P.]: De manhã.
9. [L.]: É.
10. [J. P.]: Quantas vezes mais? 3x mais.
11. [L]: É.
12. [L.]: Em qual turno faltaram menos crianças? Quantas vezes menos?
13. [J. P.]: 3x.
14. [Professora, *repetindo as perguntas da folha*]: 3x mais? E quantas vezes menos? 3x? ... E que conta pode ser feita para descobrir quantas vezes menos o número de crianças que faltaram de manhã?
15. [P.G.]: Dividir.
16. [J. P.]: 21 dividido por 3.
17. [Professora]: E como é que faz para resolver, hein: 21 ÷ 3?
18. [J. P.]: Resolvendo.
19. [P.G.]: Acho que eu sei.
20. [J.P.]: Tem que ser tabuada.
21. *No espaço de cálculos, J. P. armou o algoritmo 21 dividido por 3.*
22. [Professora]: E aí? Como que faz essa conta? Vocês sabem fazer?
23. *P.G. pegou a folha de J. P.*
24. [P.G]: Acho que eu sei.
25. [Professora]: Tenta em cima da mesa, por favor, P.G. pra todos verem?! Obrigada.
26. *Os alunos se ajeitaram nas carteiras.*
27. [Professora]: Vamos ver a resolução do P.G.

[33] Como explicado no percurso metodológico desse trabalho, houve duas fases durante os agrupamentos. Na primeira, cada grupo recebeu uma folha com um único enunciado para o registro coletivo. Na fase seguinte, outra folha, denominada Dicas, foi entregue. Nela havia o mesmo problema acrescido de questões que esmiuçavam a situação com perguntas e que encorajavam os alunos a pensarem matematicamente.

28. *P. G. começou a fazer a conta, colocando o número 2 embaixo do dividendo, no espaço destinado para o resto.*
29. [Professora, *interrompendo*]: Dois é menor. Tem que ser o quê para dividir aí? Vinte e um, né?
30. *Fez-se uma pausa, os alunos se entreolharam, pareceram não saber o que fazer. A professora deixou o grupo focal e foi atender a outro grupo nesse momento. Ficou um silêncio, todos ficaram pensando muito o que fazer.*
31. [J. P.]: Eu já sei como é que eu vou fazer.
32. *P. G. passou a folha para J. P. Ele começou a explicar como iria fazer...*

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

O início da Transcrição 3.1 aponta para a fala de J.P.: "É a mesma pergunta, caramba!" Essa foi a primeira reação do menino diante da proposta da folha Dicas, que nada mais era do que uma estratégia de paráfrase do problema, ou seja, um dos oito elementos dialógicos. As perguntas dessa folha configuravam uma estratégia de retomada do que havia sido lido no enunciado, isto é, um modo de dizer novamente a mesma coisa só que de outra forma. Parafrasear, portanto, é o resultado de uma escuta consciente em que a pessoa diz as mesmas coisas de um modo um pouco diferente (Alro e Skovsmose, 2021).

Assim, identificamos com as primeiras treze linhas da Transcrição 3.1 a potência dos diálogos desencadeados na ação de perguntar, uma prática dialógica destacada dos nossos referenciais teóricos, dentre eles Alro e Skovsmose (2021) e Martinho e Ponte (2005a). Com exceção de M., de acordo com a linha 3, que estava distraída e focada na folha anterior, os demais integrantes do grupo estavam reagindo a mais um ato dialógico, conforme podemos visualizar na linha 14.

A despeito de dizer: "É a mesma pergunta, caramba!", vemos na linha 16 o menino elaborar algo que não havia conseguido anteriormente na primeira folha. Agora, além de saber que precisava fazer uma divisão, ele verbalizou toda a operação, anunciando: "21 dividido por 3." Com isso, J. P. pôde reformular o cálculo, ampliando o conceito de triplo e terça parte e, consequentemente, entendendo melhor a natureza desse tipo de problema.

Conforme as linhas de 17 a 30, podemos identificar a falta de familiaridade do grupo com o algoritmo da divisão. Fica claro que os estudantes focalizados não conheciam ainda esse procedimento de cálculo. Fato é que a turma GR5D ainda estava sendo apresentada ao algoritmo da divisão nesse período. Portanto, a conta de dividir era uma novidade para eles, por isso eles não dominavam o modo de fazer esse tipo de conta.

Com a leitura das linhas 21, 24 e 27, identificamos que primeiramente a conta foi armada por J.P., mas quem tentou efetuar o cálculo foi o outro aluno, o que evidenciou mais um ato dialógico, ou seja, uma cooperação humilde e respeitosa num estabelecimento de contato entre ambos.

Na linha 28, encontramos a maneira como P.G. iniciou a resolução. Essa transcrição nos possibilita uma triangulação de dados com a imagem da Figura 10.2[34]. O entrecruzamento da imagem da conta (Figura 10.2) com o registro da audiogravação (Linha 28 da Transcrição 3.1) nos esclarece ainda mais a respeito da limitação dos meninos para encontrarem a resposta do problema por essa estratégia.

Nessa caminhada dialógica, a linha 29 nos aponta para o que sucedeu, quando J.P. teve uma ideia, cuja conversa segue na Transcrição 3.2.

Quadro 27 - Transcrição 3.2 – extratos dos diálogos do grupo focal ao resolverem a Questão 3 em 23/05/2023 – Folha Dicas – Parte 2

1. *J.P. começou a escrever o cálculo demoradamente na folha. O aluno fez 21 círculos pequenos e abaixo 3 círculos maiores.*
2. [J. P.]: Vamos fazer ... Um, dois e três filhos... E vinte e um docinhos...
3. *L. sorri.*
4. [J. P.]: Agora é só... agora é só ele ir dando docinhos até ficar justo para todos os três.
5. *J.P. afastou a folha para explicar e P. G. pegou de volta a folha. Parece que foi resolver a conta. Próximo a cada um dos 3 círculos maiores, P.G. distribuiu um a um os círculos pequenos, sempre de três em três. Ele marcou um x dentro dos círculos pequenos já distribuídos para não se confundir.*
6. [J. P.]: Ficou a mesma quantidade para todos?
7. *P.G. Conferiu cada distribuição feita e contou baixinho o número sete duas vezes. Nem precisou conferir na terceira vez se havia sete. Ele se lembrou de algo e interrompeu a conta.*
8. [P.G.]: Lembra que a tia falou 7 e 7 são 14 com mais 7, 21!? Lembra da música? Sete pra cada um! Agora que eu lembrei!!!
9. [J. P.]: É só contar a quantidade que tem.
10. [P. G]: Não, olha aqui.
11. *J. P. Pegou a folha e foi contar novamente a quantidade de cada um. Enquanto ele contava, a professora se reaproximou do grupo.*
12. [Professora]: É sete pra cada um?
13. [P. G]: Sim, porque eu lembrei da música.
14. [Professora]: Hum. Qual é a música?
15. [P. G.]: É... 7 e 7 são 14 com mais 7, 21. Tenho sete namoradas, só posso casar com uma!
16. *Enquanto isso, J. P. seguiu na contagem até parar em 21.*
17. [Professora]: Isso! Então, quanto que é?
18. [J. P.]: Sete?!
19. [Professora]: Hum! Põe a resposta, então!
20. [J. P.]: Então é sete.

Fonte: elaboração da autora, 2023.

A leitura das linhas de 1 a 5 da Transcrição 3.2 nos leva a entender melhor a solução dada pelo grupo. Como os integrantes não estavam conseguindo avançar na representação numérica, J.P. teve uma ideia brilhante, ao decidir trilhar por meio de uma representação pictórica.

A partir da leitura das linhas 4 a 11, com o desfecho na linha 16, podemos identificar a potência dos diálogos no aprimoramento do desempenho dos meninos ao resolverem o

[34] Vide página:118

problema a quatro mãos.

Na linha 5, vemos que foi P.G. quem distribuiu os círculos pequenos de três em três. Ele usou a estratégia de marcar um x dentro dos círculos pequenos já distribuídos para não se confundir. Na linha 6, vemos a preocupação de J.P. com a distribuição igualitária entre os grupos. Nas linhas 7 e 8, P.G. reagiu a pergunta de J.P. conferindo a distribuição realizada. No entanto, sua conferência não precisou da contagem dos três círculos, pois, ao evocar a canção "Sete e sete são catorze com mais sete, vinte e um. Tenho sete namorados, só posso casar com um!", ele agilizou o cálculo, chegando ao resultado final rapidamente. Isso foi confirmado nas linhas 12 a 15. Enquanto isso, conforme as linhas 11,16 e 18, observamos que J.P. precisou proceder à conferência um a um.

Toda essa peculiaridade do raciocínio dessas crianças foi partilhada na privacidade de intercâmbios entre os quatro componentes do grupo, uma potência nas aulas de Matemática quando os diálogos são postos em ação. Esse tesouro didático-metodológico do protagonismo infantil foi socializado na plenária, ampliando essas trocas por todos da turma.

Portanto, a Transcrição 3.2 nos possibilita mais uma triangulação de dados com a imagem da Figura 10.2[35], o que nos leva a constatar que o meio encontrado pelo grupo para realizar a operação requerida pelo problema se deu de uma maneira bastante criativa e a solução encontrada revelou um raciocínio primoroso, algo que foi potencializado a partir das provocações oferecidas com o desdobramento de perguntas na promoção de diálogos.

O raciocínio do nível multiplicativo se fez presente a despeito de não ter sido usada a representação numérica. A representação pictórica foi uma estrutura de operação que não apareceu mais nas produções seguintes, uma vez que as crianças avançaram nas ideias multiplicativas, passando a fazer uso do algoritmo da multiplicação.

A culminância dessa conversação pode ser observada com a transcrição 3.3.

Quadro 28 - Transcrição 3.3 – extratos dos diálogos da turma na plenária da Questão 3 em 23/05/2023 – Parte 1

1. [Professora]: Então, na verdade a gente teve três grupos fazendo isso aqui (apontando para a multiplicação 21x3) e um grupo que fez isso aqui (apontando para a divisão 21 por 3), tá? O RA. não sabe explicar. Alguém consegue explicar essa conta? Como que ele chegou ao sete? LA, pode explicar?
2. [LA]: Eu não... Tá vou falar daqui. É por causa que, pra mim, eu já sabia a resposta de cabeça.
3. [Professora]: Você já sabia de cabeça?
4. *LA confirmou.*
5. [Professora]: Hum, hum.
6. [RA.]: Quando eu li, eu também já sabia.

[35] Vide página:118

7. [Professora]: Muito bem! O grupo do J. P. e o P. G. fez de outra maneira. Você gostaria de mostrar como você fez, P. G? Não? ... Bom, mas eu posso falar como que apareceu aqui no grupo de vocês? 8. [P. G]: Quem foi que inventou isso daí foi o J. P. 9. [Professora]: Ah, foi o J. P. que inventou? Então você quer vir explicar, J. P, como foi que você fez essa conta? 10. [J. P.]: Pode ser! 11. *O aluno J. P. fez na lousa uma representação pictórica, em que ele desenhou 3 círculos grandes e acima deles, ele fez 14 círculos pequenos um ao lado do outro e 7 círculos logo embaixo, totalizando 21 círculos pequenos.* 12. [Professora]: Que será que é essa quantidade que eles fizeram? O que que vocês acham? 13. *A professora apontou para o algoritmo armado no quadro 21 dividido por 3.* 14. [Professora]: É essa quantia aqui que ele tá fazendo? Qual é a quantidade que ele fez ali? 15. *Alguns alunos falaram 21.* 16. [Professora]: Vinte e uma, tá? E aí, o que que ele foi fazendo? Explica, J. P, você tá cortando. É o quê? 17. *Nesse momento, J. P. começou a fazer um x em cada um dos círculos pequenos para distribuí-los entre os círculos grandes que ele desenhou também. J. P. falou algo baixinho virado para a lousa e não deu para ouvir bem na videogravação.* 18. [Professora]: Esse x que você tá fazendo aqui significa o quê? 19. *J. P. colocou um círculo pequeno em cima do primeiro círculo grande e começou a ligar com um traçado cada círculo pequeno ao primeiro círculo grande.* 20. [Professora]: Ah, tá distribuindo, aqui. É isso? Ah, tá. Então tá bom! 21. [Professora]: Deu sete? 22. [J. P.]: Deu sete. 23. [Professora]: Vocês botaram aqui distribuindo e deu sete em cada um? Tá bom então.

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Primeiramente, nos cabe descrever o que antecedeu à fala da primeira linha da Transcrição 3.3.

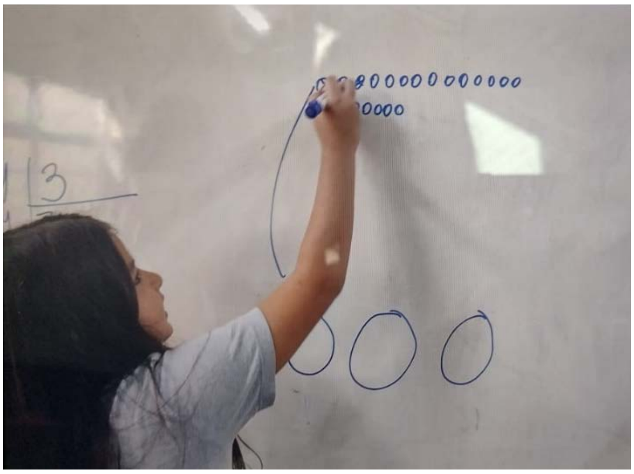
No momento da plenária, recorremos às anotações no quadro branco. Assim, iniciamos a atividade, escrevendo na lousa enquanto falávamos o que cada grupo colocou. Dentre os cálculos adotados, apareceu 21x3 e demos a oportunidade aos estudantes para explicarem essa conta no quadro.

Outro cálculo que surgiu foi uma divisão. Assim, escrevemos o algoritmo da divisão com o dividendo 21 (vinte e um) e o divisor 3 (três) enquanto falávamos do aparecimento dessa conta. Reiteramos com os estudantes que, dentre os diferentes procedimentos apresentados, enquanto alguns grupos pensaram em multiplicar, um grupo pensou na conta de dividir.

De acordo com as linhas 1, 3, 4 e 6, podemos verificar a necessidade de se compartilhar como foi descoberta a resposta sete para a divisão realizada, mas os alunos LA e RA, estudantes de fora do grupo focal, responderam respectivamente: “eu já sabia a resposta de cabeça” e “quando eu li, eu também já sabia”. Assim, não souberam explicar e demostraram saber de cor, o que é coerente com a situação semelhante identificada ao analisarmos o desempenho de P.G. a partir da Figura 9.4[36].

Nas linhas de 7 a 9, verificamos que foi dada abertura aos meninos para compartilharem a ideia bastante criativa que tiveram. J.P. assumiu o comando, indo até à lousa, cuja imagem capturada da videogravação pode ser vista na Figura 11.

Figura 11 - J.P. compartilhando uma solução criativa na plenária do dia 23/05/2023



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

A Figura11 apresenta o momento em que J.P. socializa com toda a turma a solução encontrada para resolver o problema da Questão 3, do Bloco B: No turno da manhã, faltaram três vezes mais crianças do que no turno da tarde. Sabendo que faltaram 21 crianças de manhã, quantos crianças faltaram à tarde? Na foto, vemos que o aluno tenta reproduzir a mesma representação pictórica que vimos na Figura 10.2[37].

Conforme relatado na linha 11 da Transcrição 3.3, o aluno desenhou três círculos grandes e acima deles, fez catorze círculos pequenos um ao lado do outro e, abaixo dos catorze, fez sete círculos, totalizando vinte e um círculos pequenos.

Na continuação da plenária, das linhas 12 a 15 da Transcrição 3.3, vemos uma intervenção feita enquanto o aluno concluía o desenho. Recorrendo, naquele exato momento, à representação pictórica que estava sendo anotada por J.P. no quadro, decidimos relacioná-la à representação numérica correspondente, pois o algoritmo com a divisão de vinte e um por três estava escrito bem ao lado do desenho do menino, o que pode ser parcialmente visto à esquerda da parte superior da imagem da Figura 11.

Com a leitura das linhas 16 e 18, identificamos o empenho em movimentar J.P. a falar para todo o grupo o que aquele procedimento representava e como estava sendo feita aquela

[36] Vide páginas: 116
[37] Vide página: 118

conta. Como facilitadoras, precisávamos organizar a explicação de J.P., o que pode ser observado no final da fala da linha 16: “Explica, J. P, você tá cortando. É o quê?”

Analisando as linhas 17 e 19, podemos inferir que, uma vez que tenha ficado inaudível sua fala, J.P. teve mais condição de desenhar sua resolução do que necessariamente dizer o seu pensamento.

Falar e ouvir seus colegas quando estão agrupados é bem diferente numa discussão que envolve toda a turma. Nesse sentido, podemos entender a inibição de J.P. ao tentar explicar a resolução que ele inventou.

Percebendo e desejando respeitar esse traço de timidez, prosseguimos tentando explicar o que representaria toda aquela engenhoca feita pelo aluno, conforme Transcrição 3.4, a seguir.

Quadro 29 - Transcrição 3.4 – extratos dos diálogos da turma na plenária da Questão 3 em 23/05/2023 – Parte 2

1. [Professora]: Deu sete?
2. [J. P]: Deu sete.
3. [Professora]: Vocês botaram aqui distribuindo e deu sete em cada um? Tá bom então.
4. A professora aponta na lousa para a divisão 21 por 3.
5. [Professora]: Mas, se em vez de ter sido 21, fosse um número muito maior, tipo 63 alunos? Eles teriam que ter desenhado 63 bolinhas?
6. [Alguém responde]: S-I-M!
7. [Outros]: Não.
8. [Professora]: Sim ou não?
9. [Alguns]: Não.
10. [Professora]: Sim. Se fosse essa estratégia de cálculo.
11. J. P. disse que desenharia.
12. [Professora]: Você desenharia? (se reportando a J. P.). Mas tem alguma outra maneira que eu tô ensinando pra vocês nesses dias?
13. [LA]: Fazer a tabuada.
14. [Professora]: Qual é? Fazer o quê?... A tabuada do lado. Tabuada de qual número, hein? Tabuada de qual número? Se eu tô dividindo por três, eu faço tabuada de quanto?
15. [Algumas crianças]: Três.
16. A professora aproveitou esse momento e seguiu realizando o algoritmo da divisão de 21 por 3. A professora foi escrevendo no quadro a tabuada do três, cada fator e produto um embaixo do outro. Ela apontou para a multiplicação 3x7=21.
17. [Professora]: Sete vezes. Essa maneira de pensar, oh, dá sete, vinte e um e não sobra nada é diferente da de J.P.
18. [Professora]:Entendeu, J.P.? Outra maneira que eu tô ensinando. Outra maneira para não precisar desenhar. É fazer a tabuada, tá? Entendido? Então vamos lá!

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

A Transcrição 3.4 apresenta o instante em que, dali em diante, a parte central da nossa conversa se concentrou em explorar a operação requerida pelo problema.

Das linhas 5 a 12, vemos um empenho em comparar a representação pictórica com a representação numérica. Nossa intenção era levá-los a reconhecer os benefícios da apropriação do algoritmo, o que fica evidente, principalmente, na linha 18. A operação de divisão não é vista como única solução, mas como "outra maneira para não precisar desenhar".

As crianças precisavam ser levadas à reformulação e alteração do cálculo, reconhecendo a execução da divisão. Cabia a nós a promoção de mais dois atos dialógicos que eram desafiar e avaliar.

Essa intervenção corrobora as contribuições de Alro e Skovsmose (2021) para quem desafiar implica na tentativa de levar as coisas para uma outra direção, questionando conhecimentos e perspectivas já estabelecidos e avaliar inclui correção de erros, crítica construtiva, conselho, apoio e elogio, o que procuramos garantir nesses momentos de troca.

Desse modo, além do grupo focal poder compartilhar a representação pictórica utilizada, foi uma oportunidade para ser abordada a expressão numérica do algoritmo da divisão, algo pouco familiar para os estudantes naquela ocasião.

Prosseguindo com o Bloco B, o Quadro 30 apresenta o desempenho do grupo focal na questão 4.

Quadro 30 - Desempenho do grupo focal na Questão 4

Crianças	Bloco B: referente desconhecido	
	Questão 4	
	Pré-teste	Pós-teste
J.P.	Errado	Certo
L.	Errado	Errado
M.	Errado	Errado
P.G.	Errado	Certo

Fonte: Elaboração da autora, 2023

Conforme o Quadro 30, vemos, novamente, que todos os integrantes do grupo focal erraram a Questão 4 no pré-teste e que as meninas não conseguiram dar a resposta correta na etapa final.

A Figura 12 mostra os cálculos realizados pelas meninas no pré-teste e no pós-teste.

Figura 12 - Resolução da questão 4 de L. e M. (continua)

Q4 do pré-teste: Yasmim e Laila resolveram comparar o dinheiro que tinham. Elas viram que a quantia de Yasmim era o triplo da quantia de Laila. Sabendo que Yasmim tinha 27 reais, quantos reais Laila tinha?

Q4 do pós-teste: Letícia e Vitória resolveram comparar o dinheiro que tinham. Elas viram que a quantia de Letícia era o triplo da quantia de Vitória. Sabendo que Letícia tinha 18 reais, quantos reais Vitória tinha?

Figura 12.1- Questão 4 de L. no pré-teste

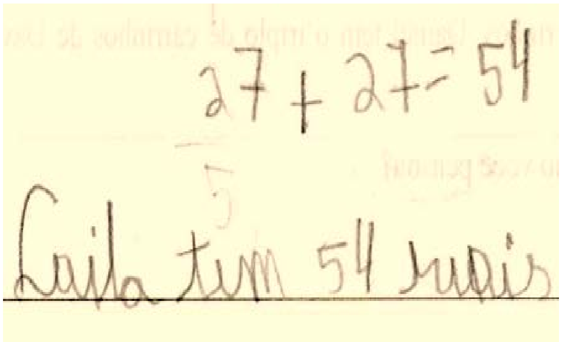


Figura 12.2 - Questão 4 de L. no pós-teste

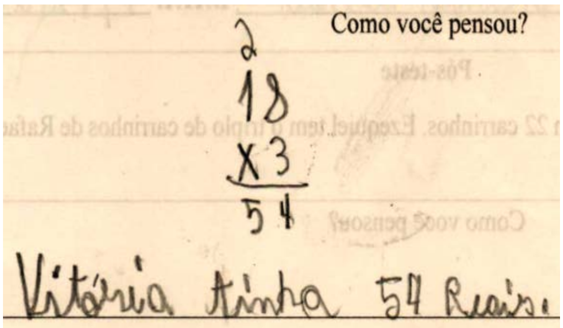


Figura 12 - Resolução da questão 4 de L. e M. (conclusão)

Figura 12.3 - Questão 4 de M. no pré-

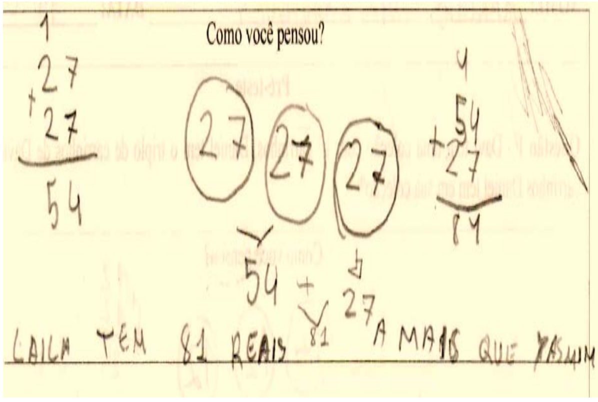
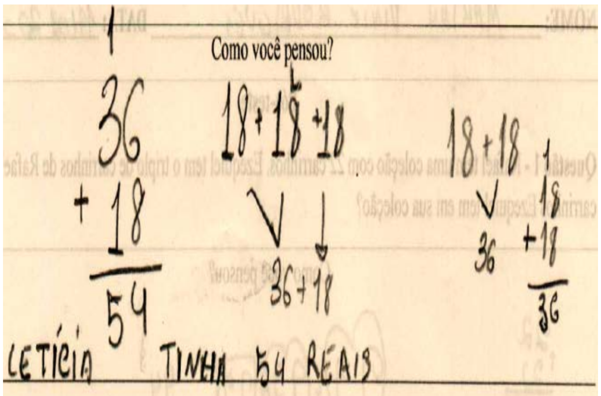


Figura 12.4 - Questão 4 de M. no pós-teste



Fonte: Elaboração da autora, 2023

Conforme a Figura 12, para fins de análise quantitativa, computamos como erradas essas repostas, porém, o que o engano dessas meninas tem a nos revelar? Que análise podemos fazer sobre a produção de conhecimento de um teste para o outro?

Comparando as Figuras 12.1 e 12.2, vemos que, após a intervenção, L. conseguiu diferenciar dobro de triplo. Seu engano tem a ver com o que já foi mencionado por ocasião da análise da terceira questão. Trata-se da confusão que geralmente o aluno faz ao optar pela operação de multiplicação para resolver esse tipo de problema, finalizando com uma resposta errada.

Outro aspecto que nos chamou a atenção tem a ver com o algoritmo da multiplicação na Figura 12.2. Esse tipo de conta com reserva foi algo que aluna demonstrou dificuldade durante o primeiro dia da intervenção. Nessa ocasião, foi necessário que os integrantes do grupo focal explicassem passo a passo para L. Na etapa final, a aluna demonstrou ter se apropriado dessa estratégia, o que traz uma evidência da potência dos diálogos travados na fase intermediária.

