



Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia e Ciências

Faculdade de Engenharia

Mayara Machado Martins

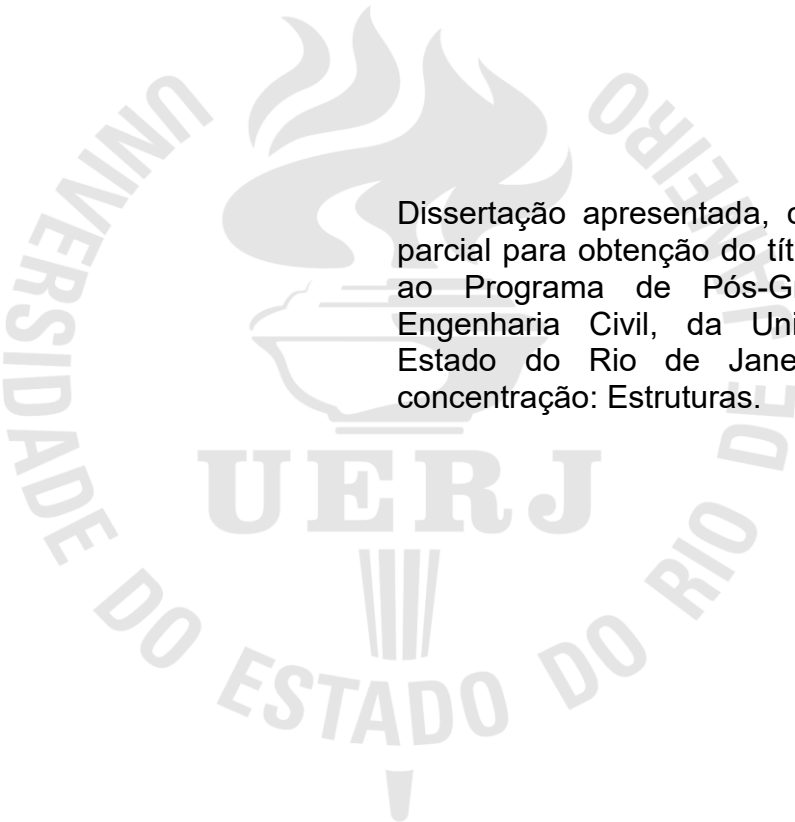
**Análise Dinâmica de Placas Metálicas Submetidas a Carregamentos
Explosivos Considerando o Efeito de Membrana através do Método
dos Elementos Finitos**

Rio de Janeiro

2024

Mayara Machado Martins

**Análise Dinâmica de Placas Metálicas Submetidas a Carregamentos
Explosivos Considerando Efeito de Membrana através do Método dos
Elementos Finitos**



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Estruturas.

Orientadores: Prof. Dr. Rodrigo Bird Burgos
Dra. Ana Waldila de Queiroz Ramiro Reis

Rio de Janeiro

2024

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC/B

M386 Martins, Mayara Machado.
Análise dinâmica de placas metálicas submetidas a carregamentos explosivos considerando efeito de membrana através do método dos elementos finitos / Mayara Machado Martins. – 2024.
142 f.

Orientadores: Rodrigo Bird Burgos, Ana Waldila de Queiroz Ramiro Reis.

Dissertação (Mestrado) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia.

1. Engenharia civil - Teses. 2. Placas metálicas - Teses. 3. Análise estrutural (Engenharia) - Teses. 4. Efeito da explosão - Teses. 5. Método dos elementos finitos - Teses. I. Burgos, Rodrigo Bird. II. Reis, Ana Waldila de Queiroz Ramiro. III. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia. IV. Título.

CDU 624.014: 622.235.5

Bibliotecária: Júlia Vieira – CRB7/6022

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta tese, desde que citada a fonte.

Mayara M Martins
Assinatura

06/02/25
Data

Mayara Machado Martins

**Análise dinâmica de placas metálicas submetidas a carregamentos explosivos
considerando o efeito de membrana através do Método dos Elementos Finitos**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Estruturas.

Aprovado em: 27 de setembro de 2024.

Banca Examinadora:



Prof. Dr. Rodrigo Bird Burgos (Orientador)
Faculdade de Engenharia – UERJ



Dra. Ana Waldila de Queiroz Ramiro Reis (Orientadora)
Instituto Tecgraf – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro



Prof. Dr. André Tenchini da Silva
Faculdade de Engenharia – UERJ



Prof. Dr. Marcos Antonio Campos Rodrigues
Universidade Federal do Espírito Santo – UFES

Rio de Janeiro

2024

O correr da vida embrulha tudo, a vida é assim:
esquenta e esfria, aperta e daí afrouxa, sossega e depois desinquieta.
O que ela quer da gente é coragem.
O que Deus quer é ver a gente aprendendo a ser capaz de ficar alegre a
mais, no meio da alegria, e inda mais alegre ainda no meio da tristeza!

Guimarães Rosa

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus, porque mesmo que não compreendamos todos os Seus planos, Ele sempre nos guia e fortalece em cada etapa de nossas vidas. Ainda que a situação pareça impossível, Ele nos mostra que nunca nos dará um peso maior do que possamos carregar e que, com fé, podemos superar qualquer obstáculo e alcançar grandes conquistas.

À minha mãe, Jacira, por sempre me apoiar e me ensinar a nunca desistir dos meus sonhos, por ser meu maior exemplo e a pessoa que mais admiro no mundo. Agradeço por respeitar minhas decisões e por me proporcionar a oportunidade de continuar adquirindo conhecimento.

Aos familiares, que me apoiaram, incentivando-me com palavras de apoio de que tudo daria certo e compreendendo os inúmeros momentos que precisei me ausentar para dedicar aos estudos.

Às minhas amigas Isabella Lopes, Thamy Furtado e Caroline Mano, por me apoiarem em todas as circunstâncias e estarem sempre ao meu lado. São 21 anos de amizade, e nessa longa jornada sou grata por todas as conversas, puxões de orelha e, sobretudo, por acreditarem em mim.

Aos meus amigos do PGECIV, Joel Carneiro, Rafaella Guedes, Marilene Cardoso, Chrysthyan Oliveira, Amanda Machado e Amanda Borges, que tornaram os dias na UERJ mais leves e descontraídos. Mesmo enfrentando os desafios da pesquisa, sempre nos apoiávamos com palavras de incentivo e a certeza de que tudo daria certo. Guardarei com carinho os momentos que compartilhamos, como os almoços no bandeirão, as conversas, as risadas e as confraternizações no LABBAS, que marcaram essa etapa da minha vida.

Aos meus amigos Rhuan Cardoso e Danielle Malvaris, que estão comigo desde a época da graduação. Dani, você foi uma parte importante da minha trajetória, porque, graças à sua orientação na graduação, acabei me direcionando para a pesquisa e fiz minha primeira publicação e participação em congresso. Sou muito grata por todos os conselhos e conversas. Rhuan, nossa amizade foi à primeira vista. Entramos juntos na UERJ, um segurando na mão do outro, nunca sozinhos. Fico imensamente feliz, porque sem a sua amizade, eu não teria chegado até aqui. Obrigada por tudo que vocês dois representam.

Esse é, sem dúvida, o agradecimento mais difícil de escrever, dedicado a quem me adotou desde o primeiro dia em que comecei a frequentar o LABBAS. Todos no PGECIV sabem o quanto você se tornou importante para mim, Keila Letícia. Tanto que, acredite, cogitei ir para a Bélgica só para ter você ao meu lado no dia da minha defesa de mestrado. Eu não tenho palavras para te agradecer por tudo: pelas horas no telefone me escutando e me aconselhando, por sempre parar o que estava fazendo ou arranjar tempo para me ajudar quando eu mais precisava, pelas conversas que me fizeram crescer como pessoa e como pesquisadora, pelas nossas saídas, seja para barzinhos, restaurantes ou para assistir "Meu malvado favorito" no cinema, e, acima de tudo, obrigada por ser quem você é. Confesso que escrever isso aqui está sendo ainda mais difícil do que imaginei. Mesmo com tantas lembranças e com uma gratidão imensa por ter você na minha vida, percebo que colocá-las em palavras é quase impossível. Obrigada, do fundo do meu coração. Quero te levar para a minha vida e além dela. Você merece todo o sucesso desse mundo, e eu estarei sempre ao seu lado, te apoiando e ajudando, assim como você fez e continua fazendo por mim.

À minha coorientadora, Ana Waldila, posso fugir um pouco do *script*? Rs. Como agradecer a alguém que, desde o início, mesmo sem me conhecer e com seu jeito peculiar, fez de tudo para me tirar daquele cantinho onde eu estava encolhida, assustada e escondida, para me transformar na pessoa que sou hoje? Existem pessoas que mudam tudo, e você é uma delas. Mesmo que às vezes discordemos, conseguimos formar uma excelente dupla de pesquisa. Obrigada por todas as suas idas à UERJ, por se disponibilizar sempre para termos reuniões e, mesmo sendo difícil, por me escutar rs. Agradeço por confiar em mim e por me proporcionar a oportunidade de dar continuidade à sua pesquisa. Preciso também agradecer pelos conselhos, pela preocupação comigo, pelas ligações e por me convidar para assistir à sua defesa de doutorado! Espero que possamos continuar juntas nessa caminhada, porque temos um projeto incrível pela frente, e você é uma parte essencial dele.

Ao meu orientador, Rodrigo Burgos, que aceitou essa missão de outro mundo que caiu de paraquedas para ele e, no final, deu tudo certo. Muito obrigada pela paciência, pelos ensinamentos e por todo o conhecimento que me passou e continua passando. Agradeço por sempre se disponibilizar a tirar minhas dúvidas, por me escutar e, acima de tudo, por confiar em mim.

A todos os professores que passaram pela minha vida acadêmica, mas especialmente Ana Cristina Castro, André Tenchini, Maria Elizabeth Tavares e

Monique Cordeiro. Vocês marcaram minha trajetória dentro da UERJ em momentos distintos, com conversas importantes que, de alguma forma, foram fundamentais para o meu amadurecimento como pessoa e pesquisadora. Sou profundamente grata por acreditarem na minha capacidade e por contribuírem de maneira tão significativa para a minha formação.

Ao Programa de Pós-graduação de Engenharia Civil e a UERJ, por ter me dado a oportunidade de desenvolver a minha pesquisa, por ter me tornado uma pessoa muito mais madura em diversas áreas da minha vida e por todo o conhecimento que adquiri durante esse período na instituição.

RESUMO

MARTINS, Mayara Machado. *Análise dinâmica de placas metálicas submetidas a carregamentos explosivos considerando efeito de membrana através do método dos elementos finitos*. 2024. 142 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2024.

Com a ocorrência de vastos eventos explosivos de ordem global, com sua natureza tanto acidental, como intencional, torna-se essencial a investigação do comportamento dinâmico de estruturas sob tal carregamento. Os fenômenos explosivos originam ondas de sobrepressão (fase positiva), posteriormente acompanhada por uma de subpressão (fase negativa), que até pouco tempo era negligenciada. No entanto, pesquisas desenvolvidas ao decorrer dos anos destacam que a fase negativa pode provocar deslocamentos e tensões tão significativas quanto a fase positiva. O estudo em questão aborda uma comparação entre o modelo analítico SDOF de von Karmán, empregado no software DYNAblast 1.1 (2024), e o modelo numérico desenvolvido pelo programa de elementos finitos ABAQUS v6.14-1, para calibração da estrutura utilizada. De forma a examinar o comportamento de placas esbeltas simplesmente apoiadas, isotrópica e linearmente elástica, aplicando carga explosiva e considerando o pior caso de efeito de membrana: indeslocável. Foram conduzidas análises paramétricas concluindo que variáveis como a massa explosiva (W_{TNT}), distância escalada (Z), e modificações geométricas da estrutura, apresentam impactos significativos. A fase negativa demonstrou maior influência em cenários com menores massas de explosivo, bem como em distâncias escaladas superiores a $5 \text{ m/kg}^{1/3}$.

Palavras chaves: Análise de Elementos Finitos; Placas metálicas; Análise dinâmica; Efeito de membrana; Explosão

ABSTRACT

MARTINS, Mayara Machado. *Dynamic analysis of steel plates subjected to blast loads considering the membrane effect using the finite element method*. 2024. 142 f. Dissertation (Master's in Civil Engineering) – Faculty of Engineering, Rio de Janeiro State University, Rio de Janeiro, 2024.

With the occurrence of vast explosive events on a global scale, which can be either accidental, or intentional, it becomes essential to investigate the dynamic behavior of structures under such loading. Explosive phenomena generate overpressure waves (positive phase), followed by underpressure waves (negative phase), which were until recently neglected. However, research conducted over the years highlights that the negative phase can cause displacements and stresses as significant as the positive phase. This study addresses a comparison between the von Karmán SDOF analytical model, employed in the DYNAblast 1.1 (2024) software, and the numerical model developed using the ABAQUS v6.14-1 finite element program, for the calibration of the structure used. In order to examine the behavior of simply supported, isotropic and linearly elastic slender plates, considering the explosive load and the worst-case membrane effect: immovable. Parametric analyses were carried out, concluding that variables such as explosive mass (W_{TNT}), scaled distance (Z), and geometric modifications of the structure have significant impacts. The negative phase showed greater influence in scenarios with lower explosive mass, as well as in scaled distances greater than $5 \text{ m/kg}^{1/3}$.

Keywords: Dynamic analysis; Finite Element Method; Steel Plates; Von Karman Theory; Membrane effect; Blast loads.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Explosão em Beirute em função do tempo.....	21
Figura 2 – Aplicação de placas no campo da engenharia	33
Figura 3 – Estrutura de placa com representação do ponto médio	35
Figura 4 – Esquema de deformação de uma placa.....	36
Figura 5 – Deformações nos planos da placa	38
Figura 6 – Atuação das tensões e momentos na placa.....	40
Figura 7 – Gráfico de pressão x tempo de uma onda de choque.....	51
Figura 8 – Gráfico de pressões incidentes e refletidas.....	52
Figura 9 – Esquemática da distância escalada Z	53
Figura 10 – Ábaco dos parâmetros da carga explosiva da fase positiva.....	54
Figura 11 – Ábaco dos parâmetros da carga explosiva da fase negativa	55
Figura 12 – Comparação dos métodos de normalização da fase positiva e negativa	58
Figura 13 – Interface do DYNABlast 1.1 (2024)	62
Figura 14 – Resultado fornecido pelo DYNABlast 1.1 (2024).....	63
Figura 15 – Interface do ABAQUS/CAE v6.14-1	65
Figura 16 – Fluxograma das etapas de funcionamento do ABAQUS.....	65
Figura 17 – Estrutura geométrica da placa.	67
Figura 18 – Gráfico de comparação entre os parâmetros K1 e K3 na estrutura simplesmente apoiada.	68
Figura 19 – Condição de membrana <i>Immovable</i>	71
Figura 20 – Representação das malhas de 0,075; 0,05; 0,025 e 0,0125	73
Figura 21 – Aplicação da carga estática	74
Figura 22 – Distribuição linear das tensões	75
Figura 23 – Deslocamento linear da placa no eixo vertical	75
Figura 24 – Distribuição não linear das tensões.....	76
Figura 25 – Deslocamento não linear no eixo vertical.....	77

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros geométricos	69
Tabela 2 – Parâmetros da propriedade do material	70
Tabela 3 – Descrição das malhas	73
Tabela 4 – Valores das tensões e deslocamentos lineares	75
Tabela 5 – valores das tensões e deslocamentos não lineares	76
Tabela 6 – Percentual de diferença das malhas da análise linear	79
Tabela 7 – Percentual de diferença das malhas análise não linear	79
Tabela 8 – Parâmetros do carregamento explosivo	82
Tabela 9 – Comparação da análise estática com os estudos de Reis (2019).....	89
Tabela 10 – Deslocamentos máximos da fase positiva linear	93
Tabela 11 – Deslocamentos máximos da fase positiva não linear	93
Tabela 12 – Deslocamentos máximos da fase positiva estendida linear	93
Tabela 13 – Deslocamentos máximos da fase positiva estendida não linear	94
Tabela 14 – Deslocamentos máximos da fase positiva e negativa linear	94
Tabela 15 – Deslocamentos máximos da fase positiva e negativa não linear	94
Tabela 16 – Coeficiente de decaimento em função de Z	96
Tabela 17 – $P_{máx}$ e $P_{mín}$ em função de Z	96
Tabela 18 – Distância R (m).....	97
Tabela 19 – Deslocamentos (m) da placa na fase positiva com $\beta = 1$	99
Tabela 20 – Deslocamentos (m) da estrutura na fase positiva com $\beta = 1,5$	99
Tabela 21 – Deslocamentos (m) da estrutura na fase positiva com $\beta = 2$	100
Tabela 22 – Deslocamentos (m) da estrutura na fase positiva estendida com $\beta = 1$	102
Tabela 23 – Deslocamentos (m) da estrutura na fase positiva estendida com $\beta = 1,5$	103
Tabela 24 – Deslocamentos (m) da estrutura na fase positiva estendida com $\beta = 2$	103
Tabela 25 – Deslocamentos (m) da estrutura na fase positiva e negativa com $\beta = 1$	105
Tabela 26 – Deslocamentos (m) da estrutura na fase positiva e negativa com $\beta = 1,5$	106

Tabela 27 – Deslocamentos (m) da estrutura na fase positiva e negativa com $\beta = 2$	107
Tabela 28 – Deslocamentos (m) para $W_{TNT} = 10$ e 80 kg na fase positiva com $\beta = 1$	108
Tabela 29 – Deslocamentos (m) para $W_{TNT} = 10$ e 80 kg na fase positiva com $\beta = 1,5$	110
Tabela 30 – Deslocamentos (m) para $W_{TNT} = 10$ e 80 kg na fase positiva com $\beta = 2$	110
Tabela 31 – Deslocamentos (m) para $W_{TNT} = 10$ kg e 80 kg na fase positiva estendida com $\beta = 1$	111
Tabela 32 – Deslocamentos (m) para $W_{TNT} = 10$ e 80 kg na fase positiva estendida com $\beta = 1.5$	112
Tabela 33 – Deslocamentos (m) para $W_{TNT} = 10$ kg e 80 kg na fase positiva estendida com $\beta = 2$	113
Tabela 34 – Deslocamentos para $W_{TNT} = 10$ e 80 kg na fase positiva e negativa $\beta = 1$	114
Tabela 35 – Deslocamentos (m) para $W_{TNT} = 10$ e 80 kg na fase positiva e negativa com $\beta = 1.5$	115
Tabela 36 – Deslocamentos (m) para $W_{TNT} = 10$ kg e 80 kg na fase positiva e negativa com $\beta = 2$	116
Tabela 37 – Percentual de variação do deslocamento para $W_{TNT} = 10$ kg com $\beta = 1$	118
Tabela 38 – Percentual de variação do deslocamento para $W_{TNT} = 20$ kg com $\beta = 1$	118
Tabela 39 – Percentual de variação do deslocamento $W_{TNT} = 30$ e 40 kg com $\beta = 1$	119
Tabela 40 – Percentual de variação do deslocamento $W_{TNT} = 50$ a 80 kg com $\beta = 1$	121
Tabela 41 – Percentual de variação do deslocamento para $W_{TNT} = 10$ kg com $\beta = 1.5$	123
Tabela 42 – Percentual de variação do deslocamento para $W_{TNT} = 20$ kg e 30 kg com $\beta = 1,5$	124
Tabela 43 – Percentual de variação do deslocamento para $W_{TNT} = 40$ kg a 60 kg com $\beta = 1,5$	126

Tabela 44 – Percentual de variação do deslocamento para $W_{TNT} = 70$ kg e 80 kg com $\beta = 1,5$	126
Tabela 45 – Percentual de variação do deslocamento para $W_{TNT} = 10$ kg e 20 kg com $\beta = 2$	129
Tabela 46 – Percentual de variação do deslocamento para $W_{TNT} = 30$ kg a 50 kg com $\beta = 2$	131
Tabela 47 – Percentual de variação do deslocamento para $W_{TNT} = 60$ kg a 80 kg com $\beta = 2$	132

