

# Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia e Ciências Faculdade de Engenharia

Luiz Octavio de Souza Bueno Oliveira

Influência do confinamento na ductilidade e redistribuição de momentos em vigas de concreto com armaduras de GFRP

> Rio de Janeiro 2024

Luiz Octavio de Souza Bueno Oliveira

# Influência do confinamento na ductilidade e redistribuição de momentos em vigas de concreto com armaduras de GFRP

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Estruturas.

Orientadores: Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup>. Regina Helena Ferreira de Souza Prof<sup>a</sup> DSc. Margareth da Silva Magalhães Prof. DSc. Daniel Carlos Taissum Cardoso

> Rio de Janeiro 2024

## CATALOGAÇÃO NA FONTE

### UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC/B

O48 Oliveira, Luiz Octavio de Souza Bueno. Influência do confinamento na ductilidade e redistribuição de momentos em vigas de concreto com armaduras de GFRP / Luiz Octavio de Souza Bueno Oliveira. - 2024. 284 f. Orientadores: Regina Helena Ferreira de Souza, Margareth da Silva Magalhães, Daniel Carlos Taissum Cardoso. Tese (Doutorado) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia. 1. Engenharia civil - Teses. 2. Vigas de concreto - Teses. 3. Fibras de vidro - Teses. 4. Construção mista - Teses. 5. Deformações e tensões - Teses. 6. Confiabilidade (Engenharia) - Teses. I. Souza, Regina Helena Ferreira de. II. Magalhães, Margareth da Silva. III. Cardoso, Daniel Carlos Taissum. IV. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia. V. Título.

CDU 624.012.45

Bibliotecária: Júlia Vieira - CRB7/6022

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial deste Trabalho de Conclusão de Curso, desde que citada a fonte.

08/07/2024

Data

Luiz Octavio de Souza Bueno Oliveira

# Influência do confinamento na ductilidade e redistribuição de momentos em vi-

## gas de concreto com armadura de GFRP

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Estruturas.

Aprovada em 28 de junho de 2024.

Banca Examinadora:

Rhlong-

Prof. Dra. Regina Helena Ferreira de Souza (Orientadora)

Faculdade de Engenharia – UERJ Bilagathan

Prof. DSc. Margareth Silva Magalhães (Orientadora)

Faculdade de Engenharia – UERJ



Prof. DSc. Daniel Carlos Taissum Cardoso (Orientador)

PUC-Rio

Shinley do 5. Melo de souze

Prof. DSc. Shirley do Socorro Melo de Souza

Faculdade de Engenharia – UERJ

Prof. DSc. Wilson Freitas Rebello da Silva Junior

Faculdade de Engenharia – UERJ



Prof. DSc. Claudia Maria de Oliveira Campos

UFF

Documento assinado digitalmente MARCOS MARTINEZ SILVOSO V.O Data: 28/06/2024 16:25:23-0300 Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. DSc. Marcos Martinez Silvoso UFRJ

> Rio de Janeiro 2024

# DEDICATÓRIA

Dedico esta tese à minha querida amiga Dóris Monteiro (em memória), cuja suave voz faz parte de todos os momentos importantes da minha vida.

#### AGRADECIMENTOS

À Universidade do Estado do Rio de Janeiro, pela excelente formação acadêmica e humana, e por todas as oportunidades que tem me proporcionado ao longo dos últimos dezoito anos;

Aos Professores Orientadores, Dra. Regina Helena Ferreira de Souza, DSc. Margareth da Silva Magalhães e DSc. Daniel Carlos Taissum Cardoso;

À amiga, colega e Professora Dra. Kíssila Botelho Goliath por toda ajuda, especialmente na *reta final* deste Doutorado, todas as sugestões e a todo incentivo para que eu persistisse nele;

Ao Laboratório de Engenharia Civil – LEC – da UERJ e aos técnicos Antonio Inácio, Paulo Inácio, Flávio, Bia Bravin, Danilo e André Turco; Ao Laboratório de Estruturas e Materiais – LEM – da PUC-Rio e aos técnicos Euclides, Jhansen e Rogério;

À CAPES pela ajuda financeira;

Aos colegas e amigos, professores da Uerj, especialmente à prof. Maria Cristina, à prof. Luciana e ao Prof. Leandro Vaz, pelo apoio e incentivo;

Ao Departamento de Construção Civil e Transportes da Faculdade de Engenharia da UERJ, que tão bem me acolheu como professor e que tem me propiciado as melhores oportunidades no âmbito da docência, pesquisa, extensão e administração dentro da vida acadêmica;

Aos colegas alunos do PGECiv: Bruna Almeida, Maurício Santos, Paulo Teixeira, Déborah Rebouças, Déborah Castanheira, Juzian Castro;

Aos colegas alunos da PUC-Rio, especialmente Felipe Pinheiro, Felipe "Rabiscado", Rodrigo, Jessé e Vitor Monteiro;

Aos amigos e colegas da Coordenadoria Geral de Projetos, da Secretaria Municipal de Infraestrutura pelo apoio, incentivo e sugestões;

Aos meus estimados alunos de Graduação da Uerj;

À minha mãe, ao meu pai (em memória), aos meus primos Bruno e Pedro Callegario e demais membros de minha família e aos meus filhos felinos;

Ao Vinicius por todo amor, paciência e compreensão.

Joga a rede no mar Deixa o barco correr O que ela recolher não podes reclamar A sorte é quem mandou Esta vida é um mar Deixa a água correr

Fernando César – Nazareno de Brito

### RESUMO

OLIVEIRA, Luiz Octavio de Souza Bueno. *Influência do confinamento na ductilidade e redistribuição de momentos em vigas de concreto com armadura de GFRP*. 2024. 284 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2024.

Este trabalho realiza o estudo analítico e experimental de vigas de concreto sujeitas à flexão com armadura não metálica, constituída por barras poliméricas de fibra de vidro (GFRP, na sigla em inglês). Devido ao fato de que armaduras poliméricas não oferecem capacidade de deformação plástica, a ductilidade - característica muito relevante para elementos de concreto armado - e seus efeitos favoráveis como aviso de ruptura e redistribuição de esforços em estruturas hiperestáticas a princípio não são observados em elementos estruturais deste tipo. Dentre as estratégias que podem ser utilizadas para melhorar este comportamento, o presente estudo considera o confinamento, realizado através de estribos em GFRP, para melhoria da ductilidade, o que é verificado através de um programa que consistiu na análise experimental de 15 modelos de vigas, com armadura longitudinal e transversal em GFRP, onze delas isostáticas e quatro hiperestáticas. Para as vigas isostáticas, os principais objetivos foram: verificar a capacidade portante, os modos de ruptura e o comportamento quanto a deslocamentos verticais máximos, aberturas de fissuras e deformações nas armaduras e concreto, considerando diferentes arranjos de armaduras, com seções sub e superarmadas e com diferentes geometrias e espaçamentos de estribos de confinamento. Para as vigas hiperestáticas, a campanha visou ao estudo da redistribuição de momentos e comportamento quanto à degradação da rigidez à flexão devido à fissuração. Os resultados dos ensaios e sua interpretação permitiram concluir que apenas a utilização de estribos, sem outras estratégias reportadas na literatura, é suficiente para promover melhoria no comportamento dúctil dos elementos, promovendo melhor controle da ruptura, da fissuração e permitindo redistribuição de momentos em vigas hiperestáticas.

Palavras-chave: Vigas de concreto armado; GFRP; Ductilidade; Redistribuição de momentos.

### ABSTRACT

OLIVEIRA, Luiz Octavio de Souza Bueno. *Influence of confinement on ductility and moment redistribution in concrete beams reinforced with GFRP bars.* 2024. 284 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2024.

The present work conducts the analytical and experimental study of concrete beams, reinforced with Glass Fiber Reinforced Polymer bars (GFRP), subjected to flexure Once non-metallic reinforcement has no plastic behavior, ductility – a crucial characteristic for reinforced concrete elements – and its favorable effects such as warning of failure and redistribution of forces in statically indeterminate structures are initially not observed in structural elements of this type. Among the strategies that can be used to improve this behavior, confinement of concrete is here studied to increase the ductile behavior, and it is achieved using GFRP stirrups in the flexural zone of the beams. The experimental program developed involved the test of 15 beam models, with longitudinal and transverse reinforcement in GFRP, eleven of which were statically determinate and four statically indeterminate. For the statically determinate beams, the main objectives were to verify load-carrying capacity, modes of failure, and behavior regarding maximum vertical displacements, crack widths, and deformations in both reinforcement and concrete. This was considered across different reinforcement arrangements, including under-reinforced, over-reinforced sections, and various configurations and spacings of confinement stirrups. For the statically indeterminate beams, the campaign aimed to study moment redistribution and behavior regarding flexural stiffness degradation due to cracking. The test results and their interpretation led to the conclusion that solely using stirrups, without other strategies reported in the literature, is sufficient to promote improvement in the ductile behavior of elements. This facilitates better control of failure, cracking, and allows for moment redistribution in statically indeterminate beams.

Keywords: Reinforced concrete beams; GFRP; Ductility; Moment redistribution.

# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 –	Distribuição de tensões normais em dois tipos de barras de FRP
Figura 2 –	Comportamento tensão versus deformação para os constituintes
	da armadura não metálica 34
Figura 3 –	Geometria, deformações, tensões e esforços internos para o
	ELU
Figura 4 –	Deformações na ruptura por alongamento excessivo na
	armadura
Figura 5 –	Deformações na ruptura por compressão excessiva no concreto41
Figura 6 –	Domínios de deformação no ELU por flexão para seções de
	concreto
Figura 7 –	Comportamento tensão versus deformação para o concreto em
	modelos cilíndricos em estado multiaxial de tensões 46
Figura 8 –	Pilares cintados e não cintados 47
Figura 9 –	Seções transversais confinadas e não confinadas 49
Figura 10 –	Esquema da orientação das fibras na região da dobra 52
Figura 11 –	Ruptura por mecanismo combinado de cisalhamento e flexão 52
Figura 12 –	Vale da Força Cortante 53
Figura 13 –	Contribuição do concreto tracionado entre fissuras 57
Figura 14 –	Influência do efeito tension stiffening no diagrama momento-
	curvatura 58
Figura 15 –	Influência da taxa geométrica de armadura no efeito tension-
	stifffening
Figura 16 –	Modelo para representação do concreto tracionado incorporando o
	fenômeno <i>tension-stiffening</i> 61
Figura 17 –	Rigidez equivalente de Branson65
Figura 18 –	Modelos experimentais ensaiados por Branson
Figura 19 –	Variação da rigidez de uma viga armada com FRP ao longo de seu
	comprimento 68
Figura 20 –	Definição do índice de ductilidade de Naaman e Jeong76

Figura 21 –	Curvas de carregamento e descarregamento
Figura 22 –	Configuração na ruptura de viga hiperestática de concreto armado,
	com cargas concentradas no meio dos vãos
Figura 23 –	Distribuição de momentos elásticos para uma viga hiperestática de
	dois vãos de comprimento ℓ, carregadas simetricamente por uma
	carga P 80
Figura 24 –	Modo de ruptura dos modelos experimentais
Figura 25 –	Reação no apoio extremo <i>versus</i> carga aplicada
Figura 26 –	Fluxograma do programa experimental
Figura 27 –	Curva granulométrica do agregado miúdo
Figura 28 –	Curva granulométrica do agregado graúdo
Figura 29 –	Dispositivo de ancoragem para os ensaios à tração 102
Figura 30 –	Ensaio de tração em barra de $Ø$ = 13mm fornecida pela
	Stratus
Figura 31 –	Esquema estrutural dos modelos da primeira campanha
	experimental
Figura 32 –	Detalhamento da armadura dos modelos I1-SUB-A e I1-SUB-
	B 109
Figura 33 –	Detalhamento da armadura dos modelos I1-SUP-A e I1-SUP-
	B 109
Figura 34 –	Mapa dos extensômetros – Modelos I1-SUB-A e I1-SUB-B 110
Figura 35 –	Mapa dos extensômetros – Modelos I1-SUP-A e I1-SUP-B 111
Figura 36 –	Esquema estrutural dos modelos da segunda campanha
	experimental 112
Figura 37 –	Carga de ruptura em função das taxas de armadura longitudinal e
	transversal
Figura 38 –	Distribuição da pressão lateral equivalente e das deformações em
	elementos estruturais submetidos à flexão-compressão 114
Figura 39 –	Detalhamento da armadura do modelo I2-REF 115
Figura 40 –	Detalhamento da armadura do modelo I2-VAO 115
Figura 41 –	Detalhamento da armadura do modelo I2-TOT 116
Figura 42 –	Mapa dos extensômetros – Modelo I2-REF 117
Figura 43 –	Mapa dos extensômetros – Modelo I2-VAO 118

Figura 44 –	Mapa dos extensômetros – Modelo I2-TOT 119
Figura 45 –	Esquema estrutural dos modelos da terceira campanha
	experimental 120
Figura 46 –	Detalhamento da armadura do modelo I3-REF 121
Figura 47 –	Detalhamento da armadura do modelo I3-100 122
Figura 48 –	Detalhamento da armadura do modelo I3-075 122
Figura 49 –	Detalhamento da armadura do modelo I3-050 123
Figura 50 –	Mapa dos extensômetros – Modelo I3-REF 124
Figura 51 –	Mapa dos extensômetros – Modelo I3-100 124
Figura 52 –	Mapa dos extensômetros – Modelo I3-075 125
Figura 53 –	Mapa dos extensômetros – Modelo I3-050 126
Figura 54 –	Esquema estrutural dos modelos da quarta campanha
	experimental 127
Figura 55 –	Detalhamento da armadura do modelo H4-3Ø-100 128
Figura 56 –	Detalhamento da armadura do modelo H4-3Ø-050 128
Figura 57 –	Detalhamento da armadura do modelo H4-5Ø-100 129
Figura 58 –	Detalhamento da armadura do modelo H4-3Ø-050 129
Figura 59 –	Mapa dos extensômetros – Modelo H4-3Ø-100 132
Figura 60 –	Mapa dos extensômetros – Modelo H4-3Ø-050 132
Figura 61 –	Mapa dos extensômetros – Modelo H4-5Ø-100 133
Figura 62 –	Mapa dos extensômetros – Modelo H4-5Ø-050 133
Figura 63 –	Ensaio do modelo I2-REF, no LEC/UERJ 139
Figura 64 –	Ensaio do modelo I3-REF, no LEM/PUC-Rio 140
Figura 65 –	Ensaio do modelo H4-3Ø-100, no LEM/PUC-Rio 140
Figura 66 –	DIC: Esquema dos equipamentos necessários 142
Figura 67 –	DIC: Esquema dos procedimentos para análise em 2D 144
Figura 68 –	Aspecto pós ruptura dos modelos experimentais da primeira
	campanha 146
Figura 69 –	Ruptura dos estribos, na primeira campanha 147
Figura 70 –	Ruptura da armadura longitudinal superior, modelo I1-SUB-B . 148
Figura 71 –	Comparação de deslocamentos verticais para os modelos da
	primeira campanha150

Figura 72 –	Comparação entre os momentos de fissuração para os modelos da
	primeira campanha151
Figura 73 –	Deformações de tração e compressão nos modelos da primeira
	campanha152
Figura 74 –	Detalhe da fissuração nos modelos I1-SUP-A (parte de cima da
	imagem) e I1-SUP-B (parte de baixo da imagem) 154
Figura 75 –	Modelo I2-REF, após a ruptura 156
Figura 76 –	Modelo I2-VAO, após a ruptura156
Figura 77 –	Modelo I2-TOT, após a ruptura 156
Figura 78 –	Ruptura das armaduras longitudinais de tração 157
Figura 79 –	Padrão de fissuração esperado para vigas fracamente armadas ou
	com grande quantidade de armadura 157
Figura 80 –	Profundidade da linha neutra plástica, na ruptura - Modelo I2-
	REF
Figura 81 –	Comparação entre deslocamentos verticais no meio do vão para os
	modelos experimentais da segunda campanha 161
Figura 82 –	Diagramas experimentais momento versus curvatura,
	apresentando a região de passagem do Estádio I para o Estádio II
	da segunda campanha 162
Figura 83 –	Comportamento momento fletor versus deformações específicas
	nas armaduras longitudinais para a segunda campanha
Figura 84 –	Deformações específicas na armadura longitudinal tracionada 164
Figura 85 –	Deformações específicas na armadura longitudinal
	comprimida165
Figura 86 –	Deformações específicas no concreto comprimido 166
Figura 87 –	Relação momento <i>versus</i> curvatura para a segunda
	campanha 167
Figura 88 –	Linha neutra experimental <i>versus</i> curvatura, para a segunda
	campanha 168
Figura 89 –	Deformações e esforços em armadura de confinamento causadas
	pela compressão triaxial do concreto
Figura 90 –	Deformação nos estribos de confinamento para a segunda
	campanha – modelo I2-VAO

Figura 91 –	Deformação nos estribos de confinamento para a segunda
	campanha – modelo I2-TOT 170
Figura 92 –	Comparação entre as deformações nos estribos de confinamento
	da zona de flexão, face superior, da segunda campanha
	experimental 172
Figura 93 –	Aspecto do modelo I3-REF após a ruptura 174
Figura 94 –	Aspecto do modelo I3-100 após a ruptura 174
Figura 95 –	Aspecto do modelo I3-075 após a ruptura 175
Figura 96 –	Aspecto do modelo I3-050 após a ruptura 175
Figura 97 –	Compressão excessiva no concreto, após ruptura, para os modelos
	da terceira campanha 175
Figura 98 –	Armaduras longitudinais íntegras pós ruptura, fotos referentes ao
	modelo I3-075 176
Figura 99 –	Aspecto do modelo I3-REF: flambagem da armadura superior 178
Figura 100 –	Fissuração da viga I3-REF, para P=40 kN (cerca de 54% da carga
	de ruptura) 179
Figura 101 –	Modelo I3-100, após a ruptura, evidenciando-se o esmagamento
	do concreto 180
Figura 102 –	Modelo I3-100, para uma carga correspondente a 45% da carga de
	ruptura
Figura 103 –	Desprendimento da camada de cobrimento, no modelo I3-075 181
Figura 104 –	Detalhe: fissuras de aderência, no modelo I3-075 182
Figura 105 –	Diagramas experimentais momento versus curvatura,
	apresentando a região de passagem do Estádio I para o Estádio II
	da terceira campanha 183
Figura 106 –	Comportamento carga versus deslocamento vertical para os
	modelos da terceira campanha 184
Figura 107 –	Distanciamento entre o comportamento experimental e a regressão
	linear referente ao Estádio II, diagrama carga versus deslocamento,
	para a terceira campanha 187
Figura 108 –	Comparação entre os deslocamentos obtidos para cada modelo da
	terceira campanha

Figura 109 – Comparação entre os deslocamentos obtidos pelo transdutor de deslocamentos e pela técnica tipo DIC, para a terceira campanha ...... 189 Figura 110 – Comparação entre os deslocamentos obtidos para cada modelo da terceira campanha, considerando a análise DIC...... 190 Figura 111 – Comparação entre os deslocamentos para cargas próximas ao limite do ELS-def, considerando a análise DIC ...... 191 Figura 112 – Comparação entre os deslocamentos obtidos pela análise DIC e a previsão teórica de Bischoff e Gross (2011). ..... 192 Figura 113 – Parâmetros P1, S1, P2, S2 e S para o modelo I3-REF..... 194 Figura 114 – Parâmetros P1, S1, P2, S2 e S para o modelo I3-100...... 195 Figura 115 – Parâmetros P1, S1, P2, S2 e S para o modelo I3-075...... 195 Figura 116 – Parâmetros P1, S1, P2, S2 e S para o modelo I3-050...... 196 Figura 117 – Relação entre taxa de armadura de confinamento ( $\rho f w, c$ ) e índice Figura 118 – Relação entre taxa de armadura de confinamento ( $\rho f w$ ) e momento resistente último, para a terceira campanha. ..... 199 Figura 119 – Relação entre índice de ductilidade ( $\mu e$ ) e taxa geométrica de armadura longitudinal, para diversos estudos experimentais.... 201 Figura 120 – Comportamento momento versus abertura de fissuras para os modelos da terceira campanha ...... 202 Figura 121 – Comparação do comportamento momento versus abertura média das fissuras para os modelos da terceira campanha ...... 203 Figura 122 – Comparação do comportamento momento versus deformação nas armaduras longitudinais tracionada e comprimida, para a terceira Figura 123 – Deformações longitudinais de tração na terceira campanha..... 206 Figura 124 – Deformações longitudinais de compressão na terceira campanha ...... 207 Figura 125 – Regressão linear: taxa de armadura de confinamento e deformações na armadura longitudinal comprimida...... 208 Figura 126 – Deformações longitudinais no concreto comprimido, terceira 

Figura	127 –	Deformações	nos	estribos	de	confinamento,	terceira
		campanha					210
Figura	128 –	Deformações	nos	estribos	de	confinamento,	terceira
		campanha					212
Figura	129 –	Relação momer	nto <i>vers</i>	<i>us</i> curvatur	a para	o modelo I3-100	) 213
Figura	130 –	Relação momer	nto <i>vers</i>	<i>us</i> curvatur	a para	o modelo I3-100	) 213
Figura	131 –	Relação momer	nto <i>vers</i>	<i>us</i> curvatur	a para	o modelo I3-100	) 214
Figura	132 –	Relação entre a	i taxa g	eométrica o	de arm	nadura de confin	amento e
		as cargas P co vertical	orrespor	ndentes pa	ra cad	a nível de desl	ocamento 215
Figura	133 –	Aspecto da rupt	ura de o	cada model	o da q	uarta campanha	218
Figura	134 –	Armaduras long	itudinai	s solicitada	is tran	sversalmente, no	o local da
		ruptura					221
Figura	135 –	Ruptura da ar	madura	longitudin	al de	tração, modelo	) H4-3Ø-
		100					221
Figura	136 –	Obtenção dos n	nomente	os fletores e	experir	nentais	222
Figura	137 –	Momentos fletor	es exp	erimentais -	- ELU	– Modelo H4-3Ø	-050 227
Figura	138 –	Relação entre	momer	ntos fletore	s e c	argas aplicadas	s, para o
		modelo H4-3Ø-0	050				227
Figura	139 –	Momentos fletor	es exp	erimentais -	– ELU	– Modelo H4-5Ø	-100 228
Figura	140 –	Relação entre	momer	ntos fletore	s e c	argas aplicadas	s, para o
		modelo H4-5Ø-7	100				229
Figura	141 –	Momentos fletor	es exp	erimentais -	- ELU	– Modelo H4-5Ø	-050 230
Figura	142 –	Relação entre	momer	ntos fletore	s e c	argas aplicadas	s, para o
		modelo H4-5Ø-0	)50				231
Figura	143 –	Deslocamentos	verticai	is nos mode	elos da	i quarta campanl	na 233
Figura	144 –	Deslocamentos	no vão	íntegro e n	o vão	de ruptura	235
Figura	145 –	Comparação co	m o EL	S-DEF da N	NBR 6	118 – vão íntegro	o 236
Figura	146 –	Comparação co	m o EL	S-DEF da N	NBR 6	118 – vão de rup	tura . 237
Figura	147 –	Comparação e	ntre os	s resultado	os obt	idos pelo trans	dutor de
		deslocamentos	e pelo [	DIC			239
Figura	148 –	Deformações lo	ngitudir	nais no Moc	lelo H4	1-3Ø-100	240
Figura	149 –	Deformações lo	ngitudir	nais no Moc	lelo H4	1-3Ø-050	241

Figura 150 – Deformações longitudinais no Modelo H4-5Ø-100 242
Figura 151 – Deformações longitudinais no Modelo H4-5Ø-050 243
Figura 152 – Deformações na armadura longitudinal no apoio
Figura 153 – Deformações na armadura longitudinal no vão onde ocorreu a
ruptura245
Figura 154 – Deformações na armadura longitudinal no vão que permaneceu
íntegro
Figura 155 – Deformações nos estribos para os modelos da quarta
campanha
Figura 156 – Aberturas médias das fissuras de flexão para os modelos da quarta
campanha249
Figura 157 – Diagrama de corpo livre e diagrama de deformações 265
Figura 158 – Barra prismática submetida à flexão pura
Figura 159 – geometria, deformações e tensões na seção de concreto
armado
Figura 160 – Diagrama de momentos fletores para $M(x)$ e $M(x)$
Figura 161 – Deformações, tensões e esforços internos na seção
transversal

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Propriedades típicas de armaduras de FRP, de acordo com
	Matthys
Tabela 2 –	Propriedades típicas de armaduras de FRP, de acordo com a
	norma ACI440.1R
Tabela 3 –	Propriedades típicas de armaduras de FRP, de acordo com o
	Boletim 40 da FIB
Tabela 4 –	Situações de ruptura para seções com armadura de aço e de
	FRP
Tabela 5 –	Valores de $\Delta$ e dos coeficientes $\gamma$ para uso da metodologia de
	Bischoff e Gross
Tabela 6 –	Composição granulométrica do agregado miúdo 95
Tabela 7 –	Massa específica do agregado miúdo96
Tabela 8 –	Massa específica do agregado graúdo 97
Tabela 9 –	Massa unitária do agregado graúdo97
Tabela 10 –	Composição granulométrica do agregado graúdo 97
Tabela 11 –	Quantidades de insumos por m <sup>3</sup> de concreto
Tabela 12 –	Propriedades do concreto endurecido 100
Tabela 13 –	Ensaio para determinar a área da seção transversal das barras
	poliméricas
Tabela 14 –	Ensaio de tração nas barras de GFRP fornecidas pela Stratus 104
Tabela 15 –	Valores médios para as propriedades das barras de GFRP
	fornecidas pela Stratus 105
Tabela 16 –	Valores médios para as propriedades das barras de GFRP
	fornecidas pela Haizer 106
Tabela 17 –	Taxas balanceadas e adotadas de armadura longitudinal 134
Tabela 18 –	Resumo dos modelos estudados 135
Tabela 19 –	Momentos fletores últimos - teóricos x experimentais para a
	primeira campanha148
Tabela 20 –	Linha neutra para os modelos da primeira campanha 149

Tabela 21 –	Equação para deslocamentos verticais no Estádio II e
	deslocamentos máximos teóricos esperados, para a primeira
	campanha 150
Tabela 22 –	Momentos de fissuração, teórico e experimental, para os modelos
	da primeira campanha 152
Tabela 23 –	Momentos fletores resistentes para a segunda campanha 158
Tabela 24 –	Linha neutra para os modelos da segunda campanha 159
Tabela 25 –	Equação para deslocamentos verticais no Estádio II e
	deslocamentos máximos teóricos esperados 160
Tabela 26 –	Momentos e curvaturas relativos à fissuração para os modelos da
	segunda campanha 161
Tabela 27 –	Deformações máximas nos estribos de confinamento alcançadas
	para a segunda campanha 171
Tabela 28 –	Momentos fletores resistentes para a terceira campanha 177
Tabela 29 –	Linha neutra para os modelos da terceira campanha 178
Tabela 30 –	Momentos e curvaturas relativos à fissuração para os modelos da
	segunda campanha 183
Tabela 31 –	Equação para deslocamentos verticais no Estádio II e
	deslocamentos máximos teóricos esperados 186
Tabela 32 –	Cargas e deslocamentos do início do afastamento entre o
	comportamento experimental e a regressão linear referente ao
	Estádio II, para a terceira campanha 187
Tabela 33 –	Comparação entre a carga P correspondente ao ELS-DEF da NBR
	6118 e Resistente total, para a terceira campanha 191
Tabela 34 –	Índice de ductilidade, conforme a proposta de Naaman e Jeong
	(1995), obtido para os modelos da terceira campanha 196
Tabela 35 –	Taxa de armadura de confinamento e índice de ductilidade para a
	terceira campanha 197
Tabela 36 –	Deformações na armadura de compressão, no estado-limite último,
	para a terceira campanha 207
Tabela 37 –	Deformações no concreto comprimido, no estado-limite último, para
	a terceira campanha

Tabela 38 –	Deformações no concreto comprimido, no estado-limite último, para
	a terceira campanha
Tabela 39 –	Tipos de ruptura e local de ocorrência observados, na quarta
	campanha 218
Tabela 40 –	Comparação do comportamento teórico (elástico) x experimental
	relativos ao E.L.U
Tabela 41 –	Comparação do comportamento teórico (elástico) x experimental
	relativos ao E.L.U em relação à resistência ao esforço cortante225
Tabela 42 –	Índice de redistribuição experimental de momentos - quarta
	campanha 226
Tabela 43 –	Momentos fletores teóricos elásticos, considerando a inércia
	fissurada e experimentais
Tabela 44 –	Comparação entre a carga P correspondente ao ELS-DEF da NBR
	6118 e Resistente total, para a quarta campanha 237
Tabela 45 –	Relação entre cargas para abertura de fissura de 0,7mm e última,
	para os modelos da quarta campanha 250
Tabela 46 –	Massa específica do agregado miúdo - cálculos
Tabela 47 –	Massa específica do agregado graúdo - cálculos
Tabela 48 –	Massa unitária do agregado graúdo - cálculos

### LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT Associação Brasileira de Normas Técnicas American Concrete Institute ACI AFRP Aramid Fiber Reinforced Polymer BFRP **Basalt Fiber Reinforced Polymer** CA Aço para concreto armado CFRP Carbon Fiber Reinforced Polymer CP Corpo de prova CPII Cimento Portland tipo II CPIII Cimento Portland tipo III DIC Digital Image Correlation (Correlação de imagem digital) EER Extensômetro elétrico de resistência ELS Estado-limite de serviço ELS-DEF Estado-limite de serviço de deformações excessivas ELU Estado-limite último FIB Fédération Internationale du Béton FRP Fiber Reinforced Polymer GFRP Glass Fiber Reinforced Polymer LEC Laboratório de Engenharia Civil LEM Laboratório de Engenharia e Materiais NBR Norma brasileira Área de armadura não metálica  $A_f$  $A_s$ Área de armadura de aço Módulo de elasticidade tangente inicial do concreto  $E_{ci}$ Módulo de elasticidade secante  $E_{cs}$ Módulo de elasticidade da armadura não metálica  $E_f$  $I_I$ Momento de inércia da seção bruta Momento de inércia no Estádio II puro  $I_{IL0}$ Momento de inércia no Estádio II puro  $I_{cr}$ Momento de inércia equivalente Ιρ

I <sub>eq</sub>	Momento de inércia equivalente		
$I_g$	Momento de inércia da seção bruta		
L <sub>0</sub>	Comprimento inicial		
$M_R$	Momento fletor resistente		
M <sub>a</sub>	Momento fletor atuante		
M <sub>cr</sub>	Momento de fissuração		
M <sub>el</sub>	Momento fletor obtido através de análise elástica		
$M_r$	Momento de fissuração		
M <sub>u</sub>	Momento último		
P <sub>u</sub>	Carga última		
R <sub>c</sub>	Esforço resistente do concreto		
$R_f$	Esforço resistente da armadura não metálica		
V <sub>c</sub>	Resistência ao esforço cortante dos mecanismos complementa-		
	res os de treliça		
$\frac{a}{d}$	Distância desde o apoio até o ponto de aplicação da carga dividida		
	pela altura útil		
$b_w$	Largura da alma		
f <sub>cc</sub>	Resistência à flexão do concreto confinado		
f <sub>ct,sp</sub>	Resistência à tração na compressão diametral		
f <sub>ct</sub>	Resistência à tração do concreto		
$f_{fb}$	Resistência da armadura não metálica na região de dobras		
$f_{fu}$	Resistência à tração da armadura não metálica		
$f_{fv}$	Resistência ao cisalhamento da armadura não metálica		
$f_l$	Pressão de confinamento lateral		
$f_{yt}$	Tensão de escoamento da armadura transversal		
$k_x$	Posição relativa da linha neutra		
n <sub>f</sub>	Relação entre os módulos de elasticidade da armadura não me-		
	tálica e do concreto		
$x_{II}$	Linha neutra fissurada		
$y_t$	Distância do centróide da seção bruta até a fibra mais tracionada		
$\varepsilon_{01}$	Deformação de pico do concreto não confinado		
$\mathcal{E}_1$	Deformação de pico do concreto confinado		

ε <sub>c</sub>	Deformação no concreto
$\varepsilon_{cc}$	Deformação última do concreto confinado
Е <sub>си</sub>	Deformação última no concreto
$\mathcal{E}_{f}$	Deformação na armadura não metálica
E <sub>fu</sub>	Deformação última da armadura não metálica
$\mathcal{E}_{S}$	Deformação na armadura de aço
E <sub>su</sub>	Deformação última na armadura de aço
$\mathcal{E}_{sy}$	Deformação correspondente ao escoamento na armadura de aço
$\varepsilon_{tc}$	Deformação de pico do concreto tracionado
ε <sub>tu</sub>	Deformação última no concreto tracionado
$ ho_\ell$	Taxa geométrica da armadura de flexão
$ ho_{f,l}$	Taxa geométrica longitudinal de armadura não metálica
$ ho_{f,w}$	Taxa geométrica de armadura não metálica de cisalhamento ou
	de confinamento
$ ho_f$	Taxa geométrica de armadura não metálica
$\sigma_c$	Tensão no concreto
$\sigma_{f}$	Tensão normal da armadura não metálica
h	altura
ł	Comprimento
EA	Rigidez axial
EI	Rigidez à flexão
F	Carga no atuador
Р	Carga
R	Reação de apoio
b	largura
d	altura útil da armadura
S	Espaçamento dos estribos
W	Abertura de fissura
x	Profundidade da linha neutra, a partir da fibra mais comprimida
Ζ	Braço de alavanca
δ	Deslocamento vertical máximo ("flecha")
$\kappa = \frac{1}{\rho}$	Curvatura

- $\mu$  Índice de ductilidade
- φ Diâmetro

# SUMÁRIO

INTRO	DUÇÃO	.27
Breve	histórico	. 28
Objetiv	vos do trabalho	. 30
Organ	ização da tese	. 31
1.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	. 33
1.1.	Comportamento mecânico das armaduras não metálicas	. 33
1.2.	Comportamento de seções retangulares no estado-limite último	de
	flexão – filosofia do concreto armado em aço <i>versus</i> FRP	. 37
1.3.	Influência do confinamento	.46
<u>1.3.1.</u>	Estudos de vigas de concreto armado com aço quanto à ductilidade	. <u>49</u>
1.4.	Influência do cortante	. 50
1.5.	Influência da contribuição do concreto à tração	. 56
1.6.	Previsão teórica de deslocamentos verticais	. 62
<u>1.6.1.</u>	Rigidez equivalente pela metodologia de Branson	. <u>64</u>
<u>1.6.2.</u>	Prescrição do relatório ACI 440	. <u>66</u>
<u>1.6.3.</u>	Proposta de Bischoff e Gross	. <u>67</u>
<u>1.6.4.</u>	Nota sobre as considerações do ACI 318:2019	. <u>72</u>
1.7.	Ductilidade e métodos energéticos	.72
<u>1.7.1.</u>	<u>Proposta de Naaman e Jeong (1995)</u>	. <u>75</u>
<u>1.7.2.</u>	<u>Proposta de Jaeger <i>et al</i>. (1997)</u>	. <u>77</u>
<u>1.7.3.</u>	Comentários sobre os índices de ductilidade propostos	. <u>78</u>
1.8.	Redistribuição de momentos	.79
1.9.	Estudos anteriores de vigas totalmente armadas com barras de FRP.	. 82
<u>1.9.1.</u>	Comportamento geral	. <u>83</u>
<u>1.9.2.</u>	Comportamento no ELU e modos de ruptura	. <u>83</u>
<u>1.9.3.</u>	<u>Fissuração</u>	. <u>86</u>
<u>1.9.4.</u>	Deformações na armadura e no concreto	. <u>87</u>
<u>1.9.5.</u>	Deslocamento vertical máximo	. <u>88</u>
<u>1.9.6.</u>	Redistribuição de momentos	. <u>88</u>
2.	PROGRAMA EXPERIMENTAL	.91

2.1.	Materiais	91
<u>2.1.1.</u>	<u>Concreto estrutural – composição</u>	<u>91</u>
<u>2.1.2.</u>	Propriedades do concreto endurecido	<u>99</u>
<u>2.1.3.</u>	Armadura não metálica: barras de GFRP	<u>101</u>
<u>2.1.4.</u>	<u>Armadura de aço</u>	<u>106</u>
2.2.	Descrição das campanhas experimentais	106
2.3.	Descrição dos modelos experimentais	107
<u>2.3.1.</u>	Primeira campanha de ensaios	<u>107</u>
<u>2.3.2.</u>	<u>Segunda campanha de ensaios</u>	<u>111</u>
<u>2.3.3.</u>	<u>Terceira campanha de ensaios</u>	<u>120</u>
<u>2.3.4.</u>	<u>Quarta campanha de ensaios</u>	<u>126</u>
<u>2.3.5.</u>	Resumo	<u>134</u>
2.4.	Confecção dos modelos	136
<u>2.4.1.</u>	Processo de montagem das armaduras	<u>136</u>
<u>2.4.2.</u>	Instrumentação nas armaduras	<u>136</u>
<u>2.4.3.</u>	<u>Moldagem</u>	<u>137</u>
2.5.	Execução dos ensaios	138
<u>2.5.1.</u>	Primeira e segunda campanhas	<u>138</u>
<u>2.5.2.</u>	<u>Terceira e quartas campanhas</u>	<u>139</u>
<u>2.5.3.</u>	Instrumentos de leitura externos utilizados	<u>141</u>
3.	APRESENTAÇÃO E INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS	
	EXPERIMENTAIS	145
3.1.	Primeira campanha experimental	145
<u>3.1.1.</u>	<u>Generalidades</u>	<u>145</u>
<u>3.1.2.</u>	Estado-limite último	<u>148</u>
<u>3.1.3.</u>	Deslocamentos	<u>149</u>
<u>3.1.4.</u>	Momento de fissuração	<u>151</u>
<u>3.1.5.</u>	<u>Deformações</u>	<u>152</u>
<u>3.1.6.</u>	Considerações finais sobre a primeira campanha	<u>154</u>
3.2.	Segunda campanha experimental	155
<u>3.2.1.</u>	<u>Generalidades</u>	<u>155</u>
<u>3.2.2.</u>	Estado-limite Último	<u>158</u>
<u>3.2.3.</u>	<u>Deslocamentos</u>	<u>160</u>

<u>3.2.4.</u>	Momento de fissuração	. <u>161</u>		
<u>3.2.5.</u>	Deformações	. <u>163</u>		
<u>3.2.6.</u>	Comportamento momento – curvatura	. <u>166</u>		
<u>3.2.7.</u>	Deformação nos estribos de confinamento	. <u>168</u>		
<u>3.2.8.</u>	Considerações finais sobre a segunda campanha	. <u>172</u>		
3.3.	Terceira campanha	.173		
<u>3.3.1.</u>	Generalidades	. <u>173</u>		
<u>3.3.2.</u>	Comportamento no Estado-limite Último	. <u>177</u>		
<u>3.3.3.</u>	Momento de fissuração	. <u>182</u>		
<u>3.3.4.</u>	Deslocamentos	. <u>184</u>		
<u>3.3.5.</u>	Influência do confinamento: ductilidade e resistência última	. <u>194</u>		
<u>3.3.6.</u>	Comparação do índice de ductilidade com outros estudos da literatura	. <u>199</u>		
<u>3.3.7.</u>	Abertura de fissuras	. <u>201</u>		
<u>3.3.8.</u>	Deformações longitudinais	. <u>204</u>		
<u>3.3.9.</u>	Deformações nos estribos de confinamento	. <u>210</u>		
<u>3.3.10.</u>	Influência do confinamento	. <u>213</u>		
<u>3.3.11.</u>	Conclusões da terceira campanha	. <u>216</u>		
3.4.	Quarta campanha	.217		
<u>3.4.1.</u>	Generalidades	. <u>217</u>		
<u>3.4.2.</u>	Comportamento no ELU: cargas e momentos na ruptura	. <u>222</u>		
<u>3.4.3.</u>	Redistribuição de momentos	. <u>226</u>		
<u>3.4.4.</u>	Consideração da rigidez fissurada	. <u>232</u>		
<u>3.4.5.</u>	Análise dos deslocamentos	. <u>233</u>		
<u>3.4.6.</u>	Análise das deformações longitudinais	. <u>240</u>		
<u>3.4.7.</u>	Análise das deformações nos estribos	. <u>246</u>		
<u>3.4.8.</u>	Análise da abertura de fissuras	. <u>248</u>		
<u>3.4.9.</u>	Conclusões da quarta campanha	. <u>250</u>		
CONSI	DERAÇÕES FINAIS	. 252		
Sugestões para trabalhos futuros254				
REFERÊNCIAS255				
APÊNDICE				
Massa específica e unitária dos agregados263				
Equações para análise dos resultados265				

Método Newton-Raphson modificado	266			
Desenvolvimento do algoritmo momento versus curvatura	267			
Determinação do momento de inércia fissurado teórico				
Desenvolvimento de algoritmo para análise de vigas considerando a inércia				
fissurada	277			
Proposição de um algoritmo de dimensionamento à flexão em serviço	280			
Determinação da inércia equivalente	<u>281</u>			
Determinação da inércia fissurada no Estádio II	<u>282</u>			
Determinação da armadura	<u>283</u>			

### INTRODUÇÃO

Este trabalho aborda a pesquisa experimental em vigas e concreto com armaduras de GFRP, com foco nas questões de ductilidade e redistribuição de momentos fletores. Este tipo de armadura passou a ser objeto de estudo de maneira mais aprofundada na engenharia civil a partir dos anos 1970 e 1980. Na década de 1990 surgiu na literatura técnica grande número de trabalhos acadêmicos, além das primeiras normas de projeto, sendo a pioneira a japonesa, em 1997 (FIB, 2007).

Em âmbito internacional, há várias obras executadas com este tipo de armadura, em funcionamento e em bom estado – mesmo após vinte anos de utilização (ACI, 2015). Embora encontrem-se em diversos países estruturas de laje (de edifícios garagem) e tabuleiros de pontes em concreto com armadura não metálica, sua utilização comercial no Brasil ainda é tímida.

Há regulamentações internacionais para o tema: ACI (americana), JSCE (japonesa), CSA e ISIS (canadenses), CNR (italiana) além do boletim técnico da FIB (europeia).

Basicamente, as armaduras não metálicas constituem-se de uma série de fibras contínuas e alinhadas que são aglutinadas por resina e que passam por algum processo de polimerização. Por isso, são um tipo de material compósito (resina + fibra) e recebem comumente a sigla FRP ("Fiber Reinforced Polymer"). As armaduras podem ser fabricadas com fibras de vidro (glass), carbono (carbon), aramida (aramid) ou basalto (basalt), dando origem aos produtos de GFRP, CFRP, AFRP e BFRP, respectivamente. Armaduras de fibra de carbono, basalto e aramida podem ser protendidas, já as armaduras de fibra de vidro não são recomendadas para esta aplicação, devido às suas características mecânicas e questões relativas à relaxação (SOUDKI, 2014). Após o processo de polimerização não é mais possível dobrar as barras, pois elas se quebram. Por isso, as armaduras precisam ser entregues prontas pela fábrica.

A principal motivação para utilização de armaduras não metálicas é a questão da corrosão das armaduras de aço, pois as não metálicas são imunes a este fenômeno. Vantagens secundárias incluem transparência magnética, baixo peso e refletindo em menor peso próprio, além de facilidade de corte, manuseio e montagem.

Porém, o comportamento mecânico é muito diferente do comportamento das armaduras de aço, porque o módulo de elasticidade é mais baixo (cerca de 1/3 do

aço) e porque apresenta comportamento linear até a falha, o que faz com que a ruptura na tração seja repentina e abrupta.

As barras de FRP também possuem resistência inferior a esforços de compressão e a esforços aplicados em direção transversal ao seu eixo, em comparação com a sua resistência à tração. Estas características não impedem o seu uso, entretanto, as filosofias de dimensionamento devem ser revistas, incorporando da maneira mais adequada o comportamento conjunto concreto + armadura não metálica.

Por isto, as normas de projeto existentes recomendam em vigas que a ruptura estrutural ocorra pela falha do concreto, tirando, assim, algum proveito da pequena parcela de ductilidade que este material possa oferecer.

#### Breve histórico

O conceito de se reforçar resinas remonta ao ano de 1908, quando a indústria Westinghouse descobriu que a então recém-inventada resina fenólica (primitivamente utilizada em revestimento de móveis, cabos de panela etc.) podia ter suas características melhoradas caso recebesse uma adição de serragem de madeira, formando um novo material que era útil na produção de fios elétricos, atuando como elemento isolante.

Estes compostos, entretanto, tiveram seu maior desenvolvimento técnico no ramo da aviação, pois esta indústria necessitava de novas tecnologias que aliassem um baixo peso à resistência a solicitações mecânicas. Então, a partir do início da década de 1920 começaram a ser desenvolvidos compósitos que encontraram seu primeiro uso na fabricação de hélices de avião. Este material recebeu o nome comercial de "Micarta" e, posteriormente, de "Bakelite", em homenagem a um de seus inventores, dr. Leo Baekland.

Durante a Segunda Guerra Mundial houve mais pesquisa e desenvolvimento no sentido de aperfeiçoar os compostos de resinas e fibras para a aviação e, em 1945 foi pela primeira vez utilizada uma espécie de "sanduíche" de fibra de vidro na fuselagem do avião de treinamento "Vultee BT-15". Logo em seguida, as fibras de vidro foram utilizadas como estrutura principal na fuselagem de um outro avião, o Spitfire.

No ramo das estruturas de concreto, a partir da década 30 foram realizados estudos iniciais no sentido de desenvolver armaduras não metálicas de fibra de vidro em substituição às barras aço. Um modelo de armadura de fibra de vidro chegou, inclusive, a ser patenteado nos EUA em 1941 (JACKSON, 1941) já prevendo a utilização de uma resina a fim de unir as fibras e evitar o movimento relativo entre elas. Contudo, estudos posteriores notaram problemas relacionados à aderência da barra embutida no concreto.

Outro estudo pioneiro foi realizado pelos pesquisadores I. Rubinsky e A. Rubinsky (1954) que investigaram o uso de armaduras de fibra de vidro na produção de peças protendidas. Em seu artigo, esses autores vislumbraram questões clássicas ligadas à utilização destas barras tais como a questão do fenômeno do "*shear lag*" – a distribuição não uniforme de tensões normais, como exemplificado pela Figura 1, que leva à fratura inicial das camadas mais externas de fibras para, em seguida, desenvolver-se para as fibras mais internas, o que leva consequentemente, a resistências inversamente proporcionais ao diâmetro da barra.

Figura 1 – Distribuição de tensões normais em dois tipos de barras de FRP.



Fonte: Matthys, 2014.

Foi, entretanto, somente a partir do final da década de 1970 que esta nova tecnologia viu grandes avanços, em grande parte devido às questões relacionadas com a durabilidade das estruturas, relativamente à corrosão as barras de aço-carbono no concreto. Em 1983, visando a uma otimização na manutenção das estruturas rodoviárias do país, o Departamento de Transportes dos E.U.A, o "USDOT" promoveu um primeiro projeto de desenvolvimento de metodologias para dimensionamento de pontes utilizando armaduras de fibra de vidro.

Em meados da década de 1990 o Japão liderava o "ranking" de aplicações práticas de estruturas armadas com barras de fibra de vidro, com mais de 100 projetos

construídos (ACI, 2015). Na Europa, o uso das barras de FRP começou pela Alemanha, que teve uma primeira ponte construída em 1986. Além disto, um programa europeu denominado BRITE/EURAM Project, "Fibre Composite elements and Techniques as Nonmetallic Reinforcement" conduziu extensivos ensaios e análises das armaduras de fibra de vidro entre os anos de 1991 e 1996.

No Canadá, numerosos projetos de demonstração foram concebidos com essa tecnologia. Dentre alguns projetos executados destacam-se a Headingley Bridge, em Manitoba, e a Joffre Bridge, em Quebec.

O ACI criou, em 1991, um comitê dedicado ao estudo do concreto estrutural armado com barras de fibra de vidro, que desenvolveu diversos trabalhos acerca desse assunto, dentre eles o relatório ACI 440.1R, que apresenta as recomendações para o dimensionamento e construção de estruturas de concreto armadas com barras de FRP. Recentemente, em 2022, foi publicada a primeira norma da ACI para projeto e construção de elementos de concreto com armadura de GFRP, a ACI 440.11-22<sup>1</sup> (ACI,2022)

Durante a década de 1990 surgiram as primeiras regulamentações de projeto para o uso de armaduras de FRP, sendo as da Sociedade Japonesa de Engenheiros Civis a pioneira, em 1997. Alguns códigos evoluíram e contam com edições mais atualizadas, tais como o ACI-440 e a norma canadense CSA-S806.