Quanto à Figura 12.3 e 12.4, podemos ver que não houve mais uma conta de subtração como na terceira questão e que M. operou como se fosse o triplo e não a terça parte. Seu nível de raciocínio revela a transição entre o nível aditivo e multiplicativo. Seu cálculo é exato, porém seu equívoco é semelhante ao de L, pois se deve ao fato de se confundir e usar a operação de multiplicação para resolver o problema.

A Figura 13 apresenta a resolução dos meninos no pré-teste e no pós-teste.

Figura 13 - Resolução da questão 4 de J.P. e P.G. (continua)

Q4 do pré-teste: Yasmim e Laila resolveram comparar o dinheiro que tinham. Elas viram que a quantia de Yasmim era o triplo da quantia de Laila. Sabendo que Yasmim tinha 27 reais, quantos reais Laila tinha?

Figura 13.1 - Questão 4 de J.P. no pré-teste

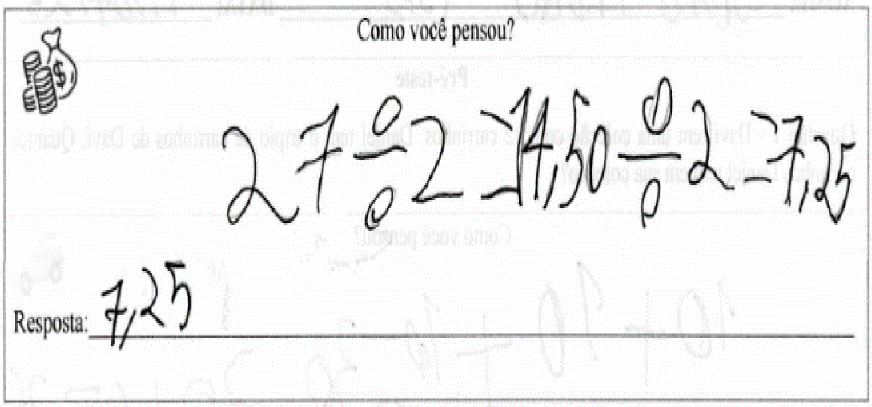
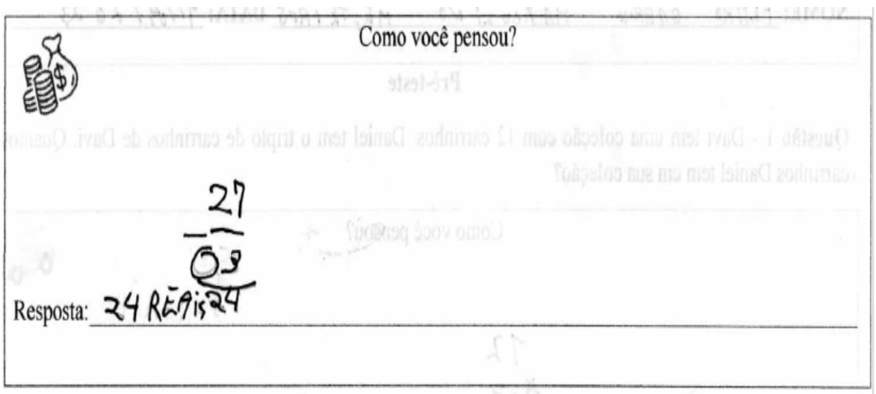


Figura 13.2 - Questão 4 de P.G. no pré-teste

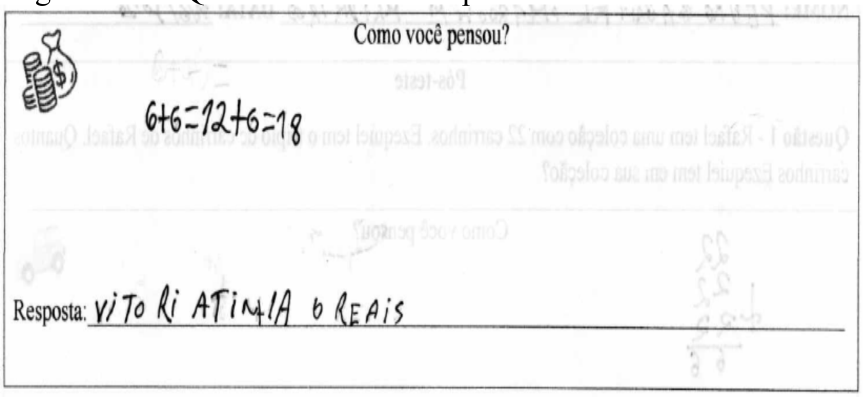


Q4 do pós-teste: Letícia e Vitória resolveram comparar o dinheiro que tinham. Elas viram que a quantia de Letícia era o triplo da quantia de Vitória. Sabendo que Letícia tinha 18 reais, quantos reais Vitória tinha?

Figura 13.3 - Questão 4 de J.P. no pós-teste

Figura 13 - Resolução da questão 4 de J.P. e P.G. (conclusão)

Figura 13.4 - Questão 4 de P.G. no pós-teste



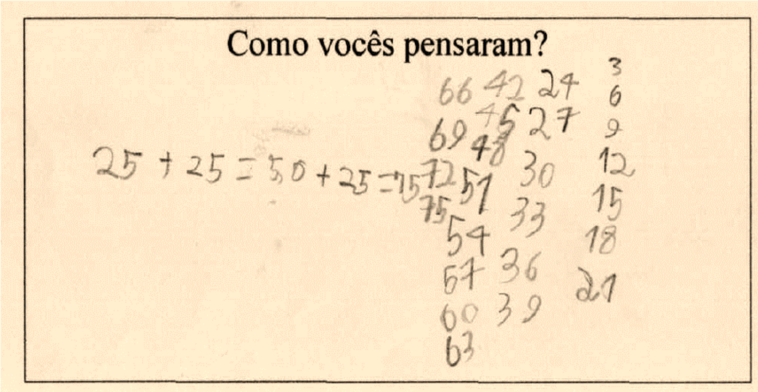
Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Comparando as Figuras 13.1 e 13.3, percebemos a evolução de J.P. Novamente no pré-teste, ele pensou que para encontrar o inverso do triplo, deveria encontrar a quarta parte. Como não sabia dividir por quatro, fez a metade da metade, destacando-se por operar com número decimal. Já no pós-teste, J.P. sabia que para resolver a questão bastava fazer a tabuada (x3), pois precisava descobrir que número vezes três daria dezoito.

Comparando as Figuras 13.2 e 13.4, percebemos a evolução de P.G. Ao contrário do pré-teste, identificamos a ruptura do aluno com o campo aditivo e sua migração para o nível de raciocínio multiplicativo.

Conforme a Figura 13.4, P.G. pensou imediatamente em descobrir quantas vezes precisaria ter o número seis para conseguir dezoito. Nesse momento, P.G. pensou no número seis e confirmou sua hipótese. Com isso, visualizamos que os meninos apresentaram o raciocínio multiplicativo e empregam recursos diferentes. Assim, prosseguimos com a avaliação de como se deu o processo dialógico no dia da quarta intervenção em que uma questão similar foi resolvida e amplamente discutida.

Figura 14 - Registro do grupo focal da questão 4, intervenção 4 (01/06/2023) - Folha 1



Q4 - Vamos comparar a quantidade de estudantes do 5º ano de uma escola!! Nessa escola, O turno da tarde tem, ao todo, 75 crianças estudando no 5º ano. Sabendo que esse total de estudantes é o triplo de estudantes do 5º ano da manhã, quantas crianças, nessa escola, estudam no 5º da manhã?

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Conforme a Figura 14, que revela a produção do grupo focal por ocasião da quarta intervenção ocorrida em 1º de junho de 2023, podemos verificar como o grupo focal pensou. Temos nos cálculos registrados as ideias lideradas por P.G. e J.P. Enquanto P.G. pensou em três vezes o número vinte e cinco, J.P. entendeu que deveria fazer a tabuada do três até alcançar setenta e cinco. O registro com os produtos da tabuada foi feito em colunas da direita para a esquerda.

Trata-se, portanto, de dois modos de operar elaborados pelos líderes do grupo focal, o que fica mais evidente com a transcrição a seguir.

Quadro 31 - Transcrição 4 – extratos dos diálogos do grupo focal ao resolverem a questão 4 em 01/06/2023 - Folha 1

1.	[J. P.]: É fácil... É só fazer a tabuada do 3.
2.	[P.G.]: A tabuada do 3?
3.	[M.]: A tabuada?
4.	[Professora]: A tabuada do 3 que vocês querem fazer?
5.	[P.G.]: É... separar em 3... 75 dividido por 3.
6.	[J. P. pegou a folha]: Peraí...Vamos fazer assim...
7.	*J.P. começou a escrever com a ajuda de P.G. enquanto M. parece distraída e L segue olhando: 3,6,9, 12, 18, 21. (Pausa)*
8.	[J.P.]: 24... não vai chegar a 75 não. (Ele continuou registrando os produtos da direita para a esquerda numa outra coluna)
9.	[Professora, apontando para a folha]: Põe aqui (na mesa de L.) em cima por favor. Não vai chegar a 75? Ué, então por que que vocês não experimentam? Você vai experimentar?
10.	[P. G.]: Não é melhor dividir 75 por 3?
11.	[Professora]: Olha a ideia dele! Dividir 75 por 3.

12. J. P. não aceitou.
13. [Professora]: Tá! Existe a possibilidade do J. P. e a possibilidade do P. G. Posso pedir um favor? Coloca mais aqui em cima para todo mundo ver? M. e L. acompanharem. Tá? E se vocês precisarem de uma folha maior, vocês têm outros espaços aí também. Pode pedir.
14. Enquanto isso, M. fica riscando a própria borracha aparentemente distraída.
15. [J.P. escrevendo e falando]: 36,39, 42, 45 (Eu falei 45 e botei 46), 48, 51.
16. [P. G.]: Tá quase chegando... Olha aqui, 71, certo? Você vai chegar aqui, aí é 71, certo? Depois de 71 + 3. 71 + 3? 74. Vai passar. E agora, entendeu? Não vai ter como, vai passar.
17. [J.P. sem desistir]: Vai ter sim... 54, 57, 60, 63, 66...
18. [M.]: J. P., tá fazendo o quê?
19. [P. G., pegando a folha de volta]: Calma aí. (). Ele pareceu conferir os cálculos e devolveu a folha para J.P. J.P. dá continuidade: 69, 72, 75.
20. [P.G. e J.P]: 75
21. [P. G.]: 75 dividido...
22. [J. P. pegou a folha de volta]: Agora a gente vai ter que fazer...
23. [P. G.]: Posso fazer agora do meu jeito?
24. [J. P.]: x 1, x 2 ×, 3 ×, 4 ×, 5 ×, 6 ×, 7 ×, 8 × 9, x 10, x 11, x 12, x 13, × 14 × 15, × 16, × 17, x 18, x 19, × 20, × 21, × 23, × 24, x 25.
25. [P. G. pegou a folha de volta]: 25+25, 50... 75... Dá... 25 pra cada um.
26. M. aparece distraída no vídeo, mexendo na própria mão.
27. [J.P.]: 25 pra cada um?
28. [P. G.]: Não! Que 25 pra cada um?!
29. [J. P.]: É pra quantos alunos faltaram não sei o quê na parte da manhã...
30. [P. G.]: 25!
31. [J. P.]: 25! Então... Exatamente... 25 vezes isso aqui...
32. P. G. começou o registro pelo 25.
33. [J. P., narrando o que P. G. estava fazendo]: 25+ 25... pra que 25+ 25? Pra quê?
34. P. G. parou pra pensar, mas não soube o que dizer.
35. [J. P.]: 25 é a resposta!

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

A Transcrição 4 apresenta a qualidade dos diálogos ocorridos nesse dia.

Nas linhas 1 e 5 da Transcrição 4, podemos identificar um dos oito atos dialógicos presentes nessa conversação. Trata-se do "pensar alto", ou seja, atitude que possibilita a expressão de pensamentos, ideias e sentimentos durante a investigação e a partilha das diferentes perspectivas. Nesse caminho, a verbalização de J.P. e P.G. tornou público o pensamento deles.

Esse pensamento foi potencializado na plenária ocorrida há uma semana, em 23 de maio de 2023, momento em que foram explicitados os diferentes modos de resolver um problema quando precisamos descobrir "quantas vezes menos".

Essa trajetória intervencionista despertou as crianças para outros procedimentos de cálculos. Então, os meninos puderam evocar essas descobertas no quarto encontro, bem como na etapa final durante a aplicação do pós-testes.

A linha 1 da Transcrição 4 demarca o raciocínio empregado por J.P. A escolha pela tabuada do três foi inspirada na plenária do terceiro encontro e se concretizou nos registros do aluno a partir do quarto dia da intervenção, estendendo-se até ao momento de responder as

Questões 3 e 4 do pós-teste, cujas resoluções apareceram anteriormente nas Figuras 9.2 e 13.3[38].

O pensar alto da linha 5 da Transcrição 4 revela a grande descoberta de P.G. Na semana que sucedeu a terceira plenária, na privacidade dos pequenos grupos, ele entendeu que era necessário realizar uma divisão[39]. Essa fala nos levou a uma triangulação desses dados.

Duvidamos de que P.G. dispunha de uma familiaridade com a tabuada, que ele soubesse "de cor" os produtos de 3x8 (Questão 3) e 3x6 (Questão 4). Ele de fato havia decorado essas tabuadas. No entanto, com a fala registrada na linha 5 da Transcrição 4: "É... separar em 3... 75 dividido por 3.", com o entrecruzamento desses dados, podemos inferir que esse foi o raciocínio utilizado pelo aluno também no pós-teste. Assim, sem a presença do algoritmo da divisão, P.G. operou 24÷3 = 8 (na questão 3) 18÷3 = 6 (na questão 4) através do cálculo mental, registrando, por escrito, o dividendo e fazendo o cálculo inverso, pela adição.

Outro elemento de uma comunicação dialógica presente nessa conversação foi o posicionamento dos meninos. Posicionar-se, num processo de investigação, significa experimentar e apresentar as argumentações. Observando as linhas 6, 11, a 14 e 25 da Transcrição 4, percebemos que tanto P.G. quanto J.P. disseram o que pensavam e, ao mesmo tempo, estiveram receptivos à crítica de suas posições. Eles mantiveram as suas respectivas ideias, entendendo-as e aceitando-as como a ideia do grupo ao final do encontro.

Do início ao fim dessa transcrição, percebemos o quanto J.P. e P.G. conseguiram estabelecer entre si um contato num relacionamento amistoso e de mútua cooperação. O contato estabelecido é mais um dos atos dialógicos que empodera a comunicação e a produção de conhecimento nas aulas de Matemática. Eles tiveram uma conduta positiva de interação demonstrando abertura para um cenário investigativo.

Esse não foi o mesmo comportamento das meninas. L. praticamente permaneceu em silêncio e com o olhar voltado para tudo o que ocorreu, principalmente quando a folha de registro parou em cima de sua mesa. Essa folha circulou entre as mãos dos meninos, mas algumas vezes permaneceu na mesa de L.

Quanto à M, conforme as linhas 3 e 18 da Transcrição 4, podemos observar uma tentativa da aluna em estabelecer um contato com o grupo, porém a videogravação não nos deixa dúvida de que ela estava um pouco distraída.

As linhas 7, 14, 26 da Transcrição 4 apontam para um comportamento dispersivo de M. e a linha 13 mostra um de nossos empenhos em garantir a comunhão de todo o grupo de

---

[38] Vide páginas: 116 e 130, respectivamente

[39] Conforme as Figuras 9.4 e 13.4, nas páginas: 116 e 130, respectivamente

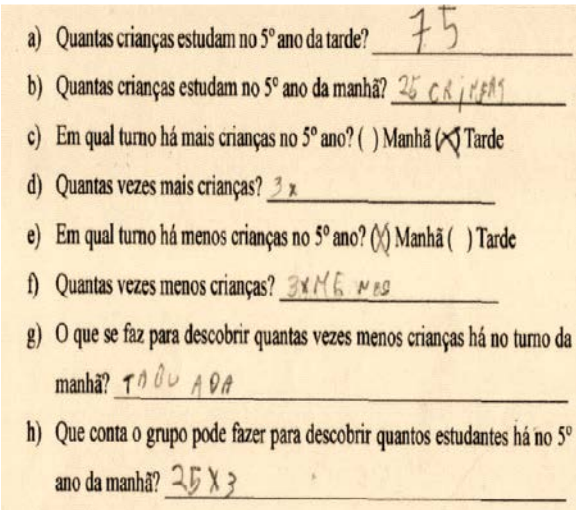
modo que M. pudesse retomar seu foco.

O que faltou um pouco a M. sobrou nos meninos, ou seja, um dos oito atos dialógicos: o contato com o outro, algo que demanda de todos os integrantes certa responsabilidade. Estabelecer contato é crucial numa atividade cooperativa. É por meio do contato que se nos atentamos ao outro e às suas contribuições, numa relação que envolve respeito mútuo, responsabilidade e confiança (Alro e Skovsmose, 2021).

Ainda tecendo nossa análise em torno das produções e conversas dialógicas do quarto dia de intervenção, seguimos com mais extratos desse dia com a Figura 15, que apresenta a resolução dos estudantes em foco na segunda fase dos pequenos grupos ao receberem a folha com as dicas. Esse papel, como já explicado, foi uma estratégia utilizada com a sequência de algumas questões que favorecessem o raciocínio das crianças e o intercâmbio entre elas na resolução do problema.

Figura 15 - Registro do grupo focal da questão 4, intervenção 4 (01/06/2023) - Folha

Q4 - Vamos comparar a quantidade de estudantes do 5º ano de uma escola!! Nessa escola, O turno da tarde tem, ao todo, 75 crianças estudando no 5º ano. Sabendo que esse total de estudantes é o triplo de estudantes do 5º ano da manhã, quantas crianças, nessa escola, estudam no 5º da manhã?


a) Quantas crianças estudam no 5º ano da tarde? 75
b) Quantas crianças estudam no 5º ano da manhã? 25 CRIÇAS
c) Em qual turno há mais crianças no 5º ano? ( ) Manhã (X) Tarde
d) Quantas vezes mais crianças? 3x
e) Em qual turno há menos crianças no 5º ano? (X) Manhã ( ) Tarde
f) Quantas vezes menos crianças? 3xMENOS
g) O que se faz para descobrir quantas vezes menos crianças há no turno da manhã? TADUADA
h) Que conta o grupo pode fazer para descobrir quantos estudantes há no 5º ano da manhã? 25X3

a) Quantas crianças estudam no 5º ano da tarde? <u>**75**</u>
b) Quantas crianças estudam no 5º ano da manhã? <u>**25**</u> <u>**CRIANÇAS**</u>
c) Em qual turno há mais crianças no 5º ano? ( ) Manhã (**X**) Tarde
d) Quantas vezes mais crianças? <u>**3X**</u>
e) Em qual turno há menos crianças no 5º ano? (**X**) Manhã ( ) Tarde
f) Quantas vezes menos crianças? <u>**3X MENOS**</u>
g) O que se faz para descobrir quantas vezes menos crianças há no turno da manhã? <u>**TABUADA**</u>
h) Que conta o grupo pode fazer para descobrir quantos estudantes há no 5º ano da manhã? <u>**25X3**</u>

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

De acordo com a Figura 15, vemos algumas perguntas elaboradas para inspirar a interação dos alunos entre si. Nela constam as respostas do grupo focal.

Dessa imagem, destacamos a pergunta da letra G. O grupo concluiu que para descobrir quantas vezes menos crianças há no turno da manhã seria necessário fazer a tabuada. Na resposta da letra H, podemos visualizar que tipo de tabuada eles pensaram: 25x3, uma expressão numérica em que a resposta final já aparecia, isto é, o número vinte e cinco.

Os extratos da Transcrição 4.1 contribuem para a nossa reflexão acerca da qualidade das conversas nesse momento em que a folha Dicas estava sendo preenchida.

Quadro 32 - Transcrição 4.1 – extratos dos diálogos do grupo focal ao resolverem a questão 4 em 01/06/2023 - Folha Dicas

1. [P. G.]: O que se faz para descobrir quantas vezes menos crianças há no turno da manhã?
2. A professora insiste com M. que permanece com a cabeça baixa manuseando o lápis na mesa.
3. [A professora]: E aí, M? O que se faz para descobrir quantas vezes menos crianças há no turno da manhã?
4. [J. P.]: A gente fez tabuada!
5. A professora preocupada na participação de todos procura envolver cada um.
6. [Professora, *se dirigindo ao P. G*]: Você acha que é o quê?
7. [P.G]: Tabuada.
8. [Professora, *se dirigindo à M*]: E você, M.?
9. Ela rapidamente respondeu que era a tabuada.
10. [Professora]: Tabuada de quê?
11. [M. *pensou um pouquinho, demonstrando dúvida*]: Do 3.
12. [Professora, *se dirigindo à L.*]: E você, L.? Você acha que é o quê?
13. L. respondeu que era a tabuada.
14. [Professora]: É? Hum... Então escreve, aí.
15. [J. P.]: Foi isso que a gente fez.
16. [Professora]: Foi isso que vocês fizeram? Que conta? ... Olha a próxima pergunta!
17. [P. G. *lendo a próxima pergunta*]: o que o grupo pode fazer para descobrir quantos estudantes há no 5º ano da manhã?
18. [J. P.]: A gente não fez uma conta!!!
19. [Professora, *pegando a folha e repetindo a pergunta para todos*]: Que conta o grupo pode fazer para descobrir quantos estudantes há no 5º ano da manhã?
20. [J. P.]: 3x menos ... 25
21. [Professora]: Mas como vocês sabiam que era 25?
22. [J.P.]: A gente foi testando...
23. [P.G.]: Porque 25+25 é 50. +25, 75.
24. [Professora]: Interessante que outras pessoas também responderam isso. Mas eu gostaria de saber como se chegou ao 25. Porque se fossem 125...
25. [J. P.]: 1x3= 3; 2x3= 6; 3x3=9; 9x3=18...
26. [P.G.]: 1,2,3,4... até chegar...
27. [J. P.]: até chegar no 75.
28. Nesse momento, L. acompanhava com o olhar fixo nos interlocutores e M. apareceu no vídeo olhando para baixo, aparentemente distraída com o lápis na mesa.
29. [Professora]: Até chegar no 75? Aí vocês viram que era 25 vezes?
30. [J. P.]: Sim.
31. [Professora]: Ah, tá. Ok! Então tá, coloca aí.

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

A leitura das linhas de 1 a 13 da Transcrição 4.1, nos leva a perceber que havia uma unanimidade no grupo de que a tabuada os levaria a encontrar a resposta daquele problema. De todos, aparentemente, o mais convencido era o aluno J.P. A grande questão era a definição de qual tabuada. Sabendo a complexidade da questão, sentimos a necessidade de sondar cada integrante daquele pequeno grupo.

As crianças já haviam feito, minutos atrás, a primeira folha, de acordo com a Figura

14[40]. Assim, subtendemos que as crianças deveriam se lembrar do cálculo anterior em que P.G. propôs fazer 25+25+25=75.

Na linha 11 da Transcrição 4.1, quando M. respondeu de maneira duvidosa que era a tabuada do três, era possível que ela não soubesse qual número deveria multiplicar por três. Aliás, essa complexidade não foi compreendida pela aluna. Nesse sentido, observamos que no pós-teste a aluna se confundiu fazendo o triplo e não a terça parte na resolução dos problemas 3 e 4. Foi o mesmo que ocorreu com L.

O auge da qualidade dessa conversação se deu na linha 21, quando as crianças foram levadas a nos responder como eles descobriram que seria três vezes o número vinte e cinco. Enquanto J.P. estava se baseando na estratégia de tentativa e erro, P.G. já estava convicto do dividendo.

A explicação de P.G. na linha 23 da Transcrição 4.1 reiterou a triangulação dos dados dessa pesquisa feita na análise da Transcrição 4. Foi exatamente essa estratégia utilizada pelo aluno na aplicação do pós-teste.

Ainda com base na linha 23, percebemos a presença do ato dialógico reconhecer, conforme Alro e Skovsmose (2021). Ao fazermos a pergunta "como" (linha 21), realizamos um questionamento mais aberto do tipo "o-que-acontece-se". Consequentemente, sem controle do que seria respondido, surgiu uma "questão-por-quê".

Quanto à Matemática, levamos os alunos a reformularem os cálculos de modo a reconhecerem a natureza do problema. Essa especificidade da nossa intervenção ganhou vulto na plenária desse dia, o que pode ser conferido na Transcrição 4.2 que aponta um extrato da conversação desse dia e da exploração que fizemos ao compararmos diferentes perspectivas.

Quadro 33 - Transcrição 4.2 – extratos dos diálogos da turma na plenária sobre a Questão 4 em 01/06/2023 – 1ª Parte

1. *A professora lê o enunciado para todos.*
2. [Professora]: Letra C ... Estão juntos comigo? M. deve estar, né? Em qual turno há mais crianças no 5º ano? É o turno da manhã ou o turno da tarde?
3. [Algumas crianças em coro]: Da tarde.
4. [Professora]: Quantas vezes mais crianças do que o turno da manhã?
5. [Alguém]: 3x.
6. [Professora]: Olha só gente. São três crianças a mais?
7. [Algumas crianças em coro]: Não.
8. [Professora]: Não! São o quê? (Virando-se para a lousa e escrevendo). São 3 x mais. Não está falando que tem 3 crianças a mais. Está falando que tem 3 x mais. Letra E: Em qual turno há menos crianças no 5º ano? Se tem mais no turno da tarde, logo vai ter menos no turno da...
9. [Algumas crianças em coro]: Manhã.
10. [Professora]: Se tem 3 x mais no turno da tarde, quantas vezes menos no turno da manhã?