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Comparação das malhas da análise estática linear	78
Gráfico 2 – Comparação das malhas da análise não linear	78
Gráfico 3 – Curva pressão x tempo para a fase positiva	83
Gráfico 4 – Curva pressão x tempo fase positiva estendida	83
Gráfico 5 – Curva pressão x tempo fase positiva e negativa	83
Gráfico 6 – Comparação das malhas na análise dinâmica linear fase positiva	84
Gráfico 7 – Comparação das malhas da análise dinâmica não linear fase positiva ..	85
Gráfico 8 – Deslocamento análise dinâmica linear para fase positiva.....	86
Gráfico 9 – Deslocamento análise dinâmica linear para fase positiva estendida	86
Gráfico 10 – Deslocamento análise dinâmica linear para fase positiva e negativa ...	86
Gráfico 11 – Deslocamento análise dinâmica não linear para fase positiva.....	87
Gráfico 12 – Deslocamento análise dinâmica não linear para fase positiva estendida	88
Gráfico 13 – Deslocamento análise dinâmica não linear para fase positiva e negativa	88
Gráfico 14 – Curva dos resultados da análise dinâmica linear no DYNAblast 1.1	90
Gráfico 15 – Curva dos resultados da análise dinâmica linear no ABAQUS	91
Gráfico 16 – Curva dos resultados da análise dinâmica não linear no DYNAblast 1.1	92
Gráfico 17 – Curva dos resultados da análise dinâmica não linear no ABAQUS	92
Gráfico 18 – Deslocamentos em função W_{TNT} na fase positiva com $\beta = 1$	98
Gráfico 19 – Deslocamentos em função W_{TNT} na fase positiva com $\beta = 1,5$	99
Gráfico 20 – Deslocamentos em função W_{TNT} na fase positiva com $\beta = 2$	100
Gráfico 21 – Deslocamentos em função W_{TNT} na fase positiva estendida com $\beta = 1$	101
Gráfico 22 – Deslocamentos em função W_{TNT} na fase positiva estendida com $\beta = 1.5$	102
Gráfico 23 – Deslocamentos em função W_{TNT} na fase positiva estendida com $\beta = 2$	104
Gráfico 24 - Deslocamentos em função W_{TNT} na fase positiva e negativa com $\beta = 1$	105

Gráfico 25 - Deslocamentos em função W_{TNT} na fase positiva e negativa com $\beta = 1.5$	106
Gráfico 26 - Deslocamentos em função W_{TNT} na fase positiva e negativa com $\beta = 2$	107
Gráfico 27 – Deslocamentos em função Z na fase positiva com $\beta = 1$	109
Gráfico 28 – Deslocamentos em função Z na fase positiva com $\beta = 1,5$	109
Gráfico 29 – Deslocamentos em função Z na fase positiva com $\beta = 2$	110
Gráfico 30 – Deslocamentos em função Z na fase positiva estendida com $\beta = 1$	111
Gráfico 31 – Deslocamentos em função Z na fase positiva estendida com $\beta = 1,5$	112
Gráfico 32 – Deslocamentos em função Z na fase positiva estendida com $\beta = 2$	113
Gráfico 33 – Deslocamentos em função Z na fase positiva e negativa com $\beta = 1$	114
Gráfico 34 – Deslocamentos em função Z na fase positiva e negativa com $\beta = 1,5$	115
Gráfico 35 – Deslocamentos em função Z na fase positiva e negativa com $\beta = 2$	116
Gráfico 36 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 10$ kg com $\beta = 1$	117
Gráfico 37 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 20$ kg com $\beta = 1$	118
Gráfico 38 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 30$ kg com $\beta = 1$	119
Gráfico 39 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 40$ kg com $\beta = 1$	120
Gráfico 40 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 50$ kg com $\beta = 1$	120
Gráfico 41 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 60$ kg com $\beta = 1$	121
Gráfico 42 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 70$ kg com $\beta = 1$	122
Gráfico 43 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 80$ kg com $\beta = 1$	122
Gráfico 44 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 10$ kg com $\beta = 1.5$	123
Gráfico 45 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 20$ kg com $\beta = 1,5$	124
Gráfico 46 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 30$ kg com $\beta = 1,5$	124
Gráfico 47 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 40$ kg com $\beta = 1,5$	125
Gráfico 48 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 50$ kg com $\beta = 1,5$	125
Gráfico 49 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 60$ kg com $\beta = 1,5$	126
Gráfico 50 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 70$ kg com $\beta = 1,5$	127
Gráfico 51 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 80$ kg com $\beta = 1,5$	127
Gráfico 52 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 10$ kg com $\beta = 2$	128
Gráfico 53 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 20$ kg com $\beta = 2$	128
Gráfico 54 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 30$ kg com $\beta = 2$	129
Gráfico 55 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 40$ kg com $\beta = 2$	130
Gráfico 56 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 50$ kg com $\beta = 2$	130

Gráfico 57 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 60$ kg com $\beta = 2$	131
Gráfico 58 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 70$ kg com $\beta = 2$	132
Gráfico 59 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 80$ kg com $\beta = 2$	133

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PE4	Explosivo plástico nº 4
SDOF	Single Degree of Freedom
TNT	Trinitrotolueno

LISTA DE SÍMBOLOS

β	Razão entre as dimensões da placa
ε_x	Deformação normal no eixo x
ε_y	Deformação normal no eixo y
ε_z	Deformação normal no eixo z
σ_z	Tensão normal no eixo z
ν	Coeficiente de Poisson
γ_{xy}	Deformação por cisalhamento no plano xy
γ_{xz}	Deformação por cisalhamento no plano xz
γ_{yz}	Deformação por cisalhamento no plano yz
φ_x	Ângulo de rotação do plano deformado em xz
φ_y	Ângulo de rotação no plano deformado em yz
σ_x	Tensão normal no eixo x
σ_y	Tensão normal no eixo y
ϕ	Função de Airy
ρ	Massa específica
∇^4	Operador Bi harmônico
τ_{xy}	Tensão de cisalhamento no plano xy
τ_{xz}	Tensão de cisalhamento no plano xz
τ_{yz}	Tensão de cisalhamento no plano yz
a	Dimensão da placa no eixo x
a'	Coeficiente de decaimento da função pressão x tempo
b	Dimensão da placa no eixo y
E	Módulo de elasticidade
h	Espessura da placa
i_d	Impulso da pressão da fase positiva
i_d^-	Impulso da pressão da fase negativa
$P_{máx}$	Pressão máxima positiva
$P_{mín}$	Pressão mínima negativa
$P(t)$	Função do carregamento dinâmico de explosão
t	Tempo total de análise

t_d	Tempo de duração da fase positiva
t_d^-	Tempo de duração da fase negativa
W_{TNT}	Massa de TNT
Z	Distância em escala de Hopkinson
D	Rigidez à flexão
u	Deslocamento no eixo x
v	Deslocamento no eixo y
w	Deslocamento no eixo z
r_x	Raio de curvatura da região média no eixo x
r_y	Raio de curvatura da região média no eixo y
r_{xy}	Raio de curvatura no plano xy
k	Curvatura da placa na região média
G	Módulo de elasticidade transversal do material
Q_x	Força cortante no eixo x
Q_y	Força cortante no eixo y
M_x	Momento de flexão no eixo x
M_y	Momento de flexão no eixo y
M_{xy}	Momento de torção no plano xy
N_x	Força de membrana no eixo x
N_y	Força de membrana no eixo y
N_{xy}	Força de membrana no plano xy
p_z	Carga transversal uniformemente distribuída na superfície
p^m	Resultante das forças de membrana na placa
L	Operador diferencial
C_p	Calor específico à pressão constante
C_v	Calor específico à volume constante
P_{so}	Pressão máxima incidente
i_{so}	Impulso positivo da onda incidente

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	21
1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	31
1.1. Teorias de placas	31
1.2. Estrutura de placas	32
1.3. Teoria de placas de Kirchhoff	34
1.4. Teoria de placas de Von Karmán	43
2. FENÔMENOS EXPLOSIVOS	49
2.1. Explosão	49
2.2. Ondas de choque	50
2.3. Carregamento dinâmico	57
3. DYNABLAST 1.1 (2024)	61
4. DESCRIÇÃO DA MODELAGEM	64
4.1. Modelo numérico	64
4.2. Modelo analítico	66
4.3. Geometria da estrutura	69
4.4. Propriedades do material	70
4.5. Condição de contorno de membrana	71
4.6. Definição da malha	72
4.7. Análise estática	73
4.7.1. <i>Análise estática linear</i>	74
4.7.2. <i>Análise estática não linear</i>	76
4.7.3. <i>Estudo de sensibilidade das malhas</i>	77
4.8. Análise dinâmica	79
4.8.1. <i>Tipo de análise dinâmica</i>	80
4.8.2. <i>Cálculo e aplicação do carregamento dinâmico</i>	81
4.8.3. <i>Estudo de sensibilidade de malhas</i>	84
4.8.4. <i>Análise linear</i>	85
4.8.5. <i>Análise não linear</i>	87
4.9. Validação do modelo numérico	88
4.9.1. <i>Resultados da Análise estática</i>	89
4.9.2. <i>Resultados da Análise dinâmica</i>	90

5.	ANÁLISES PARAMÉTRICAS	95
5.1.	Parâmetros da explosão	96
5.2.	Parâmetro: Massa de TNT (W_{TNT})	97
5.2.1.	<i>Fase positiva</i>	98
5.2.2.	<i>Fase positiva estendida</i>	101
5.2.3.	<i>Fase positiva e negativa</i>	104
5.3.	Parâmetro: Distância escalada (Z)	108
5.3.1.	<i>Fase positiva</i>	108
5.3.2.	<i>Fase positiva estendida</i>	111
5.3.3.	<i>Fase positiva e negativa</i>	114
5.4.	Influência da fase negativa	116
5.4.1.	$\beta = 1$	117
5.4.2.	$\beta = 1,5$	122
5.4.3.	$\beta = 2$	127
6.	CONCLUSÕES	134
6.1.	Trabalhos futuros	136
	REFERÊNCIAS	139

INTRODUÇÃO

Na literatura, verificam-se numerosos estudos desenvolvidos desde antigamente até os dias contemporâneos abordando o fenômeno explosivo. Dado o crescimento dos ataques terroristas, assim como o uso de explosivos em atividades como mineração e demolição, e considerando os incidentes do dia a dia que podem ser acidentais ou intencionais, a relevância de pesquisas sobre os efeitos desse tipo de carregamento e das ondas de choque tem aumentado. Tal assunto envolve uma complexidade nas análises, demandando assim, pesquisas interdisciplinares englobando outras áreas. (NETO, 2015)

Recentemente, muito se abordou sobre os efeitos da explosão que ocorreu em Beirute, no Líbano, destacando que esse evento provocou perturbações significativas nos elétrons da ionosfera. A magnitude dessa energia liberada durante o incidente superou a registrada na erupção do vulcão Asama, no Japão, em 2004. Estima-se que mais de 2.750 toneladas de nitrato de amônio, armazenadas de maneira inadequada no porto de Beirute, tenham sido a causa desse episódio. As reverberações da explosão foram registradas pelo infrassom na Tunísia, Alemanha e na Costa do Marfim, enquanto as ondas sísmicas foram capturadas por estações sísmicas em um raio de 500 km. A Figura 1 mostra os primeiros 100 milésimos de segundo do evento mencionado. (FERNÁNDEZ, 2021)

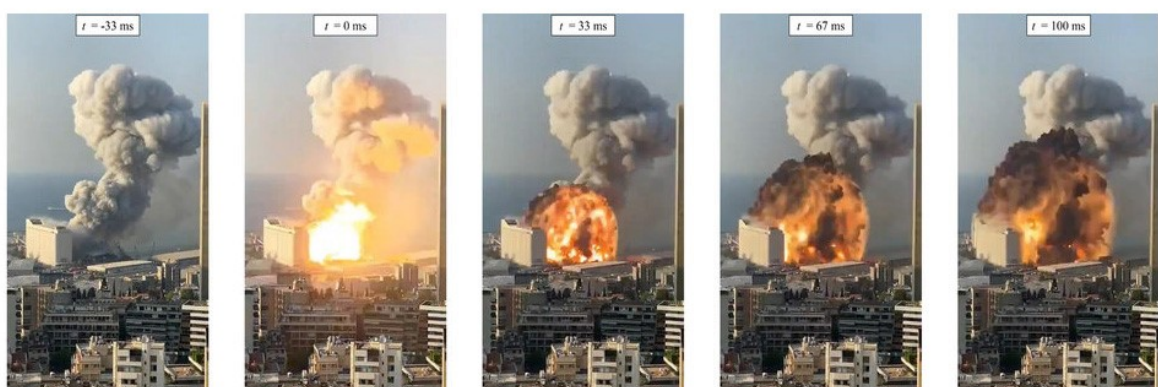


Figura 1 – Explosão em Beirute em função do tempo

Fonte: Braga (2021)

A busca por critérios e métodos para avaliar o comportamento do fenômeno explosivo tem recebido grande destaque, principalmente quando relacionado a construções civis. Determinadas estruturas com características protetoras são similares a placas, de maneira a tornar de suma importância a realização de estudos específicos dos efeitos das ondas de choque sobre esses elementos, visto que causam altas pressões e grandes deslocamentos. (REIS, 2019)

Em algumas situações vinculadas a distintas áreas da engenharia, ocorre a utilização de placas, que podem se encontrar submetidas a carregamentos dinâmicos de alta intensidade, como é o caso das explosões. Tal fenômeno em questão pode ser abordado como uma liberação súbita de energia, dando origem a ondas de choque, assim como gases quentes, que por consequência podem prejudicar a estrutura levando a mesma ao colapso total ou parcialmente. Dessa forma, destacou-se a relevância de analisar o comportamento dessas estruturas quando expostas a explosão, para entender profundamente os danos causados. (JITHIN, 2020)

Eventos explosivos demonstram elevado grau de complexidade, tornando-se necessário contínuas pesquisas vinculadas ao âmbito experimental, analítico e numérico, apontando dentro dessas análises quais as condições que interferem no comportamento de uma estrutura sujeita a esse tipo de carregamento. De tal forma, são empregados *softwares* como ferramentas computacionais que contribuem no desenvolvimento. (NETO, 2015)

Com base em pesquisas aperfeiçoadas ao longo dos anos em relação a cargas explosivas, que têm por objetivo analisar e compreender o seu comportamento, mas enfrentando a dificuldade da estrutura quando sujeita a cargas dinâmicas com características de elevado impacto, são empregados *software* de elementos finitos, como ABAQUS, ANSYS, LS-DYNA, entre outros, para avaliação do comportamento de modelos, como placas esbeltas. Assim, podendo a partir da variação dos parâmetros, como massa de explosivo e distância até a placa, adquirir os valores dos deslocamentos, tensões e frequências. (REIS et al., 2022)

Durante a ocorrência do fenômeno explosivo sucedem-se duas fases, denominadas positiva e negativa. Estudos realizados apontaram que o fenômeno de sucção que ocorre durante esse evento precisa ser levado em consideração, visto que até pouco tempo a fase negativa era descartada. É importante ressaltar que na avaliação do comportamento dinâmico de placas sujeitas a carregamento explosivos,

a não linearidade geométrica, assim como o efeito de membrana apresentam um diferencial, sendo necessária sua inclusão. (REIS, 2019)

Cichocki e Perego (1997), realizou a comparação entre os registros de modelos experimentais de placas de aço no formato retangular, sujeitas a carga explosiva relacionando com análises obtidas pelo ABAQUS/*Explicit* (1995), e uma resolução analítica simples com base cinemática. Tendo por intuito obtenção de conclusões sobre a viabilidade da aplicabilidade da forma de abordagem simplificada e assim avaliar a modelagem de materiais no ABAQUS/*Explicit* (1995) em um cenário de velocidades de deformações.

O estudo de Kazanci e Mecitoglu (2008) aborda sobre o comportamento dinâmico de placas compostas laminadas quando expostas a carregamento explosivo, empregou-se equações obtidas através do princípio dos trabalhos virtuais, levando em conta a influência da não linearidade geométrica em placas finas pela teoria de Von Karman. No domínio espacial, os resultados eram vinculados a uma placa simplesmente apoiada e para o domínio do tempo, introduziu-se o método de Galerkin, adquirindo-se equações diferenciais não lineares pelo método das diferenças finitas. Por fim, os resultados obtidos foram comparados com estudos anteriores e de elementos finitos, apresentando uma ótima concordância com relação as características e frequência de vibração.

Bonorchis e Nurick (2009) descreveram uma sequência de situações com carga explosiva localizada para compreender a influência da configuração experimental em relação ao impulso emitido a uma placa. A medição do impulso foi realizada por meio de um pêndulo balístico, os resultados mostraram que o aumento do impulso é diretamente proporcional à altura da fronteira nas placas rígidas e deformáveis, verificou-se também que alguns do impulso medido originou deformação. Com este estudo, concluiu-se que não é interessante aplicar simplesmente o impulso total do pêndulo balístico como carga de pressão centralizada na modelagem numérica e analítica, desenvolvendo-se para validação do modelo, um carregamento de explosão localizada para aplicação experimental em placas de aço macio fixadas.

Zakrisson (2010), com a demanda, nos últimos anos, de viaturas militares com proteção contra carregamento explosivo aumentando, diagnosticou a necessidade de estudos mais aprofundados para projeção de tal modelo, levando-se em consideração o seu desempenho através de fatores como o peso e o tempo de desenvolvimento. Para isso, as simulações numéricas são adotadas, reduzindo esse tempo e

intensificando a proteção da estrutura. Na tese, realizou-se experimentos com a carga explosiva localizada em locais distintos, aferindo-se as deformações residuais e dinâmicas na chapa, assim como, a transmissão do impulso em alguns casos e o tipo de carga empregada na simulação numérica foi validado por dados experimentais, ao final concluiu-se a precisão das análises numéricas de cargas de explosão no ar.

Susler et al. (2012) realizou uma análise numérica para determinação da resposta dinâmica de placas compósitas laminadas, com condição simplesmente apoiada quando sujeitas a um carregamento de jato de ar. No estudo considerou-se fatores como a rigidez, inércia e influência da não linearidade geométrica, tendo equações de movimento que foram formuladas com base no princípio dos trabalhos virtuais, e as do domínio do tempo, pela utilização do método de Galerkin. Visando-se uma análise detalhada, todos os efeitos foram considerados na avaliação da resposta dinâmica e comparados com os obtidos no *software* de elementos finitos, ANSYS, apresentando precisão entre eles.

Mohammed et al (2013) abordou sobre placas completamente engastadas com estrutura mais reforçada em uma pesquisa que determinou o comportamento dinâmico com distintos tipos de reforços e identificando a influência da distância. Para tal empregou-se análises numéricas que fornecem resultados por método de elementos finitos e usando uma distinção centralizada em relação ao tempo associando equações não lineares do movimento. A pesquisa se concentra no deslocamento da região média, abordando sobre energia cinética em contraste com energia de deformação. Como conclusão, indicou-se que todos os parâmetros vinculados, como o tempo, a distância e o modelo do reforço contribuíram modificando o comportamento da placa, em que o último item citado funciona como sustentação suportando a pressão causada pela explosão. De modo que a placa com um modelo específico de reforço apresentou um suporte maior de tensão do que os tipos T e I, além de demonstrarem uma deformação pequena de deslocamento relativo.

Henchie et al (2014), com o uso de *software* de elementos finitos, ABAQUS, comparou-se modelo experimental com numérico, porém com placas de aço com formato circular (DOMEX-700 MC) com espessura variando entre 2 e 3 mm, em que a aplicação da carga foi feita uniformemente e de maneira constante. A montagem para análise configurou-se pela colocação da placa em um pêndulo balístico e submetendo ao explosivo com repetição. De forma global observa-se que ocorre um elevado deslocamento de natureza inelástica e estreitamento na parte fixada da

extremidade, que em algumas situações, há ruptura. Na região média pode-se perceber que a deflexão definitiva se elevava à medida que a massa e a quantidade de carregamento aumentavam. Já em relação a deflexão incremental, comportava-se de forma oposta, à medida que se aumentava a quantidade de carga, o seu valor diminuía, assim como sua dureza Vickers (medida utilizada para avaliar a resistência de um material em relação a deformação plástica) aumentava nas regiões limites e central. Após a realização do estudo experimental, dá-se início ao modelo numérico utilizando o ABAQUS/*Explicit* v6.10.1 juntamente com o *ConWep* (conjunto de códigos de função de explosão embutido) na confecção de cargas amplificadas causada por explosões de carregamento na forma cilíndrica nos limites de um tubo com mesmo formato. Como em outros estudos, os resultados foram satisfatórios em relação a deflexão situada no ponto médio e as deformações, assim como a deformação do tipo plástica que acompanharam o valor obtido no estudo experimental.