#### Objetivos do trabalho

O presente trabalho tem como objetivo principal a investigação de estratégias para melhorar o comportamento quanto à ductilidade de vigas de concreto com armadura não metálica, por meio de abordagem analítica e experimental.

Uma vez que é característica das barras de armadura polimérica o comportamento linear e elástico até sua ruptura (sem ductilidade), é interessante a adoção de estratégias para obtenção de algum comportamento dúctil.

Diversos estudos ao longo dos anos vêm buscando maneiras de melhorar esta desvantagem, tais como a adoção de fibras dispersas na matriz, uso de concreto com

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> ACI CODE-440.11-22 – Building code requirements for structural concrete reinforced with glass fiber-reinforced polymer (GFRP) bars – Code and commentary

maior resistência, uso de armadura híbrida, dentre outros. Esta tese faz uso da estratégia do confinamento do concreto com estribos também de armadura não metálica para atingir esta finalidade, investigando sua influência quanto à redistribuição de momentos no caso de elementos hiperestáticos e, no caso de elementos isostáticos, a alcançar maior resistência à flexão e melhor comportamento no momento da ruptura, ou seja, melhor comportamento global.

Como objetivos específicos do trabalho, podem citar-se:

- Estudar, a ação e eficácia do confinamento do concreto com o uso de estribos de GFRP na zona de flexão de vigas isostáticas subarmadas e superarmadas de concreto, sendo certo que o concreto utilizado nos modelos é convencional (isto é, produzido apenas com cimento Portland, areia, brita e água);
- Avaliar a capacidade de redistribuição de momentos em vigas hiperestáticas como consequência da ductilidade obtida por meio do confinamento;
- Descrever e analisar o comportamento de vigas sujeitas à flexão quanto aos deslocamentos verticais máximos, comparando os resultados obtidos com previsões teóricas empregando relações tipo momento-curvatura e com prescrições normativas;
- Contribuir, com os resultados obtidos e da comparação dos resultados com outros trabalhos da Literatura, com os procedimentos de dimensionamento à flexão de vigas de concreto com armadura não metálica.

Não faz parte do escopo do presente trabalho o estudo dos efeitos do tempo ou da durabilidade dos materiais

### Organização da tese

A presente Tese está organizada em seis capítulos

O presente capítulo, de introdução, faz uma introdução sobre o tema a ser estudado; O Capítulo 1 apresenta a revisão da literatura a respeito da flexão em vigas de concreto armado;

O Capítulo 2 apresenta a investigação experimental realizada;

O Capítulo 3 apresenta a análise e discussão dos resultados obtidos experimentalmente;

O último capítulo apresenta as considerações finais do trabalho e, finalmente, nos apêndices encontram-se o desenvolvimento de alguns algoritmos e a apresentação de caracterização experimental de materiais.

### 1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O presente capítulo descreve as principais características das armaduras de FRP para estruturas de concreto. Embora mais resistentes que o aço, seu comportamento anisotrópico, linear e elástico até a ruptura, além de seu baixo módulo de elasticidade fazem com que estruturas de concreto armadas com este material apresentem comportamento diferente daquele esperado pelas estruturas de concreto armado convencional.

### 1.1. Comportamento mecânico das armaduras não metálicas

Sendo as armaduras não metálicas um material compósito, suas propriedades mecânicas são dependentes das propriedades de seus materiais constituintes. Assim, dadas as características e o percentual volumétrico de fibra e matriz, é possível estimar, pela regra das misturas, as propriedades básicas e unidirecionais do compósito, tais como a distribuição das tensões, o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson (MATTHYS, 2014), através das Equações (1) a (3):

$$\sigma_f = \sigma_{fib} V_{fib} + \sigma_{mat} V_{mat} \tag{1}$$

$$E_f = E_{fib}V_{fib} + E_{mat}V_{mat} \tag{2}$$

$$\nu_f = \nu_{fib} V_{fib} + \nu_{mat} V_{mat} \tag{3}$$

Nas expressões apresentadas, são:

 $\sigma_f$  tensões no compósito

- $\sigma_{fib}$  tensões na fibra
- *V<sub>fib</sub>* volume de fibra
- $\sigma_{mat}$  tensões na matriz
- *V<sub>mat</sub>* volume de matriz
- *E<sub>f</sub>* módulo de elasticidade do compósito
- *E<sub>fib</sub>* módulo de elasticidade da fibra

- *E<sub>mat</sub>* módulo de elasticidade da matriz
- $v_f$  coeficiente de Poisson do compósito
- $v_{fib}$  coeficiente de Poisson da fibra
- $v_{mat}$  coeficiente de Poisson da matriz

Experimentalmente, quando solicitada axialmente à tração, verifica-se uma relação praticamente linear e elástica entre tensão e deformação para o material compósito, até sua ruptura, o que reflete, também, o comportamento isolado de seus constituintes. Como exemplifica a Figura 2.





Legenda: (a) pela regra das mistura (b) comportamento real Fonte: MATTHYS, 2014.

Além disto, como o volume de fibras é preponderante no compósito, o comportamento do material obtido é mais próximo ao das fibras. Wu (1990) aponta também outros fatores que influenciam o comportamento. Assim, a maneira com que a cura da armadura é realizada, o próprio processo de manufatura e seu controle de qualidade também podem influenciar fortemente as características mecânicas das barras.

A Figura 2b apresenta o comportamento real (experimental) das armaduras de FRP, que, devido às características de seus componentes, tais como o diâmetro das
fibras, sua distribuição e paralelismo, a existência ou não de imperfeições locais, propriedades da interface entre matriz e fibra, não é exatamente elástico e linear, principalmente próximo à ruptura.

Na realidade, ocorre que, durante o processo de fabricação da armadura, as fibras nem sempre conseguem ficar perfeitamente alinhadas e esticadas (ou seja, sob tração) – porém, esta característica pode ser conseguida quando a barra se encontra em utilização e experimenta altas cargas, o que redunda em um aumento da rigidez axial do compósito.

Contudo, com o progressivo aumento da carga, a rigidez começa a decrescer rapidamente, em decorrência do início da fratura das fibras. Com isso, ocorre transferência do esforço resistente para as fibras que ainda se encontram íntegras e, por isso, a ruptura não é imediata. Entretanto, e finalmente, os esforços internos tornamse insustentáveis, ocorrendo ruína da barra ou pela fratura global do compósito, ou por perda da união entre fibra e matriz.

Salienta-se, contudo, que essa pequena variação de rigidez da barra próximo à ruptura não é suficiente para afetar o comportamento de elementos de concreto armado com esse tipo de material, motivo pelo qual a literatura técnica em geral não aborda esse quesito. Como exemplo, o relatório ACI 440.1R (ACI, 2015) é claro ao afirmar que "quando carregada à tração, barras de FRP não exibem comportamento plástico ('escoamento') antes da ruptura. O comportamento à tração de barras de FRP constituídas por um único tipo de fibra é caracterizado por uma relação tensão-deformação linear até a ruptura".

As propriedades que dizem respeito ao comportamento à tração de barras de FRP constituídas de fibras de carbono, vidro ou aramida encontram-se apresentadas, segundo diferentes fontes, da Tabela 1 à Tabela 3.

Tipo de fibra	Resistencia à tra-	Modulo de elasti-	Deformação úl-		
empregada	ção, f <sub>fu</sub>	cidade, E <sub>f</sub>	tima, ε <sub>fu</sub>		
	[MPa]	[GPa]	[‰]		
CFRP	600 a 3.000	80 a 500	5 a 18		
GFRP	400 a 1.600	30 a 60	12 a 37		
AFRP	600 a 2.500	30 a 120	18 a 40		

 Tabela 1 –
 Propriedades típicas de armaduras de FRP, de acordo com Matthys

Fonte: MATTHYS, 2014.

Tipo de fibra em- pregada	Resistência à tra- ção, <i>f<sub>f</sub></i>	Módulo de elasti- cidade, <i>E<sub>f</sub></i>	Deformação úl- tima, ɛ <sub>fu</sub>	
	[MPa]	[GPa]	[‰]	
CFRP	600 a 3.690	120 a 580	5 a 17	
GFRP	483 a 690	35 a 51	12 a 31	
AFRP	1.720 a 2.540	41 a 125	19 a 44	

Tabela 2 –Propriedades típicas de armaduras de FRP, de acordo com a normaACI440.1R

Fonte: ACI, 2015.

Tabela 3 –Propriedades típicas de armaduras de FRP, de acordo com o Boletim40 da FIB

Tipo de fibra em- pregada	Resistência à tra- ção, <i>f <sub>f</sub></i>	Módulo de elasti- cidade, <i>E<sub>f</sub></i>	Deformação úl- tima, $\varepsilon_{fu}$	
	[MPa]	[GPa]	[‰]	
CFRP	600 a 3.500	100 a 580	5 a 17	
GFRP	450 a 1.600	35 a 60	12 a 37	
AFRP	1.000 a 2.500	40 a 125	19 a 44	

Fonte: FIB, 2007

Os dados acima se referem a um volume de fibras, em todas as fontes, entre 50 e 70%. Mesmo assim, como pode ser observado, há uma grande discrepância nas propriedades, o que mostra a heterogeneidade das propriedades mecânicas, cujo processo de fabricação possui grande influência. As regulamentações de projeto indicam que, para casos específicos, devem ou ser adotados valores fornecidos pelos fabricantes (ACI, 2015; ISIS, 2008) ou serem feitos ensaios específicos para sua correta determinação (CNR, 2007; CSA, 2012).

À compressão, as barras de FRP possuem baixa resistência (quando comparadas à sua resistência à tração), um valor que varia entre 10 e 30% da sua resistência à tração (MATTHYS, 2014). Investigações experimentais de outros autores (KOBA-YASHI e FUJISAKI, 2004) chegaram à conclusão de que essa resistência à compressão pode variar entre 30 e 50% da resistência à tração no caso da utilização de fibras de carbono, 10% para fibras de aramida e 30 a 40% para o caso de fibras de vidro.

Além disso, a rigidez da armadura também é inferior, sendo seu módulo de elasticidade à compressão da ordem de 80%, no caso de GFRP, do módulo de elasticidade à tração. Esse comportamento decorre do fato de que, quando, solicitadas à compressão, não é possível garantir que as fibras permaneçam alinhadas e esticadas, o que interfere no comportamento estrutural, o qual passa a refletir a resposta da matriz do compósito.

Armaduras de FRP submetidas à compressão estão sujeitas à microflambagem das fibras (ZHANG e LATOUR, 1994), fratura à tração transversa devido ao efeito Poisson, e ainda ruptura por cisalhamento das fibras sem ocorrência de flambagem. Além disto, a resistência à compressão obtida é dependente do tipo de ensaio (FIB, 2007b).

Portanto as regulamentações de projeto recomendam cautela em sua utilização em elementos comprimidos (ACI, 2015). No caso de elementos à flexão em que as barras podem eventualmente estar sujeitas à compressão, sua contribuição, ainda conforme o ACI (2015), deve ser desprezada.

Além disto, as barras possuem baixa resistência transversal, e, por isto, a resistência nesta direção das armaduras de FRP é devida basicamente à resistência da própria matriz e da capacidade de redistribuição local de tensões (FIB, 2007b).

O boletim 40 da FIB (FIB, 2007b) ainda comenta que as solicitações transversais podem causar fraturas na matriz polimérica sem afetar a integridade das fibras longitudinais. Este comportamento configura uma situação particular pois as fibras pouco atuam transversalmente à direção de seu eixo, sendo a matriz polimérica responsável pela resistência nesta direção. Assim, ocorre que as fibras funcionam como se fossem "vazios", gerando concentração de tensões na matriz.

Por isto, quando este comportamento é necessário ao equilíbrio interno, por exemplo, na resistência ao cisalhamento pelo efeito *dowel action*, este tipo de barra pouco auxilia na resistência do elemento estrutural.

De fato, estudos conduzidos por Kanakubo *et al.*, citados por Lignola *et al.* (2014) chegaram à conclusão de que a contribuição para a resistência ao cortante devido ao efeito de pino é desprezível para barras de FRP, o que também é corroborado pela norma americana ACI 440.1R (ACI, 2015), quando cita que essa contribuição é indeterminada, sugerindo a necessidade de mais pesquisas no tema.

# 1.2. Comportamento de seções retangulares no estado-limite último de flexão – filosofia do concreto armado em aço *versus* FRP

À flexão, o estado-limite último de esgotamento da capacidade resistente de uma seção de concreto armado com qualquer tipo de armadura e de qualquer geometria é caracterizado pelo alongamento excessivo (ou pela ruptura) da armadura mais tracionada e/ou pela compressão excessiva (esmagamento) do concreto. Geometricamente, uma seção retangular é caracterizada pelas dimensões de largura, *b* e altura, *h*. A altura útil *d* é a distância entre a fibra mais comprimida e o centro de gravidade das armaduras, de área  $A_f$  (ver Figura 3, página 40)

Estudos iniciais sobre o comportamento de vigas de concreto com armadura não metálica já confirmavam (NANNI, 1993) a validade das mesmas hipóteses básicas de dimensionamento adotadas para o concreto armado com aço, que são:

- Existe perfeita aderência entre a armadura e o concreto que o circunda, de tal forma que a deformação na armadura é considerada igual à deformação do concreto envolvente;
- As seções permanecem planas após as deformações, o que incorre na proporcionalidade entre deformações e distâncias a partir da linha neutra, podendo obter-se a equação de compatibilidade da flexão, considerada válida para qualquer fibra da seção:

$$\frac{|\varepsilon_c|}{x} = \frac{\varepsilon_f}{d-x} \tag{4}$$

3. No estado-limite último, as tensões no concreto descrevem uma curva aproximadamente de formato parabólico-retangular, cuja resultante pode ainda ser novamente aproximada sem prejuízo<sup>2</sup> por um diagrama retangular equivalente de tensões, de altura igual a  $0.8 \cdot x$  ("Bloco de Witney") de tal forma que:

$$R_c \cong (0, 8 \cdot x) \cdot (\sigma_c) \cdot (b) \tag{5}$$

Assim, essa resultante fica localizada a uma distância de  $0,4 \cdot x$  a partir da fibra mais comprimida, o que define o comprimento do braço de alavanca entre a armadura e o concreto, *z*, que vale:

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Aqui, cabe a observação de que caso a profundidade da linha neutra plástica seja muito pequena, é possível que as deformações e tensões no concreto sejam mais bem caracterizadas por um diagrama de formato triangular. No entanto, como se verá à frente, a obtenção de seções que rompam desta maneira requer taxas muito baixas de armadura longitudinal, o que não é recomendado pelas regulamentações de projeto.

$$z = d - 0.4 \cdot x \tag{6}$$

- 4. A contribuição do concreto tracionado é obrigatoriamente desconsiderada para fins de resistência no estado-limite último. Nesse aspecto, cabe à armadura o papel de resistir integralmente aos esforços de tração oriundos da flexão.
- 5. As dimensões da armadura são consideradas pequenas relativamente às dimensões da seção transversal. Dessa forma, admite-se que cada barra (ou linha de barras) está sujeita a uma tensão constante, representada pela tensão atuante em seu próprio centro de gravidade. Sendo a armadura não metálica de característica linear e elástica até a ruptura, fica definida a partir da deformação da armadura sua tensão da seguinte forma:

$$\sigma_f = E_f \cdot \varepsilon_f \tag{7}$$

Daí decorre que em cada barra *i* que compõe a armadura longitudinal, o esforço resistente por ela apresentado é:

$$R_{f,i} = A_{f,i} \cdot \sigma_{f,i} \tag{8}$$

E, por fim,

$$R_f = \sum_i R_{f,i} \tag{9}$$

6. Até a iminência da ruptura, a seção encontra-se em equilíbrio de esforços, e, não havendo participação de esforços normais externos (caso de flexão simples ou pura), as forças atuantes na seção serão devidas apenas ao concreto, *R<sub>c</sub>*, e à armadura, *R<sub>f</sub>*. Daí, decorrem as equações de equilíbrio que são:

$$R_f = R_c \tag{10}$$

е

$$M_R = R_f \cdot z \tag{11}$$

As hipóteses elencadas resumem-se na Figura 3.





Fonte: O autor, 2020.

Ocorrendo a ruptura por flexão<sup>3</sup>, o modo de ruptura no estado-limite último não estará atrelado às condições de carregamento, mas sim às características dos materiais e, principalmente, à taxa geométrica de armadura empregada, além das características mecânicas do material da barra.

Taxas geométricas mais baixas de armadura levam à ruptura por alongamento excessivo das barras, conforme apresentado na Figura 4.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Trata-se, aqui, do estado-limite último em seções transversais. No caso de vigas, pode ocorrer ruptura por flexão ou cisalhamento ou ainda de maneira combinada entre esses dois efeitos, o que dependerá além das características seccionais, das condições de carregamento e vinculação do elemento estrutural.

Figura 4 – Deformações na ruptura por alongamento excessivo na armadura



Fonte: O autor, 2020.

Por outro lado, a ruptura por esmagamento do concreto, como apresentado na Figura 5, ocorre quando da utilização de taxas geométricas de armadura mais elevadas, e, nesses casos, obrigatoriamente:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$$
 (12)

e
$$\varepsilon_f < \varepsilon_{fu} \tag{13}$$

Figura 5 – Deformações na ruptura por compressão excessiva no concreto



Fonte: O autor, 2020.

No caso das vigas de concreto armado tradicionais, a ductilidade apresentada pelo aço faz com que possam ocorrer três situações no estado-limite último por ruptura à flexão, que são:

a) Ruptura por deformação excessiva da armadura tracionada ( $\epsilon_s = \epsilon_{su}$ ), sem esmagamento do concreto ( $|\epsilon_c| < |\epsilon_{cu}|$ );

- b) Ruptura por esmagamento do concreto ( $|\epsilon_c| = |\epsilon_{cu}|$ ) conjugado com o escoamento da armadura tracionada ( $\epsilon_s > \epsilon_{sy}$ );
- c) Ruptura por esmagamento do concreto (|ε<sub>c</sub>| = |ε<sub>cu</sub>|) sem escoamento da armadura (ε<sub>s</sub> < ε<sub>sy</sub>)

A esses modos de ruptura, o Brasil convencionou atribuir os nomes de "Domínio 2", "Domínio 3" e "Domínio 4", costume adotado há anos e que tem origem na norma alemã DIN 1045 (DIN, 1978) e presente nas edições da NBR 6118 (ABNT, 2023). Outras regulamentações, como o Eurocódigo (CEN, 2004) e o Código Modelo (FIB, 2010) trazem faixas de distribuição de deformações possíveis no ELU e ainda outras, como o ACI 318 (ACI, 2019) que refere em "seção (com ruptura) controlada pela tração", "seção (com ruptura) controlada pela compressão" (podendo o aço estar em escoamento ou não). De todo modo, todas as diretrizes para o concreto com aço recomendam a ruptura por falha da armadura, o que, dada a ductilidade daquele material, é favorável pois mostra "aviso" do colapso iminente além de contribuir para eventual redistribuição de esforços, se necessário.

Mais além, a dita seção "balanceada", ou "no Domínio 3", como se refere a NBR 6118, é tida como "preferencial" por utilizar ao máximo as propriedades dos dois materiais. Sendo a deformação do escoamento do aço relativamente baixa (cerca de 2,4‰ para o aço CA-50, largamente mais utilizado), a distribuição de deformações que sinaliza a "passagem" do Domínio 3 para o Domínio 4 (ruptura controlada pela compressão, sem escoamento da armadura) ocorre para uma profundidade da linha neutra relativamente alta (mais da metade da altura útil). Este fenômeno acontece quando é utilizada uma alta taxa geométrica de armadura.

Por outro lado, a inexistência da ductilidade das armaduras de FRP faz exibir um comportamento diferente: ou a ruptura é controlada pela falha da armadura, "sem aviso", ou a ruptura é controlada pelo esmagamento do concreto, também "sem aviso". Nesse aspecto, o que seria a faixa relativa à ruptura balanceada, (ou Domínio 3 do concreto armado tradicional) nos elementos armados com FRP essa faixa é representada por apenas uma situação de deformação possível: aquela que ocorre justamente com  $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} e \varepsilon_f = \varepsilon_{fu}$ . Portanto, em termos de domínio como concebido pela NBR 6118, para o caso de armaduras de FRP seriam viáveis apenas os domínios 2 e 4. Além disso, como a deformação de ruptura das barras de FRP é muito grande em comparação com a deformação de esmagamento do concreto, a passagem da condição de ruptura por tração das barras para a condição de ruptura por esmagamento do concreto ocorre para uma profundidade muito pequena da linha neutra e, consequentemente, para uma taxa geométrica de armadura muito baixa.

Esquematicamente, a Figura 6 apresenta as possibilidades de deformação no ELU para seções de concreto armado com aço e com FRP. Graficamente, pode-se notar na figura como é pequena a profundidade da linha neutra a partir da qual a ruptura passa a ocorrer por esmagamento do concreto.



Legenda: (a) domínios viáveis para o caso de concreto com aço

(b) domínios viáveis para o caso de concreto com armadura não metálica Fonte: O autor, 2020.

Considerando uma seção retangular concebida com concreto de resistência média de 30 MPa, as posições relativas da linha neutra e as taxas geométricas de armadura para as situações de ruptura de flexão acima tratadas estão apresentadas na Tabela 4.

Situação	Posição rela-	Taxa geomé-	Seção esque-
	tiva da linha	trica de arma-	mática
	neutra	dura de flexão	
	$k_x = \frac{x}{d}$	$\rho_{\ell} = \frac{A_f \text{ ou } A_s}{b \times d}$	-
(1) Seção de concreto armado com aço, rup-	0,259	1,24%	
tura pelo alongamento excessivo da arma-			
dura, na iminência do esmagamento do con-			
creto (passagem do Domínio 2 para o Domí-			
nio 3)			$A_s$
(2) Seção de concreto armado com aço, rup-	0,595	2,86%	
tura por esmagamento do concreto, com imi-			
nência do escoamento da armadura (passa-			×
gem do Domínio 3 para o Domínio 4)			
(3) Seção de concreto armado com FRP, rup-	0,127	0,30%	The states of th
tura pelo alongamento excessivo da arma-			
dura, na iminência do esmagamento do con-			
creto (passagem do "Domínio 2" para o "Do-			
mínio 4")			

## Tabela 4 – Situações de ruptura para seções com armadura de aço e de FRP<sup>4</sup>

# Fonte: O autor, 2020.

Salienta-se, mais uma vez, os baixos valores de profundidade da linha neutra e de taxa geométrica de armadura de flexão necessárias para que nas seções armadas com FRP a ruptura na flexão se dê por alongamento excessivo das barras.

Por isso, na prática, é difícil a obtenção de seções que rompam por falha da armadura: a taxa a ser empregada tem que ser extremamente baixa. Em complemento, as regulamentações de projeto recomendam que a ruptura se dê por esmagamento do concreto, já que o comportamento plástico do concreto pode garantir alguma pequena ductilidade a essa ruptura.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Os valores apresentados, de caráter exemplificativo, basearam-se também na utilização de armaduras de aço CA-50 ( $E_s$  = 210 GPa,  $\varepsilon_{sy}$  = 2,34‰,  $\varepsilon_{su}$  = 10‰) e de GFRP ( $E_f$  = 42 GPa,  $\varepsilon_{fu}$  = 24‰). Não foram considerados coeficientes de minoração das resistências.

Nanni (1993) apontou algumas conclusões importantes a respeito do comportamento à flexão, especialmente no ELU, de seções de concreto armado com FRP. Segundo aquele pesquisador, para seções equivalentes (mesma área, mesma taxa geométrica de armadura) armadas com aço ou com barras de FRP, embora os momentos e curvaturas últimos sejam próximos, a rigidez da seção com armadura não metálica é igual a aproximadamente 38% da rigidez equivalente do aço, o que significa que, quando, em serviço, a seção de FRP apresentará um deslocamento vertical e uma fissuração bem maiores, o que leva à conclusão corroborada pelas regulamentações de projeto de que a verificação em serviço é primordial para este tipo de estrutura.

Além disso, ainda segundo Nanni, a falta de ductilidade apresentada pela seção de FRP pode ser melhorada, através de algumas proposições apresentadas pelo pesquisador:

- Uso de armadura híbrida de FRP, feita com diferentes tipos de fibras, com diferentes deformações últimas, de forma a obter ruptura progressiva das barras;
- Uso de confinamento da porção comprimida da seção transversal, tomando partido de um ganho de ductilidade por parte do concreto;
- Utilização de armaduras com comprimentos diversos, longitudinalmente, ao longo do elemento, de forma a promover ancoragem em seções alternadas da viga;
- Promover falhas de ancoragem parciais, e deliberadamente, da armadura.

Finalmente, Nanni pontua que, pelas características mecânicas das armaduras não metálicas, sua utilização em elementos de concreto não promove economia imediata, apesar de poder propiciar durante a vida útil da estrutura. Ainda seu uso pode ser justificado por questões de durabilidade ou em situações que envolvam transparência magnética. O pesquisador salienta que, dada a característica linear e elástica do material, as deformações que podem ser atingidas pelo concreto tornam-se importantes, pois é esse último material que poderá trazer alguma ductilidade para o elemento.

## 1.3. Influência do confinamento

Conforme relatado por Richart *et al* (1929), Considère, em 1906, apresentou pela primeira vez o efeito do confinamento na resistência do concreto, através da utilização de estribos em espiral com espaçamento reduzido em pilares circulares de concreto armado.

Quando solicitados à compressão, os pilares tendem a sofrer expansão volumétrica lateral, de acordo com o efeito de Poisson. Entretanto, os estribos impedem a deformação da porção interior à espiral (denominada "núcleo") (Wight e MacGregor, 2009) e, sujeitos a tensões de tração, causam efeito de compressão no concreto interior a eles, resultando em um estado triaxial de tensões neste concreto, que se encontra, então, *confinado* pelos estribos ou espirais, o que lhe aumenta a ductilidade e a resistência. Portanto, o confinamento pode ser uma estratégia para aumentar a resistência e a capacidade de deformação do concreto (ganho de ductilidade), como pode ser observado na Figura 7.

Figura 7 – Comportamento tensão *versus* deformação para o concreto em modelos cilíndricos em estado multiaxial de tensões



Fonte: Wight e MacGregor (2009).

A camada externa aos estribos restará não confinada e, uma vez atingida a deformação de compressão do concreto, deixará de funcionar. Entretanto, o núcleo de concreto confinado continuará a resistir a esforços em níveis de deformações mais altos. Estes autores indicam uma relação entre a magnitude dos esforços solicitantes e a quantidade de estribos necessários para confinar o concreto: maiores os esforços, maior a quantidade de estribos.

Esta estratégia, especialmente para o caso de elementos predominantemente comprimidos (pilares), tem sido, utilizada há bastante tempo, estando sua previsão presente, inclusive, na primeira versão da NB1 (ABNT, 1940)<sup>5</sup>, que apresentava uma equação para correlacionar a resistência de pilares confinados ("cintados") e não confinados, de acordo com o diâmetro ( $\delta$ ') e espaçamento (t) dos estribos de confinamento, Figura 8.



Figura 8 – Pilares cintados e não cintados

Fonte: ABNT (1940).

No caso de um material linear, elástico e isotrópico, as Equações (14) a (16) (Saatcioglu e Razvi, 1992) fornecem uma relação entre as tensões uniaxiais e triaxiais a um dado nível de deformações laterais:

$$\frac{-\mu f_{u2}}{E} = \frac{f_{t1} - \mu (f_{t2} + f_{t1})}{E}$$
(14)

$$f_{t2} = f_{u2} + k_1' f_{t_1} \tag{15}$$

$$k_1' = \frac{1 - \mu}{\mu}$$
(16)

Sendo  $k'_1$  = uma função do coeficiente de Poisson  $\mu$ , resultando em maiores valores quanto menor for o valor do coeficiente;  $f_{t1}$ ,  $f_{t2}$  e  $f_{u2}$  as tensões sob os estados triaxiais e uniaxiais, atuando nas direções 1 e 2, e sendo E = o módulo de elasticidade.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> ABNT NB1:1940 – Cálculo e Execução de Obras de Concreto Armado

Devido às características não lineares do concreto, estas equações não podem ser utilizadas. No entanto, pode ser escrita uma equação da mesma forma, para expressar a relação entre as resistências uniaxial e triaxial do concreto, Equação (17):

$$f_{cc} = f_c + k_1 f_\ell \tag{17}$$

Em que  $f_{cc}$  e  $f_c$  são a resistência confinada e não confinada,  $k_1$ uma função do coeficiente de Poisson (não confundir com  $k'_1$ ) e  $f_\ell$  a pressão lateral exercida pelo confinamento (em um confinamento uniforme,  $f_\ell$  corresponde à tensão  $\sigma_3$ , conforme observado na Figura 7).

Experimentalmente, Richart *et al* (1929) obtiveram para os pilares cilíndricos curtos estudados, o valor de  $k_1 = 4,1$ . Este valor foi confirmado por outros estudos (MACGREGOR e WIGHT, 2009)

Cabe salientar algumas características pertinentes ao confinamento feito com estribos (em comparação com o confinamento realizado através de um meio contínuo, como uma camisa), apontados por Leonhardt e Monnig (1973):

- Como existe um espaçamento entre as armaduras, em contraponto ao que acontece com a camisa contínua, nem todo o núcleo de concreto consegue ficar efetivamente confinado, o que ocorre com máxima intensidade na região da armadura;
- A distribuição de esforços na seção transversal não pode ser sempre considerada uniforme (por exemplo, quando atuam esforços axiais em concomitância com os momentos fletores), o que reduz a eficácia do confinamento, podendo mesmo ele deixar de ser efetivo.
- Quando a seção transversal é circular, mais constantes tornam-se as tensões no núcleo, aumentando a eficiência do confinamento. Quando a seção transversal é retangular, quadrada ou angulosa, este confinamento é mais efetivo nos cantos e no interior do núcleo, devido ao efeito de arco.

Quanto a esta última observação feita por Leonhardt, a Figura 9 apresenta qualitativamente a distribuição das pressões de confinamento de acordo com a forma da seção transversal – na figura, as regiões hachuradas em preto são aquelas influenciadas pela ação de confinamento, ao passo que as hachuradas em vermelho são as influenciadas pela existência de uma camisa externa.

Entretanto, embora experimentalmente verifique-se que a geometria da seção transversal influi sensivelmente na distribuição das pressões de confinamento, sua quantificação é dificultosa (SUDANO, 2005).

Figura 9 – Seções transversais confinadas e não confinadas



Seções transversais sujeitas à compressão centrada.

Legenda (a) seção circular confinada por estribos helicoidais;

(b) seção circular confinada por estribos helicoidais e camisa;

(c) seção quadrada confinada por estribos;

(d) seção quadrada confinada por estribos e camisa.

Fonte: Sudano (2005).

Ao longo do Século XX, diversos modelos para o confinamento através de estribos foram propostos na literatura técnica.

Saatcioglu e Razvi (1992) desenvolveram um modelo constitutivo para o concreto confinado, considerando as geometrias circular, quadrada e retangular da seção transversal. Este modelo foi utilizado por Delalibera (2002), cujos estudos sobre confinamento do concreto em vigas serviu de base para o presenta trabalho.

# 1.3.1. Estudos de vigas de concreto armado com aço quanto à ductilidade

Ziara *et al.* (1995) estudaram a influência do confinamento no comportamento de vigas de concreto armado com aço, com a análise experimental de 12 vigas subarmadas e 8 vigas superarmadas, resultando em uma proposta para levar em consideração a presença do confinamento da resistência à flexão das vigas.

Para os modelos subarmados, os autores observaram que não existe aumento na resistência à flexão dos modelos, ao passo que a ductilidade foi aumentada. Já para os modelos superarmados, foi observado que, ainda que a ruptura se desse pelo concreto, ela ocorreu de maneira dúctil, obtendo, ainda, um aumento na resistência à flexão de até 246%.

No âmbito nacional, Delalibera (2002) estudou numericamente e experimentalmente o comportamento de vigas superarmadas de concreto armado com aço, dotadas de estribos de confinamento na região comprimida, chegando à conclusão de que a ductilidade é proporcional à taxa volumétrica da armadura de confinamento.

Delalibera ainda propôs em seu trabalho um método simplificado para dimensionamento de vigas considerando a armadura de confinamento, em que a resistência à compressão do concreto é função da taxa de armadura utilizada.

Os estudos de Delalibera foram ponto de partida para a segunda e para a terceiras campanhas experimentais do presente trabalho.

# 1.4. Influência do cortante

No dimensionamento de vigas de concreto, é usual a consideração dos efeitos do cisalhamento e da flexão em separado. A NBR 6118 (ABNT, 2023), ao descrever os estados-limites últimos, admite a verificação em separado das solicitações normais e tangenciais, destacando que "quando a interação entre elas for importante, ela estará explicitamente indicada nesta Norma".

Entretanto, os efeitos destes dois fenômenos interagem entre si e interferem no comportamento global do elemento estrutural. Sobre este assunto, Leonhardt e Monnig (1973) comentam que, embora as tensões normais e de cisalhamento possam ser analisadas de maneira simples no Estádio I, de acordo com os preceitos da resistência dos materiais clássicas, uma vez esgotada a resistência à tração do concreto, ocorre redistribuição de esforços, configurando-se, no limite, o esquema de treliça proposto por Mörsch.

Estes autores ainda salientam que as fissuras de cisalhamento são decorrentes de fissuras de flexão, às quais dão o nome de "fissuras de cisalhamento na flexão".

Da ocorrência destas fissuras, ocorre a transferência dos esforços de cisalhamento na alma para os estribos e para as diagonais do concreto. Entretanto, esta redistribuição é complexa e depende de diversos fatores tais como a direção da armadura de cisalhamento (normalmente vertical) e a quantidade desta armadura, podendo ocorrer diversos tipos de rupturas a cortante. Ainda Leonhardt e Monnig citam a ruptura por força cortante-flexão, ruptura por força cortante-tração, ruptura pela falha das diagonais de compressão e ruptura por falha de ancoragem.

Interessa para os propósitos desta tese a possível ruptura por interação entre os esforços cortante e flexão, os quais são também influenciados pelas propriedades mecânicas das armaduras utilizadas para combate aos esforços normais e tangenciais.

Neste aspecto, quando se utilizam estribos não metálicos, o comportamento resistente ao cisalhamento se altera sensivelmente.

Sabe-se que os mecanismos complementares aos de treliça devem-se basicamente ao Efeito de Pino ("*dowel action*"), engrenamento dos agregados e transmissão dos esforços pela zona não fissurada do concreto. (HUBER *et al.*, 2016).

Contudo, a transmissão dos esforços pela zona não fissurada do concreto fica prejudicada porque, devido às características da armadura longitudinal não metálica que, por possuir baixo módulo de elasticidade, faz com que a profundidade da linha neutra decresça rapidamente por compatibilidade de deformações, de forma que a porção comprimida da seção se torna substancialmente pequena.

A formação de fissuras mais abertas diminui o engrenamento dos agregados, limitando a transmissão de esforços por este mecanismo. Além disso, como se sabe, a resistência transversal das barras também é pequena uma vez que a solicitação ocorre perpendicularmente às fibras. Por este motivo, a literatura refere que deve ser limitada a consideração da contribuição do efeito de pino na resistência do cisalhamento.

Assim, os mecanismos complementares aos de treliça ficam prejudicados quando ocorre a adoção dos estribos de polímero reforçado com fibra. Não obstante, a resistência oferecida pelos próprios estribos é também menor, pois a existência de dobras faz com que não só haja uma concentração de tensões, como também naquela porção existam fibras não totalmente tracionadas na barra, como mostra esquematicamente a Figura 10. Figura 10 – Esquema da orientação das fibras na região da dobra.



Fonte: Ahmed *et al*. (2010)

Quando há pouca armadura de cisalhamento, quando ela é inexistente ou quando ela é pouco eficiente, sua resistência é solicitada até o limite. Neste caso, surgem fissuras de cisalhamento que se desenvolvem com rapidez, chegando até o apoio e, por fim a ruptura ocorre de maneira brusca, conforme ilustra a Figura 11.



Figura 11 – Ruptura por mecanismo combinado de cisalhamento e flexão

Fonte: LEONHARDT e MONNIG (1978).

Desejando-se afastar a interferência do cisalhamento nos demais modelos, esta influência passou a ser mais bem estudada a partir da segunda campanha experimental, com base em taxas possíveis para armadura longitudinal e transversal que afastassem a ocorrência da ruptura por cortante ou mecanismo combinado de cortante e flexão, bem como a relação a / d, entre a distância entre o apoio e o ponto de aplicação de carga e a altura útil da viga.

Nesse sentido, Leonhardt e Monnig (1978) enumeram que os principais fatores que governam o tipo de ruptura para elementos sujeitos à flexão e cisalhamento são,

em relação à armadura longitudinal empregada: a taxa geométrica adotada, especialmente a uma distância  $x \cong 3d$  do apoio; a capacidade de alongamento da armadura tracionada; a qualidade da aderência; a ancoragem da armadura.

Em relação à armadura transversal, os mesmos autores enumeram a taxa geométrica empregada, tipo de armadura, qualidade de aderência, ancoragem nos banzos inferior e superior, distância *s* entre as barras e direção das armaduras em relação ao eixo horizontal.

No caso de vigas sem armadura de cisalhamento, Kani (1964) estudou a relação entre taxa geométrica de armadura longitudinal  $\rho$ , relação a/d e resistência do elemento estrutural através da relação  $M_u/M_{\rm fl}$ , em que  $M_{fl}$  é o momento de ruptura (teórico) à flexão do elemento e  $M_u$  o momento de ruptura real. Nesta relação, uma taxa de  $M_u/M_{fl} = 1$  significa que o elemento conseguiu desenvolver toda a sua resistência à flexão e rompeu desta maneira. Para  $M_u/M_{fl} < 1$ , significa que o elemento apresentou ruptura por cisalhamento. O chamado "Vale de Kani", ou "Vale da Força Cortante", é apresentado na Figura 12.

#### Figura 12 – Vale da Força Cortante<sup>6</sup>



Fonte: adaptado pelo autor de KANI (1964).

Kani construiu este modelo através do resultado experimental de 188 vigas ensaiadas à flexão em quatro pontos. Como resultado, desde que as condições de taxa

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> O título dado pelo autor para este diagrama é "Valley of Shear Failure". O título "Vale da Força Cortante" é devido a Leonhardt e Monnig (1973), na tradução brasileira de seu livro (1978).

de armadura longitudinal e relação a/d esteja fora do "vale", não há perigo de ocorrência de ruptura governada pelo cisalhamento.

Tureyen e Frosch (2002) testaram vigas biapoiadas armadas longitudinalmente com barras de FRP e desprovidas de armadura transversal. Para tal, moldaram nove vigas, variando o tipo de armadura (aço, aramida ou vidro) e a taxa geométrica de armadura longitudinal, entre 0,36 e 1,92%. Foi utilizada uma relação de *a/d* de 3,4. Os resultados deste trabalho mostraram que a menor rigidez axial das armaduras ( $E_f \rho_f$ ) conduziram a uma rigidez menor no Estádio II. A uma dada carga, na iminência da formação da fissura diagonal, os pesquisadores observaram rápido decréscimo da posição da linha neutra nos modelos armados com barras de GFRP e que a diferença entre a carga de formação da fissura diagonal e a carga última foi pequena, da ordem de 15%. A ruptura se deu por tração diagonal. Os dados obtidos sugeriram, também, que o valor de  $V_c$  é proporcional à raiz quadrada da resistência à compressão do concreto e proporcional à taxa geométrica de armadura.

Razaqpur et al (2004) estudaram experimentalmente vigas longitudinalmente armadas com barras de CFRP e desprovidas de armadura transversal. Os parâmetros investigados foram a taxa de armadura longitudinal,  $\rho_f$ , e a relação *a/d*, a resistência do concreto era de 40,5 MPa. A ruptura deu-se por cisalhamento, após a formação de uma fissura diagonal, em geral com ângulo superior a 45°. Os pesquisadores observaram que o número de fissuras foi inversamente proporcional ao valor de a/d. Concluíram que o valor esperado de  $V_c$  é função da rigidez axial da armadura longitudinal e da relação *a/d*. Para vigas com a relação *a/d* maior que 2,5, observaram que o valor de  $V_c$  variou com a raiz cúbica dos parâmetros acima mencionados. Os regulamentos à época mostraram-se conservadores para valores de a/d inferiores a 1,82.

Alam e Hussein (2011) investigaram vigas armadas com aço, GFRP e CFRP, com valores de *d* superiores a 30cm. Os parâmetros avaliados foram o valor de *d*, o vão, a resistência à compressão do concreto e a taxa geométrica de armadura. Observaram que as vigas romperam por cisalhamento, quer por tração diagonal, quer por compressão com cisalhamento. Assim como estudos anteriores, esses autores observaram a ruptura imediatamente após a formação da fissura diagonal.

As principais conclusões desse estudo foram que a resistência ao cisalhamento das vigas com d superior a 30 cm aumenta com o aumento da taxa de armadura

longitudinal, segundo a raiz cúbica da rigidez e que a equação proposta pela norma canadense CSA S806-02 se mostrou muito conservadora.

No caso de vigas inteiramente armadas com barras de FRP, Ahmed *et al.* (2010b) conduziu um estudo teórico e experimental que conduziu às conclusões de que estribos de FRP, assim como os de aço, melhoram a contribuição do concreto após a formação de fissuras por cisalhamento, e que, quanto menor o espaçamento entre os estribos, melhor é o comportamento observado, até mesmo porque os estribos pouco espaçados contribuem para o confinamento do concreto e para a melhora do engrenamento dos agregados.

O relatório ACI 440 (ACI, 2015), entretanto, ressalta que devem ser consideradas as influências negativas das armaduras não metálicas, que são o baixo módulo de elasticidade, a baixa resistência transversal ao eixo das barras e a diminuição da resistência nas regiões de dobras, como já comentado neste item.

Pelo acima exposto, fica evidente a diminuição dos efeitos complementares aos de treliça, o que é expresso através da Equação (18).

$$V_c = \frac{2}{5} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot (k \cdot d) \tag{18}$$

$$V_c = 0.17\sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d \tag{19}$$

Nas expressões apresentadas,  $V_c$ , em MPa, é a contribuição dos mecanismos complementares aos de treliça,  $f_c$  a resistência à compressão do concreto, em MPa,  $b_w$  a menor largura da seção transversal,  $k \cdot d$  a profundidade da linha neutra plástica e d a altura útil.

Observa-se que, em comparação da Equação (18) com a Equação (19), proveniente da norma ACI 318, e que aborda a contribuição dos mecanismos complementares aos de treliça para vigas tradicionais de concreto com aço, a expressão para vigas com armadura de FRP apresenta um fator *k*, referente à posição da linha neutra relativa à altura útil, para considerar a parcela de força transferida predominantemente pela zona não fissurada da seção transversal.

Quanto à contribuição da armadura de cisalhamento em si, o relatório ACI 440 (ACI, 2015) recomenda a Equação (20):

$$V_f = \frac{A_{fv}}{s} \cdot f_{fv} \cdot d \tag{20}$$

 $V_f$  é a contribuição ao cisalhamento referente à armadura,  $A_{fv}/s$  a área de armadura transversal por unidade de comprimento e  $f_{fv}$  a resistência efetiva da armadura de cisalhamento em FRP, conforme a Equação (21):

$$f_{fv} = 0,004E_f \le f_{fb} \tag{21}$$

$$f_{fb} = \left(0.05 \cdot \frac{r_b}{d_b} + 0.3\right) \cdot f_{fu} \le f_{fu}$$

$$\tag{22}$$

 $r_b$  é o raio de dobra da armadura de FRP

# $d_b$ é o diâmetro da respectiva armadura com raio $r_b$ .

A Equação (21), segundo o relatório ACI 440, restringe a contribuição da armadura de cisalhamento, para projeto, com o objetivo de controlar a abertura das fissuras de cisalhamento, manter a integridade do concreto ao cisalhamento e evitar ruptura da parte dobrada do estribo.

# 1.5. Influência da contribuição do concreto à tração

A contribuição do concreto entre fissuras é comumente referida na literatura como "fenômeno *tension stiffening*". Trata-se de um comportamento observado em elementos de concreto que experimentam os estados de tração pura (tração devida à aplicação de esforço axial) ou tração na flexão.

Durante o processo de carregamento, quando o concreto atinge sua resistência à tração e, por consequência, inicia-se o processo de fissuração, as armaduras passam a ter papel preponderante na resistência do elemento aos esforços internos de tração. É comum, para efeitos de dimensionamento, desprezar a contribuição do concreto, especialmente no estado-limite último, conforme comenta a NBR 6118: "as tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, devem ser desprezadas no ELU" (ABNT, 2023). Nestes casos, tipicamente assume-se que os esforços de tração são resistidos integralmente pela armadura.

Entretanto, observou-se experimentalmente que, mesmo após a fissuração, o concreto continua a contribuir para a resistência à tração do elemento, através da

transferência de forças de aderência entre a armadura e o concreto. É o fenômeno *tension-stiffening*.

Este efeito é importante porque afeta a rigidez dos elementos de concreto armado e, impactando no diagrama momento *versus* curvatura<sup>7</sup> e, por consequência, no comportamento quanto aos deslocamentos verticais em serviço, um parâmetro importante para projeto e ainda mais no caso do uso de armaduras com um módulo de elasticidade tão baixo quanto o apresentado pelas armaduras de GFRP em que a limitação destes deslocamentos pode ser um fator dimensionante para os elementos. Além disto, como comenta Bischoff (2005), as aberturas de fissuras são também influenciadas pelo fenômeno.

A Figura 13 apresenta um prisma de concreto com uma única armadura em seu centro, sujeito à tração axial.



Figura 13 – Contribuição do concreto tracionado entre fissuras

Fonte: FIB Bulletin 40 (2007).

No gráfico, a linha tracejada representa o comportamento da barra nua sujeita à tração – comportamento típico deste tipo de material: linear e elástico até a ruptura – ao passo que a linha cheia apresenta o comportamento conjunto da barra e do concreto. Observando a linha cheia no gráfico, notam-se três comportamentos distintos:

> No primeiro estágio, para esforços inferiores à resistência à tração do concreto, o elemento encontra-se não fissurado e o concreto governa o

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Em que pese o diagrama momento *versus* curvatura se tratar de uma análise seccional, em que este fenômeno não teria em tese contribuição, experimentalmente, por se tomar um trecho de viga para análise, observa-se que pode haver influência do fenômeno tension-stiffening.

comportamento estrutural, o que pode ser observado através de uma maior inclinação da curva em relação ao eixo horizontal em comparação à da linha tracejada

- Em um segundo estágio, denominado estágio de desenvolvimento das fissuras (*"crack development stage"*), a resposta do elemento passa a ser influenciada pela rigidez da barra e pelo desenvolvimento das fissuras. Neste caso, como a capacidade de resistir a esforços de tração pelo concreto diminui, ocorre o desenvolvimento das fissuras.
- No terceiro estágio, as fissuras do concreto encontram-se estabilizadas, e os esforços de tração resistidos pelo concreto diminui ainda mais conforme fissuras secundárias se desenvolvem entre as fissuras primárias. (Bischoff, 2005) Neste estágio, as deformações na armadura aumentam sem que aumento significativo ocorra no concreto. Para cargas muito altas, a resistência à tração do concreto é insignificante (Wight e MacGregor, 2009) e o comportamento do elemento se aproxima do comportamento da barra nua – por isto a inclinação da linha contínua se aproxima da inclinação da barra tracejada.

Ainda na figura, o efeito *tension stiffening* pode ser encarado também como a diferença entre as deformações encontradas entre para a barra nua ( $\varepsilon_{GFRP}$ ) e para o elemento estrutural ( $\varepsilon_{composite}$ ), ou seja  $|\varepsilon_{GFRP} - \varepsilon_{composite}|$  para a mesma tensão solicitante,  $\sigma_N$ .Para o caso de elementos sujeitos à flexão, este fenômeno pode ser observado através do diagrama tipo momento *versus* curvatura, como apresentado na Figura 14.





Fonte: Bischoff (2005).

Neste caso, o efeito *tension stiffening* pode ser observado através das diferenças entre as curvaturas considerando a seção totalmente fissurada ("Estádio II puro") e o resultado experimental, traduzido na figura pelo parâmetro  $\Delta\phi$ .

O fenômeno *tension stiffening* pode ser levado em consideração de diversas formas, sendo que uma maneira prática é através da adoção do conceito de *rigidez efetiva* para o elemento (Bischoff, 2005). Esta rigidez pode ser descrita como uma rigidez axial, (*EA*)<sub>eff</sub> ou uma rigidez à flexão (*EI*)<sub>eff</sub> e sua importância reside principalmente na determinação de deslocamentos verticais.