[40] Vide página:131

11.	*(...)*
12.	[Professora]: Vê se vocês conseguem responder ... essa pergunta. Pra gente descobrir como se calcula 3 x menos, o que se faz?
13.	[P. G.]: Tabuada.
14.	[Professora]: Tabuada. Então olha só, vamos botar aqui. Mas é qualquer tabuada?
15.	[Algumas crianças em coro]: Não.
16.	[Professora]: P. G., qual seria a tabuada?
17.	[Várias crianças, inclusive P.G.]: Tabuada do 3.
18.	[Professora, aguardando um voluntário]: Por acaso, alguém respondeu outra coisa?
19.	[Professora]: É a questão da letra G que é sobre o que se faz para descobrir quantas vezes menos crianças há no turno da manhã.
20.	[LA]: Divisão.
21.	[Professora, *anotando na lousa*] :D-I-V-I-S-Ã-O! Você saberia dizer, LA. ou outro aluno que tenha colocado divisão, qual é a divisão que se faz?
22.	*LA. respondeu timidamente.*
23.	[Professora, em voz alta]: 75 ÷3. Assim?
24.	*A professora passou para a próxima pergunta.*
25.	[Professora]: Letra H... Agora vamos ver, hein?! Será que dá pra fazer pela tabuada do 3? Será dá pra fazer divisão, essa que a LA. falou? Mas olha só. O BR. não quis falar, mas como eu circulei de grupo em grupo, eu vi que tinha gente querendo fazer conta de menos. Tá. Mas, pela conta de menos, eu acho que a gente não consegue chegar lá...

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Conforme a linha 13 da Transcrição 4.2, vemos que P.G. foi voluntário e, ousadamente, se expôs na socialização da plenária. Ele já estava se sentindo confortável no pequeno agrupamento e isso se refletiu também no encontro da turma reunida. Ele corajosamente pensou alto mais uma vez, tornando seu pensamento público. P.G. foi se apropriando dos conceitos e da linguagem matemática, assumindo uma postura de destaque nas discussões que envolviam toda a classe.

Sabíamos que havia um grupo na turma que tinha resolvido o problema a partir de uma divisão e, nesse momento, surgiu a oportunidade para a ampliação dos olhares dos alunos. A respeito dessa intencionalidade, a linha 18 apresenta uma provocação para a partilha de múltiplos procedimentos. Entendemos que agimos como facilitadores, promovendo a socialização de diferentes perspectivas, compartilhando a condução do processo com as crianças.

Nesse sentido, corroboramos as afirmações de Milani (2012) e Faustino (2016 e 2018), para quem os diálogos promovidos são um tipo de relação interpessoal e até mesmo igualitária, em que professor e alunos, apesar de uma assimetria quanto aos saberes que possuem, têm igualmente direito à fala.

A conversação não terminou com a fala da linha 26 da Transcrição 4.2. Continuamos com a Transcrição 4.3.

Quadro 34 - Transcrição 4.3 – extratos dos diálogos da turma na plenária sobre a Questão 4 em 01/06/2023 – 2ª Parte

1. [Professora]: Letra H. Que conta o grupo pode fazer para descobrir quantos estudantes há no 5º ano da manhã?
2. [BR]: Menos.
3. [Professora]: Fazer conta de menos? E de mais também?
4. [Professora]: E aí, gente. O que vocês podem falar para o BR.?
5. [Alguém]: Divisão.
6. [Professora, *apontando para as anotações na lousa*]: A gente acabou de pensar que pode fazer uma divisão. E o BR. chega e fala...
7. *Alguém fez um comentário.*
8. [Professora, *repetindo o que outra criança disse*]: Não pode fazer conta de menos. Por quê? Você pode dizer?
9. [KE]: Não vai chegar no cálculo.
10. [Professora]: A gente pode até tentar fazer uma conta de menos, tá? Se fosse uma conta de menos, seria o quê? O que menos o quê?
11. [Professora, *apontando para as anotações do quadro*]: LA. falou 75-25. A questão toda, é que onde apareceu o 25? Por que o 25 apareceu na cabeça de algumas pessoas, mas de outras não? Então quando BR falou conta de menos, ele pensou 75 -3. Certo? 75-3, dá quanto? E aí? Eu pego 75 alunos e tiro 3 alunos e fico com 72 alunos. É essa a quantidade que tem no turno da manhã? Mas, BR, você viu que pela subtração não dá? A não ser que você fizesse menos 3, menos 3, menos 3, menos 3, BR., menos 3 até chegar a zero. Não ter nenhum aluno. Aí você teria quantas vezes você teria feito 25 (menos 3).

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

A Transcrição 4.3 apresenta a diversidade de contas que compuseram as diferentes perspectivas apresentadas pelos alunos para esse problema.

Esse extrato da intervenção realizada no quarto dia nos levou a corroborarmos as contribuições de Alro e Skovsmose (2021) a respeito da avalição de diferentes perspectivas tanto dos alunos quanto do professor. Consequentemente, passamos a entender empiricamente que não encaramos o problema com base no mesmo ponto de vista nem tentamos resolvê-lo da mesma forma.

Portanto, numa aula de Matemática em que o diálogo é valorizado, o professor deve levar em consideração os posicionamentos do aluno, pois são consideradas instrumentos de aprendizagem.

Nesse sentido, a conversação da Transcrição 4.3 desencadeou um desdobramento reflexivo em torno do uso da subtração nessa conta. Essa discussão nos levou a realizar e comparar três contas na lousa, recurso didático que consta resumidamente organizado numa tabela a seguir no Quadro 35.

Quadro 35 - Abordagem para os diferentes procedimentos de cálculos da questão 4

Abordagem para os diferentes cálculos na plenária da questão 4		
Perspectivas	**Perguntas da Professora**	**Reflexões**
Uma aluna fala na subtração: 75-25	1. De onde surgiu o número 25? 2. Por que o 25 apareceu na cabeça de algumas pessoas, mas de outras não? 3. Então quando ele falou conta de menos, ele pensou 75 -3. Certo? 75-3, dá quanto?	1. 75-25 = 50 2. Não é suficiente.
Um aluno fala na subtração: 75-3	1. Eu pego 75 alunos e tiro 3 alunos e fico com 72 alunos. É essa a quantidade que tem no turno da manhã? 2. Vocês viram que pela subtração não dá?	1. Quando se falou em conta de menos, foi dito 75 -3. Certo? 2. 75-3, dá quanto? 3. A não ser que você fizesse menos 3, menos 3, menos 3, menos 3... 25x.
Uma aluna fala baixo: 75÷3	1. Vamos experimentar o procedimento do grupo da LA?	1. Quem sabe fazer essa conta? 2. Vamos operar com a tabuada do 3 para descobrir o resultado!

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

O Quadro 35 é uma ferramenta que nos ajuda a resumir a exposição realizada nessa parte da plenária. A primeira coluna apresenta três tipos de cálculo que surgiram em consonância com as provocações e falas conforme Transcrição 4.3. A segunda e terceira coluna do Quadro 35 apresentam o tratamento dessas perspectivas por meio de perguntas e reflexões conduzidas por nós diante das falas das crianças. Essa tabela resume nosso empenho em utilizar diferentes estratégias para resolver as situações do Bloco B, mesmo com o algoritmo da divisão sendo pouco experimentado. Ressaltamos que os variados procedimentos foram nítidos na resolução das crianças durante todo o processo de produção de dados. A plenária precisava incluir o ensino da estratégia da conta de dividir, pois era a operação exigida.

O quarto dia de intervenção contribuiu para a modificação do desempenho de todos do grupo focal na quarta questão, a despeito de L. e M. não obterem êxito. De acordo com as Figuras 12.2 e 12.4[41], no pós-teste, as meninas não conseguiram perceber que a terça parte seria um valor a menos e não o produto da multiplicação por 3. De acordo com as Figuras 13.3 e 13.4.[42], os meninos conseguiram assimilar o inverso do triplo e a necessidade de se recorrer à divisão não pelo algoritmo, mas de outro modo.

A nossa explicação resumida no Quadro 35 não foi compreendida por todos os alunos

[41] Vide página: 128.
[42] Vide página: 130 e 131 respectivamente.

presentes por ser definitivamente um problema bem complexo. Essa situação problemática atravessou as três etapas da produção de dados com certo grau de dificuldade.

Corroborando as contribuições de Gitirana *et al*. (2014), constatamos que, quando o referido é desconhecido, há uma complexidade maior o que ocasiona menos acertos. Porém, num comparativo entre as Figuras 12.1 e 12.2; 12.3 e 12.4[43], as estratégias de cálculo das meninas focalizadas se modificaram no pós-teste. Elas chegaram a empregar operações do campo aditivo no primeiro momento e passaram a utilizar a multiplicação na etapa final.

4.4 **Desempenho do grupo focal no Bloco C: acertos, erros e níveis de raciocínio**

As situações-problema aplicadas no Bloco C foram de comparação multiplicativa com a relação desconhecida – vezes maior (questão 5) e de comparação multiplicativa com a relação desconhecida – vezes menor (questão 6). Como explicado no percurso metodológico, esses enunciados demandam do estudante a descobrir qual é o divisor. Como se trata, novamente, de uma inversão, opera-se uma divisão.

4.4.1 <u>Bloco C: questões 5 e 6 – uma visão panorâmica</u>

Antes de esmiuçarmos as resoluções das Questões 5 e 6 do grupo focal, optamos por fazer um pequeno destaque panorâmico de acertos de toda a turma.

[43] Vide página:128.

Quadro 36 - Desempenho geral no Bloco C: relação desconhecida

Bloco C: relação desconhecida						
Questões Avaliadas	Questão 5a Vezes maior		Questão 5b Vezes maior		Questão 6 Vezes menor	
	Pré-Teste	Pós-Teste	Pré-Teste	Pós-Teste	Pré-Teste	Pós-Teste
Gabarito	24÷12=2	24÷12=2	24÷6=4	24÷6=4	24÷8=3	24÷8=3
Total de Respostas	16	19	15	19	15	19
Em Branco	4	1	5	1	3	1
Erros	11	6	9	9	12	8
Acertos	5	13	6	10	5	11
Representação Pictórica	0	0	0	0	0	0
Representação Numérica	18	16	15	14	17	16
Sem Cálculo	2	4	5	6	3	4
Com Adição	10	10	6	10	7	4
Com Subtração	4	1	2	0	9	6
Com Multiplicação	0	3	1	3	1	5
Com Divisão	0	3	1	1	0	1

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

O Quadro 36 nos oferece um panorama dos vinte alunos e apresenta o desempenho da turma GR5D, ao atentarmos para os números do pré-teste, verificamos que menos da metade dos alunos acertou essas questões. Além disso, nessa etapa, as questões 5a, 5b e 6 apresentaram, respectivamente, 4, 5 e 3 respostas em branco. No pós-teste, esse número reduziu consideravelmente, mas ainda tivemos uma mesma criança que deixou de responder essas três perguntas.

A quantidade de acertos do Bloco C, na etapa final, melhorou significativamente. Nas questões 5a e 6, as respostas corretas foram mais que o dobro de uma etapa para a outra. Podemos ver o número de respostas corretas saltou de 5 (cinco) para 13 (treze) na Questão 5, letra A; mudou de 6 (seis) para 10 (dez) na Questão 5, letra B; e foi de 5 (cinco) para 11 (onze) na Questão 6.

Esse quantitativo aumentou para metade e um pouco mais da metade na aplicação do último teste. Nas questões: 5a, 5b e 6, respectivamente, o percentual alcançou 65%, 50%, 55% de acertos.

Corroboramos as afirmações de Gitirana *et al*. (2014) de que, ao contrário de situações em que o referido é desconhecido (Bloco A do nosso trabalho), os problemas em que o referente é desconhecido (Bloco B do nosso trabalho), o desempenho dos estudantes é inferior. No entanto, quando a relação é desconhecida (Bloco C do nosso trabalho) o desempenho de estudantes ao final dos anos iniciais do ensino fundamental e até mesmo no 6º ano fica em torno de 30% de acertos.

Para essas pesquisadoras, esse escore só melhora ao término do ensino fundamental, justamente quando são focadas a álgebra e a ideia de razão. "Ao final do ensino fundamental, o desempenho dos estudantes situa-se entre médio e bom, chegando a 64% apenas" (Gitirana *et al*., 2014, p. 52-53).

Comparando com o nosso percentual, o qual variou entre 50-60% de acertos, podemos perceber um desempenho aproximado. Vamos avaliar o desempenho das crianças a partir de indagações, tais como: o quê e como acertou, o quê e o porquê errou. Também não nos impede de investigar a potência dos diálogos na produção de conhecimentos do campo multiplicativo.

Ainda conforme o Quadro 36, podemos observar a presença de dois níveis de raciocínio: (i) o nível do pensamento aditivo; e (ii) o nível do pensamento multiplicativo. Para todas as resoluções foram utilizadas representações numéricas e nenhuma pictórica.

Portanto, prosseguimos com um mergulho denso no desempenho do grupo focal para problematizar alguns acertos e erros nesse bloco.

4.4.2 Bloco C: questões 5 e 6 – um mergulho no grupo focal

O Quadro 37 apresenta o desempenho do grupo focal nas questões 5 e 6.

Quadro 37 - Desempenho do grupo focal nas Questões 5 e 6

Desempenho nas questões 5 e 6						
Crianças	**Questão 5a**		**Questão 5b**		**Questão 6**	
	Pré-teste	**Pós-teste**	**Pré-teste**	**Pós-teste**	**Pré-teste**	**Pós-teste**
J.P.	Certo	Certo	Certo	Certo	Certo	Certo
L.	Errado	Certo	Errado	Errado	Errado	Errado
M.	Errado	Errado	Em branco	Certo	Em branco	Errado
P.G.	Não sabe	Certo	Não sabe	Certo	Errado	Certo

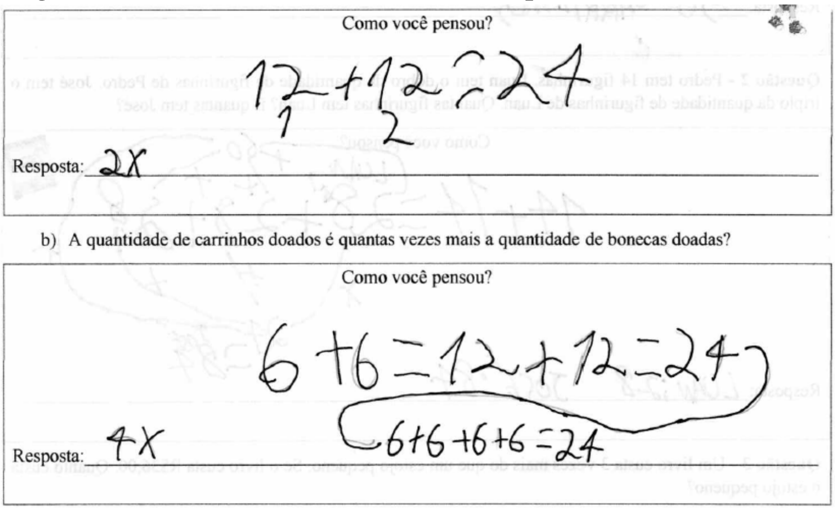
Fonte: Elaboração da autora, 2023

Conforme o Quadro 37, temos os seguintes dados: (i) J.P. acertou tudo nas duas etapas; (ii) L. conseguiu acertar pelo menos uma das três questões no pós-teste; (iii) M. apresentou uma modificação no pós-teste, etapa em que ela não deixou nenhuma dessas três questões em branco, acertando uma; e (iv) P.G. deu um salto, gabaritando as três perguntas no pós-teste.

A seguir, temos os desempenhos das crianças apresentados em imagens para analisarmos os acertos e erros de cada uma. Começamos com a Figura 16 que apresenta as soluções de J.P. frente às questões 5 e 6.

Figura 16 - Soluções de J.P. nos testes Q5 e Q6 (continua)

Figura 16.1 - Soluções de J.P. no Q5 do pré-teste

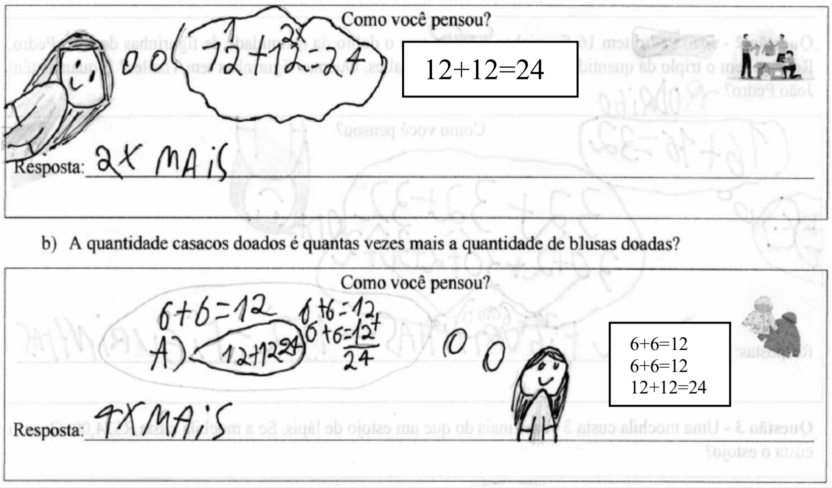


Q5 do pré-teste: "Uma pessoa doou alguns brinquedos para as crianças mais carentes de uma comunidade. Foram doados 6 bonecas, 12 bolas e 24 carrinhos.

a) A quantidade de carrinhos doados é quantas vezes mais a quantidade de bolas doadas?
b) A quantidade de carrinhos doados é quantas vezes mais a quantidade de bonecas doadas?

Figura 16 - Soluções de J.P. nos testes Q5 e Q6 (conclusão)

Figura 16.2 - Soluções de J.P. no Q5 do pós-teste

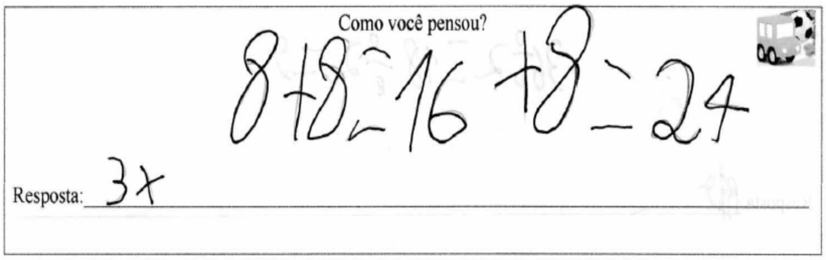


Q5 do pós-teste:Nesse inverno, uma pessoa doou algumas roupas para as crianças de um orfanato. Foram doados 6 blusas, 12 calças e 24 casacos.

a) A quantidade de casacos doados é quantas vezes mais a quantidade de calças doadas?
b) A quantidade de casacos doados é quantas vezes mais a quantidade de blusas doadas?

Figura 16 - Soluções de J.P. nos testes Q5 e Q6 (conclusão)

Figura 16.3 - Soluções de J.P. no Q6 do pré-teste Q5



Q6 Na loja de brinquedos, um carrinho custa R$24,00 e uma bola R$8,00. O preço da bola é quantas vezes menos o preço do carrinho?

Figura 16.4 - Soluções de J.P. no Q6 do pós-teste

Q6 - Na loja de brinquedos, um Jogo de Xadrez custa R$27,00 e um Jogo de Dominó R$9,00. O preço do dominó é quantas vezes menos o preço do xadrez?

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

De acordo com a Figura 16, podemos verificar, nos cálculos utilizados por J.P, a presença tanto do nível aditivo quanto do multiplicativo, predominando o segundo assim como em toda a turma.

Destacamos a última questão do pós-teste, em que ele lançou mão da tabuada. Novamente, o raciocínio do nível multiplicativo se fez presente a despeito de não haver o algoritmo da divisão. O aluno calculou com a operação inversa, montando a tabuada do 9.

A Figura 17 apresenta as soluções de L. ao resolver as questões 5 e 6.

Figura 17 - Soluções de L. no pós-testes Q5 e Q6

Figura 17.1 - Soluções de L. no pré-teste Q5

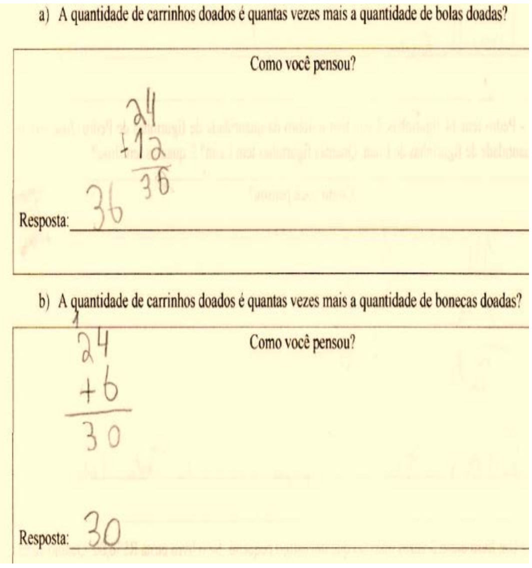


Figura 17.2 - Soluções de L. no pós-teste Q5

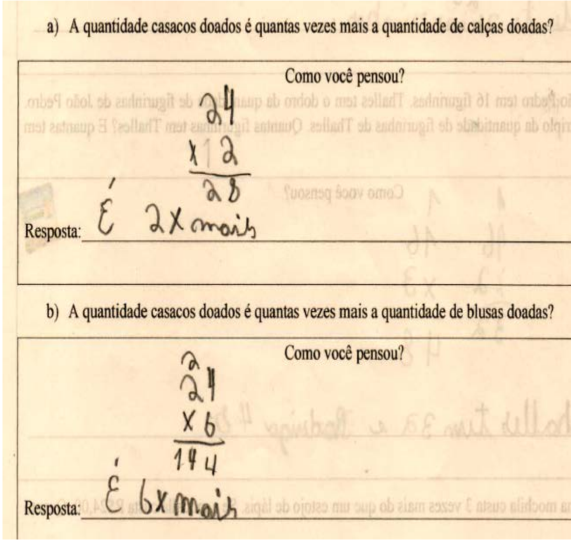


Figura 17.3 - Soluções de L no pré-teste Q6

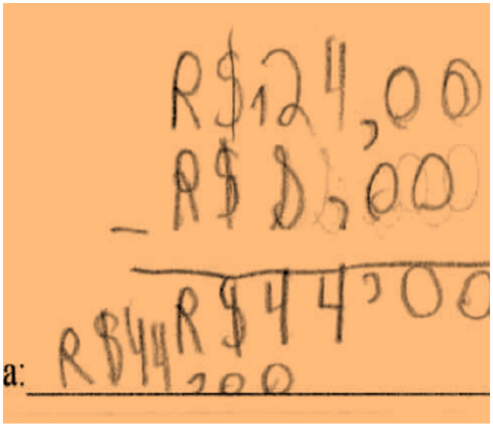
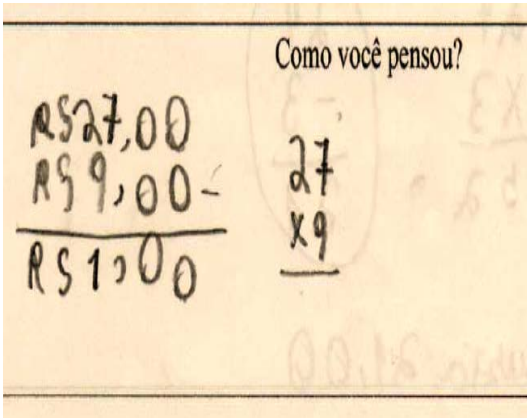


Figura 17.4 - Soluções de L no pós-teste Q6



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Do conjunto de imagens da Figura 17, primeiramente destacamos a letra A da Figura 17.2 com a única resposta correta da aluna nesse conjunto de problemas. O que o seu acerto significa?

A Figura 17.2 revela que a aluna conseguiu concluir que a quantidade de casacos doados foi o dobro de calças. A estratégia de cálculo que ela utilizou não corresponde ao resultado apresentado, ou seja, não parece coerente com o entendimento do raciocínio empregado por ela. Inferimos que, mentalmente, ao comparar os números doze e vinte e quatro, ela pode ter pensado que eram duas vezes mais. No entanto, não sabia com anotar o cálculo. Sendo levada a não deixar de registrar seu pensamento, em virtude da orientação recebida no ato, trabalhou com os fatores vinte e quatro e dois, fazendo uma multiplicação. Ela teve o raciocínio correto, como apresentado na resposta final, porém como ele se deu não fica claro no cálculo escrito.

Comparando as Figuras 17.1 e 17.2, constatamos uma mudança no desempenho de L. no que diz respeito à Questão 5, letra A em virtude dos novos conhecimentos produzidos após a etapa da intervenção. No pré-teste, vemos a operação de cálculos do campo aditivo e, no pós-teste, predominou o raciocínio multiplicativo. A aluna apresentou um domínio do algoritmo, o que marca uma melhora do seu desempenho de uma etapa para a outra. Esse conhecimento não pode ser desconsiderado nessa análise qualitativa.

Comparando as Figuras 17.3 e 17.4 e cientes da complexidade desse tipo de problema, entendemos que, em vez de dividir por três, L. resolveu subtrair, ou seja, fazer menos três, o que é próprio da ideia comparativa do Campo Aditivo (três a menos). No entanto, ela deveria proceder à comparação do Campo multiplicativo (três vezes menos). Curiosamente apareceu uma multiplicação na Figura 17.4, a qual não foi respondida, por falta de tempo.[44]

Nessas situações, nos questionamos o motivo da aluna em falhar no algoritmo da subtração, errando a diferença. Inferimos que o fato de envolver um valor monetário possa ter sido um obstáculo ao seu raciocínio. No entanto, para outras questões que envolviam dinheiro, a aluna não realizou contas com números decimais e conseguiu executá-las com propriedade.