No estudo de Neto (2015) foram realizadas simulações empregando-se o Autodyn (fluidodinâmica computacional), com os resultados obtidos foram feitas comparações com métodos empíricos, assim como também uma análise das características vinculadas ao estudos das explosões e de que maneira dentro de uma estrutura ocorre a influência das pressões de onda.

Xu et al (2019) abordou em seus estudos sobre placas finas compostas por alumínio e expostas a explosão. Foram obtidos considerando a variação em larga escala das massas de explosivos, analisando três distintas formas de falha, tendo assim deformações diferentes em cada uma das placas avaliadas, onde algumas sofreram ruptura em relação as bordas. O comportamento das placas sujeitas a carregamento explosivo com valores inferiores se mostrou similar aos realizados em laboratório, porém com a massa de explosivo sendo elevada, ocorreu o surgimento de deformações concentradas em uma determinada região com baixa escala. Os valores obtidos no experimental foram comparados com os empíricos, em que houve a alteração no limite de escoamento, assim verificando uma correlação coerente entre previsão e resultados das deflexões das placas com aplicação de carregamento impulsivo de valores baixos.

O desenvolvimento do estudo de Reis (2019) deu-se a partir do uso da equação de Friedlander juntamente com o polinômio cúbico para determinação da fase positiva e negativa, assim aplicando em uma placa considerando o método SDOF e utilizando a teoria de Von Kármán que se relaciona com a determinação de grandes

deslocamentos. O modelo em questão foi avaliado pela solução de quarta ordem dada pelo método numérico de Runge-Kutta, em uma estrutura com condição simplesmente apoiada para que posteriormente fosse inserida análises paramétricas.

Os sistemas de um grau de liberdade (SDOF), segundo Goel et al (2020), apresenta grande importância por poder interferir no prognóstico aguardado em relação a alguns tipos de modelagem, gerando respostas equivocadas sobre o comportamento das estruturas quando submetidas a certas ações de elevado nível. O assunto abordado pelo autor foi na aplicação do SDOF aplicado a placas finas com propriedades elásticas perante deslocamentos demasiados, levando em conta a linearidade e a não linearidade diante de parâmetros estabelecidos, assim como condições de contorno específicas. As ondas de choque aplicadas a estrutura não foram dadas como pressões e sim na forma de série trigonométrica, por serem consideradas com maior precisão. Para validação dos resultados de modelos SDOF foi empregada uma comparação de valores levantados na literatura tanto em relação a estudos teóricos como experimentais, observando a presença de uma proximidade entre os dois.

Sumelka (2021), com o uso do *software* de elementos finitos empregado na engenharia, ABAQUS, realizou uma análise numérica fundamentada na viscoplasticidade fracionada de uma placa constituída de alumínio submetida a impulsos de ar afim de verificar como se daria o comportamento dinâmico, levando em consideração que por conta das características do operador diferencial utilizado, o tipo de elemento adquire propriedades não local. O autor ressalta a importância da comparação entre as análises numéricas com experimentais, assim, concluindo a validação do seu modelo com relação as grandes fases estruturais de falhas dinâmicas.

Razak e Alias (2021), devido ao frequente uso de placas metálicas em estruturas da engenharia civil e viaturas de ordem militar agregando aos riscos de explosões, desenvolveram seus estudos empregando placas de aço com geometria quadrada flexível e com reforço, variando a localização do explosivo, com o intuito de aprimorar a resistência. Utilizando-se o *software* de elementos finitos, ABAQUS, a estrutura foi submetida a explosivos do tipo PE4 em que as massas tinham valores que variavam de 10 g a 20 g, empregando no modelo dois tipos de reforços distintos e a posicionou em ângulos de 0°, 15° e 45°. Após as análises, os resultados obtidos foram comparados em relação ao máximo deslocamento na região central e

observando que as placas de aço inclinadas constituída de reforços apresentaram uma resistência a detonação bem melhor.

Shuaib et al (2021) para abordagem da sua pesquisa, empregou o *software* LS-DYNA para obtenção de respostas em uma placa de aço com polímero sendo reforçada com fibra de carbono, e submetida a carregamento explosivo. A validação dos resultados adquiridos se deu através da comparação com experimentos anteriores, tendo assim o tipo de carregamento aplicado sendo cilíndrico localizado em um tubo quadrado. Com o emprego do *software* LS-DYNA para simulação, utilizando recursos para mapear elementos do tipo Euler-Lagrange (MM-ALE), ao final obteve-se uma correlação satisfatória entre os resultados numéricos com experimentais.

Este trabalho aborda o comportamento de placas metálicas finas submetidas a carregamentos explosivos, considerando a aplicação da condição de membrana indeslocável. Para validar a estrutura estudada, foram utilizados o *software* DYNABlast 1.1 (2024), baseado em um modelo analítico de um grau de liberdade (SDOF), e o ABAQUS (2016), empregado para a criação de um modelo numérico. Realizou-se uma correlação entre os resultados desses dois métodos para análises estática e dinâmica. Em seguida, foram conduzidas análises paramétricas, com a variação dos principais parâmetros relacionados à explosão. Por fim, com base nos valores obtidos para os maiores deslocamentos, delinearam-se conclusões sobre a influência desses parâmetros e da fase negativa durante o evento explosivo.

Motivação

Num contexto em que a incidência de eventos explosivos vem crescendo globalmente, decorrentes tanto de conflitos armados, caracterizados por incidentes intencionais, quanto de ocorrências acidentais, como o caso da explosão em Beirute, no Líbano, torna-se imperativo realizar uma análise aprofundada do comportamento dinâmico das estruturas quando submetidas a esse tipo de carregamento. Com isso, abordar sobre a correlação entre os resultados dos modelos numéricos e analíticos desses eventos traz grande importância, de modo que esse estudo forneça aos profissionais da engenharia civil, especialmente vinculados ao cálculo relacionado em

como o sistema estrutural pode ser comprometido e até mesmo chegar ao colapso.

Objetivos gerais

O propósito deste trabalho consiste em analisar o comportamento dinâmico de estruturas de placas quando submetidas a cargas explosivas, com um foco especial na análise dos deslocamentos causados por esse tipo de carregamento, particularmente na região central dessa estrutura, considerando a teoria de Kirchhoff. Para alcançar tal objetivo, este estudo teve o enfoque inicialmente na realização de análises numéricas estáticas e dinâmicas para que fossem comparadas com o modelo analítico utilizado como base para o trabalho e assim poder obter a validação dos resultados. Assim, utilizando o Método dos Elementos Finitos através com o emprego do *software* ABAQUS versão 6.14-1 para modelagem de placas esbeltas, em que possam ser aplicados os princípios da teoria de Kirchhoff, além de considerar o efeito de membrana para o pior caso, indeslocável (*immovable*). Em relação ao carregamento, visto que as explosões ocorrem em intervalos de tempo específicos, a análise foi fundamentada na teoria dinâmica de placas, observando atentamente a influência tanto da fase positiva como da negativa.

Objetivos específicos

O presente trabalho tem como objetivos específicos:

- Calibrar o modelo estudado por meio da comparação entre os deslocamentos máximos obtidos com o estudo de Reis (2019) para as análises estáticas e dinâmica, com os fornecidos pelos *softwares* ABAQUS (2014) (solução por elementos finitos) e DYNAblast 1.1 (2024) (solução analítica);
- Analisar a influência da condição de contorno de membrana (*immovable*) na resposta estrutural, especialmente quando considerada a não linearidade geométrica;

- Apresentar e analisar o comportamento da placa estudada em função da variação de determinados parâmetros (análise paramétrica): o coeficiente beta (β), definido pela razão entre a maior e a menor dimensão, massa de explosivo (W_{TNT}) e a distância escalada (Z);
- Analisar a influência da consideração da fase negativa no comportamento do modelo estudado, aplicando dois tipos distintos, a fase positiva estendida e a fase positiva acrescida da negativa, utilizando o polinômio cúbico para esta última.

Estrutura da dissertação

O presente capítulo fez um breve resumo da importância dos estudos relacionados ao assunto abordado por esta pesquisa. Apresentou fatos relevantes e descreveu os estudos de alguns pesquisadores vinculados ao tema. Além disso, expôs a motivação para o desenvolvimento do trabalho, o objetivo geral e os objetivos específicos.

No capítulo 1, são fornecidas considerações sobre o estudo de placas, incluindo o desenvolvimento das formulações ao longo dos anos, a descrição de suas características e as formas como as forças atuam na estrutura. Além disso, são apresentadas as duas teorias de placas utilizadas neste trabalho: a teoria de Kirchhoff, referente a caracterização de placas delgadas, e a de Von Kármán, pertinente ao estudo dos grandes deslocamentos. Os postulados de cada teoria são descritos, detalhando as equações fundamentais para o desenvolvimento de cada uma delas.

No capítulo 2, é abordado sobre o fenômeno explosivo e a origem das ondas de choque, descrevendo a distribuição da pressão ao longo do tempo causada por elas. Além disso, são detalhados os parâmetros de uma explosão e as fórmulas para calcular cada um, explicando sua origem a partir dos ábacos do *US Department of Defense* (2008). Posteriormente, é mostrado como se determina o carregamento dinâmico e os distintos métodos para a definição da curva de carga em função do tempo, considerando a fase negativa da explosão.

No Capítulo 3, é apresentada uma descrição do *software* analítico DYNAblast 1.1 (2024), que corresponde a uma atualização do DYNAblast 1.0, desenvolvido por Reis et al. (2022). Esse *software* foi utilizado para a validação do modelo estudado, sendo detalhados seus métodos de resolução. Além disso, são explicados os procedimentos de inserção dos parâmetros no *software*, destacando como esses dados são processados para a obtenção dos resultados.

No capítulo 4, primeiramente é apresentada uma breve introdução sobre o método numérico utilizado e o modelo analítico de referência, expondo as informações do estudo de Reis (2019) que foram importantes para o desenvolvimento dessa pesquisa. Em seguida, são descritos todos os processos realizados na modelagem da placa no ABAQUS (2014), incluindo suas características geométricas, as propriedades do material, as condições de contorno de membrana, a malha escolhida e o estudo de sensibilidade de malhas, que justifica a escolha do tamanho adotado. E por fim, é abordada a aplicação do carregamento juntamente com o cálculo correspondente, para obter os resultados necessários para calibração do modelo. Posteriormente, é tratada a validação dos resultados. Para a calibração da análise estática, é apresentada uma comparação entre as tabelas do estudo de referência e os resultados obtidos no ABAQUS (2014). Na análise dinâmica, são fornecidos gráficos que correlacionam as curvas do DYNAblast 1.1 (2024) e do ABAQUS (2014), além de tabelas que descrevem os deslocamentos máximos e o tempo em que ocorrem, calculando a margem de diferença entre os resultados alcançados. Ambos os tipos de análise foram realizados considerando os regimes linear e não linear.

No capítulo 5, é apresentada uma análise paramétrica com o objetivo de avaliar a influência da distância escalada (Z) e da massa equivalente de TNT no comportamento da estrutura. Para cada um dos parâmetros, são apresentados gráficos acompanhados de tabelas indicando os resultados obtidos e descrição dos fenômenos. Além disso, abordou-se sobre a atuação da consideração da fase negativa.

No capítulo 6, é apresentada uma breve introdução sobre as etapas realizadas e os métodos empregados no estudo, para, posteriormente, serem elaboradas conclusões baseadas nos resultados obtidos e observações sobre o comportamento da estrutura avaliada. Outro ponto abordado foram sugestões de estudos futuros que podem ser explorados em relação ao tema de explosões.

1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

1.1. Teorias de placas

Euler (1766) foi o pioneiro ao realizar a primeira análise matemática das placas, investigando sobre as vibrações livres. J. Bernoulli (1789), posteriormente, tentou explicar teoricamente as conclusões obtidas nesses experimentos acústicos, empregando a teoria de vigas de flexão Euler-D.Bernoulli na modelagem de placas como sistemas de tiras perpendiculares, em que cada uma delas apresentava funcionalidade semelhante a uma viga. Chladni (1802), físico alemão, contribuiu de forma significativamente ao descobrir os modos de vibração livre em placas horizontais, usando pó dispostos uniformemente formando padrões constantes nas linhas nodais, onde os deslocamentos na direção vertical não aconteciam

Germain (1826), uma matemática francesa, elaborou uma equação diferencial aplicável para placas inicialmente sem inclusão de torção, pelo qual foi premiada pela Academia Parisiense em 1816. Lagrange (1828), a partir da revisão do trabalho de Germain, em 1813, realizou a correção dos resultados incorporando o termo ausente, estabelecendo corretamente a equação geral das placas pela primeira vez.

Cauchy (1828) e Poisson (1829), tornaram-se os primeiros na formulação do problema de flexão de placas focando nas equações gerais da teoria da elasticidade. Conseguiram expandir todas as numerosas características em séries de potências através de uma superfície média, obtendo assim a equação diferencial responsável pelas deflexões que se assemelha, com a de Germain-Lagrange. Desse modo, Poisson (1829), expandiu esta equação para a solução de placas sob carga estática, no ano de 1829, fixando a rigidez flexural D como um termo constante.

Navier (1823) apresentou uma grande contribuição na teoria das placas ao considerar na equação geral a espessura dessa estrutura, como uma função da rigidez D . Assim, introduzindo um novo método que transformou a equação diferencial, utilizando séries trigonométricas de Fourier para representá-la. Kirchhoff (1850) publicou sobre teoria de placas finas, que ficaram conhecidas como “hipóteses de Kirchhoff”. Utilizando essas ideias, ele explicou de maneira simplificada a energia da teoria da elasticidade 3D para placas curvilíneas. A teoria de Kirchhoff contribuiu para a teoria de flexão de placas, promovendo o uso geral dela.

Kelvin e Tait (1883) forneceram novos estudos sobre as equações de contorno, realizando conversão dos momentos de torção ao decorrer da borda de uma placa em forças de cisalhamento, de maneira a limitar nas bordas a atuação de apenas duas forças: cisalhamento e momento.

Com o passar dos anos, a teoria das placas evoluiu significativamente com as contribuições de cientistas como Timoshenko (1915), que investigou o comportamento de placas circulares incluindo grandes deflexões e formulou problemas relacionados à estabilidade elástica.

Von Kármán (1910), desenvolveu um modelo considerando a não linearidade geométrica e a elasticidade para a análise de placas finas. Ele formula equações para descrever o comportamento dessas estruturas quando submetidas a cargas externas, levando em consideração grandes deformações

1.2. Estrutura de placas

As placas são consideradas estruturas inicialmente planas, delimitadas por superfícies dispostas paralelamente, cuja distância entre essas duas regiões é denominada espessura (h), que apresenta dimensão significativamente menor que o comprimento e a largura. Essas estruturas são empregadas em estudos onde encontram-se submetidas a ação de carregamentos estáticos ou dinâmicos, aplicados perpendicularmente as suas faces, proporcionando resposta de suporte, que em certas situações, mostra-se similar à de vigas ou cabos. Devido a esse comportamento, podem proporcionar estruturas mais leves, que oferecem vantagens econômicas. (VENTSEL and KRAUTHAMMER, 2001)

A capacidade dessa estrutura em resistir aos esforços, decorre do desenvolvimento de forças cisalhantes, momentos de flexão e torção. Visto que a perturbação se propaga em todas as direções, uma placa pode apresentar uma rigidez mais elevada que a de uma viga com espessura e vão com dimensões semelhantes. Destaca-se que a resistência a carregamentos transversais é adquirida principalmente devido à flexão. Além disso, as características explicam porque as placas são amplamente utilizadas em variados campos da engenharia, como em pontes,

contêineres, navios, entre outras. Na Figura 2, há algumas dessas exemplificações. (VENTSEL e KRAUTHAMMER, 2001)

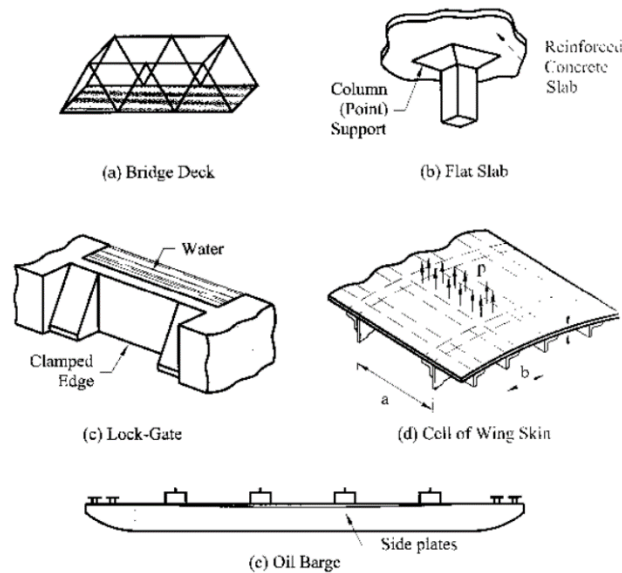


Figura 2 – Aplicação de placas no campo da engenharia

Fonte: VENTSEL e KRAUTHAMMER, 2001

Para proporcionar nos estudos de placa um comportamento mais próximo da realidade, é importante considerar, independentemente da natureza do carregamento introduzido, o sistema estrutural, as propriedades geométricas e a magnitude, bem como a distribuição da força aplicada. Dessa forma, tanto com a utilização do método de elementos finitos (MEF), que é um método de abordagem numérica, quanto com modelos analíticos, desenvolvidos a partir da teoria da elasticidade, podem-se obter resultados precisos. (BERNADINO, 2016)

A teoria da elasticidade é fundamental na aplicação dos estudos de placas e cascas, pois investiga as relações entre as forças aplicadas, os deslocamentos resultantes, bem como a distribuição das tensões e as deformações em corpos elásticos. Quando as forças externas são aplicadas em um sólido, este sofre deformações que geram distribuições internas de tensão e deslocamentos. A extensão da deformação causada está relacionada com a geometria do corpo, a natureza da carga aplicada e as propriedades mecânicas do material. (VENTSEL e KRAUTHAMMER, 2001)

A teoria da elasticidade é aplicável a materiais elásticos lineares, em que a relação entre a tensão e a deformação se comporta de forma proporcional, assim

prevendo que elas desaparecem quando as forças externas são removidas. Além disso, pode-se presumir que o material é homogêneo e isotrópico, implicando das suas propriedades mecânicas serem uniformes em todas as direções e pontos internos. (VENTSEL e KRAUTHAMMER, 2001)

As placas podem ser classificadas em três categorias distintas: delgadas com pequenos deslocamentos, delgadas com grandes deslocamentos e espessas. As placas delgadas são definidas como aquelas em que a razão entre a espessura e sua menor dimensão é inferior a $1/20$. Dentro desse grupo, as de grande deslocamento são assim denominadas por apresentarem desvios transversais próximos ao valor de sua espessura, sendo esses desvios insignificantes em relação as demais dimensões. As placas com pequenos deslocamentos possuem deformações transversais significativamente menores quando comparadas com a espessura da placa. (BERNADINO, 2016)

Dentre as principais teorias empregadas para analisar a resposta estrutural de placas, pode-se citar três tipos: a teoria de Kirchhoff, a teoria de Mindlin e a teoria de Von Kármán. (BERNADINO, 2016)

No estudo em questão, somente são abordadas e exploradas, a teoria de Kirchhoff e de Von Kármán, por serem as que se enquadram na placa analisada, visto que sua aplicação se dá em placas esbeltas, que são o tema principal dessa pesquisa.