Como será abordado com maiores detalhes no item 1.6, a rigidez efetiva é uma metodologia utilizada largamente para previsão de deslocamentos em elementos lineares de concreto armado, especialmente vigas, sendo um dos modelos mais famosos e utilizados aquele proposto por Branson, nos anos 1960, mas que tem como característica ser calibrado experimentalmente para concreto armado com aço, considerando ainda seções retangulares e taxas pré-determinadas de armadura, o que leva a respostas irreais quando aplicada para elementos armados com FRP, de acordo com o relatório ACI 440.1R:2015 (ACI, 2015), que não indica, explicitamente, a ocorrência do fenômeno *tension stiffening*, limitando-se a sugerir um procedimento<sup>8</sup> para obtenção de deslocamentos em serviço.

O Boletim 40 da FIB<sup>9</sup> (FIB, 2007) destaca que este efeito é extremamente dependente da aderência entre armadura e concreto. Deve-se ter atenção pois, como comentado por Cunha (2019), ao contrário do concreto armado com aço em que a resistência daquele primeiro material é o parâmetro que mais influencia o comportamento da aderência, no caso de barras de FRP, a aderência é controlada pelas propriedades da barra.

O mesmo boletim ainda salienta que, para elementos com FRP, a degradação da aderência ocorre para patamares de carga relativamente baixos. Outros parâmetros que influenciam no comportamento *tension stiffening*, como observado pelo Boletim 40, são apresentados a seguir:

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Baseado na metodologia proposta por Branson, ainda que seu nome também não seja citado pela Norma.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> FIB Bulletin 40: FRP reinforcement in RC structures – technical report

Influência da resistência do concreto:

Os estudos apresentados pelo Boletim 40 indicam que a influência da resistência do concreto é secundária, o que está de acordo com os achados experimentais de Cunha (2019), e que a influência maior se dá principalmente na fase pré-fissuração.

Influência do diâmetro da barra:

Neste caso, os estudos apontaram que o diâmetro da barra pouco influencia o comportamento tension stiffening.

Influência da taxa geométrica de armadura:

Segundo os estudos experimentais apontados, observa-se que o aumento da taxa geométrica de armadura influenciou significativamente a contribuição do concreto entre fissuras, sendo que quanto maior a taxa de armadura adotada, menor foi o efeito, independentemente da resistência do concreto adotada. O gráfico que mostra este comportamento pode ser observado na Figura 15.

Figura 15 – Influência da taxa geométrica de armadura no efeito tension-stiffening.



(b) Estudo realizado para concreto C90

Fonte: FIB Bulletin 40 (2007).

Portanto, espera-se maior influência do fenômeno *tension stiffening* para modelos com pouca armadura longitudinal (modelos subarmados) do que para os superarmados, ao passo que nos modelos superarmados, o efeito *tension stiffening* deve ser reduzido. A implementação do efeito *tension-stiffening* em modelos de análise seccional pode ser feita segundo o utilizado em Kara e Ashour (2013):

Segundo os autores, a adoção do fenômeno tension-stiffening nos modelos de análise seccional, tipo momento-curvatura é importante para a representação da contribuição do concreto entre fissuras, e pode ser adotado como ilustrado na Figura 16.

Figura 16 – Modelo para representação do concreto tracionado incorporando o fenômeno *tension-stiffening* 



Fonte: Adaptado de Kara e Ashour (2013)

No modelo, o ramo ascendente tem comportamento linear, descrito pela equação (23)

$$\sigma_c = E_{ci} \cdot \varepsilon_c \tag{23}$$

Em que  $E_{ci}$  é o módulo de elasticidade tangente inicial do concreto. O ramo descendente também tem comportamento linear, e é descrito por

$$\sigma_c = \frac{\varepsilon_{tu} - \varepsilon_c}{\varepsilon_{tu} - \varepsilon_{tc}} \cdot f_{ct}$$
(24)

Na expressão,  $\varepsilon_{tc}$  é a deformação de pico do concreto na tração, para a qual  $\sigma_c = f_{ct}$ .  $\varepsilon_{tu}$  é a deformação última do concreto tracionado, determinada como um múltiplo de  $\varepsilon_{tc}$ , em que  $\mu$  é um parâmetro que controla a taxa de "decaimento" das tensões de tração, considerado igual a 5 pelos autores.

#### 1.6. Previsão teórica de deslocamentos verticais

Antes de explorar o item da previsão teórica de deslocamentos verticais, cabe comentar que o que será abordado neste item refere-se unicamente ao comportamento para cargas de curta duração, uma vez que os efeitos de fluência têm efeito relevante no comportamento dos deslocamentos verticais ao longo do tempo. Entretanto, este assunto foge do escopo do presente trabalho.

De acordo com resistência dos materiais clássicas, a relação exata existente entre as curvaturas  $\kappa$  e os deslocamentos verticais  $\delta(x)$  para uma barra solicitada à flexão é expressa pela Equação (25):

$$\kappa = \frac{\frac{d^2 \delta(x)}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{d\delta(x)}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$
(25)

Considerando que os deslocamentos verticais devem ser, na prática, pequenos, tem-se que  $d\delta/dx \rightarrow 0$  e, portanto, a expressão pode ser aproximada pela apresentada na Equação (26):

$$\kappa = \frac{d^2 \delta(x)}{dx^2} \tag{26}$$

Donde se conclui que os deslocamentos podem ser obtidos pela resolução da equação diferencial na incógnita  $\delta(x)$ , a qual recai na dupla integração da expressão anterior, cujas condições de contorno decorrem das restrições de deslocamento da viga e do carregamento adotado.

Entretanto, ainda que a Equação (25) seja uma aproximação, ela é válida somente para elementos em que a rigidez flexional *EI* seja constante, o que não é o caso de elementos de concreto armado – quer com armadura tradicional, quer com armadura não-metálica.

Observando-se a relação momento *versus* curvatura para uma viga de concreto armado, distinguem-se, conforme Leonhardt e Monnig (1978), quatro regiões de rigidez, desde o início do carregamento até a ruptura do elemento:

- <u>1<sup>a</sup> Região</u>: Corresponde ao Estádio I, com rigidez (*EI*)<sub>I</sub> igual à rigidez da seção bruta, válida até o momento de fissuração ser atingido;
- <u>2<sup>a</sup> Região</u>: Corresponde ao estágio de formação de fissuras, com rigidez inferior à do Estádio I e cujo valor é de difícil caracterização analítica;
- <u>3ª Região</u>: Corresponde à configuração fissurada definitiva, com diagrama momento-curvatura aproximadamente retilíneo e rigidez aproximadamente variável, de valor (*EI*)<sub>II</sub>;
- <u>4<sup>a</sup> Região</u>: Corresponde ao Estádio III (se houver), de plastificação dos materiais, com rigidez (*EI*)<sub>III</sub>, variável.

Atente-se que a rigidez do Estádio II considerada por Leonhardt não é a rigidez correspondente ao Estádio II-puro,  $(EI)_{II,0}$ , mas sim a rigidez real do Estádio II levando em consideração a não linearidade do concreto, a fissuração e o efeito *tension stiffening*. Nesse sentido, aquele autor comenta que a rigidez do Estádio II-puro é considerado um valor limite, porque a rigidez real (pelos fenômenos anteriormente explicitados) será superior à do Estádio II-puro.

MacGregor e Wight (2009) sugerem, *a priori*, que os deslocamentos verticais sejam calculados através da integração do diagrama momento *versus* curvatura da viga, lembrando ainda que diferentes valores de rigidez sejam considerados.

Esta é a abordagem também adotada pelo Código Modelo (Bischoff, 2015; FIB, 2013; FIB, 1985). Os autores indicam que é importante levar em consideração no cômputo dos deslocamentos através de análise seccional não linear, incluindo os efeitos de fissuração do concreto, da colaboração do concreto funcionando à tração entre fissuras (efeito *tension stiffening*), sendo válido assumir que as seções permanecem planas após as deformações (hipótese de Bernoulli) e aderência perfeita entre os materiais.

Outras regulamentações de projeto, tais como o apresentado pela NBR 6118 (ABNT, 2023) e o ACI 440.1R (ACI, 2015) sugerem a adoção de uma rigidez média,

ou equivalente, que represente o efeito da não linearidade do concreto, da fissuração e da colaboração do concreto tracionado.

Nos itens que se seguem, estas diversas abordagens serão exploradas.

## 1.6.1. <u>Rigidez equivalente pela metodologia de Branson</u>

Em seu trabalho de 1965, Branson definiu a relação expressa pela Equação (27) para obtenção aproximada de uma inércia "fissurada" "equivalente" em função do nível de carregamento, do momento de fissuração e do momento de inércia bruto e fissurado:

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^a I_I + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^a\right] I_{II,0}$$
(27)

Na expressão,  $M_a$  refere-se ao momento fletor ao qual se deseja conhecer o momento de inércia equivalente,  $M_r$  é o momento de fissuração da seção,  $I_I$  e  $I_{II,0}$  a inércia da seção bruta e fissurada considerando o Estádio II-puro, respectivamente, e a é um expoente de ajuste que depende das condições de apoio e de carregamento.

Segundo Branson, o valor de *a* deve ser tomado igual a 4 para uma região de momento constante, e, para uma viga biapoiada, o autor sugere o valor de *a* igual a 3.

A Figura 17 ilustra o funcionamento do método de Branson. Na Figura 17a apresenta-se um diagrama momento *versus* curvatura indicando dois pontos de interesse, C1 e C2 ao passo que a Figura 17b indica a rigidez equivalente para estes dois pontos.

Note-se, ainda na Figura 17b, que pela metodologia de Branson, a rigidez é considerada constante para momentos inferiores ao momento de fissuração,  $M_{cr}$ , e igual à rigidez da seção bruta. A partir do momento de fissuração, a rigidez equivalente decresce, sendo a curva apresentada entre os pontos A e B a representação da Equação (27). O início do Estádio III corresponde ao ponto B no gráfico, em que a inércia é igual à inércia fissurada da seção.



Figura 17 – Rigidez equivalente de Branson

Fonte: MacGregor e Wight (2009).

Cabe aqui o comentário de que o trabalho original de Branson propôs a relação apresentada na Equação (27) e especialmente os valores a adotar para o expoente *a* levando em consideração a calibração através de resultados experimentais em vigas biapoiadas e contínuas ensaiadas pelo autor, apresentadas na Figura 18. No caso de seu trabalho original, esta calibração se deu através da análise de quatro modelos, sendo dois biapoiados, um deles contendo taxa geométrica de armadura de 0,69% e o outro com 2,07% e dois contínuos, também um contendo uma taxa de 0,69% e outro com 2,07%.

Os modelos ensaiados possuíam uma relação entre a inércia bruta e a fissurada da ordem de 2,2. Conforme Branson (1977, apud BISCHOFF 2005), um estudo paramétrico foi realizado, levando em consideração modelos com relação entre inércia bruta e fissurada da ordem de 1,5 a 4,0.

Por isto, o modelo proposto por Branson produz razoáveis resultados para vigas com percentuais típicos de armadura de aço (BISCHOFF, 2005), sendo este modelo também adotado pela NBR 6118 (ABNT, 2023).

Entretanto, a proposta de Branson não se adapta para o concreto com armadura não metálica porque a diferença entre a inércia bruta da seção e a inércia fissurada é muito maior, devido ao baixo módulo de elasticidade apresentado pela armadura de FRP. Portanto, os resultados produzidos por esta metodologia tendem a subestimar os deslocamentos, uma vez que se considera uma rigidez muito maior que a real para o elemento estrutural.



# Figura 18 – Modelos experimentais ensaiados por Branson

Fonte: Branson (1965).

## 1.6.2. Prescrição do relatório ACI 440

O relatório ACI 440 (ACI, 2015) refere-se sempre às especificações do ACI 318 (ACI, 2014) para suas prescrições, adaptando a regulamentação para as propriedades intrínsecas das barras de FRP. No caso de deslocamentos verticais, refere-se aos dois métodos apresentados pelo ACI 318 que são o <u>método indireto</u>, que prescreve uma espessura mínima para o elemento estrutural e o <u>método direto</u>, que calcula e limita os deslocamentos verticais máximos.

Por esses motivos, o ACI 440 recomenda a utilização do método direto, ou seja, de cálculo dos deslocamentos verticais, em detrimento ao método indireto, devendo esse último ser utilizado apenas para determinação inicial de características geométricas dos elementos armados com FRP.

Ainda assim, o método direto proposto por esta regulamentação baseia-se na formulação original de Branson, ou seja, propondo a utilização de análise elástica e

utilização de inércia equivalente, que leva em consideração os diferentes níveis de fissuração do elemento ao longo de seu comprimento.

Para a determinação da inércia fissurada, utiliza a consideração da resistência dos materiais clássicas, da qual se derivam as Equações (28) e (29)

$$I_{cr} = \frac{bd^3}{3}k^3 + n_f A_f d^2 (1-k)^2$$
(28)

$$k = \sqrt{2\rho_f n_f + \left(\rho_f n_f\right)^2} - \rho_f n_f \tag{29}$$

Sendo  $n_f$  a relação entre os módulos de elasticidade da armadura e do concreto.

Para a determinação da inércia equivalente, o ACI propõe a metodologia de Bischoff, que será apresentada no item 1.6.3.

#### 1.6.3. Proposta de Bischoff e Gross

Baseados em estudos anteriores, Bischoff e Gross (2011) apontaram as deficiências e limitações da proposição de Branson para determinação de uma inércia equivalente, especialmente para elementos tais como lajes com baixa taxa geométrica de armadura, paredes de concreto e vigas e lajes com armadura não metálica, já que a expressão de Branson possui um caráter empírico, não sendo válida para qualquer condição de contorno (taxa de armadura, relação entre módulos de elasticidade, distribuição de carregamento, apoios, etc).

Nesse aspecto, citam os autores as questões pertinentes à utilização de um momento de inércia equivalente constante para todo o elemento estrutural, em contraponto da integração ao longo comprimento do elemento, tida como uma abordagem mais racional e que, utilizando-se a rigidez "correta" para cada seção, obtém-se uma solução teoricamente correta, a despeito do maior esforço de cálculo envolvido.

No estudo, os autores determinam os deslocamentos máximos de vigas para diferentes condições de apoio e de carregamento, baseados na aplicação do teorema dos trabalhos virtuais cujo produto, parametrizando-se o comprimento da viga, valor do carregamento e disposição das cargas, resulta em uma inércia equivalente para pronta utilização, como se verá a seguir. Os autores partem da premissa básica da determinação dos deslocamentos pelo princípio dos trabalhos virtuais, considerando inicialmente a inércia bruta ( $I_g$ ) da seção:

$$\Delta = \delta(x)_{\text{máx}} = \int_0^L \overline{M(x)} \left[ \frac{M(x)}{E_c I_g} \right] dx$$
(30)

Em que  $E_c$  é o módulo de elasticidade do concreto, M(x) é a função que define a distribuição de momentos fletores devido ao carregamento e  $\overline{M(x)}$  é a função que define a distribuição de momentos fletores devido à aplicação de uma carga unitária (virtual) no ponto em que se deseja determinar o deslocamento vertical.

As diferentes abordagens existentes na determinação teórica dos deslocamentos verticais dependem da forma do diagrama de curvaturas ao longo do comprimento, o qual é, por sua vez, afetado pelas condições de apoio e de carregamento, da razão entre a inércia pura e a fissurada (Estádio II-puro), e, também, a relação entre o momento atuante,  $M_a$  e o momento de fissuração,  $M_{cr}$ , além do efeito *tension-stiffening*.

Na Figura 19 apresenta-se, qualitativamente, a variação das curvaturas (eixo das ordenadas,  $\kappa = M/EI$ ) ao longo comprimento de uma viga (eixo das abscissas, x/L) armada com GFRP e sujeita a uma carga concentrada no meio do vão.





Fonte: Bischoff e Gross (2011)

Na figura, a linha cheia representa a variação da curvatura considerando uma inércia equivalente constante; a linha tipo "traço-ponto" representa a variação considerando um momento de inércia equivalente e variável de acordo com a posição e a linha tracejada, a utilização de um modelo que não considera o fenômeno *tension stiffening*. Neste caso, as curvaturas teóricas encontradas são muito grandes.

Ainda na mesma figura, observa-se a diferença, na área hachurada, entre a consideração da abordagem da inércia equivalente constante e outra variável para a viga. A área sob o diagrama de curvatura na região fissurada próxima ao meio do vão obviamente possui uma maior influência na deformação do que a área da região não fissurada, próxima aos apoios.

Portanto, espera-se que qualquer mudança na rigidez do elemento dentro da região fissurada tenha maior influência nos valores computados de deslocamento vertical do que as ocorridas em regiões não fissuradas.

Considerando estes parâmetros e, inicialmente, sem a consideração da fissuração do concreto, pode ser obtida uma função – derivada da resistência dos materiais – para contabilizar o deslocamento elástico da viga, Equação (31).

$$\Delta_{\rm g} = f(E, I) \tag{31}$$

Note-se que a Equação (31) é uma expressão genérica que depende das condições e apoio e carregamento – por exemplo, para uma viga biapoiada com carregamento uniformemente distribuído q, tem-se que  $\Delta_g = 5 \cdot q \cdot \ell^4 / (384 EI)$ .

Por outro lado, um deslocamento adicional ( $\delta \Delta_{cr}$ ) ocorre nas porções fissuradas do elemento, devido à mudança na curvatura ( $\delta \kappa$ ) relativa à curvatura das regiões não fissuradas, dada por:

$$\delta\kappa = \delta \frac{M}{EI} = \frac{M(x)}{E_c I_e(x)} - \frac{M(x)}{E_c I_g}$$
(32)

A Equação (32) apresenta o termo  $I_e(x)$ , uma inércia equivalente, porém variável de acordo com a posição x de análise, dado por:

$$I_e(x) = \frac{I_{cr}}{1 - \eta (M_{cr}/M_a(x))^2} \le I_g$$
Sendo:
(33)

$$\eta = 1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \tag{34}$$

Combinando-se as expressões acima tem-se:

$$\delta\kappa = \frac{\eta M(x)}{E_c I_{cr}} \{ 1 - [M_{cr}/M(x)]^2 \}$$
(35)

Integrando-se essa variação de curvatura somente ao longo da região fissurada, obtém-se um deslocamento extra ℤΔ<sub>ℤℤ</sub>, cujo resultado vai depender das condições de apoio, do nível de carregamento e também do comprimento da porção fissurada do elemento estrutural. Dessa forma, determina-se o deslocamento vertical total imediato para a viga:

$$\Delta = \Delta_g + \delta \Delta_{cr} \tag{36}$$

Finalmente, conjugando a Equação (36) com a Equação (31), pode-se obter um valor para o momento de inércia equivalente -  $I'_e$  - que seja válido e único para todas as porções da viga, mas que seja <u>específico</u> para as condições de apoio e carregamento existentes.

Obtêm-se, então, equações na forma:

$$I'_{e} = \frac{I_{cr}}{\left[1 - \gamma \eta \left(\frac{M_{cr}}{M_{a}}\right)^{2}\right]} \le I_{g}$$
(37)

Com  $\eta$  de acordo com a Equação (34) e as condições de apoio e de carregamento representadas pelo coeficiente  $\gamma$ , cujo processo de obtenção dado pelo algoritmo acima exposto conduz aos seguintes valores, apresentados na Tabela 5.
Caso	2	? <sub>?</sub> (?)	2
$\begin{array}{c c} & & & P \\ & & & & \\ \hline & & & & \\ & & & & L/2 \end{array}$	$\Delta = \frac{PL^3}{48E_c I'_e}$	$M_a = \frac{PL}{4}$	$\gamma = 3 - 2\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)$
$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $	$\Delta = \frac{23PL^3}{1296E_c I'_e}$	$M_a = \frac{PL}{6}$	$\gamma = 1,7 - 0,7 \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)$
$\begin{array}{c c} & & & & & \\ & & & & \\ \hline \\ & & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ \end{array}$	$\Delta = \frac{PL^3}{48E_c I'_e \left[3\left(\frac{a}{L}\right) - 4\left(\frac{a}{L}\right)^3\right]}$	$M_a = \frac{Pa}{2}$	$\gamma = \frac{3\left(\frac{a}{L}\right) - 4\xi\left(\frac{a}{L}\right)^3}{3\left(\frac{a}{L}\right) - 4\left(\frac{a}{L}\right)^3}$ $\xi = 4\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right) - 3$
	$\Delta = \frac{5wL^4}{384E_c I'_e}$	$M_a = \frac{wL^2}{8}$	$\gamma \cong 1,72 - 0,72 \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)$
	$\Delta = \frac{PL^3}{3E_c I'_e}$	$M_a = PL$	$\gamma = 3 - 2\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)$
	$\Delta = \frac{wL^4}{8E_c I'_e}$	$M_a = \frac{wL^2}{2}$	$\gamma = 1 - 2\ln\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)$

Tabela 5 – Valores de  $\Delta$  e dos coeficientes  $\gamma$  para uso da metodologia de Bischoff e Gross

Fonte: adaptado de Bischoff e Gross (2011)

Deve-se observar que o momento de inércia equivalente apresentado na Equação (37) leva em consideração de fato, segundo os autores, a variação da rigidez ao longo do comprimento do elemento estrutural.

Os autores validaram suas equações e as compararam com as previsões das normas americanas ACI 318 (versão 2008) e ACI 440 (versão 2006) e com a norma canadense CSA S806 (versão 2002) através dos resultados experimentais de 106 pontos de carga-deslocamento vertical compilados de 11 estudos que envolveram armaduras em CFRP e GFRP e cuja taxa geométrica variou entre 0,29 e 4,04%.

O momento de fissuração mostrou-se um dado importante no cômputo dos deslocamentos e, já que segundo os pesquisadores, o valor teórico para esta característica da seção é inferior ao observado na prática, os autores adotaram o valor experimental obtido nesses ensaios. Consideraram ainda um patamar de serviço da ordem de 1/3 da carga última das vigas, o que admitiram como sendo representativo para elementos armados com FRP por questão da maior capacidade de deformação devido à menor rigidez longitudinal do material.

### 1.6.4. Nota sobre as considerações do ACI 318:2019

A revisão de 2019 do código ACI 318<sup>10</sup> (ACI, 2019) pela primeira vez não adotou mais a formulação de Branson para estimativa da inércia equivalente, preferindo a metodologia de Bischoff, contudo, considerando uma mudança, de acordo com as Equações (38) e (39):

$$I_e = I_g; \qquad \qquad M_a \le (2/3)M_{cr} \tag{38}$$

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \left(\frac{(2/3)M_{cr}}{M_a}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g}\right)}; \qquad M_a > (2/3)M_{cr}$$
(39)

Nestas expressões, a norma ACI refere-se a um limite de (2/3) do valor de  $M_{cr}$  devido ao efeito que os apoios podem ter na redução do momento de fissuração efetivo, como também para levar em consideração bem como uma possível redução da resistência à tração do concreto durante o processo construtivo, que pode levar a fissuração que pode afetar os deslocamentos verticais em serviço.

## 1.7. Ductilidade e métodos energéticos

A ductilidade, do ponto de vista do material, quantifica a deformação plástica sofrida por um determinado elemento até sua ruptura (CALLISTER JR., 2002). Um material que apresenta pouca ou nenhuma deformação plástica é denominado frágil.

A mesma definição pode ser estendida a materiais compósitos e elementos estruturais, sendo, portanto, a capacidade de desenvolver grandes deformações sob aumentos desprezíveis ou muito pequenos de carregamento (COHN, 1986).

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> ACI 318-19: Building Code Requirements for Structural Concrete

De fato, a ductilidade – ou a capacidade de deformação plástica – é um requisito básico para diversas abordagens de dimensionamento de estruturas de concreto (FIB, 1998). A norma NBR 6118 (ABNT, 2023), por exemplo, admite para o dimensionamento no estado-limite último que os elementos sejam avaliados através de análise linear, "desde que se garanta uma ductilidade mínima às peças".

Nesse sentido, o Boletim 242 do CEB<sup>11</sup> (FIB, 1998) enumera as seguintes razões pelas quais a capacidade de deformação plástica de um elemento de concreto armado é indispensável:

- Aviso antes da ruptura, tanto para elementos estaticamente determinados como para elementos hiperestáticos, através do surgimento de grandes deslocamentos;
- Análise elástica linear (sem consideração da redistribuição de esforços, considerando a seção não fissurada), que demanda certa capacidade de rotação uma vez que a distribuição real de momentos difere daquela considerada para a análise elástica, devido à fissuração do concreto e consequente mudança de rigidez entre as porções da estrutura ou elemento;
- Análise linear elástica com redistribuição de momentos, que requer uma capacidade de rotação para grau de redistribuição almejado;
- Análise elasto-plástica, baseada na hipótese de plasticidade indefinida do elemento;
- Métodos de equilíbrio, que são apenas válidos se a compatibilidade de deslocamentos puder ser obtida (modelos de treliça, bielas e tirantes);
- Resistência contra deformações impostas, que requerem adaptabilidade plástica da estrutura;
- Capacidade de lidar com impactos locais não previstos, devidos a cargas excepcionais, sem colapso;
- Redistribuição de esforços internos em estruturas hiperestáticas sob ataque de fogo;
- Dissipação de energia sob carregamento cíclico

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> CEB-FIB Bulletin 242: Ductility of Reinforced Concrete Structures: synthesis report and individual contributions (1998)

No concreto armado tradicional, o aço é responsável pelo comportamento dúctil das seções, já que este material escoa, garantindo o comportamento plástico desejado. O concreto, embora tenha comportamento também plástico, possui limitada capacidade de deformação. Por isto, as regulamentações de projeto de concreto com aço recomendam que em elementos solicitados predominantemente à flexão a ruptura se dê de tal forma que a armadura tracionada esteja em escoamento e com certa deformação para permitir a criação de rótulas plásticas, se necessário.

Naaman *et al.* (1986) descrevem ainda que a ductilidade do elemento estrutural pode ser caracterizada de diversas maneiras, sendo geralmente descrita como a razão entre a deformação medida no E.L.U e aquela correspondente ao escoamento do aço, o que pode ser escrito em termos de deslocamentos ( $\Delta$ ), rotações ( $\theta$ ) ou curvaturas ( $\phi$ ), dando origem às seguintes expressões:

$$\mu_{\Delta} = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} \tag{40}$$

$$\mu_{\theta} = \frac{\theta_u}{\theta_y} \tag{41}$$

$$\mu_{\phi} = \frac{\theta_{\phi}}{\theta_{\phi}} \tag{42}$$

Sendo:

~

$\mu_{\Delta},  \mu_{ heta},  \mu_{\phi}$	Índices de ductilidade para deslocamento vertical, rotação e cur-
	vatura
$\Delta_u$ , $ heta_u$ , $\phi_u$	Deslocamento vertical, rotação e curvatura relativos ao momento
	último
$\Delta_y$ , $\theta_y$ , $\phi_y$	Deslocamento vertical, rotação e curvatura relativos ao escoa-
	mento da armadura

Em relação a estes índices, os autores pontuam ainda que os principais fatores que influenciam a ductilidade estrutural são:

- Taxa de armadura de tração;
- Confinamento do concreto através de armadura transversal
- Existência e taxa de armadura de compressão;
- Comportamento mecânico / elastoplástico do concreto, relativo à resistência à compressão;
- Resistência à tração e comportamento mecânico da armadura;
- Geometria da seção, espessura de cobrimento, e capacidade de deformação plástica da armadura.

Entretanto, a armadura não metálica tem comportamento linear e elástico até a ruptura. Assim, as definições convencionais de cálculo do índice de ductilidade que se baseiam no escoamento do material mostram-se inadequadas para avaliar a ductilidade em vigas armadas com FRP.

Inicialmente, a literatura técnica referia que a ocorrência de grandes deformações em vigas armadas ou protendidas com FRP seria um indicativo de que os requisitos de ductilidade para vigas teriam sido obtidos (NAAMAN e JEONG, 1995). Contudo, sabe-se que na verdade as grandes deformações que ocorrem são devidas ao baixo módulo de elasticidade das armaduras, e não a um comportamento "plástico", inexistente neste tipo de material.

Assim sendo, faz-se necessário estabelecer maneiras alternativas para quantificar a ductilidade de vigas armadas com armaduras não metálicas. Na literatura técnica, duas são as principais abordagem utilizadas: a proposta por Naaman e Jeong (1995) e a proposta por Jaeger (1997).

A seguir, estas propostas são examinadas.

## 1.7.1. Proposta de Naaman e Jeong (1995)

A proposta destes autores foi concebida inicialmente para investigar a ductilidade de vigas de concreto protendidas com armaduras não metálicas, entretanto, a proposição é igualmente útil para o cômputo de ductilidade de vigas armadas. Em seu artigo, Naaman e Jeong apresentam um método de avaliação da ductilidade baseado nas energias elástica (isto é, aquela liberada durante a ruptura) e a inelástica (consumida antes da ruptura).

Para sua aplicação, devem ser obtidas as energias total e elástica. A energia total é obtida de acordo com a Equação (43), a qual é mais facilmente compreendida pela integração gráfica a partir do diagrama carga *versus* deslocamento, como apresentado esquematicamente na Figura 20.

$$E_{tot} = \int_{\delta=0}^{\delta=\delta_u} P(\delta) \, d\delta \tag{43}$$

Figura 20 – Definição do índice de ductilidade de Naaman e Jeong



Fonte: adaptado de Naaman e Jeong (1995)

A energia elástica, aquela liberada durante a ruptura é considerada como sendo a área hachurada no gráfico da Figura 20, em que a inclinação *S* corresponde à trajetória de descarregamento da viga, num ensaio cíclico.

Caso a curva de descarregamento não possa ser obtida, os autores sugerem a expressão apresentada na Equação (44) para determinação da inclinação *S*:

$$S = \frac{P1 \cdot S1 + (P2 - P1) \cdot S2}{P2}$$
(44)

Finalmente, o índice de ductilidade de Naaman e Jeong é computado conforme apresentado na Equação (45).

$$\mu = \frac{1}{2} \left( \frac{E_{tot}}{E_{el}} + 1 \right) \tag{45}$$

A título exemplificativo, a Figura 21 apresenta curvas de carregamento e descarregamento experimentais, do estudo de Wang e Belarbi (2011).

# Figura 21 – Curvas de carregamento e descarregamento



Fonte: Wang e Belarbi (2011).

### 1.7.2. Proposta de Jaeger et al. (1997)

Por outro lado, um outro tipo de proposição foi feito por Jaeger *et al.* (1995). Estes autores partiram da abordagem relacionada à deformação, sendo a ductilidade reflexo da margem de deformabilidade entre a deformação no E.L.U. e a deformação para o E.L.S. de deformação excessiva.

Definem-se três coeficientes para aplicação do método:  $C_s$ , coeficiente de resistência;  $C_d$ , coeficiente de deslocamento e  $C_c$ , coeficiente de curvatura, da seguinte forma:

$$C_s = \frac{M_u}{M_{\varepsilon_c=0,001}} \tag{46}$$

$$C_c = \frac{\kappa_u}{\kappa_{\varepsilon_c=0,001}} \tag{47}$$

$$C_d = \frac{\delta_u}{\delta_{\varepsilon_c = 0,001}} \tag{48}$$

A partir destes coeficientes, calcula-se o índice de ductilidade de Jaeger *et al.* Este índice pode ser computado com base nos deslocamentos, Equação (49) ou com base nas curvaturas, Equação (50).

$$\mu_E = C_s \times C_d \tag{49}$$

$$\mu_E = C_s \times C_c \tag{50}$$

#### 1.7.3. <u>Comentários sobre os índices de ductilidade propostos</u>

Estudos experimentais com vigas de concreto armadas com FRP calcularam os índices de ductilidade pelos métodos de Naaman e Jeong e por Jaeger *et al*. Wang e Belarbi (2011) comentam que os índices calculados pelos dois métodos resultam em diferentes valores, sendo que o efeito de adição de fibras dispersas no concreto mostra-se mais pronunciado quando o índice é calculado através da proposição de Jaeger.

Carvalho (2021), por sua vez, estudou modelos reduzidos de vigas subarmadas, superarmadas, isostáticas e hiperestáticas de concreto com armadura de GFRP e adição de fibras ao concreto ou confinamento através de estribos, analisando, posteriormente, os índices de ductilidade segundo as propostas anteriormente comentadas. Segundo este autor, a proposta de Naaman e Jeong é satisfatória para análise de vigas superarmadas ao passo que no caso de vigas subarmadas, a proposição não apresentou bom resultado, uma vez que se observou diferença entre a energia elástica real absorvida e a utilizada segundo a proposta dos autores.

Por outro lado, para vigas superarmadas com adição de fibra, a proposta de Jaeger *et al*. com o cálculo feito através das deformações se mostrou melhor para análise deste tipo de viga.

## 1.8. Redistribuição de momentos

O termo "redistribuição de momentos" identifica a diferença entre os momentos efetivamente atuantes (M) em uma seção e aqueles calculados através da teoria linear elástica ( $M_e$ ).

A Equação (74), adaptada de Cohn (1986), serve para quantificar o percentual de momento redistribuído:

$$M_R = \frac{M_{exp}}{M_{el}} - 1 \tag{51}$$

De acordo com este autor, que estudou o fenômeno para vigas armadas / protendidas com aço, certa quantidade de redistribuição acontece após a fissuração mas antes da plastificação dos materiais, no Estádio II, portanto, e ocorre devido à degradação da rigidez do elemento com o aumento progressivo da fissuração.

A redistribuição inelástica de momentos, entretanto, ocorre no Estádio III, devido à plastificação dos materiais (em particular, o escoamento do aço) e pode ser considerada tanto em relação ao momento elástico ou ao momento ao final do Estádio II.

Quando o elemento tem capacidade de deformação plástica, ou, em outros termos, quando o elemento possui comportamento dúctil, grandes rotações plásticas podem se desenvolver até que outra seção crítica atinja sua resistência à flexão. Neste caso, é dito que ocorre um mecanismo de colapso e a redistribuição total de momentos ocorre (COHN, 1986).

Em vigas hiperestáticas de concreto armado com aço, normalmente a redistribuição de momentos é caracterizada pela formação de mecanismos, isto é, através de deformações plásticas e criação, consequentemente, de rótulas plásticas. A NBR 6118 (ABNT, 2023), inclusive limita a profundidade da linha neutra em estruturas deste tipo, para garantir a ductilidade em vigas, ou, em outras palavras, a redistribuição de momentos se eventualmente necessário, além de fornecer critérios para verificação explícita de rótulas plásticas. A Figura 22 apresenta o aspecto, na ruptura, de uma viga hiperestática de concreto armada com aço. Existe simetria da fissuração neste caso específico. Figura 22 – Configuração na ruptura de viga hiperestática de concreto armado, com cargas concentradas no meio dos vãos.



Fonte: Leonhardt (1978)

A redistribuição de esforços pode ocasionar menor aproveitamento da armadura de flexão no apoio, havendo possibilidade de ruptura por cisalhamento nos apoios (LEONHARDT, 1978), ainda que, por outro lado, evidencie-se a capacidade de "transferir forças de zonas altamente solicitadas para zonas menos solicitadas, possuindo [as estruturas hiperestáticas], por isso, reservas de capacidade resistente".

Para uma viga com três apoios, dois vãos de comprimento *l*, solicitada simetricamente por duas cargas P no meio de cada um dos vãos, a Figura 23 apresenta as reações de apoio e os momentos fletores máximos no vão e no apoio, considerando uma análise elástica do problema.

Figura 23 – Distribuição de momentos elásticos para uma viga hiperestática de dois vãos de comprimento *l*, carregadas simetricamente por uma carga P



Fonte: O autor (2024)

Caso o elemento estrutural seja de um material com comportamento dúctil, no limite da análise elástica haverá a formação de uma rótula plástica no apoio central (maior momento fletor em módulo), que plastificará, localmente a seção. Caso a carga *P* continue sendo aumentada, os momentos nas demais seções também aumentarão, enquanto o apoio sofrerá deformação plástica. Quando em uma seção crítica (meio do vão) seja atingida a resistência à flexão daquela seção, ocorrerá a ruptura do elemento.

Neste caso, a carga resistente do elemento será baseada neste mecanismo, que considera a formação da rótula plástica no apoio central, e será igual a:

$$P_u = \frac{2}{\ell} \left( M_{R,v\bar{a}o} + 2M_{R,apoio} \right)$$
(52)

Em que  $M_{R,vao}$  é a resistência à flexão da seção do vão e  $M_{R,apoio}$  a resistência à flexão no apoio central.

Por outro lado, para um elemento confeccionado com material frágil, a ruptura se dará quando no meio do vão ou no apoio ocorram momentos fletores que levem localmente a seção à ruína, ou seja, para a geometria da Figura 23, a carga última neste caso será  $P_u$ , o menor valor entre  $P_{vão}$  (carga de ruptura da seção do vão) e  $P_{apoio}$  (carga de ruptura da seção do apoio), tal que:

$$P_u = \min(P_{v\tilde{a}o}; P_{apoio})$$
(53)

$$P_{\nu\tilde{a}o} = \frac{16}{5} \cdot \frac{M_{R,\nu\tilde{a}o}}{\ell}$$
(54)

$$P_{apoio} = \frac{16}{3} \cdot \frac{M_{R,apoio}}{\ell}$$
(55)

Para este tipo de elemento, nenhuma redistribuição de momentos é possível.

O caso intermediário se dá quando há a probabilidade de ocorrer redistribuição de momentos limitada, para o qual Kara e Ashour (2013) denominam como "elemento semi-dúctil", cuja redistribuição dependerá da relação momento-curvatura dos materiais. Para o concreto armado com armadura não metálica, entretanto, a ductilidade é limitada, uma vez que a armadura tem comportamento frágil e o concreto baixa capacidade de deformação plástica, ainda que confinado. Desta maneira, não se deve esperar, *a priori*, a formação de mecanismos. De toda forma, a redistribuição de momentos acontece pela grande variação de rigidez que acontece entre os Estádios I e II devido ao baixo módulo de elasticidade da armadura.

Naturalmente, para favorecer a ocorrência da redistribuição de momentos, as taxas de armadura superior e inferior devem ser cautelosamente estudadas, a exemplo do trabalho de Basa (2020), que também serviu como base para o presente trabalho.

Diversos autores (GRACE, 1998; EL MOGY *et al*, 2011; ELCHALAKANI *e* MA, 2017) fizeram ensaios com vigas inteiramente armadas com armadura não metálica, observando experimentalmente a redistribuição de esforços, ainda que devido à diferença de rigidez entre as diversas seções das vigas estudadas.

A análise de dados experimentais de outros autores levada a cabo por Kara e Ashour (2013) demonstrou que o comportamento de vigas superarmadas sejam com armadura não metálica ou com aço é parecido: a ruptura ocorre de maneira frágil. Contudo, devido às características mecânicas da armadura de FRP, as vigas armadas com este material apresentam maiores curvaturas no instante da ruptura.

Além disto, os autores confirmaram também, no caso das vigas com armadura não metálica, a diferença de rigidez no Estádio II ocasionada pela fissuração do concreto é o que leva à ocorrência da redistribuição de momentos, sem a formação de rótulas plásticas.

### 1.9. Estudos anteriores de vigas totalmente armadas com barras de FRP

A revisão da literatura indicou que são poucos os estudos experimentais com vigas armadas longitudinal e transversalmente com barras de FRP. Além disso, muitos trabalhos avaliaram o comportamento de vigas armadas longitudinalmente com barras de FRP, mas com estribos de aço, o que invalida a hipótese de proteção à corrosão do elemento estrutural, bem como deixa de avaliar os efeitos dos estribos de FRP no comportamento da viga.

## 1.9.1. Comportamento geral

Grace *et al.* (1998) conduziram um estudo experimental pioneiro a respeito do comportamento de vigas simplesmente apoiadas e contínuas de concreto armadas com FRP. Utilizaram armaduras de aço (controle), fibras de carbono e fibras de vidro, em diversas combinações.

Os autores observaram que o digrama carga *versus* deslocamento vertical é dependente do tipo de armadura e que barras ou estribos de FRP levaram aos maiores deslocamentos verticais, devido ao baixo módulo de elasticidade destes materiais, comprometendo sobremaneira o comportamento em serviço. Assim, os autores concluíram que o projeto de vigas armadas com FRP deve ser comandado pelo Estado Limite de Serviço, isto é, para controlar os deslocamentos verticais, a quantidade de armaduras deve ser maior do que o necessário apenas para atender aos requisitos da capacidade de carga.

Determinaram a ductilidade das vigas armadas com FRP, a partir de uma modificação do método energético proposto por Jeong (1998) e propuseram a adoção de uma "taxa de energia", definida como a proporção entre energia inelástica e a energia total como uma maneira de medir a ductilidade, sendo: Taxa superior a 75% representa comportamento dúctil; entre 70 e 74%, comportamento semidúctil e para valores inferiores a 70%, comportamento frágil. Para a viga totalmente armada com GFRP. A ductilidade encontrada foi de 70%, comportamento semidúctil.

#### 1.9.2. Comportamento no ELU e modos de ruptura

Refere-se, na literatura, a um comportamento "clássico" de ruptura para elementos estruturais hiperestáticos com barras de FRP, em que a falha estrutural envolve ruptura com participação de cisalhamento. Grace *et al* (1998) observou este comportamento nas vigas com armadura longitudinal de GFRP e estribos de aço ou de GFRP e ainda concluiu que a utilização de estribos de GFRP aumenta as deformações por cisalhamento e que o efeito de pino é crítico em vigas contínuas armadas com FRP.

Mostofinejad (1997) também observou, para vigas hiperestáticas superarmadas, a formação de fissuras de cisalhamento que levariam à ruptura seus modelos experimentais. Entretanto, para garantir que a ruptura se desse for flexão, este pesquisador promoveu reforços externos aos modelos durante o carregamento. Além disso, este autor observou que vigas contínuas superarmadas apresentam significativas deformações antes da ruptura, o que foi considerado como uma forma distinta de ductilidade.

O estudo de vigas de concreto armadas com barras de CFRP, GFRP e BFRP realizado por Shamass *et al.* (2022), ainda que tenha dimensionado modelos estruturais para ruptura à flexão, encontrou combinação de flexão e cisalhamento no momento da ruptura, com propagação de fissuras na diagonal. A ruptura precede de grandes deformações, mas o padrão de fissuração é semelhante ao das vigas armadas com aço.

Estes pesquisadores, ao analisar diferentes tipos de armadura concluíram também que vigas armadas com barras de GFRP ou BFRP são menos rígidas após a formação das primeiras fissuras em comparação àquelas armadas com CFRP, devido ao maior módulo de elasticidade deste último material. Além disto, vigas com CFRP exibem capacidade de carga ligeiramente superior às de GFRP e BFRP.

Os autores testaram quatro vigas contínuas com diferentes taxas de armaduras longitudinais. As barras foram revestidas com jato de areia e os estribos eram espaçados em intervalos de 100mm ao longo do comprimento da viga.

Nas vigas superarmadas a ruptura caracterizou-se pelo do esmagamento do concreto em combinação com uma fissura de cisalhamento diagonal em um dos lados do apoio interno, enquanto em uma viga normalmente armada a ruptura deu-se pelo esmagamento do concreto em combinação com uma fissura de cisalhamento diagonal no ponto de aplicação da carga, no meio do vão.

Todas as barras longitudinais de BFRP (em tração ou compressão) romperam, não havendo ruptura de estribos. Na condição de ruptura, a inclinação das fissuras diagonais próximas ao apoio interno foi maior do que aquelas formadas na região intermediária. A ruptura foi frágil, resultando em uma queda repentina da capacidade de carga

Este comportamento "clássico", em que a ruptura envolve cisalhamento e flexão também foi verificada por Mahmoud *e* El-Salakawy (2016), cujo estudo envolveu o ensaio de seis vigas contínuas, totalmente armadas com GFRP, e por El-Mogy *et al*. (2011) cujo programa experimental também avaliou seis modelos hiperestáticos. Durante os testes das vigas, observaram que as primeiras fissuras foram sempre fissuras de flexão, verticais inicialmente na seção do apoio central e seguidas na seção do meio do vão. Isto está de acordo com a distribuição do momento fletor elástico em vigas contínuas, o que resulta em maior momento no apoio central em comparação com aquele do meio do vão. Novas fissuras continuaram a se formar e as existentes propagavam-se verticalmente em direção à zona de compressão até aproximadamente 50% da carga máxima, quando a taxa de formação de novas fissuras diminuiu significativamente com o aumento do carregamento.

Nesta fase, as fissuras existentes tornaram-se mais largas e profundas, depois tornaram-se inclinadas seguindo as trajetórias das tensões de compressão e levando ao esmagamento do concreto em compressão nas seções críticas e, finalmente, a ruptura por cisalhamento.

Ambas as seções críticas foram superarmadas, que foi o motivo do esmagamento do concreto ocorrer antes que a deformação última das barras de GFRP fosse alcançada. À medida que o carregamento aumentava, as grandes fissuras na região do apoio central propagavam-se diagonalmente em direção ao apoio. Depois que o concreto começou a esmagar a zona comprimida, todas as barras de GFRP romperam transversalmente nesta seção. Amplos avisos foram observados antes da ruptura, como esmagamento do concreto e grande aberturas de fissuras. Isto é atribuído ao modo de ruptura por compressão, que é relativamente mais dúctil do que o modo de ruptura pelo FRP.

Outros estudos citados por estes autores informaram que o comportamento ao cisalhamento de vigas simplesmente apoiadas e armadas com BFRP é afetado pelas taxas de armadura de flexão e de cisalhamento, pela relação  $\ell/d$ , pelo valor de altura útil e também pela resistência do concreto.

Basa et al. (2020) testaram vigas contínuas, com dois vãos de 1,850 m de comprimento, seção transversal retangular, submetidas a cargas concentradas no meio dos vãos até a ruína. Seis vigas foram armadas com barras longitudinais e transversais de GFRP (impregnadas com resina poliéster ou epóxi) e uma viga de controle armada em aço. Os principais parâmetros variados referem-se à taxa de armadura de GFRP e a relação entre as armaduras longitudinais no meio do vão e no apoio central. Os autores concluíram que todas as vigas contínuas armadas com GFRP romperam por compressão do concreto em combinação com cisalhamento, apresentando mais uma vez o comportamento "clássico", observado por todos os autores estudados.

# 1.9.3. Fissuração

Nos ensaios de El-Mogy *et al* (2011) foram testadas vigas superarmadas, variando-se os espaçamentos dos estribos. Os autores verificaram que o número de fissuras no apoio central das vigas com estribos mais apertados foi maior do que nas vigas com maior espaçamento, o que condiz com a teoria do concreto armado clássico (LEONHARDT, 1978). Os autores verificaram ainda que a abertura das fissuras de flexão é controlada pela taxa de armadura longitudinal nas seções críticas. Esta observação de mais fissuras com larguras comparáveis, além do aumento do confinamento e maior ductilidade do concreto sugerem que menores espaçamentos aumentam a capacidade de rotação da viga e permitem maior rotação no apoio central.

Nos ensaios de Basa *et al.* (2020) em vigas com armadura GFRP, as primeiras fissuras no meio do vão e no apoio intermediário foram verticais e apareceram quase simultaneamente para cargas muito semelhantes. O surgimento de novas fissuras e a propagação das existentes só estabilizou para um patamar de carga correspondente a aproximadamente 60% da carga de ruptura. O espaçamento médio entre fissuras não correspondeu ao espaçamento entre estribos. Próximo à ruptura era visível o aspecto de longas fissuras muito inclinadas, tendendo à direção horizontal na zona de tração, o que implica, devido aos grandes deslocamentos verticais, deslizamento da armadura nesta região da viga.



Figura 24 – Modo de ruptura dos modelos experimentais

Fonte: Basa *et al*. (2020)

Basa *et al.* (2020) também observaram que o desenvolvimento das fissuras com o aumento do carregamento correspondeu diretamente à taxa de armadura adotada nas seções críticas; ou seja, quanto maior a taxa, maior o número de fissuras na seção.

Em maiores níveis de carga, as fissuras diagonais mais pronunciadas ocorreram no vão de cisalhamento interno e foram maiores do que na viga em aço. Isto indica um aumento das tensões cisalhantes nas vigas em GFRP, o que pode ser diretamente atribuído ao uso de estribos de GFRP, em vez de estribos de aço.

Quanto à abertura destas fissuras, os autores verificaram que a rigidez axial das barras de GFRP influem sobremaneira no desenvolvimento das aberturas de fissuras e que as maiores aberturas de fissuras não se devem apenas ao menor módulo de elasticidade da armadura de GFRP, mas também devido à baixa resistência de aderência desta armadura de GFRP ao concreto.