A Figura 18 apresenta as soluções de M. ao resolver as questões 5 e 6.

Figura 18 - Soluções de M. no pós-testes Q5 e Q6 (continua)

Figura 18.1 - Soluções de M. no pré-teste Q5

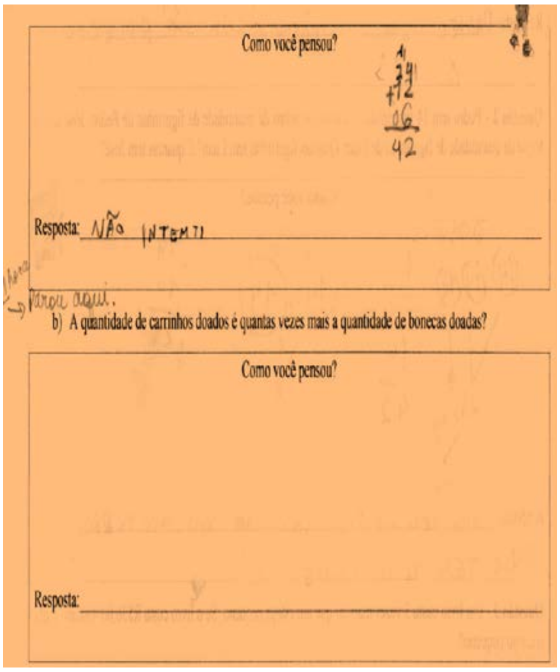
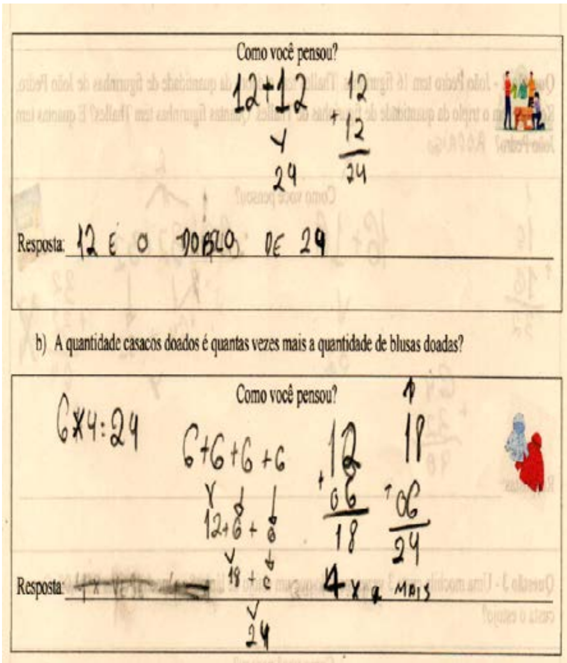


Figura 18.2 - Soluções de M. no pós-teste Q5

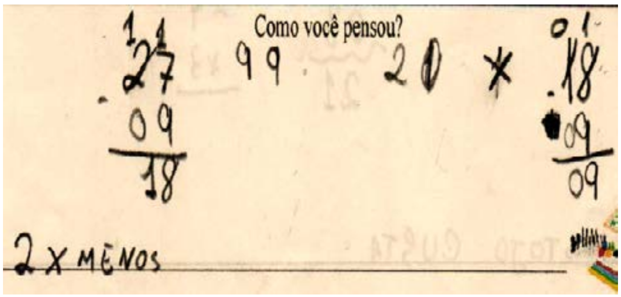


[44] Na rotina escolar, a saída de L. é antecipada em meia hora em virtude do horário do transporte escolar oferecido pela prefeitura.

Figura 18 - Soluções de M. no pós-testes Q5 e Q6 (conclusão)

Figura 18.3 - Soluções de M. no pré-teste Q6

Figura 18.4 - Soluções de M. no pós-teste Q6



Fonte: Elaboração da autora, 2023

A partir do conjunto de imagens da Figura 18, podemos inferir que, no teste inicial, M. estava insegura e sequer conseguiu responder as duas últimas questões. O registro da aluna "não intemti" ("não entendi") revela o seu nível de conhecimento ortográfico da língua materna. É uma criança com pouca competência leitora, porém, isso não foi um obstáculo, pois, na aplicação dos testes, as perguntas foram lidas em voz alta por nós. Sua limitação se relacionava à compreensão dos conceitos do campo multiplicativo.

Na Figura 18.1, há uma anotação nossa, o que significa que, depois de uma hora da aplicação desse teste, a aluna havia parado na Questão 5, letra A, pois precisou de muito tempo para resolver os problemas anteriores. Ela teve a oportunidade de prosseguir, mas seu cansaço a impediu e ela não quis finalizar o teste, afirmando que não sabia responder as demais perguntas.

"Professora, qual é a conta?" provavelmente foi um pensamento que pairou na mente da aluna, embora ela não tenha falado isso durante a execução do pré-teste. Sua insegurança e desespero foram perceptíveis nessa primeira testagem. No entanto, dois meses depois, na segunda aplicação, sua postura foi diferente e aluna demonstrou mais autoconfiança, conseguindo responder todas as questões.

Por meio das videogravações, observamos as dificuldades conceituais e de concentração de M. Por vezes, a criança não sabia por onde começar a agir, franqueando a liderança do grupo para os meninos. Nessas ocasiões, provavelmente o pensamento dela poderia ser "Amigos, qual é a conta?".

Portanto, ela desfrutou de momentos valiosos de troca durante as seis intervenções, o que nos ajuda a entender a qualidade de suas respostas nesse conjunto bastante complexo do Bloco C.

Nesse caminho, destacamos as Figuras 18.2 e 18.4. Ao analisá-las, identificamos um salto qualitativo dessa criança como consequência das interlocuções durante os agrupamentos e nas plenárias com a intervenção da professora.

Assim, ao ser aplicado o pós-teste, diferente da situação anterior, M. conseguiu completar o teste, operando tanto com o pensamento aditivo quanto com o nível multiplicativo. Na primeira questão da Figura 18.2, vemos que, por não responder que é duas vezes mais, ela não encontrou a reposta, se atrapalhando um pouco ao afirmar que doze é o dobro de vinte e quatro. Observamos também que ela usou a estratégia da árvore dos cálculos, fez uma multiplicação e uma subtração sucessiva, embora incompleta, o que a fez por pouco não descobrir o resultado correto na Questão 6 do pós-teste.

A Figura 19 apresenta as soluções de P.G. ao resolver as questões 5 e 6.

Figura 19 - Soluções de P.G. no pós-testes Q5 e Q6

Figura 19.1 - Soluções de P.G. no pré-teste Q5

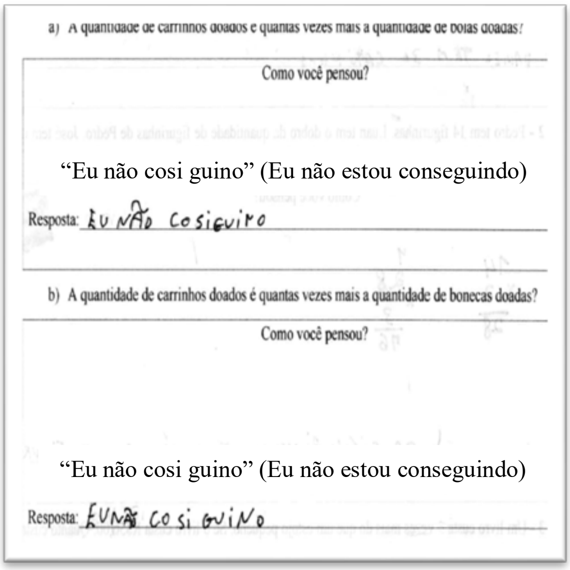


Figura 19.2 - Soluções de P.G. no pós-teste Q5

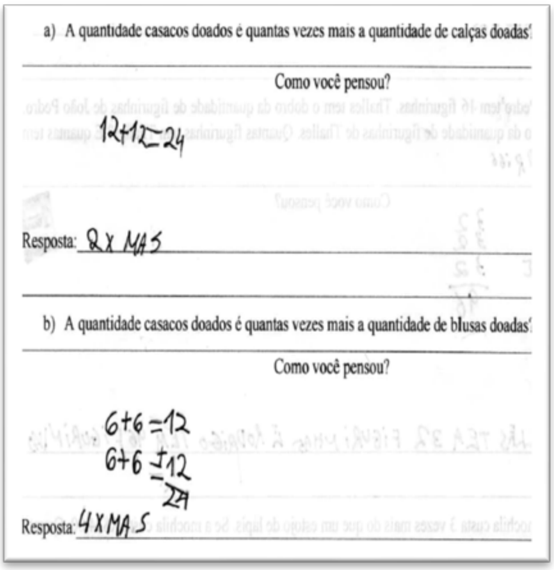


Figura 19.3 - Soluções de P.G. no pré-teste Q6

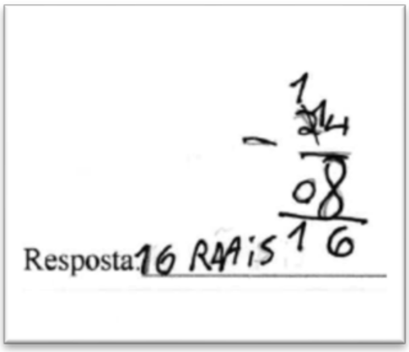
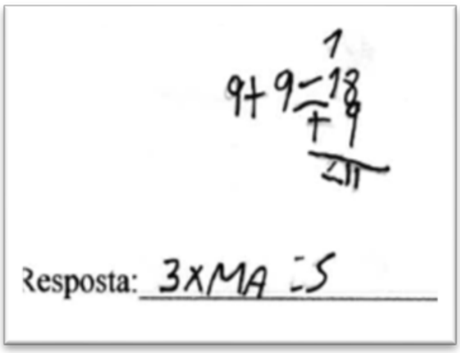


Figura 19.4 - Soluções de P.G. no pós-teste Q6



Fonte: Elaboração da autora, 2023

A partir do conjunto de imagens da Figura 19, observamos uma grande evolução ao verificarmos o salto qualitativo de P.G. de uma etapa para a outra. No pré-teste, ele errou as três questões, acertando-as no pós-teste. Na etapa intermediária da produção e dados, no decorrer das seis intervenções realizadas, assim como os demais alunos, P. G. teve abertura para falar o que quisesse. Ele se empenhou e dedicou bastante atenção, mantendo uma participação ativa e interativa.

Nas plenárias das questões similares ao Bloco C, cuja relação era desconhecida, P.G. aproveitou a oportunidade para nos questionar a respeito de como ele poderia fazer o cálculo já que era algo que ainda não havia sido ensinado para ele.

Esse questionamento resultou da elaboração de novas perguntas, estratégia promovida nesses encontros e da dinâmica de compartilhamento de diferentes procedimentos de cálculo adotados nos variados grupos. A culminância desse processo se deu com o emprego do recurso didático da lousa branca ao socializarmos, por escrito, as diferentes perspectivas, avaliando uma a uma nas plenárias.

De acordo com as Figuras 19.2 e 19.4, podemos verificar, nos cálculos utilizados por P.G., a presença do nível de raciocínio de transição do aditivo para multiplicativo. Embora não haja o algoritmo da divisão nessas imagens, como relatado nos extratos das transcrições do Bloco B, verificamos que o aluno apresentou o domínio conceitual da terça parte, entendendo que era necessário dividir.

A presença do nível de raciocínio aditivo na nossa produção de dados corrobora a afirmação de que "assim como na adição, o estudante ainda está diante de uma operação ternária, que envolve três números ou grandezas" (Gitirana *et al*., 2014, p. 45).

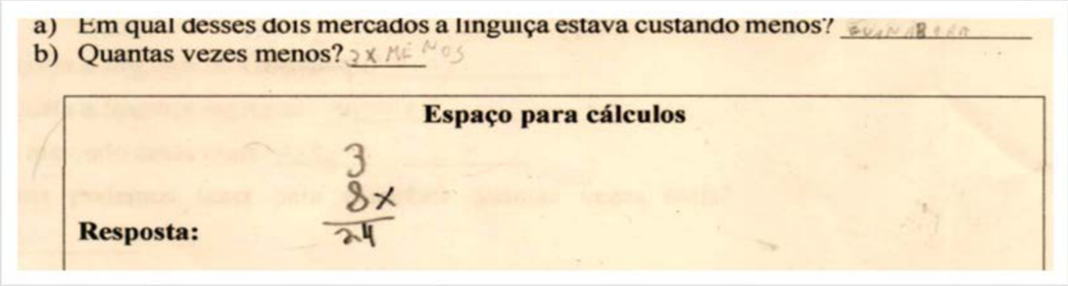
Então, as adições se fizeram presentes porque as situações de comparação multiplicativa se aproximavam das aditivas. Nesse sentido, concordamos com Santos (2015) ao afirmar que, no que se refere à associação entre o campo conceitual aditivo e o campo conceitual multiplicativo, é admitida uma filiação limitada e local. Entretanto, alguns problemas podem ser resolvidos pelo esquema de ação de repetição de adições, outros não.

Os dados supracitados demonstram um avanço na estratégia das crianças pela troca com os colegas durante as discussões. Os destaques da intervenção possibilitam a reflexão de como os diálogos desses estudantes nos pequenos grupos e nas plenárias potencializaram a aquisição e a ampliação dos conceitos do campo multiplicativo.

Do Bloco C do nosso protocolo de questões, optamos por destacar as conversações promovidas na busca e partilha de resoluções do sexto e último problema.

Começamos com a Figura 20 que apresenta o registro do cálculo feito pelo grupo focal no sexto dia da intervenção didática.

Figura 20 - Registro do grupo focal da questão 6, intervenção 6 do dia 13/06/2023


a) Em qual desses dois mercados a linguiça estava custando menos? Guanabara
b) Quantas vezes menos? 3 x menos

Espaço para cálculos

3
8x
24

Resposta:

Q6 Uma mulher resolveu fazer uma pesquisa em alguns mercados da cidade. Ela deseja preparar um churrasco e precisa economizar dinheiro. No Guanabara, a linguiça está custando R$8,00 e no Assaí está cusando R$24,00.

a) Em qual desses dois mercados a linguiça estava custando menos? ______________
b) Quantas vezes menos? _____

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Os registros da folha da Figura 20 foram conduzidos tanto por P.G. quanto por L. Essa imagem é um recorte da primeira folha entregue aos grupos no sexto dia de intervenção. Na letra A, o grupo respondeu que no Guanabara a linguiça estava mais barata e na letra B, a resposta foi que ela custava, nesse mercado, três vezes menos.

A essa imagem, agregamos a Transcrição 5, a seguir, com um trecho da conversação do primeiro momento desse encontro. Trata-se de algo crucial na triangulação de dados dessa pesquisa por nos ajudar a compreender os processos dialógicos que perpassaram a conta de multiplicação que aparece acima.

Mas antes, explicamos que, além da Transcrição 5, agregaremos outras transcrições mais abaixo, as quais apresentam alguns extratos do sexto e último encontro da etapa intermediária por ocasião da resolução da Questão 6. Eles estão subdivididos em três eixos de transcrição: (i) Transcrições 5 e 5.1 com os diálogos do grupo focal ao resolverem a primeira folha (Folha 1); ii) Transcrições 6 e 6.1 com os diálogos do grupo focal ao resolverem a segunda folha entregue (Folha Dicas), uma sem a nossa presença e outra com a nossa presença; e (iii) Transcrições 7, 7.1 e 7.2 com os diálogos da turma na plenária – 1ª, 2ª e 3ª Parte respectivamente.

Quadro 38 - Transcrição 5 – extratos dos diálogos do grupo focal ao resolverem a questão 6 em 13/06/2023

1.	[J.P.]: Quanto é 8+8+8 mesmo?
2.	*As crianças riram quando foi lida a palavra linguiça. Eles fizeram alguns comentários inaudíveis no vídeo. P.G. retomou a leitura para si.*
3.	[J.P.]: Quanto é 8+8+8 mesmo?
4.	[P.G.]: Eu não entendi, gente.

5.	[L.]: Deixa eu ler.
6.	[J.P.]: Quanto é 8+8?
7.	[P.G.]: 16.
8.	[J. P.]: Quanto é 8+8+8?
9.	[P. G.]: Calma aí.
10.	[J. P.]: Quanto é 16+16?
11.	*Enquanto P. G. relê o enunciado, J. P. responde para M. que é 32. M. diz que é 32 mesmo.*
12.	[J. P.]: Então galera, eu acho que é 8+8.
13.	[P. G.]: 8+8, 16. Então 3x8 ... 24.
14.	*P.G. se surpreendeu na mesma hora com a resposta que ele acabou de falar em voz alta. Ele releu a pergunta de letra a: Em qual desses dois mercados a linguiça estava custando menos?*
15.	[J. P.]: No Guanabara.
16.	[P. G.]: 3x menos.

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Para entendermos o início da conversa com a fala da primeira linha da Transcrição 5, precisamos contextualizar o que ficou registrado na videogravação instantes antes. Nesse dia, P.G. foi um integrante do grupo focal que assumiu a liderança, perguntando aos demais companheiros se podia começar a leitura do enunciado.

Então ele começou a ler a pergunta, a despeito de sua pouca competência leitora. Ele demorou a decodificar alguns vocábulos, lendo a questão de maneira fragmentada e sem entonação. Portanto, o enunciado precisou ser lido e relido.

Ao longo desse movimento de releitura da pergunta, os demais integrantes, procuraram se concentrar nas ações e falas de P.G. L. manteve uma postura um pouco passiva, ouvindo mais e falando menos, já J.P. e M., embora participando, por vezes, se mantiveram aparentemente distraídos, faladando entre si.

Por meio desses gestos e atitudes, percebemos a recorrência de mais um elemento dialógico que é o ato de estabelecer contato. Com isso, o contato foi estabelecido e reestabelecido numa interação entre os participantes no desenvolvimento de uma atividade cooperativa.

Com a leitura das linhas de 1 a 12 da Transcrição 5, podemos perceber que J.P. já dispunha de um raciocínio coerente com o problema, mas precisava confirmá-lo, pois não sabia a resposta final. Ele insistiu na sua linha de pensamento, fazendo perguntas aos demais, antes que sua ideia fosse rejeitada. Ele precisou examinar possibilidades e experimentou cálculos. Essa atitude é característica de mais um elemento dialógico, que é o ato de perceber.

Outro elemento dialógico que podemos identificar nesse comportamento de J.P. é o ato de posicionar-se. Inserido num processo de investigação, ele experimentou suas hipóteses, apresentando suas argumentações, dizendo o que pensava e, concomitantemente, estando receptivo aos comentários dos colegas.

Conforme as linhas 13 e 16 da Transcrição 5, a resposta final foi verbalizada por P.G. Foi ele que respondeu que eram três vezes menos. Foi a partilha de cada passo do raciocínio de J.P. que contribuiu para P.G. perceber qual seria a resposta para o problema.

Na linha 13, a fala “8+8, 16. Então 3x8 ... 24” foi o “pensar alto” de P.G, o que proporcionou o desenvolvimento de aprendizagens por meio da conversação e verbalização de seus pensamentos. A atitude de partilhar o pensamento em voz alta possibilitou a expressão de ideias e sentimentos no decorrer desse precioso intercâmbio de conhecimentos matemáticos.

A partir do nosso registro pelo que assistimos de gestos e reações na audiogravação desse dia, conforme as linhas 13 e 14, entendemos que o ato dialógico de pensar alto foi crucial nas trocas desse dia e que o próprio P.G. se surpreendeu consigo mesmo ao ter o *insight* da resposta. Parecia que ele mesmo não esperava por isso.

Com o desempenho de P.G., constatamos que não dominar a decodificação da língua materna não impede o estudante de resolver as situações multiplicativas. A despeito da barreira alfabética de P.G. sinalizada anteriormente com a descrição de sua leitura em voz alta, é possível observarmos que o aluno aprendeu conceitos desse campo do conhecimento.

A seguir, na Transcrição 5.1 damos sequência à continuidade da conversa.

Quadro 39 - Transcrição 5.1 – extratos dos diálogos do grupo focal ao resolverem a questão 6 em 13/06/2023 (Continuação da Transcrição 5)

1. *A professora chegou no grupo nesse momento e repetiu as duas perguntas, imediatamente respondidas por P. G.*
2. [Professora]: É? E como vocês sabem disso?
3. [P. G.]: 8+8, 16 com +8, 24.
4. [Professora]: Que conta vocês fizeram, então?
5. [P. G.]: A gente não fez conta não.
6. [Professora]: Ah, não fez não?
7. *O grupo parou para pensar um pouquinho e ninguém se arriscou em responder.*
8. [Professora]: Isso que você acabou de falar não é uma conta?
9. [P. G.]: É. Mas, só que é de memória.
10. *P.G. Orientou L. a fazer o registro no espaço da folha destinado para cálculos do grupo.*
11. [P.G.]: Aqui é 24. 3x8 é 24.

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Conforme as linhas de 04 até 11 da Transcrição 5.1, percebemos que para P.G. o grupo não fez cálculo algum para encontrar o resultado. Ele não identificou a adição “8+8= 16 com +8 = 24” como uma conta.

Na linha 9, afirmou que sabia de memória. Essa fala nos provocou a retomada de uma problematização feita anteriormente e assim procedemos a mais uma triangulação dos dados nessa pesquisa.

Por ocasião da nossa análise da Transcrição 4[45], acerca dos diálogos do grupo focal ao resolverem a Questão 4 em 01/06/2023, duvidamos de que P.G. soubesse de memória os produtos de 3x8 (Questão 3) e 3x6 (Questão 4). Ele de fato havia decorado essas tabuadas.

Assim, na análise da Transcrição 4, mesmo sabendo a tabuada decorada, inferimos que o aluno foi capaz de operar com a divisão, a despeito da ausência do algoritmo. Constatamos que isso ocorreu tanto na intervenção quanto no pós-teste das Questões 3 e 4 do Bloco B.

Ao analisarmos a Transcrição 5.1, vemos que P.G. afirma saber a tabuada de cor e que esse seria o motivo de não ter conta.

Trata-se de uma problematização interessante para a qual não temos resposta, mas a certeza de que a avaliação da qualidade de uma aula de Matemática perpassa pela abertura de espaço para as resoluções criativas dos estudantes mesmo quando o que se espera é o algoritmo da divisão.

Analisando as linhas 6, 7 e 8 da Transcrição 5.1, nos chama a atenção a qualidade dialógica que conseguimos travar. Se não estivéssemos tão empenhadas a superar o diálogo sanduíche e possibilitar de fato um cenário investigativo, certamente teríamos respondido de outra forma. Talvez falássemos: “Claro que você fez uma conta! Não está vendo que foi 8+8+8=24?” No entanto, ao dizermos: “Isso que você acabou de falar não é uma conta?”, a intenção era convidá-lo a dar uma resposta, o que se aproxima de Milani (2012, p. 9), que as perguntas, “quando são evocadas na fala do sujeito, por serem interrogativas, podem convidar os demais envolvidos a dar uma resposta, a colaborar com um raciocínio levantado.”

Assim, entendemos que uma pergunta promove uma relação interpessoal mais igualitária entre o professor e o aluno e pode ser um ótimo recurso para substituir as ordens e os comandos, elementos mais presentes na fala docente.

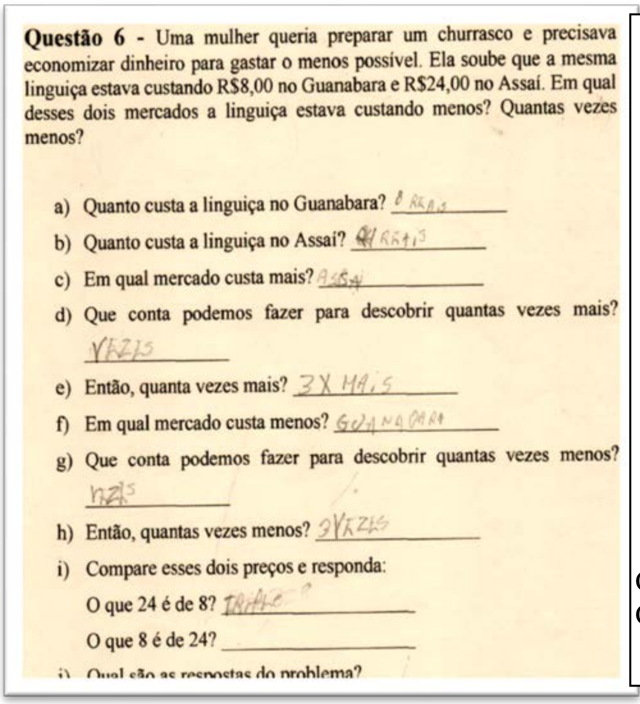
Encerrando a Transcrição 5.1, nas duas últimas linhas, vemos o próprio P.G. conduzindo a amiga L. a fazer o registro que foi “3x8=24”. Assim, o estabelecimento de contato entre as crianças seguiu seu fluxo e caminhou para a finalização, com êxito na resolução do problema.

A ampliação da qualidade dessas trocas aconteceu na segunda fase da dinâmica intervencionista em pequenos grupos, por ocasião da entrega da folha Dicas. Com a imagem do registro do grupo, a seguir, podemos ampliar nossa análise.