1.3. Teoria de placas de Kirchhoff

A Teoria de Kirchhoff aplicável a placas finas e conhecida como teoria clássica das placas, baseia-se em distintas suposições buscando simplificar a análise da deflexão e flexão. Primeiramente, assume-se que a estrutura é composta por um material com características elásticas, homogêneas e isotrópicas, conferindo uniformidade as suas propriedades. Um exemplo de placa que se enquadra nesses padrões é a da Figura 3, em que se encontra num estado livre de carregamento, onde o plano xy é coincidente com o plano médio, e o eixo z é perpendicular a este plano, direcionado para baixo. (VENTSEL and KRAUTHAMMER, 2001)

Nos estudos relacionados aos deslocamentos transversais de placas, apenas as deformações consequentes da flexão são consideradas, enquanto os efeitos das

cargas axiais normais são analisados separadamente. Essa última suposição só se torna válida, caso a intensidade do carregamento seja significativamente menor do que a carga crítica de resistência à compressão. Adicionalmente, a teoria de Kirchhoff é apropriada para placas delgadas submetidas a pequenos deslocamentos, assim permitindo que o comportamento da mesma seja tratado como linear-geométrico. (BERNADINO, 2016)

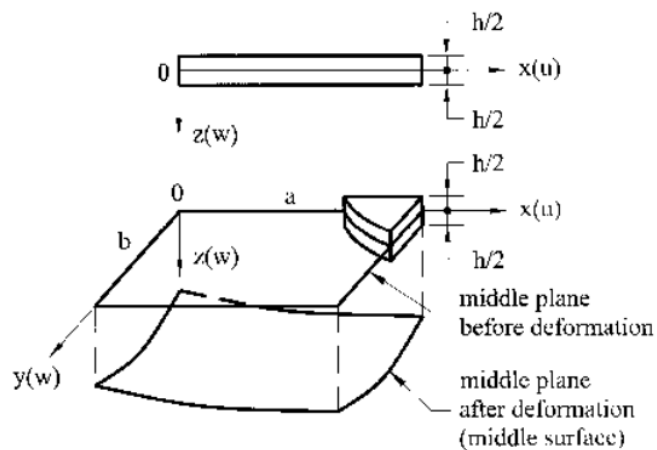


Figura 3 – Estrutura de placa com representação do ponto médio

Fonte: VENTSEL e KRAUTHAMMER, 2001

Essa teoria é fundamentada por meio de três hipóteses principais. Primeiro, postula-se que o plano médio da placa se mantém sem deformações consideráveis após a flexão, preservando sua forma original. A segunda, está relacionada as seções planas que inicialmente estão perpendiculares ao plano médio e permanecem nessa mesma posição e estado, após a deformação, implicando na negligência das distorções nos planos xy (γ_{xy}) e yz (γ_{yz}), bem como na deformação normal z (ϵ_z). Isso indica que as deformações são predominantemente causadas pela flexão. Na Figura 4, está esquematizada a deformada da estrutura após a aplicação de uma carga transversal. (BERNADINO, 2016)

A terceira hipótese, considera que a tensão normal na direção do eixo z (σ_z) é bastante reduzida se comparada as demais componentes de tensão, permitindo sua exclusão quando atrelada a relação tensão-deformação. Essas suposições simplificam a análise de placas, ao transformar um problema tridimensional em um modelo bidimensional, facilitando a derivação das equações da teoria de flexão de

placas de acordo com o desenvolvido por Kirchhoff. (VENTSEL e KRAUTHAMMER, 2001)

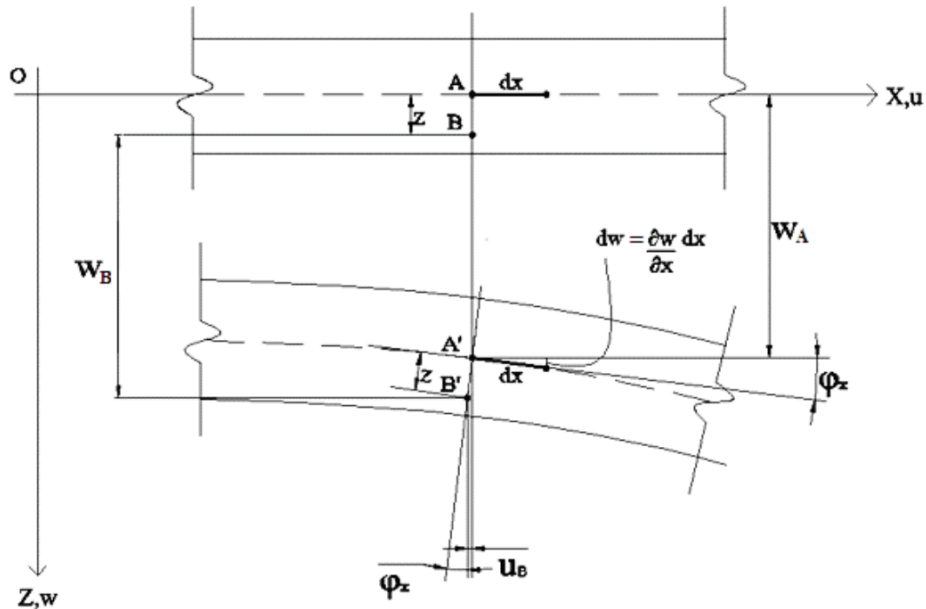


Figura 4 – Esquema de deformação de uma placa

Fonte: BERNADINO, 2016

De acordo com o esquema de deformação da placa apresentado na Figura 4, e considerando pequenos ângulos de rotação, as variáveis, que são necessárias para determinar os deslocamentos nos eixos x, y e z, foram desenvolvidas e indicadas pelas equações (1) a (8). (BERNADINO, 2016)

$$\cos(\varphi_x) \cong 1 \quad (1)$$

$$\varphi_x \cong \sin(\varphi_x) \cong \tan(\varphi_x) \cong \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2)$$

$$w_B = w_A - z + z \cos(\varphi_x) \cong w_A \quad (3)$$

$$u_B = -z\varphi_x = -z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (4)$$

$$v_B = -z\varphi_y = -z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (5)$$

$$u = -z \frac{\partial w(x, y)}{\partial x} \quad (6)$$

$$v = -z \frac{\partial w(x, y)}{\partial y} \quad (7)$$

$$w = w(x, y) \quad (8)$$

Onde:

φ_x = Rotação no eixo x

$u = u_B$ = Deslocamento no eixo x

$v = v_B$ = Deslocamento no eixo y

w = Deslocamento no eixo z

Relacionando a teoria de Kirchhoff com a Teoria Linear da Elasticidade, as equações (9) a (14), demonstram a relação deformação-deslocamento. É importante destacar que essas equações descrevem essas distensões em qualquer extensão da estrutura, e γ representa as distorções por cisalhamento nos planos indicados, como ilustrado na Figura 5. (BERNADINO, 2016)

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (9)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (10)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \cong 0 \quad (11)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (12)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \cong 0 \quad (13)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \cong 0 \quad (14)$$

Em que:

ε_x = Deformação no eixo x

ε_y = Deformação no eixo y

ε_z = Deformação no eixo Z

γ_{xy} = Deformação por cisalhamento no plano xy

γ_{xz} = Deformação por cisalhamento no plano xz

γ_{yz} = Deformação por cisalhamento no plano yz

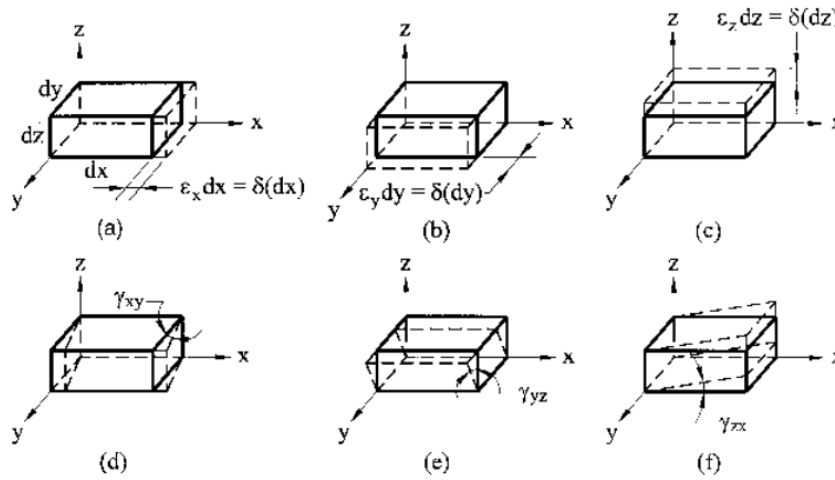


Figura 5 – Deformações nos planos da placa

Fonte: VENTSEL and KRAUTHAMMER, 2001

No que diz respeito à relação deformação-curvatura, pode-se definir que a curvatura de uma região está vinculada à inclinação sofrida pela placa em relação a uma determinada direção. Adotando-se que seja insignificante essa inclinação na superfície média flexionada, os valores de κ (curvatura) nas seções paralelas aos planos xy (γ_{xy}), yz (γ_{yz}) e xz (γ_{zx}) estão indicados nas equações (15) a (17) e a sua relação com a deformação está escrita nas equações (18) a (20). (BERNADINO, 2016)

$$\frac{1}{r_x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) = k_x = \frac{d\phi_x}{dx} \quad (15)$$

$$\frac{1}{r_y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) = k_y = \frac{d\phi_y}{dy} \quad (16)$$

$$\frac{1}{r_{xy}} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) = k_{xy} = k_{yx} = \frac{d\phi_x}{dy} = \frac{d\phi_y}{dx} \quad (17)$$

$$\varepsilon_x = -zk_x \quad (18)$$

$$\varepsilon_y = -zk_y \quad (19)$$

$$\gamma_{xy} = -2zk_{xy} \quad (20)$$

Onde tem-se:

r_x = raio de curvatura no eixo x na região média

r_y = raio de curvatura no eixo y na região média

φ_x = ângulo de rotação da plano deformada em xz

φ_y = ângulo de rotação da plano deformada em yz

r_{xy} = raio de curvatura no plano xy

k_x = curvatura na superfície média da placa na direção x

k_y = curvatura na superfície média da placa na direção y

$k_{xy} = k_{yx}$ = curvatura na superfície média da placa no plano xy

Para determinação das equações que relacionam tensão-deformação, pode-se utilizar a generalização da lei de Hooke. Apresentando propriedades como módulo de elasticidade (E), coeficiente de Poisson (ν) e módulo de elasticidade transversal do material (G) influenciando no cálculo dessas grandezas, a equação 21 representa a correlação entre essas três propriedades. Lembrando que a tensão σ_z é nula, assim como as deformações ε_z , γ_{xz} e γ_{yz} . (VENTSEL e KRAUTHAMMER, 2001)

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (21)$$

Dessa forma, tem-se deformações e tensões podendo ser obtidos pelas equações (22) a (30).

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu \sigma_y] \quad (22)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu \sigma_x] \quad (23)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [-\nu(\sigma_x + \sigma_y)] \quad (24)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad (25)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G} \quad (26)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \quad (27)$$

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) \quad (28)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x) \quad (29)$$

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} \quad (30)$$

Em que:

σ_x = Tensão no eixo x

σ_y = Tensão no eixo y

τ_{xy} = Tensão de cisalhamento no plano xy

τ_{xz} = Tensão de cisalhamento no plano xz

τ_{yz} = Tensão de cisalhamento no plano yz

Assim sendo possível substituir as equações (9), (10) e (12) nas equações (28) a (30), obtendo-se as formulas que permitem a determinação da tensão em função do deslocamento, indicadas nas equações (31) a (33).

Além disso, a Figura 6 demonstra como essas tensões e os momentos estão atuando na placa, conforme a teoria da elasticidade, no exemplo em questão as solicitações estão apontando para fora, ou seja, no sentido positivo. (BERNADINO, 2016)

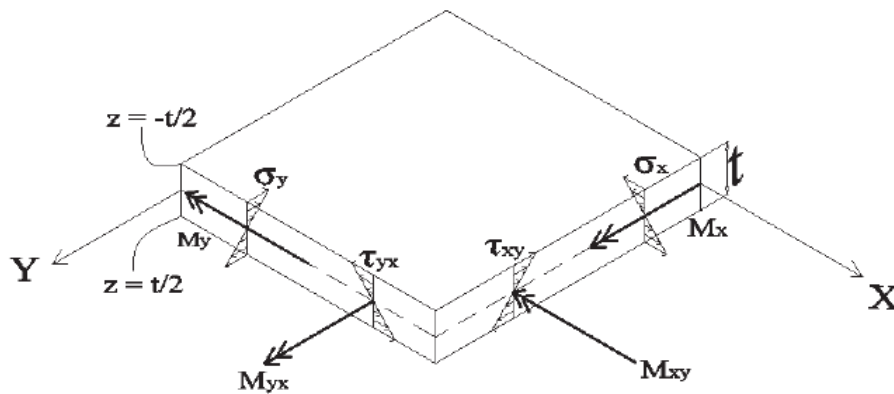


Figura 6 – Atuação das tensões e momentos na placa

Fonte: BERNADINO (2016)

$$\sigma_x = -\frac{E_z}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (31)$$

$$\sigma_y = -\frac{E_z}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (32)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{E_z}{1+\nu} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (33)$$

No estudo da placa, é importante observar que as tensões espalham-se ao longo da espessura, de tal forma como apresentado na teoria de viga, sendo gerados forças e momentos equivalentes a aplicação de tensão em um determinado ponto, na região média da estrutura. Obtendo resultantes referidas como forças cortantes, Q_x e Q_y , bem como momentos, M_x , M_y e M_{xy} (VENTSEL e KRAUTHAMMER, 2001).

Resolvendo a integral das tensões através da espessura e posteriormente substituindo pelas equações (31) a (33), chega-se em como calcular o momento, indicado nas equações (34) a (36).

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = -D(k_x + \nu k_y) \quad (34)$$

$$M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = -D(k_y + \nu k_x) \quad (35)$$

$$M_{xy} = M_{yx} = -D(1 - \nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) = -D(1 - \nu)k_{xy} \quad (36)$$

Com:

M_x = Momento de flexão no eixo x

M_y = Momento de flexão no eixo y

M_{xy} = Momento de torção no eixo xy

Em que, D é a rigidez de flexão da placa, calculada através da equação (37).

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (37)$$

Podendo-se ainda obter as tensões em função das fórmulas dos momentos determinados, como mostrado nas equações (38) a (40).

$$\sigma_x = \frac{12M_x z}{t^3} \quad (38)$$

$$\sigma_y = \frac{12M_y z}{t^3} \quad (39)$$

$$\tau_{xy} = \frac{12M_{xy} z}{t^3} \quad (40)$$

Levando em consideração um dos postulados de Kirchhoff, torna-se imprescindível determinar as equações diferenciais de equilíbrio descritas pelas Equações (41) a (43), pois não é possível descrever as expressões para as tensões nos planos xz (γ_{xz}) e yz (γ_{yz}). Dessa forma, por meio da substituição das Equações (31) e (32) nas (41) e (42), obtém-se como resultado da resolução da integral as Equações (44) e (45).

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = 0 \quad (41)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} = 0 \quad (42)$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} = 0 \quad (43)$$

$$\tau_{xz} = -\frac{E}{2(1-\nu^2)} \left(\frac{t^2}{4} - z^2 \right) \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right] \quad (44)$$

$$\tau_{yz} = -\frac{E}{2(1-\nu^2)} \left(\frac{t^2}{4} - z^2 \right) \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right] \quad (45)$$

Ao aplicar um carregamento distribuído transversalmente sobre a área de uma placa e considerar os eixos x e y, analisando as forças atuantes na direção do eixo z e os momentos em x e y, obtém-se a equação diferencial de equilíbrio para placas delgadas, relacionada à flexão, conforme indicado na Equação (46), que pode ser expressa em função de deslocamento, resultando na Equação (47).

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -p_z \quad (46)$$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p_z}{D} \quad (47)$$

Em que:

p_z = Carga transversal uniformemente distribuída

Dessa forma, obtendo-se as forças cortantes através das equações (48) e (49).

$$Q_x = -D \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (48)$$

$$Q_y = -D \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (49)$$

Onde:

Q_x = Força cortante no eixo x

Q_y = Força cortante no eixo y

1.4. Teoria de placas de Von Kármán

A teoria de Von Kármán é uma abordagem aplicada a placas esbeltas ou finas que difere da teoria de Kirchhoff por ser válida para grandes deslocamentos verticais, sendo influenciados, não somente pelas deformações causadas por flexão, mas também pela carga axial normal atuante na placa. Nesse caso, a força axial não pode ser negligenciada, pois é significativamente suficiente para contribuir de maneira substancial no comportamento não linear geométrico da estrutura. (BERNADINO, 2016 e VON KÁRMÁN, 1910)

Um dos postulados de Von Kármán, é que as seções que estão inicialmente planas e perpendiculares, permanecem dessa mesma forma após a flexão. Indicando que as distorções no plano xz (γ_{xz}) e yz (γ_{yz}) podem ser descartadas, como também a tensão normal na direção do eixo z. (BERNADINO, 2016)

Os deslocamentos resultantes na placa podem variar de acordo com a intensidade do carregamento aplicado. Quando esses desvios são de ordem de $u_z < 0.1h$, é utilizada a teoria linear de placas, em que os deslocamentos são considerados pequenos e a não linearidade geométrica pode ser descartada. No entanto, quando $u_z > 0.1h$, as formulações da teoria de placas de Von Kármán são aplicadas, visto que os deslocamentos são significativamente maiores e a não linearidade geométrica torna-se relevante para a situação. (NISHAWALA, 2011)

Na teoria de placas de Von Kármán, a abordagem foca nos deslocamentos u_i (x,y) na região média da placa. A solução segue um procedimento semelhante ao da teoria linear das placas, onde os deslocamentos são determinados através da

consideração das condições de contorno específicas. Entretanto, devido ao efeito de membrana, a não linearidade é incorporada nas relações deformação-deslocamento, assim como o cálculo das tensões, em que é empregada a lei de Hooke, com as propriedades do material permanecendo elástica linear (NISHAWALA, 2011)

Dentre as principais hipóteses dessa teoria, postula-se que após a flexão, ocorrem as deformações no plano médio da placa, mostrando que as forças aplicadas causam uma curvatura na superfície média (VENTSEL e KRAUTHAMMER, 2001). Essas deformações ε_x , ε_y e γ_{xy} , são formadas tanto pelas de flexão quanto das de membrana, conforme as equações (50) a (52).

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \quad (50)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \quad (51)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \quad (52)$$

Considerando que as equações constitutivas podem ser aplicadas para verificar placas com grandes deslocamentos, sendo similares à teoria clássica, as equações (53) a (55) determinam, com base na lei de Hooke, a relação entre deformação e o efeito de membrana (VENTSEL e KRAUTHAMMER, 2001).

O efeito de membrana ocorre em placas finas quando as tensões normais de tração na superfície média se somam às deflexões resultantes da flexão. Essas tensões são relevantes no estudo de placas com grandes deslocamentos, resistindo ao carregamento aplicado e resultando em um comportamento não linear. (BERNADINO, 2016)

$$\varepsilon_x = \frac{1}{Eh} (N_x - \nu N_y) \quad (53)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{Eh} (N_y - \nu N_x) \quad (54)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{N_{xy}}{Gh} \quad (55)$$

Onde:

N_x = Força de membrana atuante no eixo x

N_y = Força de membrana atuante no eixo y

N_{xy} = Força de membrana atuante no plano xy

h = espessura da placa

Pode-se derivar a seguinte equação de compatibilidade das deformações na superfície média da placa, a partir da remoção dos vetores tangenciais de deslocamento, como demonstrado na equação (56). Substituindo as equações (53) a (55) nessa equação, obtém-se a (57).

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (56)$$

$$\frac{1}{Eh} \left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} (N_x - \nu N_y) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (N_y - \nu N_x) - 2(1 + \nu) \frac{\partial^2 N_{xy}}{\partial x \partial y} \right] = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (57)$$

A função de Airy $\phi(x,y)$, permite calcular as tensões σ_x , σ_y e τ_{xy} em pontos específicos da placa, estabelecendo uma interdependência com a deflexão da placa. Combinando essas formulações e realizando as derivações necessárias, pode verificar que a equação (61) satisfaz a condição de equilíbrio, onde substituindo alguns de seus componentes pelas equações (58) a (60), resultando na equação (62). (BERNADINO, 2016)

$$N_x = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \sigma_x \quad (58)$$

$$N_y = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \sigma_y \quad (59)$$

$$N_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} = \sigma_{xy} \quad (60)$$

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^4} = Eh \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad (61)$$

A equação (63) de compatibilidade em função de tensão mostra que os deslocamentos transversais não podem ser negligenciados quando as cargas N_x , N_y e N_{xy} são aplicadas. Os métodos clássicos, como a série trigonométrica de Navier,

são utilizados para obter soluções dessa equação diferencial fundamental para placas finas, quando submetidas a cargas transversais e laterais, permitindo uma análise precisa do comportamento das placas. (BERNADINO, 2016)

Importante destacar que essas equações foram as primeiras introduções em 1910 por Von Kármán (VENTSEL and KRAUTHAMMER, 2001).