#### 1.9.4. <u>Deformações na armadura e no concreto</u>

El Mogy *et al.* (2011) verificaram que as deformações de compressão no concreto na ruptura atingiram ou excederam a deformação compressiva máxima de 0,0035 nas seções críticas, com exceção das vigas com estribos menos espaçados onde o concreto não atingiu a tensão de esmagamento, ou seja, não se obteve o confinamento suficiente na zona de compressão para suportar a alta tensão neste local. As deformações de tração medidas indicaram que a seção do apoio central, em todas as vigas ensaiadas, fissurou antes das seções de meio do vão, o que era esperado por causa do maior momento elástico neste apoio. A deformação medida na armadura superior da seção do apoio central foi cerca de 1,2 vezes maior do que na armadura inferior das seções do meio do vão, em todas as vigas reforçadas com FRP. Deformações máximas de tração nas barras de GFRP não atingiram o valor final, pois estas vigas foram superarmadas para ter ruptura pelo esmagamento do concreto. Observaram também uma série de fissuras horizontais ao nível da armadura de tração nas vigas armadas com GFRP, próximo à ruptura, à medida que sua resistência de aderência tenha sido alcançada.

Basa *et al.* (2020) referem que o valor das deformações nas armaduras das vigas em GFRP dependem da rigidez axial da armadura e da redistribuição de momentos alcançada. Por causa disso, menores deformações não corresponderam à maior quantidade de armadura e vice-versa. As diferenças das deformações nas armaduras de tração no apoio intermediário foram significativamente mais pronunciadas do que aquelas no meio vão.

Em relação às deformações no concreto, os autores observaram que. em determinadas seções críticas no meio do vão, foram alcançados valores de deformação no concreto comprimido de 3‰. Para algumas vigas, no apoio central, perceberam valores de deformações ligeiramente mais baixos porque em níveis de carga mais elevados, superiores a 70% da carga de ruptura, estas deformações começam a diminuir, o que pode ser explicado pelo surgimento das fissuras diagonais perto do local do extensômetro.

#### 1.9.5. Deslocamento vertical máximo

De modo geral, até a carga de fissuração todas as vigas apresentam comportamento linear. Após a fissuração, as curvas das vigas armadas com GFRP inclinamse, indicando significativa diminuição da rigidez da seção, devido ao baixo módulo de elasticidade do GFRP. Portanto, a rigidez axial da armadura no meio do vão é de crucial importância não só para a capacidade de carga, mas também para os deslocamentos verticais da viga. (BASA et *al.* 2020). O aumento da taxa de armadura transversal resulta em aumento da capacidade de carga e em menor deslocamento vertical (EL-MOGY *et al.* 2011).

Mostofinejad (1997) já informava que, mesmo para elementos hiperestáticos, os deslocamentos verticais eram muito grandes. Este autor observou ainda que vigas subarmadas apresentam maiores deslocamentos, vigas superarmadas menores deslocamentos e vigas superarmadas com confinamento ainda menores deslocamentos.

Grace (1998) concluiu que assim como nas vigas isostáticas, no caso de vigas contínuas, o uso de barras e estribos de FRP fazia com que os deslocamentos fossem grandes, em comparação à vigas armadas com aço.

#### 1.9.6. <u>Redistribuição de momentos</u>

Para determinação da redistribuição de momentos, por se tratar de modelos hiperestáticos, é fundamental monitorar as reações de apoio durante o ensaio (EL-MOGY *et al,* 2011). Nos estágios iniciais de carregamento, antes da fissuração do

concreto, as reações de apoio medidas e elásticas são muito próximas devido ao comportamento elástico linear do concreto e do FRP, segundo Mahmoud *e* El-Salakawy (2016), o que decorre de que, antes da fissuração, as deformações e tensões são baixas, o concreto resiste bem à tração e à compressão, com aproximadamente o mesmo módulo de elasticidade e armadura tem pouca relevância no comportamento global.

No estudo de El-Mogy, a taxa de armadura de flexão manteve-se a mesma em todas as vigas, variando apenas os espaçamentos das armaduras transversais. Observa-se no gráfico que todas as vigas sofreram algum tipo de redistribuição de momentos, pois a reação no apoio extremo foi superior à reação elástica. Desta forma, é possível calcular os momentos resistentes internos em cada seção, comparando-se o momento elástico esperado para a ruptura com o experimental. El-Mogy conseguiu uma redistribuição de momentos do apoio central para o meio do vão, sendo o valor da redistribuição tanto maior quanto menor o espaçamento dos estribos.





## Fonte: El-Mogy et al. (2011)

Este fenômeno também foi observado por Rahman e El-Salakawy (2016): a redução do espaçamento entre estribos possibilitou maior percentual de redistribuição de momentos.

Shamass et al. (2022) variaram a taxa de armadura longitudinal, mas mantiveram o mesmo espaçamento dos estribos ao longo das vigas ensaiadas. Verificaram que após a fissuração, a reação do apoio extremo, medida na viga com maior taxa de armadura de flexão no meio do vão, foi maior do que a reação elástica, indicando que parte da carga foi redistribuída da região do momento negativo (apoio interno) para as regiões de momento positivo (no meio de ambos os vãos), devido à maior rigidez do meio do vão. Por outro lado, deu-se o oposto na viga com menor taxa de armadura positiva de flexão no meio do vão, cuja reação medida no apoio foi menor do que a elástica, ou seja, a carga foi redistribuída do meio do vão para o apoio, dado o deta-lhamento contrário das armaduras. Nas vigas em que a rigidez axial da armadura de tração na região do momento positivo e na região de momento negativo foram seme-lhantes, as reações de apoio medidas mostraram-se muito próximas daquelas obtidas a partir da análise elástica. Os autores concluíram que vigas contínuas armadas com BFRP são capazes de redistribuir momentos fletores após fissuração do concreto, dependendo das taxas de armadura longitudinais adotadas.

Basa *et al.* (2018) testaram vigas com variadas taxas de armadura longitudinal de GFRP no meio do vão e no apoio central. Todas as vigas foram projetadas com taxas de armadura maior que a balanceada, de modo a garantir a sua ruptura por compressão do concreto. Para armadura de cisalhamento, foram adotados estribos em GFRP de 8mm de diâmetro e espaçamento de 60mm para o vão de cisalhamento interno e espaçamento de 120 mm para o vão de cisalhamento externo, a fim de evitar que as vigas rompessem por cisalhamento.

Resultados experimentais de Basa et al (2018) indicaram que vigas com armaduras longitudinal e transversal de GFRP foram capazes de redistribuir os momentos fletores no apoio interno sem causar redução na capacidade de carga das vigas. O grau de redistribuição de momento alcançado dependia da rigidez das seções críticas no vão médio e no apoio interior.

## 2. PROGRAMA EXPERIMENTAL

Este capítulo apresenta o programa experimental realizado no âmbito deste trabalho. Os experimentos realizados buscaram avaliar o comportamento mecânico de vigas inteiramente armadas<sup>12</sup> com barras de GFRP, compreendendo quatro campanhas de ensaio. A Figura 26 sintetiza, através de um fluxograma, o programa experimental realizado.

# 2.1. Materiais

Neste item serão apresentados os materiais utilizados para a pesquisa experimental, bem como suas características mecânicas.

## 2.1.1. Concreto estrutural – composição

Foi definida uma resistência nominal à compressão do concreto da ordem de 30 MPa, que foi seguida durante todas as campanhas experimentais, sendo a dosagem determinada através de método racional e experimental, conforme preconiza a NBR 12655<sup>13</sup> (ABNT, 2022).

O concreto foi obtido através da utilização de cimento comercial, agregados miúdo e graúdo e água. Nesta pesquisa não foram utilizados aditivos, uma vez que o fator a/c para a resistência e o abatimento de tronco de cone estabelecidos redunda-ram em concreto de boa consistência e fácil trabalhabilidade.

A intenção era manter uma resistência à compressão do concreto de aproximadamente 30 MPa para que não houvesse influência do cisalhamento na flexão.

## <u>Cimento</u>

Nos modelos experimentais confeccionados foram utilizados os cimentos tipo CPII-F32 da marca Mizu e CPIII-32-RS das marcas Mizu e Lafarge-Holcim.

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> Isto é: com armadura longitudinal (tração / compressão) e transversal (cisalhamento / confinamento)

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> ABNT NBR 12655 – Concreto de cimento Portland – Preparo, controle, recebimento e aceitação - Procedimento



Figura 26 – Fluxograma do programa experimental





Figura 26 – Fluxograma do programa experimental (continuação)

Fonte: O autor, 2023.

## Agregado miúdo

Foi utilizado agregado miúdo tipo areia, natural, proveniente de areal do Estado do Rio de Janeiro. Foram realizados os seguintes ensaios normatizados para caracterização deste agregado:

- a) Composição granulométrica, conforme a NBR 17054<sup>14</sup> (ABNT, 2022)
- b) Massa específica e absorção, conforme a NBR 16916<sup>15</sup> (ABNT, 2021)
- c) Umidade, conforme a NBR 9775<sup>16</sup> (ABNT, 2011)

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> ABNT NBR 17054 – Agregados – Determinação da composição granulométrica

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup> ABNT NBR 16916 – Agregado miúdo – Determinação da densidade e da absorção de água <sup>16</sup> ABNT NBR 9775 – Agregado miúdo – Determinação do teor de umidade superficial por meio do frasco de Chapman – Método de ensaio

A Tabela 6 e a Figura 27 apresentam a análise granulométrica do agregado miúdo, que redundou, utilizado para a segunda campanha, que redundou em um diâmetro máximo característico (DMC) igual a 4,75 mm e um Módulo de Finura de 2,67.

Já a Tabela 7 mostra o resultado do ensaio de massa específica do agregado miúdo, que apresentou massa específica na condição SSS de 2,68 g/cm<sup>3</sup> e absorção de 0,40%. Em relação à umidade, ela foi determinada e foi corrigido o teor de água para cada concretagem realizada.

Abertura	Amo	stra 1	Amo	stra 2	Variação Porcentagen		ens médias
da malha das penei-	Massa reti per	da em cada neira	Massa reti per	Massa retida em cada peneira		reti	das
ras	(g)	(%)	(g)	(%)	amostras	Em cada peneira	Acumu- Iada
9,5 mm	0,0	0,0%	0,0	0,0%	0,0%	0%	0%
6,3 mm	1,2	0,3%	4,7	0,8%	0,5%	1%	1%
4,75 mm	2,8	0,6%	6,5	1,2%	0,6%	1%	2%
2,36 mm	28,1	6,3%	36,1	6,4%	0,1%	6%	8%
1,18 mm	74,5	16,7%	88,4	15,7%	1,0%	16%	24%
600 µm	142,3	31,8%	175,7	31,2%	0,6%	31%	55%
300 µm	113,7	25,4%	160,8	28,6%	3,2%	27%	82%
150 µm	63,6	14,2%	72,5	12,9%	1,3%	13%	95%
Fundo	20,7	4,7%	18,5	3,2%	1,5%	5%	100%
Total	446,9	100,0%	563,2	100,0%			
	Massa inicial (g)	Perda	Massa inicial (g)	Perda			
	448,0	0,2%<0,3%	564,6	0,2%<0,3%			

Tabela 6 – Composição granulométrica do agregado miúdo

Fonte: O autor, 2019



Figura 27 – Curva granulométrica do agregado miúdo

Fonte: O autor, 2019

Tabela 7 –	Massa	específica	do	agregado	miúdo
	maooa	oopoomou	au	agrogado	maao

Grandeza	Expressão	Un.	Valor
Massa específica na condição SSS	$ ho_{sss} = rac{m_B}{V_{solidos}}$	(g/cm³)	2,68
Massa específica na condição seca	$\rho_s = \frac{m_A}{V_{sólidos}}$	(g/cm³)	2,67
Absorção	$A_{bs} = \frac{m_B - m_A}{m_A}$	(%)	0,40

Fonte: O autor, 2019

# Agregado graúdo

Foi utilizado agregado graúdo proveniente de pedra britada, com Zona Granulométrica 9,5/25 mm ("Brita 1"), e para sua caracterização foram realizados os seguintes ensaios normatizados:

- a) Composição granulométrica, conforme a NBR 17054 (ABNT, 2022)
- b) Massa específica e absorção, conforme a NBR 16917<sup>17</sup> (ABNT, 2021)
- c) Massa unitária e índice de vazios, conforme a NBR 16972<sup>18</sup> (ABNT, 2021)

A Tabela 8 e a Tabela 9 apresentam a massa específica e a massa unitária do agregado graúdo. Foi obtido o valor de 2,68 g/cm<sup>3</sup> para a massa específica e de 1,54

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup> ABNT NBR 16917 – Agregado miúdo – Determinação da densidade e da absorção de água

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> ABNT NBR 16972 – Agregados – Determinação da massa unitária e do índice de vazios

g/cm<sup>3</sup> para a massa unitária deste material. Já a Tabela 10 e a Figura 28 apresentam o resultado da análise granulométrica do agregado graúdo, revelando uma Dimensão Máxima Característica de 19 mm.

Tabela 8 – Massa específica do agregado graúdo

Grandeza	Expressão	Un.	Valor
Massa específica na condição SSS	$ \rho_{sss} = \frac{m_B}{V_{sólidos}} $	(g/cm³)	2,68
Massa específica na condição seca	$\rho_s = \frac{m_A}{V_{s \circ lidos}}$	(g/cm³)	2,68
Absorção	$A_{bs} = \frac{m_B - m_A}{m_A}$	(%)	0,00

Fonte: O autor, 2019

# Tabela 9 – Massa unitária do agregado graúdo

Grandeza	Expressão	Un.	Valor
Massa unitária	$p_{ap} = rac{m_{ar} - m_r}{V}$	(g/cm³)	1,54
Índice de vazios	$E_{v} = \frac{100[(d_1\rho_w) - \rho_{ap}]}{d_1\rho_w}$	(%)	42,50

Fonte: O autor, 2019

Tabela 10 –	Composição	granulométrica	do agregado	draúdo
	Composição	granalonioalioa	uo ugi oguuo	gradao

Abertura	Amo	stra 1	Amostra 2 Variação Porc		Porcentage	rcentagens médias	
da malha das penei-			Massa ret pe	ida em cada neira	de % re- tida entre	reti	das
ras		(%)	(g)	(%)	amostras	Em cada peneira	Acumu- lada
25,0 mm		0,0%	0,0	0,0%	0,0%	0%	0%
19,0 mm		2,3%	0,0	0,0%	2,3%	1%	1%
Massa re- tida em cada pe- neira	1.776,2	53,9%	1.044,5	51,9%	1,9%	53%	55%
(g)	1.345,2	40,8%	899,3	44,7%	3,9%	42%	97%
0,0	94,8	2,9%	63,9	3,2%	0,3%	3%	100%
7,6	2,1	0,1%	1,4	0,1%	0,0%	0%	100%
2,36 mm	0,3	0,0%	0,0	0,0%	0,0%	0%	100%
Fundo	2,8	0,1%	1,6	0,1%	0,0%	0%	100%
Total	3.297,5	100,0%	2.010,7	100,0%			
	Massa inicial (g)	Perda	Massa inicial (g)	Perda			
	3.300,0	0,1%<0,3%	2.011,2	0,02%<0,3%			

Fonte: O autor, 2019



Figura 28 – Curva granulométrica do agregado graúdo

## Fonte: O autor, 2019

### Determinação racional e experimental do traço

O método de dosagem racional utilizado foi o preconizado pela norma ACI 221.1<sup>19</sup> (ACI, 1991), que é de fácil utilização e conta com ampla aceitação no meio técnico. De posse das características físicas e granulométricas dos materiais, o traço foi estabelecido utilizando a abordagem através do método do volume absoluto, considerado mais preciso (METHA; MONTEIRO, 2014).

Inicialmente foi determinado o abatimento de tronco de cone da ordem de 8±2 cm, adequado para confecção do concreto com a utilização de betoneira estacionária,

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup> ACI 211.1 – Standard Practice for Selecting Proportions for Normal, Heavyweight, and Mass Concrete

concretagem manual dos modelos experimentais com adensamento através de vibrador de imersão.

O traço teórico determinado para a condição SSS (saturado superfície seca) dos agregados foi de 1 : 1,89 : 2,34 : 0,54, com um consumo de cimento de 413 kg/m<sup>3</sup>. As quantidades de materiais foram corrigidas no momento de cada concretagem de acordo com a umidade dos agregados. A Tabela 11 apresenta a quantidade de cada material utilizado por metro cúbico de concreto.

Quantidade por m <sup>3</sup> de concreto (kg)
413,00
780,57
966,42
223,02

Tabela 11 – Quantidades de insumos por m<sup>3</sup> de concreto

Fonte: O autor, 2019.

## 2.1.2. Propriedades do concreto endurecido

Para caracterização do concreto endurecido foram realizados os ensaios de resistência à compressão axial, aos 28 dias, conforme a NBR 5739<sup>20</sup> (ABNT, 2018); resistência à tração por compressão diametral, conforme a NBR 7222<sup>21</sup> (ABNT, 2021) e módulo de elasticidade inicial, de acordo com a NBR 8522-1<sup>22</sup> (ABNT,2021).

Foram utilizadas três amostras para determinação da resistência à compressão, cinco amostras para determinação do módulo de elasticidade e duas amostras para determinação da resistência à tração por compressão diametral

Os valores de  $f_{ct}$  foram obtidos a partir da Equação (56), sugerida pela NBR 6118 (ABNT, 2023), em que  $f_{ct,sp}$  é a resistência à tração obtida pelo ensaio de compressão diametral e  $f_{ct}$  é a resistência à tração direta.

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup> ABNT NBR 5739 - Concreto - Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup> ABNT NBR 7222 – Concreto e argamassa – Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos.

<sup>&</sup>lt;sup>22</sup> ABNT NBR 8522-1 – Concreto endurecido – Determinação dos módulos de elasticidade e de deformação Parte 1: Módulos7 estáticos à compressão

$$f_{ct} = 0.9 \cdot f_{ct,sp}$$

As propriedades do concreto endurecido obtidas para cada modelo experimental encontram-se na Tabela 12.

Concrete referente	f	c		<i>E</i> ci		
ao(s) modelo(s) experi-	Valor médio	Valor <b>s<sup>24</sup></b> médio		Valor médio	S <sup>24</sup>	
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(GPa)	(GPa)	
I1-SUB-A	33,58	2,06	2,08	27,58	0,86	
I1-SUB-B	31,86	3,47	2,01	26,87	1,48	
I1-SUP-A	31,80	3,36	2,01	26,84	1,43	
I1-SUP-B	33,30	1,52	2,07	27,46	0,63	
I2-REF	31,84	1,20	2,01	26,86	0,50	
I2-VAO I2-TOT	32,11	0,55	2,02	26,97	0,23	
I3-REF I3-100	25,98	1,42	1,75	24,92	3,38	
13-075 13-050	27,85	1,89	1,96	19,95	0,58	
H4-3Ø-100	26,29	1,22	1,67	24,32	2,76	

Tabela 12 – Propriedades do concreto endurecido

(56)

 <sup>&</sup>lt;sup>23</sup> Para descrição e nomenclatura dos modelos experimentais, ver a página 49.
 <sup>24</sup> Desvio padrão da amostra

H4-3Ø-050	27,08	0,47	1,70	24,32	2,76
H4-5Ø-100 H4-5Ø-050	21,19	1,83	1,61	25,36	5,68

Fonte: O autor, 2024.

#### 2.1.3. Armadura não metálica: barras de GFRP

Em todo o programa experimental foram consideradas barras de GFRP de produção nacional, fornecidas pelas empresas STRATUS FRP e HAIZER, sendo que os modelos da primeira e da segunda campanha contaram com armaduras longitudinais e transversais fornecidas pela Stratus FRP. Já os demais modelos contaram com armaduras longitudinais fornecidas pela Haizer e transversais fornecidas pela Stratus FRP.

As armaduras longitudinais fornecidas pela Stratus foram caracterizadas no LEC, através de método sugerido pelo anexo "C" da Norma Canadense CAN CSA S-806<sup>25</sup> (CSA, 2012). Foram consideradas três amostras para cada diâmetro. A Figura 29 apresenta o dispositivo de ancoragem.

Foram providenciados tubos de aço, de diâmetro externo de 40 mm e espessura de parede de 6,0 mm, que foram utilizados como ancoragem para as barras de fibra de vidro. O dispositivo, além de recomendado no anexo "B" da referida norma, se faz necessário pois por conta da sua baixa resistência transversal, as extremidades das barras seriam esmagadas pelas garras da máquina de ensaio à tração.

Como sugerido na norma, e de acordo com o apresentado na Figura 29, à extremidade do tubo foi adaptado um paramento com furo central – no caso, de EPS, a fim de garantir estanqueidade ao conjunto e minimizar as excentricidades do modelo.

Os tubos foram preenchidos com adesivo estrutural SIKA 32, bi-componente, com posterior alojamento das barras. Os ensaios foram realizados em uma máquina universal de ensaios hidráulica de acionamento elétrico da marca Losenhausenwerk, para 600 kN.

<sup>&</sup>lt;sup>25</sup> CSA S806-12 – Design and construction of building structures with fibre-reinforced polymers



Figura 29 – Dispositivo de ancoragem para os ensaios à tração.

Fonte: CAN CSA S806 (CSA, 2012).

A leitura de cargas foi obtida através da utilização de uma célula de carga acoplada à máquina de ensaios e as deformações foram lidas através de extensômetros mecânicos com comprimento inicial de 100 mm e precisão de 1/100 mm.

Inicialmente a ideia era a de se utilizarem extensômetros elétricos para aferição das deformações, contudo, observou-se que o módulo de aquisição de dados disponível no laboratório foi incapaz de efetuar as leituras, ocasionando, inclusive, a queima de muitos dos extensômetros, o que obrigou a utilização dos antigos extensômetros mecânicos que cumpriram seu papel com precisão.

Embora a norma canadense especificasse tamanhos mínimos recomendados para cada um dos modelos experimentais, na verdade, o comprimento total dos modelos foi limitado pela tolerância de altura da máquina de ensaios. Em estudo com os técnicos do laboratório, foi fixada uma altura total de 70 centímetros para os modelos.

Considerando que os dispositivos de ancoragem foram projetados com 20 centímetros de comprimento, restou um comprimento livre de 30 centímetros de barra.

O objetivo da norma em estabelecer dimensões para os modelos experimentais reside em diminuir a probabilidade de escorregamento entre o adesivo estrutural e o tubo e, também, de ruptura próxima à ancoragem. No entanto, a limitação técnica apresentada pelo laboratório fez com que os modelos fossem montados como acima especificado.

Para melhor aferição das características mecânicas das barras, era importante conhecer as reais dimensões das barras produzidas pela Stratus. Assim, a área da seção transversal foi obtida para o material através de caracterização, cujo resultado encontra-se na Tabela 13.

	Ca3.			
φnom	<b>ℓ</b> <sub>méd</sub>	ΔV	φreal	<b>A</b> real
(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm²)
6,3	203,7	7,5	6,85	36,82
9,0	217,7	16,0	9,67	73,50
13,0	196,0	26,0	13,00	132,65
16,0	202,4	42,5	16,35	209,98
18,0	193,0	51,0	18,34	264,25

Tabela 13 – Ensaio para determinar a área da seção transversal das barras poliméricas.

Fonte: O autor, 2019.

A colagem dos tubos nas extremidades das barras se deu em dias diferentes, para haver tempo suficiente para a cura adequada da resina epóxi junto à barra e ao tubo. Após esta fase de preparação, os modelos foram ensaiados à tração.

Para cada uma das barras, o procedimento de ensaio foi o mesmo e consistiu das seguintes etapas:

- Acomodação do modelo experimental na máquina de ensaios;
- Instalação do extensômetro mecânico
- Execução do ensaio por controle hidráulico da prensa, sendo efetuadas leituras no extensômetro mecânico para cada intervalo de 10 kN, valor este lido no indicador digital acoplado à máquina.
- Retirada do extensômetro mecânico quando do atingimento de cerca de 50% da resistência última prevista da barra ou da falha das nervuras.
- Aumento da carga, à mesma taxa, até o término do ensaio, ou por ruptura da barra (condição ideal) ou pelo escorregamento do tubo (falha da interface entre tubo e resina epóxi).

A Figura 30 apresenta a realização do ensaio para uma amostra de Ø = 13mm. Encontram-se, na sequência, Tabela 14, os resultados consolidados para cada um dos modelos ensaiados:





Fonte: O autor, 2019.

		_		
Tabela 14 –	Ensaio de tra	cão nas barras	de GERP forneci	das nela Stratus
		çuo nuo sunuo		

Modele	φ	E	<b>f</b> rup	ε <sub>rup</sub>	Prup
Modelo	(mm)	(GPa)	(MPa)	(‰)	(kN)
1	6,85	46,88	894,10	18,97	32,95
2	6,85	45,28	858,82	18,26	31,65
3	6,85	46,41	887,31	18,64	32,70
4	9,67	30,62	499,04	16,61	36,65
5	9,67	30,65	515,37	16,30	37,85
6	9,67	29,72	503,80	17,23	37,00
7	13,00	43,74	525,87	21,29	69,80
8	13,00	49,31	529,26	10,80	70,25
9	13,00	44,29	511,93	21,77	67,95
10	16,35	30,70	450,57	14,79	94,60
11	16,35	36,99	500,11	13,25	105,00
12	16,35	38,70	413,18	10,09	86,75
13	18,34	45,43	826,73	16,50	218,40
14	18,34	46,72	779,41	16,68	205,90
15	18,34	44,91	779,98	18,64	206,05

Fonte: O autor, 2019.

Durante a realização dos ensaios foram observados alguns comportamentos típicos nas barras. O primeiro deles diz respeito à falha prematura das nervuras.

Como já se explorou em trabalhos anteriores (OLIVEIRA et al, 2018), o processo de fabricação adotado pela Stratus aplica as nervuras (para melhorar as condições de aderência da barra) no último estágio de consolidação da resina às fibras. Dessa forma, sua própria aderência às barras é, de certa forma, fraca.

Com isso, quando se aplicam esforços à barra, a degradação da aderência entre nervura e barra é a primeira a acontecer. Isso tem impacto não só na aderência entre barra e concreto, mas também na própria resistência mecânica da barra – afinal, as nervuras, também, são capazes de resistir a algum esforço de tração. Nanni (1993) já comentava que esse fenômeno pode ser útil como estratégia de aumento de ductilidade em vigas armadas com este material.

Por isso, os resultados lidos pelos extensômetros podem ser comprometidos por esse fenômeno (que, fisicamente, apresentaram-se como "saltos" de leitura no aparelho).

Dessa forma, um dos critérios para retirada do extensômetro foi a ocorrência dessa ruptura.

Outra observação realizada nos experimentos diz respeito à ruptura da barra na região próxima, ou até mesmo interior à ancoragem. Como relatado na Literatura Técnica, esse fenômeno é comum e poderia ser mitigado aumentando-se o tamanho dos modelos, o que, infelizmente não foi possível devido à limitação da capacidade da máquina de ensaios do laboratório.

Por fim, um terceiro fenômeno que foi observado foi o escorregamento entre o tubo e a resina de epóxi, o que se deu somente para as barras de maior diâmetro (diâmetros nominais de Ø 16,00 e Ø 18,00 mm) e não necessariamente em todos os modelos experimentais.

A Tabela 15 apresenta os valores médios obtidos no ensaio de caracterização das barras fornecidas pela Stratus.

Tabela 15 – Valores médios	para as	propriedades	das	barras	de	GFRP	fornecidas
pela Stratus							

Φ	E	<b>f</b> rup	ε <sub>rup</sub>
(mm)	(GPa)	(MPa)	(‰)
6,3	46,2	880,1	18,6
9,0	30,3	506,1	16,7

Ф	E	<b>f</b> rup	ε <sub>rup</sub>
(mm)	(GPa)	(MPa)	(‰)
13,0	45,8	522,4	18,0
16,0	35,5	454,6	12,7
18,0	45,7	795,4	17,3

Fonte: O autor, 2019.

Em relação às barras fornecidas pela HAIZER, as características físicas e mecânicas utilizadas para este trabalho foram aquelas obtidas por Carvalho (2021). Os resultados médios encontrados naquele trabalho estão sintetizados na Tabela 16.

Tabela 16 – Valores médios para as propriedades das barras de GFRP fornecidas pela Haizer

Φ	E	<b>f</b> rup	ε <sub>rup</sub>
(mm)	(GPa)	(MPa)	(‰)
7,5	50,4	926,5	23,8
9,7	54,4	1053,2	27,1
	11 (0004)		

Fonte: adaptado de Carvalho (2021)

## 2.1.4. Armadura de aço

Para algumas campanhas, foram utilizados estribos de aço CA-50, Ø 6,3mm, na zona de maior influência dos esforços cortantes. As propriedades mecânicas considerada para a armadura de aço foram:

57)	)
ļ	57)

 $f_{\rm yk} = 500 \,\,{\rm MPa}$  (58)

# 2.2. Descrição das campanhas experimentais

A primeira campanha estudou vigas isostáticas, de vão de dois metros, com duas taxas de armadura longitudinal de tração e duas taxas de armadura transversal de cisalhamento. A pesquisa teve caráter exploratório e seus resultados iniciais apresentados em Teixeira (2018), trabalho aqui apresentado como primeira campanha, o que se deve ao dato de ele ser o primeiro produto efetuado na linha de pesquisa de concreto com armadura não metálica, desenvolvido dentro da Universidade do Estado
do Rio de Janeiro. Os resultados deste trabalho foram posteriormente apresentados em Oliveira *et al.* (2018), e figuraram como resultados preliminares (OLIVEIRA, 2018) que possibilitaram o avanço da pesquisa do presente trabalho e definição dos próximos passos a serem estudados.

Nesta etapa, foram construídos quatro modelos e o objetivo principal foi o de estudar o comportamento geral de vigas com armaduras não metálicas.

A partir dos resultados da primeira campanha, desenvolveu-se a segunda, composta por três vigas também isostáticas com mesma armadura longitudinal entre elas, mas com diferentes configurações quanto à armadura de confinamento, composta por estribos envolvendo a zona comprimida da seção transversal. O objetivo desta campanha foi o de estudar modelos subarmados e o funcionamento e influência no comportamento de estribos de confinamento.

Já a terceira campanha lidou com modelos superarmados, também isostáticos, e foi composta por quatro vigas, com mesma taxa de armadura longitudinal, e diferentes taxas de armadura de confinamento, desta vez composta por estribos da altura total das vigas. O objetivo foi verificar a melhoria de comportamento em função da taxa de confinamento adotada.

Finalmente, a quarta campanha estudou modelos hiperestáticos, superarmados. Foi composta por quatro vigas, com diferentes arranjos de armadura. O objetivo foi de estudar redistribuição de momentos em vigas hiperestáticas com armadura não metálica e eventual benefício do confinamento neste comportamento

## 2.3. Descrição dos modelos experimentais

Neste item, será descrita a forma e a armadura adotadas para os modelos experimentais em cada campanha.

## 2.3.1. Primeira campanha de ensaios

A Figura 31 apresenta o esquema estrutural dos modelos da primeira campanha.



Figura 31 – Esquema estrutural dos modelos da primeira campanha experimental

Legenda: TR.D.ESQ: Transdutor de deslocamento à esquerda TR.D.CEN: Transdutor de deslocamento central TR.D.DIR: Transdutor de deslocamento à direita Dimensões em centímetros. Fonte: O autor, 2023.

Os parâmetros variados nestes modelos foram as taxas geométricas de armadura longitudinal e de armadura transversal, sendo que os modelos I1-SUB-A e B contavam com taxa longitudinal de armadura de 0,569% e transversal de 0,369%, ao passo que os modelos I1-SUP-A e B contavam com taxa longitudinal de armadura de 0,731% e transversal de 0,491%. O detalhamento da armadura destas vigas pode ser visto na Figura 32 e na Figura 33.

A relação *a/d* para estes modelos foi de 2,60 para os modelos I1-SUB-A e B; e de 2,66 para os modelos I1-SUP-A e B.



Figura 32 – Detalhamento da armadura dos modelos I1-SUB-A e I1-SUB-B

Dimensões em centímetros. Fonte: O autor, 2023.

Figura 33 – Detalhamento da armadura dos modelos I1-SUP-A e I1-SUP-B 206,3-218



Dimensões em centímetros. Fonte: O autor, 2023. 2.3.1.1. Extensômetros utilizados na primeira campanha experimental

Para a primeira campanha, os extensômetros E01 e E02, utilizados para obtenção das deformações de tração máximas nas armaduras longitudinais inferiores foram posicionados no centro da viga.

Os extensômetros E03, E04, E05 e E06, utilizados para aferir as deformações longitudinais próximas ao apoio, foram posicionados a 40 centímetros de cada face da viga. Os extensômetros E07 a E10 foram utilizados para obter as deformações nos estribos, devido à ação dos esforços cortantes.

A Figura 34 apresenta o mapa dos extensômetros para os modelos I1-SUB-A e I1-SUB-B ao passo que a Figura 35 apresenta os extensômetros para os modelos I1-SUP-A e I1-SUP-B.



Figura 34 – Mapa dos extensômetros – Modelos I1-SUB-A e I1-SUB-B

Dimensões em centímetros. Fonte: O autor, 2024



Figura 35 – Mapa dos extensômetros – Modelos I1-SUP-A e I1-SUP-B

Dimensões em centímetros. Fonte: O autor, 2024

## 2.3.2. Segunda campanha de ensaios

A segunda campanha de ensaios visou ao estudo de vigas subarmadas (ruptura controlada pela falha da armadura longitudinal em tração) e eventual contribuição de armadura de confinamento nestes modelos, baseando-se parcialmente no trabalho apresentado por Delalibera (2002). Foram elaborados três modelos experimentais. O esquema estrutural das vigas desta campanha pode ser apreciado na Figura 36.



Figura 36 – Esquema estrutural dos modelos da segunda campanha experimental

Legenda: TR.D.ESQ: Transdutor de deslocamento à esquerda TR.D.CEN: Transdutor de deslocamento central TR.D.DIR: Transdutor de deslocamento à direita Dimensões em centímetros. Fonte: O autor, 2023.

Nestes modelos, a armadura foi inteiramente constituída por barras de GFRP, fornecidas pela Stratus. O detalhamento foi baseado nos resultados obtidos na primeira campanha de experimentos e no trabalho de Delalibera (2002), o parâmetro de variação nos modelos foi a taxa de armadura transversal de confinamento, composta por estribos delimitados pela zona de compressão da seção transversal.

Para todos os modelos desta campanha, a taxa geométrica de armadura longitudinal foi de 0,252% e a taxa geométrica de armadura transversal foi de 0,655% (estribos a cada 7,5 cm). Observe-se que esta última taxa é bastante superior àquela utilizada nos modelos da primeira campanha, o que teve a função de evitar a possiblidade de ruína por esforço cortante dos modelos, já que esta era uma preocupação da campanha.

Para chegar a tal taxa de armadura transversal, foi estudada a relação teórica, entre cargas de ruptura por flexão e por cisalhamento, para a resistência adotada para o concreto estrutural e a relação *a/d* adotada. A Figura 37 apresenta a relação entre carga de ruptura e taxa de armadura longitudinal adotada, mantendo-se constante o espaçamento da armadura transversal.

Figura 37 – Carga de ruptura em função das taxas de armadura longitudinal e transversal.





Rupturas por flexão ou cisalhamento, considerando estribos de Ø9mm c. 10 cm 120 110 100 90 80 70 Carga de Ruptura (a=0,75 m) 60 ······ Ruptura no Cisalhamento 50 - Ruptura na Flexão 40 Adotado 30 20 10 0 0,00% 0,20% 0,40% 0,60% 0,80% 1,00% 1,20% 1,40% 1,80% 2,00% 1,60% Taxa de armadura longitudinal



Rupturas por flexão ou cisalhamento, considerando estribos de Ø9mm c. 7,5 cm 120 110 100 90 80 70 Carga de Ruptura (a=0,75 m) 60 ······ Ruptura no Cisalhamento 50 Ruptura na Flexão 40 - Adotado 30 20 10 0 0,00% 0,20% 0,40% 0,60% 0,80% 1,00% 1,20% 1,40% 1,60% 1,80% 2,00% Taxa de armadura longitudinal (c)

Legenda: (a) Relação teórica para s = 15 cm (b) Relação teórica para s = 10 cm (c) Relação teórica para s = 7,5 cm Fonte: o autor, 2018. Pela análise da figura, percebe-se que com estribos a cada 15 ou 10 cm, a ruptura se dá por cisalhamento. Para espaçamento de 7,5 cm, a ruptura se dá por flexão. Foi a taxa adotada.

O modelo I2-REF (Figura 39), de controle, não possuía nenhuma armadura de confinamento. Já os modelos I2-VAO (Figura 40) e I2-TOT (Figura 41) possuíam armadura de confinamento com taxa geométrica de 0,655%, sendo que no primeiro a armadura de confinamento foi considerada somente no vão de flexão e no segundo foi considerada em todo o comprimento da viga.

A relação *a/d* para todos os modelos desta campanha foi de 2,69.

Em relação aos extensômetros aplicados para leitura das deformações nos estribos de confinamento, apenas nesta campanha de ensaios, foram considerados EER ao longo das quatro faces de cada estribo, para se ter ideia a distribuição das pressões de confinamento, uma vez que elas são variáveis e atuam diferentemente em cada face. A importância de se ter essa leitura partiu das observações de Saatcioglu e Razvi (1992) e, particularmente para o caso de vigas por Delalibera (2002). A Figura 38 apresenta, qualitativamente, como ocorre a distribuição das pressões ao longo do estribo.





Fonte: Delalibera (2002), adaptado de Saatcioglue & Razvi (1995).

Da Figura 39 à Figura 41 apresenta-se o detalhamento dos modelos da Segunda Campanha, incluindo a instrumentação utilizada.



Figura 39 – Detalhamento da armadura do modelo I2-REF

Dimensões em centímetros. Fonte: O autor, 2023.





Dimensões em centímetros. Fonte: O autor, 2023.



Figura 41 – Detalhamento da armadura do modelo I2-TOT

Dimensões em centímetros. Fonte: O autor, 2023.

## 2.3.2.1. Extensômetros utilizados

Para a segunda campanha, os extensômetros E01 e E02, utilizados para obtenção das deformações de tração máximas nas armaduras longitudinais inferiores foram posicionados no centro da viga.

Para as deformações de compressão, na armadura superior, foram utilizados os extensômetros E03 e E04, localizados também no centro da viga.

Os extensômetros E06, E07, E08 e E09, utilizados para aferir as deformações longitudinais próximas ao apoio, foram posicionados a 40 centímetros de cada face da viga.

Os extensômetros E10 a E16 foram utilizados para obter as deformações nos estribos, devido à ação dos esforços cortantes, e posicionados à meia altura da seção transversal. A Figura 42 apresenta o mapa relativo ao modelo I2-REF.



Para o modelo I2-VAO, adicionalmente aos extensômetros já apresentados, foram posicionados nas armaduras longitudinais que apoiam os nós inferiores dos estribos de confinamento os extensômetros E17 e E18, com o objetivo de medir as deformações longitudinais naquela fibra. Os extensômetros E19 a E34 foram utilizados para obter as deformações nos estribos de confinamento. Note-se que as quatro faces destes estribos foram instrumentadas. A Figura 43 apresenta os extensômetros referentes à viga I2-VAO. Finalmente, quanto à viga I2-REF, além dos extensômetros já detalhados, foram considerados também E35 a E42 para aferir as deformações nos estribos de confinamento fora da zona de flexão, como apresentado na Figura 44.





Fonte: O autor, 2024

## 2.3.3. <u>Terceira campanha de ensaios</u>

Esta campanha teve como objetivo a análise de vigas superarmadas (ruptura controlada pelo esmagamento do concreto comprimido) com diferentes taxas de armadura de confinamento e sua contribuição no comportamento mecânico dos modelos experimentais. Nesta fase foram confeccionadas quatro vigas. O esquema estrutural do ensaio é apresentado na Figura 45.



Figura 45 – Esquema estrutural dos modelos da terceira campanha experimental

TR.D.DIR: Transdutor de deslocamento à direita Dimensões em centímetros. Fonte: O autor, 2023.

Nestes modelos, as armaduras longitudinais foram fornecidas pela firma Haizer e, para todos eles foram consideradas 3 barras de 12mm de diâmetro como armadura longitudinal de tração (taxa geométrica de 0,754%).

Para resistir aos esforços cortantes foram considerados estribos confeccionados com aço ordinário, tipo CA-50, com diâmetro de 6,3 mm e espaçamento de 7,5 cm (taxa geométrica de 0,554%), localizados nos vãos de cisalhamento. A taxa geométrica adotada é suficiente para evitar ruptura por corte. Quando adotada, a armadura de confinamento foi considerada somente no vão de flexão, uma vez que esta zona é a de interesse para o estudo proposto para a campanha.

Baseando-se nos resultados da Segunda Campanha, a armadura de confinamento constituiu-se de estribos atuando ao longo da altura de viga (em contraponto ao considerado naquela campanha, cujos estribos limitavam-se à zona comprimida da seção). Foram utilizados para confecção das vigas estribos do mesmo lote empregado na segunda campanha, fornecidos, portanto pela Stratus.

O modelo de controle, I3-REF, cujo detalhamento é apresentado na Figura 46, não possuía armadura de confinamento.

Os demais modelos, I3-100 (Figura 47), I3-075 (Figura 48) e I3-050 (Figura 49) possuíam, respectivamente, as taxas geométricas de armadura de confinamento de 0,491%, 0,655% e 0,983%.

A relação *a/d* para todos os modelos desta campanha foi de 2,69.





Dimensões em centímetros. Fonte: O autor, 2023.



Figura 47 – Detalhamento da armadura do modelo I3-100

Dimensões em centímetros. Fonte: O autor, 2023.

Figura 48 – Detalhamento da armadura do modelo I3-075



Dimensões em centímetros. Fonte: O autor, 2023.



Figura 49 – Detalhamento da armadura do modelo I3-050

Dimensões em centímetros. Fonte: O autor, 2023.

## 2.3.3.1. Extensômetros utilizados

Na terceira campanha, as deformações de tração da armadura longitudinal foram medidas através dos extensômetros E01, E02 e E03, instalados no centro da viga. Já as deformações longitudinais próximas ao apoio foram medidas pelos extensômetros E10 e E11, localizados a 40 centímetros da face lateral dos modelos.

As deformações de compressão na armadura longitudinal superior foram aferidas através dos extensômetros E04 e E05, instalados, também, no centro destas armaduras.

Finalmente, para os modelos I3-100, I3-075 e I3-050, as deformações nos estribos foram medidas através dos extensômetros E06, E07, E08 e E09, instalados à meia-altura da seção. Da Figura 50 à Figura 53 apresentam-se o mapa dos extensômetros destes modelos.



Image: Corte em Planta - Armadura Inferior

E04, E05 (DEF. LONGITUDINAL COMPRESSÃO)



Dimensões em centímetros. Fonte: O autor, 2024







Fonte: O autor, 2024



## 2.3.4. Quarta campanha de ensaios

A última campanha de ensaios se dedicou à análise experimental de vigas hiperestáticas, superarmadas longitudinalmente e com diferentes taxas de confinamento e sua contribuição na redistribuição de momentos. A Figura 54 apresenta o esquema estrutural utilizado nestes modelos.



Figura 54 – Esquema estrutural dos modelos da quarta campanha experimental

Legenda: TR.D.CEN 1: Transdutor de deslocamento central no primeiro vão TR.D.CEN 2: Transdutor de deslocamento central no segundo vão Dimensões em centímetros. Fonte: O autor, 2023.

Os resultados dos ensaios da campanha anterior foram considerados na escolha da armadura a ser utilizada para os modelos da quarta campanha. Foram também levadas em consideração as avaliações apresentadas por Baša *et al.* (2020).

Segundo os dados compilados por aquele autor, os fatores de maior relevância para a ocorrência de redistribuição de momentos em vigas armadas com FRP são aumentar a taxa de armadura longitudinal inferior no vão, com redução da taxa de armadura superior (no apoio), o que decorre em aumento da capacidade de carga do elemento estrutural, reduz a flecha e retarda a fissuração. O autor também comenta que devido ao módulo de elasticidade baixo das armaduras de FRP, a redistribuição de momentos inicia-se antes do que seria esperado para uma viga com armadura tradicional de aço.

Da Figura 55 à Figura 58 apresenta-se o detalhamento das armaduras de cada um dos modelos da quarta campanha.

# Figura 55 – Detalhamento da armadura do modelo H4-3Ø-100



Dimensões em centímetros. Fonte: O autor, 2023.

Figura 56 – Detalhamento da armadura do modelo H4-3Ø-050



3Ø12

26Ø6,3 (CA-50)

42Ø8 (GFRP)

Dimensões em centímetros. Fonte: O autor, 2023.

Figura 57 – Detalhamento da armadura do modelo H4-5Ø-100



Dimensões em centímetros. Fonte: O autor, 2023. Como pode ser observado da Figura 55 à Figura 58, foram considerados dois arranjos para a armadura longitudinal. Os modelos H4-3Ø-100 e H4-3Ø-050 contaram com armadura longitudinal inferior de 3Ø12 mm (3,39 cm<sup>2</sup>) e superior de 2Ø10mm (1,57 cm<sup>2</sup>) e os modelos H4-5Ø-100 e H4-5Ø-050 com armadura longitudinal inferior de 5Ø12 mm (5,65 cm<sup>2</sup>) e superior de 3Ø12mm (3,39 cm<sup>2</sup>).

Para investigação dos efeitos do confinamento, foram consideradas duas taxas de armadura transversal, em GFRP: para os modelos H4-3Ø-100 e H4-5Ø-100 foi adotada a armadura de Ø8 c.10 (10,05 cm<sup>2</sup>/m) e para os modelos H4-3Ø-050 e H4-5Ø-050 foi adotada a armadura de Ø8 c.5 (20,10 cm<sup>2</sup>/m).

Para os modelos H4-3Ø-100 e H4-3Ø-050, a relação *a/d* adotada foi de 3,54 para o caso de momento fletor positivo e 3,52 para o caso de momento fletor negativo. Já para os modelos H4-5Ø-100 e H4-5Ø-050, a relação *a/d* adotada foi de 3,60 para momento positivo e 3,54 para momento negativo.

## 2.3.4.1. Extensômetros utilizados

Para a quarta campanha de ensaios, foram utilizados os seguintes extensômetros:

- Leitura das deformações de tração na armadura longitudinal, nos vãos: E01, E02, E05 e E06, posicionados no centro dos vãos, na armadura inferior;
- Leitura das deformações de compressão na armadura longitudinal, nos vãos: E07, E08, E11 e E12, posicionados no centro dos vãos, na armadura superior;
- Leitura das deformações de tração na armadura longitudinal, no apoio central: E09 e E10, posicionados sobre o apoio central, na armadura superior;

- Leitura das deformações de compressão na armadura longitudinal, no apoio central: E03 e E04, posicionados sobre o apoio central, na armadura inferior;
- Leitura dos estribos de confinamento, nos vãos: E14 e E15, posicionados na face superior dos estribos, no meio de cada vão;
- Leitura do estribo de confinamento, no apoio central: E13, posicionado na face inferior do estribos, sobre o apoio central.

Da Figura 59 à Figura 62 apresentam-se os mapas dos extensômetros relativos a cada um dos modelos da quarta campanha.

Figura 59 – Mapa dos extensômetros – Modelo H4-3Ø-100



VISTA SUPERIOR - ARMADURA SUPERIOR Dimensões em centímetros.