---

[45] Vide páginas: 132 e 133

Figura 21 - Registro do grupo focal da questão 6, intervenção 6 – Folha Dicas



Questão 6 - Uma mulher queria preparar um churrasco e precisava economizar dinheiro para gastar o menos possível. Ela soube que a mesma linguiça estava custando R$8,00 no Guanabara e R$24,00 no Assaí. Em qual desses dois mercados a linguiça estava custando menos? Quantas vezes menos?

a) Quanto custa a linguiça no Guanabara? 8 REAIS
b) Quanto custa a linguiça no Assaí? 24 REAIS
c) Em qual mercado custa mais? ASSAÍ
d) Que conta podemos fazer para descobrir quantas vezes mais? VEZES
e) Então, quanta vezes mais? 3X MAIS
f) Em qual mercado custa menos? GUANABARA
g) Que conta podemos fazer para descobrir quantas vezes menos? VEZES
h) Então, quantas vezes menos? 3VEZES
i) Compare esses dois preços e responda:
O que 24 é de 8? TRIPLO
O que 8 é de 24? __________
j) Qual são as respostas do problema?

a) Quanto custa a linguiça no Guanabara? **8 REAIS**
b) Quanto custa a linguiça no Assaí? **24 REAIS**
c) Em qual mercado custa mais? **ASSAÍ**
d) Que conta podemos fazer para descobrir quantas vezes mais? **VEZES**
e) Então, quanta vezes mais? **3X MAIS**
f) Em qual mercado custa menos? **GUANABARA**
g) Que conta podemos fazer para descobrir quantas vezes menos? **VEZES**
h) Então, quantas vezes menos? **3 VEZES**
i) Compare esses dois preços e responda:
O que 24 é de 8? **TRIPLO**
O que 8 é de 24? ____________________
j) Quais são as respostas do problema?

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Conforme a Figura 21, podemos verificar que o grupo conseguiu responder a todas as perguntas, exceto as duas últimas. A pergunta da letra G configurou o ápice do enfrentamento da complexidade do problema da classe do Bloco C.

A Transcrição 6 apresenta as conversas do grupo focal a respeito do último problema ao receberem a segunda folha do dia, a folha Dicas.

Quadro 40 - Transcrição 6 – extratos dos diálogos do grupo focal ao resolverem a folha Dicas, intervenção 6, em 13/06/2023

1. [J. P.]: O que 8 é de 24? (o aluno leu essa pergunta na folha “Dicas”)
2. [P.G.]: É o triplo.
3. [J. P.]: Não. 8 não é o triplo de 24.
4. [P. G]: É o que então? 3x8
5. [J. P.] : Por acaso 24 vezes 24 vezes 24 é 8?
6. *O grupo seguiu refletindo sobre o que responder.*
7. [J. P.] : 8?? 8 é 24 dividido por 3.
8. *P. G. concordou.*
9. [J. P., se dirigindo a M.]: 8 pra cada. 8 pra um, 8 pra outro e 8 pra outro.
10. [J. P.]: 24 dividido por 8.
11. *P. G. chamou J. P. para ver a reposta.*
12. [J. P]: 24 dividido por 3.
13. [P. G]: 24 dividido por 3?
14. *Houve uma dúvida do que deveria ser respondido.*
15. [J. P., relendo a pergunta]: O que 24 é de 8? O triplo. O que 8 é de 24?
16. *A professora chegou nesse momento.*

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

A linha 1 da Transcrição 6 inicia com o levantamento de um questionamento dentre várias perguntas. Tratava-se de uma intervenção proposital, uma estratégia do nosso investimento em garantir uma qualidade nessa conversação. Essa interrogação inicial funcionou como uma mola propulsora para todo o cenário investigativo que se sucedeu e foi a matéria-prima para a negociação de posições entre as crianças.

Na linha 4, encontramos uma pergunta desafiadora de P.G. para J.P. E a resposta que P.G. obtém não foi uma afirmação e sim uma interrogação. Na linha 6, percebemos que houve uma pausa, o grupo ficou refletindo sobre esse questionamento desencadeado por uma criança e não por um adulto.

Na linha 7, podemos observar que J.P. ainda sem uma resposta exata e antes de emitir seu posicionamento, continuou a perguntar, no entanto, parece-nos que se tratava de uma pergunta para si mesmo: “8?” E em seguida, afirmou: “8 é 24 dividido por 3.”

Assim, as perguntas de J.P. para os colegas, nos reportaram à ação de perguntar. Corroboramos as afirmações de Martinho e Ponte (2005a, p. 3) de que as perguntas devem surgir não somente dos professores, mas também devem fazer parte das falas e ações das crianças. À medida em que interiorizam sentenças interrogativas em suas falas, os estudantes também podem ser agentes de perguntas para seus colegas e professor.

A partir da análise desses intercâmbios dialógicos, retomamos nossa motivação inicial para o desenvolvimento dessa pesquisa. À época nos indagávamos sobre a difícil tarefa de identificar a linha tênue entre as explicações dos enunciados dos problemas e um excessivo direcionamento do pensamento dos alunos, o que se transformou na grande problematização do nosso estudo: Como não resolver o problema pelo aluno no decorrer da explicação sobre a situação em questão, num contexto em que aparece a tão recorrente pergunta que dá título ao estudo: “Professora, qual é a conta?”

A seguir, com a Transcrição 6.1, prosseguimos com a nossa análise a partir do momento em que o diálogo foi ampliado com a nossa presença.

Quadro 41 - Transcrição 6.1- extratos dos diálogos do grupo focal ao resolverem a folha Dicas, intervenção 6, em 13/06/2023 – Com a presença da professora

1. [J. P., *relendo a pergunta*]: o que 24 é de 8? O triplo. O que 8 é de 24?
2. [Professora]: L. sabe o que é? M.?
3. [J. P., se reportando ao P.G.]: Aqui você tinha falado o triplo. Mas aqui não é.
4. [P. G.]: 8+8?
5. [J. P.]: 8+8 é 16.
6. [P. G.] : +8?
7. [J. P.]: É 24.
8. [J.P.]: Aqui é o que 8 é de 24 e não 24 é de 8. Porque 8+8+8 é 24.
9. [Professora]: O que é 24 de 8?

10. [Todos]: É o triplo.
11. [Professora]: É o triplo? Vocês concordam? Se 24 é o triplo de 8, 8 é o que de 24?
12. [L.]: Eu acho que é o dobro.
13. [J.P.]: Eu acho que é 24 divido por 3.
14. [Professora]: Vamos pensar? Qual é o maior? 8 ou 24?
15. [Todos]: 24.
16. [Professora]: Então o que 8, que é o menor que 24, é de 24?
17. [P. G.]: O triplo?
18. [Professora]: O triplo? Quando tem o triplo, ele é maior ou ele é menor?
19. [Todos]: É maior.
20. [Professora]: Então, o triplo? 8 seria o triplo de 24?
21. Os alunos sabiam que não era o triplo, mas não sabem dizer o que era.
22. [P. G.]: mas aqui poderia botar...
23. [Professora]: J.P. falou 24 dividido por 3, que dá 8, não é isso? Se 8 é 24 dividido por 3, o que 8 é de 24?
24. A professora pediu para eles colocarem a resposta 24 dividido por 3. Nossa intenção era usar essa ideia no momento da plenária.
25. [Professora]: O de cima é triplo. E o de baixo é 24 dividido por 3? Não tá vindo na cabeça o que é não?
26. [P.G]: É o quádruplo?
27. J.P. pediu para esperar um pouco.
28. [Professora]: A L. tava achando que é o dobro. P. G. tava achando que é o quádruplo. Mas esses são mais, não são menos.
29. Eles ficaram pensando...
30. [Professora]: Pra ter 24 são necessários quantos 8?
31. [P.G.]: Três. Três menos?
32. [Professora]: Então o que 8 é de 24?
33. [P.G.]: 3.
34. [Professora]: 3 menos? O que você tá falando? Não é 3 a menos.
35. [P.G.]: É 8 menos.
36. [Professora]: É 8 menos quantas vezes?
37. [P. G.]: 3 menos 8.
38. [Professora]: Não é 3 -8. Tá chegando lá.
39. Eles pensaram...
40. [Professora]: Deixa eu chamar os outros grupos.
41. [J. P.]: Três... Três terços?
42. [Professora]: Vai finalizando aí que eu vou chamar o restante do grupo.

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Conforme a Transcrição 6.1, verificamos que, a partir daquele momento, a conversa seguiu com a nossa intervenção. Assim, a interação, anteriormente aluno-aluno, passou a nos envolver também na qualidade de professora-pesquisadora.

Essa ação intervencionista corroborou a afirmação de Serrazina e Ribeiro (2012) a respeito de que as relações pessoais são cruciais na aprendizagem da Matemática sobretudo quando são diversificadas por meio de uma interação horizontal (aluno-aluno) e de uma interação vertical (professor-aluno).

A leitura da Transcrição 6.1 nos reporta a Alro e Skovsmose (2021), no que se refere a alguns dos oito atos dialógicos presentes nessa conversação, dentre eles: (i) estabelecer contato, pois os alunos do grupo focal prestaram atenção uns nos outros e refletiram sobre as diferentes contribuições; (ii) perceber, pois examinaram possibilidades e experimentaram coisas; (iii) reconhecer, pois reconheceram ideias matemáticas; (iv) posicionar-se, pois apresentaram argumentações, permanecendo receptivos à crítica de suas posições; e (v) pensar alto, pois expressaram seus pensamentos, ideias e sentimentos durante a investigação das diferentes perspectivas.

As falas das linhas 11, 14, 16, 18, 20, 23, 25, 28, 30, 32, 34, 36 da Transcrição 6.1 configuram nosso investimento na cooperação com as crianças. Esses trechos, exceto a linha 28, apresentam perguntas elaboradas por nós num cenário investigativo. Investimos em perguntas do tipo "o-que-acontece-se" (Alro e Skovsmose, 2021, p.103), que fazemcom que o aluno assuma a condução do processo investigativo. Portanto, não resolver o problema pelo aluno no decorrer da explicação sobre a situação em questão foi um desafio.

Assim, percebemos mais um elemento dialógico. Para esses pesquisadores, "desafiar", implica na ação de tentar levar as coisas para uma outra direção ou questionar conhecimentos e perspectivas já estabelecidos, o que se aproxima de Freire (2002) *apud* Faustino (2016, p. 908-909) para quem "dialogar não é perguntar a esmo – um perguntar por perguntar, um responder por responder, um contentar-se por tocar a periferia, apenas, do objeto de nossa curiosidade, ou um que fazer sem programa."

Portanto, não foi um perguntar por perguntar. Em nenhum momento, ouvimos a pergunta que dá título ao estudo: "Professora, qual é a conta?", pois nossa postura foi a de um professor como alguém que coopera, que interfere para que os alunos possam perceber as diferentes perspectivas e isso foi provocado pelas interrogativas que nós levantamos.

Relendo as linhas 12, 17, 26, 28 e 41, vemos que a nomenclatura "terça parte" não era algo familiar para o grupo focal naquele momento. Embora nossa intenção também abarcasse a identificação da terça parte, nosso propósito maior foi alcançado, pois eles produziram conhecimento conceitual de triplo e terça parte. O mais importante eram as trocas que estavam acontecendo e a influência dessa conversa na elaboração do raciocínio das crianças.

Conforme a última linha da Transcrição 6.1, essa conversa foi encerrada sem que houvesse uma resposta final. Nossa intenção era levar essa discussão para todos da turma.

Desejávamos que a resposta "terça parte" aparecesse por meio da partilha de outro grupo durante a plenária. Queríamos que essa nomenclatura fosse dada, não por nós, mas por outra criança numa ação em que todos os grupos estivessem reunidos.

Por isso, optamos por dar sequência à última fase da intervenção. Precisávamos sondar se os demais grupos conseguiram encontrar uma resposta para essa questão. Era necessário que o conceito de triplo e de terça parte, próprios da comparação multiplicativa, configurassem a pauta principal do desenvolvimento dessa troca durante a plenária.

A seguir, agregamos o último extrato da videogravação para encerrar nossa análise. A Transcrição 7 foi subdividida, pois apresenta a finalização de um longo período de dedicação à plenária desse dia.

Quadro 42 - Transcrição 7 – extratos dos diálogos da turma na plenária sobre a Questão 6 em 13/06/2023 – 1ª Parte

1.	[Professora]: Vamos ver os cinco grupos como que eles pensaram? Vamos? Quando a gente quer saber quantas vezes menos, qual é a conta que a gente faz?
2.	[Algumas crianças]: Divisão.
3.	[Professora]: É divisão. Elas fizeram divisão? O outro grupo fez divisão? Não... Fez 8+8+8, fez uma adição. Mas vamos ver os outros grupos. Olha esse grupo aqui. Esse grupo fez assim, oh. Olha só!
4.	[Professora, escrevendo no quadro o que o grupo fez, que foi o algoritmo da multiplicação]: Fez assim. 3x8 e botou 24. Botou 8+8+8=24. Fez de duas maneiras, mas fez a divisão?
5.	[Alguém]: Não.
6.	[Professora]: Não fez a divisão. Mas encontrou a resposta.

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

A linha 1 da Transcrição 7 se refere à continuidade de uma conversa que envolveu a turma toda cujo início se deu com a explicação acerca de quantos grupos foram feitos no dia. Tivemos o cuidado de esclarecer de que, naquele momento, a resposta de cada grupo seria compartilhada.

A primeira fala exemplifica a consolidação de um processo de abertura para a socialização de diferentes perspectivas dos estudantes. Esse extrato ilustra uma abordagem que realizamos para que os alunos refletissem em torno do raciocínio que envolvia "quantas vezes mais" e "quanta vezes menos".

Na linha 4 da Transcrição 7, o diálogo seguiu com a exposição da reversibilidade do pensamento de um determinado grupo, o que revelou uma conta de adição e de multiplicação e não uma divisão.

Tivemos o cuidado com essas expressões porque "vezes mais" e "vezes menos" nem sempre são associadas a uma operação de multiplicação ou divisão. O entendimento desses termos fica comprometido pelo fato de os estudantes traduzirem "vezes mais" a uma multiplicação seguida de uma adição e "vezes menos" a uma operação de multiplicação seguida de uma subtração (Santos, 2015).

Na linha 6 dessa transcrição, percebemos a valorização das diferentes resoluções que possibilitaram o sucesso da resolução. Esse nosso reconhecimento não nos eximiu de apontarmos a divisão como a operação demandada pela situação.

A Transcrição 7.1 é um extrato do que se sucedeu nesse momento coletivo. Ela complementa a nossa análise anterior.

Quadro 43 - Transcrição 7.1 – extratos dos diálogos da turma na plenária sobre a Questão 6 em 13/06/2023 – 2ª Parte

1. [Professora, *com uma folha de um grupo nas mãos*]: E esse grupo ... A única dupla que fez a divisão. Foi a dupla da LA. e da RE., tá? Elas fizeram uma divisão e uma multiplicação. Deixa eu mostrar como elas fizeram.
2. [Professora, *fazendo o algoritmo da divisão no quadro*]: Elas botaram 24 dividido por 3. E botaram assim. 8x1; 8x2; 8x3, 24. Mas... pensando na divisão... Como elas sabiam que ia botar o número três aqui? (apontando para o divisor). Elas já sabiam que era o 3 x menos?
3. [P.G.]: Sim.
4. [Professora]: Três vezes menos, gente, três é a resposta que vocês tinham que pensar. Na verdade, elas poderiam fazer assim, oh.
5. A professora apagou o divisor que era três.
6. [Professora]: 24... Se pegar 24 e juntar de 8 em 8 (escrevendo o número 8 no divisor), ou seja, 24.
7. [Professora, *fazendo a tabuada do 8 continuou*]: Será que é uma vez o oito? Quanto que dá uma vez o oito? Quanto é?
8. [Alguns alunos]: 8.
9. [Professora]: 8. Duas vezes oito? Que a gente já viu? Dezesseis. 3x8? 24.
10. [Professora*, apontando para o local do quociente no algoritmo escrito no quadro*]: É um? São 2? São 3? (escrevendo 3). 3x8? Não sobra nada. Encerrou a conta... Mas mesmo assim, vocês, na maioria, entenderam que era 3x menos...

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

A linha 1 da Transcrição 7.1 revela que, de todos os grupos formados nesse dia, somente um procedeu à divisão para resolver o problema. A linha 2 apresenta como expusemos e problematizamos o cálculo apresentado por essas crianças. Elas fizeram 24÷3 e não 24÷8. Então, as linhas de 6 a 10 revelam nosso empenho na explicação comparativa desses dois tipos de algoritmo, conduzindo o pensamento dos estudantes para a compreensão da conta que mais seria pertinente no contexto da situação em pauta. Nessa situação, a dificuldade das crianças se deve à "falta de congruência entre as palavras utilizadas na situação e a operação requerida para a resolução" (Magina, 2011 *apud* Santos, 2015, p. 127).

Para esses pesquisadores, os estudantes mais experientes apresentam dificuldades para resolverem situações do Bloco C. Isso também ocorreu na nossa turma do 5º ano, nem todos conseguiram compreender a complexidade do enunciado nem descobrir qual operação matemática era adequada para obter uma solução.

A seguir, a Transcrição 7.2 retoma a conversa que envolveu a produção de conhecimento em torno da terça parte.

Quadro 44 - Transcrição 7.2 – extratos dos diálogos da turma na plenária sobre a Questão 6 em 13/06/2023 – 3ª Parte

1. [Professora, *anotando no quadro enquanto fala*]: Letra I. Vamos ver como vocês responderam? O que 24 é de 8?
2. [P. G.]: O triplo.
3. [Professora]: E o que 8 é de 24? Vamos lá? Vamos lá! 24 é maior do que 8?
4. [Alguns alunos]: É.
5. [Professora, *começando a escrever na lousa o número oito, um embaixo do*

outro por três vezes]: Quantos de 8 tem em 24? (Pausa) Eu preciso de ter quantos 8? Três. É isso? Então o que 24 é de 8? Hein? T-R-I-P-L-O. Tem outra maneira de responder? Vamos ver como os grupos responderam.
6. [Professora]: É!! E aí. O que 8 é de 24?
7. *Alguém falou algo, mas não foi audível no vídeo.*
8. [Professora, *apontando para quem falou*]: É a terça parte! Mas vamos ver quem respondeu isso?! Vou botar aqui (a professora começou a escrever terça parte na resposta J), porque, olha só, o grupo que tava sendo filmado, eles estavam chegando lá. Não tem quando você está pensando em alguma coisa que... Vocês já brincaram de esconder um objeto? Tá quente quando tá perto, quando tá longe tá frio? Então, o grupo focal chegou perto. Tava quente, derretendo a cabeça, mas não conseguiram pensar em terça parte. Não é terça-feira, não, gente. É terça parte.
9. [P. G., *gritando*]: Pô!!! J. P. falou!!!
10. [Professora]: Ele falou. Ele falou 24 dividido por três.
11. [P. G.]: Ele falou terça parte.
12. [Professora, *se dirigindo ao P.G.*]: É? Eu acho que ele falou 24 dividido por três.
13. [Professora]: Vamos ver o que os grupos responderam pra terminar. Vamos lá! O que 8 é de 24?
14. *Nesse momento, a professora foi lendo cada uma das folhas de registros do grupo em voz alta, sem mencionar o nome do grupo que havia respondido.*
15. [Professora]: Um grupo: Quarta parte. Não é a parte quatro. Não é a quarta parte. É...
16. [Professora]: Outro grupo: Não sabemos. Tá. Esse aqui falou não sabemos.
17. [Professora]: Outro grupo: Esse aqui botou 3x mais. Oito pode ser 3 x mais que 24? É menos!!! É 3 x menos, ouviu?
18. [Professora]: Outro grupo: É... terceira metade. Que bonitinho!!! TERCEIRA METADE!! Não é bonitinho? É quase isso!!!
19. [Professora]: Outro grupo: É menos da metade!
20. [Professora]: Outro grupo: É a terça parte! Tá? É... Terça parte. O trio SA. RO. e MT. responderam. Não é isso? Terça parte.
21. [Professora]: Outro grupo: Ah, esse aqui não... Foi o grupo que tava pensando... Ímpar. 8 é ímpar, gente? Nem aqui, nem na China. Oito é par.
22. [Professora]: Outro grupo: E esse aqui, 4 x menos. Beleza? Fala, J.P.
23. J. P. fez um comentário muito baixinho, mas a professora repetiu para todos.
24. [Professora, repetindo para todos ouvirem]: Ele tinha dito três terços, né? Mas é a terça parte. É um terço. Tá bom? Vamos lá! Agora vou fazer a atividade de Matemática...

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

As falas da Transcrição 7.2 mostram a culminância da discussão iniciada no grupo focal por ocasião da pergunta: “o que oito é de vinte e quatro?”. Conforme as linhas 6 e 7, vemos que alguém timidamente ousou dar essa resposta, mas, embora estivesse correta, foi necessário que repetíssemos em voz alta.

Com a leitura da linha 8, identificamos que alguém tinha falado “terça parte”, o que foi reivindicado por P.G. na linha 9. P.G. estava disputando com a pessoa que havia falado “terça parte” na plenária, alegando que o colega de grupo, J.P., também havia dito isso.

Então, tivemos que corrigi-lo com a fala da linha 10, relembrando-o que J.P. tinha falado outra resposta, que foi “vinte e quatro dividido por três”. Naquele instante, para consolidar esse momento problematizador, optamos por socializar as diferentes respostas oferecidas nos agrupamentos. Assim, das linhas 15 a 22, destacamos as seguintes expressões: “quarta parte”; “não sabemos”; “três vezes mais”; “terceira metade”; “menos da metade”; e “ímpar”. Por último, na linha 24, encerramos ao repetir em voz alta o comentário de J.P. e que configurou a última expressão: “três terços.”

De todos os atos dialógicos que poderíamos resgatar novamente ao realizarmos nossa análise de dados, destacamos a presença significativa da avaliação. Avaliar é uma ação que pode ser feita por outras pessoas ou pelo próprio indivíduo e pode ter várias formas, tais como: “correção de erros, crítica negativa ou construtiva, conselho, apoio e elogio” (Alro e Skovsmose, 2021, p. 110).

Desse modo, podemos constatar o quanto lançamos mão da linguagem com palavras e outros símbolos, sentenças e outras expressões simbólicas como instrumentos cognitivos indispensáveis na produção de dados de processos comunicativos entre os estudantes.

A comunicação, além da representação, é uma função da linguagem, a qual, por sua vez, favorece a resolução do problema enfrentado. Assim, toda situação nova deve ser acompanhada de uma atividade linguística e simbólica. É impossível solucionar problemas muitos novos sem a linguagem. “A linguagem tem, de antemão, uma função de comunicação, e a aprendizagem Matemática é uma aprendizagem fortemente socializada”(Vergnaud, 1993, p. 25-26).

Nessa trajetória, os diálogos em ação foram grandes aliados. Assim, a comunicação no sentido do diálogo, conforme Alro e Skovsmose (2021) encontrou apoio nas contribuições freirianas. “A educação é comunicação, é diálogo, na medida em que não é a transferência de saber, mas um encontro de sujeitos interlocutores que buscam a significação dos significados” (Freire,1977, p. 46).

O conhecimento, portanto, pode ser comunicável, debatido e compartilhado, o que faz com que o seu caráter evolua da condição de esquema implícito para esquema explícito (Santos, 2015). Nesse contexto, o professor tem um papel mediador fundamental e é nesse ponto que entra o núcleo do ensino de estruturas mutiplicativas: ajudar o aluno na construção de conhecimentos explícitos a partir do conhecimento implícito. Esse entendimento vai ao encontro da ideia de que o professor é “um facilitador ao fazer perguntas com uma postura investigava, tentando conhecer a forma com que o aluno interpreta o problema” (Alro e Skovsmose 2021, p. 66 e 67).

É complicado mudar o tipo de comunicação sem mudanças na situação educacional. Isso implica em enfrentar, a partir de uma cooperação investigativa, a lógica predominante no absolutismo burocrático, que é o paradigma do exercício. “[...] Esse paradigma tem grande influência na Educação Matemática no que diz respeito à organização das aulas, aos padrões de comunicação entre professor e alunos [...]"(Alro e Skovsmose, 2021, p. 49 e 50).

Os diálogos são uma forma de superação de uma comunicação de forma autoritária do professor com seus estudantes. Uma concepção de interlocução que não se ocupa em encher os alunos de saberes e de regras da Matemática, mas que se afina com a promoção de conversas horizontalizadas e a produção significativa de conhecimentos que contribuem para que possam pensar matematicamente.

Os diálogos promovidos na nossa investigação ultrapassaram a prática de uma correção no caderno ou no quadro. Eles implicaram em tempo e espaço para reflexão em grupos, levantamento de questões, discussões nas plenárias e escutas sensíveis.

Esse espaço ampliado proporcionou um tempo maior para reflexão, emprego e comparação do raciocínio dos estudantes à medida em que foram ouvidas as falas e as perguntas tanto dos colegas quanto da professora-pesquisadora. Isso serviu como um potencializador para o enfrentamento do medo de errar e a vergonha de se expor.

4.5 **Panorama de acertos nos Blocos A, B e C**

Ao procedermos à análise dos dados por bloco, conforme descrevemos anteriormente, verificamos variações de acertos dos alunos, conforme o Quadro 45, a seguir.

Quadro 45 - Quantitativo de acertos por questão

Quantitativo de acertos por questão							
	Bloco A		Bloco B		Bloco C		
	Vezes maior		Vezes maior		Vezes mais		Vezes menos
	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5a	Q5b	Q6
Acertos no pré-teste	12	2	4	3	5	6	5
Acertos no pós-teste	18	12	8	6	13	10	11
Média de acertos no pós-teste	15		7		11,5		11

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

O Quadro 45 apresenta um panorama de acertos num comparativo entre todas as questões do nosso protocolo. Na última linha da tabela, para procedermos à média de acertos, realizamos as seguintes fórmulas: (i) para as questões do bloco A: Coluna Q1+ Coluna Q2 ÷ 2 =; (ii) para as questões do bloco B: e Coluna Q3 + Coluna Q4 ÷ 2 =; (iii) para as questões 5 do Bloco C: Coluna Q5a + Coluna Q5b ÷ 2 =; e (iv) para a questão 6 do Bloco C: repetimos o número da Coluna Q6.