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{1}{D} \left(p + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (62)$$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{1}{D} \left(p + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (63)$$

As equações (62) e (63) são de quarta ordem e não lineares, exigindo a determinação das funções de tensão $\phi(x,y)$ e deflexão $w(x,y)$, que devem satisfazer tanto as condições de contorno quanto as relações fundamentais da placa. Esse desafio é considerado de alta dificuldade, por isso utiliza-se a formulação da energia, um método que simplifica a solução das equações diferenciais através de técnicas variacionais. (BERNADINO, 2016)

A formulação da equação diferencial de placas é originada a partir da consideração do equilíbrio entre as forças e momentos que atuam no elemento infinitesimal da placa. Essa análise é feita quando a placa está sujeita a forças uniformes distribuídas na superfície, aplicadas transversalmente (p_z). Considerando que as forças estejam em equilíbrio no eixo z, obtém-se a equação (64). (REIS, 2019)

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial y^2} + p_z(x, y, t) + p^m(x, y, t) = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (64)$$

ρ = Massa específica

t = tempo

p^m = Carga distribuída gerada pela deflexão originada das forças de membrana

Ao substituir as Equações (34) a (37) na Equação (64), encontra-se a Equação (65), que é expressa com um operador bi harmônico. O desenvolvimento dessa expressão está indicado na equação (66).

$$D\nabla^4 w + \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = p_z(x, y, t) + p^m(x, y, t) \quad (65)$$

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = p_z(x, y, t) + p^m(x, y, t) \quad (66)$$

Levando em conta as equações (67) e (68), que representam o equilíbrio das forças de membrana que atuam nos eixos x e y, bem como a equação (69), que descreve a carga distribuída p^m , obtêm-se a equação (70). As equações (58) à (60), são formuladas através da correlação das forças de membranas em função das tensões atuantes, e também sendo expressas baseadas na função de Airy (ϕ). (REIS, 2019)

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (67)$$

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = 0 \quad (68)$$

$$p^m(x, y, t) dx dy = 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} dx dy + \left(N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) dx dy \quad (69)$$

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = p_z(x, y, t) + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (70)$$

A partir da equação (70), pode ser formulada a primeira expressão da teoria de placas de Von Kármán, representada pela equação (71), em que L é o operador diferencial. (REIS, 2019)

$$L(w, \Phi) \rightarrow D\nabla^4 w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - h \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) = p_z(x, y, t) \quad (71)$$

É importante salientar que a equação (71) está vinculada com a primeira hipótese de Von Kármán, correspondente a teoria de placas em que se considera a não linearidade geométrica. Em circunstâncias em que há grande deslocamentos, esses desvios transversais podem apresentar a possibilidade de originar forças de membrana que não podem ser negligenciadas, assim sendo necessários sua inclusão com a amplitude de deflexão transversal. (NISHAWALA, 2011)

Dessa forma, ao considerar a equação (72), que descreve a compatibilidade, pode-se desenvolvê-la para obter a equação (73). Por meio dessa abordagem, ocorrem substituições dos termos de tensões de Airy e deformações, chegando à equação (74), que descreve a segunda expressão de Von Kármán. (REIS, 2019)

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (72)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (73)$$

$$\nabla^4 \Phi = E \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad (74)$$

2. FENÔMENOS EXPLOSIVOS

2.1. Explosão

Explosão pode ser definida como um evento caracterizado pela liberação rápida e intensa de energia, causando amplos desastres devido à capacidade de deslocamento massivo de gases e de alterar bruscamente a temperatura e a pressão atmosférica. Esse fenômeno, quando ocorre em ambiente não controlado, gera grande impacto no espaço ao seu redor, provocando devastação tanto material quanto ambiental. (NETO, 2015)

A detonação se distingue dos outros tipos de explosões por ser uma forma específica caracterizada pela produção de ondas de choque que se propagam a velocidades supersônicas. O TNT, por exemplo, pode ser classificado como um explosivo de detonação, pois resulta em uma rápida combustão e é responsável pela liberação de uma elevada quantidade de energia em um curto período de tempo. (NETO, 2015)

É importante compreender como ocorre a propagação de uma explosão, pois para isso é preciso o conhecimento de vários fatores e propriedades relacionadas ao meio em que a energia se dispersa. Para descrever a física por trás da geração de ondas de choque no ar, é necessário entender os gases ideais, além de certos parâmetros e conceitos termodinâmicos, como o calor específico e a relação entre o calor específico a pressão constante (C_p) e a volume constante (C_v). (NETO, 2015)

A explosão pode ser categorizada em dois tipos distintos, dependendo da localização de sua eclosão no ambiente, sendo elas esféricas ou hemisféricas. Na esférica, o explosivo é acionado suspenso no ar, apresentando uma dispersão uniforme da energia liberada em todas as direções ao redor da origem. Esse tipo é caracterizado pela distribuição simétrica da onda de choque e da energia térmica. (RIGBY, 2014)

Por outro lado, a explosão hemisférica ocorre quando o explosivo é detonado em contato com uma superfície sólida, direcionando quase toda a energia liberada para a mesma. Este tipo de explosão forma uma hemisfera de energia, e a região rígida refletora aumenta os efeitos da onda de choque. É importante destacar que, mesmo nesse evento, a pressão gerada interage com os obstáculos ao redor,

alterando a maneira como a energia é distribuída e os impactos resultantes. (RIGBY, 2014)

As curvas ou ábacos utilizados para descrever esse fenômeno são muito complexos. Assim sendo, disponibilizados os parâmetros da explosão, que formam uma base de orientação, descrita no Manual de Design UFC-3-340-02 do *US Department of Defence* (2008) e no código ConWep, contribuindo com diretrizes importantes para a análise e o projeto de estruturas submetidas a explosões. (RIGBY, 2014)

2.2. Ondas de choque

A energia liberada em um evento explosivo é responsável pela geração de uma onda de choque. O pulso produzido nesse processo se movimenta de acordo com a sua velocidade, que depende da densidade do gás envolvido e da pressão correspondente. Durante a propagação de uma onda de choque pelo ar, as parcelas de energia vão sendo dissipadas ao longo da sua trajetória, assim sofrendo alterações em sua configuração inicial conforme a energia se dispersa e interage com o meio. A medida que a pressão diminui, a frente de onda se torna mais inclinada. (NETO, 2015; KINNEY & GRAHAM, 1985)

Compreendendo-se o fenômeno de reflexão de uma onda de choque, onde ao encontrar um obstáculo com propriedades com densidade superior ao ambiente em que se propaga, a mesma é refletida. Pode-se explicar como o impacto de uma explosão pode ser modificado em um determinado local, ocorrendo tanto em estruturas sólidas quanto no solo. (NETO, 2015)

Os efeitos oriundos desse evento estão diretamente relacionados com a quantidade de explosivo usado e a distância entre o epicentro da detonação e o ponto de análise. Portanto, quanto maior a longevidade entre o local da perturbação e o de verificação, menores serão os danos, pois a energia é reduzida lentamente a medida que se espalha, quando fixado um determinado parâmetro para que se possa estudar a influência. (NETO, 2015)

A Figura 7 ilustra o gráfico da atuação da pressão em função do tempo, decorrente da atuação de uma onda de choque durante uma explosão, permitindo

assim detalhar os parâmetros envolvidos nesse evento. Após a detonação, os gases produzidos passam por um rápido processo de expansão, atingindo um pico de pressão superior à ambiente, denominada de pressão máxima, $p_{m\acute{a}x}$. Essa sobrepressão diminui progressivamente até se estabilizar chegando ao nível ambiente, o tempo necessário para que isso ocorra é a duração da fase positiva, t_d . (REIS, 2019)

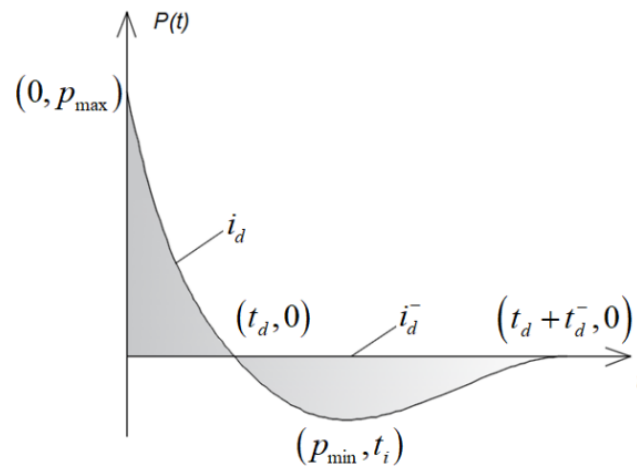


Figura 7 – Gráfico de pressão x tempo de uma onda de choque

Fonte: REIS (2019), inspirado em RIGBY (2014).

Após esse período, inicia-se a fase negativa, que se origina de um vácuo no centro da explosão. A duração dessa etapa de subpressão é representada por t_d^- e apresenta uma pressão mínima, $p_{m\acute{i}n}$. Em ambas as fases, há uma quantidade de energia liberada que pode ser calculada através do impulso da onda de choque, que é denominado por i_d e i_d^- , para as fases positiva e negativa, respectivamente. (REIS, 2019)

A curva da Figura 8, que representa a onda de choque de pressão refletida nas fases positiva e negativa pode ser adequadamente caracterizada considerando os picos de pressão ($p_{m\acute{a}x}$ e $p_{m\acute{i}n}$), os tempos de duração de cada fase (t_d e t_d^-) e os impulsos (i_d e i_d^-). Tais variáveis são obtidas através das resultantes daqueles referentes ao de onda incidente, que são os com subíndice “so”, que indica “side-on”, tendo-se assim p_{so} , i_{so} e i_{so}^- . (REIS, 2019)

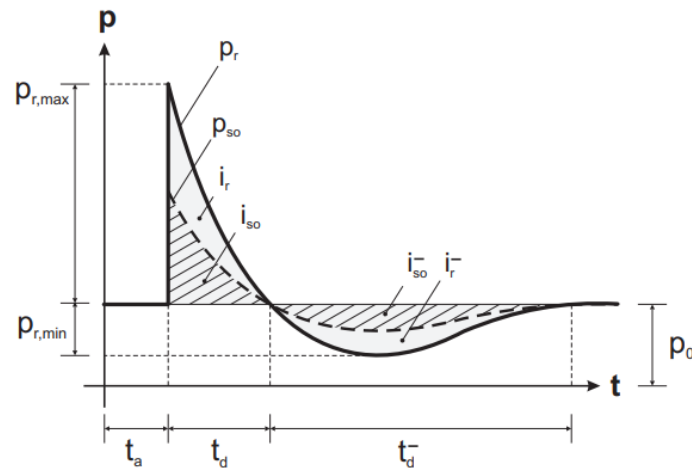


Figura 8 – Gráfico de pressões incidentes e refletidas

Fonte: RIGBY (2014)

Esses parâmetros são determinados com base nas características dos pulsos incidentes, como o tipo de explosão, a quantidade de explosivo equivalente em TNT (W_{TNT}) utilizado e a distância escalada Z , determinada pela equação (75). Esses elementos têm um impacto significativo nos efeitos resultantes da explosão. (RIGBY, 2014)

$$Z = \frac{R}{W_{TNT}^{1/3}} \quad (75)$$

Em que:

R = Distância do anteparo até a fonte de explosão

Z = Distância escalada de Hopkinson

W_{TNT} = Massa de TNT aplicada

Há uma indicação de similaridade entre ondas de choque produzidas a distâncias escaladas idênticas de duas cargas explosivas similares, mas de tamanhos diferentes. Assim, pode-se afirmar que o comportamento da pressão da detonação a uma distância R de uma carga explosiva com massa W_{TNT} é comparável ao perfil de pressão a uma distância KR de uma carga com massa K^3W , como mostrado na Figura 9. Esse conceito introduz a ideia de distância escalada, Z , representada na equação 75.

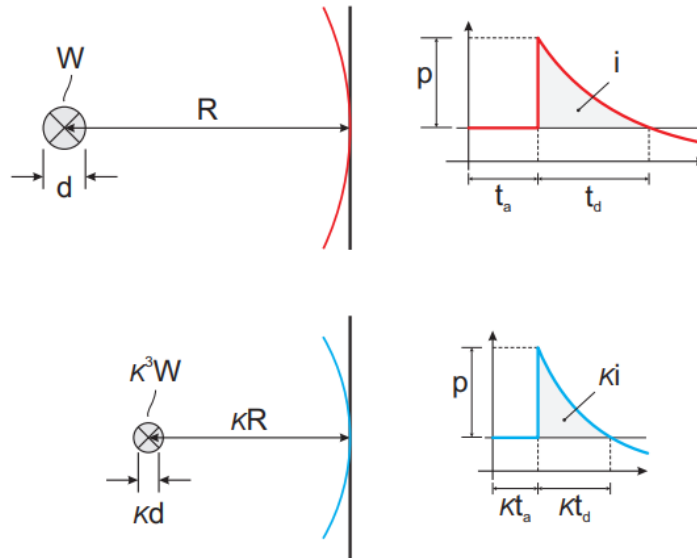
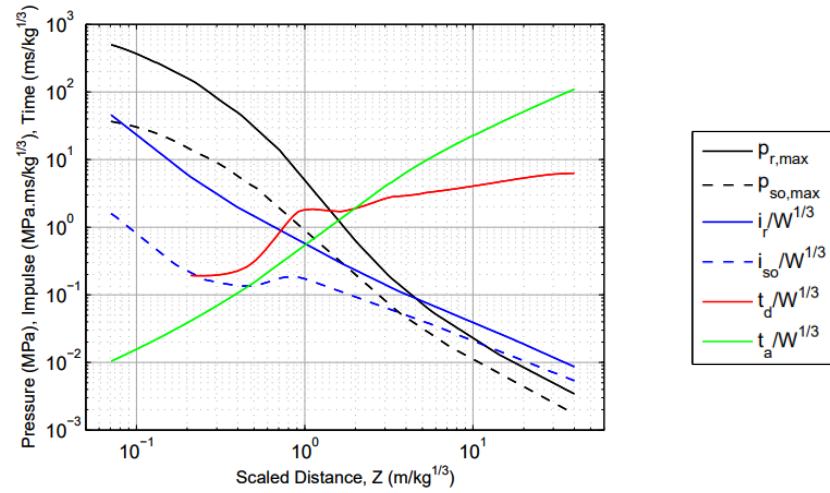


Figura 9 – Esquemática da distância escalada Z

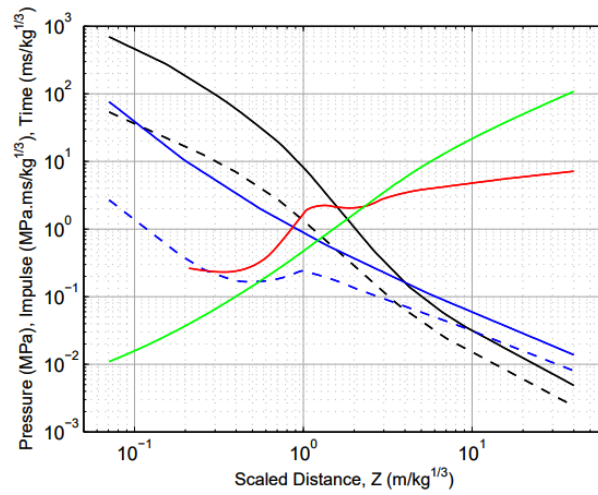
Fonte: BAKER apud RIGBY (2014)

Na figura 10, são apresentadas informações contidas nos ábacos da *US Department of Defense* (2008), que descrevem os parâmetros da fase positiva da onda de choque incidente e refletida. E na Figura 11, as mesmas variáveis estão ilustradas, porém para a fase negativa. Em ambas as imagens, o item (a), está representado o tipo de explosão esférica, enquanto o item (b), a hemisférica. Rigby (2014) converteu para as unidades internacionais esses ábacos fornecidos pelo *US Department of Defense* (2008), que originalmente apresentavam-se em unidades americanas.

Destaca-se que, para pequenas distâncias escaladas Z , o valor da subpressão mínima (p_{min}) e o impulso da fase negativa (i_d^-) são significativamente menores em comparação com a fase positiva. Como mostrado na Figura 11, essa argumentação é válida apenas para baixos valores de Z . Inclusive, essa justificativa é empregada em alguns casos para o fato de desconsiderar a fase negativa. À medida que esse parâmetro aumenta, o impulso da fase negativa (i_d^-) torna-se comparável ao da fase positiva (i_d), eventualmente superando-o quando $Z > 8 \text{ m/kg}^{1/3}$. (NEEDHAM, 2010)



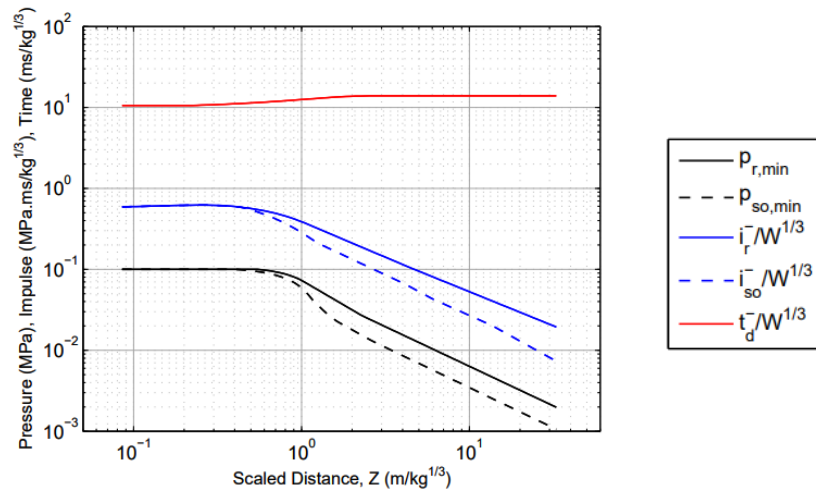
(a) Explosão esférica



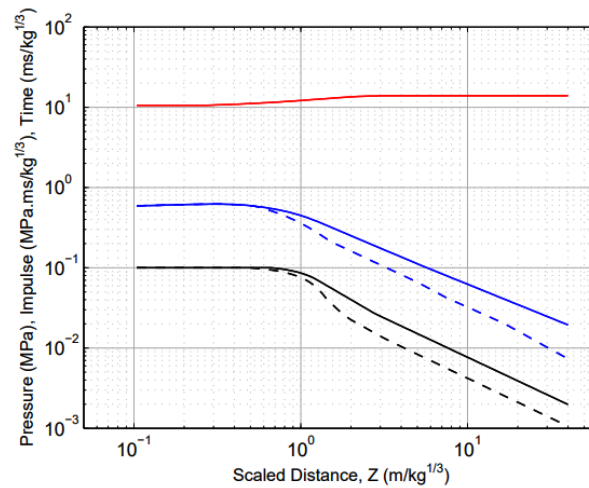
(b) Explosão hemisférica

Figura 10 – Ábaco dos parâmetros da carga explosiva da fase positiva

Fonte: RIGBY (2014)



(a) Explosão esférica



(b) Explosão hemisférica

Figura 11 – Ábaco dos parâmetros da carga explosiva da fase negativa

Fonte: RIGBY (2014)

Experimentalmente, essa observação foi explicada pelo fato de a explosão gerar uma bola de fogo que cria uma pressão baixa nas áreas próximas ao solo, atraindo o ar e diminuindo sua densidade, que já foi altamente expandida após a passagem da onda de choque. Assim, resultam impulsos maiores na fase negativa quando são consideradas distâncias maiores. (NEEDHAM, 2010)

Rigby et al. (2013) empregou alguns dos segmentos dos gráficos em seus estudos para formular expressões destinadas ao cálculo de parâmetros da explosão, assim como REIS (2019). As equações (76) a (80) tratam do tempo e do impulso da fase positiva (i_d), do impulso da fase negativa (i_d^-), bem como da pressão máxima ($p_{máx}$) e mínima ($p_{mín}$) de uma explosão esférica, e as equações (81) a (85) de uma explosão do tipo hemisférica.