Fonte: O autor, 2024

Figura 60 – Mapa dos extensômetros – Modelo H4-3Ø-050



VISTA SUPERIOR - ARMADURA SUPERIOR

Dimensões em centímetros. Fonte: O autor, 2024

Figura 61 – Mapa dos extensômetros – Modelo H4-5Ø-100



VISTA SUPERIOR - ARMADURA SUPERIOR

Dimensões em centímetros. Fonte: O autor, 2024

Figura 62 – Mapa dos extensômetros – Modelo H4-5Ø-050



Dimensões em centímetros. Fonte: O autor, 2024

# 2.3.5. <u>Resumo</u>

Neste item apresenta-se a tabela resumo, Tabela 18, com as propriedades de cada um dos ensaios realizados nas quatro campanhas e apresenta-se também a Tabela 17, que mostra as taxas de armadura longitudinal

		Armadura I Infe	ongitudinal rior	Armadura longitudinal superior				
Modelo	$ ho_{fb}$		$ ho_{f,\mathrm{adotada}}$	•	$ ho_{f, ext{adotada}}$			
		$oldsymbol{ ho}_{f, ext{adotada}}$	$ ho_{f,b}$	${oldsymbol{ ho}}_{f,\mathrm{adotada}}$	$\rho_{f,b}$			
I1-SUB-A	0,663%	0,520%	0,78	-	-			
I1-SUB-B	0,629%	0,520%	0,83	-	-			
I1-SUP-A	0,628%	0,900%	1,43	-	-			
I1-SUP-B	0,658%	0,900%	1,37	-	-			
I2-REF	0,629%	0,548%	0,87	-	-			
I2-VAO	0,634%	0,548%	0,86	-	-			
I2-TOT	0,634%	0,548%	0,86	-	-			
I3-REF	0,202%	0,822%	4,08	-	-			
I3-100	0,202%	0,822%	4,08	-	-			
13-075	0,216%	0,822%	3,80	-	-			
13-050	0,216%	0,822%	3,80	-	-			
H4-3Ø-100	0,209%	0,819%	3,93	0,379%	1,82			
H4-3Ø-050	0,210%	0,819%	3,90	0,379%	1,80			
H4-5Ø-100	0,164%	1,405%	8,55	0,379%	2,31			
H4-5Ø-050	0,164%	1,405%	8,55	0,816%	4,96			

Tabela 17 – Taxas balanceadas e adotadas de armadura longitudinal

Fonte: o autor, 2024.

		lo Esquem		Seção Transversal		Flexão															
Cam- pa-	Modelo		Esquema	Dimen-	Área	Armadura longitudinal inferior			inal	Armadura longitudinal superior			a/d		Armadura de cisalhamento		Armadura de confinamento				
nha				5065		_	Área	d	ρf,I		Área	d	ρf,I	M+	М-		Área	ρf,w		Área	ρf,w
				(cm)	(cm²)		(cm²)	(cm)	(%)		(cm²)	(cm)	(%)	()	()		(cm²/m)	(%)		(cm²/m)	(%)
1 <sup>a</sup>	I1-SUB-A		Isostático	20x35	700	3Ø12	3,39	32,58	0,520	2Ø6,3	0,62	32,87	0,094	2,61	-	Ø7,4 c.10	8,60	0,430	-	-	-
	I1-SUB-B		Isostático	20x35	700	3Ø12	3,39	32,58	0,520	2Ø6,3	0,62	32,87	0,094	2,61	-	Ø7,4 c.10	8,60	0,430	-	-	-
	I1-SUP-A		Isostático	20x35	700	5Ø12	5,65	31,38	0,900	2Ø6,3	0,62	32,87	0,094	2,71	-	Ø9,6 c.7,5	19,30	0,965	-	-	-
	I1-SUP-B		Isostático	20x35	700	5Ø12	5,65	31,38	0,900	2Ø6,3	0,62	32,87	0,094	2,71	-	Ø9,6 c.7,5	19,30	0,965	-	-	-
2ª	I2-REF		Isostático	15x30	450	2Ø12	2,26	27,50	0,548	2Ø6,3	0,62	27,79	0,149	2,73	-	Ø9 c.7,5	16,96	1,131	-	-	-
	I2-VAO		Isostático	15x30	450	2Ø12	2,26	27,50	0,548	2Ø6,3	0,62	27,79	0,149	2,73	-	Ø9 c.7,5	16,96	1,131	Ø9 c.7,5	16,96	1,131
	I2-TOT		Isostático	15x30	450	2Ø12	2,26	27,50	0,548	2Ø6,3	0,62	27,79	0,149	2,73	-	Ø9 c.7,5	16,96	1,131	Ø9 c.7,5	16,96	1,131
3ª	I3-REF		Isostático	15x30	450	3Ø12	3,39	27,50	0,822	2Ø10	1,57	27,60	0,379	2,73	-	Ø6,3 c.7,5 (CA-50)			-	-	-
	13-100		Isostático	15x30	450	3Ø12	3,39	27,50	0,822	2Ø10	1,57	27,60	0,379	2,73	-	Ø6,3 c.7,5 (CA-50)			Ø9 c.10	12,72	0,848
	13-075		Isostático	15x30	450	3Ø12	3,39	27,50	0,822	2Ø10	1,57	27,60	0,379	2,73	-	Ø6,3 c.7,5 (CA-50)			Ø9 c.7,5	16,96	1,131
	13-050		Isostático	15x30	450	3Ø12	3,39	27,50	0,822	2Ø10	1,57	27,60	0,379	2,73	-	Ø6,3 c.7,5 (CA-50)			Ø9 c.5	25,45	1,697
4ª	H4-3Ø-100		Hiperestático	15x30	450	3Ø12	3,39	27,60	0,819	2Ø10	1,57	27,70	0,378	3,53	3,52	Ø6,3 c.7,5 (CA-50)		Ø8 c.10	10,05	0,670	
	H4-3Ø-050		Hiperestático	15x30	450	3Ø12	3,39	27,60	0,819	2Ø10	1,57	27,70	0,378	3,53	3,52	Ø6,3 c.7,5 (CA-50)		Ø8 c.5	20,11	1,341	
	H4-5Ø-100		Hiperestático	15x30	450	5Ø12	5,65	26,80	1,405	3Ø12	3,39	27,60	0,819	3,64	3,53	Ø6,3 c.7,5 (CA-50)		Ø8 c.10	10,05	0,670	
	H4-5Ø-050		Hiperestático	15x30	450	5Ø12	5,65	26,80	1,405	3Ø12	3,39	27,60	0,819	3,64	3,53	Ø6,3 c.7,5 (CA-50)			Ø8 c.5	20,11	1,341

# Tabela 18 – Resumo dos modelos estudados

Fonte: O autor, 2024.

## 2.4. Confecção dos modelos

Os modelos foram confeccionados de acordo com as campanhas de ensaios. As duas primeiras campanhas tiveram os modelos experimentais inteiramente confeccionados no LEC/Uerj<sup>26</sup>, nos anos de 2017 a 2019. As terceiras e quartas campanhas de ensaios tiveram os modelos confeccionados e ensaiados no LEM/PUC<sup>27</sup>, nos anos de 2022 e 2023.

Para todos os modelos, foram confeccionadas formas em madeira compensada tipo naval, exceto para os modelos I1-SUB-A e B e I1-SUP-A e B, cuja forma foi produzida com tábuas de madeira serrada tipo Pinus.

# 2.4.1. Processo de montagem das armaduras

O processo de montagem das armaduras foi realizado de maneira tradicional, com utilização de lacres tipo "enforca-gato" para a fixação das armaduras para a primeira, segunda e terceira campanhas. Para a quarta campanha, as armaduras foram fixadas com a utilização de arame recozido, o que se mostrou mais eficiente, uma vez que as armaduras fixadas com lacres compunham um conjunto muito flexível.

Uma vez montadas as armaduras conforme o projeto de detalhamento de cada modelo experimental, foram instalados os extensômetros elétricos de resistência, conforme procedimento apresentado no item 2.4.2 e, na sequência, foram colocados espaçadores de um centímetro e finalmente as armaduras foram acomodadas nas formas, à espera da concretagem.

No caso da segunda campanha, uma única forma foi aproveitada três vezes, uma vez para cada modelo. Nas demais campanhas, cada modelo teve sua própria forma, utilizada uma única vez.

# 2.4.2. Instrumentação nas armaduras

A instrumentação realizada na armadura das vigas foi executada de acordo com o seguinte procedimento:

<sup>&</sup>lt;sup>26</sup> Laboratório de Engenharia Civil da UERJ;

<sup>&</sup>lt;sup>27</sup> Laboratório de Estruturas e Materiais da PUC/RIO.

- Nos pontos em que a instrumentação deveria ser colocada, as barras de GFRP foram lixadas, para desgastá-la ligeiramente, de forma a nivelar a superfície, remover a camada externa de resina e melhorar a aderência entre barra e extensômetro.
- Esse processo de lixamento, pela natureza do material das armaduras, cria muita poeira que fica depositada na superfície da barra. Dessa maneira, o local da instrumentação foi limpo com acetona, o que também foi útil para remover quaisquer outras gorduras ou sujidades que eventualmente se encontrassem no local e prejudicassem a aderência dos extensômetros.
- Os extensômetros então foram colados à superfície com o uso do adesivo químico para materiais não porosos
- Após a secagem da cola, os extensômetros foram protegidos, para evitar contato direto entre eles e o concreto, além de evitar a ocorrência de choque mecânico com os agregados durante o processo de moldagem.
   Para os modelos da primeira e segunda campanhas, essa proteção foi feita com Aradilte H. Já para a terceira e quarta campanhas, a proteção foi realizada com uso de fita isolante.
- Finalmente, os filamentos dos extensômetros foram solados a cabos elétricos isolados, de diâmetro 0,5 mm, os quais foram identificados com etiquetas para posterior utilização no momento do ensaio.

# 2.4.3. Moldagem

Na moldagem dos modelos da primeira e segunda campanhas experimentais, realizadas no LEC/UERJ, o concreto foi confeccionado utilizando uma betoneira estacionária de gravidade de capacidade de 250 litros.

Para a terceira e para a quarta etapa, realizadas no LEM/PUC-Rio, o concreto foi confeccionado com betoneira estacionária com eixo vertical, de capacidade de 300 litros.

Em todas as moldagens, a sequência de confecção dos concretos foi a mesma:

 Colocação com posterior mistura de cerca de 70% da massa de água estipulada e da totalidade do agregado graúdo na betoneira;

- Colocação da totalidade do cimento e posterior mistura, visando à melhor distribuição de água para as partículas de cimento
- Colocação da totalidade do agregado miúdo, com objetivo de tamponamento do material já colocado nas etapas anteriores;
- Mistura e colocação do restante da água, aos poucos, com verificação simultânea da consistência pelo abatimento do tronco de cone;

Em cada uma das concretagens foram confeccionados, também, corpos de prova suficientes para caracterização da resistência à compressão, tração por compressão diametral e módulo de elasticidade, conforme abordado no item 2.1.2.

O adensamento de todos os modelos experimentais foi realizado com vibrador de imersão. Após a concretagem, as vigas foram cobertas e molhadas pelas primeiras 24 horas. A desmoldagem ocorreu após pelo menos sete dias da concretagem.

Os modelos da primeira e segunda campanhas de ensaio foram dotados de alças de içamento para facilitar a movimentação das vigas e posicionamento na prensa.

Para os modelos da terceira e da quarta campanhas não foram providas alças, uma vez que o LEM/PUC-Rio é dotado de ponte rolante para facilitar a movimentação e posicionamento das vigas.

## 2.5. Execução dos ensaios

### 2.5.1. Primeira e segunda campanhas

Estes ensaios foram realizados no LEC/UERJ, nos anos de 2017 a 2019, com o emprego de prensa, com controle hidráulico (portanto, sem utilizar controles tipo deslocamento ou força aplicada), de forma que a sequência de carregamento depende do operador da máquina.

O atuador utilizado é da marca Losenhausenwerk, com capacidade máxima de 3000 kN. Na Figura 63 apresenta-se o esquema de ensaio, referente ao modelo I2-REF (anteriormente denominado de "V3A", nome escrito no próprio modelo), em que a viga encontra-se apoiada em um berço metálico, com dois roletes como apoios, garantindo um vão de 2,00 metros. Nesta prensa, a parte superior da máquina é eletricamente controlada, e permanece estática durante o ensaio. A parte inferior – o berço – é que vai se elevando conforme o ensaio acontece.





Fonte: o autor (2019).

Eventualmente, o ensaio era paralisado (era mantida a carga constante, regulando-se o fluxo de óleo no interior da máquina), a fim de serem realizadas leituras de abertura de fissuras, deslocamentos verticais etc., de maneira analógica.

Ao mesmo tempo, os esforços aplicados eram eletronicamente registrados através de equipamento marca UBP, modelo 300.

## 2.5.2. <u>Terceira e quartas campanhas</u>

Para a terceira e quarta campanhas, os ensaios foram realizados no LEM/PUC-Rio, com a utilização de um atuador de 500 kN, eletronicamente controlado por um sistema MTS. Os ensaios foram realizados com taxa de deslocamento constante ("controle de deslocamento"), à velocidade de 0,5 mm/min. Os dados relativos aos extensômetros elétricos de resistência e aos transdutores de deslocamento foram adquiridos por um sistema HBM QuantumX MX440B.

A Figura 64 apresenta o esquema de ensaio adotado na terceira campanha experimental.

Figura 64 – Ensaio do modelo I3-REF, no LEM/PUC-Rio



Fonte: o autor (2022). Figura 65 – Ensaio do modelo H4-3Ø-100, no LEM/PUC-Rio



Fonte: o autor (2024).

### 2.5.3. Instrumentos de leitura externos utilizados

### 2.5.3.1. Transdutores de deslocamento

Foram utilizados, em todas as campanhas, transdutores de deslocamento potenciométricos da marca Gefran, tipo PY2 ("Rectlinear displacement transducer with ball tip"), modelo 150, com 150mm de curso útil, uma vez que são esperados grandes deslocamentos para vigas de concreto armadas com GFRP.

Nas primeira e segunda campanhas, os transdutores foram removidos antes do fim dos experimentos, para preservar o equipamento em caso de ruptura brusca ou queda dos modelos. Nas demais campanhas os transdutores foram deixados até o final do ensaio.

### 2.5.3.2. Células de carga

Células de carga produzidas pela Gefran, modelo CTD (Toroidal force transducer for industrial applications), com capacidade de carga de 3000 kN foram utilizadas na quarta campanha, sob cada um dos apoios dos modelos experimentais, com o objetivo de obter as reações de apoio e calcular, experimentalmente, os esforços internos a que o elemento está submetido, para cada estágio de carga.

Nas demais campanhas, os modelos eram isostáticos, de forma que os esforços internos poderiam ser obtidos por simples equilíbrio de esforços a partir da carga aplicada.

## 2.5.3.3. Correlação de Imagem Digital (DIC)

Trata-se de uma técnica ótica de medição de deslocamentos e deformações, o que pode ser realizado em 2D (deslocamentos e deformações no plano) ou em 3D (para leituras também fora do plano).

A técnica permite substituir, virtualmente, instrumentos físicos como extensômetros, leitores de deslocamento, leitores de abertura de fissura etc., com duas grandes vantagens sobre aqueles instrumentos: em primeiro lugar, é uma técnica barata pois depende de equipamentos muito simples (fonte luminosa, câmera digital e computador para aquisição das imagens – ver

Figura 66) e em segundo lugar, ela permite que os instrumentos virtuais de análise sejam posicionados *após* o ensaio, na fase de análise.

Isto é, a técnica tem a grande vantagem de poder medir deformações ou deslocamentos em posições não previstas a priori, o que é útil, por exemplo, para medir com precisão aberturas e profundidades de fissuras.



Figura 66 – DIC: Esquema dos equipamentos necessários

Fonte: extraído de PAN, 2018.

Embora a ideia do método tenha sido proposta há mais de quarenta anos (Peters, Ranson; 1982 apud PAN; 2018), houve um "boom" da técnica a partir dos anos 2000 (PAN, 2018).

O procedimento para utilização do DIC envolve basicamente seis passos, a seguir sintetizados:

- Preparação do modelo experimental: o modelo, ou a parte do modelo a ser investigada deve possuir cores contrastantes – em geral, sob um fundo branco, são aspergidas partículas de tinta formando os *speckles*, um padrão aleatório de pontos pretos que serão lidos e codificados posteriormente;
- 2. Aquisição e preparação das imagens durante o ensaio: através de uma câmera digital simples, são feitas fotografias em intervalos pré-determinados de tempo (por exemplo, a cada 5 ou 10 segundos), durante a execução da atividade experimental, sendo necessariamente a primeira fotografia, denominada "imagem de referência", correspondente ao modelo sem deformação (isto é, antes da aplicação de qualquer carga);
- 4. Cálculo de deslocamentos: Com base nas correlações encontradas, são calculados os deslocamentos (no caso da análise em 2D, tem-se os deslocamentos *u* na horizontal e *v* na vertical) em toda a superfície analisada, com base em cada *speckle*. Nesta fase também os deslocamentos são interpolados, para obter um campo suavizado e contínuo ao longo da superfície;
- Cálculo das deformações: Conhecidos os deslocamentos em cada ponto, é possível obter as deformações em locais de interesse. No caso da análise 2D, trata-se de um problema de estado plano de deformações, sendo elas ε<sub>x</sub>, ε<sub>y</sub> e γ<sub>xy</sub>, dadas por:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u\left(x, y\right)}{\partial x} \tag{59}$$

$$\varepsilon_{y} = \frac{\partial v \left(x, y\right)}{\partial y} \tag{60}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u(x,y)}{\partial y} + \frac{\partial v(x,y)}{\partial x}$$
(61)

 Análise e visualização: trata-se de uma análise pós-processamento, em que podem ser obtidos contornos de deslocamento, deformação etc.
Este procedimento acha-se esquematicamente representado na Figura 67.

A técnica DIC foi utilizada neste trabalho para a terceira e quarta campanhas, sendo que para o processamento e análise das imagens foi utilizado o *software* VIC-2D, da empresa Correlated Solutions.



Figura 67 – DIC: Esquema dos procedimentos para análise em 2D

Fonte: extraído de PAN, 2018.

# 3. APRESENTAÇÃO E INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMEN-TAIS

Neste capítulo apresentam-se os resultados obtidos nas campanhas experimentais descritas no capítulo anterior.

# 3.1. Primeira campanha experimental

### 3.1.1. Generalidades

A primeira campanha experimental teve carácter exploratório, como já mencionado e seus resultados foram apresentados em Teixeira (2018) e em Oliveira *et al.* (2018).

Esses ensaios permitiram aprofundar o conhecimento sobre o comportamento de vigas armadas com GFRP e, desta forma, nortear os estudos subsequentes que foram realizados para o desenvolvimento deste trabalho.

Pelo fato de que os resultados desta campanha já foram explorados anteriormente, apenas os principais dados e conclusões obtidas neste estudo serão agora apresentados.

A Figura 68 apresenta o aspecto pós ruptura dos modelos da primeira campanha. Embora os modelos I1-SUB-A e I1-SUB-B tenham sido armados com uma taxa geométrica de armadura longitudinal inferior à taxa balanceada e os modelos I1-SUP-A e I1-SUP-B tenham sido armados com uma taxa superior à balanceada, nenhum modelo rompeu exclusivamente por falha à flexão.

Particularmente nos modelos I1-SUB-A e I1-SUB-B, ocorreu a formação de fissuras de cisalhamento a partir das fissuras de flexão, como descrito no Item 1.4 (página 50). Ocorreu, portanto, um mecanismo combinado de cisalhamento e flexão.

A sondagem realizada nestes modelos após o ensaio (após a ruptura), evidenciou a ruptura dos estribos, conforme apresentado na Figura 69.



Figura 68 – Aspecto pós ruptura dos modelos experimentais da primeira campanha

Legenda: (a) Modelo I1-SUB-A (b) Modelo I1-SUB-B (c) Modelo I1-SUP-A (d) Modelo I1-SUP-B Fonte: O autor, 2017; Oliveira *et al.* (2018) Figura 69 – Ruptura dos estribos, na primeira campanha



(a) Legenda: (a) Modelo I1-SUB-A (b) Modelo I1-SUB-B Fonte: O autor, 2017



(b)

Em relação a estes dois últimos modelos, salienta-se que os deslocamentos verticais observados não foram muito grandes (quando comparados com as demais campanhas realizadas posteriormente). Isto porque a ruptura se deu com as vigas ainda longe de sua resistência à flexão, devido ao mecanismo combinado com cisa-lhamento.

Assim, evidencia-se a necessidade de cuidado especial com a armadura de cisalhamento pois, como já comentado anteriormente neste trabalho a resistência ao cortante de vigas totalmente armadas com barras não metálicas fica bastante prejudicada: nos modelos I1-SUB-A e I1-SUB-B a armadura longitudinal era fraca e os estribos continham um espaçamento aceitável, ainda assim, houve ruptura por cisalhamento.

A Figura 70 apresenta um detalhe da armadura superior no modelo I1-SUB-B, fenômeno também ocorrido no modelo I1-SUB-A. Nestas vigas, ocorreu ruptura da armadura longitudinal superior que, solicitada transversalmente pelo estribo, foi seccionada na região de contato.

Figura 70 – Ruptura da armadura longitudinal superior, modelo I1-SUB-B



Fonte: O autor, 2017

Note-se que a uma das principais características desta armadura é sua anisotropia, ou seja, o funcionamento da armadura é melhor na direção da orientação das fibras (o que coincide com o eixo da barra), de modo que transversalmente, a resistência é baixa e, por isso, o efeito de pino é prejudicado.

A quarta campanha apresentará o mesmo comportamento para alguns modelos, como se verá.

## 3.1.2. Estado-limite último

A Tabela 19 apresenta os resultados teóricos e experimentais obtidos para a primeira campanha, sendo os valores teóricos calculados por equilíbrio de esforços e compatibilidade de deformações, considerando o bloco equivalente de tensões no concreto.

Decultada	Modelo				
Resultado	I1-SUB-A	I1-SUB-B	I1-SUP-A	I1-SUP-B	
Momento fletor último, teórico (kN.m)	82,42	82,42	100,72	100,72	
Momento fletor último, experi- mental (kN.m)	65,84	73,53	124,15	111,77	
Relação Experimental / Teó- rico	0,80	0,89	1,23	1,11	

Tabela 19 – Momentos fletores últimos – teóricos x experimentais para a primeira campanha

Fonte: O autor, 2017; adaptado de Oliveira, 2018.

Os modelos subarmados apresentaram resistência à flexão inferior à teoricamente estipulada pois o funcionamento precário dos estribos fez com a ruptura por cisalhamento acontecesse em primeiro lugar. No caso dos demais modelos, o momento fletor resistente último foi maior do que o previso analiticamente, uma vez que o pequeno espaçamento dos estribos contribuiu para que a ruptura se desse por flexão, não obstante tenham surgido fissuras de cisalhamento e aderência nestes modelos.

A Tabela 20 apresenta a relação teórico *versus* experimental para a posição da linha neutra na ruptura. A linha neutra teórica foi encontrada através do equilíbrio de esforços internos e compatibilidade de deformações.

Nos modelos da primeira campanha, as armaduras superiores não foram instrumentadas, sendo o concreto comprimido dotado de extensômetros. A diferença entre o esperado teoricamente e o ao obtido experimentalmente, mas calculado com base nas deformações apresentadas pelos extensômetros pode se dever a uma eventual pequena precisão apresentada pelos extensômetros colados no concreto.

abela 20 – Linha neutra para os modelos da primeira campanha				
Modelo	Linha neutra plástica			
	Teórico (cm)	Experimental (cm)		
I1-SUB-A	4,25	2,07		
I1-SUB-B	4,48	1,02		
I1-SUP-A	6,27	2,60		
I1-SUP-B	6,14	2,60		

Fonte: O autor, 2023.

Ainda assim, nota-se, como o esperado, que a linha neutra para os modelos superarmados encontra-se, tanto teórica quanto experimentalmente abaixo daquelas dos modelos subarmados.

#### 3.1.3. Deslocamentos

Nos ensaios realizados no LEC/Uerj, como descrito no Capítulo 2, os transdutores de deslocamento foram retirados dos modelos antes do final do ensaio, uma vez temia-se algum dano nestes instrumentos devido à ruptura dos modelos. Especialmente em relação aos ensaios da Primeira Campanha, de caráter exploratório, este receio era ainda maior, pois devido ao comportamento linear e elástico da armadura, era difícil definir o quão próximo da ruptura as vigas se encontravam durante a realização do ensaio. Por este motivo, a leitura obtida pelos transdutores é limitada.

Uma vez que os instrumentos foram retirados bem antes da ruptura dos modelos, foi proposta uma regressão linear para avaliar o comportamento do deslocamento vertical até o momento da ruptura. Através desta regressão, é possível estimar o comportamento dos modelos para o Estádio II. Assim, a Tabela 21 mostra a equação ajustada para a relação  $\delta x P$  para cada um dos modelos, o valor de R<sup>2</sup> obtido, bem como o deslocamento esperado para uma situação próxima à ruptura ( $\delta_{máx, teo}$ ) e a Figura 71 apresenta a comparação de resultados entre os deslocamentos obtidos para cada um dos modelos da primeira campanha.

Tabela 21 – Equação para deslocamentos verticais no Estádio II e deslocamentos máximos teóricos esperados, para a primeira campanha

Modelo	Equação linear de ajuste, válida para o Estádio II	R²	δ <sub>máx,teo</sub> (mm)
I1-SUB-A	P = 2,6215 δ + 11,986	0,9962	24,98
I1-SUB-B	P = 2,4172 δ + 15,919	0,9897	30,18
I1-SUP-A	P = 3,5981 δ + 15,701	0,9960	36,23
I1-SUP-B	P = 4,0053 δ + 14,162	0,9985	29,29

Fonte: O autor, 2023.

Figura 71 – Comparação de deslocamentos verticais para os modelos da primeira campanha



Fonte: O autor, 2023.

O diagrama mostra que no Estádio I, todos os modelos possuem o mesmo comportamento, pois neste Estádio o concreto encontra-se íntegro, sendo a rigidez seccional igual a rigidez bruta. Neste momento, a quantidade de armadura tem pouca influência.

Ao ocorrer a passagem do Estádio I para o Estádio II, com o concreto fissurado, passa a ter principal importância a armadura e, nesse aspecto, os modelos subarmados possuem menor quantidade de armadura, por isso, apresentaram-se menos rígidos. Os modelos superarmados possuem maior quantidade de armadura e por isso mostraram-se mais rígidos.

#### 3.1.4. Momento de fissuração

A Figura 72 apresenta os momentos de fissuração experimentais atingidos pelos modelos da primeira campanha. Como este momento depende principalmente da geometria da seção transversal (inércia bruta) e das características do concreto (resistência à tração), era de se esperar que todos apresentassem, aproximadamente, o mesmo comportamento – o que ocorreu, como mostra a figura.

Figura 72 – Comparação entre os momentos de fissuração para os modelos da primeira campanha



Fonte: O autor, 2023.

А

Tabela 22 apresenta a comparação entre os momentos de fissuração teóricos, baseados nas características do concreto e os obtidos experimentalmente.

Tabela 22 – Momentos de fissuração, teórico e experimental, para os modelos da primeira campanha

Modelo -	Momento de fissuração (kN.m)			
	Teórico	Experimental		
I1-SUB-A	8,49	12,02		
I1-SUB-B	8,21	11,10		
I1-SUP-A	8,21	11,28		
I1-SUP-B	8,45	11,10		

Fonte: O autor, 2023.

#### 3.1.5. Deformações

A Figura 73 apresenta as deformações longitudinais de tração na armadura e compressão na face superior do concreto na primeira campanha. As descontinuidades presentes nas deformações de tração dos modelos da série I1-SUB devem-se a falhas pontuais do atuador hidráulico, que, por algumas vezes, não conseguia manter a carga atuante.

Figura 73 – Deformações de tração e compressão nos modelos da primeira campanha.





Fonte: O Autor (2023).

Os gráficos mostram que o comportamento no Estádio II é essencialmente linear, o que corresponde ao comportamento carga *versus* deslocamento vertical já apresentado.

A única diferença, entretanto, reside no modelo I1-SUP-B. Neste modelo, à carga P de aproximadamente 75 kN, o que corresponde a um momento fletor de cerca de 64 kN.m (57% do momento último resistente), nota-se um abatimento pronunciado do gráfico momento *versus* deformação.

Este fenômeno não foi capturado na análise dos deslocamentos verticais porque a instrumentação foi retirada antes do final do ensaio. Entretanto, observando-se as imagens pós-ruptura (ver Figura 74), especificamente quanto à fissuração apresentada pelos modelos, nota-se uma particularidade. Figura 74 – Detalhe da fissuração nos modelos I1-SUP-A (parte de cima da imagem) e I1-SUP-B (parte de baixo da imagem)



Fonte: O autor, 2017; Oliveira et al. (2018)

Na figura, se pode observar que no caso do modelo I1-SUP-B ocorreram fissuras de aderência, inexistentes no modelo I1-SUP-A. Salienta-se que estas fissuras podem ser associadas com o fendilhamento do concreto.

# 3.1.6. <u>Considerações finais sobre a primeira campanha</u>

A primeira campanha foi, como anteriormente descrito, desenvolvida para a dissertação de mestrado de Teixeira (2018), sendo considerada como campanha experimental inicial para fomentar o desenvolvimento deste trabalho (OLIVEIRA, 2018; Oliveira *et al.* 2018).

No que concerne ao objeto de estudo deste trabalho – comportamento à flexão de vigas – a primeira campanha foi essencial para entender experimentalmente o comportamento do material: a percepção dos grandes deslocamentos verticais encontrados, a influência do cisalhamento na flexão e o tipo de ruptura esperado para os casos subarmados e superarmados.

Do ponto de vista dos deslocamentos, a primeira campanha mostrou que uma vez fissurado o concreto, a rigidez se degrada rapidamente. Portanto, como refere a literatura técnica, há grande diferença entre as cargas para a situação de serviço (no caso, de deslocamentos verticais excessivos) e última, o que sugere que para projeto

as armaduras devam ser dimensionadas para atender ao ELS-DEF e verificadas para o ELU.

Principalmente, a primeira campanha revelou que o espaçamento (isto é a taxa geométrica) de armadura de cisalhamento é de suma importância para o funcionamento do elemento estrutural, ainda que a ruptura não se dê necessariamente próxima ao apoio ou próxima ao ponto de aplicação de carga. De fato, segundo os estudos Ahmed *et al.* (2010b), quando a ruptura se dá por cisalhamento, a fissura que controla a falha normalmente ocorre no centro do vão de corte, especialmente para maiores taxas de armadura de cisalhamento.

Os ensaios revelaram que existe boa correlação entre as previsões teóricas do relatório ACI 440 (ACI, 2015) com relação à flexão e com relação ao cisalhamento, ainda que, com menores espaçamentos, a ruptura na região das dobras dos estribos não foi verificada, o que mostra que para estes casos, a limitação de deformação desta norma é muito conservadora.

Portanto, e finalmente, a primeira campanha revelou que é interessante prover os vãos de corte com estribos pouco espaçados a fim de garantir a ruptura na flexão e que, de fato, quanto maior a taxa de armadura longitudinal utilizada, melhor o comportamento do elemento no momento da ruptura.

Estes dados foram relevantes ao planejar a segunda campanha pois desejavase, na sequência, investigar modelos com ruptura controlada pela flexão, o que levou à adoção de estribos pouco espaçados nos modelos desta campanha.

## 3.2. Segunda campanha experimental

### 3.2.1. <u>Generalidades</u>

Os modelos experimentais da segunda campanha foram idealizados de forma que a ruptura deles se desse por falha da armadura. Portanto, considerou-se para as três vigas que compõem esta campanha uma taxa de armadura inferior à taxa balanceada, conforme mencionado no item 2.3.2.

Este comportamento foi observado nos três modelos, o que ficou evidenciado pela ocorrência de falha "repentina e catastrófica", nos termos do relatório ACI 440.1R-2015 (ACI, 2015), clara ruptura das armaduras longitudinais de tração e sem a presença de compressão excessiva no concreto.

O aspecto pós ruptura do modelo I2-REF pode ser observado na Figura 75. Respectivamente, para os modelos I2-VAO e I2-TOT podem ser vistos na Figura 76 e na Figura 77.



Figura 75 – Modelo I2-REF, após a ruptura

Fonte: O autor, 2019.

Figura 76 – Modelo I2-VAO, após a ruptura



Fonte: O autor, 2019.



Figura 77 – Modelo I2-TOT, após a ruptura

Fonte: O autor, 2019.

Figura 78 – Ruptura das armaduras longitudinais de tração

(a) (b) (c) Legenda: (a) Modelo I2-REF; (b) Modelo I2-VAO; (c) Modelo I2-TOT; Fonte: O autor, 2019.

A Figura 78 evidencia a ocorrência de ruptura nas barras longitudinais de tração.

Observa-se que ocorreu a formação de poucas fissuras, predominantemente verticais e principalmente concentradas próximas ao vão de flexão, compatíveis com seções fracamente armadas, conforme a

Figura 79.

Figura 79 – Padrão de fissuração esperado para vigas fracamente armadas ou com grande quantidade de armadura



Fissuras de flexão com armadura relativamente pequena ou com poucas barras de grande diâmetro. As fissuras são poucas e de grande abertura.



Fissuras com armadura relativamente grande ou com barras finas bem distribuídas. As fissuras são muitas e de pequena abertura. Fonte: Leonhardt e Mönnig, 1978.

### 3.2.2. Estado-limite Último

Analiticamente, a resistência última esperada – sem consideração de qualquer efeito do confinamento – para os modelos experimentais – depende basicamente da resistência do concreto (propriedade que tem pouca influência) e da taxa de armadura longitudinal positiva de tração (que é a mesma para todas as vigas desta campanha).

A Tabela 23 apresenta os resultados teóricos em termos de momento fletor esperados e os efetivamente obtidos experimentalmente para os modelos I2-REF, I2-VAO e I2-TOT.

		conteo para a ooganaa e	ampanna
Modelo —	Mome	ento fletor resistente (F	(N.m)
	Teórico	Experimental	Variação (%)
I2-REF	33,96	36,03	+6,10
I2-VAO	33,97	39,71	+16,88
I2-TOT	33,97	35,62	+4,83

Tabela 23 – Momentos fletores resistentes para a segunda campanha

Fonte: O autor, 2023.

Como se observa, para a resistência à flexão das vigas, a presença dos estribos de confinamento foi desprezível nestes modelos: apesar do modelo I2-VAO ter apresentada elevada resistência experimental em relação à teórica, isto não se repetiu no modelo I2-TOT, que continha armadura de confinamento ao longo de todo o elemento.

Ainda assim, foi possível observar as deformações nos estribos de confinamento nos modelos I2-VAO e I2-TOT, tópico que será abordado no item 3.2.7.

Como apresentado na Tabela 4 (página 44), devido às propriedades mecânicas do material, esperava-se que a profundidade da linha neutra plástica (x) fosse pequena, ainda mais para modelos com taxa geométrica de armadura inferior à taxa balanceada. Este comportamento foi observado experimentalmente, como pode ser visto na Figura 80.



Figura 80 – Profundidade da linha neutra plástica, na ruptura – Modelo I2-REF

Fonte: O autor, 2023.

A Tabela 24 apresenta a comparação entre a linha neutra plástica teórica no momento da ruptura (obtida por condições de equilíbrio e compatibilidade de deformações) e a linha neutra experimental, obtida através dos resultados das deformações nos extensômetros da armadura longitudinal inferior e superior (ver item 3.2.5)

I abela 24 – Linha neutra para os modelos da segunda campanha     Linha neutra plástica				
Modelo	Teórico (cm)	Experimental (cm)		
I2-REF	3,34	3,65		
I2-VAO	3,32	3,80		
I2-TOT	3,32	3,78		

Fonte: O autor, 2023.

Observa-se boa correlação entre os valores experimentais e teóricos, como esperado, já que para elementos isostáticos com esbeltez tal que não possam ser considerados como viga-parede, são plenamente válidas as hipóteses básicas de dimensionamento de concreto armado. Nota-se discreto aumento no valor da profundidade da linha neutra dos modelos com confinamento, o que poderia estar relacionado com ganho de resistência e capacidade de deformação do concreto.

## 3.2.3. <u>Deslocamentos</u>

Conforme já mencionado no item 2.5, os transdutores foram retirados antes do final do ensaio para evitar danos ao equipamento caso a ruptura se apresentasse enérgica demais. Por isto, foi realizada uma extrapolação dos dados de deslocamento através do método dos mínimos quadrados, realizando o ajuste aos dados experimentais para o Estádio II. Já que o comportamento esperado neste estádio para modelos com ruptura por falha da armadura é linear, o ajuste em questão foi realizado considerando uma função de primeiro grau.

A Tabela 25 mostra a equação ajustada para a relação  $\delta$  x P para cada um dos modelos, o valor de R<sup>2</sup> obtido, bem como o deslocamento esperado para uma situação próxima à ruptura ( $\delta_{máx, teo}$ ).

Tabela 25 –	Equação	para	deslocamentos	verticais	no	Estádio	ll e	deslocamentos
	máximos te	eórico	os esperados					

Modelo	Equação linear de ajuste, válida para o Estádio II	R²	δmáx,teo (MM)
I2-REF	P = 0,9035 δ + 9,4077	0,9945	42,76
I2-VAO	$P = 0,9887 \delta + 8,3557$	0,9938	45,11
I2-TOT	P = 0,9381 δ + 8,5392	0,9982	41,80

Fonte: O autor, 2023.

A Figura 81 apresenta a comparação entre os deslocamentos verticais para o meio do vão nos modelos da segunda campanha experimental. Nota-se que todos eles apresentaram comportamento bastante semelhante, o que denota que a existência dos estribos de confinamento pouco teve efeito para estes modelos. Ressalva-se que a viga I2-VAO apresentou 16,88% a mais de capacidade de carga, em comparação com o modelo I2-REF.

Figura 81 – Comparação entre deslocamentos verticais no meio do vão para os modelos experimentais da segunda campanha



Fonte: O autor, 2023.

# 3.2.4. Momento de fissuração

Como esperado, os modelos mostraram-se mais rígidos até a fissuração do concreto tracionado (passagem do Estádio I para o Estádio II). O momento de fissuração teórico e experimental, além da curvatura experimental de fissuração desta campanha encontram-se apresentados na Tabela 26 e o diagrama momento *x* curvatura para esta região de análise na Figura 82.

Tabela 26 – Momentos e curvaturas relativos à fissuração para os modelos da segunda campanha

Madala	Momento de F	Momento de Fissuração (kN.m)		
Modelo	Teórico	Experimental	(1/m)	
I2-REF	6,78	7,59	1,074×10 <sup>-3</sup>	
I2-VAO	6,82	5,54	6,645×10 <sup>-4</sup>	
I2-TOT	6,82	7,20	1,186×10 <sup>-3</sup>	

Fonte: O autor, 2023.

Figura 82 – Diagramas experimentais momento *versus* curvatura, apresentando a região de passagem do Estádio I para o Estádio II da segunda campanha.



## Fonte: O autor, 2023.

Na Figura 82, o ensaio referente ao modelo I2-TOT apresenta uma descontinuidade, devido a falha de leitura do equipamento. Por isto, este ponto não foi escolhido como o momento de fissuração e sim aquele que representa a mudança de comportamento (abatimento da curva, indicando queda de rigidez).

Uma vez que o momento de fissuração depende basicamente da resistência à tração do concreto e que ela, por sua vez, apresenta grande dispersão de valores devido a diversos fatores tais como qualidade do concreto, tipo de ensaio realizado, características do agregado, influência da moldagem e adensamento etc., (Metha e Monteiro, 2014) a discrepância entre os valores experimentais e teóricos se justifica, mesmo para os modelos confeccionados na mesma ocasião.

Salienta-se, contudo, que no caso de concreto com armadura não metálica, a armadura mais "macia" do que a de aço cria pontos frágeis no concreto, o que pode, eventualmente, precipitar a fissuração e consequente passagem para o Estádio II.

## 3.2.5. Deformações

A relação entre as deformações específicas nas armaduras longitudinais de tração (face inferior) e compressão (face superior) e o momento fletor dos modelos da segunda campanha pode ser observada nos gráficos da Figura 83.

Figura 83 – Comportamento momento fletor *versus* deformações específicas nas armaduras longitudinais para a segunda campanha



Legenda: (a) Modelo I2-REF; (b) Modelo I2-VAO; (c) Modelo I2-TOT Fonte: O autor, 2023.

Salienta-se que os extensômetros elétricos de resistência utilizados no ensaio tinham capacidade de deformação de 0,020 (20‰). Por este motivo, e especialmente no modelo I2-REF aparecem "saltos" nos diagramas entre o instante em que este valor é atingido e o da ruptura de cada viga. Estes "saltos" não indicam, necessariamente, a ocorrência de formação de patamar plástico nos elementos instrumentados.

Entretanto, durante a ocorrência dos ensaios, foi possível verificar que os extensômetros deixavam de funcionar muito antes de se atingir a carga de ruptura dos modelos. Portanto, por um lado, conclui-se que todos os modelos apresentaram deformações na armadura superiores a 20‰.

Por outro, devido a esta característica dos instrumentos de medida, a obtenção experimental das curvaturas para as cargas próximas à ruptura fica, *a priori*, prejudicada. Entretanto, é possível estimar numericamente o comportamento das deformações nas armaduras tracionadas.

A Figura 84 apresenta a comparação entre as deformações que ocorreram na armadura longitudinal tracionada de cada um dos modelos da segunda campanha.





Fonte: O autor, 2023.

O gráfico permite concluir que o comportamento observado foi bastante semelhante, em consonância com o fato de que os modelos apresentavam concretos de propriedades mecânicas semelhantes e a mesma taxa de armadura longitudinal de tração. Entretanto, evidencia-se que os modelos I2-VAO e I2-TOT apresentam um comportamento ligeiramente mais rígido, ainda que os modelos tenham rompido no Estádio II, portanto, sem indício de plastificação dos materiais.

Na Figura 85 observam-se as deformações na armadura longitudinal superior (comprimida). O gráfico evidencia que, embora os espécimes I2-REF e I2-VAO tenham atingido deformações iguais na ruptura, o modelo I2-TOT apresentou maiores deformações.



Figura 85 – Deformações específicas na armadura longitudinal comprimida

Fonte: O autor, 2023.

Através das equações apresentadas no Apêndice, podem ser obtidas as deformações na fibra mais comprimida da seção, apresentadas na Figura 86. Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2023), para concretos pertencentes à classe de resistência Grupo I, nos termos da NBR 8953<sup>28</sup> (ABNT, 2015), a deformação de ruptura do concreto comprimido,  $\varepsilon_{cu}$  é de 3,5‰.



Figura 86 – Deformações específicas no concreto comprimido

Fonte: O autor, 2023.

Estes dados sugerem que a existência do confinamento ao longo de toda a viga pode ter contribuído para obtenção de maiores deformações no concreto comprimido.

Para vigas de concreto subarmadas, com armadura tradicional, conforme relatado por Ziara *et al.* (1995), não há aumento significativo da capacidade portante do elemento, mas ocorre ganho em sua ductilidade, mas, isto ocorre pela formação de rótulas plásticas devido ao escoamento do aço, o que não acontece quando são utilizadas armaduras não metálicas.

# 3.2.6. Comportamento momento – curvatura

O comportamento momento-curvatura experimental foi obtido de acordo com as equações apresentadas no Apêndice, considerando a estimativa das deformações

<sup>&</sup>lt;sup>28</sup> ABNT NBR 8953:2015 – Concreto para fins estruturais – classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência.

na armadura tracionada para valores superiores a 20‰, mantendo-se fixa a profundidade da linha neutra.

Desta forma, a

Figura 87 apresenta a relação momento *versus* curvatura para a segunda campanha. O gráfico permite inferir que os modelos experimentais se comportaram praticamente de maneira linear durante a maior parte do Estádio II.

Figura 87 – Relação momento versus curvatura para a segunda campanha



Fonte: O autor, 2023.

A Figura 88 apresenta a relação experimental entre as curvaturas e a profundidade da linha neutra. Observa-se o comportamento esperado, com a linha neutra decrescendo rapidamente<sup>29</sup> a partir do instante em que ocorre a fissuração do concreto e estabilizando-se em seguida.

<sup>29</sup> Observação: no gráfico, as curvaturas apresentam-se em escala logarítmica.



Figura 88 – Linha neutra experimental versus curvatura, para a segunda campanha

Fonte: O autor, 2023.

Todos os modelos apresentaram o mesmo comportamento, à exceção da viga I2-TOT, que apresentou a linha neutra plástica com ligeira maior profundidade do que os demais modelos, consequência da maior capacidade de deformação do concreto comprimido. Entretanto, este fenômeno não apresentou efeitos práticos tais como: melhor controle da ruptura ou maior ductilidade.

## 3.2.7. Deformação nos estribos de confinamento

O efeito do confinamento, para elementos com a seção transversal integralmente comprimida faz com que surjam deformações nas armaduras transversais, conforme ilustrado por Saatcioglu e Razvi (Figura 89). Figura 89 – Deformações e esforços em armadura de confinamento causadas pela compressão triaxial do concreto



Fonte: Saatcioglu e Razvi (1992).

No caso de vigas, em que apenas uma parte da seção encontra-se comprimida, o mesmo efeito ocorre somente se a linha neutra se situar abaixo do limite do estribo de confinamento. Conforme relatado por Delalibera (2002) (ver Figura 38, página 114), espera-se uma distribuição não uniforme das tensões nos estribos e, portanto, menor contribuição do confinamento.

Por isto, na segunda campanha, para o modelo I2-VAO dois estribos de confinamento foram instrumentados em suas quatro faces, de modo a tentar compreender o comportamento de cada uma de suas faces durante o ensaio.

A Figura 90 apresenta as deformações específicas nos estribos de confinamento do modelo I2-VAO. Este mo]delo teve dois estribos de confinamento instrumentados.



Figura 90 – Deformação nos estribos de confinamento para a segunda campanha – modelo I2-VAO

Legenda: (a) Estribo de confinamento à esquerda

(b) Estribo de confinamento à direita Fonte: O autor, 2023.

Observa-se que a leitura dos estribos mostrou que houve pouca deformação, sendo que, como esperado, as faces laterais e inferior experimentaram deformações de compressão e a face superior deformações de tração, o que se deve à pequena profundidade da linha neutra. Em um dos estribos, apresentado na Figura 90b, o extensômetro instalado na face superior apresentou deformações erráticas.

No caso das faces inferior e laterais, observa-se que sua contribuição é praticamente nula. A linha vermelha apresentada nos gráficos mostra a capacidade resistente teórica da viga. O objetivo de sua representação era verificar se haveria alguma modificação do comportamento dos estribos que indicasse sua influência na capacidade resistente do elemento. Como se observa, essa contribuição não existiu.

A Figura 91 apresenta as deformações encontradas nos estribos de confinamento do modelo experimental I2-TOT. Neste caso, por conta da limitação de canais disponíveis no módulo de aquisição de dados, foram instrumentados somente as faces lateral e superior dos estribos da viga.

Entretanto, o modelo foi instrumentado tanto para os estribos da zona flexão quanto aqueles localizados na zona de cisalhamento.



Figura 91 – Deformação nos estribos de confinamento para a segunda campanha – modelo I2-TOT





Fonte: O autor, 2023.

Os estribos de confinamento localizados na zona de cisalhamento – Figura 91 c e d – apresentaram deformação praticamente nula, mostrando que é ineficaz a adoção de elementos de confinamento fora da zona de flexão. Em relação aos estribos de confinamento da zona de flexão – Figura 91 a e b – , o comportamento foi o mesmo apresentado pelo modelo I2-VAO, o que faz sentido, já que trata-se do mesmo concreto, mesma geometria e mesma armadura longitudinal / transversal. A comparação entre as deformações nos estribos de confinamento (face superior) para os modelos I2-VAO e I2-TOT encontra-se na Figura 92 e na Tabela 27, a seguir.

Tabela 27 – Deformações máximas nos estribos de confinamento alcançadas para a segunda campanha

Modelo	Estribo	Deformação alcançada	Média
	Zona de flexão – Lado esquerdo	+0,0011 (1,1‰)	+0.0011
IZ-VAU	Zona de flexão – Lado direito	-	+0,0011
	Zona de flexão – Lado esquerdo	+0,00078 (0,7‰)	10.0005
12-101	Zona de flexão – Lado direito	+0,00030 (0,3‰)	+0,0005

Fonte: O autor, 2023.

Figura 92 – Comparação entre as deformações nos estribos de confinamento da zona de flexão, face superior, da segunda campanha experimental.



Fonte: O autor, 2023.

Os dados apontam que houve comportamento semelhante entre os modelos experimentais estudados, situando-se próximo a 1‰.

#### 3.2.8. Considerações finais sobre a segunda campanha

A segunda campanha teve como propósito estudar vigas subarmadas com ruptura à flexão e a influência do confinamento da zona comprimida através da adoção de estribos exclusivos para este fim - "*estribinhos*" - , de acordo com o estudado por diversos autores para vigas armadas com aço, como Ziara *et al.* (1995) e Delalibera (2002).

Em relação ao modo de ruptura é possível afirmar que o intuito foi alcançado uma vez que todas elas apresentaram este modo de ruptura, sem o surgimento de fissuras de cisalhamento e sem evidência de compressão excessiva no concreto.

Como previsto teoricamente, ficou evidente que, para atingir este intento, devese adotar uma taxa de armadura realmente muito baixa ao mesmo tempo que deve ser adotada uma razoável armadura transversal de combate ao cisalhamento. Tal fato mostra que na prática é muito difícil construir vigas que rompam desta forma, o que é um fator positivo, visto que as normas recomendam cautela para o projeto de vigas que rompam por falha da armadura tracionada, por exemplo, elevando os coeficientes de segurança para o caso em que esse tipo de ruptura esteja previsto.

De acordo com o apresentado pelo relatório ACI 440.1R (ACI, 2015), de fato a ruptura caracteriza-se por repentina e catastrófica, ainda que a "percepção" da ruptura seja evidente devido aos altos deslocamentos e intensa fissuração, apresentados pelos modelos.

Em relação à contribuição dos estribos de confinamento, o experimento demonstrou que sua adoção não foi efetiva, pois a carga de ruptura foi praticamente a mesma para todos os modelos e não houve mudança significativa no comportamento dos modelos durante o ensaio, quer em relação à deformação das armaduras longitudinais, quer em relação ao deslocamento vertical.