Portanto, com os resultados apresentados no Quadro 45, podemos observar a diferença de acerto por bloco de questões. Relembrando que o total participantes foi de vinte alunos da turma GR5D, em primeiro lugar, temos as situações do Bloco A com a média de quinze acertos. Em segundo lugar, há os problemas do Bloco C, com cerca de onze acertos e, em último lugar, temos as questões do Bloco B, com uma média de apenas sete acertos, um número inferior à metade de estudantes participantes.

Acreditávamos que os problemas do Bloco C apresentariam menos acertos do que os do Bloco B. No entanto, não foi o que ocorreu, se diferenciando dos estudos de Gitirana *et. al* (2014), que apontaram que os problemas de comparação multiplicativa com relação desconhecida vezes menos são um problema de quarta extensão[46]. Isso significa que mais complexos do que as situações com a relação desconhecida vezes mais.

Para Gitirana *et al.* (2014, p. 52-53), essa situação é "um problema de inversão de operação de divisão, em que a inversa é a própria divisão". Elas observaram "um desempenho ainda pior que o do problema anterior (relação desconhecida vezes mais) na busca da relação".

Portanto, consideramos que, ao compararmos o resultado desse estudo (Quadro 36, na página 141) com os de Gitirana *et al.* (2014), os índices de acertos de questões do Bloco C foram um pouco melhor do que é esperado nessa etapa de escolaridade.

Na nossa análise de dados, a qual perpassou três diferentes etapas, evidenciamos um avanço entre os processos e resultados do pré-teste e do pós-teste. E entendemos que o mais valioso nessa trajetória investigativa tem a ver com o direcionamento da nossa pesquisa ao proporcionarmos um aprofundamento dos dados quantitativos por meio de uma cuidadosa e criteriosa análise qualitativa.

Nossa produção de dados oportunizou a todos os sujeitos envolvidos nessa pesquisa o acesso a um processo (auto)avaliativo, que gerou mútua cooperação e produção coletiva de conhecimentos em torno do campo conceitual multiplicativo.

[46] Gitirana *et al.* (2014, p.90) criaram uma classificação para cada problema analisado em sua pesquisa. Em conjunto com a Teoria dos Campos Conceituais, elas criaram duas categorias: problemas prototípicos e problemas de extensão, variando de primeira à quarta extensão conforme o nível de complexidade. Os problemas de comparação multiplicativa com a relação desconhecida vezes menos foi classificado como de quarta extensão, ou seja, o mais difícil de todos.

4.6 **De volta a lugares já visitados: aproximações e distanciamentos com os trabalhos selecionados na revisão de literatura**

Encerrando nossa análise, evocamos as palavras de Nóvoa:

> Aprender e estudar em comum é a melhor forma de promover uma vida em comum, uma sociedade convivial. Para isso, precisamos de uma educação pública que nos permita ir além do espaço que já habitamos, e chegar mais longe. Não há educação sem o desejo de poder ser outro alguém. [...] A educação não serve para nos fecharmos no que 'já somos', serve para aprendermos a começar o que 'ainda não somos' (Nóvoa, 2021, p. 7).

Com essa inspiração sobre o aprender em comum, retomamos os resultados das pesquisas de nossos interlocutores iniciais por ocasião da nossa revisão de literatura buscando uma interface com suas produções e nossos resultados encontrados.

Ao final da nossa pesquisa, ratificamos o que constatamos inicialmente, isto é, que passados poucos anos desde a publicação das cinco pesquisas levantadas nessa revisão de literatura, verificamos que os apontamentos das autoras em cada trabalho ainda repercutem atualmente na prática docente como um desafio para o ensino de Matemática.

Ao concluir sua dissertação, Nascimento (2017) verificou que os professores veem a resolução de situações de estrutura multiplicativa como algo difícil de ser trabalhado e não conseguem estabelecer uma ruptura entre os campos aditivo e multiplicativo. Ela se questionou a respeito de quais métodos alternativos usados poderiam ter maior eficácia para o ensino e a aprendizagem da estrutura multiplicativa, sugerindo esse quesito como um indicativo de pesqusias futuras. Nesse ponto, encontramos um cruzamento entre nossas produções, uma vez que, a promoção de diálogos com formação de grupos e a realização de plenárias foi uma centralidade metodológica na nossa pesquisa.

Assim como nós, Oliveira (2018), identificou três pontos na sua análise de dados, as quais foram: (i) certas situações são mais complexas que outras; (ii) quando o problema exige uma operação de divisão, há mais dificuldades entre os estudantes; e (iii) limitações na ruptura entre o campo aditivo e multiplicativo. Ao pesquisar sobre o eixo de proporção simples, ela identificou que as crianças mostraram mais dificuldades na classe muitos para muitos, na transição da estrutura aditiva para a estrutura multiplicativa e na mobilização da operação de divisão.

Com isso, entendemos que, de acordo com as contribuições vergnaudianas, alguns estudantes conhecem as classes de situações mais simples antes de compreenderem as mais complexas. Há, portanto, problemas cuja resolução é mais fácil que outros. O movimento de aprendizageem de uma situação menos complicada para uma mais elaborada não se dá instantaneamente, mas requer um prazo para que um processo de construção do saber ocorra. Essa peculiaridade da teoria foi observada no nosso estudo a partir da classificação das situações-problemas de comparação multiplicativa.

Diante dos resultados apresentados por Oliveira (2018), sentimo-nos incindindo diretamente no seu desejo de explorar ao indicar, para um trabalho futuro, uma intervenção na sala de aula, com uma sequência de ensino voltado para um processo mais amplo do que um registro das resoluções dos estudantes, numa centralidade na fala dos estudantes como uma prática para compreender e consolidar conceitos matemáticos.

Ao fazer o mapeamento de trinta e duas pesquisas em Educação Matemática entre 1997 a 2016 no Brasil, os resultados de Beyer (2018) indicaram um desconhecimento dos alunos acerca das peculiaridades entre os campos aditivo e multiplicativo, entendendo a estrutura multiplicativa como continuidade da aditiva. Ela verificou que os professores apresentam as mesmas dificuldade que os alunos. Ao categorizar as pesquisas levantadas, ficou envidenciado que há muitos estudos focados nas dificuldades dos discentes e na formação docente, porém poucas investigações são voltadas para a Matemática a ser ensinada.

Consideramos relevantes as constatações da pesquisadora, cujas contribuições foram muito significativas para nós. Assim como os estudos que ela lenvantou, observamos fragilidades tanto na aprendizagem quanto no ensino de estruturas multiplicativas, porém não conseguimos nos aproximar de suas projeções, o que podemos entender como sendo uma lacuna em nosso trabalho. Consequentemente, essa constatação nos amplia o desejo de seguir investigando nesse campo como indicativo para futuras pesquisas.

Numa trajetória similar, os estudos de Camili (2021) se voltaram para um panorama geral da produção acadêmica voltada para as estruturas multiplicativas nos anos iniciais no período de 2009 a 2019. Nós nos identificamos com seus resultados, os quais apontaram para uma legítima preocupação com os processos formativos das estruturas multiplicativas apoiados na Teoria dos Campos Conceituais.

Corroboramos a afirmação de Camili (2021) que, enquanto profissionais da educação, devemos vivenciar a Matemática como prática social, articulando mudanças nas metodologias para uma educação ética e solidária. Nesse sentido, nossas transcrições dos diálogos se afinam com as considerações dessa pesquisadora acerca de oportunizações de diversas situações que contribuam para o desenvolvimento cognitivo, emocional e social dos estudantes.

Por fim, os dados de Faustino (2018) apontam indícios da presença dos atos dialógicos entre os estudantes durante as aulas de Matemática dos anos iniciais. Nesse caminho, nossa pesquisa se aproxima muito dessuas contribuições. Assim como essa pesquisadora, concebemos a criança como um ser dialógico capaz de produzir conhecimento matemático nas interações e interlocuções com seus pares e com o mundo.

Encerramos, portanto, nossa análise de dados, corroborando o caráter político da educação. Assim como Faustino (2018), entendemos que a aprendizagem da Matemática segue seu caminho concomitantemente à aprendizagem da escuta dialógica. Aprender a dialogar e aprender Matemática são propostas conectadas e indispensáveis aos princípios democráticos tão desejados na educação e na sociedade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tendo como objeto de estudo o elo entre a comunicação e a resolução de problemas de estruturas multiplicativas como um caminho para o fortalecimento do processo de ensino-aprendizagem dos conceitos matemáticos, a relação dialógica-comunicativa (Freire, 1977) foi o elemento chave em nossa investigação, cujo embasamento teórico ocorreu num caminho convergente entre as contribuições de Vergnaud (1988, 1993, 1994, 2003, 2009) e Alro e Skovsmose (2021).

Os estudos de Alro e Skovsmose (2021) contribuíram para um melhor entendimento do papel dos diálogos na apropriação e ampliação do campo conceitual de situações multiplicativas de Vergnaud (1988, 1993, 1994, 2003, 2009). O fato de nos apoiar na teoria desses estudiosos configurou um grande potencial para descrever, analisar e interpretar os dados produzidos empiricamente durante o ensino e a aprendizagem de algumas estruturas multiplicativas.

Imersas nesse aporte teórico, buscamos uma transformação da sala de aula em um espaço de interação, por meio de um esforço coletivo que envolveu escuta e trocas de experiências. Então, seguimos numa pesquisa implicada e nos abrimos para uma postura de professora-pesquisadora em busca de qualidades comunicativas como alguém que coopera e que interfere para que os alunos possam desenvolver competências matemáticas na resolução de problemas.

Algumas questões nos atravessavam à época em que iniciamos essa pesquisa. Frente à resolução de situações-problema matemáticos, diante dos impasses e erros dos estudantes, qual deveria ser a postura do professor?

Nós nos indagávamos sobre a difícil tarefa de identificar a linha tênue entre as explicações dos enunciados dos problemas e um excessivo direcionamento do pensamento dos alunos, o que se transformou na grande problematização do nosso estudo: Como não resolver o problema pelo aluno no decorrer da explicação sobre a situação em questão, num contexto em que aparece a tão recorrente pergunta que dá título ao estudo: “Professora, qual é a conta?”

Portanto, retomamos as perguntas que movimentaram nossa investigação: (i) O que acontece com as resoluções dos estudantes quando estão sozinhos e quando estão organizados em pequenos grupos?; e (ii) Como evolui o desempenho dos estudantes a partir de processos dialógicos promovidos numa intervenção didática?

Nesse caminho, sem a pretensão de descrever uma solução ou até mesmo realizar uma prescrição e, sem a intenção de inventar a roda, visualizamos um conjunto de possiblidades e elementos que perpassam toda essa problematização.

Assim, buscando não necessariamente respostas, mas enfrentamentos para essas questões problematizadoras, seguimos na pesquisa empírica e formamos nosso grupo focal, o qual foi composto por dois meninos: i) J.P. de 10 anos, com desempenho inicial "Muito Bom" e final "Excelente"; e ii) P.G. de10 anos, com desempenho inicial "Regular" e final "Excelente"; mais duas meninas: iii) L. de 11 anos, com desempenho inicial "Insuficiente" e final "Regular"; e iv) M. de 10 anos, com desempenho inicial "Insuficiente" e final "Bom".

Propositalmente, ao provermos processos dialógicos-comunicativos na intervenção didática, promovemos o encontro entre quatro estudantes com desempenhos no pré-teste, modos de ser e repertórios individuais diferenciados.

Com base no grupo focal, confirmamos algumas hipótesese ao observarmos que os integrantes tiveram uma modificação no desempenho de uma etapa para a outra, o que nos levou a verificar um avanço entre o pré-teste e o pós-teste. Acreditamos que a mola propulsora dessa evolução em curto espaço de tempo foi a promoção de diálogos em pequenos grupos e nas plenárias. A comunicação entre eles foi o ponto chave para a interação, a troca de informações e a influência recíproca na construção de conceitos matemáticos.

Consideramos que os pré-testes individuais apresentaram uma variedade de repostas em virtude dos repertórios individuais, que os pós-testes foram grandemente afetados por toda a vivência decorrida das trocas durante a intervenção didática. Evidentemente o modo como cada um dos estudantes focalizados se envolveu e se dedicou às interações foi diversificado e a maneira como cada um aproveitou esses momentos influenciou suas produções durante e após a intervenção, isto é, no pós-teste. A implicação de cada um desses sujeitos na combinação de tarefas que cada situação complexa exigia, a postura adotada e ainda o relacionamento deles entre si indicaram peculiaridades ao resolverem problemas individual e coletivamente, potencializando o desempenho pessoal.

Procurando entender o que acontece com as resoluções dos estudantes quando estão sozinhos e quando estão organizados em pequenos grupos, entendemos que, por ser a Matemática ainda um saber temido pelos estudantes, os não ditos experenciados durante a aplicação dos testes agregaram muitas reflexões as nossas considerações.

Essa problematização nos levou a indagar como as crianças que migraram de "Insuficiente" para "Regular" e "Bom" continuariam resolvendo situações-problema de estruturas multiplicativas sozinhas sem terem experimentado todos os benefícios das trocas e partilhas?

A comunicação não verbal presente tanto nas interlocuções quanto durante os testes nos revelaram crianças empoderadas dois meses após o teste inicial, o que corrobora a ideia freiriana de comunicação, diálogo, emancipação bem como o conceito *empowerment* e "emancipação" (Alro e Skovsmose, 2021).

Com isso, defendemos que resolver situações-problemas coletivamente é um desafio para o professor, porque somos levados a seguir o individualismo e a legitimar atividades realizadas somente no modo individual e não grupal, sobretudo quando precisamos preparar nossos estudantes para avaliações externas, tais como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

Entendendo que a provisão de situações proveitosas para os estudantes pode ser feita a curto e a longo prazos, nossa produção de dados durou sessenta e nove dias, ou seja, pouco mais de dois meses, um período relativamente curto de promoção de situações de comparação multiplicativa para os estudantes de um quinto ano de escolaridade. No entanto, tempo suficiente para observarmos que os diálogos desses estudantes nos pequenos grupos e nas plenárias experenciadas nas intervenções didáticas potencializaram a aquisição e a ampliação de conhecimentos do campo multiplicativo, mas não necessariamente a formalização desses conceitos, pois, segundo Vergnaud (2009), a criança constrói conceitos progressivamente. Para ele, o domínio de um campo conceitual requer tempo para ocorrer e se estende por dezenas de anos, pois são necessárias variadas experiências para aquisição de novas competências e aprendizagens. Portanto, na formalização do ensino de estrutras multiplicativas, as ideias científicas evoluem no aluno, durante um longo período de desenvolvimento cognitivo.

As situações abarcadas pela nossa pesquisa foram identificadas e classificadas em três blocos, conforme Gitirina et al (2014). As mais simples foram a do Bloco A, isto é, situações de comparação multiplicativa com o referido desconhecido (questões 1 e 2), cuja operação requerida era a multiplicação. Nesse bloco, em que o referido era desconhecido, um tipo de problema prototípico da multiplicação, as crianças foram bem sucedidas.

Já as situações mais complexas compuseram os Blocos B e C. As situações-problema aplicadas no Bloco B foram de comparação multiplicativa com o referente desconhecido (questões 3 e 4). Seus enunciados demandaram do estudante a realização de uma divisão. As situações-problema aplicadas no Bloco C foram de comparação multiplicativa com a relação desconhecida – vezes maior (questão 5) e de comparação multiplicativa com a relação desconhecida – vezes menor (questão 6). Seus enunciados demandaram do estudante a descobrir qual era o divisor, ou seja, requeriam a operação de divisão.

Nossa análise de dados organizada pela classificação das situações em três blocos nos levou a identificar que as questões do Bloco B e do Bloco C não foram totalmente compreendidas por todos os alunos presentes por serem definitivamente um problema bem mais complexo do que os problemas do Bloco A.

Apoiadas em Santos (2015), entendemos que as expressões “vezes mais” e “vezes menos” que compuseram os enunciados das situações do Bloco B e do Bloco C nem sempre foram associadas a uma operação de multiplicação ou divisão. Esse foi o ponto chave da complexidade desses tipos de problemas.

Os estudantes traduziram “vezes mais” a uma multiplicação seguida de uma adição e “vezes menos” a uma operação de multiplicação seguida de uma subtração. Assim, as situações desses dois blocos reuniram enunciados que demandaram um trabalho cuidadoso na promoção da ruptura entre os campos aditivo e multiplicativo.

Diante da complexidade de se compreender um enunciado de modo a poder traduzi-lo na operação matemática adequada para a resolução de uma determinada situação de comparação multiplicativa, investimos em processos comunicativos entre os alunos, o que ficou evidente na criação de instrumentos específicos de pesquisa como a criação da Folha Dicas e a organização de seis plenárias.

Na turma investigada, poucos estudantes conseguiram compreender a complexidade dos enunciados desses blocos, sobretudo do bloco B, realizando multiplicação em vez de divisão. Houve também soluções com subtrações em vez de divisão. Mesmo assim, os índices no pós-teste foram melhores do que no pré-teste. Atribuímos suas potencialidades aprimoradas como resultado das trocas realizadas, mas consideraramos também o repertório prévio, o que difere de aluno para aluno.

A despeito da complexidade das situações dos Blocos B e C, verificamos um ótimo desempenho dos meninos e menos êxito entre as meninas. Esse dado se justifica, primeiramente, porque uma situação pode ser problema para uma pessoa e ser algo trivial para outra. Para ser um problema, depende da relação que o aluno estabelece com a tarefa. Para Vergnaud (1994), quando um indivíduo consegue resolver uma classe de problemas, ele consegue desenvolver um esquema eficiente para lidar com todos ou quase todos os problemas dessa classe.

Assim, no pré-teste, algumas situações dos Blocos B e C ainda representavam para os meninos propostas menos triviais. No pós-teste, essas situações passaram a ser algo mais familiar, pois, após processos dialógicos na intervenção didática, os esquemas já construídos por eles puderam ser desestabilizados e enriquecidos, o que os levaram a desenvolver novos esquemas, dessa vez, mais efetivos.

Ainda a respeito da diferença observada entre os meninos e as meninas, entendemos que, em segundo lugar, segundo Vergnaud (1983), há duas classes de elaboração de esquemas, pois o aprendiz pode dispor ou não desses esquemas. Assim, entendendo que o indivíduo pode possuir ou não possuir competências indispensáveis para o tratamento imediato das situações, constatamos que os meninos, incialmente, não dispunham de tantos conhecimentos prévios em que pudessem se apoiar. Ao estabelerem parcerias importantes entre si e ao se envolverem nas plenárias, esse repertório se modificou, potencializando a resolução de problemas tanto sozinhos quanto acompanhados.

Com isso, nas etapas intermediária e final da nossa pesquisa, verificamos que J.P. e P.G. se serviram de esquemas que já dispunham e estavam internalizando, pois o desenvolvimento cognitivo de uma pessoa é baseado em esquemas disponíveis e formados anterior e individualmente. Eles também modificaram esses esquemas e os compartilharam com as meninas ao liderarem o grupo focal nos encontros da intervenção. Os meninos dominaram as interlocuções, explicitando suas ideias mais do que as meninas. Eles assumiram uma postura de liderança enquanto que as meninas demonstraram uma participação mais passiva, de observação e espera diante da proatividade dos garotos.

Notamos, também que, durante algumas intervenções, o contato com o outro, um dos oito atos dialógicos, algo que demanda de todos os integrantes certa responsabilidade, foi uma atitude pouco aproveitada por M. Ao revermos as videogravações, observamos as dificuldades de concentração dessa menina em particular. Por vezes, ela não sabia por onde começar a agir, franqueando a liderança do grupo para os meninos e dispersando-se muito durante as discussões entre seus parceiros.

As videogravações registraram momentos repetidos em que foi necessário intervirmos discretamente com essa criança para que pudesse superar sua dispersão e retomar sua atenção na comunhão do grupo focal. Isso fortaleceu nosso entendimento teórico de que estabelecer contato é crucial numa atividade cooperativa, pois, por meio dele, nos atentamos ao outro e às suas contribuições, numa relação que envolve respeito mútuo, responsabilidade e confiança (Alro e Skovsmose, 2021).

Verificamos, também, que as meninas tiveram uma mudança para melhor no desempenho entre o teste inicial e final, mas ainda apresentaram resultados baixos, tais como: regular e bom. Tanto M. quanto L. adquiriram conhecimento conceitual multiplicativo, mas ainda não os consolidaram, seus conhecimentos prévios foram potencializados, mas ainda se mostraram incipientes. Assim como os demais componentes, elas estão no processo de construção, porém em ritmos bem diferenciados aos dos meninos.

Ampliando nosso entendimento sobre esses resultados, nos apoiamos reiteradamente nos estudos vergnaudianos e insistimos no fato de que, para um conceito ser aprendido, é necessário o envolvimento do estudante em variadas situações-problema dentro e fora da escola com o passar dos anos. Isso nos leva a constatar que, no caso de L., a qual iniciou seus estudos escolares há pouco mais de um ano, sua pouca escolaridade justifica seu baixo desempenho, porque a abordagem das situações que damos na escola ocorre com um tratamento didático específico que as experiências da vida diária cotidiana e da família nem sempre oportunizam, além de formalizar a construção dos conceitos.

No entanto, destacamos que, embora com baixo desempenho, após a intervenção, as meninas se sentiram mais seguras, melhorando suas produções. Se nossa análise fosse estritamente quantitativa, poderíamos não nos atentar, por exemplo, para o fato de que o primeiro teste ter sido respondido de maneira incompleta por uma delas. Foi o que ocorreu com M. Sua insegurança e certo desespero foram perceptíveis na primeira testagem. No entanto, dois meses depois, na segunda aplicação, sua postura foi diferente e a aluna demonstrou mais autoconfiança, conseguindo responder todas as questões.

Uma análise qualitativa, portanto, evidenciou alguns “não ditos” dessa criança especificamente, ressignificando nossa avaliação e intervenção didática. Tratou-se de um olhar que proporcionou uma práxis mais inclusiva na construção de conhecimentos num contexto de aulas em que a Matemática pudesse ser mais admirada e menos rejeitada pelos estudantes investigados.

Assim, sem analisar os “não ditos”, poderíamos deixar de considerar a mudança de postura adotada entre a aplicação dos testes inicial e final de M. A despeito de seu nervosismo, o que é comum, principalmente quando estudantes apresentam ansiedade diante de instrumentos avaliativos, evidenciou-se uma autoconfiança fortalecida após os diálogos em ação. O fato dos erros serem tratados como algo pertinente ao processo de construção do conhecimento e as trocas promovidas acontecerem sem julgamento foi crucial para que essa criança se sentisse encorajada a prosseguir avançando sem desanimar e sem deixar de acreditar em si. Assim, ao contrário do pré-teste, ela conseguiu completar o pós-teste, operando tanto com o pensamento aditivo quanto com o nível multiplicativo.

Portanto, os dados da nossa pesquisa foram analisados quantitativa e qualitativamente, o que configurou em muito mais do que a contagem de erros e acertos. Foi, portanto, uma avaliação em torno de processos e mudanças no desempenho dos estudantes por meio de uma análise minuciosa acerca do que cada um acertou e como e do que cada um errou e porquê, o que foi possível no mergulho do grupo focal.

Em virtude de nossa pesquisa se inserir no campo da Educação Matemática, sendo essa disciplina, uma área do conhecimento das ciências exatas, nossa análise qualitativa recorreu não só aos estudos vergdnaudianos bem como às contribuições da perspectiva dialógica apontadas por Alro e Skovsmose (2021), os quais associam qualidades da comunicação na sala de aula a qualidades da aprendizagem de Matemática. O padrão de comunicação que considera a importância de atos dialógicos é uma alternativa na perspectiva da Educação Matemática Crítica e se associa à emancipação e autonomia dos estudantes.

Segundo esses autores, o modo como o professor encara o erro do aluno também influencia a maneira como este se comunica com os estudantes. Com esse embasamento teórico, ampliamos nosso olhar a respeito do quanto os erros precisam ser discutidos e analisados, pois podem ocorrer em diferentes etapas da resolução de problemas matemáticos, tais como: no processo, no resultado final, no algoritmo, na sequência de ações e na interpretação dos enunciados.

No que diz respeito às características que contrapõem o monólogo e o diálogo (Alro e Skovsmose, 2021), observamos que, ao contrário do paradigma dos exercícios, as intervenções realizadas foram uma proposta de cooperação investigativa as quais oportunizaram a participação dos alunos nos seus relacionamentos. Isso desencadeou o surgimento de soluções criativas e êxito nas soluções dos problemas.

Nossa pesquisa nos levou a verificar que os processos dialógicos foram alidados potentes no desafio docente de levar as crianças a descobrirem sozinhas e silmultaneamente com ajuda novos modos de solução dos problemas. Os intercâmbios promovidos entre quem dispunha e não dispunha de competências para tratar cada uma das situações desenvolvidas, num ambiente de aulas de Matemática em que o erro não foi tratado como algo absoluto e negativo, promoveram a evolução de alguns novos esquemas, os quais foram sucessiva e simultaneamente mentalizados pelos sujeitos pesquisados. Obviamente que, a curto prazo, visualizamos processos iniciais da elaboração desses novos esquemas, pois os conceitos vão sendo formados progressivamente.