$$t_d(Z) = W_{TNT}^{1/3} \begin{cases} \begin{pmatrix} -4.2668 Z^3 - 1.9736 Z^2 \\ +0.132 Z + 0.2145 \end{pmatrix} & , 0.2210 < Z \leq 0.7790 \\ \begin{pmatrix} 7.5882 Z^3 - 29.13 Z^2 \\ +36.646 Z - 13.319 \end{pmatrix} & , 0.7790 < Z \leq 1.5069 \\ \begin{pmatrix} -0.205 Z^3 + 1.5627 Z^2 \\ -3.1864 Z + 3.6534 \end{pmatrix} & , 1.5069 < Z \leq 3.7612 \\ -0.0029 Z^2 + 0.2159 Z + 2.1382 & , 3.7612 < Z \end{cases} \left(\frac{ms}{kg^{1/3}} \right) \quad (76)$$

$$i_d(Z) = W_{TNT}^{1/3} \begin{cases} 0.3108 Z^{-1.876} & , 0.07073 < Z \leq 0.2953 \\ 0.5801 Z^{-1.356} & , 0.2953 < Z \leq 2.1275 \\ 0.4716 Z^{-1.084} & , Z > 2.1275 \end{cases} \left(MPa \frac{ms}{kg^{1/3}} \right) \quad (77)$$

$$i_d^-(Z) = W_{TNT}^{1/3} \begin{cases} \begin{pmatrix} -2.931 Z^3 - 3.5747 Z^2 \\ +1.1692 Z + 0.5213 \end{pmatrix} & , 0.08484 < Z \leq 0.4742 \\ 0.8315 Z^{-0.746} & , 0.4742 < Z \leq 1.602 \\ 0.3782 Z^{-0.854} & , 1.602 < Z \end{cases} \left(MPa \frac{ms}{kg^{1/3}} \right) \quad (78)$$

$$P_{max}(Z) = \begin{cases} 24.974 Z^{-1.154} & , 0.07457 < Z \leq 0.22794 \\ 7.6735 Z^{-1.951} & , 0.22794 < Z \leq 0.62306 \\ 4.8029 Z^{-2.885} & , 0.62306 < Z \leq 3.0697 \\ 1.9941 Z^{-2.054} & , 3.0697 < Z \leq 6.06257 \\ 0.6288 Z^{-1.436} & , 6.06257 < Z \end{cases} (MPa) \quad (79)$$

$$P_{min}(Z) = \begin{cases} \begin{pmatrix} -0.0703 Z^3 - 0.0698 Z^2 \\ +0.0528 Z + 0.2846 \end{pmatrix} & , 0.09014 < Z \leq 1.04853 \\ 0.1944 Z^{-1.45} & , 1.04853 < Z \leq 2.8610 \\ 0.1553 Z^{-1.208} & , 2.8610 < Z \end{cases} (MPa) \quad (80)$$

$$t_d(Z) = W_{TNT}^{1/3} \begin{cases} \begin{pmatrix} 2.2064 Z^3 - 0.3363 Z^2 \\ -0.5644 Z + 0.3756 \end{pmatrix} & , 0.20993 < Z \leq 1.0355 \\ \begin{pmatrix} 8.2395 Z^3 - 34.896 Z^2 \\ +48.909 Z - 20.496 \end{pmatrix} & , 1.0355 < Z \leq 1.49339 \\ \begin{pmatrix} -0.2695 Z^3 + 2.3907 Z^2 \\ -6.1005 Z + 6.8329 \end{pmatrix} & , 1.49339 < Z \leq 4.001 \\ 1.5602 \log(Z) + 1.2416 & , Z > 4.001 \end{cases} \left(\frac{ms}{kg^{1/3}} \right) \quad (81)$$

$$i_d(Z) = W_{TNT}^{1/3} \begin{cases} 0.4352 Z^{-1.949} & , 0.0717 < Z \leq 0.1985 \\ 0.8709 Z^{-1.501} & , 0.1985 < Z \leq 1.2895 \\ 0.7805 Z^{-1.104} & , Z > 1.2895 \end{cases} \left(MPa \frac{ms}{kg^{1/3}} \right) \quad (82)$$

$$i_d^-(Z) = W_{TNT}^{1/3} \begin{cases} -724Z^2 + 445Z + 553 & ,0.071 < Z \leq 0.580 \\ 11.4Z^2 - 315Z + 752 & ,0.580 < Z \leq 1.19 \\ 0.8315 Z^{-0.746} & ,0.4742 < Z \leq 1.602 \\ 0.3782 Z^{-0.854} & ,1.602 < Z \end{cases} (kPa.ms) \quad (83)$$

$$P_{m\acute{a}x}(Z) = \begin{cases} 26.303 Z^{-1.226} & ,0.07071 < Z \leq 0.1895 \\ 13.015 Z^{-1.637} & ,0.1895 < Z \leq 0.48735 \\ 8.1 Z^{-2.322} & ,0.48735 < Z \leq 1.096 \\ 8.0956 Z^{-2.943} & ,1.096 < Z \leq 2.418 \\ 4.9419 Z^{-2.427} & ,2.418 < Z \leq 5.442 \\ 0.8645 Z^{-1.411} & ,5.442 < Z \end{cases} (MPa) \quad (84)$$

$$P_{min}(Z) = \begin{cases} 101 & ,0.071 < Z \leq 0.668 \\ -32.9Z^2 + 13Z + 106 & ,0.668 < Z \leq 1.27 \\ 93Z^{-1.22} & ,1.27 < Z \leq 2.78 \\ 73Z^{-0.978} & ,2.78 < Z \leq 37.6 \end{cases} (kPa) \quad (85)$$

2.3. Carregamento dinâmico

Extensas pesquisas têm sido realizadas para formular e calibrar o comportamento da curva de pressão em explosões, considerando tanto as fases positiva quanto negativa, utilizando métodos discutidos na literatura e em estudos experimentais. Entre esses métodos, destacam-se a aproximação linear, Friedlander estendido, Friedlander & Teich estendido, e a aproximação cúbica negativa (REIS, 2019).

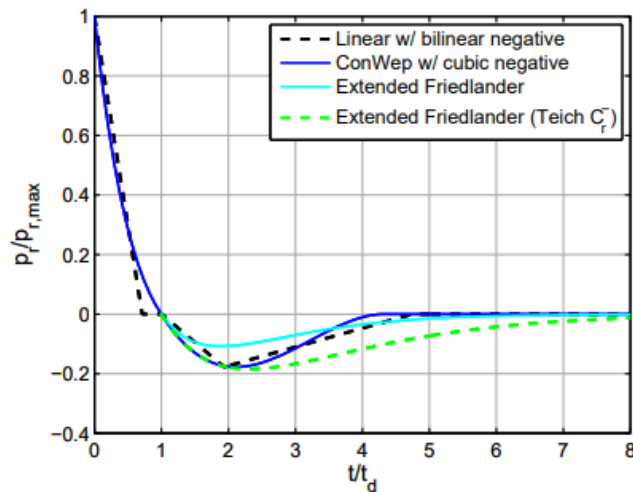
Essas formulações estão ilustradas na Figura 12, que esquematiza as aproximações da fase negativa para dois valores distintos de Z , sendo $Z = 4 \text{ m/kg}^{1/3}$ e $Z = 16 \text{ m/kg}^{1/3}$, em que ocorre a normalização em relação a máxima pressão refletida e o tempo de duração da fase positiva. Observa-se que a escolha do método de aproximação da fase negativa tem uma influência significativa na construção da curva de pressão em função do tempo. (RIGBY, 2014)

Conforme abordado nesse capítulo e comprovado pela análise dos gráficos de parâmetros da Figura 12, a fase negativa pode ser negligenciada para pequenos valores de Z devido à sua magnitude relativamente menor. No entanto, à medida que Z aumenta, o impulso da fase negativa se aproxima e eventualmente supera o da fase

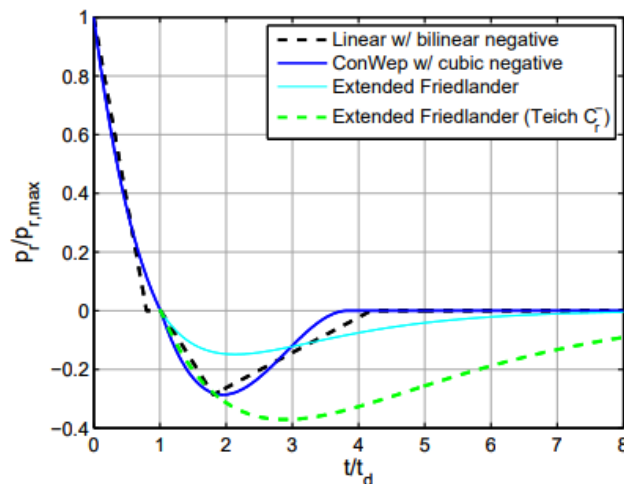
positiva. Portanto, é crucial considerar adequadamente essa fase de subpressão. (RIGBY, 2014)

É evidente que diferentes aproximações podem resultar em variações significativas no perfil da curva de pressão por tempo de uma explosão. Isso ressalta a importância de calibrações precisas e validação dos resultados para garantir a precisão nas análises desse tipo de fenômeno, considerando a ocorrência dessas influências. (RIGBY, 2014)

Para as análises do trabalho em questão, consideraram-se três abordagens distintas: a fase positiva, a fase positiva estendida, aplicando as equações de Friedlander e a combinação da fase positiva e negativa, considerando o polinômio cúbico.



(a) $Z = 4 \text{ m/kg}^{1/3}$



(b) $Z = 16 \text{ m/kg}^{1/3}$

Figura 12 – Comparação dos métodos de normalização da fase positiva e negativa

Fonte: RIGBY (2014)

Dessa forma, a expressão para calcular o carregamento dinâmico da explosão é descrita pela Equação 86. Para calcular apenas a fase positiva, utiliza-se a primeira sentença dessa equação, com o carregamento atuando até t_d ; posteriormente, ocorre a vibração livre, onde o carregamento é nulo. Para a fase positiva estendida, a fase negativa é determinada pela continuação da utilização da equação de Friedlander, atuando durante o tempo total (t). Para a fase positiva e negativa, considerando-se o polinômio cúbico, utiliza-se a primeira sentença até o t_d , em seguida, a segunda sentença para a fase negativa, até o t_d^- . Após $(t_d + t_d^-)$, ocorre a vibração livre.

Na fase positiva ($t \leq t_d$), o comportamento é caracterizado por ser um decaimento dado de forma exponencial, onde são necessários a determinação de três parâmetros: a pressão máxima ($p_{m\acute{a}x}$), o tempo de duração da fase positiva (t_d) e o coeficiente de decaimento da explosão (a'), que com o conhecimento dos parâmetros, pode ser determinado pela resolução de uma equação não linear, utilizando-se o método de Newton-Raphson. E na fase negativa ($t_d \leq t \leq t_d + t_d^-$), os dados de entrada necessário para cálculo estão relacionados com apenas duas variáveis: pressão máxima negativa ($p_{m\acute{i}n}$) e o impulso negativo (i_d^-). (REIS, 2019)

$$P(t) = \begin{cases} p_{m\acute{a}x} \left(1 - \frac{t}{t_d}\right) e^{-\frac{a't}{t_d}} & , t \leq t_d \\ -p_{m\acute{i}n} \left(\frac{6.75(t - t_d)}{t_d^-}\right) \left(1 - \frac{(t - t_d)}{t_d^-}\right)^2 & , t_d \leq t \leq t_d + t_d^- \\ 0 & , t \geq t_d + t_d^- \end{cases} \quad (86)$$

Para determinação da taxa de decaimento da explosão (a'), utilizou-se a expressão relacionando o impulso positivo (i_d) conforme mostrado na Equação 87. Com o conhecimento dos parâmetros de carregamento, a solução pode ser obtida através da resolução de uma equação não linear, para qual Reis (2019) optou pelo método de Newton-Raphson.

$$i_d = \frac{p_{m\acute{a}x} t_d}{(a')^2} (a' - 1 + e^{-a'}) \quad (87)$$

Para a fase negativa, que é resolvida a partir da aplicação do polinômio cúbico, determina-se que as condições iniciais são em $t = t_d$, em que essa formulação foi

proposta por Granstrom (1956), onde tem-se $t = t_d + t_d^-$ e o valor máximo ocorre em $t = t_d + (t_d^-/3)$. O tempo da fase negativa (t_d^-), pode ser determinado através da reformulação da expressão do impulso negativo, obtendo-se assim a equação 88 (REIS, 2019).

$$t_d^- = \frac{16i_d^-}{9p_{\min}} \quad (88)$$

3. DYNABLAST 1.1 (2024)

O DYNABlast 1.1 (2024) é um *software* analítico, cujo o objetivo é obter resultados sobre o comportamento de estruturas de placas esbeltas, com base na hipótese de Kirchhoff, submetidas a carregamento explosivo, gerando dados sobre tensões, deformações, deslocamentos, frequências e a curva de carga aplicada. Além disso, também realiza análises paramétricas, através da variação dos seguintes parâmetros: massa de explosivo (W_{TNT}) e distância escalada (Z).

O *software* é uma ferramenta eficaz de análise, que utiliza o modelo SDOF (Single Degree Of Freedom) baseado na teoria de Von Kármán, gerando os resultados especificamente para a região central da estrutura. A partir da utilização do modelo SDOF, com base em aproximações de Fourier, garantindo resultados confiáveis e com menor exigência computacional em comparação ao uso de programas que empregam elementos finitos (Stolz et al., 2014 apud Reis, 2022). Além disso, o *US Department of defense* (2008) indica que é viável a utilização de modelos SDOF em estruturas com configuração geométrica simplificada e materiais com comportamento perfeitamente elástico ou plástico.

Segundo a ASCE (2021), embora uma explosão gere componentes de alta frequência, grande parte da energia resultante desse evento acaba excitando predominantemente o primeiro modo fundamental da estrutura. Além disso, devido aos elevados impactos gerados pelo carregamento explosivo, torna-se necessário incluir termos de ordem superior no campo de deslocamentos e as expressões de deformações, devido a possibilidade de apresentar grandes deslocamentos. Empregam-se assim, as equações (71) e (74) da teoria de Von Kármán. (REIS, 2022)

O DYNABlast 1.1 (2024), é uma atualização do DYNABlast 1.0 (2022) desenvolvido por Reis et al. (2022), que incorpora todas as funções da primeira versão, mas tendo a implementação do cálculo da fase positiva estendida e a inclusão de um componente de texto para a inserção do parâmetro R (distância entre a massa de TNT e a placa). O *software* DYNABlast 1.1 (2024) em questão é original e patentado (INPI BR512024002516-2), foi criado a partir da necessidade de integrar funcionalidades presente no DYNABlast 1.0 (2022), visando facilitar e otimizar as análises requeridas neste trabalho.

O DYNABlast 1.1 (2024) é executado através do MATLAB, os parâmetros da explosão são calculados através de algoritmos que empregam algumas equações

como da (75) a (86). Na interface do *software*, mostrada na Figura 13, o usuário pode introduzir os parâmetros da placa, do explosivo e o tipo de análise desejada. Em relação a placa, há opção de condição de contorno, como simplesmente apoiada ou engastada, e para condição de contorno de membrana, os tipos disponíveis são indeslocável (*immovable*), deslocável (*movable*) e tensões livres (*stress free*). Ademais, o usuário deve fornecer as dimensões da placa, o coeficiente β (definido como a relação entre a maior e a menor dimensão da placa), a espessura (h), em metros, o coeficiente de Poisson (ν), o módulo de Young (E), em N/m^2 e a densidade (ρ), em kg/m^3 .

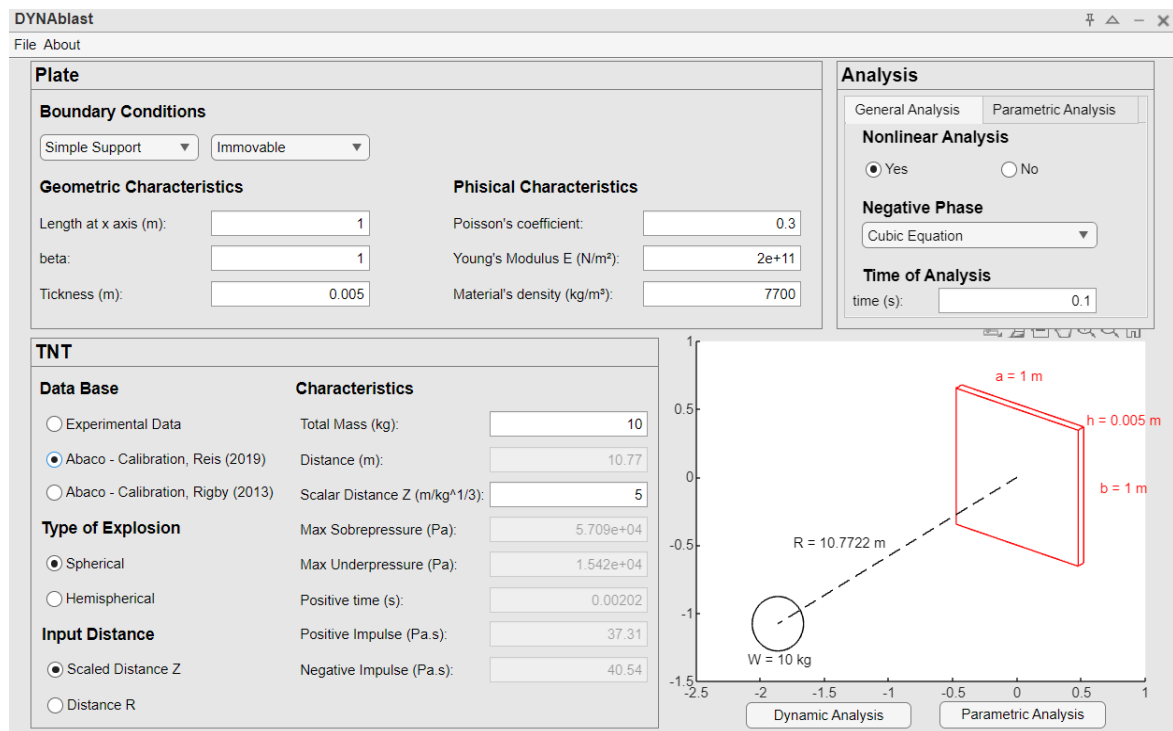


Figura 13 – Interface do DYNABlast 1.1 (2024)

No que diz respeito às propriedades da explosão e do carregamento, é necessário classificar a explosão como esférica ou hemisférica, assim como também, definir se é utilizada a distância escalada (Z) ou a distância real (R). Para os dados de entrada, apresenta-se duas opções: experimental ou via o uso dos ábacos, sendo a escolha pela calibração de Rigby (2013) ou por Reis (2019). No modo experimental, o usuário introduz os parâmetros como pressão máxima e pressão mínima (Pa), tempo da fase positiva (s), impulso positivo e impulso negativo (Pa.s). No modo

utilizando os ábacos, somente se faz necessário a massa de explosivo (kg) e a distância Z ou R.

No que tange ao tipo de análise, o usuário pode escolher entre análise linear ou não linear, determinar o tempo de duração e especificar se a fase negativa será considerada, permitindo que assim o *software* calcule e forneça os resultados, conforme está representado na Figura 14. O DYNAblast 1.1 (2024) emprega a equação de Friedlander para resolver as fases positiva e positiva estendida, enquanto aplica o polinômio cúbico para a fase negativa.

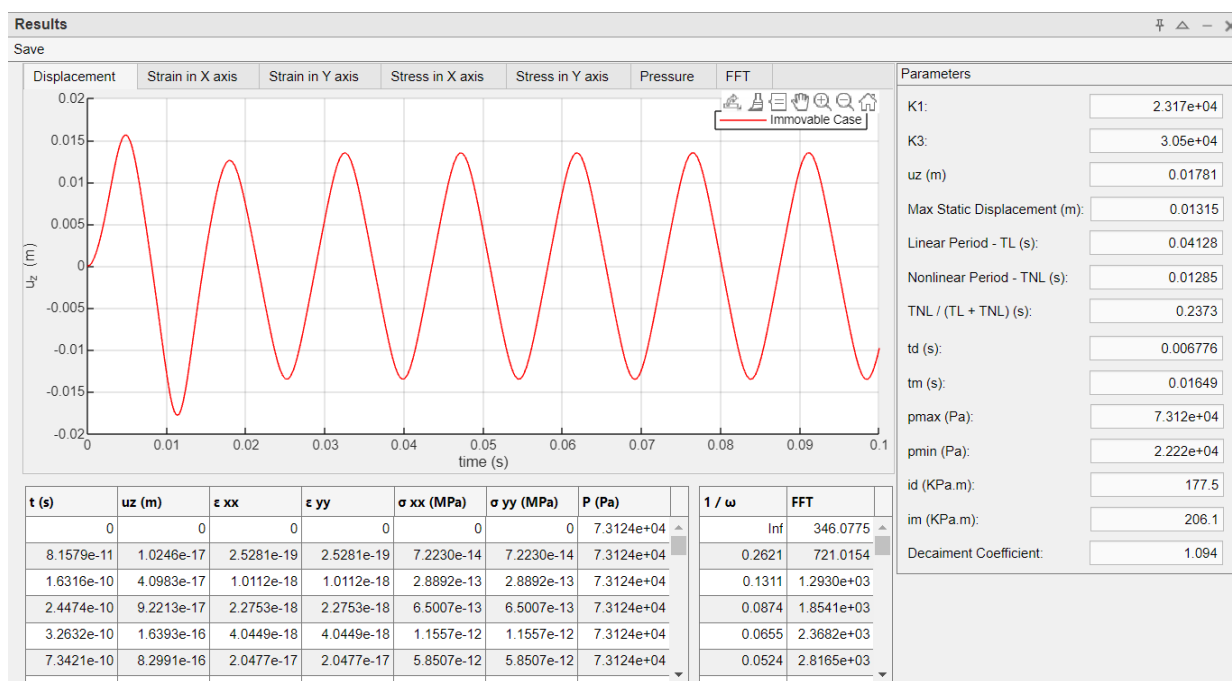


Figura 14 – Resultado fornecido pelo DYNAblast 1.1 (2024)

4. DESCRIÇÃO DA MODELAGEM

4.1. Modelo numérico

Ao longo do tempo, os modelos numéricos assumiram um papel preponderante na análise e solução de problemas na esfera da engenharia civil. Mediante a representação de distintos tipos de estruturas em tais *softwares*, que espelham fenômenos reais, tornou-se viável incorporar variações de eventos para observar o comportamento dessas estruturas em diferentes circunstâncias. Dessa forma, por meio do emprego de equações matemáticas, podendo antecipar, ainda antes da construção, o modo como a estrutura se comportará.