Os estribos deformaram-se muito pouco pois a ruptura foi controlada pela armadura tracionada. Além disto, as faces laterais e inferior dos estribos contribuíram ainda menos com o comportamento global dos modelos, pois a linha neutra tem profundidade muito reduzida para vigas armadas com FRP, a menos que a taxa de armadura longitudinal de tração seja extremamente grande, o que seria irreal.

Por outro lado, os resultados aqui encontrados foram essenciais para nortear o desenvolvimento dos modelos experimentais da terceira campanha, principalmente quanto à taxa de armadura a ser utilizada bem como a configuração geométrica da armadura de confinamento.

# 3.3. Terceira campanha

### 3.3.1. Generalidades

A terceira campanha estudou modelos superarmados com ruptura à flexão. Na segunda campanha, estribos localizados na zona comprimida da seção transversal foram considerados como elementos de confinamento. Nesta campanha, foram utilizados estribos de tamanho comum, ao seja, ao longo de toda a seção transversal.

A taxa de armadura e o tamanho dos estribos utilizados se deveu aos resultados encontrados na segunda campanha:

> O confinamento para vigas de concreto com armadura não metálicas é pouco efetivo quando a ruptura se dá pela armadura e, por isto, deve-se

trabalhar com seções superarmadas, prática recomendada pelas regulamentações de projeto independentemente da existência do confinamento

Como para vigas de concreto com armadura não metálica a profundidade da linha neutra (x) é reduzida, as deformações na armadura transversal de confinamento são mais importantes em suas faces superior e laterais. Desta maneira, não há ganho relevante na utilização de estribos reduzidos, sendo preferível a utilização de estribos de tamanho padrão, o que facilita o processo executivo.

Desta maneira, como apresentado no item 2.3.3, os modelos foram armados para romper à flexão por compressão excessiva do concreto, o que foi observado experimentalmente. Nestes modelos, a ação do confinamento foi efetiva tanto em termos da capacidade de carga quanto em relação ao comportamento carga *versus* deslocamento vertical e, também em relação ao controle da energia de ruptura.

Da Figura 93 à Figura 96 apresenta-se o aspecto pós-ruptura dos modelos experimentais da terceira campanha.



Figura 93 – Aspecto do modelo I3-REF após a ruptura

Fonte: O autor, 2022.

Figura 94 – Aspecto do modelo I3-100 após a ruptura



Fonte: O autor, 2022.

Figura 95 – Aspecto do modelo I3-075 após a ruptura



Fonte: O autor, 2022.

Figura 96 – Aspecto do modelo I3-050 após a ruptura



Fonte: O autor, 2022.

A Figura 97 apresenta a região comprimida da zona de flexão dos modelos experimentais da terceira campanha, após a ruptura, evidenciando-se o esmagamento do concreto.

Figura 97 – Compressão excessiva no concreto, após ruptura, para os modelos da terceira campanha



Fonte: O autor, 2022.

As vigas apresentaram a formação de muitas fissuras de flexão, compatível com a condição de elementos superarmados (ver a

Figura 79, página 157). Nenhum dos modelos apresentou ruptura na armadura longitudinal de tração, o que foi confirmado através de inspeções realizadas nas vigas após a ruptura. Neste quesito, observa-se também que nenhum estribo foi rompido nos ensaios.

A Figura 98 ilustra um aspecto do modelo I3-075 após a ruptura, em que a camada inferior de concreto foi desprendida. Observa-se que as armaduras permaneceram íntegras.

Figura 98 – Armaduras longitudinais íntegras pós ruptura, fotos referentes ao modelo I3-075\_\_\_\_\_



Fonte: O autor, 2022.

No instante em que a ruptura ocorreu, os modelos I3-075 e I3-050 tiveram a camada de cobrimento do concreto desprendida energicamente.

#### 3.3.2. Comportamento no Estado-limite Último

A Tabela 28 apresenta a comparação de resultados entre o momento fletor resistente teórico e experimental. A previsão teórica foi encontrada com base nas equações de equilíbrio da seção transversal submetida à flexão e compatibilidade de deformações, tomando como hipótese básica a aderência perfeita entre os materiais. Os esforços resistentes de compressão foram determinados considerando distribuição retangular das tensões no concreto, com profundidade do bloco igual a 0,8*x*. No cômputo da parcela de resistência das armaduras, foi considerada a contribuição das barras longitudinais superiores.

Assim como ocorreu na segunda campanha, o momento fletor teórico foi obtido sem consideração da contribuição do confinamento. Mais uma vez os cálculos foram realizados considerando o equilíbrio de esforços e a compatibilidade de deformações

Madala	Momento fletor resistente (kN.m)				
Modelo	Teórico	Experimental	Variação (%)		
I3-REF	55,07	55,58	+0,9%		
13-100	55,07	62,58	+13,6%		
13-075	57,28	63,88	+10,7%		
13-050	57,28	66,14	+15,5%		

Tabela 28 – Momentos fletores resistentes para a terceira campanha

Fonte: O autor, 2023.

A pequena diferença entre as previsões para os modelos I3-REF/I3-100 e I3-075/I3-050 deve-se ao fato de que as vigas foram moldadas em concretagens diferentes e que as respectivas resistências à compressão do concreto de cada betonada também apresentaram diferenças entre elas.

O modelo I3-REF, que não apresentava qualquer armadura de confinamento, resultou em uma carga experimental última bastante próxima da previsão teórica. Os

demais modelos, que apresentavam armaduras de confinamento em diversas configurações, chegaram a cargas de rupturas significativamente maiores que o modelo de referência, donde infere-se, inicialmente, que o confinamento se mostrou útil para um aumento de capacidade resistente última dos modelos superarmados.

De fato, Matos *et al.* (2012) também observaram que, em vigas armadas com GFRP, o aumento do confinamento através da redução do espaçamento de estribos levava a cargas resistentes maiores, fenômeno também observado por Ziara *et al.* (1995) e Delalibera (2002), para vigas armadas com aço.

A Tabela 29 mostra a comparação entre a linha neutra plástica teórica *versus* experimental, considerando o momento da ruptura dos elementos estruturais.

Linha neutra plástica		
Teórico (cm)	Experimental (cm)	
6,35	5,65	
6,35	4,39	
6,18	5,68	
6,18	4,55	
	Linha ne Teórico (cm) 6,35 6,35 6,18 6,18	

Tabela 29 – Linha neutra para os modelos da terceira campanha

Fonte: O autor, 2023.

A Figura 99 apresenta o aspecto da viga I3-REF após a ruptura, em que se pode observar a encurvadura ocorrida na armadura superior. Recorde-se que este modelo não tinha nenhuma armadura transversal na zona de flexão (ver detalhamento na Figura 46, página 121).

Figura 99 – Aspecto do modelo I3-REF: flambagem da armadura superior



Fonte: O autor, 2022.
A ruptura deste modelo se deu de maneira muito "enérgica", com desprendimento e lançamento do concreto comprimido a grande distância e com velocidade. Observou-se inicialmente a formação de fissuras de flexão e o aparecimento de fissuras de cisalhamento, inclinadas em relação ao eixo do elemento, surgidas a partir de fissuras de flexão. Nota-se, também, a flambagem da armadura superior.

Este fenômeno também foi reportado por Delalibera (2002), cujos ensaios com vigas de concreto armadas com aço revelou que, para elementos superarmados, mas com taxas volumétricas de confinamento inferiores a 3,17%, ocorria flambagem das barras mais comprimidas.

A viga mostrou-se intensamente fissurada, com relativa pouca distância entre fissuras, as quais mostraram-se, para cargas compatíveis com a carga de utilização do elemento, bem distribuídas e de pequena abertura, como pode ser observado na Figura 100.

Figura 100 – Fissuração da viga I3-REF, para P=40 kN (cerca de 54% da carga de ruptura)



Fonte: O autor, 2022.

O espaçamento médio observado após a consolidação das fissuras foi de 7,8 cm. Devido às características da armadura – baixo módulo de elasticidade e grande capacidade de deformação elástica – e como é comum acontecer em vigas armadas com barras não metálicas, a linha neutra subiu rapidamente após a fissuração, mantendo-se a porção comprimida da viga, na zona de flexão bastante reduzida (em comparação ao esperado para vigas com armadura de aço e superarmadas), mas ainda assim, mostrando-se mais profunda do que a observada na primeira campanha de ensaios, garantindo maior espessura da zona comprimida.

Figura 101 – Modelo I3-100, após a ruptura, evidenciando-se o esmagamento do concreto



Fonte: O autor, 2022.

O elemento I3-100, cujo aspecto após a ruptura pode ser observado na Figura 101, apresentava armadura de confinamento, com a taxa geométrica de 0,491% (7,37 cm<sup>2</sup>/m, ou Ø6,85mm c.10), sendo, dentre os modelos da terceira campanha, aquele com menor taxa de confinamento. Seu comportamento durante o carregamento e antes da ruptura foi bastante semelhante ao do modelo I3-REF, com fissuras de flexão em quantidade e bem distribuídas e, posteriormente, com o surgimento de fissuras de cisalhamento, para cargas próximas à ruptura.

A ruptura deste modelo experimental ocorreu com carga superior à ocorrida para o modelo sem confinamento, I3-REF, sendo que a falha se deu pelo esmagamento do concreto, porém sem desplacamento / lançamento do cobrimento, o qual permaneceu íntegro. Portanto, dentre os modelos analisados, a viga I3-100 foi a que apresentou o melhor comportamento relativo à ruptura.

A distância média entre fissuras observadas para este modelo foi de 7,5 cm. A Figura 102 apresenta o aspecto do modelo experimental, para uma carga P = 37,5 kN, cerca de 45% da resistência obtida experimentalmente para o modelo, mostrando a sua fissuração.



Figura 102 – Modelo I3-100, para uma carga correspondente a 45% da carga de ruptura

Fonte: O autor, 2022.

O modelo experimental I3-075, cujo aspecto pós-ruptura pode ser observado na Figura 95, foi armado com uma taxa geométrica de confinamento na região de flexão de 0,655% (9,83 cm<sup>2</sup>/m ou Ø6,85mm c. 7,5). O esmagamento do concreto ficou evidenciado a uma carga correspondente a um momento fletor de 60 kN.m, contudo, o colapso se deu apenas para uma carga correspondente a um momento fletor de 63,88 kN.m, e com desprendimento da camada de cobrimento próxima à face inferior da viga, conforme detalhe apresentado na Figura 103. Matos *et al.* (2012).

Figura 103 – Desprendimento da camada de cobrimento, no modelo I3-075



Fonte: O autor, 2022.

Ainda na Figura 95c, página 175, observa-se a fissuração deste modelo. O espaçamento médio entre as fissuras foi medido em 14,5 cm, valor superior ao observado nos modelos I3-REF e I3-100. Ao contrário destes outros modelos, o modelo I3-075 não apresentou fissuras de cisalhamento.

A Figura 95d, página 175, apresenta o modelo experimental I3-050 após a ruptura. Este modelo é o que continha a maior taxa geométrica de confinamento, 0,983% (14,74 cm²/m, ou Ø6,85 mm c. 5). O comportamento deste modelo em todos os estágios até a ruptura foi bastante semelhante ao observado no modelo I3-075.

Ambos apresentaram esmagamento do concreto antes do colapso de fato do elemento. No caso da viga I3-050, a carga em que se evidenciou o esmagamento do concreto foi equivalente a um momento fletor de 61,88 kN.m e a ruptura se deu para uma carga equivalente a um momento fletor de 66,14 kN.m. No instante da ruptura houve também desprendimento da camada de cobrimento, sendo observadas grandes deformações no modelo. Surgiram fissuras de cisalhamento a partir das fissuras flexão no modelo.

Ao contrário dos demais modelos, surgiram nesta viga fissuras de aderência, como pode ser visto no detalhe apresentado na Figura 104.



Figura 104 – Detalhe: fissuras de aderência, no modelo I3-075

Fonte: O autor, 2022.

# 3.3.3. Momento de fissuração

Assim como nas demais campanhas, o comportamento dos modelos no Estádio I foi basicamente governado pelas propriedades do concreto simples. Por isto, não se esperava influência do confinamento nesta parte do ensaio, o que se verificou na prática: o momento de fissuração experimental teve comportamento totalmente independente da taxa de armadura de confinamento adotada, como pode ser observado na Tabela 30. A Figura 105 apresenta o diagrama momento *versus* curvatura para esta região de interesse.

gunua c	ampanna		
Madala	Momento de F	Curvatura	
Widdeid	Teórico	Experimental	(1/m)
I3-REF	3,95	8,15	1,150×10 <sup>-3</sup>
13-100	3,95	4,94	1,216×10 <sup>-3</sup>
13-075	4,41	7,54	9,954×10 <sup>-4</sup>
13-050	4,41	3,57	5,565×10 <sup>-4</sup>

Tabela 30 – Momentos e curvaturas relativos à fissuração para os modelos da segunda campanha

Fonte: O autor, 2024.

Figura 105 – Diagramas experimentais momento *versus* curvatura, apresentando a região de passagem do Estádio I para o Estádio II da terceira campanha.



Fonte: O autor, 2024.

## 3.3.4. Deslocamentos

### А

Figura 106 apresenta os gráficos relativos ao comportamento carga *versus* deslocamento para os modelos da terceira campanha. Nesta série de ensaios, os transdutores de deslocamento não foram retirados ao longo da execução do ensaio e, por isto, os gráficos apresentam o comportamento desde o início do carregamento até a ruptura.





(d) Modelo I3-050 Fonte: O autor, 2023. Assim como foi feito para a segunda campanha, foram encontradas através do método dos mínimos quadrados relações entre a carga e o deslocamento para o Estádio II dos modelos. Note-se que ao contrário do observado naquela campanha, a relação entre carga e deslocamento não é mais linear, o que pode ser explicado pela maior capacidade de deformação do concreto – tanto para o modelo não confinado, mas que a ruptura se deveu ao comprimento excessivo deste material – quanto para os modelos confinados, em que a capacidade de deformação do concreto é melhorada. A regressão linear está apresentada na Tabela 31. A faixa de regressão utilizada compreende somente o Estádio II, em que o comportamento é, aproximadamente, linear.

Tabela 31 – Equação para deslocamentos verticais no Estádio II e deslocamentos máximos teóricos esperados

Madala	Equação linear de ajuste,	D2
wodelo	válida para o Estádio II	K-
I3-REF	P = 1,6214 δ + 8,5981	0,9987
I3-100	P = 1,9294 δ + 7,3754	0,9994
13-075	P = 1,7222 δ + 9,8012	0,9998
13-050	P = 1,9181 δ + 10,0250	0,9989

Fonte: O autor, 2023.

Note-se que a comparação entre as retas determinadas pela regressão linear e os dados experimentais, conforme apresentado na

Figura 106, mostra que, para cargas altas, próximas à ruptura, existe um distanciamento entre a reta que representa o comportamento no Estádio II e os dados experimentais, mostrando diferença no comportamento carga *versus* deslocamento para esforços mais altos.

Pela observação dos gráficos, observa-se também que este distanciamento foi maior tanto menos espaçados os estribos de confinamento eram. O início deste afastamento encontra-se apresentado na Tabela 32 e na Figura 107.

Tabela 32 – Cargas e deslocamentos do início do afastamento entre o comportamento experimental e a regressão linear referente ao Estádio II, para a terceira campanha.

Modelo	Carga P (kN)	Deslocamento δ (mm)
I3-REF	58,51 kN	30,78 mm
I3-100	63,13 kN	28,90 mm
13-075	49,65 kN	23,14 mm
13-050	50,02 kN	20,85 mm

Fonte: O autor, 2024.

Figura 107 – Distanciamento entre o comportamento experimental e a regressão linear referente ao Estádio II, diagrama carga *versus* deslocamento, para a terceira campanha.





Os valores apresentados na Tabela 32 serão posteriormente utilizados, no item 3.3.5 (página 194) para obtenção dos índices de ductilidade dos modelos experimentais desta campanha.

A Figura 108 apresenta a comparação entre os deslocamentos em cada uma das vigas da terceira campanha.

Figura 108 – Comparação entre os deslocamentos obtidos para cada modelo da terceira campanha



Fonte: O autor, 2023.

O gráfico permite concluir que o modelo I3-REF foi aquele que apresentou menor rigidez pós-fissuração entre os ensaiados. De maneira geral, quanto menor o espaçamento dos estribos, maior rigidez foi observada nos modelos.

No caso da viga I3-100, observou-se uma descontinuidade no gráfico para uma carga P em torno de 50 kN. A partir deste momento, o comportamento alterou-se de modo que sua rigidez ficou próxima à rigidez do modelo com maior taxa de armadura transversal de confinamento, o modelo I3-050. Atribui-se a intercorrência de ensaio esta observação. Na terceira campanha foi empregada a técnica de correlação digital de imagem (DIC, na sigla em inglês), conforme explicado no item 2.5.3.3. Desta forma, os deslocamentos obtidos pelo transdutor instalado no centro da viga puderam ser comparados com o campo de deslocamentos verticais (v) obtido pela análise tipo DIC.

A comparação entre resultados se encontra na Figura 109. Pela observação dos gráficos, conclui-se que houve excelente correlação entre resultados, sendo a análise tipo DIC extremamente eficiente para obtenção das curvas de deslocamento.

Figura 109 – Comparação entre os deslocamentos obtidos pelo transdutor de deslocamentos e pela técnica tipo DIC, para a terceira campanha



A mesma análise apresentada na Figura 108 referida à leitura com os deflectômetros é agora apresentada na Figura 110 com referência aos dados coletados com a técnica DIC.

Figura 110 – Comparação entre os deslocamentos obtidos para cada modelo da terceira campanha, considerando a análise DIC



Fonte: O autor, 2024.

Observa-se, mais uma vez, e como esperado, que quanto maior a taxa da armadura transversal de confinamento adotada, maior a rigidez, sendo que inicialmente o modelo I3-075 apresentou-se mais rígido que os demais, e, nas proximidades do E.L.U. o modelo I3-050 apresentou-se mais rígido que todos.

Ainda na Figura 110 apresenta-se com a linha tracejada em vermelho o limite de deslocamento vertical aceito<sup>30</sup>, para fins de aceitabilidade sensorial ("deslocamentos visíveis em elementos estruturais") pela NBR 6118 (ABNT, 2023). Este deslocamento limite é de  $\ell/250$ . Observe-se a grande diferença entre o carregamento possível considerando o critério do ELS-DEF e a capacidade de carga total dos elementos.

<sup>&</sup>lt;sup>30</sup> Observar que se trata, nos termos da norma 6118:2023, de deslocamento para carga total e considerando os efeitos de longo prazo e que o escopo deste estudo se limite ao estudo do comportamento em curto prazo dos elementos à flexão. Por isto, levando em consideração os efeitos ao longo do tempo, as cargas para as quais o limite imposto pela norma é atingido são ainda menores.

A Figura 111, por sua vez, apresenta a mesma comparação, entretanto, destacando os valores próximos ao limite do ELS-DEF da NBR 6118.





Fonte: O autor, 2024.

A relação entre as cargas correspondentes ao ELS-DEF e as cargas resistentes totais de cada modelo é apresentada na Tabela 33. Note-se que, embora tenha havido pequena diferença de carga correspondente ao deslocamento vertical máximo sugerido pela norma, a relação entre a carga para este nível e a carga última foi aproximadamente constante, variando pouco, entre 25,81 e 29,88%.

e Res	e Resistente total, para a terceira campanha					
	Carga P experimental (kN) Relação entre					
Modelo	Resistente total	Correspondente ao Resistente total ELS-DEF da NBR				
		6118	(%)			
I3-REF	74,11	20,99	28,32			
I3-100	83,44	21,54	25,81			
13-075	85,17	25,45	29,88			
13-050	88,19	23,06	26,14			

Tabela 33 – Comparação entre a carga P correspondente ao ELS-DEF da NBR 6118

Fonte: O autor, 2024.

Isto permite concluir que a utilização ou o aumento da taxa de armadura transversal de confinamento é irrelevante para aumento do carregamento possível para o ELS-DEF, levando em consideração a resistência do modelo, entretanto, o uso ou aumento da armadura transversal de confinamento tende a aumentar a resistência total do elemento e, por consequência, aumentar a capacidade de carga considerando o ELS-DEF. A Figura 112 apresenta a comparação de resultados entre os deslocamentos encontrados pela análise DIC e a previsão teórica proposta por Bischoff e Gross (2011), sugerida pelo relatório ACI 440.1R-2015 (ACI, 2015).





Para obtenção da previsão teórica de Bischoff, consideraram-se as formulações apresentadas no item 1.6.3 (página 67), mais especificamente a solução matemática apresentada para vigas isostáticas sujeitas à flexão de quatro pontos, cujas expressões são reapresentadas por conveniência nas Equações (62) a (65).

$$\Delta = \frac{F\ell^3}{48E_c I'_e \left[3\left(\frac{a}{\ell}\right) - 4\left(\frac{a}{\ell}\right)^3\right]} \tag{62}$$

Com:

$$I'_{e} = \frac{I_{cr}}{\left[1 - \gamma \eta \left(\frac{M_{cr}}{M_{a}}\right)^{2}\right]} \le I_{g}$$
(63)

$$\gamma = \frac{3\left(\frac{a}{\ell}\right) - 4\xi\left(\frac{a}{\ell}\right)^3}{3\left(\frac{a}{\ell}\right) - 4\left(\frac{a}{\ell}\right)^3}$$
(64)

$$\xi = 4 \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right) - 3 \tag{65}$$

Os gráficos apontam que houve boa correlação entre a previsão teórica e o observado experimentalmente, sendo os deslocamentos teóricos apresentados superiores, para o mesmo patamar de carga, o que é benéfico, da mesma forma que não há elevada discrepância entre os resultados teóricos e experimentais.

Deve-se observar, entretanto, que para obtenção dos deslocamentos teóricos pela formulação de Bischoff, o momento de inércia no Estádio II-Puro foi calculado da seguinte maneira: Em primeiro lugar, através do algoritmo momento *versus* curvatura teórico (em que os dados de entrada são os modelos constitutivos da armadura e do concreto), foi obtida a linha neutra fissurada (no Estádio II-Puro), referida como  $x_{II,0}$ .

A seguir, o momento de inércia fissurado então é obtido pela seguinte expressão, de acordo com a resistência dos materiais clássicas:

$$I_{cr} = \frac{bx^3}{3} + n[A_s(d-x)^2 + A'_s(x-d')^2]$$
(66)

Sendo *n* a relação entre os módulos de elasticidade da armadura e do concreto,  $n = E_f/E_c$ . Considerando ainda o momento de fissuração,  $M_{cr}$ , obtido segundo a análise do diagrama momento *versus* curvatura, o momento de inércia equivalente foi obtido de acordo com a Equação (63). Embora o ACI 440 (ACI, 2015) apresente uma formulação para obtenção da Inércia no Estádio II-Puro (ver apêndice), o resultado apresentado por aquela fórmula pode superestimar a inércia fissurada, o que por sua vez impactará na rigidez seccional equivalente e por fim poderá levar a valor subestimados de deslocamentos.

## 3.3.5. Influência do confinamento: ductilidade e resistência última

Da Figura 113 à Figura 116 apresentam-se os parâmetros P1, P2, S1, S2 e S para determinação dos índices de ductilidade, segundo a proposta de Naaman e Jeong. Os valores de P1 foram obtidos no gráfico apresentado na Figura 105 (página 183) e os valores de P2 foram obtidos na Tabela 32 (página 187). As inclinações S1 e S2 foram obtidas por regressão linear referentes ao Estádio I e Estádio II-Puro. A inclinação S foi obtida através da Equação (44) (página 77).



P1 = 10,867 kNS1 = 7,151 kN/mmP2 = 58,510 kNS2 = 1,621 kN/mmS = 2,648 kN/mm

Figura 113 – Parâmetros P1, S1, P2, S2 e S para o modelo I3-REF

Fonte: O autor, 2024.



Figura 114 – Parâmetros P1, S1, P2, S2 e S para o modelo I3-100

Fonte: O autor, 2024.



Figura 115 – Parâmetros P1, S1, P2, S2 e S para o modelo I3-075

Fonte: O autor, 2024.



Figura 116 – Parâmetros P1, S1, P2, S2 e S para o modelo I3-050

Fonte: O autor, 2024.

Nas figuras, as retas em vermelho delimitam o triângulo referente à energia elástica liberada na ruptura, a ser utilizada para a determinação do índice de ductilidade  $\mu$  conforme a Equação (45) (página 77), a seguir reproduzida.

$$\mu = \frac{1}{2} \left( \frac{E_{tot}}{E_{el}} + 1 \right) \tag{67}$$

Assim, são apresentados na Tabela 34 os índices de ductilidade segundo a proposta de Naaman e Jeong (1995) calculados para os modelos da segunda campanha.

UDIIUU	oblido para os modelos da terceira campanha				
Modolo	E <sub>elástica</sub> E <sub>total</sub>			$\mu$	
MODEIO	(kN.mm)	(kN.mm)	μ	$\mu_{ ext{I3-REF}}$	
I3-REF	1.036,78	2.168,98	1,546	1,00	
13-100	859,87	2.470,80	1,937	1,25	
13-075	1.087,62	2.989,83	1,874	1,21	
13-050	847,32	3.099,70	2,329	1,50	

Tabela 34 – Índice de ductilidade, conforme a proposta de Naaman e Jeong (1995), obtido para os modelos da terceira campanha

Fonte: o autor (2024).

Conclui-se que a utilização dos estribos de confinamento, como esperado, melhorou o comportamento frente à ductilidade dos modelos experimentais, uma vez que algum comportamento plástico do concreto comprimido pode ser obtido.

Observa-se, ainda segundo a mesma tabela, que houve um ganho de ductilidade em relação ao índice calculado para o modelo de referência, I3-REF, de até 50% (modelo I3-050).

Wang e Belarbi (2011) encontraram, para vigas sujeitas à flexão de quatro pontos, armadas com GFRP e sem estribos no vão de flexão, índices de ductilidade conforme a proposta de Naaman e Jeong da ordem de 1,30 a 1,46; valores da mesma ordem de grandeza do encontrado para o modelo I3-REF.

Para uma taxa modesta de armadura de confinamento, 0,491%, o que corresponde a estribos a cada 10 cm, já foi observado um aumento no índice de ductilidade de 50% em relação àquele obtido para o modelo sem confinamento.

A Tabela 35 apresenta a relação entre a taxa geométrica de armadura de confinamento adotada,  $\rho_{fw}$ , e o índice de ductilidade encontrado.

	ceira campanna		
Modelo	Taxa geométrica de ar- madura de confinamento (%)	μ	$\frac{\mu}{\mu_{\text{I3-REF}}}$
I3-REF	0,000	1,546	1,00
13-100	0,491	1,937	1,25
13-075	0,655	1,874	1,21
13-050	0,982	2,329	1,51

Tabela 35 – Taxa de armadura de confinamento e índice de ductilidade para a terceira campanha

Fonte: o autor (2024).

Esta mesma relação é apresentada em forma de gráfico na Figura 117.

Figura 117 – Relação entre taxa de armadura de confinamento ( $\rho_{fw,c}$ ) e índice de ductilidade ( $\mu$ ) para a terceira campanha.



Fonte: o autor (2024).

A partir dos dados experimentais, foi obtida uma regressão linear para os parâmetros  $\rho_{fw} \in \mu$ , resultando em excelente aproximação, com R<sup>2</sup> = 0,9131. Estes dados permitem obter uma primeira correlação entre a taxa geométrica de confinamento adotada e o índice de ductilidade, expressa na Equação (68).

Naturalmente, a relação apresentada é limitada, uma vez que foi obtida somente considerando os dados desta campanha de ensaios – isto é com vigas de seção retangular e taxa de armadura longitudinal constante.

$$\mu \cong \mu_0 + 70 \cdot \rho_{fw} \le 1.5 \cdot \mu_0 \tag{68}$$

Foi obtida também uma relação entre momento fletor último e taxa de confinamento, apresentada na Figura 118. Figura 118 – Relação entre taxa de armadura de confinamento ( $\rho_{fw}$ ) e momento resistente último, para a terceira campanha.



Fonte: o autor (2024).

A relação, cujo valor de R<sup>2</sup> foi de 0,9668, é abaixo apresentada:

$$M_u \cong M_{u,0} + 1000 \cdot \rho_{fw} \le 1,15 \tag{69}$$

## 3.3.6. Comparação do índice de ductilidade com outros estudos da literatura

Os estudos experimentais reportados na literatura técnica investigaram diversas estratégias para melhorar o comportamento de vigas isostáticas de concreto com armadura não metálica quanto à ductilidade.

Wang e Belarbi (2011), como já comentado, estudaram a influência na ductilidade devido à adição de fibras de polipropileno no concreto armado com barras de GFRP e CFRP, chegando a valores do índice de ductilidade  $\mu_e$  de 1,30 a 1,46. Os modelos ensaiados por estes autores contavam com estribos metálicos no vão de cisalhamento, e nenhum estribo no vão de flexão.

Abdelkarim *et al.* (2019) estudaram a influência da utilização de concreto de alta resistência na ductilidade. Em seus modelos experimentais, os estribos eram de aço, assim como as armaduras longitudinais superiores.

Estes autores também não utilizaram estribos no vão de flexão, e chegaram a valores de  $\mu_e$  entre 1,49 e 3,16.

Carvalho (2021), também já mencionado anteriormente neste trabalho, estudou a influência da adição de fibra de vidro AR dispersas no concreto e a utilização de estribos de confinamento, obtendo valores de  $\mu_e$  entre 1,51 e 2,43.

Attia *et al.* (2023) pesquisaram o comportamento de dois tipos de armaduras híbridas, sendo o primeiro tipo composto por barras com núcleo metálico e camada externa de fibra de vidro e o segundo tipo de fibra de vidro com óxido de ferro disperso na matriz polimérica e encontraram índices de ductilidade entre 1,68 e 3,21.

Finalmente, Wei *et al.* (2024) estudaram a utilização de dois tipos de armadura (GFRP e aço convencional) conjuntamente nos modelos experimentais, incluindo também fibras de polipropileno dispersas no concreto, obtendo índices de ductilidade entre 1,04 e 1,51.

A Figura 119 apresenta a comparação destes resultados reportados na literatura com os resultados experimentais da terceira campanha deste trabalho.

O valor médio do índice de dúctil obtido por todos os trabalhos é de 1,83, com desvio padrão populacional de 0,59. Na Figura, os círculos em azul apresentam os resultados da terceira campanha, em que a taxa de armadura longitudinal foi constante, com variação da taxa de armadura de confinamento adotada em cada modelo.

Destaca-se que os modelos dotados de armadura de confinamento conseguiram um valor de  $\mu_e$  acima da média de todos os estudos, e dentro da faixa abrangida pelo valor médio mais um desvio padrão.



Figura 119 – Relação entre índice de ductilidade ( $\mu_e$ ) e taxa geométrica de armadura longitudinal, para diversos estudos experimentais

Fonte: O autor, 2024.

Com isso, conclui-se, como contribuição deste trabalho, que a estratégia de apenas utilizar estribos de confinamento não metálicos no vão de flexão é suficiente para melhorar a ductilidade dos modelos, com valores da mesma ordem de grandeza daqueles obtidos por outros pesquisadores.

### 3.3.7. Abertura de fissuras

Através do uso da técnica DIC foram obtidas as aberturas de fissuras ao longo do experimento, para cada modelo da terceira campanha. Os diagramas de momento fletor *versus* abertura de fissura de cada uma das vigas desta campanha encontramse na Figura 120.



Figura 120 – Comportamento momento *versus* abertura de fissuras para os modelos da terceira campanha

(c)



Legenda: (a) Modelo I3-REF

- (b) Modelo I3-100
- (c) Modelo I3-075
- (d) Modelo I3-050

Fonte: O autor, 2024.

Por outro lado, a Figura 121 apresenta a comparação das aberturas médias das fissuras em cada um dos modelos experimentais.





Fonte: O autor, 2024.

A análise da Figura 121 mostra que, de maneira geral, o comportamento momento *versus* abertura de fissura é linear. A exceção fica por conta do modelo I3-REF, em que após atingir a carga de pico houve intensa fissuração, com desprendimento enérgico da camada de cobrimento, conforme anteriormente já comentado. Salientase que a análise da abertura de fissuras é importante no regime linear, em serviço.

O gráfico também mostra que houve influência dos estribos no comportamento relativo à abertura de fissuras. Note-se que nestes modelos, a armadura de combate ao esforço cortante era constante e o confinamento foi aplicado somente na porção do elemento sujeita à flexão pura.

Assim, evidencia-se que, tendo como base de comparação o modelo I3-REF, a adoção de uma armadura a cada 10 cm (caso do modelo I3-100) não influenciou o tamanho das fissuras. Entretanto, ao adotarem-se armaduras a cada 7,5 (caso do modelo I3-075) ou 5,0 cm (caso do modelo I3-050), houve melhora neste comportamento, apresentando-se fissuras menos abertas.

Daí conclui-se que embora os estribos tenham menos efeito quanto aos deslocamentos verticais em serviço, influenciando mais o comportamento nas proximidades do estado-limite último, quanto à abertura de fissuras eles foram efetivos (a partir de um espaçamento de 7,5cm ou menos) para o controle da fissuração. Quanto a este último fenômeno, o estudo de Ahmed (2010) sugeriu que estribos mais apertados poderiam influenciar na fissuração.

Finalmente, na Figura 121 observa-se uma linha tracejada em vermelho: tratase da abertura de fissuras limite de 0,7mm conforme sugestão do relatório ACI 440 (ACI, 2015), considerando fins estéticos uma vez que vigas com armadura não metálica são menos sujeitas aos efeitos deletérios das ações do meio-ambiente do que as vigas com armadura tradicional. Nota-se que a diferença entre o momento fletor para a abertura de fissuras limite e o momento fletor último não é tão grande quanto a diferença que ocorre quando se analisam os deslocamentos verticais limites.

#### 3.3.8. Deformações longitudinais

A Figura 122 apresenta as deformações específicas obtidas através dos extensômetros elétricos de resistência instalados nas barras.

Como anteriormente comentado, os extensômetros utilizados possuíam um limite de deformação – no caso da terceira campanha, de cerca de 0,016 (16‰). Por este motivo, as curvas referentes à deformação positiva ( $\epsilon^+$ ) em cada modelo apresentam uma parte em linha cheia e outra em linha tracejada.

A parte cheia representa os valores efetivamente lidos através dos extensômetros. A parte tracejada refere-se a uma extrapolação numérica, obtida considerando que a linha neutra plástica permanece fixa para deformações grandes, conforme o procedimento apresentado no Apêndice 0.

Figura 122 – Comparação do comportamento momento *versus* deformação nas armaduras longitudinais tracionada e comprimida, para a terceira campanha



205

Observa-se, da análise dos gráficos, que em relação às deformações de tração, ocorreram deformações superiores a 0,02 (20 ‰). Deve-se ter cautela, entretanto, para a análise das deformações superiores a 0,016. A priori, a extrapolação numérica indica um abatimento da curva na relação momento *versus* deformação específica. Entretanto, isto seria válido somente para hipótese de linha neutra mantida fixa, o que, embora tecnicamente plausível e possível, não pode ser totalmente garantido.

Por sua vez, a Figura 123 apresenta em um mesmo gráfico as deformações nas armaduras longitudinais de tração de todos os modelos da terceira campanha. Mais uma vez, a linha tracejada indica a extrapolação numérica realizada.



Figura 123 – Deformações longitudinais de tração na terceira campanha

Fonte: O autor, 2022

A análise comparativa dos gráficos mostra que os modelos I3-075 e I3-050 comportaram-se de maneira mais rígida do que os modelos I3-100 e I3-REF, e que os primeiros conseguiram, possivelmente, atingir maiores deformações na armadura do que os últimos.

Note-se, ainda, no Estádio II, que os modelos I3-075 e I3-050 apresentaram o mesmo comportamento entre si, o que também ocorreu com os modelos I3-REF e I3-100. Daí se conclui que a armadura de confinamento foi efetiva para melhorar o comportamento no Estádio II. Ainda assim, este comportamento exibido em termos das deformações específicas das armaduras longitudinais não se mostra da mesma forma na análise dos deslocamentos, em que ficou evidente que o confinamento efetivamente pouco contribuiu para esforços em serviço.



Figura 124 apresenta a comparação das deformações na armadura longitudinal superior (comprimida) dos modelos da terceira campanha.



Figura 124 – Deformações longitudinais de compressão na terceira campanha

Fonte: O autor, 2022

Do gráfico, observa-se que a armadura de confinamento foi efetiva em promover maiores deformações de compressão no estado-limite último. Estes dados são apresentados, também, na Tabela 36.

Tabela 36 – Deformações r	na armadura de compressão,	no estado-limite	último, para
a terceira campar	าha		

 Modelo	Deformação de compressão na armadura longitudinal su- perior
 I3-REF	9,32 ‰
13-100	12,91 ‰
13-075	10,56 ‰
13-050	10,90 ‰

Fonte: O autor, 2022

Deformações desta magnitude seriam incompatíveis, especialmente para o caso da viga de referência (Modelo I3-REF) com as possíveis para o concreto comprimido. Entretanto, houve esmagamento do concreto antes da ruptura de fato dos modelos experimentais, o que explica que no estado-limite último já não se pode considerar compatibilidade de deformações entre concreto e armadura.

Nota-se aí a importância da armadura de compressão no funcionamento destes modelos: quando o concreto comprimido esmaga, havendo condições para que a armadura continue "contida", por exemplo, através da utilização das armaduras de confinamento, pode-se obter uma pequena "reserva" de resistência uma vez que a barra continua se deformando.

Por outro lado, o confinamento pode ser efetivo em garantir maior capacidade de deformação no concreto comprimido interno ao núcleo, o que também contribui de maneira significativa para a resistência dos elementos.

A Figura 125 apresenta uma regressão linear feita com os dados acima explicitados, com o objetivo de investigar a relação entre taxa de armadura de confinamento adotada e deformações na armadura de compressão.

Figura 125 – Regressão linear: taxa de armadura de confinamento e deformações na armadura longitudinal comprimida



Fonte: O autor, 2022

A compilação dos dados mostrou uma regressão cujo valor de R<sup>2</sup> é igual a 0,1543, sendo a equação, portanto, pouco representativa, donde se conclui que fica indeterminada a relação entre taxa de armadura de confinamento adotada e deformação de compressão obtida: parece não haver relação direta entre estas duas grandezas e, mais além, da análise das deformações encontradas, observa-se que pouco variou a deformação final nas armaduras. Já a Figura 126 apresenta as deformações no concreto comprimido, com os dados desta vez obtidos pela análise com a técnica DIC. Os valores encontram-se, também, sintetizados na Tabela 37.

Figura 126 – Deformações longitudinais no concreto comprimido, terceira campanha



Fonte: O autor, 2022

Tabela 37 – Deformações no concreto comprimido, no estado-limite último, para a terceira campanha

Modelo	Deformação de compressão na armadura longitudinal supe- rior
I3-REF	5,39 ‰
13-100	20,00 ‰
13-075	12,01 ‰
13-050	4,47 ‰

Fonte: O autor, 2022

Os dados mais uma vez mostram pouca relação entre a taxa de armadura de confinamento adotada e as deformações obtidas. Mas deve-se lembrar que as informações colhidas com o DIC consideram o concreto da face do modelo experimental, não sendo possível, efetivamente, obter as deformações no núcleo confinado do concreto.



## 3.3.9. Deformações nos estribos de confinamento

Com o intuito de avaliar a contribuição dos estribos de confinamento, foram medidas as deformações alcançadas por eles para os modelos em que este tipo de armadura foi utilizado (vigas I3-100, I3-075 e I3-050). O resultado encontra-se na Figura 127.



Figura 127 – Deformações nos estribos de confinamento, terceira campanha



Legenda: (a) Modelo I3-100 (b) Modelo I3-075 (c) Modelo I3-050 Fonte: O Autor (2024)

Nos gráficos apresentados, observa-se que as deformações alcançadas pelos estribos de confinamento são pequenas, da ordem de 1‰. Nestes gráficos ainda é apresentada uma linha tracejada vermelha: é o momento resistente alcançado na viga de referência, I3-REF.

Nota-se, embora não em todos os pontos medidos, que existe uma tendência de abatimento da curva momento *versus* deformação específica quando os momentos são maiores do que os de referência, o que indica o funcionamento deste método de confinamento. Portanto, conclui-se que o aumento da capacidade resistente dos modelos I3-100, I3-075 e I3-050 foi significativamente influenciado pela adoção dos estribos de confinamento.

Já a Figura 128 apresenta a comparação entre as deformações nos estribos entre os três modelos confinados da terceira campanha. Foram escolhidos para compor este gráfico, dentro de cada modelo, a curva do extensômetro que apresentou as maiores deformações.



Figura 128 – Deformações nos estribos de confinamento, terceira campanha

Fonte: O Autor (2024)

Os dados apresentados no gráfico são sintetizados na Tabela 38:

Tabela 38 - Deformações no	concreto	comprimido,	no	estado-limite	último,	para	а
terceira campanha							

Modelo	<i>M</i> <sub>R</sub> (kN.m)	ε <sub>confin</sub> (adim)
13-100	62,58	0,98 ‰
13-075	63,88	1,04 ‰
13-050	66,14	1,88 ‰

Fonte: O autor, 2024.

As deformações constantes da Tabela foram utilizadas para alimentar o algoritmo momento *versus* curvatura considerado para análise do confinamento a partir da proposta de Saatcioglu e Razvi, em que a tensão na armadura de confinamento foi tomada como:

$$\sigma_{f,confin} = E_f \cdot \varepsilon_{confin}$$

(70)

## 3.3.10. Influência do confinamento

O modelo proposto por Saatcioglu e Razvi (1992) foi aplicado para análise das vigas da terceira campanha, considerando o modelo constitutivo do concreto confinado na formulação do algoritmo momento *versus* curvatura seccional.

Da Figura 129 à Figura 131 apresentam-se as comparações teórico versus experimental entre estes diagramas para os modelos da terceira campanha. Nos gráficos, aparecem as curvas referentes ao modelo teórico com e sem a consideração do confinamento.

Figura 129 - Relação momento versus curvatura para o modelo I3-100





Figura 130 – Relação momento versus curvatura para o modelo I3-100



Fonte: O autor (2024).



Figura 131 – Relação momento versus curvatura para o modelo I3-100

A partir da análise dos diagramas, conclui-se que ambos os modelos teóricos (sem e com confinamento) foram efetivos para determinação da rigidez dos modelos, a qual depende primariamente da rigidez axial (EA) da própria armadura no Estádio II.

Como esperado, quanto à capacidade resistente à flexão, o modelo teórico sem consideração do confinamento superestima os momentos últimos. Contudo, o modelo teórico proposto por Saatcioglu e Razvi (1992) por sua vez superestima estes valores, ainda que seja adotada cautela na definição da pressão lateral de confinamento uma vez que apenas uma face do estribo contribui de maneira significativa para este fenômeno.

A explicação reside no fato de que o modelo proposto por estes autores possibilita a ocorrência de deformações muito grandes no concreto comprimido, o que não ocorre para este tipo de elemento com armaduras não metálicas. Note-se que para vigas superarmadas de concreto com aço, Delalibera (2002) obteve deformações nos estribos de confinamento de até 0,7‰, porém, o aço possui rigidez muito superior à da barra de fibra de vidro (que ainda apresenta comportamento anisotrópico), por isso, a efetividade do confinamento é maior.

Fonte: O autor (2024).
Por outro lado, o algoritmo considerando o confinamento apresenta valores inferiores para a curvatura final, quando comparado com o obtido experimentalmente, o que se explica pelo fato de que próximo à ruptura, existe considerável perda de aderência entre a barra e o concreto, e, portanto, as hipóteses básicas da flexão do concreto armado não são mais totalmente válidas, de forma que a compatibilidade de deformações não mais se aplica e eventualmente pode ocorrer deslizamento das barras, o que contribui para o comportamento observado.

De fato, tanto a análise feita pelo resultado da técnica DIC e pelos extensômetros elétricos de resistência instalados na armadura superior, mostrou que não houve compatibilidade de deformações entre a armadura e o concreto envolvente para cargas altas, devido aos fenômenos de perda de aderência e colapso da camada externa ao núcleo.

A Figura 132 apresenta a relação entre a taxa de armadura geométrica utilizada e a relação entre a carga P experimental e a carga  $P_{ref}$ , referente ao modelo I3-REF, que não continha estribos de confinamento. Cada uma das curvas é referente a um nível de deslocamentos verticais no meio do vão.

Figura 132 – Relação entre a taxa geométrica de armadura de confinamento e as cargas P correspondentes para cada nível de deslocamento vertical



Fonte: o autor (2024)

Da figura, fica claro que a efetiva ação do confinamento apenas ocorre para deslocamentos muito altos – isto é, quando o modelo se encontra próximo à ruptura. Isto também é sinalizado nos diagramas momento *versus* curvatura pois as rigidezes

confinada e não confinada teóricas são bastante próximas, havendo apenas diferença de capacidade resistente.

### 3.3.11. Conclusões da terceira campanha

A terceira campanha estudou modelos superarmados e isostáticos, utilizando estribos de tamanho normal como instrumento para melhoria do confinamento das vigas. Todas as vigas romperam como esperado (à flexão e por falha no concreto).

Verificou-se que a adoção do confinamento em diferentes taxas, com estribos espaçados a cada 10, 7,5 ou 5 cm mostrou-se bastante efetiva para controlar a ruptura, de forma que ela não se dê de maneira enérgica, para diminuição da abertura de fissuras e para discreta melhoria na capacidade de carga dos modelos.

Quanto à ductilidade encontrada, o modelo proposto por Naaman e Jeong (1995) se mostrou efetivo para análise, sendo que todos os modelos apresentaram índices de ductilidade de até 50% a mais do que os obtidos para a viga sem confinamento.

A técnica DIC se mostrou extremamente útil na determinação dos deslocamentos verticais e aberturas de fissuras, sendo que a primeira foi comparada com instrumentos físicos de leitura (transdutores de deslocamento), apresentando excelente correlação.

Por outro lado, a utilização do DIC deve ser tomada com cuidado na aferição das deformações, especialmente as positivas (relacionadas à armadura), uma vez que a leitura será influenciada por eventual existência de fissura na região analisada. Assim, ao menos, deve-se tomar um comprimento maior de L<sub>0</sub> (medida de base do extensômetro virtual) para obtenção de uma estimativa "média" da deformação naquela fibra. A leitura das deformações a partir dos extensômetros físicos instalados nas armaduras ainda parece ser a melhor maneira de aferir estes valores.

Ficou evidente também que a relação entre a carga última e a carga para o limite de deslocamentos verticais é extremamente alta, o que sugere que o dimensionamento deva ser feito para o serviço e verificado para a condição última, e não o contrário.

A proposta de Bischoff e Gross (2011) apresenta valores condizentes com o observado experimentalmente, sendo uma boa ferramenta para análise deste parâmetro. Em relação à fissuração, por outro lado, a tolerância adotada pelo relatório ACI 440 (ACI, 2015) e a análise experimental revelam que as aberturas-limite ocorrem já nas proximidades das cargas últimas e que, por isso, não são um fator limitante no dimensionamento, devendo, também, ser verificadas.

Por fim, quanto à análise do confinamento, os experimentos mostraram que embora efetivo do ponto de vista da rigidez, o algoritmo momento-curvatura considerando a proposta de Saatcioglu e Razvi não é muito adequado para representação do fenômeno, pelos motivos de perda da condição de compatibilidade de deformações para cargas próximas à carga última, devendo ser estudados outros modelos que possam melhor representar este comportamento.

Da terceira campanha, conclui-se que é necessário considerar seções superarmadas e confinadas para conseguir algum incremento de ductilidade, embora este incremento seja consideravelmente limitado, quando comparado às vigas de concreto com aço. Além disto, houve pouca diferença entre os modelos com espaçamentos de estribos a cada 5, 7,5 ou 10 cm. Por estes motivos, os modelos planejados para a quarta campanha levaram em consideração seções com taxas geométricas altas de armadura longitudinal além de estribos de confinamento na zona de flexão, espaçados a cada 5 ou 10 centímetros, como se verá.

#### 3.4. Quarta campanha

#### 3.4.1. <u>Generalidades</u>

A quarta campanha visou ao estudo de modelos hiperestáticos, com diferentes taxas de armadura longitudinal e de confinamento, objetivando analisar a influência destes parâmetros no comportamento quanto à fissuração, deslocamentos e, principalmente, redistribuição de momentos, já que este último comportamento é importante para estruturas de concreto armado.

O estudo analítico e experimental da distribuição de esforços considerando a rigidez fissurada de vigas também foi realizado nesta campanha. Esta discussão é importante, pois as regulamentações de projeto recomendam, para fins de análise estrutural, a adoção de uma rigidez única – normalmente obtida considerando a inércia não fissurada dos elementos – para todos os elementos, o que pode levar a uma

distribuição de momentos que não represente a que efetivamente ocorre na estrutura real.