Atentando ainda para a modificação no desempenho dos estudantes do grupo focal, visualizamos que, por vezes, foi difícil para as crianças explicarem suas ideias matematicamente ou compartilharem sua perspectiva frente à busca pela solução de algumas situações-problema. Esse dado foi analisado em sintonia com as contribuições de Vegnaud (1983) apud Santos (2015), pois não é sempre que o aluno consegue explicitar em linguagem natural os esquemas utilizados em uma determinada situação. Assim, os conhecimentos podem ser explícitos ou implícitos.

Na forma implícita, os conhecimentos são implicitamente usados na ação, sem que os estudantes consigam expressar as razões para esse comportamento. Diferente do conhecimento implícito, o conhecimento explícito pode ser comunicado e discutido. Os teoremas-em-ação e conceitos-em-ação podem ser transformados em teoremas e conceitos científicos por meio do processo de explicitação do conhecimento implícito (Santos, 2015).

Para a explicitação dos conhecimentos, ampliação de repertórios e diversificação de esquemas, realizamos uma intervenção didática, cuja dinâmica se deu em dois momentos diferentes. No primeiro, um período de resolução de problemas em pequenos grupos e, no segundo, ao final do encontro, uma plenária para a partilha voluntária das soluções e vivências. Assim, cada situação foi resolvida incialmente em agrupamentos menores e posteriormente discutida com toda a turma.

Esses instrumentos de pesquisa foram o caminho percorrido para sondarmos e questionarmos mais os nossos alunos, procurando identificar e entender seus raciocínios. Assim, optamos por incentivá-los a não apagar seus registros, fomentamos trocas entre eles, adotamos um recurso didático que denominamos Folha Dicas. Esse material foi uma ferramenta utilizada com a sequência de algumas perguntas escritas que favorecessem o raciocínio das crianças e o intercâmbio entre elas na resolução do problema.

Tratou-se de uma folha extra, isto é, à parte e entregue posteriormente à resolução inicial da situação de cada dia, dos quatro últimos encontros. Nela continha o mesmo problema proposto inicialmente, porém, o encunciado aparecia acrescido de questões que esmiuçavam a situação com perguntas e encorajavam os alunos a pensarem matematicamente.

A proposta dessa folha nada mais era do que uma estratégia de paráfrase do problema. Parafrasear é o resultado de uma escuta consciente em que a pessoa diz as mesmas coisas de um modo um pouco diferente, é, portanto, um dos oito elementos dialógicos propostos por Alro e Skovsmose (2021). As perguntas elaboradas na Folha Dicas configuravam uma estratégia de retomada do que havia sido lido no enunciado, isto é, um modo de dizer novamente a mesma coisa só que de outra forma.

Sabíamos que as crianças precisavam ser levadas à reformulação e alteração de alguns cálculos, dentre eles a divisão, que era a operação requerida nos problemas mais complexos. Observamos que a Folha dica foi essencial para a promoção de mais outros atos dialógicos, dentre eles “desafiar” e “avaliar”. Nas intervenções com o grupo focal, desafiar tinha o objetivo de levar as crianças a pensarem em outra direção, questionando conhecimentos e perspectivas já estabelecidos e levar os estudantes a avaliar inclui correção de erros, crítica construtiva, conselho, apoio e elogio, o que procuramos garantir nesses momentos de troca. Esses momentos se mostraram potentes para mudança dos estudantes na resolução do pós-teste.

Além da Folha Dicas, desenvolvemos também a plenária, que nada mais era do que uma assembleia de estudantes reunidos por um determinado tempo para estudar, discutir e resolver uma situação diferente a cada semana. Essa estratégia didática foi um modo de envolver coletivamente os alunos com as informações do enunciado já conhecido por eles. Foi uma conversação com perguntas e respostas curtas dadas por um conjunto de crianças, por vezes, até em coro. Assim, realizamos seis sessões ao longo de seis semanas consecutivas, o que fez diferença nos desempenho e resultados do pós-teste.

As plenárias deliberadamente foram uma estratégia de socialização e potencialização dos diálogos dos pequenos grupos diante de toda a turma. Evidenciou-se sua influência nas mudanças de estratégias para a resolução das situações, pois os estudantes passaram a adotar, posteriormente, novos repertórios, recém aprendidos nesses momentos de partilha significativa, o que inclui resoluções criativas, algoritmos da multiplicação e da divisão, esses últimos em menos quantidade e podendo ser observados até mesmo a longo prazo, ou seja, após o encerramento da produção de dados, ao acompanharmos a turma até o término do ano letivo.

A peculiaridade do raciocínio dessas crianças fomentadas pela Folha Dicas na privacidade dos pequenos grupo foi matéria-prima para as plenárias, configurando algo valioso na conclusão de nossas aulas de Matemática, um verdadeiro tesouro didático-metodológico do protagonismo infantil socializado nesses encontros.

Essa trajetória intervencionista despertou as crianças para outros procedimentos de cálculos. Com isso, agregamos mais um ato dialógico que foi o "pensar alto", ou seja, atitude que possibilita a expressão de pensamentos, ideias e sentimentos durante a investigação e a partilha das diferentes perspectivas. Quanto à Matemática, levamos os alunos a reformularem os cálculos de modo a reconhecerem a natureza do problema. No grupo focal, os meninos puderam evocar essas descobertas no quarto, quinto e sexto encontros da intervenção, bem como durante a aplicação do pós-testes.

Dentre as situações abordadas, as mais complexas se relacionavam a problemas do Bloco B, questões 3 e 4, de referente desconhecido, vezes maior. Para potencilizar o ensino dessas situações complexas, a plenária foi um momento em que foram explicitados os diferentes modos de resolver um problema desse tipo, pois precisávamos ouvir diferentes perspectivas e diagnosticar os saberes dos estudantes de modo a potencializar a caminhada na produção de conceitos do campo multiplicativo. Quando avaliamos as diferentes perspectivas tanto dos alunos quanto do professor, entendemos que não encaramos o problema com base no mesmo ponto de vista nem tentamos resolvê-lo da mesma forma (Alro e Skovsmose, 2021).

Ao nos voltarmos para o grupo focal, o que nos chamou a atenção foi o fato de terem encontrado uma forma de resolver as situações mesmo quando não recorreram ao algoritmo da divisão nas situações do Bloco B e do Bloco C em que essa operação era demandada. As interações entre os estudantes contribuíram para resolver a situação, mesmo sem dominarem esse algoritmo. Deparamo-nos com resoluções criativas, o que ganhou vulto diante das discussões que os estudantes mantiveram quando agrupados nas intervenções.

Com esse instrumento, levamos as crianças a conhecerem e socializarem as diferentes estratégias adotadas nos pequenos grupos em todos os blocos de questões. Também introduzimos o ensino do algoritmo da divisão como mais uma das possíveis maneiras de resolver os problemas dos Blocos B e C.

A conversa durante as plenárias incluiu o ensino significativo da estratégia da conta de dividir, pois era exigida nas situações mais complexas. Isso ocorreu por meio da abertura para o tratamento das diferentes perspectivas dos alunos com perguntas e reflexões conduzidas por nós diante das falas das crianças. Nesses momentos, recorremos às anotações no quadro branco, iniciando essa atividadecom registros esccritos na lousa enquanto falávamos o que cada grupo havia realizado.

As sessões com a turma toda reunida foram um investimento importante na apresentação do algoritmo da divisão como mais um meio de conseguir soluções nas situações em que essa operação era requerida. Essa estratégia foi um modo de aproximar conhecimentos novos ao repertório prévio dos estudantes.

Diante de uma pesquisa qualitativa e intervencionista em que assumimos dois papéis concomitantes: o de professora regente do grupo investigado e o de pesquisadora, desenvolvemos aprendizagens significativas tanto para os nossos alunos quanto para nós, pois nos permitiu uma melhor apropriação do conjunto das diferentes situações de comparação multiplicativa. Aprendemos a analisar e a classificar problemas à luz da Teoria dos Campos Conceituais, adquirindo maior embasamento teórico.

Nesse contexto, a diversificação dos problemas passou a compor nossos repertórios de saberes e fazeres. Passamos a ter uma preocupação maior com a complexidade cognitiva e semântica de algumas situações das estruturas multiplicativas de modo a conseguir elaborar enunciados adequados, respeitando o nível cognitivo dos estudantes, aspectos que configuraram uma ousadia, sobretudo ao elaborar questões e estratégicas didáticas não usuais do ponto de vista do currículo proposto.

Nesse caminho, reavaliamos nossos fundamentos teóricos-práticos, buscando superar a concepção linear e hierárquica das operações matemáticas, o que foi herdado na nossa formação inicial, reforçado pela cultura escolar e problematizado a partir das inquietações que surgiram na trajetória profissional e formativa. Assim, ressignificamos nossa concepção acerca do desenvolvimento dos referenciais curriculares de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Com o foco na comunicação dos alunos, passamos a valorizar ainda mais a voz dos estudantes como condição necessária para que pudessem aprender Matemática. Nossa atuação passou assumir uma postura mais dialética, cuja construção se deu numa relação de diálogo entre nós e as crianças. Oportunizamos uma participação mais ativa dos estudantes, dando-lhe condições de se expressarem de se comunicarem, manifestando suas dúvidas e ideias de maneira a diagnosticarmos seus modos de raciocinar, diversificarmos nossas intevernções e, gradativa e humildemente, aperfeiçoarmos nossas aulas.

Sem que consigamos mensurar o alcance da nossa investigação, nos cabe reiterar que estudar o campo conceitual das estruturas multiplicativas é essencial, o que nos leva a indicá-lo como sugestão para futuras pesquisas, principalmente na exploração de outros eixos multiplicativos. Acreditamos que deve haver mais alcance dessa teoria por parte dos docentes dos anos iniciais, pois ela nos subsidia na diagnose das potencialidades e das fragilidades da aprendizagem dos educandos no processo de construção de conhecimento.

Sob a influência de estudiosos franceses, dinarmaqueses, portugueses e brasileiros, acreditamos que investigar processos de comunicação e interação entre professores e crianças dos anos iniciais é uma temática fecunda para o campo da Educação Matemática, pois são poucos os professores que incluem as abordagens cooperativas ou trabalhos por projetos em suas práticas de ensino.

Por mais que um professor deseje mudar sua prática, por vezes, não consegue em virtude do engessamento do absolutismo burocrático no ambiente escolar. Assim, processos dialógicos nas aulas de Matemática ainda são intervenções pouco consolidadas nas escolas brasileiras o que implica em um grande desafio de aprimoramento para quem atua ensinando Matemática no Ensino Básico.

Reconhecemos que esse estudo orquestrou novos sentidos e novas interpretações de nossos saberes práticos e teóricos em torno de situações multiplicativas, sobretudo na problematização acerca de como os alunos pensam e comunicam seus esquemas de raciocínio. Os processos e resultados dessa investigação provocaram mudanças em nosso modo de avaliar e intervir didaticamente com os estudantes.

Não tememos mais lidar com a pergunta “Professora, qual é a conta?”, pois substituímos a dúvida “Será que nossos alunos serão capazes de resolver?” pela convicção de que, a despeito de não conseguirmos consolidar a construção de conhecimentos conceituais, qualquer situação do Campo Conceitual Multiplicativo pode e deve ser bem trabalhada com os estudantes das séries iniciais desde que seja garantido um conjunto de ações, tais como: cuidado com o uso da linguagem empregada na elaboração dos enunciados; fomento da ação de perguntar como estratégia para explicitação dos esquemas implícitos; promoção de momentos individuais e grupais para interação entre estudantes; abertura para partilha e análise de diferentes perspectivas; e superação do tratamento do erro como algo absoluto e algo a ser eliminado.

Portanto, nossa pesquisa se configurou num processo formativo pessoal, com implicâncias coletivas, cuja materialização expõe aspectos da nossa práxis pertencentes anteriormente a uma dimensão privada.

REFERÊNCIAS

AGUILAR, Rodrigo. **Gestos mínimos para educar**. 2017. Disponível em: https://ladiaria.com.uy/articulo/2017/6/gestos-minimos-para-educar/. Acesso em 02 jan 2023.

AHUMADA, Maria Virgina. **Comunicação e educação: a relação entre escolas e famílias no cotidiano escolar**. Dissertação (Mestrado), 2013. 146 f. Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

ALRO, Helle e SKOVSMOSE, Ole. **Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática**. Trad. Orlando de A. Figueiredo. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2021.

BEYER, Fernanda Leite Lopes. **Campo conceitual multiplicativo:** um mapeamento das pesquisas produzidas no brasil entre os anos de 1997 e 2016**.** Dissertação de mestrado. PUC. São Paulo, 2018.

CAMILI, Meire Cristina MARTINS. **Estruturas Multiplicativas:** um estado do conhecimento (2009 - 2019). Dissertação de Mestrado. UNESP. Bauru, 2021.

DUARTE, Rosália. Pesquisa Qualitativa: reflexões sobre o trabalho de campo. **Cadernosde Pesquisa,** n. 115, março, 2002. Disponível em: https://www.scielo.br/pdf/cp/n115/a05n115.pdf. Acesso em 10 nov 2022.

FAUSTINO, Ana Carolina. Diálogo e Educação Matemática: o processo de dialogar no terceiro ano do ensino fundamental. **Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul**. INMA/UFMS, v. 9, n. 21, pp. 900-919. Seção Temática, 2016. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2139. Acesso out 2022.

______.**"Como você chegou a esse resultado?" O diálogo nas aulas de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental**. Tese de Doutorado. SãoPaulo: Universidade Estadual Paulista, 2018.

FAUSTINO, Ana Carolina, SANTINO, Fernando Schlindwein e LOPES, Beatriz Gouvea. **Cenários para investigação na formação inicial de professore que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. Anais do XIII SESEMAT- Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul: 2019, p. 83-91.

FIORENTINI, Dario. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In BORBA, Marcelo de Carvalho e ARAÚJO, Jussara de Loiola. **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004, p. 47-76.

FREIRE, Paulo. **Extensão ou comunicação?** Rio de Janeiro: Paz e Terra,1977. (PDF)

______. **Pedagogia da autonomia**. São Paulo: Paz e Terra, 2002. (PDF)

GARCIA, Regina Leite (Org.). **Alfabetização dos alunos das classes populares:** aindaum desafio. 7. ed. São Paulo: Cortez, 2012.

GATTI, B. A. A pesquisa em Educação e o campo da formação de educadores: diálogoscom Marli André. **Revista Formação Docente**. Belo Horizonte, v.13, n. 28, p. 47-56, set/dez 2021. Disponível em: http://www.revformacaodocente.com.br. Acesso em 10 mar2022.

GITIRANA, Verônica, CAMPOS, Tânia M. M., MAGINA, Sandara e SPINILLO, Alina. **Repensando multiplicação e divisão**: contribuição da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: PROEM Editora, 2014.

GOLDENBERG, Mirían. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa**. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

GOUVEIA NETO, Sérgio Cândido de e GOUVEIA, Cristiane Talita Gromann de. Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática: um olhar sobre a Obra de Alro e Skovsmose. **Rev. EDUCA**, Porto Velho (RO), v. 2, n.3, pp. 159-166, 2015.

GROSSI, E. P. (Org.) **Por que ainda há quem não aprende?** a teoria. Petrópolis, RJ: Vozes, 2003.

LAUTERT, Sintria Labres. **Reflexões sobre o ensino e aprendizagem de conceitos Matemáticos: a pesquisa-intervenção e a observação**. 3º SIPEMAT. Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Fortaleza, Faculdade 7 de Setembro,2012.

LAUTERT, Sintria Labres, SPINILLO, Alina Galvão e CRUZ, Tatyane Veras Queiroz Ferreira da. Reflexões sobre o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos: a pesquisa-intervenção e a observação em sala de aula. In: CASTRO FILHO, José Aires deet. al. (orgs.) **Matemática, cultura e tecnologia: perspectivas internacionais.** Curitiba:CRV, 2016.

LIMA, Claudia Neves do Monte Freitas de e NACARATO, Adair Mendes. A investigação da própria prática: mobilização e apropriação de saberes profissionais em Matemática. **Educação em Revista:** Belo Horizonte, v.25, n.02, p.241-266, ago. 2009. Disponível em: https://www.scielo.br/j/edur/a/3GtWTMrHnk5mnVg5KvWJpLk/abstract/?lang=pt.Acesso em: 02 fev. 2023.

LUCKESI, Carlos Cipriano. 3.ed. **Filosofia da Educação**. São Paulo: Cortez, 2011.

MACHADO, Benedito Edson Cardoso e LACERDA, Alan Gonçalves. A comunicação matemática por meio das tarefas de investigação: caminhos alternativos para o ensino e aprendizagem de matemática. **Revista Tangram**, Mato Grosso do Sul, v.4, n.4, out. / dez.2021, p. 163-181. Disponível em: https://ojs.ufgd.edu.br/index.php/tangram/article/view/12237. Acesso em 15 jan 2023.

MAGINA, Sandra Maria Pinto, SANTOS, Aparecido dos e MERLINI, Vera Lucia. **Comparação multiplicativa: a força que a expressão exerce na escolha das estratégias de resolução dos estudantes.** XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011**.** Disponível em: https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/448/337 Acesso em 20jan 2023.

MAGINA, Sandra Maria Pinto. O raciocínio dos estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações de estruturas multiplicativas. **Ciência & Educação**. Bauru, v. 20, p. 517-533, 2014. Disponível em: https://www.scielo.br/j/ciedu/a/QrTnTjTzRVW576mbqMH7cMd/abstract/?lang=pt Acesso em: 21 jan 2023.

MARTINHO, Maria Helena da Silva de Sousa. **A comunicação na sala de aula de Matemática: o papel do professor**. Conference Paper - January 2009. Author profilesfor this publication at: https://www.researchgate.net/publication/242493229. XXSIEM em 2009. Disponível em: http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/9848/1/XXSIEM_Conf3_Martinho. pdf. Acesso em: 17 jan 2023.

MARTINHO, Maria Helena da Silva de Sousa e PONTE, José Pedro. **Comunicação nasala de aula de Matemática: práticas e reflexão de uma professora de Matemática**. Janeiro de **2005a**. Conferência: XVI SIEM. Évora. Disponível em: http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/9847. Acesso em: 14 jan 2023.

______. **A comunicação na sala de aula de matemática: Um campo de desenvolvimento profissional do professor**. Comunicação nas Actas doV CIBEM (CD-ROM), realizado na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, 17-22 de julho de **2005b.**

MILANI, Raquel. **Diálogo e a ação de perguntar na educação matemática.** Anais do VI Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática. UniversidadeFederal de Mato Grosso do Sul, v. 6, nº 1, 2012. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/sesemat/article/view/3768 . Acesso em: 19 jan 2023.

NACARATO, Adair Mendes, MENGALI Brenda Leme da Silva e PASSOS, Cármen Lúcia Brangaglion. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2017.

NASCIMENTO, Sheila Motta Steffen do. **Problemas multiplicativos no 4º ano do ensino fundamental:** ensino e estratégias de resolução. Dissertação de mestrado. Universidade Luterana Do Brasil. ULBRA. Canoas, 2017.

NITERÓI (Município). Secretaria Municipal de Educação. **Referenciais Curriculares da Rede Pública Municipal de Educação de Niterói.** Niterói, RJ: Secretaria Municipal de Educação, dezembro de 2022, p. 471-518.

OLIVEIRA, Tamiles Da Silva **Proporcionalidade:** um olhar sobre os esquemas de estudantes do ensino fundamental. Dissertação de mestrado em Educação Matemática. Universidade Estadual de Santa Cruz. UFSC. Ilhéus, 2018.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos? **Espaço pedagógico**, v. 20, n. 1, Passo Fundo, pp. 88-104, jan./jun. 2013. Disponível em: http://seer.upf.br/index.php/rep/article/view/3509 Acesso em 22 jan 2023.

PIMENTA, Selma Garrido e GARRIDO, Elsa e MOURA, Manoel Oriosvaldo de.**Pesquisa colaborativa na escola facilitando o desenvolvimento profissional de professores**. 2001, Anais. Caxambu: ANPED, 2001. Disponível em: https://repositorio.usp.br/item/001204453. Acesso em: 12 fev. 2023.

PONCIANO, Gisele Rainha Pontes e LEITE, Vania Finholdt Angelo. **Situações multiplicativas:** uma revisão de literatura. Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional SC. VIII ECEM (Encontro Catarinense de Educação Matemática). Abril de2021. p. 1-10.

PONTE, João Pedro da. A didática da matemática e o trabalho do professor. **Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática**. Passo Fundo, v. 3, n.3, p. 809-826,ed. Espec. 2020. Disponível em:http://seer.upf.br/index.php/rbecm/article/view/11831/114115551 . Acesso em: 23 jan 2023.

RABELO, Edmar Henrique. **Avaliação: novos tempos, novas práticas.** 5 ed. Petrópolis: Vozes, 1998.

RIBEIRO, Deolinda Maria Guerreiro Custódio. **A resolução de problemas e o desenvolvimento da comunicação matemática:** um estudo no 4º ano de escolaridade. Dissertação de Mestrado em Educação Didáctica da Matemática, Universidade de Lisboa, 2005.

RIBEIRO, Tiago, SAMPAIO, Carmen Sanches e SOUZA, Rafael de. Investigar narrativamente a formação docente: no encontro com o outro, experiências... **Roteiro**, vol. 41, núm. 1, p. 135-154, 2016. Disponível em: https://periodicos.unoesc.edu.br/roteiro/article/view/9271/5328. Acesso em 28 jan 2023.

SANTOS, Aparecido dos. **Formação de professores e as estruturas multiplicativas:** reflexões teóricas e práticas. 1.ed. Curitiba: Appris, 2015.

SANTOS, Boaventura de Sousa. Um discurso sobre as Ciências na transição para uma ciência pós-moderna. **Portal de Revista da USP**. Estudos Avançados, 1988, vol. 2, n. 2, p. 46-71. Disponível em: https://www.revistas.usp.br/eav/article/view/8489. Acesso em17 ago 2022.

SERRAZINA, Maria de Lurdes e RIBEIRO, Deolinda. As interações na Atividade de Resolução de Problemas e o Desenvolvimento da Capacidade de Comunicar no Ensino Básico. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 44, p. 1367-1393, dez. 2012. Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/Ldpd4DRhbZJxFhntJpGYLVx/abstract/?lang=pt. Acesso em 21 jul 2022.

SILVA, Anderson José, LOVATTI, Flávia Arlete, FALQUETTO, Jéssica Monteiro, ALTOÉ, Renan Oliveira, JORDANE, Alex e SOUZA Maria Alice Veiga Ferreira de. A linguagem matemática na sala de aula: contribuições no processo de ensino e aprendizagem. In: SOUZA, Maria Alice Veiga Ferreira de e LAUDERMANN, Danielli Veiga Carneiro (Orgs.). **Ensinar e aprender**: caminhos e reflexões. Vitória: Edifes, 2018. E-book. p. 187-202.

SILVA, Erondina Barbosa da e MUNIZ Cristiano Alberto. **Diferentes cenários e situações produzindo diferentes diálogos e aprendizagens matemáticas.** Actas del VIICIBEM (Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática). Montevidéu, Uruguai. 16 a 20 de setembro de 2013, p. 2408-2415. Disponível em: https://repositorio.unb.br/bitstream/10482/16403/1/2014_ErondinaBarbosadaSilva.pdf . Acesso em 28 jan 2023.

SILVA, Francisca Wellingda Leal da. **Conhecimentos de professores sobre as estruturas multiplicativas:** reflexões conceituais e didáticas. Dissertação. UniversidadeEstadual do Ceará. Fortaleza. 2019.

SILVA, Letícia Roberta. G.M. da. **A participação das crianças nos processos de aprendizagemensino:** uma pesquisa sobre a própria prática. Curitiba: Appris, 2021.

SILVA, Silvana Holanda da. **Reflexões com professoras acerca da teoria dos campos conceituais como fundamento de reelaboração da prática docente em matemática**. Tese de Doutorado. Universidade Estadual do Ceará. Fortaleza, 2018.

SKLIAR, Carlos e BRAILOVSKY, Daniel. (2015). **La petición de la escritura en los escenarios educativos**. Enunciación, pp. 261-270. Disponível em: https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/enunc/article/view/9730/11148 . Acesso em: 01 set 2022.

SMOLE, Kátia Stocco. Apresentação de Kátia Stocco Smole. In: **Vídeo Profª Kátia Stocco Smole**, 2014. Disponível em https://www.youtube.com/watch?v=aqQojmZQL5k.Acesso em 22 jan.2023.

SMOLE, Kátia Stocco Smole e DINIZ, Maria Ignez (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artemed, 2001.

SMOLKA, Ana Luiza Bustamante. **A criança na fase inicial da escrita:** a alfabetizaçãocomo processo discursivo. 13 ed. São Paulo: Cortez, 2012.

SOUZA, Arnold Vinicius Prado, OHIRA, Marcio Akio e PEREIRA, Ana Lucia. A arte de resolver problemas no ensino da matemática. **Revista Valore**, Volta Redonda, 3 (Edição Especial): 376-389, 2018. Disponívelem https://revistavalore.emnuvens.com.br/valore/article/view/180/157 . Acesso em 26 jan 2023.

TANAJURA, Laudelino Luiz Castro e BEZERRA, Ada Augusta Celestino. Pesquisa- ação sob a ótica de René Barbier e Michel Thiollent: aproximações e especificidades metodológicas. **Revista eletrônica Pesquiseduca**, Santos, v. 07 n. 13, p. 10-23, jan-jun 2015. Disponível em: https://periodicos.unisantos.br/pesquiseduca/article/view/408/pdf. Acesso em: 20 jan 2023.

VERGNAUD, Gérard. **Multiplicative structures**. In Hiebert, H. and Behr, M. (Eds.). *Research Agenda in Mathematics Education.* Number Concepts and Operations in the Middle Grades. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum, 1988. pp. 141-161.