Segundo SOUZA (2018), o Método dos Elementos Finitos (MEF) emergiu nos anos 1950, mas somente na década de 1990 que começou a ser mais utilizado, principalmente devido aos avanços tecnológicos. Atualmente, é uma das principais ferramentas disponíveis no mercado de *software*, devido a sua capacidade de replicar experimentos retornando resultados precisos e que oferecem uma boa aproximação quando comparado com modelos analíticos já existentes.

Um *software* avançado, que é o foco deste trabalho, é o ABAQUS (2014), que permite a realização de simulações fornecendo resultados detalhados de tensões, deformações, entre outros comportamentos expressos pela estrutura. Além de facilitar essa avaliação, ele permite a variação de parâmetros com o intuito de detalhar o desempenho do sistema quando sujeito a distintos cenários, permitindo a tomada de decisões, levando em consideração alguns itens importantes, como a segurança, durabilidade e redução do custo de construção.

O ABAQUS (2014), *software* de simulação numérica de elementos finitos desenvolvido pela *Dassault Systemes*, apresenta uma interface acessada através do ABAQUS/CAE, como mostrado na Figura 15. Essa interface é composta por várias ferramentas e janelas que permitem ao usuário definir a geometria do modelo, atribuir as propriedades do material a ser utilizado, aplicar as condições de contorno e o carregamento, e por fim, determinar qual o tipo de análise a ser realizada. O *Software* não apresenta dificuldade de manuseio, visto que é constituído por barras de ferramentas intuitivas e nomeadas com as suas respectivas funções, tornando a interação do usuário com o programa, até para os menos experientes, algo acessível.

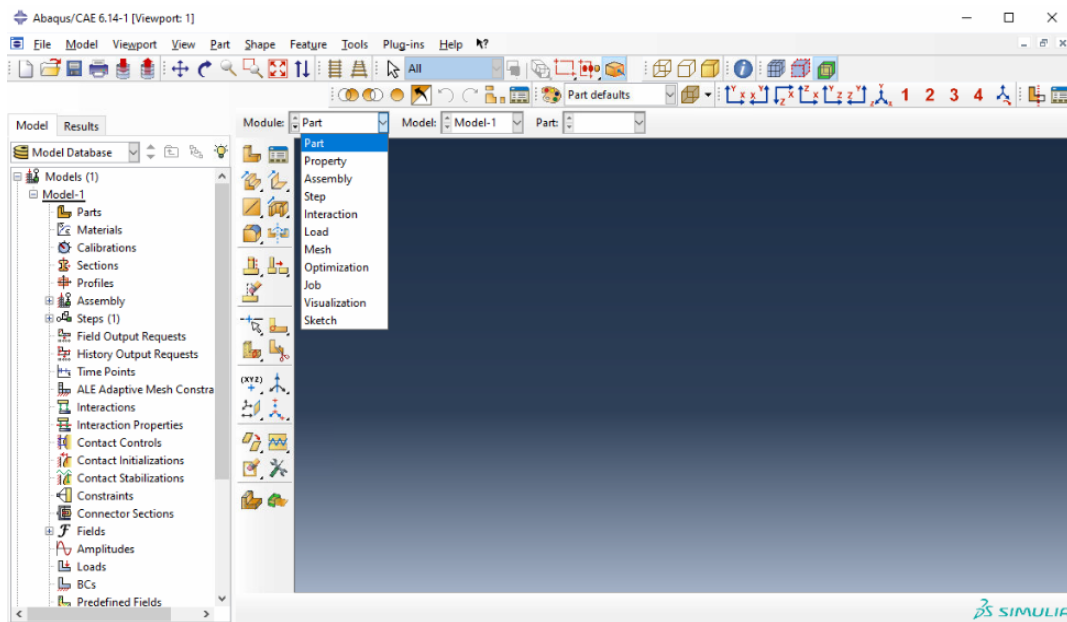


Figura 15 – Interface do ABAQUS/CAE v6.14-1

Fonte: ABAQUS (2014)

O fluxograma indicado na Figura 16 detalha todos os processos vinculados ao funcionamento do *software*, sendo divididos em três estágios: pré-processamento, análise e pós-processamento.

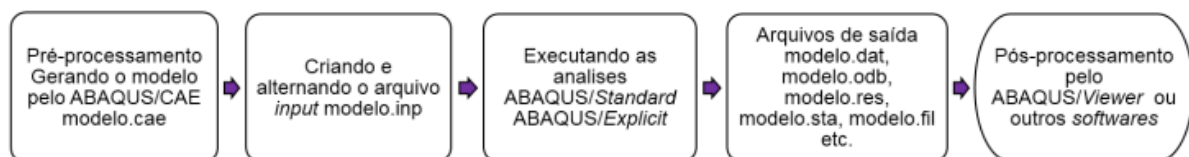


Figura 16 – Fluxograma das etapas de funcionamento do ABAQUS

Fonte: AHMED (2014) apud SOUZA (2018)

O estágio de pré-processamento corresponde ao passo inicial, visto que envolve a criação da estrutura que é analisada, podendo ocorrer totalmente a partir do seu início, na interface do ABAQUS (2014) ou importando modelos já existentes, definindo as dimensões e suas propriedades. Posteriormente, há necessidade de geração da malha, em que o modelo é discretizado em elementos menores para facilitar a análise numérica e, por fim, a aplicação das condições de contorno, onde se restringe os deslocamentos e rotações em determinadas direções, juntamente com a inserção do carregamento solicitante para ocorrência da simulação.

Ainda na fase de pré-processamento, após a indicação dos parâmetros, como o material e as propriedades físicas, é necessário a definição do tipo específico de análise desejada pelo usuário, que incluem as análises estáticas, dinâmicas, térmicas, entre outras. Tal etapa é primordial, pois garante uma representação precisa e de forma mais aproximada da realidade do sistema.

Na análise, a solução apresentada pelo ABAQUS (2014), é fomentada a partir da utilização de métodos numéricos na resolução de equações que determinam a forma como o sistema se comporta, apresentando, por fim, os resultados detalhados dessas análises realizadas em cima do modelo indicando o valor dos deslocamentos, tensões, deformações, entre outros parâmetros de interesse do usuário.

Na última etapa, denominada de pós-processamento, é onde os resultados ficam acessíveis para os usuários avaliarem o desempenho da estrutura diante da simulação numérica realizada, tendo assim como visualizar os gráficos, animações e relatórios gerados detalhadamente sobre o comportamento do modelo. Tais resultados permitem avaliação do modelo estrutural, identificando as regiões que requerem maior atenção por apresentarem valores críticos, que podem levar a estrutura à falha.

4.2. Modelo analítico

O modelo analítico é uma representação matemática formulada a partir de teorias e equações para descrever o comportamento do sistema estudado. Geralmente, para sua realização os tipos de equações empregadas são diferenciais ou integrais, que permitem soluções para determinadas condições.

A utilização de comparações entre a parte analítica com relação a numérica, se torna de suma importância, visto que é essencial para validação da precisão e confiabilidade dos resultados, tendo em vista que a correlação entre os resultados auxilia o fortalecimento da capacidade de ambos os modelos representarem de maneira adequada o sistema investigado. Por outro lado, se ocorrer uma divergência significativa pode indicar que a modelagem numérica precisa de ajustes ou necessidade de revisão do projeto.

O modelo analítico de Reis (2019), baseou-se no estudo de uma placa fina, homogênea, isotrópica e linearmente elástica, considerando espessura constante e dimensões a (eixo x) e b (eixo y), com o plano médio em $z = 0$. A geometria da placa considerada está ilustrada na Figura 17. Soluções analíticas foram desenvolvidas para análise de placas submetidas a explosão, sendo utilizadas formulações que consideram o efeito de membrana, baseadas nas teorias de placas de Kirchhoff e nos grandes deslocamentos de Von Kármán. Além da variação do deslocamento total da estrutura, que está relacionada com as características geométricas e físicas, também foram consideradas diferentes condições de contorno de membrana.

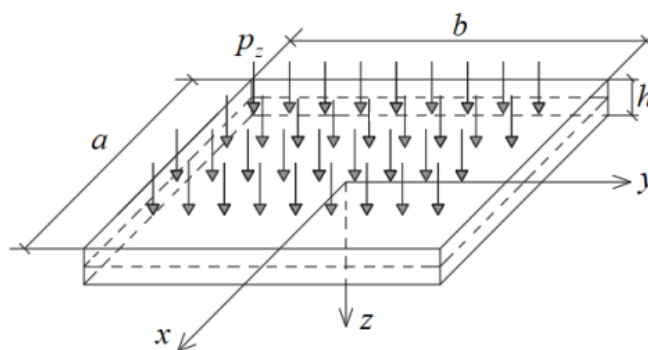


Figura 17 – Estrutura geométrica da placa.

Fonte: Reis (2019)

A pesquisa de Reis (2019) e Reis (2022) foi utilizada neste trabalho para calibração do modelo analisado. Em um primeiro momento para a análise estática, aplicou-se um carregamento fixo para avaliar o comportamento linear e não linear da estrutura, verificando a correlação entre os resultados de deslocamento e tensões. Posteriormente utilizou-se o *software* DYNABlast 1.1 (2024), para dar prosseguimento a esse processo de calibração. Para a análise dinâmica, foi feita a aplicação do carregamento em função do tempo e realizando a comparação do comportamento da resposta em ambos os *softwares*. Neste caso, levou-se em consideração a fase positiva, a fase positiva estendida, determinada pela equação de Friedlander, e a fase positiva e negativa, calculada pelo polinômio cúbico.

Reis (2019) utilizou e desenvolveu expressões a partir dos ábacos propostos por Rigby et al. (2013) para calcular os parâmetros da explosão, de acordo com sua natureza, esférica ou hemisférica, visando determinar o $P(t)$, que é a carga de explosão aplicada à estrutura. Além disso, foram realizadas análises considerando

três tipos de condições de membrana: *immovable* (indeslocável), *movable* (deslocável) e *stress-free* (livre de tensões), em que a aplicação de cada uma está diretamente relacionada com a forma como a membrana é solicitada.

No presente trabalho, as análises são focadas exclusivamente no caso indeslocável, selecionado por reportar o pior cenário, como evidenciado na Figura 18, baseado nos parâmetros K1 e K3, onde K1 é determinado pela fração linear do esforço de flexão, enquanto K3 reflete a parte não linear associada ao esforço de membrana. No caso do sistema indeslocável, observa-se uma maior prevalência da não linearidade em comparação com o linear, devido às restrições mais severas impostas nas bordas da estrutura, onde todos os deslocamentos são restringidos, exceto a rotação.

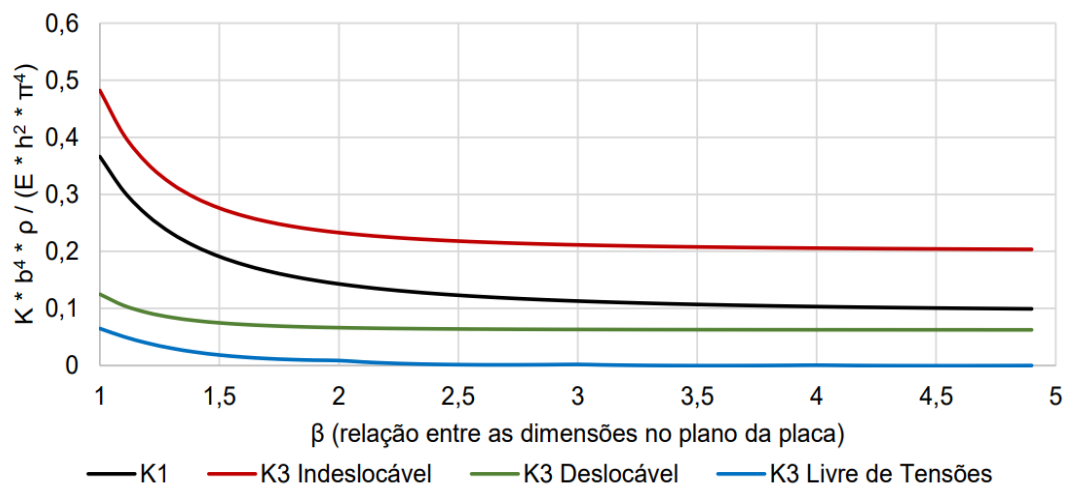


Figura 18 – Gráfico de comparação entre os parâmetros K1 e K3 na estrutura simplesmente apoiada.

Fonte: Reis (2019)

No estudo de Reis (2019), verificou-se que tal parâmetro exerce uma influência significativamente maior nas placas de geometria quadrada em que adquire o valor igual a 1. Ressaltando a influência marcante da não linearidade nessas placas, visto que a medida que o β aumentava, o regime de deslocamento vertical tende a se tornar mais linear.

No caso indeslocável, não há mobilidade lateral devido as restrições impostas a esse movimento pela rigidez da membrana, resultando em valores menores de deslocamentos. Reis (2019) constatou que a margem de diferença do deslocamento entre o modelo analítico e o numérico foi considerado satisfatório. No entanto, em relação aos valores obtidos nas tensões houve uma discrepância, que se deu em torno

de 30%, sendo justificada pela autora por estar vinculada a forma conservadora da equação do deslocamento vertical, que leva em consideração somente o primeiro harmônico, proveniente de considerar somente a primeira parte da série de Fourier.

Em relação a análise dinâmica, Reis (2019) observou uma menor amplitude no sistema indeslocável comparado aos demais. Além disso, a fase negativa apresentou uma grande influência na estrutura, resultando em deslocamentos maiores não só durante a sua atuação, mas também na vibração livre da estrutura. Houve um aumento na amplitude de 36% em comparação a fase positiva e 8,20% em relação a vibração livre. Dessa forma, o carregamento durante a fase negativa é mais impactante devido a sua elevada duração, assim influenciando no impulso total.

4.3. Geometria da estrutura

O modelo utilizado para validação consiste em uma placa quadrada com dimensões a (referente ao eixo x) e b (referente ao eixo y), onde $a = 1$ m e $b = 1$ m. A espessura da estrutura (h) é de 0,005 m, caracterizando-a como uma placa de Kirchhoff composta por material homogêneo, isotrópico e linearmente elástico. Estas especificações estão indicadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros geométricos

Dimensão (a)	1 m
Dimensão (b)	1 m
Espessura (h)	0,005 m

O procedimento de modelagem da placa no *software* de elementos finitos ABAQUS (2014) é composto por diversas etapas, detalhadamente descritas ao longo deste capítulo. Inicialmente, no ambiente de interface, dentro do módulo "PART", a geometria da placa foi criada, estabelecendo-se que o modelo tem por características ser tridimensional, deformável e do tipo SHELL.

A escolha por este último se justifica pela sua aplicação otimizada em estudos envolvendo elementos de casca ou membrana, onde a espessura da placa é substancialmente pequena em relação às suas superfícies.

4.4. Propriedades do material

Em relação as propriedades do material, foi utilizado o módulo de elasticidade (E), representado pelo Módulo de Young, fixado em 200 GPa, enquanto o coeficiente de Poisson foi estabelecido em 0,3. Adicionalmente, a densidade do material da placa foi definido com o valor de 7700 kg/m³. Após a criação da geometria, essas propriedades foram incorporadas ao modelo através do módulo "PROPERTY". Nesse contexto, os parâmetros mencionados anteriormente foram inseridos, conforme representados na Tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros da propriedade do material

Módulo de elasticidade (E)	200 GPa
Coeficiente de Poisson	0,3
Densidade	7700 kg/m ³

A etapa subsequente envolve a criação de uma seção à qual as propriedades são atribuídas, sendo, por conseguinte, aplicadas à estrutura em análise. É importante ressaltar que, para assegurar a precisão e consistência dos resultados no ABAQUS (2014), todas as unidades no processo foram padronizadas. Essa uniformidade é crucial para que o *software* interprete corretamente as grandezas envolvidas na análise, minimizando possibilidade de erros que possam ocorrer devido a equívocos nas unidades.

Durante o processo de criação da seção, uma escolha adicional se destaca, influenciando diretamente no modelo. Especificamente, as opções disponíveis incluem *Shell Homogeneous* e *Shell Membrane*. Para o presente modelo, a seleção mais apropriada recai sobre a primeira opção. Isso se justifica pela natureza do termo “*Membrane*” (membrana), pertinente apenas em cenários onde a estrutura assume a forma de uma membrana idealizada, onde as deformações na direção da espessura

são consideradas insignificantes. Essa abordagem particularmente é aplicável em análises de membranas “puras”. Portanto, a seleção de *Shell Homogeneous* para a seção em questão é respaldada pelas características específicas da estrutura, contribuindo para a precisão do modelo.

4.5. Condição de contorno de membrana

No módulo “LOAD”, para que fosse criada a condição de contorno, foi selecionado o item “Create Boundary Condition”. Dentro dele, na categoria “Mechanical”, o tipo escolhido foi o “Displacement/Rotation” e aplicada nas extremidades do modelo. Essas escolhas foram adotadas para representar o pior situação na inserção da condição de contorno de membrana, conforme justificado no tópico do modelo analítico. Sua representação no modelo, pode ser averiguada na Figura 19.

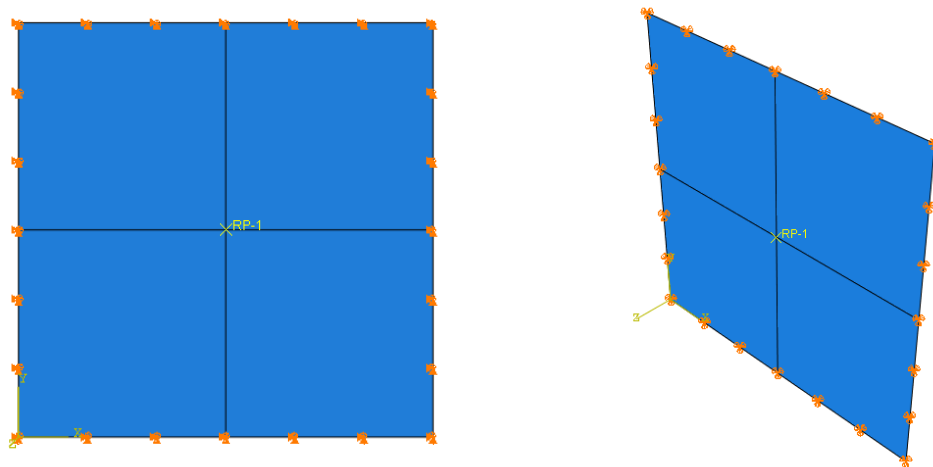


Figura 19 – Condição de membrana *Immovable*

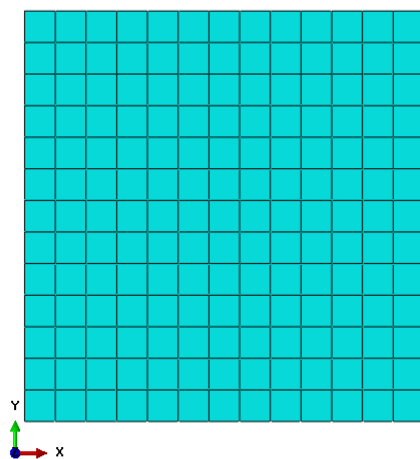
O caso indeslocável impôs restrições ao deslocamento nas três direções (eixo x, y e z), restringindo assim a mobilidade global da estrutura. Essa abordagem viabilizou a avaliação do comportamento estrutural, ampliando a compreensão dos efeitos das tensões de membrana na resposta da placa as cargas aplicadas quando considerada a não linearidade.