Os ensaios foram realizados com controle de deslocamento, à velocidade de 0,5 mm/min e, além dos transdutores de deslocamento, extensômetros elétricos de resistência e utilização de correlação digital de imagem – já explorados em modelos anteriores – nesta campanha foram utilizadas células de carga nos três apoios de cada modelo, a fim de monitorar as reações de apoio e obter, analiticamente, os momentos fletores atuando em cada área de interesse (vãos, sob o ponto de aplicação de carga, e apoio).

A Tabela 39 apresenta o modo de ruptura e o local em que ela ocorreu, para cada um dos modelos.

l abela 39 –	l ipos de ruptura e local de ocorrência observados	<u>, na quarta campanha</u>			
Modelo	Tipo de ruptura	Local da ruptura			
H4-3Ø-100	Cisalhamento combinado com flexão	Vão esquerdo			
H4-3Ø-050	Cisalhamento com ruptura da armadura longi- tudinal de tração	Vão esquerdo			
H4-5Ø-100	Cisalhamento	Vão direito			
H4-5Ø-050	Cisalhamento com flexão	Vão direito			
Fonte: o autor (2024)					

Como se verá no item 3.4.3, todos os modelos alcançaram algum grau de redistribuição de momentos, conforme observado por Basa *et al.* (2020), e todos experimentaram ruptura que envolveu falha por cisalhamento.A Figura 133 apresenta o aspecto da ruptura de cada um dos modelos ensaiados na quarta campanha. Figura 133 – Aspecto da ruptura de cada modelo da guarta campanha



218



(c)



(d)

Legenda: (a) Modelo H4-3Ø-100

- (b) Modelo H4-3Ø-050
- (c) Modelo H4-5Ø-100
- (d) Modelo H4-5Ø-050

Fonte: O autor, 2024.

Pelas condições de contorno adotadas, nos modelos da quarta campanha não havia zona de flexão pura, havendo a ação, portanto, de esforços de flexão e de cisalhamento ao longo de toda a viga. Por este motivo, e ao contrário do observado na campanha anterior as fissuras, embora, tenham se iniciado de maneira vertical, rapidamente começaram a se inclinar acompanhando o campo de tensões principais que ocorria ("fissuras de cisalhamento na flexão", conforme LEONHARDT (1978))

Nos modelos H4-3Ø-100 e H4-3Ø-050 não ocorreu a formação de fissuras de cisalhamento puro (fissuras de cisalhamento na alma), já nos modelos H4-5Ø-100 e H4-5Ø-050, além das fissuras de cisalhamento decorrentes das de flexão, surgiram também fissuras de cisalhamento na alma, o que decorre da maior resistência à flexão destas vigas.

Em todos os modelos evidenciou-se a formação de cunhas no concreto comprimido, tanto no apoio central quanto nos vãos, sob os pontos de aplicação de carga, embora a ruptura tenha se dado sempre por cisalhamento. Evidenciaram-se estribos de FRP rompidos em todos os modelos, o que é esperado quando a ruptura ocorre por ação do esforço cortante.

Na região de aplicação de carga as armaduras longitudinais superiores foram fortemente solicitadas em sua direção transversal. Pelo fato de que transversalmente a resistência das barras é baixa, todos os modelos tiveram a armadura longitudinal superior seccionada na região de falha (ver a Figura 134, referente ao modelo H4-3Ø-050), mostrando que este mecanismo é relevante para o colapso estrutural deste tipo de viga, fenômeno já comentado por El-Mogy *et al.* (2011). O mesmo efeito aconteceu nas vigas subarmadas da primeira campanha, em que a ruptura também envolveu falha por cisalhamento.

O modelo H4-3Ø-050 apresentou, na região do vão, ruptura por tração das armaduras longitudinais inferiores, o que não aconteceu nos demais modelos. O fenômeno encontra-se apresentado na Figura 135. Nesta viga, a ruptura provocou a queda da viga, que se separou em duas partes. Já nos demais modelos, embora tenha havido a ruptura, as porções da viga continuaram unidas, ainda que somente pela armadura, o que foi o caso do modelo H4-3Ø-100. Figura 134 – Armaduras longitudinais solicitadas transversalmente, no local da ruptura.



Fonte: o autor (2024)



Figura 135 – Ruptura da armadura longitudinal de tração, modelo H4-3Ø-100

Fonte: o autor (2024)

No caso dos modelos H4-5Ø-100 e H4-5Ø-050, que continham maior quantidade de armadura longitudinal do que os modelos H4-3Ø-100 e H4-3Ø-050, observouse maior número de fissuras e também a ocorrência de deslizamento da armadura em direção ao apoio, conforme comentado por Leonhardt (1978): "Em (...) vigas retangulares (...) com a armadura longitudinal é altamente solicitada até o apoio, pelo efeito de arco, de modo que no caso de ancoragem insuficiente pode ocorrer o colapso no local da junção da diagonal comprimida com o banzo tracionado".

# 3.4.2. <u>Comportamento no ELU: cargas e momentos na ruptura</u>

Em elementos hiperestáticos, a distribuição interna de esforços depende da variação de rigidez nos elementos. Assim, experimentalmente, a obtenção dos momentos fletores atuantes nas seções internas do elemento não simplesmente decorrente de condições de equilíbrio como ocorre nos modelos isostáticos.

Os três apoios de cada modelo foram monitorados com células de carga. Conhecendo-se os valores das reações de apoio e as cargas aplicadas, é possível obter experimentalmente os momentos fletores e esforços cortantes internos, apresentados na Figura 136.



Figura 136 – Obtenção dos momentos fletores experimentais

Fonte: o autor (2024)

Conhecendo-se os valores de *R*<sub>A,exp</sub>, *R*<sub>B,exp</sub> e *R*<sub>C,exp</sub> tem-se:

 $M_{\rm v\tilde{a}oesq,exp} = R_{\rm A,exp} \cdot a \tag{71}$ 

 $M_{\rm apoio,exp} = a(2 \cdot R_{\rm A,exp} - P) \tag{72}$ 

$$M_{\text{vãodir,exp}} = a(3 \cdot R_{\text{A,exp}} - 2 \cdot P + R_{\text{B,exp}})$$
(73)

No caso do modelo H4-3Ø-100, os dados obtidos experimentalmente para as reações de apoio não foram compatíveis com o comportamento apresentado pelo modelo pois o cálculo dos momentos fletores através das reações indicou a ocorrência de momentos positivos no apoio, o que é fisicamente incompatível com a fissuração observada, bem como com a leitura dos extensômetros elétricos instalados na armadura. Trata-se de problema de funcionamento das células de carga.

Desta maneira, ficou prejudicada a obtenção dos momentos experimentais bem como eventual redistribuição de esforços para este modelo. Nos demais modelos, H4-3Ø-050, H4-5Ø-100 e H4-5Ø-050 a leitura foi consistente com o resultado experimental alcançado.

A Tabela 40 apresenta resumidamente o comportamento no ELU dos modelos estudados. Nela estão calculados os esforços de momento fletor ( $M_{teo}^+$  e  $M_{teo}^-$ ) que levariam cada seção de interesse (meio do vão – ponto de aplicação da carga) e apoio central à ruptura por flexão e a respectiva carga *P* que elasticamente – isto é – considerando as seções com comportamento linear e elástico – seriam correspondentes aos valores de  $M_{teo}^+$  e  $M_{teo}^-$ .

_	Elástico (teórico)			- Exporimontal		Comparação Experimental				
	Momento Positivo		Momento	Momento Negativo		Experimental		x Teórico		
Modelo –	P <sub>teo,v</sub> <sup>31</sup>	M <sup>+</sup> <sub>teo</sub>	P <sub>teo,a</sub> <sup>32</sup>	$M_{\rm teo}^-$	Pu	$M_{\rm exp}^+$	$M_{\rm exp}^-$	P <sub>exp 22</sub>	$M_{\rm exp}^-$	$M_{\rm exp}^+$
	(kN)	(kN.m)	(kN)	(kN.m)	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	$\overline{P_{\text{teo}}}$ 33	$M_{\rm teo}^-$	$M_{\rm teo}^+$
H4-3Ø-100	179,60	54,72	115,56	42,25	143,94	* 34	*	1,25	*	*
H4-3Ø-050	182,57	55,63	117,18	42,84	161,62	70,13	52,29	1,38	1,22	1,26
H4-5Ø-100	195,36	59,52	146,25	53,47	124,89	73,07	34,10	0,85	0,64	1,23
H4-5Ø-050	195,36	59,52	146,25	53,47	212,52	95,61	55,64	1,45	1,04	1,61

Tabela 40 – Comparação do comportamento teórico (elástico) x experimental relativos ao E.L.U.

 <sup>&</sup>lt;sup>31</sup> Carga P, teórica, equivalente à ruptura do modelo por flexão no vão
 <sup>32</sup> Carga P, teórica, equivalente à ruptura do modelo por flexão no apoio
 <sup>33</sup> Relação entre as cargas P, experimental e teórica, que levariam à ruptura do modelo no apoio.

<sup>&</sup>lt;sup>34</sup> Neste modelo, os dados relativos às reações de apoio não foram condizentes com o observado experimentalmente.

Como comentado, a análise neste quesito do modelo H4-3Ø-100 ficou prejudicada, mas ainda assim, é possível estabelecer para todos os modelos a relação que conduziria à ruptura de  $P_{exp}/P_{teo}$ , o que é apresentado na referida Tabela.

Observa-se que os modelos H4-3Ø-100, H4-3Ø-050 e H4-5Ø-050 obtiveram uma relação  $P_{exp}/P_{teo}$  maior do que 1, ainda que a ruptura não tenha se dado exclusivamente por flexão, como teoricamente proposto.

Já o modelo H4-5Ø-100 rompeu com uma relação  $P_{exp}/P_{teo}$  menor do que 1, o que se explica pelo fato de que a maior taxa geométrica de armadura longitudinal conduz a uma maior resistência à flexão, porém, como a taxa de armadura transversal é relativamente baixa, igual àquela adotada para o modelo H4-3Ø-100, a resistência ao cisalhamento comandou a falha do elemento.

À flexão, sem contar com o efeito de redistribuição de momentos, todos os modelos deveriam teoricamente romper sempre no apoio central, onde a taxa de armadura era menor.

Entretanto isto não aconteceu, havendo relação  $M_{exp}/M_{teo}$  no apoio maior do que um exceto para o modelo H4-5Ø-100, pelas razões já expostas. Para a relação  $M_{exp}/M_{teo}$  no vão, todos os modelos apresentaram valor maior que 1.

O estudo da redistribuição de momentos é abordado com mais detalhes no item 3.4.3.

Uma vez que os modelos apresentaram ruptura por cisalhamento, foi computada a resistência teórica ao cisalhamento, de acordo com os preceitos do relatório ACI 440 (ACI, 2015). A comparação dos resultados teóricos e experimentais encontrase na Tabela 41.

 Modelo	V <sub>teo</sub> (kN)	V <sub>exp</sub> (kN)	Exp / Teo
 H4-3Ø-100	-77,09	N.D.	N.D.
H4-3Ø-050	-77,09	-107,61 kN	1,40
H4-5Ø-100	-81,23	-100,16 kN	1,23
H4-5Ø-050	+83,33	+126,50 kN	1,52

Tabela 41 – Comparação do comportamento teórico (elástico) x experimental relativos ao E.L.U em relação à resistência ao esforço cortante

Fonte: o autor (2024)

Os valores mostram que a previsão do ACI pode ser considerada conservadora, o que se explica pela limitação adotada por esta norma quanto à capacidade de deformação das barras na região de obras, e, também, pela limitação na parcela  $V_c$ , dos mecanismos complementares aos de treliça. Todos os modelos analisados apresentaram relação entre o esforço cortante experimental na ruptura e a previsão teórica bastante superior a 1.

## 3.4.3. Redistribuição de momentos

A redistribuição de momentos foi calculada baseada na ideia originalmente sugerida por Cohn (1986), conforme a Equação (74):

$$M_R = \frac{M_{exp}}{M_{el}} - 1 \tag{74}$$

A Tabela 42 apresenta o índice de redistribuição de momentos alcançado por cada modelo da quarta campanha experimental.

Modelo	<i>M</i> <sub>R</sub> (%)			
experimental	Vão Esquerdo	Apoio intermediário	Vão direito	
H4-3Ø-100	N.D.	N.D.	N.D.	
H4-3Ø-050	+6,93%	-11,55%	+42,35%	
H4-5Ø-100	+92,02%	-25,31%	+18,14%	
H4-5Ø-050	+47,66%	-28,40%	+20,04%	
Fonte: O autor, 2	024			

Tabela 42 – Índice de redistribuição experimental de momentos – quarta campanha

A Figura 137 apresenta, graficamente, a relação entre os momentos teóricos (elásticos) para a viga H4-3Ø-050.



Figura 137 – Momentos fletores experimentais – ELU – Modelo H4-3Ø-050

### Fonte: O autor, 2024

Este modelo apresentou a ruptura no vão esquerdo, havendo maior redistribuição de momentos no vão direito. Graficamente observa-se menor redistribuição de momentos no apoio em relação ao ocorrido no vão. Na figura, apresenta-se também em linha verde os momentos teóricos obtidos considerando a diminuição da rigidez das seções com o aumento do carregamento, conforme algoritmo desenvolvido para este trabalho e apresentado no item 0 (página 277).

A Figura 138 apresenta a relação entre os momentos fletores obtidos experimentalmente e as cargas aplicadas para o modelo H4-3Ø-050. As curvas teóricas apresentadas no gráfico referem-se à análise elástica dos modelos.



Figura 138 – Relação entre momentos fletores e cargas aplicadas, para o modelo H4-

Fonte: O autor, 2024

No gráfico referente aos momentos no apoio, nota-se uma pronunciada descontinuidade na curva experimental para um momento da ordem de -32 kN.m, carga próxima ao que seria ao momento resistente teórico da seção, correspondendo a uma carga P da ordem de 48 kN. Sendo a distribuição interna de momentos função da rigidez El seccional ao longo do momento, para este patamar de carga, deduz-se que houve notável mudança de rigidez nos segmentos da viga.De fato, como pode ser observado no gráfico referente aos momentos no apoio, para o mesmo patamar de carga, ou seja, P ~ 48 kN houve mudança de comportamento no vão do lado esquerdo da viga. Por outro lado, este fenômeno não foi observado no vão do lado direito da viga, cujo comportamento M *versus* P foi aproximadamente linear desde o início até o fim do ensaio. Não por acaso, a ruptura do modelo se deu no vão esquerdo, o que permite inferir que houve reconfiguração dos esforços, devido às mudanças de rigidez entre o vão esquerdo e o apoio, enquanto o vão direito permaneceu mais "íntegro", ou seja, com maior rigidez e, portanto, maiores momentos fletores.

Note-se principalmente do exposto que <u>não existe garantia de mesmo compor-</u> <u>tamento entre os vãos</u>, devido à aleatoriedade inerente aos materiais – especialmente o concreto – de forma que não é possível prever qual dos vãos sofrerá a ruptura. A Figura 139 apresenta a configuração de esforços solicitantes de momento fletor no instante da ruptura para o modelo H4-5Ø-100. Este modelo sofreu característica ruptura por cisalhamento.



Figura 139 – Momentos fletores experimentais – ELU – Modelo H4-5Ø-100

A ruptura ocorreu no lado direito do modelo. Em coerência ao apresentado pelo modelo H4-3Ø-050, o vão esquerdo apresentou maior redistribuição de momentos. O comportamento carga *P* aplicada *versus* momento fletor interno no apoio e nos vãos é apresentado na Figura 140. Em verde apresentam-se os momentos fletores teóricos obtidos com a inércia fissurada, discutidos posteriormente.





Neste modelo, para cargas P aproximadamente entre 10 e 40 kN, o cômputo dos momentos fletores através das reações de apoio apresentou valores positivos, o que não era esperado e nem condizente com a fissuração observada. Atribui-se o resultado a imprecisão de leitura das células de carga<sup>35</sup>.

Para cargas maiores que 40 kN, os momentos no apoio são condizentes com a fissuração e, portanto, negativos. Para uma carga de cerca de 50 kN, houve mudança do comportamento, com o surgimento de um "pico", como pode ser observado no gráfico referente ao apoio.

Já em relação ao vão, para cargas P da ordem de 30 kN, observou-se também um pico, com mudança da rigidez. Até então, ambos os vãos seguiam com a mesmo

Fonte: O autor, 2024

<sup>&</sup>lt;sup>35</sup> Foram utilizadas células de carga com capacidade de 3000 kN. Desta forma, para pequenas cargas, a precisão de leitura do equipamento fica prejudicada, o que ficou patente durante o processo de calibração para uso nos experimentos. Os modelos experimentais da quarta campanha tiveram, todos, cargas de ruptura F = 2P inferior a 500 kN, menos de 1/6 da capacidade das células – por este motivo, a falta de precisão no início do ensaio é justificada.

comportamento, de maneira linear. A partir desta carga, os vãos passaram a se comportar de maneira menos rígida do que antes, sendo que o vão que posteriormente entrou em ruptura (vão direito) apresentou a menor rigidez entre os dois vãos.

Finalmente, a Figura 141 apresenta a distribuição de momentos fletores no ELU referente ao modelo H4-5Ø-050.

Este modelo rompeu também no lado direito e apresentou maior redistribuição de esforços no lado esquerdo da viga. Mais uma vez, a linha verde apresenta os momentos fletores obtidos através de análise com a inércia fissurada.



Figura 141 – Momentos fletores experimentais – ELU – Modelo H4-5Ø-050

A Figura 142 apresenta, para o modelo H4-5Ø-050, a relação entre carga *P* aplicada e momento fletor observado no modelo.



Figura 142 – Relação entre momentos fletores e cargas aplicadas, para o modelo H4-5Ø-050

Fonte: O autor, 2024

Mais uma vez houve imprecisão na obtenção das leituras para cargas baixas, até aproximadamente P = 50 kN, o que pode ser constatado pelo "aparecimento", no gráfico, de momentos fletores positivos no apoio central.

Ao contrário dos demais modelos, não se observou no modelo H4-5Ø-050 grande variação de rigidez nem no apoio e nem nos vãos, à exceção dos valores próximos à ruptura, em que, no caso dos vãos, o lado direito se apresentou menos rígido (a ruptura ocorreu deste lado) e o lado esquerdo apresentou-se mais rígido, confirmando o que aconteceu também nos demais modelos.

Nesta viga, não houve propriamente uma "ruptura", caracterizada pela quebra física do modelo ou por contundente diminuição da carga. Na verdade, após atingir o pico, que ocorreu com P = 212,519 kN, a carga no atuador decresceu até aproximadamente P = 150 kN, tornou a subir até aproximadamente P = 200 kN, caiu novamente até P = 150 kN, ali permanecendo de forma residual.

A análise conjunta dos modelos revelou que a redistribuição de momentos efetivamente acontece para vigas de concreto com armadura não metálica, entretanto, é necessário promover diferença de rigidez após a fissuração entre vão e apoio, o que pode ser conseguido com adequado detalhamento da armadura, além de escolha das taxas de armadura longitudinal que propiciem esta condição.

Esta redistribuição de momentos, ver item 1.8, página 79, não ocorre pela plastificação dos materiais, mas sim apenas por variação de rigidez ao longo do elemento estrutural – no entanto, ela existe. Para modelos hiperestáticos como os ensaiados, de dois vãos com uma carga concentrada, deve-se ter armadura inferior ao longo de toda a viga com taxa geométrica superior à taxa adotada na armadura superior.

Caso contrário, ou seja, maior quantidade de armadura na face superior do que na face inferior, o que seria lógico uma vez que os momentos no apoio são maiores do que os que ocorrem no vão, a redistribuição de momentos não acontece, como observado por Basa et al (2020).

### 3.4.4. Consideração da rigidez fissurada

A Tabela 43 mostra os momentos fletores teóricos e experimentais relativos à carga última, para a quarta campanha, sintetizando os valores apresentados na Figura 137, na Figura 139 e na Figura 141.

Localização no modelo		Momentos Fletores para cada modelo (kN.m)			
		H4-3Ø-050	H4-5Ø-100	H4-5Ø-050	
	Teórico – elástico	49,24	38,05	64,75	
Vão es- querdo	Teórico – fissurado	55,89	40,89	69,65	
quoruo	Experimental	52,66	73,07	95,61	
Apoio central	Teórico – elástico	-59,05	-45,66	-77,70	
	Teórico – fissurado	-45,79	-39,99	-67,90	
	Experimental	-52,27	-34,11	-55,64	
	Teórico – elástico	49,24	38,05	64,75	
Vão direito	Teórico – fissurado	55,89	40,89	69,65	
	Experimental	70,10	44,95	77,73	

Tabela 43 – Momentos fletores teóricos elásticos, considerando a inércia fissurada e experimentais

Fonte: o autor (2024)

Na tabela, apresentam-se os valores experimentais, os valores obtidos através de análise elástica simples e finalmente os valores obtidos considerando a degradação da rigidez devido à fissuração, conforme algoritmo apresentado no Apêndice (página 277). As regulamentações de projeto indicam a adoção de rigidez constante ao longo de todo comprimento para a análise estrutural (obtenção de esforços internos) de vigas de concreto com armadura não metálica. Entretanto, como se vê, é prudente avaliar a distribuição dos esforços mediante a consideração da inércia fissurada, para evitar falha prematura das seções.

Para momentos fletores positivos, tanto os valores experimentais quanto os obtidos através da análise com a inércia fissurada foram maiores do que os obtidos pela análise elástica. Da mesma forma, os momentos fletores negativos experimentais e pela análise fissurada foram menores do que os encontrados na análise elástica.

### 3.4.5. Análise dos deslocamentos

A Figura 143 apresenta os deslocamentos verticais no meio dos vãos de flexão para os modelos da quarta campanha experimental. Estes dados foram obtidos com a utilização de transdutores de deslocamento. A ruptura do modelo H4-3Ø-050 se deu de tal forma que um dos trechos da viga "caiu", causando danos no transdutor de deslocamento. Por isso, durante o ensaio do modelo H4-5Ø-100, realizado na sequência, pelo fato de não se saber o comportamento do modelo após a ruptura, optou-se pela retirada do transdutor antes do final do ensaio. Este é o motivo pelo qual na Figura 143b, o gráfico apresenta apenas uma parte do comportamento. Entretanto, mais à frente, serão apresentados os deslocamentos obtidos com o uso da técnica DIC, em que foi possível capturar todo o comportamento do modelo, até o final do ensaio.



#### Figura 143 – Deslocamentos verticais nos modelos da quarta campanha



## Fonte: O autor, 2024

Ainda na Figura 143, observa-se que o comportamento apresentado pelos modelos conduziu a uma tendência mais linear no Estádio II, em contraponto ao observado nos modelos da terceira campanha.

Isto se deve ao fato de que na quarta campanha, todos os modelos experimentaram ruptura envolvendo o cisalhamento, sem plenamente atingir a capacidade de carga à flexão, quer por esmagamento do concreto, quer por ruptura da armadura à tração – muito embora tenham sido obtidos valores relativamente altos de deformação de compressão, como será abordado mais à frente.

Desta forma, a ação do confinamento que, como visto na terceira campanha, tem maior influência para valores elevados de carga, próximo à ruptura por flexão, ficou prejudicada nestes modelos.

Nos vãos onde aconteceu a ruptura, como observado no momento de ensaio, alcançaram-se maiores deslocamentos verticais. Entretanto, analisando-se as rigidezes apresentadas em cada vão através dos gráficos da Figura 143, conclui-se que a diferença de rigidez entre o vão que permaneceu íntegro e aquele que rompeu, em cada modelo, é pequena.

A Figura 144 compara as cargas e deslocamentos dos quatro modelos da quarta campanha para o vão íntegro e o vão que sofreu ruptura.



Figura 144 – Deslocamentos no vão íntegro e no vão de ruptura

Fonte: O autor, 2024

Da figura, observa-se que a rigidez dos modelos foi parecida, à exceção da viga H4-5Ø-050, a que continha maior taxa de armadura longitudinal e transversal. Isto ocorreu porque os estribos com pouco espaçamento conseguiram melhorar o comportamento global da estrutura, fazendo com que as fissuras ficassem menos abertas e o concreto, portanto, mais íntegro. Este fato, em complemento ao de que a quantidade de armadura longitudinal era maior explicam o comportamento observado.

Ainda em relação ao modelo H4-5Ø-050, observa-se que ele continuou se deformando com diminuição da carga a que resistia, seguido de um novo aumento de carga, nova diminuição e por fim estabilização da quantidade de carga com discreto aumento de deslocamentos. De fato, o ensaio desta viga foi apenas interrompido após o desligamento da máquina, momento a partir do qual houve o descarregamento do modelo com aumento do deslocamento.

Quando esta viga foi retirada do pórtico, ela foi a única que permaneceu íntegra sem separação entre suas porções, indicando que apesar de ter havido ruptura por cisalhamento e esmagamento do concreto, a taxa de armadura transversal utilizada, aliada à grande quantidade de armadura longitudinal foram suficientes para que as armaduras longitudinais não fossem seccionadas.

A combinação entre a quantidade de armadura longitudinal e transversal adotada maximizou o aproveitamento do modelo. Em comparação com a viga H4-5Ø-100, que tinha mesma taxa de armadura longitudinal, porém metade da quantidade de armadura transversal, o modelo H4-5Ø-050 conseguiu chegar a valores muito maiores de carga, não só porque o cisalhamento foi mais bem controlado, como também porque o pequeno espaçamento utilizado contribuiu para que a degradação da rigidez do elemento fosse menor.

A Figura 145 apresenta a comparação dos deslocamentos obtidos nos modelos, para o vão íntegro, com o limite do ELS-DEF segundo a NBR 6118 (ABNT, 2023), ao passo que a Figura 146 apresenta a mesma comparação considerando o vão em que houve ruptura.

O limite preconizado por esta norma, como já comentado anteriormente, é de  $\ell/250$ , o que corresponde, para os vãos de 1,95m utilizados nesta campanha, a 7,8 mm. Mais uma vez, analisando as figuras observa-se a grande diferença existente entre a capacidade de carga considerando o estado-limite de serviço e o estado limite último, sendo que este fenômeno aconteceu tanto para o vão em que ocorreu a ruptura quanto para o vão que permaneceu íntegro.





Fonte: O autor, 2024



Figura 146 – Comparação com o ELS-DEF da NBR 6118 – vão de ruptura

A Tabela 44 apresenta a comparação entre a carga P correspondente ao ELS-DEF e a carga P resistente total, para a quarta campanha. Nesta tabela, a carga correspondente ao ELS-DEF foi a obtida para o vão que primeiro atingiu o deslocamento vertical limite, independentemente se era o vão de ruptura ou o que permaneceu íntegro.

	Carga P expe	Relação entre as	
Modelo	Resistente total	Correspondente ao ELS-DEF da NBR 6118	cargas P, para o ELS-DEF e última (%)
H4-3Ø-100	143,94	59,26	41,47%
H4-3Ø-050	161,62	52,32	32,37%
H4-5Ø-100	124,89	62,83	50,30%
H4-5Ø-050	212,52	77,07	36,27%

Tabela 44 – Comparação entre a carga P correspondente ao ELS-DEF da NBR 6118 e Resistente total, para a quarta campanha

Fonte: O autor, 2024.

Fonte: O autor, 2024

Observa-se que os valores variaram bastante entre os grupos com três barras de armadura longitudinal e cinco barras, e, também, entre os que continham estribos mais apertados ou mais espaçados.

No entanto, de maneira geral, observa-se que para os modelos que continham estribos mais apertados, a diferença entre a carga para o ELS-DEF e a carga última foi maior, isto porque a maior quantidade de estribos permitiu que a carga última fosse maior, o que aumentou a discrepância entre os valores em serviço e na ruptura.

Em comparação com o que foi obtido para a terceira campanha, (ver Tabela 33, página 191), para aquelas vigas, a diferença obtida entre as cargas em serviço e última foi aproximadamente igual (entre 25 e 29%).

Naquele caso, a diferença semelhante encontrada ocorreu porque a ruptura sempre se deu por flexão, no vão com cisalhamento nulo e comprovou que a adoção de estribos de confinamento não tem influência sobre o estado-limite de serviço.

Já nos modelos da quarta campanha, esta conclusão não pode ser tomada como verdadeira, pois para estes últimos modelos a armadura transversal teve muito mais o papel de melhorar o comportamento quanto à fissuração por cisalhamento do que garantir o confinamento do concreto – afinal, a ruptura se deu de maneira geral envolvendo esforços cortantes sem que toda a resistência à flexão fosse mobilizada.

Ainda assim, a grande diferença encontrada na quarta campanha entre o estado limite de serviço e o último sugere que fazer o dimensionamento considerando as deformações excessivas como elemento que comanda a área de armadura a ser adotada como um bom procedimento de engenharia.

A Figura 147 apresenta a comparação das curvas carga *versus* deslocamento vertical obtidas pelos transdutores de deslocamentos e pela técnica DIC.





Fonte: O autor, 2024

Mais uma vez, como ocorrido na terceira campanha experimental, houve excelente correlação entre as leituras pelo instrumento físico e pela correlação digital de imagens.

No caso do modelo H4-3Ø-100, que teve os transdutores de deslocamento retirados antes do final do ensaio, com o uso do DIC foi possível obter o comportamento total do modelo durante o experimento.

# 3.4.6. Análise das deformações longitudinais

Da Figura 148 à Figura 151 são apresentadas as deformações nas armaduras longitudinais de compressão e tração em cada modelo da quarta campanha. Devido ao comportamento dos momentos fletores durante o experimento (com redistribuição), optou-se por desenhar curvas Carga *versus* Deformação ao invés de Momento *versus* Deformação, o que complicaria a análise.



Figura 148 – Deformações longitudinais no Modelo H4-3Ø-100

(C)

Legenda: (a) Deformações na armadura longitudinal no centro do vão esquerdo (b) Deformações na armadura longitudinal no centro do vão direito (c) Deformações na armadura longitudinal no apoio do centro

Fonte: O autor, 2024



Figura 149 – Deformações longitudinais no Modelo H4-3Ø-050

Legenda: (a) Deformações na armadura longitudinal no centro do vão esquerdo (b) Deformações na armadura longitudinal no centro do vão direito (c) Deformações na armadura longitudinal no apoio do centro

Fonte: O autor, 2024



Figura 150 – Deformações longitudinais no Modelo H4-5Ø-100

Legenda: (a) Deformações na armadura longitudinal no centro do vão esquerdo (b) Deformações na armadura longitudinal no centro do vão direito (c) Deformações na armadura longitudinal no apoio do centro

Fonte: O autor, 2024



Figura 151 – Deformações longitudinais no Modelo H4-5Ø-050

Legenda: (a) Deformações na armadura longitudinal no centro do vão esquerdo (b) Deformações na armadura longitudinal no centro do vão direito (c) Deformações na armadura longitudinal no apoio do centro Fonte: O autor, 2024

Como já acontecido em campanhas anteriores, os extensômetros tiveram uma limitação de deformação da ordem de 20‰, o que não permitiu a avaliação das deformações na armadura tracionada para valores de carga próximos à ruptura.

Estas deformações são mais bem analisadas quando separadas por local (vão onde ocorreu a ruptura, vão íntegro e apoio) e comparadas por modelo, o que é feito a seguir.

A Figura 152 apresenta as deformações ocorridas no apoio do centro (face superior tracionada e face inferior comprimida).





Em relação às deformações negativas, chama a atenção aquela ocorrida com o modelo H4-3Ø-100, cujas deformações de compressão foram bastante baixas (inferiores a 1‰). Recorda-se que a ruptura deste modelo se deu por cisalhamento, tendo ocorrido, portanto, falha prematura desta viga.



Figura 153 – Deformações na armadura longitudinal no vão onde ocorreu a ruptura

Fonte: O autor, 2024.

A Figura 153 apresenta as deformações referentes ao vão aonde ocorreu a ruptura, em todos os modelos da quarta campanha. No caso das deformações positivas, para os modelos H4-3Ø-050 e H4-3Ø-100, observa-se uma linha horizontal que surge à deformação de aproximadamente 15‰: trata-se do instante em que o extensômetro elétrico de resistência deixa de funcionar.

Quanto às deformações positivas, nota-se comportamento essencialmente linear no Estádio II, sendo evidente que o aumento da taxa de confinamento contribuiu para aumento da carga resistida pelos modelos, embora não necessariamente tenha havido aumento na rigidez: no caso dos modelos da série H4-3Ø, por exemplo, a viga com menor taxa de confinamento apresentou-se ligeiramente mais rígida quanto às deformações de tração do que a viga com maior taxa de confinamento.

O mesmo não ocorreu com as deformações na armadura negativa, em que quanto maior a taxa de confinamento, mais rígida se mostrou a deformação.

De toda forma, nota-se a diferença de rigidez entre os modelos da mesma série. Isto é explicado pois o vão aonde ocorreu a ruptura foi aquele apresentou maior deslocamento vertical e maiores aberturas de fissuras. Portanto, com maior degradação da rigidez e, neste caso, como já observado nas demais campanhas, quanto maior o confinamento, melhor o controle da fissuração.



Figura 154 – Deformações na armadura longitudinal no vão que permaneceu íntegro

Fonte: O autor, 2024.

A Figura 154 apresenta as deformações no vão que permaneceu íntegro. Repare-se, neste caso, que a rigidez das armaduras tracionadas permaneceu praticamente igual dentro da série (H4-3Ø ou H4-5Ø), portanto, dependendo somente da taxa de armadura longitudinal.

Já para as deformações de compressão, o comportamento foi mais rígido quando a taxa de armadura de confinamento foi maior. Portanto, para o vão que permaneceu íntegro, o confinamento foi efetivo em garantir maior rigidez para o concreto. Note-se, ainda, as grandes deformações alcançadas pela armadura comprimida no modelo H4-3Ø-050.

# 3.4.7. Análise das deformações nos estribos

As deformações nos estribos de confinamento foram medidas através da utilização de extensômetros elétricos de resistência e o resultado das leituras se encontra na Figura 155.



Figura 155 – Deformações nos estribos para os modelos da quarta campanha

Nos gráficos apresentados na figura, a linha vermelha horizontal cheia representa a carga teórica que levaria à ruptura do modelo no vão, sem consideração de redistribuição de momentos. Já a linha horizontal tracejada representa a carga de ruptura no vão. O objetivo dessas linhas é verificar mudança de comportamento nos estribos a partir do momento em que as cargas são superiores à resistência teórica, o que foi observado na terceira campanha experimental.

No caso da quarta campanha, observa-se que a mudança de comportamento nos estribos não necessariamente ocorreu a partir do momento em que  $P > P_{teo.}$  Tal comportamento pode ser explicado pois como se trata de vigas hiperestáticas, conforme a fissuração avança, já ocorre redistribuição de momentos entre as seções, o que impacta a rigidez e que, por sua vez, impacta nas deformações observadas nas armaduras.

Portanto, de acordo como as rigidezes entre as seções se distribuírem, estas mudanças podem decorrer em maiores deformações no concreto mesmo para cargas ainda baixas.

Nos modelos com menor taxa de armadura de confinamento, as deformações maiores nos estribos de confinamento ocorreram na seção do apoio central, o que se inverteu no caso das vigas com maior taxa de armadura de confinamento.

Nesse sentido, a combinação entre as taxas de armadura longitudinal e de confinamento, bem como a relação entre as taxas de armadura superior e inferior interferem de maneira significativa em qual local ocorrerá maior deformação nos estribos, sendo, portanto, um fenômeno mais complexo de se analisar.

# 3.4.8. Análise da abertura de fissuras

A Figura 156 apresenta a comparação entre as aberturas de fissuras, em função da carga, para o vão direito de cada uma das vigas da quarta campanha.

As aberturas foram obtidas através da análise considerando o uso da correlação digital de imagens.



Figura 156 – Aberturas médias das fissuras de flexão para os modelos da quarta campanha

Fonte: O autor, 2024

Quanto ao comportamento geral da abertura de fissuras, observa-se que seu crescimento foi aproximadamente linear para todos os modelos da quarta campanha, independentemente na observação no vão de ruptura ou no vão que permaneceu ín-tegro.

Dentro do mesmo grupo (isto é, correlacionando os modelos com H4-3Ø entre si e os modelos H4-5Ø entre si), observa-se que quanto maior foi a taxa de armadura, menores as aberturas de fissuras para o mesmo patamar de carga. Isto comprova que tanto para modelos isostáticos quanto hiperestáticos, a armadura transversal tem papel fundamental no controle das fissuras, o que é uma propriedade importante, ainda que do ponto de vista da durabilidade, maiores aberturas sejam menos danosas do que no caso de vigas com armaduras de aço.

A taxa de armadura longitudinal também contribuiu, como já era esperado, para o controle da abertura de fissuras: maior a taxa adotada, menores aberturas para o mesmo patamar de carga.

Ainda no gráfico da Figura 156, a linha tracejada em vermelho representa a sugestão de abertura de fissuras permitida pelo relatório ACI 440 (ACI, 2015) referente a questões estéticas. Segundo esta norma, para este tipo de análise, aberturas de

fissuras da ordem de 0,4 a 0,7 mm são em geral toleráveis. No caso, a reta tracejada representa uma abertura de 0,7 mm.

Como é possível inferir a partir da análise do gráfico, a carga correspondente a esta abertura de 0,7 mm e a carga última são relativamente próximas, indicando que, ao contrário do que ocorre com os deslocamentos verticais excessivos, as aberturas de fissuras não são, *a priori*, elementos que controlem o dimensionamento, devendo, como já é tradicional nas estruturas de concreto, ser apenas verificadas quanto ao atendimento dos requisitos normativos.

A Tabela 45 apresenta a relação entre as cargas correspondentes a abertura de fissura de 0,7mm e carga última para os modelos da quarta campanha. Da análise da tabela, conclui-se que mesmo para o modelo com menor taxa de armadura longitudinal e transversal, a relação entre a carga correspondente à abertura de fissura de 0,7mm e a carga última é alta, da ordem de 0,7.

Modelo	Carga <i>P</i> corres- pondente a uma abertura de fissu- ras de 0,7mm (kN)	Carga <i>P</i> última (kN)	Relação % entre a carga para fis- suração de 0,7mm e última
H4-3Ø-100	102,95	143,94	71,5%
H4-3Ø-050	152,75	161,62	94,5%
H4-5Ø-100	N.D.	-	-
H4-5Ø-050	208,91	212,52	98,3%

Tabela 45 – Relação entre cargas para abertura de fissura de 0,7mm e última, para os modelos da guarta campanha

Fonte: O autor, 2024.

Esta observação reforça a sugestão de que as aberturas de fissuras não comandam o dimensionamento, ao contrário dos deslocamentos excessivos.

## 3.4.9. Conclusões da quarta campanha

A quarta campanha experimental estudou modelos hiperestáticos, superarmados e com diferentes taxas de confinamento, sujeitos à flexão simples, com o intuito de verificar a influência do confinamento e da taxa de armadura longitudinal no comportamento estrutural.
Ficou evidente que os elementos de concreto armados com barras não metálicas possuem capacidade de redistribuição de momentos, mas que o fenômeno não é decorrente da plastificação dos materiais, e sim, da diferença de rigidez que ocorre no Estádio II. Ainda assim, é uma redistribuição de momentos.

Portanto, pode-se dizer que quando se estudam elementos armados com aço, a redistribuição decorre pela formação de rótulas plásticas, o que depende da capacidade de deformação das barras: nesse sentido, quanto menor a linha neutra, maior a capacidade de redistribuição.

O mecanismo alcançado pelas vigas hiperestáticas de ruptura envolveu primeiramente o esmagamento do concreto comprimido no apoio com posterior formação de fissura ao longo de toda a seção, atingindo-se a carga máxima por ruptura ao cisalhamento e ruptura dos estribos sob o apoio.

Já para as vigas com armaduras não metálicas, o que comandará a redistribuição de momentos será a combinação entre as armaduras superior e inferior, devendo ser cautelosamente planejadas para permitir a ocorrência deste fenômeno. Entretanto, a redistribuição ocorrerá por diferença de rigidez entre as seções no Estádio II e, por isso, é importante levar em consideração a capacidade resistente à flexão, uma vez que a literatura técnica reporta que em elementos hiperestáticos normalmente a ruptura envolve falha por cisalhamento, o que também foi verificado em todos os modelos desta campanha.

Além disto, mesmo que seja considerado um esquema simétrico de apoios e carregamentos, não há qualquer garantia de que os vãos se comportem da mesma maneira. De fato, os ensaios mostraram que sempre um vão tem comportamento diferente do outro. Logo no início dos ensaios um dos vãos apresenta maiores deformações e abertura de fissuras e será neste vão que a ruptura vai acontecer. No outro, que permanece íntegro, ocorrerá maior redistribuição de esforços.

Estas observações sugerem a necessidade de levar em conta análises estocásticas do fenômeno. Mais uma vez, como observado na terceira campanha, os deslocamentos em serviço mostram que a carga equivalente ao deslocamento permitido por norma é muito baixa frente à carga última, o que indica que o dimensionamento deve ser feito através deste parâmetro.

Por fim, relativamente à abertura de fissuras, o limite estabelecido por norma é alcançado quando a carga já é próxima da ruptura, e, portanto, este é um requisito que deve ser apenas verificado, assim como o estado-limite último.

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho estudou vigas de concreto com armadura não metálica, de seção transversal retangular, sujeitas à flexão, buscando avaliar o comportamento quanto ao modo e carga de ruptura, deslocamentos e aberturas de fissuras em serviço. Além disto, foi estudada a redistribuição de momentos em vigas hiperestáticas.

O estudo na literatura existente, bem como o resultado das campanhas experimentais permitem concluir que as barras de GFRP são possíveis de serem utilizadas em estruturas reais, desde que certas peculiaridades sejam observadas.

A primeira delas, quanto à ductilidade – propriedade importante para vigas de concreto – é que não se deve esperar para elementos constituídos com este material grande capacidade de deformação plástica: ela será devida somente ao concreto comprimido e por isto, extremamente limitada, ainda que se utilizem estratégias para confiná-lo.

Quanto à adoção do confinamento em relação ao comportamento estrutural no Estado-limite último, foi observado que:

- Para a geometria estudada (vigas de seção retangular), as hipóteses básicas do concreto armado são válidas, no estado limite último.
- Dimensionar seções subarmadas não é eficiente: devido à compatibilidade de deformações, haverá necessidade de colocar pouca armadura, o que por sua vez impactará no modo de ruptura (que será muito enérgico) e levará a uma capacidade resistente à flexão muito baixa, além de decorrer em grandes deslocamentos verticais.
- Utilizar estribos de confinamento no vão de flexão garantirá, ao menos, uma ruptura mais controlada: vigas sem estribos levarão à flambagem da armadura comprimida e ruptura extremamente enérgica e perigosa.

Quanto à previsão dos deslocamentos verticais, o trabalho mostrou que:

- As previsões de deslocamento devem ser tidas como tal: previsões
- O método de Branson não é indicado
- O método proposto por Bischoff é satisfatório, entretanto sua precisão depende da precisão do valor do momento de fissuração adotado, o que não é uma grandeza conhecida com exatidão na etapa de projeto

Quanto à ação conjunta de flexão e cisalhamento, observou-se que:

- Assim como no concreto armado tradicional, isto é, com aço, quanto maior for a taxa de armadura longitudinal, maior a influência do cortante, e maior a chance de ruptura envolvendo este esforço. Isto não é um problema para modelos de concreto com aço pois normalmente as taxas de armadura de flexão são baixas. O mesmo não ocorre para vigas com armaduras não metálicas;
- Deve-se ter atenção, portanto, às taxas longitudinal e transversal adotadas, para que a ruptura se dê da maneira planejada;
- A armadura transversal cumpre três funções importantes: resistir aos esforços de cisalhamento, ajudar a controlar a fissuração (e com isso melhorar o funcionamento dos mecanismos complementares aos de treliça) e confinar o concreto, melhorando o comportamento no estado-limite último.

Quanto ao dimensionamento, conclui-se que:

- As regulamentações de projeto estão corretas quando sugerem que o dimensionamento deve ser feito objetivando a ruptura pelo concreto ao invés da armadura: o comportamento global da estrutura será melhor;
- Não se deve contar, para fins de dimensionamento, com aumento na capacidade de carga devido ao confinamento, apenas melhoria no modo de ruptura;
- Devem ser previstas armaduras transversais ao longo de todo o elemento;
- Os deslocamentos verticais comandarão o dimensionamento, portanto, é interessante que o dimensionamento seja realizado a partir da limitação de flechas, com posterior verificação da abertura de fissuras e do estado-limite último;

Quanto ao ensaio das vigas hiperestáticas, o estudo experimental mostrou que:

 O mecanismo de ruptura observado sempre envolveu alguma falha por cisalhamento. Dessa forma, este é um fator condicionante para o projeto destes elementos.

- Deve-se prover mecanismos para permitir a redistribuição de momentos: a seção no apoio deve ser mais fracamente armada do que a seção do vão e as taxas de armadura devem ser avaliadas para garantir este efeito;
- A redistribuição de momentos ocorre para elementos hiperestáticos, o que foi experimentalmente comprovado. Entretanto, este fenômeno ocorre pela diferença de rigidez no Estádio II entre as seções, e não pela plastificação dos materiais, como em estruturas dúcteis.

Por fim, conclui-se, pelas características específicas que as armaduras não metálicas conferem às estruturas de concreto, que elas devem ser utilizadas, neste momento, em situações muito particulares: lajes, paredes que funcionem à flexão e vigas de menor importância. A utilização deste material como armadura para estruturas "comuns" deve ser pensada com muita cautela diante de todos os desafios que seu comportamento mecânico apresenta.

Entretanto, comprovou-se que que vigas de concreto com armadura não metálica funcionam e são seguras dentro das limitações destas armaduras.

E com isto, conclui-se o presente trabalho!

### Sugestões para trabalhos futuros

- Avaliar a influência do cortante em elementos hiperestáticos sem estribos;
- Avaliar o comportamento para elementos comprimidos de concreto;
- Avaliar o comportamento para seções tipo T;
- Avaliar a influência da aderência nos fenômenos descritos neste trabalho;
- Estudar analiticamente a obtenção de modelos constitutivos para vigas que representem melhor o comportamento experimental momento *ver-sus* curvatura;

### REFERÊNCIAS

AHMED, Ehab A. et al. Bend Strength of FRP Stirrups: comparison and evaluation of testing methods. **Journal Of Composites For Construction**, [S.L.], v. 14, n. 1, p. 3-10, fev. 2010. American Society of Civil Engineers (ASCE). http://dx.doi.org/10.1061/(asce)cc.1943-5614.0000050.

AHMED, Ehab A.; EL-SALAKAWY, Ehab F.; BENMOKRANE, Brahim. Performance Evaluation of Glass Fiber-Reinforced Polymer Shear Reinforcement for Concrete Beams. **ACI structural Journal**, v. 107, n. 1, 2010b.

ALAM, M. S.; HUSSEIN, A. Experimental investigation on the effect of longitudinal reinforcement on shear strength of fibre reinforced polymer reinforced concrete beams. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 38, n. 3, p. 243-251, 2011.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318-19**: Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19) and Commentary (ACI 318R-19). Farmington Hills, 2019. 628 P.

\_\_\_\_\_. **ACI 318M-14**: Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M-14) and Commentary (ACI 318RM-14). Farmington Hills, 2014. 524 P.

\_\_\_\_\_. **ACI 211.1-91**: Standard Practice for Selecting Proportions for Normal, Heavyweight, and Mass Concrete. Farmington Hills, 1991. 38 p.

\_\_\_\_\_. **ACI 440.1R-15**: Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer (FRP) Bars. Farmington Hills, 2015. 88 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16916**: Agregado miúdo – Determinação da densidade e da absorção de água. Rio de Janeiro, 2021. 11p.

\_\_\_\_\_. **NBR 16917**: Agregado graúdo – Determinação da densidade e da absorção de água. Rio de Janeiro, 2021. 10p.

\_\_\_\_\_. **NBR 16972**: Agregados – Determinação da massa unitária e do índice de vazios. Rio de Janeiro, 2021. 10p;

\_\_\_\_\_. NBR 17054: Agregados – Determinação da composição granulométrica. Rio de Janeiro, 2022. 9 p.

\_\_\_\_\_. NBR 9775: Agregado miúdo – Determinação do teor de umidade superficial por meio do frasco de Chapman – Método de ensaio.

\_\_\_\_\_. NBR 12655: Concreto de cimento Portland - Preparo, controle, recebimento e aceitação - Procedimento. 3 ed. Rio de Janeiro, 2022. 29 p.

\_\_\_\_\_. NBR 5739: Concreto - Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos. 3 ed. Rio de Janeiro, 2018. 13 p.

\_\_\_\_\_. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. 3 ed. Rio de Janeiro, 2014. 256 p.

\_\_\_\_\_. NBR 7222: Concreto e argamassa – Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos. 3 ed. Rio de Janeiro, 2011. 9 p.