______. Teoria dos campos conceituais. In Nasser, L. (Ed.) Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro, 1993. p. 1-26.

VERGNAUD, Gérard. **Multiplicative conceptual field: what and why**? In Guershon, H. and Confrey, J. (1994). (Eds.) *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*. Albany, N.Y.: State University of New York Press, 1994. pp. 41-59.

______. A Gênese dos Campos Conceituais. In: GROSSI, E. P. (Org.) **Porque ainda há quem não aprende?**: a teoria. Petrópolis, RJ: Vozes, 2003.

______. **A criança, a matemática e a realidade:** problemas do ensino da matemática na escola elementar. Tradução: Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Ed. daUFPR, 2009.

APÊNDICE A - Protocolo pré-teste e pós-teste

<table>
<tr><th colspan="3">Situações-problema para o Pré-Teste e o
Pós Teste</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Bloco A:
Referido
desconhecido</td><td>Pré-
Teste</td><td>Questão 1 - Davi tem uma coleção com 12 carrinhos. Daniel tem otriplo de carrinhos. Quantos carrinhos Daniel tem em sua coleção?</td></tr>
<tr><td>Pós-
Teste</td><td>Questão 1 - Rafael tem uma coleção com 22 carrinhos. Ezequiel temo triplo de carrinhos. Quantos carrinhos Ezequiel tem em sua coleção?</td></tr>
<tr><td>Pré-
Teste</td><td>Questão 2 - Pedro tem 14 figurinhas. Luan tem o dobro da quantidadee figurinhas de Pedro. José tem o triplo da quantidade de figurinhas de Luan. Quantas figurinhas tem Luan? E quantas tem José?</td></tr>
<tr><td>Pós-
Teste</td><td>Questão 2 – João Pedro tem 24 figurinhas. Thalles tem o dobro da quantidade e figurinhas de João Pedro. Rodrigo tem o triplo da quantidade de figurinhas de Thalles. Quantas figurinhas tem Thalles?E quantas tem Rodrigo?</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Bloco B:
Referente
desconhecido</td><td>Pré-
Teste</td><td>Questão 3 - Um livro custa 3 vezes mais do que um estojo pequeno.Se o livro custa R$36,00. Quanto custa o estojo?</td></tr>
<tr><td>Pós-
Teste</td><td>Questão 3 - Uma mochila custa 3 vezes mais do que um estojo delápis. Se a mochila custa R$24,00. Quanto custa o estojo?</td></tr>
<tr><td>Pré-
Teste</td><td>Questão 4 - Yasmim e Laila resolveram comparar o dinheiro que tinham. Elas viram que a quantia de Yasmim era o triplo da quantia de Laila. Sabendo que Yasmim tinha 27 reais, quantos reais Laila tinha?</td></tr>
<tr><td>Pós-
Teste</td><td>Questão 4 - Letícia e Vitória resolveram comparar o dinheiro que tinham. Elas viram que a quantia de Letícia era o triplo da quantia deVitória. Sabendo que Letícia tinha 24 reais, quantos reais Vitória tinha?</td></tr>
<tr><td>Bloco C:
Referência
desconhecida</td><td>Pré-
Teste</td><td>Questão 5 - Uma pessoa doou alguns brinquedos para as crianças mais carentes de uma comunidade. Foram doados 6 bonecas, 12 bolase 24 carrinhos.
a) A quantidade carrinhos doados é quantas vezes mais aquantidade de bolas doadas?
b) A quantidade de carrinhos doados é quantas vezes mais aquantidade de bonecas doadas?</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Situações-problema para o Pré-Teste e o
Pós Teste</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Bloco C:
Relação
desconhecida</td><td>Pós-
Teste</td><td>Questão 5 - Uma pessoa doou algumas roupas para as crianças de umorfanato. Foram doados 6 blusas, 12 calças e 24 casacos.
a) A quantidade casacos doados é quantas vezes mais aquantidade de blusas doadas?
A quantidade de casacos doados é quantas vezes mais aquantidade de calças?</td></tr>
<tr><td>Pré-
Teste</td><td>Questão 6 - Na loja de brinquedos, um carrinho custa R$24,00 e uma bola R$8,00. O preço da bola é quantas vezes menos o preço do carrinho?</td></tr>
<tr><td>Pós-
Teste</td><td>Questão 6 - Na loja de brinquedos, um Jogo de Xadrez custa R$24,00 e um Jogo de Dominó R$8,00. O preço do dominó é quantas vezes menos o preço do xadrez?</td></tr>
</table>

APÊNDICE B - Protocolo da intervenção

<table>
<tr><th colspan="2">Situações-problema para a intervenção</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Bloco A: Referido desconhecido</td><td>Questão 1 - Brayan possui R$ 15,00. A quantia que Rodrigo possui é o triplo daquantia de Brayan. Quantos reais possui Rodrigo?</td></tr>
<tr><td>Questão 2 - Seu Antônio e Seu José são pescadores. Na pesca de hoje, Seu Antôniopescou apenas 8 peixes grandes. Seu José teve mais sorte e pescou o dobro de peixes de Seu Antônio. Quantos peixes Seu José pescou hoje?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Bloco B: Referente desconhecido</td><td>Questão 3 - Num dia de temporal em Niterói, na E.M. Prof. ª Maria Ângela Moreira Pinto, faltaram 13 alunos no turno da manhã, metade da quantidade de alunos que faltaram no mesmo dia no turno da tarde. Quantos alunos faltaram no turno da tarde?</td></tr>
<tr><td>Questão 4 - Numa escola, há duas turmas de quinto ano à tarde e apenas uma turmade manhã. O turno da tarde tem, ao todo, 44 alunos. Sabendo que esse total de alunoscorresponde ao dobro do número de alunos do turno da manhã, quantos alunos do quinto ano da manhã há nessa escola?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Bloco C: Relação desconhecida</td><td>Questão 5 - Um pai e seus dois filhos decidiram comparar a idade deles.
<table>
<tr><th>NOME e PARENTESCO</th><th>IDADE</th></tr>
<tr><td>PAI - Estevão</td><td>36 anos</td></tr>
<tr><td>FILHO - Artur</td><td>12 anos</td></tr>
<tr><td>FILHO - João</td><td>6 anos</td></tr>
</table>
a) A idade de Estevão é quantas vezes mais a idade de seu filho Artur?
b) A idade de Estevão é quantas vezes mais a idade de filho João?</td></tr>
<tr><td>Questão 6 -Uma mulher resolveu fazer uma pesquisa em alguns mercados da cidade. Ela deseja preparar um churrasco e precisa economizar dinheiro. No Guanabara, a linguiça está custando R$8,00 e no Assaí está custando R$24,00.
a) Em qual desses dois mercados a linguiça estava custando menos? __
b) Quantas vezes menos? _____</td></tr>
</table>

APÊNDICE C - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE

Seu(a) filho(a) ou menor sob sua responsabilidade está sendo convidado a participar como voluntário do projeto de pesquisa “Professora, qual é a conta? - elos entre a resolução de situações-problema e os diálogos de estudantes do ensino fundamental” sob responsabilidade da pesquisadora Bernadete Mendonça de Alencar Xavier, sob a orientação da professora Dra. Vania Finholdt Ângelo Leite.

O estudo pretende investigar a contribuição da comunicação dos estudantes da turma GR5D da E.M. Profª. Maria Ângela Moreira Pinto na resolução de problemas de estruturas multiplicativas e na construção de conceitos relacionados a essa temática. Será feita uma análise sobre o que os registros e os diálogos dos estudantes revelam a respeito das conquistas e dificuldades em torno da aprendizagem dos conceitos do Campo Multiplicativo.

Dentre as atividades do projeto estão previstas: a aplicação de um pré-teste com seis situações multiplicativas; a realização de uma intervenção didática em 6 (seis) encontros em que os alunos estarão organizados em pequenos grupos; e, por último, a aplicação de um pós-teste com seis questões semelhantes aos do pré-teste. A coleta de dados consistirá em documentos escritos dos educandos produzidos nesses três momentos distintos, capturas de imagens e sons (fotos das produções dos estudantes e videogravações da conversa entre eles), transcrição das videogravações, e anotações em diários de campo.

Os riscos de participar nesta pesquisa, envolvem em expressar opiniões e sentimentos no momento de responder as perguntas, pode haver o risco de sentir-se envergonhado ou desconfortável. Caso isto aconteça, estudante poderá recusar a responder qualquer pergunta ou desistir de participar, a pesquisadora se atentará para cada eventual situação evitando minimizar os possíveis riscos.

Vocês não terão algum benefício direto. Entretanto os benefícios oferecidos aos participantes da pesquisa são o incentivo à leitura e a resolução de problemas matemáticos e, a partir dessas práticas, a construção de saberes relevantes no desenvolvimento dos conhecimentos e habilidades essenciais na formação humana. Também poderão contribuir para a produção de conhecimento e para a melhoria do ensino de Matemática com a divulgação dos resultados.

Você será informado de todos os resultados obtidos referentes à participação de seu(a) filho(a) ou menor sob sua responsabilidade, mesmo que seu consentimento para participar da pesquisa seja retirado.

Agradecemos a sua atenção e colocamo-nos à disposição para esclarecimentos adicionais.

Nome Pesquisador(a): Bernadete Mendonça de Alencar Xavier	Cargo/Função: Professora
Instituição: E.M. Profª. Maria Ângela Moreira Pinto	
Endereço: Rua Tupiniquins, 492 - São Francisco, Niterói.	
Telefone: (21) 984009341 e-mail: betevip92@gmail.com	

Diante das explicações, se você concorda que seu(a) filho(a) ou menor sob sua responsabilidade participe deste projeto, forneça os dados solicitados e coloque sua assinatura a seguir.

CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Tendo em vista os itens acima apresentados, eu, de forma livre e esclarecida, autorizo meu/minha filho/filha – ou criança ou adolescente sob minha responsabilidade – a participar desta pesquisa.

Nome do(a) participante: ________________________________

Nome do(a) responsável legal pelo participante:
____

Assinatura do(a) responsável legal pelo participante:
____

Nome da pesquisadora: Bernadete Mendonça de Alencar Xavier Assinatura: ________________________________

*Local e Data:*____________________,______*de*_______________*de 20*___

APÊNDICE D - Termo de autorização de uso de imagem e som

TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM E SOM

Eu____, CPF nº._,RG nº______, depois de conhecer e entender os objetivos, procedimentos metodológicos, riscos e benefícios da pesquisa "Professora, qual é a conta? - elos entre a resolução de situações-problema e os diálogos de estudantes do ensino fundamental", bem como de estar ciente da necessidade do uso de imagem e/ou depoimento, especificados no Processo de Assentimento e/ou Consentimento Livre e Esclarecido, AUTORIZO, através do presente termo, a pesquisadora **Bernadete Mendonça de Alencar Xavier** do projeto de pesquisa intitulado **Professora, qual é a conta? - elos entre a resolução de situações-problema e os diálogos de estudantes do ensino fundamental** a realizar as fotos e as filmagens que se façam necessárias e/ou acolher meu depoimento neste ato para fins desta pesquisa.

Por esta ser a expressão da minha vontade declaro que autorizo a utilização de imagem e/ou depoimentos, para fins científicos e de estudos (dissertação, livros, artigos, slides e transparências), em favor desta pesquisa, sem que nada haja a ser reclamado a título de direitos conexos à minha imagem ou a qualquer outro, e assino a presente autorização em 02 vias de igual teor e forma. O sigilo e anonimato devem ser preservados.

Niterói,______de____de ________

Nome do(a) participante menor: ____

Responsável legal pelo participante menor: __________________________________

Assinatura do(a) responsável legal pelo participante menor:___________________

Bernadete Mendonça de Alencar Xavier
e-mail: betevip92@gmail.com e telefone: (21) 9800-9341

APÊNDICE E - Termo de assentimento

Termo de Assentimento (TA)

Querido(a) aluno(a),

Você está sendo convidado(a) a participar da pesquisa intitulada "Professora, qual é a conta? - elos entre a resolução de situações-problema e os diálogos de estudantes do ensino fundamental" conduzida pela pesquisadora Bernadete Mendonça de Alencar Xavier.

Esse estudo pretende investigar a contribuição da comunicação dos estudantes da turma GR5D da E.M. Profª. Maria Ângela Moreira Pinto na resolução de problemas de estruturas multiplicativas.

Haverá a aplicação de um pré-teste e com seis situações multiplicativas; a realização de uma intervenção didática em 6 (seis) encontros em que os alunos estarão organizados em pequenos grupos; e, por último, a aplicação de um pós-teste com seis questões semelhantes aos do pré-teste.

Sua participação não é obrigatória. A qualquer momento, caso você se sinta constrangido, por qualquer uma das atividades, você poderá desistir de participar e retirar seu assentimento.

Sua participação consistirá em participar dos exercícios propostos. Lembrando que todas essas atividades serão realizadas, no horário escolar, respeitando todas as orientações dadas pela instituição de ensino.

A participação é voluntária e não será remunerada e nem implicará em algum tipo de gasto. Dentre os benefícios oferecidos aos participantes da pesquisa está o incentivo à leitura e a resolução de problemas matemáticos.

Os riscos de participar nesta pesquisa, envolvem em expressar opiniões no momento de responder as questões dos testes e da ação didática, pode haver o risco de sentir-se envergonhado ou desconfortável. Caso isto aconteça, você pode recusar a responder qualquer pergunta ou desistir de participar, a pesquisadora se atentará para cada eventual situação evitando minimizar os possíveis riscos.

Os dados obtidos, embora tenha como fonte as falas e a produção dos estudantes investigados, serão divulgados com o uso de nomes fictícios, visando não divulgar os nomes verdadeiros das pessoas observadas. Ao analisar os dados produzidos e coletados, a pesquisadora pretende produzir um texto de sua autoria e de sua inteira responsabilidade.

Caso você concorde em participar desta pesquisa, assine ao final deste documento. Declaro que entendi os objetivos, riscos e benefícios da participação na pesquisa, e que concordo em participar.

Niterói,______de____________________de____________
Nome do(a) participante: ____
Assinatura do(a) participante: ____
Assinatura da pesquisadora:____

APÊNDICE F – Pré-teste

E.M. Prof.ª MARIA ÂNGELA MOREIRA PINTO
NOME: ____ DATA: _____________________

Pré-teste

Questão 1 - Davi tem uma coleção com 12 carrinhos. Daniel tem o triplo de carrinhos de Davi. Quantos carrinhos Daniel tem em sua coleção?

Como você pensou?

Resposta:____

Questão 2 - Pedro tem 14 figurinhas. Luan tem o dobro da quantidade de figurinhas de Pedro. José tem o triplo da quantidade de figurinhas de Luan. Quantas figurinhas tem Luan? E quantas tem José?

Como você pensou?

Resposta:____

Questão 3 - Um livro custa 3 vezes mais do que um estojo pequeno. Se o livro custa R$36,00. Quanto custa o estojo pequeno?

Como você pensou?

Resposta:____

Questão 4 - Yasmim e Laila resolveram comparar o dinheiro que tinham. Elas viram que a quantia de Yasmim era o triplo da quantia de Laila. Sabendo que Yasmim tinha 27 reais, quantos reais Laila tinha?

Como você pensou?

Resposta:____

Questão 5 - Uma pessoa doou alguns brinquedos para as crianças mais carentes de uma comunidade. Foram doados 6 bonecas, 12 bolas e 24 carrinhos.

a) A quantidade de carrinhos doados é quantas vezes mais a quantidade de bolas doadas?

Como você pensou?

Resposta:____

b) A quantidade de carrinhos doados é quantas vezes mais a quantidade de bonecas doadas?

Como você pensou?

Resposta:____

Questão 6 - Na loja de brinquedos, um carrinho custa R$24,00 e uma bola R$8,00. O preço da bola é quantas vezes menos o preço do carrinho?

Como você pensou?

Resposta:____

APÊNDICE G – Pós-teste

E.M. Prof.ª MARIA ÂNGELA MOREIRA PINTO
NOME: ____ **DATA:** ______________

Pós-teste

Questão 1 - Rafael tem uma coleção com 22 carrinhos. Ezequiel tem o triplo de carrinhos de Rafael. Quantos carrinhos Ezequiel tem em sua coleção?

Como você pensou?

Resposta:____

Questão 2 - João Pedro tem 16 figurinhas. Thalles tem o dobro da quantidade de figurinhas de João Pedro. Rodrigo tem o triplo da quantidade de figurinhas de Thalles. Quantas figurinhas tem Thalles? E quantas tem João Pedro?

Como você pensou?

Respostas:____

Questão 3 - Uma mochila custa 3 vezes mais do que um estojo de lápis. Se a mochila custa R$24,00. Quanto custa o estojo?

Como você pensou?

Resposta:____

Questão 4 - Letícia e Vitória resolveram comparar o dinheiro que tinham. Elas viram que a quantia de Letícia era o triplo da quantia de Vitória. Sabendo que Letícia tinha 18 reais, quantos reais Vitória tinha?

Como você pensou?

Resposta:____

Questão 5 – Nesse inverno, uma pessoa doou algumas roupas para as crianças de um orfanato. Foram doados 6 blusas, 12 calças e 24 casacos.

a) A quantidade de casacos doados é quantas vezes mais a quantidade de calças doadas?

Como você pensou?

Resposta:____

b) A quantidade de casacos doados é quantas vezes mais a quantidade de blusas doadas?

Como você pensou?

Resposta:____

Questão 6 - Na loja de brinquedos, um Jogo de Xadrez custa R$27,00 e um Jogo de Dominó R$9,00. O preço do dominó é quantas vezes menos o preço do xadrez?

Como você pensou?

Resposta:____

APÊNDICE H - Intervenção 1

DATA: ___________________

Grupo: ___________________
____
____
____
____

Questão 1 - Brayan possui R$ 15,00. A quantia que Rodrigo possui é o triplo da quantia de Brayan. Quantos reais possui Rodrigo?

Como vocês pensaram?

APÊNDICE I - Intervenção 2

DATA: ___________________

Grupo: ___________________

____

____

____

Questão 2 - Seu Antônio e Seu José são pescadores. Na pesca de hoje, Seu Antônio pescou apenas 8 peixes grandes. Seu José teve mais sorte e pescou o dobro de peixes de Seu Antônio. Quantos peixes Seu José pescou hoje?

Como vocês pensaram?

E se Antônio tivesse pescado 28 peixes grandes, qual seria a quantidade de peixes de José?

Como vocês pensaram?

APÊNDICE J - Intervenção 3

DATA: ___________________

Grupo: ___________________

____

____

____

Questão 3: Num dia de temporal em Niterói, na E.M. Profa. Maria Ângela Moreira Pinto, algumas crianças faltaram. No turno da manhã, faltaram três vezes mais crianças do que no turno da tarde. Sabendo que faltaram 21 crianças de manhã, quantos crianças faltaram à tarde?

Como vocês pensaram?

Folha de Dicas

Questão 3: Num dia de temporal em Niterói, na E.M. Profa. Maria Ângela Moreira Pinto, algumas crianças faltaram. No turno da manhã, faltaram três vezes mais crianças do que no turno da tarde. Sabendo que faltaram 21 crianças de manhã, quantos crianças faltaram à tarde?

a) Quantos crianças faltaram no turno da manhã?_______________
b) Em qual turno faltaram mais crianças? ( ) manhã ( ) tarde
c) Quantas vezes mais? ___________________________________
d) Em qual turno faltaram menos crianças? ( ) manhã ( ) tarde
e) Quantas vezes menos? __________________________________
f) Que conta pode ser feita para descobrir quantas vezes menos o número de crianças que faltaram de manhã? _________________
g) Que contas o grupo pode fazer para descobrir quantas crianças faltaram à tarde? _______________________________________

Espaço para cálculos, escritas e desenhos do grupo

APÊNDICE K - Intervenção 4

DATA: ___________________

Grupo: ___________________

____

____

____

Questão 4: Vamos comparar a quantidade de estudantes do 5º ano de uma escola!! Nessa escola, o turno da tarde tem, ao todo, 75 crianças estudando no 5º ano. Sabendo que esse total de estudantes é o triplo de estudantes do 5º ano da manhã, quantas crianças, nessa escola, estudam no 5º da manhã?

Como vocês pensaram?

Folha de Dicas

Questão 4: Vamos comparar a quantidade de estudantes do 5º ano de uma escola!! Nessa escola, o turno da tarde tem, ao todo, 75 crianças estudando no 5º ano. Sabendo que esse total de estudantes é o triplo de estudantes do 5º ano da manhã, quantas crianças, nessa escola, estudam no 5º da manhã?

a) Quantas crianças estudam no 5º ano da tarde? _______________
b) Quantas crianças estudam no 5º ano da manhã? _______________
c) Em qual turno há mais crianças no 5º ano? ( ) Manhã ( ) Tarde
d) Quantas vezes mais crianças? ___________________________
e) Em qual turno há menos crianças no 5º ano? ( ) Manhã ( ) Tarde
f) Quantas vezes menos crianças? __________________________
g) O que se faz para descobrir quantas vezes menos crianças há no turno da manhã? ______________________________________
h) Que conta o grupo pode fazer para descobrir quantos estudantes há no 5º ano da manhã? _________________________________

Espaço para cálculos, escritas e desenhos do grupo

Curiosidade do problema: São **75 estudantes** no 5º ano do turno da tarde. São **três turmas de 5º ano (GR5B, GR5C, GR5D)** com a mesma quantidade de crianças em cada turma. Então, como saber quantos estudantes há em cada uma dessas turmas? _________________________

APÊNDICE L - Intervenção 5

DATA: ___________________
Grupo: ___________________
____
____
____

Questão 5 - Um pai e seus dois filhos decidiram comparar a idade deles.

NOME e PARENTESCO	IDADE
Estevão - Pai	36 anos
Artur – Filho mais velho	12 anos
João – Filho mais novo	6 anos

a) A idade de Estevão é quantas vezes mais a idade de seu filho Artur?

Como vocês pensaram?
Resposta: ____

b) A idade de Estevão é quantas vezes mais a idade de filho João?

Como vocês pensaram?
Resposta: ____

Folha de Dicas

Questão 5 - Um pai e seus dois filhos decidiram comparar a idade deles.

NOME e PARENTESCO	IDADE
Estevão - Pai	36 anos
Artur – Filho mais velho	12 anos
João – Filho mais novo	6 anos

a) A idade de Estevão é quantas vezes mais a idade de seu filho Artur?
b) A idade de Estevão é quantas vezes mais a idade de filho João?

a) Qual é a idade do pai? __________
b) Qual é a idade do filho Artur? _____
c) Quem tem mais idade?
( ) Pai ( ) Artur
d) A idade do pai é:
( ) o dobro de Artur ( ) mais que o dobro de Artur
e) O que fazer para descobrir quantas vezes mais é a idade do pai? ______________________
f) A idade do pai é quantas vezes mais a idade de filho Artur? ___________
g) A idade de Estevão é o ___________ da idade de Artur.
h) Quantos anos Estevão tem a mais que Artur? _____________ Quantos anos ele tinha quando Artur nasceu? ______________________

a) Qual é a idade do pai? __________
b) Qual é a idade do filho João? ______
c) Quem tem mais idade?
( ) Pai ( ) João
d) A idade do pai é:
( ) o dobro de João ( ) mais que o dobro de João
e) O que fazer para descobrir quantas vezes mais é a idade do pai? ______________________________
f) A idade do pai é quantas vezes mais a idade de filho João? ___________
g) A idade de Estevão é o ___________ da idade de João.
h) Quantos anos Estevão tem a mais que João? _____________ Quantos anos ele tinha quando João nasceu? ______________________________

Espaço para cálculos

APÊNDICE M - Intervenção 6

DATA: ____________________
Grupo: ____________________, ____________________,
____________________, ____________________

Questão 6 - Uma mulher queria preparar um churrasco e precisava economizar dinheiro para gastar o menos possível. Ela soube que a mesma linguiça estava custando R$8,00 no Guanabara e R$24,00 no Assaí.

a) Em qual desses dois mercados a linguiça estava custando menos? ______________
b) Quantas vezes menos? _____

Espaço para cálculos

Resposta:

c) Crie um problema sobre essa mesma situação. Você pode dar um nome para a mulher, pensar em outros valores para a linguiça e escolher outros mercados.

Aproveite algumas dicas:

1. **Sugestões para preços de linguiça**:
Opção 1: 9 reais, 18 reais, 36 reais
Opção 2: 10 reais, 20 reais, 30 reais

2. **Sugestões para nomes de mercados**: Pérola, Mundial, Carrefour

Problema elaborado

____
____
____
____

Resolução do problema elaborado

FOLHA DE DICAS

DATA: __________________   **Grupo:** __________________, __________________,   __________________, __________________

Questão 6 - Uma mulher queria preparar um churrasco e precisava economizar dinheiro para gastar o menos possível. Ela soube que a mesma linguiça estava custando R$8,00 no Guanabara e R$24,00 no Assaí. Em qual desses dois mercados a linguiça estava custando menos? Quantas vezes menos?

a) Quanto custa a linguiça no Guanabara? ___________

b) Quanto custa a linguiça no Assaí? _____________

c) Em qual mercado custa mais? ________________

d) Que conta podemos fazer para descobrir quantas vezes mais? ______________

e) Então, quanta vezes mais? ________________

f) Em qual mercado custa menos? ________________

g) Que conta podemos fazer para descobrir quantas vezes menos? ______________

h) Então, quantas vezes menos? ________________

i) Compare esses dois preços e responda:

O que 24 é de 8? ___________________

O que 8 é de 24? ___________________

j) Quais são as respostas do problema? _________________________