\_\_\_\_\_. NBR 8522-1: Concreto endurecido – Determinação dos módulos de elasticidade e de deformação Parte 1: Módulos estáticos à compressão. Rio de Janeiro, 2021. 30 p.

\_\_\_\_\_. **NBR 8953** – Concreto para fins estruturais – classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência. 3 ed. Rio de Janeiro, 2015. 7 p.

\_\_\_\_\_. **NB1**: Cálculo e Execução de Obras de Concreto Armado. 1 ed. Rio de Janeiro, 1940. 15 p.

BAŠA, Nikola et al. Experimental research of continuous concrete beams with GFRP reinforcement. **Advances in Civil Engineering**, v. 2018, 2018.

BASA, Nikola et al. Effects of Internal Force Redistribution on the Limit States of Continuous Beams with GFRP Reinforcement. **Applied Sciences**, [S.L.], v. 10, n. 11, p. 3973, 8 jun. 2020. MDPI AG. http://dx.doi.org/10.3390/app10113973. BISCHOFF, Peter H.. Reevaluation of Deflection Prediction for Concrete Beams Reinforced with Steel and Fiber Reinforced Polymer Bars. **Journal Of Structural Engineering**, [S.L.], v. 131, n. 5, p. 752-767, maio 2005. American Society of Civil Engineers (ASCE). http://dx.doi.org/10.1061/(asce)0733-9445(2005)131:5(752).

BISCHOFF, Peter H.; GROSS, Shawn P. Equivalent Moment of Inertia Based on Integration of Curvature. **Journal Of Composites for Construction**, [S.L.], v. 15, n. 3, p. 263-273, jun. 2011. American Society of Civil Engineers (ASCE). http://dx.doi.org/10.1061/(asce)cc.1943-5614.0000164.

BRANSON, D. E. Instantaneous and Time-Dependent Deflections of Simple and Continuous Reinforced Concrete Beams, **HPR Publication** [Alabama], n. 7, p. 1-78, 1965. Alabama Highway Department, U.S. Bureau of Public Roads.

CALLISTER JR., W.D. **Ciência e Engenharia dos Materiais:** uma introdução. 5 ed. Rio de Janeiro: LTC Editora, 2002, 620 p.

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. **CSA S806-12**: Design and construction of building structures with fibre-reinforced polymers. Ontario, 2012. 198 p.

CARVALHO, Vitor de Mattos. **Ductilidade e redistribuição de momentos em vigas de concreto armado com barras de GFRP**. 2021. 137 f. Dissertação (Mestrado) -Curso de Engenharia Civil, PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2021.

CNR – ADVISORY COMMITEE ON TECHNICAL RECOMMENDATIONS FOR CON-STRUCTION. **CNR-DT 203/2006**: Guide for the Design and Construction of Concrete Structures Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer Bars. Roma, 2007.

COHN, M.Z. Continuity in prestressed concrete. In: COHN, M.Z. (org.). **Partial prestressing, from theory to practice**. Dordrecht: Martinus Nijhoff Publishers, 1986. Cap. 8. p. 190-256.

CUNHA, Déborah Rebouças da. Estudo da aderência de barras poliméricas reforçadas com fibras de vidro (GFRP) ao concreto. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019. 113 f. DELALIBERA, R.G. Análise teórica e experimental de vigas de concreto armado
com armadura de confinamento. 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil)
– Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2002.
233 f.

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. **DIN 1045**: Beton un Stahlbeton. Berlim, 1978.

EL-MOGY, Mostafa; EL-RAGABY, Amr; EL-SALAKAWY, Ehab. Effect of transverse reinforcement on the flexural behavior of continuous concrete beams reinforced with FRP. **Journal of composites for construction**, v. 15, n. 5, p. 672-681, 2011.

FÉDÉRATION INTERNATINALE DU BÉTON (FIB). FRP reinforcement in RC structures – Technical report prepared by a working party of Task Group 9.3. Stuttgart, 2007.

\_\_\_\_\_. **Bulletin 158-E:** CEB Design Manual on Cracking and Deformations. Lausanne, 1985. 253 p.

\_\_\_\_\_. FIB Model Code for Concrete Structures 2010. 2013, 436 p.

\_\_\_\_\_. **Bulletin 242**: Ductility of Reinforced Concrete Structures: synthesis report and individual contributions. Lausanne, 1998. 329 p.

\_\_\_\_\_. **Bulletin 40**: FRP reinforcement in RC structures. Lausanne, 2007. 151 p.

FRANCO, N.B. Cálculo Numérico. São Paulo: Pearson, 2006. 520 p.

GRACE, Nabil F. et al. Behavior and ductility of simple and continuous FRP reinforced beams. **Journal of composites for construction**, v. 2, n. 4, p. 186-194, 1998.

HUBER, Patrick; HUBER, Tobias; KOLLEGGER, Johann. Investigation of the shear behavior of RC beams on the basis of measured crack kinematics. **Engineering Structures**, [S.L.], v. 113, p. 41-58, abr. 2016. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/j.eng-struct.2016.01.025.

JACKSON, J. G. Concrete structural element with glass filaments. Titular: USPTO. n. US 2,425,883. Depósito: 07 ago. 1947. Concessão: 19 ago. 1941.

JAEGER, L. G.; MUFTI, A. A.; TADROS, G. The concept of the overall performance factor in rectangular-section reinforced concrete members. In: **Proceedings of the 3rd International Symposium on Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures**, Sapporo, Japan. 1997. p. 551-559.

KANI, G. N. The riddle of shear failure and its solution. **ACI Journal Procedures**, [S. L.], vol. 61, no. 4, p. 441–468, 1964.

KOBAYASHI, K.; FUJISAKI, T. Compressive behavior of FRP reinforcement in nonprestressed concrete members. **Non-Mettalic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures: Proceedings of the Second International RILEM Symposium**. CRC Press, 2004.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. **Construções de Concreto – Vol. 1**: Princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado. Rio de Janeiro: Interciência, 1973. 305 p.

LIGNOLA, G.P *et al.* Probabilistic design equations for the shear capacity of RC members with FRP internal shear reinforcement. **Composites Part B: Engineering**, 67, 2014.

MACGREGOR, J.; WIGHT, J. **Reinforced Concrete**: mechanics & design. 6 ed. New Jersey, 2009. 1177 p.

MAHMOUD, Karam; EL-SALAKAWY, Ehab. Effect of transverse reinforcement ratio on the shear strength of GFRP-RC continuous beams. **Journal of Composites for Construction**, v. 20, n. 1, p. 04015023, 2016.

MANDER, J.B. et al., Theoretical stress-strain model for Confined Concrete. **Journal** of Structural Engineering, [S. L.], v.114, n. 8, p. 1804-1826, 1988.

MATOS, Bruno; CORREIA, João R.; CASTRO, Luís M.S.; FRANÇA, Paulo. Structural response of hyperstatic concrete beams reinforced with GFRP bars: effect of increasing concrete confinement. **Composite Structures**, [S.L.], v. 94, n. 3, p. 1200-1210, fev. 2012. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2011.10.021.

MATTHYS, S. Material Characteristics. In: ZOGHI, M. **The International Handbook** of FRP Composites in Civil Engineering. [S.L.]: Taylor & Fracis Group, LLC, 2014.

MEHTA, P. Kumar; MONTEIRO, Paulo J. M. **Concreto**: microestrutura, propriedades e materiais. 2. ed. Rio de Janeiro: Ibracon, 2014. 751 p.

MOSTOFINEJAD, Davood. **Ductility and moment redistribution in continuous FRP reinfoced concrete beams**. 1997. Tese de Doutorado. Carleton University.

NAAMAN, A.; HARAJLI, M.; WIGHT, J.K. Analysis of Ductility in Partially Prestressed Concrete Flexural Members. **PCI Journal**, [S. L], p. 65-87, May-June 1986.

NAAMAN, A.e.; JEONG, S.M.. Structural ductility of concrete beams prestressed with FRP tendons. In: 2ND INTERNATIONAL SYMPOSIUM, NON-METALLIC (FRP) RE-INFORCEMENT FOR CONCRETE STRUCUTRES, 2., 1995, London. **Proceedings** [...]. London: Spon, 1995. v. 1, p. 379-387.

NANNI, A. Flexural Behavior and Design of RC Members using FRP Reinforcement. **Journal of Structural Engineering**, [S. L.], v. 119, n. 11, 1993.

OLIVEIRA, L.O.S.B; SOUZA, R.H.F.; TEIXEIRA, B.A.C. Utilização de armaduras não metálicas no Brasil. *In*: X CONGRESSO BRASILEIRO DE PONTES E ESTRUTURAS, 2018, Rio de Janeiro. **Anais** [...] Rio de Janeiro: ABECE, 2018.

OLIVEIRA, L.O.S.B.. **Proposta de tese de doutorado**: mecanismos de ductilidade em vigas de concreto armado com armaduras não metálicas. 2018. 73f. Proposta de Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.

PAN, Bing. Digital image correlation for surface deformation measurement: historical developments, recent advances and future goals. **Measurement Science And Tech-nology**, [S.L.], v. 29, n. 8, p. 082001, 28 jun. 2018. IOP Publishing. http://dx.doi.org/10.1088/1361-6501/aac55b.

RAHMAN, S. M.; EL-SALAKAWY, **Ehab. str-895**: Moment redistribution of GFRP-RC continuous T-beams. 2016.

RAZAQPUR, A. Ghani et al. Concrete contribution to the shear resistance of fiber reinforced polymer reinforced concrete members. **Journal of Composites for Construction**, v. 8, n. 5, p. 452-460, 2004.

RICHART, F.; BRANDTZAEG, A.; BROWN, R. The Failure of Plain and Spirally Reinforced Concrete in Compression. **Bouletin of University of Illinois Engineering Experiment Station,** Illinois, v. 190, s.n., 73p., abr. 1929. University of Ilinois.

RUBINSKY, Ivan A.; RUBINSKY, Andrew. A preliminary investigation of the use of fibre-glass for prestressed concrete. **Magazine Of Concrete Research**, [S.L.], v. 6, n. 17, p. 71-78, set. 1954. Thomas Telford Ltd.

SAATCIOGLU, M,; RAZVI, S. Strength and Ductility of Confined Concrete. **Journal of Structural Engineering**, [S.L.], v. 118, n. 6, p. 1590-1967, jun. 1992. ASCE.

SHAMASS, Rabee et al. Experimental investigation into the behaviour of continuous concrete beams reinforced with basalt FRP. **Engineering Structures**, v. 255, p. 113888, 2022.

SIS CANADA RESEARCH NETWORK. FRP Rehabilitation of Reinforced Concrete Structures – Design Manual 4 – Version 2. Manitoba, 2008.

SOUDKI, Khaled. FRP Prestressed Concrete. In: ZOGHI, Manoochehr (org.). **The International Handbook of FRP composites in Civil Engineering**. Boca Raton: Crc Press, 2013. Cap. 23. p. 427-446.

SUDANO, A.L. Influência da forma da seção transversal no confinamento de pilares de concreto armados encamisados com PRFC (polímero reforçado com **fibra de carbono)**. 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2005. 147 f.

TEIXEIRA, Bruna de Almeida Carvalho. Avaliação do comportamento de vigas de concreto armadas com barras de fibra de vidro: um estudo experimental. 2018.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018. 181 f.

TUREYEN, A. Koray; FROSCH, Robert J. Shear tests of FRP-reinforced concrete beams without stirrups. **ACI Structural Journal**, v. 99, n. 4, p. 427-434, 2002.

WANG, Huanzi; BELARBI, Abdeldjelil. Ductility characteristics of fiber-reinforced-concrete beams reinforced with FRP rebars. **Construction and Building Materials**, v. 25, n. 5, p. 2391-2401, 2011.

WU, W.P. **Thermomechanical Properties of Fiber Reinforced Plastic (FRP) Bars**. 1990. Tese (Doutorado em Engenharia Civil), West Virginia University. Morgantown, 1990.

ZHANG, G,; LATOUR JR, R. An Analytical and Numerical Study of Fiber Microbuckling. **Composites Science and Technology**, [S. L.], v. 51, p. 95-109. 1994. Elsevier

ZIARA, M.; HALDANE, D.; KUTTAB, A. Flexural behavior of beams with confinement. **ACI Structural Journal**, [S.L.], v. 92, n.1, p. 103-114, jan-fev. 1995. ACI.

# APÊNDICE

# Massa específica e unitária dos agregados

### Tabela 46 – Massa específica do agregado miúdo - cálculos

Grandeza	Expressão	Un.	Valor
Massa do agregado na condição seca	$m_A$	(g)	500,0
Massa do agregado na condição SSS	$m_B$	(g)	502,0
Massa do frasco + agregado na condição SSS	m <sub>c</sub>	(g)	762,0
Frasco + agregado + água	$m_D$	(g)	1.075,0
Massa de água para atingir o volume total do frasco	$m_{st gua}=m_D-m_{\mathcal{C}}$	(g)	313,0
Massa específica da água	$ ho_{lpha gua}$	(g/cm³)	1,0
Volume de água	$V_{{tagua}}=rac{m_{{tagua}}}{ ho_{{tagua}}}$	(cm³)	313,0
Volume de sólidos	$V_{s \circ lidos} = 500 - V_{\circ gua}$	(cm³)	187,0
Massa específica na condição SSS	$\rho_{sss} = \frac{m_B}{V_{sólidos}}$	(g/cm³)	2,68
Massa específica na condição seca	$\rho_s = \frac{m_A}{V_{s \circ lidos}}$	(g/cm³)	2,67
Absorção	$A_{bs} = \frac{m_B - m_A}{m_A}$	(%)	0,40

Fonte: O autor, 2019

# Tabela 47 – Massa específica do agregado graúdo - cálculos

Grandeza	Expressão	Un.	Valor
Massa do agregado na condição seca	$m_A$	(g)	3250,0
Massa do agregado na condição SSS	$m_B$	(g)	3250,0
Massa do agregado na condição SSS, pesada dentro do cesto	$m_{\mathcal{C}}$	(g)	2036,0
Densidade da água	$ ho_{ta gua}$	(g/cm³)	1,0

Volume de agregados	$V_{s \acute{o} lidos} = \frac{(m_B - m_C)}{\rho_{\acute{a}gua}}$	(cm³)	1214,0
Massa específica na condição SSS	$\rho_{sss} = \frac{m_B}{V_{sólidos}}$	(g/cm³)	2,68
Massa específica na condição seca	$\rho_s = \frac{m_A}{V_{sólidos}}$	(g/cm³)	2,68
Absorção	$A_{bs} = \frac{m_B - m_A}{m_A}$	(%)	0,00

Fonte: O autor, 2019

# Tabela 48 – Massa unitária do agregado graúdo - cálculos

Grandeza	Expressão	Un.	Valor
Massa do recipiente vazio	$m_r$	(g)	6500,0
Massa do recipiente com agregado	$m_{ar}$	(g)	21900,0
Volume do recipiente	V	(cm³)	10000,0
Massa do agregado	$m_{ar} - m_r$	(g)	15400,0
Massa específica do agregado seco	$d_1$	(g/cm³)	2,68
Densidade da água	$ ho_w$	(g/cm³)	1,0
Massa unitária	$p_{ap} = \frac{m_{ar} - m_r}{V}$	(g/cm³)	1,54
Índice de vazios	$E_v = \frac{100[(d_1\rho_w) - \rho_{ap}]}{d_1\rho_w}$	(%)	42,50

Fonte: O autor, 2019

### Equações para análise dos resultados



Figura 157 – Diagrama de corpo livre e diagrama de deformações

Fonte: O autor, 2023.

Por trigonometria tem-se:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{1}{\rho} = \kappa = \frac{|\varepsilon^-|}{x - d'} = \frac{|\varepsilon_c|}{x} = \frac{\varepsilon^+}{d - x}$$
(75)

Em que:

θ	Ângulo que define o diagrama de deformações
$\frac{1}{\rho} = \kappa$	Curvatura da seção [1/m]
$ \varepsilon^{-} $	Módulo da deformação na armadura comprimida (valor lido) [adim]
$ \varepsilon^+ $	Módulo da deformação na armadura tracionada (valor lido) [adim]
$ \varepsilon_c $	Módulo da deformação no concreto comprimido [adim]
x	Posição da linha neutra, a partir da fibra mais comprimida [m]
d	Altura útil da armadura tracionada, a partir da fibra mais comprimida [m]
d'	Altura da armadura comprimida, a partir da fibra mais comprimida [m]

Sendo disponíveis os valores de  $\varepsilon^+$  e  $\varepsilon^-$ , tem-se:

$$x = \frac{d' \cdot \varepsilon^+ + d \cdot |\varepsilon^-|}{|\varepsilon^-| + \varepsilon^+}$$
(76)

$$|\varepsilon_c| = \frac{d' \cdot \varepsilon^+ + d \cdot |\varepsilon^-|}{d - d'} \tag{77}$$

$$\kappa = \frac{|\varepsilon^-| + \varepsilon^+}{d - d'} \tag{78}$$

Como abordado no Capítulo 3, os extensômetros elétricos de resistência pararam de funcionar para deformações de 0,016 ou 0,020. Para este caso, optou-se por manter a linha neutra fixa (para os últimos valores calculados considerando as leituras de  $\varepsilon^-$  e  $\varepsilon^+$ ) e obter os valores de  $|\varepsilon_c| = \kappa$ , além de uma estimativa para  $\varepsilon^+$  a partir de *x*. Assim, tem-se:

$$|\varepsilon_c| = \frac{x \cdot |\varepsilon^-|}{x - d'} \tag{79}$$

$$\kappa = \frac{|\varepsilon^-|}{x - d'} \tag{80}$$

$$\varepsilon^{+} = \frac{|\varepsilon^{-}| \cdot (d-x)}{x-d'} \tag{81}$$

#### Método Newton-Raphson modificado

O processo clássico de Newton-Raphson é uma estratégia bastante conhecida e utilizada para a determinação de raízes de equações não lineares. Sendo uma função não linear qualquer f(x) cujo único requisito é que sua primeira derivada seja diferente de zero, ou seja,  $f'(x) \neq 0$ , deseja-se obter um valor de x tal que f(x) = 0.

Partindo-se de um valor arbitrário e numérico de *x* pode-se, iterativamente, obter aproximadamente – mas com a precisão que se deseje – o valor que zera a função, sendo que a fórmula de recorrência para a aproximação *k* de *x*,  $x_k$  é

$$x_k = x_{k-1} - \frac{f(x_{k-1})}{f'(x_{k-1})}$$
(82)

A demonstração deste método pode ser obtida em Franco (2006).

Um inconveniente do método de Newton-Raphson é a necessidade de explicitar a função analítica f(x) bem como obter sua derivada f'(x). No caso da determinação dos diagramas tipo momento-curvatura para concreto armado, a quantidade de variáveis a maneira singular como elas se comportam impedem a obtenção da função que descrevem o momento fletor resistente em função da curvatura da seção.

Neste tipo de caso, uma maneira de modificar o método de Newton-Raphson consiste em aproximar, linearmente, a derivada f'(x) pela reta secante a dois pontos próximos  $(x_{k-1}, f(x_{k-1})) \in (x_k, f(x_k))$  tais que, no limite,

$$\sqrt{[f(x_k) - f(x_{k-1})]^2 + (x_k - x_{k-1})^2} \to 0$$
(83)

Assim, pode-se aproximar  $f'(x_k)$  para

$$f'(x_k) \cong \frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}}$$
(84)

E a fórmula de recorrência se torna

$$x_{k+1} = \frac{x_{k-1}f(x_k) - x_kf(x_{k-1})}{f(x_k) - f(x_{k-1})}$$
(85)

Para aplicação do método de Newton-Raphson modificado, faz-se necessária a utilização de dois valores iniciais de aproximação para a raiz, contudo a convergência é rápida e sua programação é simples, o que torna este modelo bastante atrativo.

### Desenvolvimento do algoritmo momento versus curvatura

Qualquer solicitação em um elemento estrutural promoverá a ocorrência de deformações em sua geometria original, as quais, normalmente, são referidas a *pequenas deformações* quando não se trata de um problema de estabilidade, em que o equilíbrio na configuração deformada da estrutura é relevante.

No caso de elementos solicitados predominantemente à flexão, as deformações são produzidas por momentos fletores, os quais dão origem a curvaturas por flexão e, consequentemente, a deslocamentos verticais e ângulos de rotação que são dependentes da rigidez à flexão *EI*. Os diagramas tipo momento fletor aplicado *versus* curvatura observada constituem uma importante ferramenta para análise seccional de um elemento estrutural pois permitem correlacionar esforços internos, deformações, propriedades mecânicas dos materiais (rigidez) e propriedades geométricas da seção.

Além disto, os diagramas podem ser utilizados como base para a análise de deslocamentos verticais no elemento estrutural total.

Na Figura 158 apresenta-se uma barra prismática submetida à flexão pura. Figura 158 – Barra prismática submetida à flexão pura.

Figura 158 – Barra prismática submetida à flexão pura.



Fonte: O autor, 2019, adaptado de Leonhardt.

Seja esta barra, constituída, *a priori*, de um único material com comportamento linear e perfeitamente elástico, autoequilibrada, sujeita a ocorrência de um par de momentos fletores de valor *M*, que provoca um estado de flexão pura.

Neste caso, considere-se que a deformada da estrutura descreve um arco de círculo (flexão cilíndrica). Neste contexto, define-se o raio que liga a linha neutra da seção ao centro do círculo, designado pela letra grega ρ.

A curvatura referente à seção transversal, é definida como o inverso deste raio ρ:

$$\kappa = \frac{1}{\rho} \tag{86}$$

Observa-se que, por geometria, levando em consideração a teoria de pequenas deformações, o ângulo  $\phi$  referente à curvatura é o mesmo ângulo do diagrama de deformações. Desta forma, estando definidas as deformações em dois pontos da seção transversal (considerando a validade da hipótese das seções planas), usualmente, as faces superior e inferior, pode-se escrever a curvatura como:

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon_{\rm sup} + \varepsilon_{\rm inf}}{h} \tag{87}$$

Considerando, a priori, a validade da hipótese de material elástico e linear, são válidas as relações:

$$\sigma = \frac{M}{I} \cdot y \tag{88}$$

е

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \tag{89}$$

Portanto:

$$\varepsilon = \frac{M}{EI} \cdot y \tag{90}$$

Logo:

$$\kappa = \frac{M}{EI} \cdot \frac{y_{sup} + y_{inf}}{h} \to \kappa = \frac{M}{EI}$$
(91)

A Equação (91) fornece, precisamente, a relação momento *versus* curvatura para uma seção transversal. Para um material de comportamento linear e elástico, em que não ocorre variação da inércia ao longo do carregamento, a parcela 1 / *El* é constante e portanto, é linear a relação entre as curvaturas e os momentos.

No caso do concreto armado isto não ocorre, pois a seção é composta por elementos de dois materiais (concreto e armadura), sendo que o concreto possui comportamento não linear. Mais além, pela incapacidade de o concreto resistir a esforços relativamente baixos de tração, ocorre fissuração e, consequentemente a degradação da inércia seccional.

Assim, torna-se mais complexo descrever analiticamente a relação momento versus curvatura para este material. Ainda assim, para qualquer curvatura válida (isto é, que não esteja relacionada a deformações nos materiais maiores do que as deformações-limite de cada um), valem as premissas básicas da flexão em seções de concreto armado, que são:

- (1) Equilíbrio de esforços: Estão em equilíbrio os esforços resistentes internos, no caso, o esforço resistente de compressão *e de tração* no concreto, *R<sub>c</sub>* e os esforços resistentes de tração ou compressão *i* linhas de armaduras, *R<sub>t,i</sub>*;
- (2) Compatibilidade de deformações: pela hipótese de Bernoulli, as seções permanecem planas após a ocorrência da deformação, donde se conclui que as deformações serão proporcionais à distância à linha neutra da seção;
- (3) Aderência perfeita: por hipótese, assume-se que exista perfeita aderência entre armadura e concreto, e, por isto, elementos da armadura e de concreto da seção transversal que estejam na mesma posição em relação à linha neutra apresentarão a mesma deformação;
- (4) Independência dos esforços de flexão dos de cisalhamento: Considera-se que os efeitos não são interdependentes, ou seja, que o comportamento estudado à flexão é independente do comportamento ao cisalhamento;
- (5) Situação de ruína estrutural: a situação de ruína (estado-limite último por esgotamento da capacidade resistente, nos termos da NBR 6118 (ABNT, 2023) ocorre quando um dos dois materiais atingir – ou os dois atingirem – deformações-limite, que são ε<sub>cu</sub> para o concreto, e/ou ε<sub>f</sub> para a armadura.

A Figura 159 apresenta a geometria da seção transversal de uma viga retangular, de base *b* e altura *h*, sendo já definidas as armaduras, as propriedades mecânicas do concreto etc.



Figura 159 – geometria, deformações e tensões na seção de concreto armado

O eixo de referência é tomado como a localização do centroide da seção bruta. O eixo y é crescente a partir do eixo para baixo, isto é, em direção às fibras mais tracionadas, por convenção da resistência dos materiais clássica.

Para fins de análise numérica, a seção de concreto é dividida em *n* faixas iguais de comprimento  $\Delta h$ , tal que

$$h = n \cdot \Delta h \tag{92}$$

Em tese, quanto maior o valor de *n*, maior a precisão do modelo numérico. Entretanto, Kara *e* Ashour (2013) demonstraram que a precisão é pouco sensível para valores de *n* maiores que 20. No algoritmo utilizado neste trabalho, considerou-se n =50.

A curvatura para este caso é dada pela tangente do ângulo  $\theta$ , ou seja:

$$\frac{1}{\rho} = tg(\theta) \tag{93}$$

Sendo |x| a profundidade da linha neutra, medida a partir da fibra mais comprimida, pode ser obtida sua localização em relação ao eixo x,y adotado:

Fonte: O autor, 2024

$$y_x = y_{\sup} - x \tag{94}$$

Para a posição da linha neutra, isto é, para  $y_x = y$ , tem-se que a deformação é nula, portanto,  $\varepsilon(y_x) = 0$ . Assim, pode-se escrever a função que descreve as deformações em cada fibra da seção transversal a partir de  $y_x$  e  $\varepsilon(y_x)$ :

$$\varepsilon(y) = \frac{1}{\rho}(y - y_x) \tag{95}$$

Definida esta função linear, ficam definidas as deformações máximas de compressão no concreto,  $\varepsilon_{sup}$  e na armadura mais tracionada,  $\varepsilon_{arm,n}$ :

$$\varepsilon_{\rm sup} = \frac{1}{\rho} \left( -\frac{h}{2} - y_x \right) \tag{96}$$

$$\varepsilon_{arm,n} = \frac{1}{\rho} (y_{arm,n} - y_x) \tag{97}$$

Assim como ficam definidas as deformações em cada um dos segmentos  $\Delta h$  do concreto e em cada uma das linhas de armadura *arm*, *i*.

As tensões no concreto e na armadura ficam assim definidas:

Para o concreto comprimido, o modelo constitutivo para o concreto não confinado é aquele dado pelo Código Modelo (FIB, 2013) e que foi adaptado pela NBR 6118 (ABNT, 2023), expresso pela Equação (98):

$$\sigma_{c} = \begin{cases} 0 & \varepsilon_{c} < \varepsilon_{cu} \\ -f_{c} \cdot \frac{k\eta - \eta^{2}}{1 + (k - 2)\eta}; & \varepsilon_{cu} \le \varepsilon_{c} < 0 \end{cases}$$
(98)

Em que:

$$k = 1,05E_{cm} \cdot \frac{|\varepsilon_{c1}|}{f_{cm}} \qquad \eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \qquad \varepsilon_{c1} = 0,7(f_{cm})^{0,31} \le 2,8\% \qquad E_{cm} = 21,5 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{\frac{1}{3}}$$

O modelo constitutivo do concreto comprimido, considerando o efeito do confinamento é obtido a partir da proposição de Saatcioglu & Razvi (1992):

$$\sigma_{c} = \begin{cases} -0.2 \cdot f_{cc} & \varepsilon_{c} < \varepsilon_{20} \\ f_{cc} \left[ \frac{0.8(\varepsilon_{c} - \varepsilon_{1})}{\varepsilon_{20} - \varepsilon_{1}} - 1 \right] & \varepsilon_{20} \le \varepsilon_{c} < \varepsilon_{1} \\ -f_{cc} \left[ 2 \left( \frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{1}} \right) - \left( \frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{1}} \right)^{2} \right]^{\frac{1}{1 + 2K}} & \varepsilon_{1} \le \varepsilon_{c} < 0 \end{cases}$$

$$(99)$$

Os termos da Equação (99) foram definidos no item 1.3.1 (página 49).

A consideração do concreto trabalhando à tração, bem como o efeito *tension stiffening* é feita de acordo com o proposto por Kara e Ashour (2013):

$$\sigma_{c} = \begin{cases} \varepsilon_{c} \cdot E_{ci} & 0 \leq \varepsilon_{c} < \varepsilon_{tc} \\ f_{ct} \left( 1 - \frac{\varepsilon_{c} - \varepsilon_{tc}}{\mu \cdot \varepsilon_{tc}} \right) & \varepsilon_{tc} \leq \varepsilon_{c} \leq \varepsilon_{tu} \\ 0 & \varepsilon_{c} > \varepsilon_{tu} \end{cases}$$
(100)

Em que:

$$\varepsilon_{tc} = \frac{f_{ct}}{E_{ci}}$$
  $\mu = 5$   $\varepsilon_{tu} = \varepsilon_{tc}(1+\mu)$ 

Para a armadura (no caso, não metálica), as tensões ficam definidas em cada linha por:

$$\sigma_f(arm, i) = E_f \cdot \varepsilon(y_{arm, i}) \tag{101}$$

Quanto aos esforços internos resistentes, no caso do concreto,  $R_c$  é dado por:

$$R_{c} = \int_{\varepsilon_{\inf}}^{\varepsilon_{\sup}} \sigma_{c}(\varepsilon_{c}) \cdot b \ d\varepsilon_{c} \cong b \sum_{i=1}^{n} h_{i} \cdot \sigma_{c}(\varepsilon)$$
(102)

Já na armadura,

$$R_f = \sum_{i=1}^n A_{f,i} \cdot \sigma_f(arm, i)$$
(103)

Em que  $A_{f,i}$ é a área de armadura em cada linha  $y_{arm,i}$  analisada.

Para uma dada curvatura  $1/\rho$  e para um valor de |x| arbitrado, caso  $R_c = R_f$ , a seção encontra-se em equilíbrio e nesse caso, os momentos devido ao concreto e à armadura, respectivamente são:

$$M_{c} = \int_{\varepsilon_{\inf}}^{\varepsilon_{\sup}} y_{i} \cdot \sigma_{c}(\varepsilon_{c}) \cdot b \ d\varepsilon_{c} \cong b \sum_{i=1}^{n} y_{i} \cdot h_{i} \cdot \sigma_{c}(\varepsilon_{c})$$
(104)

$$M_f = \sum_{j=1}^m y_{arm,i} \cdot A_{f,i} \cdot \sigma_f(arm,i)$$
(105)

E por fim, o momento  $M_R$  resistente total é:  $M_R = M_f + M_c$  (106)

Por outro lado, caso o valor de |x| arbitrado não resulte em  $R_c = R_f$ , a seção não está em equilíbrio, ou seja, foi arbitrado um valor incorreto para a linha neutra plástica, a qual deverá ser obtida por tentativas até que  $R_c = R_f$ .

### Determinação do momento de inércia fissurado teórico

Sejam:

$$n_f = \frac{E_f}{E_c} \tag{107}$$

$$\rho_f = \frac{A_f}{b \cdot d} \tag{108}$$

Considerando uma distribuição triangular de tensões para o concreto comprimido (hipóteses de deformações relativamente pequenas de forma que o comportamento do concreto seja aproximadamente linear) e uma profundidade da linha neutra igual a x, tem-se os esforços resistentes de cada material:

No concreto:

$$R_c = \int \sigma_c dA = \int_0^x E_c \cdot \varepsilon_c(y) \cdot b \, dy = E_c \cdot b \int_0^x \varepsilon_c(y) \cdot dy, \tag{109}$$

desde que se considerem a largura  $\mathbb{Z}$  e o módulo de elasticidade do concreto  $E_c$  constantes.

Sendo triangular a distribuição de tensões de compressão no concreto, tem-se:

$$\varepsilon_c(y) = \varepsilon_{c,max} \cdot \frac{y}{x} \tag{110}$$

Logo:

$$R_{c} = E_{c} \cdot b \cdot \frac{\varepsilon_{c,max}}{x} \left[ \frac{y^{2}}{2} \right]_{0}^{x} \to R_{c} = \frac{E_{c} \cdot \varepsilon_{c,max} \cdot b \cdot x}{2}$$
(111)

A armadura de FRP, considerada disposta apenas em uma camada a uma distância *d* da borda mais comprimida da seção, possui tensão aproximadamente constante em toda sua área. Sendo  $A_f$  a área total de armadura, seu esforço resistente é:  $R_f = E_f \cdot \varepsilon_f \cdot A_f$  (112)

Pela hipótese das seções planas, pode-se escrever a equação de compatibilidade de deformações, que é:

$$\frac{\varepsilon_{c,max}}{x} = \frac{\varepsilon_f}{d-x}$$
(113)

Daí decorre que:

$$\varepsilon_{c,max} = \varepsilon_f \cdot \frac{x}{d-x} \tag{114}$$

Fazendo o equilíbrio de esforços horizontais, na hipótese de flexão pura,  $R_c = R_f$ , e, convencionado que  $E_f = n_f \cdot E_c$ , tem-se:

$$E_c \cdot b \cdot \varepsilon_f \cdot \frac{x^2}{2(d-x)} = n_f \cdot E_c \cdot \varepsilon_f \cdot A_f$$
(115)

Logo:

$$(b)x^{2} + (2nA_{f})x - 2n_{f}A_{f}d = 0$$
(116)

Cuja solução fisicamente válida para 2 é:

$$x = \frac{-2nA_f + \sqrt{(2n_f A_f)^2 + 4(b)(2n_f A_f d)}}{2b}$$
(117)

Dividindo-se ambos os termos por  $\mathbb{P}$  e, utilizando-se ainda a relação  $A_f = \rho_f \cdot bd$ , chega-se a:

$$\frac{x}{d} = k = \sqrt{2\rho_f n_f + (\rho_f n_f)^2} - \rho_f n_f$$
(118)

Que é exatamente a expressão 7.3.2.2b apresentada pelo ACI 440.

Determinada a posição da linha neutra  $\mathbb{Z}$  no Estádio II puro, a determinação do momento de inércia fissurado,  $I_{cr}$ , se dá de maneira habitual, considerando, apenas que o momento de inércia da armadura em relação ao seu próprio centro de gravidade é insignificante. Dessa forma, tem-se:

$$I_{cr} = \left[\frac{bx^3}{12} + (bx) \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2\right] + \left[n_f(A_f) \cdot (d-x)^2\right]$$
(119)

$$I_{cr} = \left\{ b \cdot d^{3} \cdot \left(\frac{x}{d}\right)^{3} \cdot \frac{1}{12} + \left[ b \cdot d \cdot \left(\frac{x}{d}\right) \right] \cdot \left[ d^{2} \cdot \left(\frac{x}{2d}\right)^{2} \right] \right\} + \left[ n_{f} \left( \rho_{f} \cdot b \cdot d \right) \cdot d^{2} \cdot \left(\frac{d}{d} - \frac{x}{d}\right)^{2} \right]$$
(120)

Finalmente,

$$I_{cr} = \frac{bd^3k^3}{3} + n_f \rho_f bd^3 (1 - k^2)$$
(121)

Que é a expressão 7.3.2.2a apresentada pelo ACI 440.

### Desenvolvimento de algoritmo para análise de vigas considerando a inércia fissurada

A degradação da rigidez das seções transversais ocorre rapidamente após a fissuração, devido às condições de equilíbrio e compatibilidade de deformações. Em vigas hiperestáticas, em que a distribuição dos esforços internos é dependente da rigidez de cada um de seus trechos, utilizar a inércia bruta para todas as seções pode não ser uma boa estratégia, visto que eventual redistribuição de esforços possa elevar momentos positivos nos vãos e diminuir momentos negativos no apoio, em relação a uma análise elástica.

Neste item, apresenta-se um algoritmo para determinação dos momentos fletores em uma viga semelhante à utilizada na quarta campanha experimental desta pesquisa. Naturalmente, o procedimento é válido para qualquer configuração e número de vãos.

De acordo com o método das forças para análise de estruturas estaticamente indeterminadas, tem-se, de maneira genérica, que:

$$\{\delta_0\} + [\delta] \cdot \{X\} = \{0\}$$
(122)

Em que:

- $\{\delta_0\}$  é o vetor dos termos de carga;
- $[\delta]$  é a matriz de flexibilidade;
- $\{X\}$  é o vetor dos hiperestáticos.

Para o caso das vigas da quarta campanha, com grau hiperestático igual a 1, o sistema principal é uma viga biapoiada e o hiperestático ( $X_1$ ) é a reação no apoio central. Assim, vale que:

$$\delta_{10} + X_1 \cdot \delta_{11} = 0 \to X_1 = R_B = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}}$$
(123)

Em que  $\delta_{10}$  é o deslocamento na seção do apoio central para o sistema principal e  $\delta_{11}$  é o deslocamento provocado por um valor unitário do hiperestático, aplicado também na seção do apoio central.  $\delta_{10}$  e  $\delta_{11}$  são calculados por:

$$\delta_{10} \cong \int \frac{M(x) \cdot \overline{M(x)}}{EI(x)} dx \tag{124}$$

$$\delta_{11} \cong \int \frac{\overline{M(x)} \cdot \overline{M(x)}}{EI(x)} dx$$
(125)

M(x) é a função que descreve os momentos fletores no sistema principal e  $\overline{M(x)}$  o diagrama de momentos fletores provocados por  $X_1$ , como pode ser observado na Figura 160. EI(x) é a função de rigidez à flexão ao longo do comprimento da viga.



Para as vigas com armadura não metálica, uma vez atingida a resistência à tração da seção, haverá degradação de sua rigidez à flexão não havendo, a princípio,

uma função matemática conhecida e exata para descrever EI(x). M(x) e  $\overline{M(x)}$  são funções matemáticas conhecidas, porém definidas por partes.

As condicionantes descritas dificultam as integrações analíticas para obtenção de  $\delta_{10}$  e  $\delta_{11}$ . Assim, uma estratégia simples para resolver este problema é resolver numericamente as integrações através da divisão do elemento da viga em *n* trechos iguais de comprimento  $\Delta x$  (ver Figura 160). Desta forma, as expressões (124) e (125) se tornam:

$$\delta_{10} \cong \sum_{x=1}^{n} \frac{M(x) \cdot \overline{M(x)}}{EI(x)} \Delta x$$
(126)

$$\delta_{11} \cong \sum_{x=1}^{n} \frac{\overline{M(x)} \cdot \overline{M(x)}}{EI(x)} \Delta x$$
(127)

Resta o estudo da rigidez EI(x) ao longo do comprimento da viga. Para isto inicialmente devem ser obtidas as inércias para quatro situações: rigidez não fissurada para momentos fletores positivos ( $EI_1$ ), rigidez não fissurada para momentos fletores negativos ( $EI_2$ ), rigidez fissurada (Estádio II) para momentos fletores positivos ( $EI_3$ ) e rigidez fissurada para momentos fletores negativos ( $EI_4$ ). Uma vez que para vigas com armadura de FRP o comportamento no Estádio II é praticamente linear, todas as grandezas  $EI_1$ ,  $EI_2$ ,  $EI_3$  e  $EI_4$  são constantes e podem ser obtidas diretamente dos diagramas momento *versus* curvatura por regressão linear em cada trecho.

Faz-se também necessário obter os momentos de fissuração para momentos fletores positivo  $(M_{fiss}^+)$  e negativo  $(M_{fiss}^-)$ , os quais também são diretamente encontrados nos diagramas momento *versus* curvatura.

Obtidas estas seis grandezas, o algoritmo é iterativo, com incrementos de parcelas de carga, até a carga *P* de interesse e funciona da seguinte maneira:

Em primeiro lugar, divide-se a carga P em m parcelas iguais, de modo que:

$$p = \frac{P}{m} \tag{128}$$

**Passo 1**: Para a primeira etapa, aplica-se a carga  $p_1 = p$  e assume-se uma rigidez unitária para a qual se calcula o momento fletor para cada trecho *n* da viga. Verifica-se, em seguida, qual trecho possui momentos fletores positivos e negativos.

**Passo 2**: Na segunda etapa, cada trecho *n* da viga assume a rigidez  $EI_1$  ou  $EI_2$  de acordo com o sinal do momento fletor.

**Passo 3**: Em seguida, verifica-se se algum trecho possui  $|M(x)| \ge |M_{fiss}|$ . Caso negativo, esta etapa está concluída; caso positivo, substitui-se  $EI_1$  por  $EI_3$  ou  $EI_2$  por  $EI_4$  nos trechos em questão e procede-se este expediente iterativamente, até que não haja mais mudança de rigidez.

**Passo 4**: Com a rigidez final alcançada no passo 3, procede-se o incremento de carga, tal que  $p_2 = p_1 + p$  e retorna-se ao passo 2, e assim sucessivamente, até que  $p_m = p \cdot m = P$ , quando será obtido o diagrama de momentos fletores para a carga *P* de interesse.

#### Proposição de um algoritmo de dimensionamento à flexão em serviço

A pesquisa experimental conduzida durante o presente trabalho confirmou que devido ao baixo módulo de elasticidade da armadura e por consequência da necessidade de equilíbrio de esforços internos e compatibilização das deformações, a rigidez seccional de vigas de concreto com armadura não metálica diminui rapidamente após a passagem do Estádio I para o Estádio II.

Portanto, a diferença entre a capacidade de carga referente ao estado-limite de deslocamentos verticais excessivos e a capacidade de carga referente ao estado-limite último é muito grande, donde se conclui que as vigas com armaduras não metálicas projetadas no ELU fatalmente poderão não atender ao ELS-DEF<sup>36</sup>.

Nesse sentido, a literatura sempre referiu que o dimensionamento objetivando o controle de deslocamentos parece ser um bom caminho inicial para determinar a armadura de flexão para uma viga de concreto com armadura não metálica.

Assim, a título de pequena contribuição deste trabalho, apresenta-se neste capítulo um procedimento para determinação da armadura em serviço, pelo controle dos deslocamentos verticais.

<sup>&</sup>lt;sup>36</sup> Nos termos da norma NBR 6118 (ABNT, 2023), o "Estado-limite de serviço de deformações excessivas" é referido como ELS-DEF.

Naturalmente, o estado-limite último deve, também, ser verificado. Em analogia ao disposto na NBR 6118 (ABNT, 2023), são requisitos de qualidade da estrutura sua capacidade resistente ("consiste basicamente na segurança à ruptura") e o desempenho em serviço ("capacidade da estrutura manter-se em condições plenas de utilização durante sua vida útil, não podendo apresentar danos que comprometam em parte ou totalmente o uso para o qual foi projetada").

O procedimento aqui apresentado baseia-se em (I) encontrar de acordo com a metodologia apresentada por Bischoff e Gross (2011), a partir do deslocamento máximo possível em serviço, a inércia equivalente necessária,  $I'_e$ ; (II) em sequência obter a inércia fissurada no Estádio II,  $I_{cr}$  correspondente e; por fim, (III) a área necessária de armadura por equilíbrio de esforços internos e compatibilidade de deformações no Estádio II.

### Determinação da inércia equivalente

Para determinação da inércia equivalente e, por consequência a inércia fissurada no Estádio II, devem-se ter como dados iniciais:

- O deslocamento vertical limite aceitável<sup>37</sup>
- Um modelo elástico linear simples que possa fornecer, para o carregamento de interesse, o deslocamento vertical máximo obtido.

O deslocamento vertical limite aceitável será aqui denominado como  $\delta_{\text{limite}}$ A rigidez à flexão adotada no modelo linear e elástico será denominada como  $(EI)_{modelo}$  e o deslocamento obtido como  $\delta_{modelo}$ .

A partir destes dados, define-se o parâmetro  $\beta$ , tal que:

$$\beta = \delta_{modelo} \cdot (EI)_{modelo} = \delta_{limite} \cdot E_{c,s} \cdot I'_e \tag{129}$$

 $<sup>^{37}</sup>$  A NBR 6118 (ABNT, 2023) determina como limite para aceitabilidade sensorial o valor de  $\ell/250.$ 

Em que  $E_{c,s}$  é o módulo de elasticidade secante do concreto a ser utilizado em projeto.

Assim, a inércia equivalente para o elemento estrutural a ser determinada será:

$$I'_e = \frac{\beta}{\delta_{limite} \cdot E_{c,s}} \tag{130}$$

Ou:

$$I'_{e} = \frac{\delta_{modelo} \cdot (EI)_{modelo}}{\delta_{limite} \cdot E_{c,s}}$$
(131)

#### Determinação da inércia fissurada no Estádio II

Para determinação da inércia fissurada no Estádio II utiliza-se o modelo de Bischoff e Gross (2011), em que a relação entre  $I'_e$  e  $I_{cr}$  é dada por:

$$I'_{e} = \frac{I_{cr}}{\left[1 - \gamma \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g}\right) \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2\right]} \le I_g$$
(132)

Em que  $I_g$  é a inércia bruta da seção,  $M_a$  é o momento fletor atuante na seção de interesse e  $M_{cr}$  é o momento de fissuração (passagem do Estádio I para o Estádio II).

 $\gamma$  é um parâmetro obtido segundo as condições de apoio e carregamento (ver Tabela 4, página 71), que pode conservadoramente ser admitido como apresentado na Equação (133), para um carregamento uniformemente distribuído.

$$\gamma \cong 1,72 - 0,75 \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right) \tag{133}$$

Para projeto,  $M_{cr}$  pode ser obtido conforme preconizado na NBR 6118 (ABNT, 2023):

$$M_{cr} = \frac{\alpha f_{ct} I_g}{y_t} \tag{134}$$

Em que  $\alpha$  é um parâmetro que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta para diversos tipos de geometria de

seção transversal, sendo 1,2 para seções T ou duplo T; 1,3 para seções I ou T invertido; e 1,5 para seções retangulares.  $y_t$  é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada.

Combinando as Equações (133) e (132) obtém-se a expressão para determinação de  $I_{cr}$ :

$$I_{cr} = I'_e \cdot \frac{\gamma \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2 - 1}{\frac{I'_e}{I_g} \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2 - 1}$$
(135)

Determinação da armadura

A armadura pode então ser determinada através da análise seccional, considerando equilíbrio de esforços internos e compatibilidade de deformações para o Estádio II-puro. A Figura 161 apresenta as deformações, tensões e esforços internos que ocorrem na seção transversal, considerando flexão pura.



Figura 161 – Deformações, tensões e esforços internos na seção transversal

Do equilíbrio de esforços internos vem:

Fonte: O autor, 2024.

$$M_{d,serv} = R_c \cdot \left(d - \frac{x_{II}}{3}\right) \tag{136}$$

$$R_c = b \cdot x_{II} \cdot \frac{E_{c,s} \cdot \varepsilon_c}{2} \tag{137}$$

$$R_f = A_f \cdot (E_f \cdot \varepsilon_f) \tag{138}$$

$$R_c = R_f \tag{139}$$

Da compatibilidade de deformações:

$$\frac{\varepsilon_c}{x_{II}} = \frac{\varepsilon_f}{d - x_{II}} \tag{140}$$

Finalmente, da resistência dos materiais, a relação entre o momento de inércia fissurado, a área de armadura, propriedades dos materiais e da geometria da seção:

$$I_{cr} = \frac{bx_{II}^3}{3} + \frac{E_f}{E_{c,s}} \cdot \left[A_f \cdot (d - x_{II})^2\right]$$
(141)

Substituindo a Equação (137) na Equação (138) e, em seguida, a Equação (138) na Equação (141), vem:

$$I_{cr} = \frac{b}{3} \cdot x_{II}^3 + \frac{b}{2} \cdot x_{II}^2 \cdot (d - x_{II})$$
(142)

Que é uma equação do terceiro grau na incógnita  $x_{II}$  e que embora possa ser algebricamente resolvida apresentando três raízes reais, das quais apenas uma é adequada ao problema, é mais fácil de ser resolvida por tentativas.

Uma vez encontrado o valor de  $x_{II}$ , pode ser encontrado o valor de  $A_f$ , ou através da Equação (142), ou através da junção das Equações (137) a (139), que resultam em:

$$A_f = \frac{b}{2} \cdot \frac{E_{c,s}}{E_f} \cdot \frac{x_{II}^2}{d - x_{II}}$$
(143)

Observe-se que este procedimento considera que as tensões no concreto de compressão são dadas por  $\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_{c,s}$ , o que é válido, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2023) desde que as tensões sejam inferiores a 50% de sua resistência.