4.6. Definição da malha

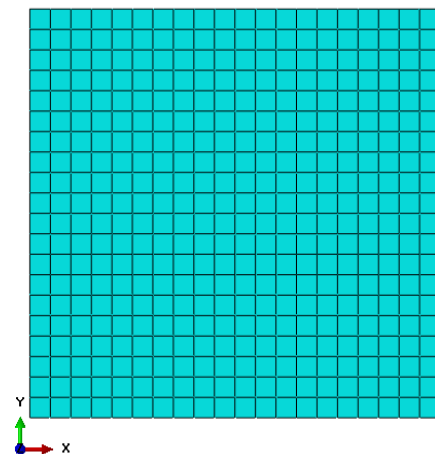
A determinação do tamanho da malha para a estrutura está associada àquela que proporcionou resultados mais aproximados ao modelo analítico, com o tempo de processamento das análises sendo de 0,1 segundos. A malha com dimensão de 0,05 metros, subdividindo a placa em 20 elementos por lado, foi suficiente para análise estática. Para a análise dinâmica, a malha de 0,0125 metros, com 80 elementos por lado, mostrou uma correlação mais adequada quando comparada aos resultados do DYNAblast 1.1 (2024). Esse critério visa garantir uma representação numérica precisa da geometria da estrutura, assegurando que a discretização da malha seja refinada o suficiente para capturar adequadamente as características físicas relevantes.

Para tal escolha foi utilizada uma estudo de sensibilidade de malha de elementos finitos que é imprescindível numa simulação numérica garantindo eficiência e confiabilidade dos resultados. Nesse, foram comparadas as soluções com escolhas de tamanhos de elementos de 0,075; 0,05; 0,025 e 0,0125, que estão dispostas na Figura 20. Assim como na Figura 20 – Representação das malhas de 0,075; 0,05; 0,025 e 0,0125

, estão apresentadas as quantidades de elementos referente a cada um dos tamanhos das malhas propostas para estudo de sensibilidade.



(a) Malha 0.075



(b) Malha 0.05

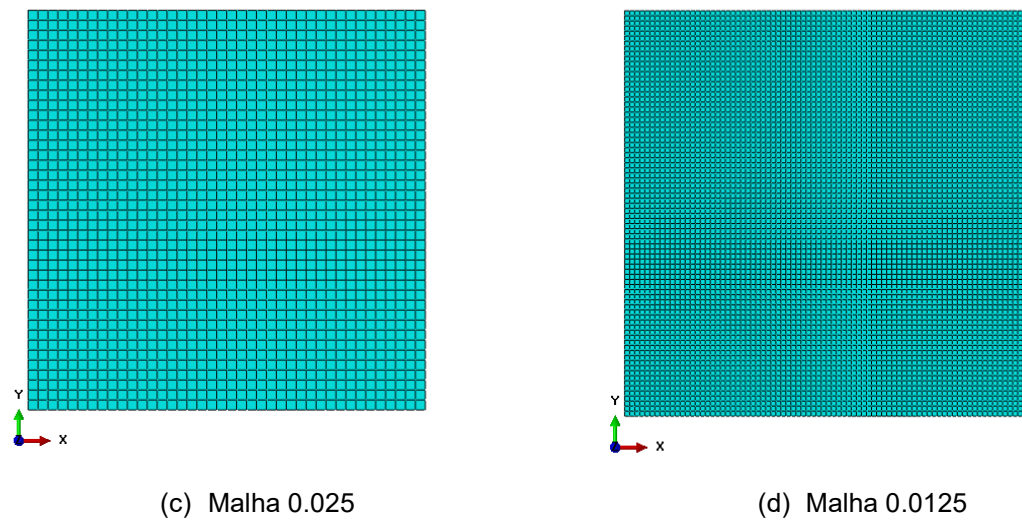


Figura 20 – Representação das malhas de 0,075; 0,05; 0,025 e 0,0125

Tabela 3 – Descrição das malhas

Tamanho da malha (m)	Nº de elementos por lado
0,075	13
0,05	20
0,025	40
0,0125	80

4.7. Análise estática

No módulo "STEP", definiu-se o tipo de análise pretendida, representado no ABAQUS (2014) pela opção "STATIC". Inicialmente, optou-se por conduzir uma análise estática, com o objetivo de avaliar a resposta da estrutura sob condições de carga constante, visando estabelecer uma compreensão preliminar do comportamento estrutural. A continuidade dos estudos está condicionada à obtenção de resultados satisfatórios na análise estática, proporcionando assim embasamento para a análise dinâmica. Esta última é executada mediante a aplicação de uma carga variável ao longo do tempo, permitindo uma investigação mais abrangente das características oscilatórias do sistema. No módulo "LOAD" do *software*, a aplicação de carregamento foi implementada através do item "CREATE LOAD", sendo

introduzido na forma de pressão uniformemente distribuída por toda a superfície da placa.

Para dar prosseguimento a análise estática, o carregamento fixado se deu no valor de 0,03 MPa na superfície da estrutura, que assim foi escolhido com o intuito de garantir a consistência com o modelo analítico de referência, usado como base para a calibração, a aplicação do carregamento está esquematizada na Figura 21.

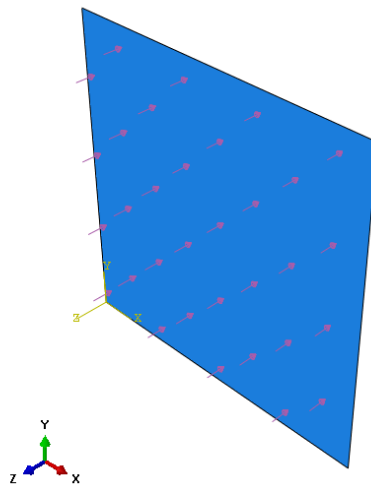


Figura 21 – Aplicação da carga estática

4.7.1. Análise estática linear

A geometria da placa foi previamente definida de acordo com as descrições do item 4.3, as propriedades do material foram inseridas ao modelo, seguido pela aplicação da condição de contorno e do carregamento estático, atuando de forma uniformemente distribuída por toda a superfície da placa. A análise estabelecida foi do tipo estática e linear.

Os resultados dessa análise foram obtidos e mostrados, em toda a extensão do modelo, onde o comportamento das distribuições das tensões σ_{xx} e σ_{yy} , que são indicados na Figura 22, e o deslocamento fornecido com a malha 0,05, ilustrado na Figura 23. Os valores correspondentes a cada uma das malhas estão detalhados na Tabela 4. É importante ressaltar que a tabela oferece as informações mais abrangentes, abordando as respostas para distintos tamanhos de malhas, desde a mais grosseira

até a mais refinada. Outro ponto a ser destacado, é que os resultados do deslocamento e da tensão utilizados para comparação das malhas, foram os obtidos no ponto central da placa, tal como para todas as análises feitas ao decorrer desse estudo.

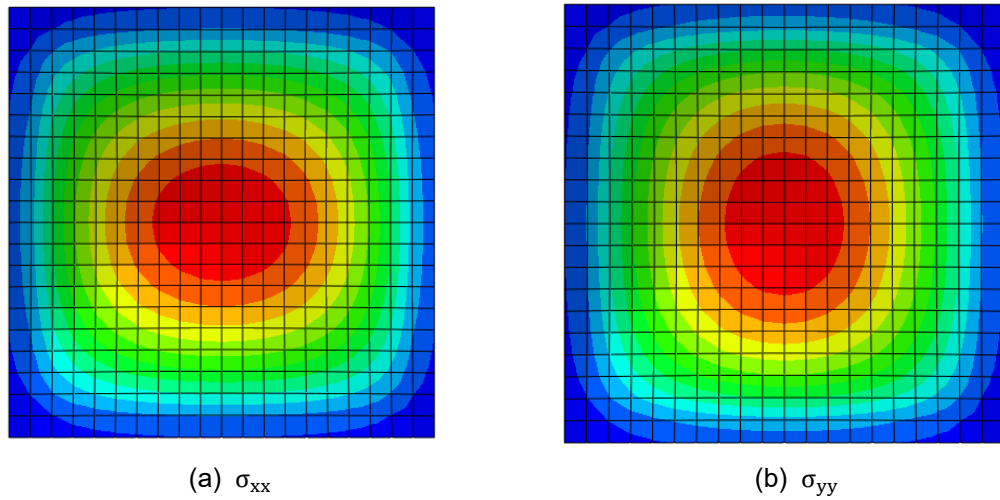


Figura 22 – Distribuição linear das tensões

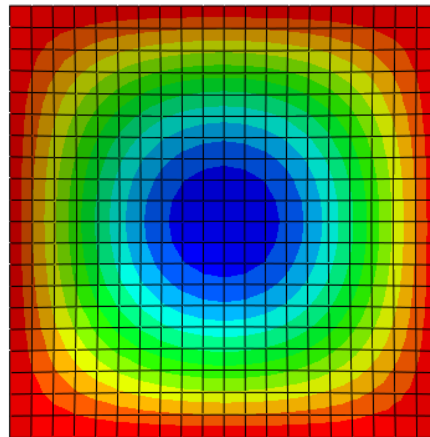


Figura 23 – Deslocamento linear da placa no eixo vertical

Tabela 4 – Valores das tensões e deslocamentos lineares

Tamanho da malha	Deslocamento (mm)	Tensão (MPa)
0,075	53,32	341,68
0,05	53,31	343,41
0,025	53,34	344,82
0,0125	53,39	345,41

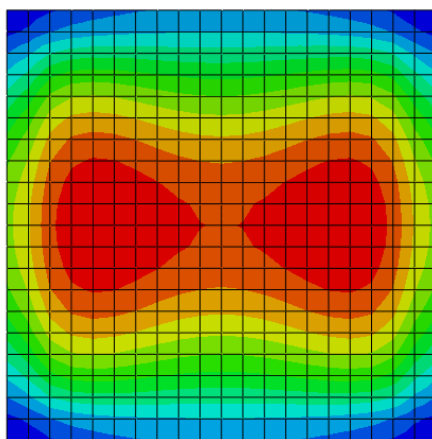
4.7.2. Análise estática não linear

A condução de análises envolvendo a não linearidade demanda determinada compreensão detalhada dos diversos tipos de não linearidades existentes. No âmbito deste trabalho, o enfoque recai sobre a não linearidade geométrica, caracterizada pela ocorrência de grandes deslocamentos e deformações à medida que a estrutura se deforma. É relevante destacar que o *software* ABAQUS/CAE utiliza métodos de solução avançados, incorporando estratégias adaptativas para garantir a precisão e estabilidade das simulações, ou seja, não se restringe a utilização de apenas um tipo de solução. (SOUZA, 2018)

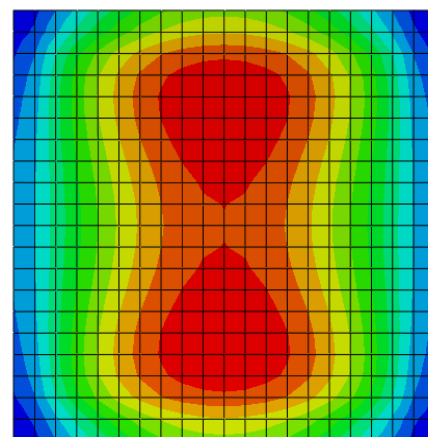
Com as mesmas especificações físico-geométricos do modelo empregado na análise linear, foram conduzidos estudos sobre o comportamento da mesma estrutura sob uma carga estática, considerando especificamente a não linearidade geométrica. Na Figura 25, é apresentado o padrão de deslocamento em placa e na Figura 24, ilustra a distribuição das tensões σ_{xx} e σ_{yy} no mesmo local. A **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, lista os valores obtidos para as diferentes malhas utilizadas na pesquisa, fornecendo uma comparação detalhada das respostas analisadas.

Tabela 5 – valores das tensões e deslocamentos não lineares

Tamanho da malha	Deslocamento (mm)	Tensão (MPa)
0,075	8,85	93,97
0,05	8,80	93,78
0,025	8,77	93,68
0,0125	8,76	93,66



(a) σ_{xx}



(b) σ_{yy}

Figura 24 – Distribuição não linear das tensões

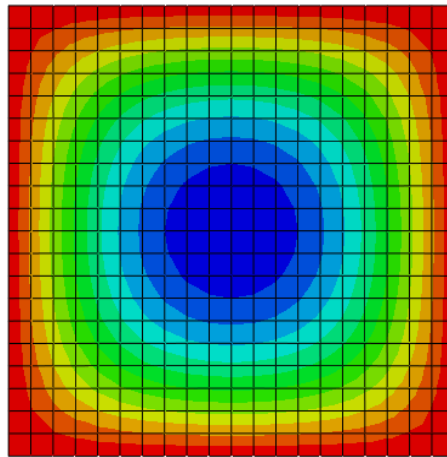


Figura 25 – Deslocamento não linear no eixo vertical

A ausência de concentração das tensões na região central da placa em uma análise não linear pode ser atribuída a múltiplos fatores. Um deles está relacionado à não linearidade geométrica, a qual induz grandes deslocamentos e deformações que podem alterar significativamente a região onde serão distribuídas as tensões e deslocamentos na estrutura. Além disso, os efeitos de borda e as condições de contorno também exercem uma ampla influência nesse quesito, uma vez que as restrições aplicadas nas bordas da placa podem ocasionar uma redistribuição das tensões e deslocamentos, impactando na localização das mesmas.

4.7.3. Estudo de sensibilidade das malhas

Realizou-se a condução do estudo de sensibilidade de malhas para a análise estática, em que se considerou os tamanhos expostos na Figura 20 – Representação das malhas de 0,075; 0,05; 0,025 e 0,0125

. A malha padrão utilizada como base para a comparação com as demais, foi a de dimensão 0,0125 por ser a mais refinada. A variação das dimensões influencia diretamente na qualidade e no detalhamento do modelo, uma vez que malhas mais refinadas tendem a proporcionar resultados mais próximos das características intrínsecas do problema analisado.

Contudo, é imperativo considerar que o aumento na densidade da malha está associado a uma maior demanda computacional e que a sensibilidade tem por

tendência esclarecer a influência da malha na análise em questão. No Gráfico 1, está sendo representada a curva com as quatro malhas escolhidas para estudo com a condição de membrana indeslocável.

O estudo foi conduzido com as quatro malhas distintas, como mostrado no Gráfico 1, em que estão indicados os resultados da análise do comportamento do deslocamento em função da carga para o caso linear, e no Gráfico 2, para a não linear. Os valores obtidos foram comparados para determinar a malha ideal a ser empregada.

Gráfico 1 – Comparação das malhas da análise estática linear

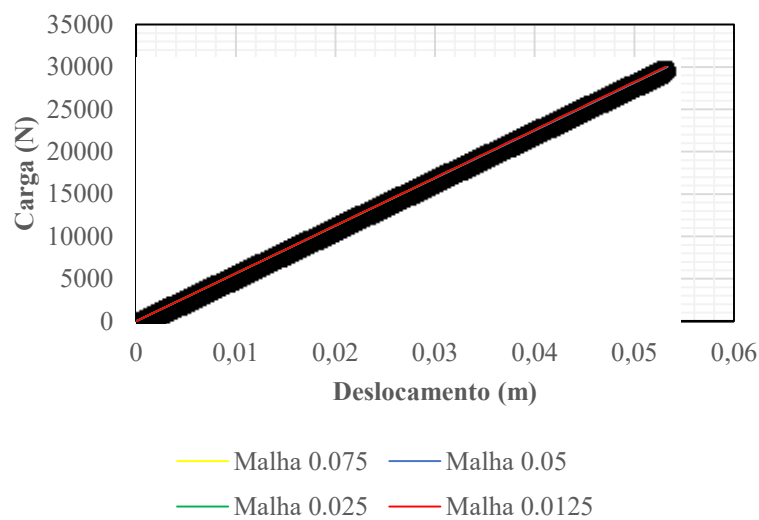
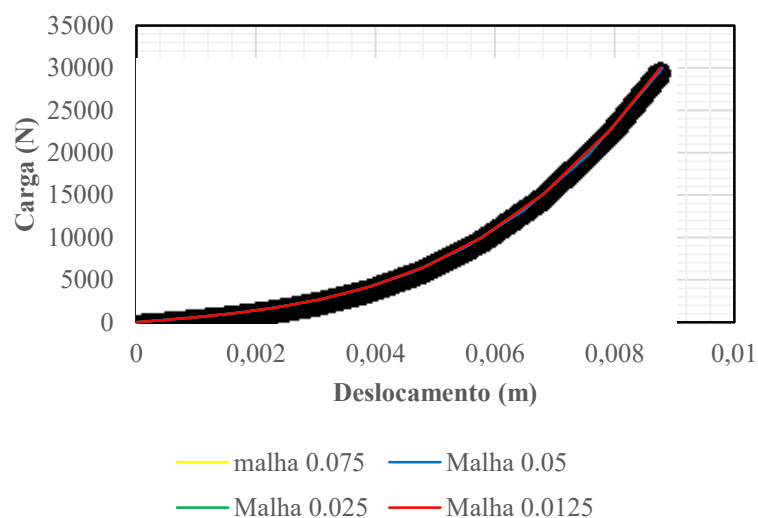


Gráfico 2 – Comparação das malhas da análise não linear



A diferença percentual, para o caso linear está indicada na Tabela 6, e para o não linear na Tabela 7. Este parâmetro foi calculado entre a malha mais refinada e as

demais, permitindo a identificação daquela que oferece maior precisão em relação ao modelo analítico de referência. Este procedimento assegura que a malha selecionada proporciona uma representação eficiente, alinhada com os requisitos necessários e estabilidade computacional.

Tabela 6 – Percentual de diferença das malhas da análise linear

Malha ref.:0,0125	Deslocamento (%) ref.:0,0125	Tensão (%) ref.:0,0125
0,075	0,1234	1,0799
0,05	0,1704	0,5776
0,025	0,1017	0,1699

Tabela 7 – Percentual de diferença das malhas análise não linear

Malha	Deslocamento (%) ref.:0,0125	Tensão (%) ref.: 0,0125
0,075	0,9622	0,3311
0,05	0,4360	0,1326
0,025	0,0845	0,0256

Diante dos resultados obtidos na análise linear, juntamente com as informações reportadas na análise não linear, a conclusão do estudo apontou para a escolha da malha com tamanho de 0,05 metros para dar continuidade à validação dos resultados estáticos. A diferença percentual entre esta malha e a mais refinada foi inferior a 1%.

Dessa forma, além de proporcionar resultados satisfatórios, essa malha foi também empregada na pesquisa de Reis (2019) e apresenta a vantagem de exigir um menor custo computacional. Assim, a escolha da malha de 0,05 metros se mostrou eficiente tanto em termos de precisão quanto de economia de recursos computacionais.

4.8. Análise dinâmica

A análise dinâmica é utilizada como um método para avaliar o comportamento da estrutura sob a ação de um carregamento dinâmico $P(t)$. Para este trabalho, é considerado o carregamento explosivo, calculado através das equações propostas por

Rigby (2014), onde tal valor varia em função do tempo, diferentemente da análise estática, que considera a atuação de uma carga constante.

O estudo dinâmico está relacionado com o efeito de cargas, proporcionando uma compreensão das respostas oscilatórias e vibracionais do modelo estudado. Isso auxilia no entendimento da performance e durabilidade da estrutura quando sujeita a tais condições, permitindo a previsão de reações a excitações dinâmicas, como terremotos, ventos fortes, explosões, vibrações de máquinas e impactos de veículos. Na Engenharia, a análise dinâmica é fundamental para projetar edifícios resistentes a abalos sísmicos e avaliar a ação de ondas do mar em estruturas marítimas, garantindo estabilidade dessas construções frente a essas forças variáveis.

4.8.1. Tipo de análise dinâmica

No módulo “STEP”, para esse caso, foi escolhido o tipo “DYNAMIC EXPLICIT”. Entre as análises dinâmicas disponíveis, existem os métodos *implicit* e *explicit*, que apresentam significativas diferenças.

O *explicit* é ideal para análises que sejam rápidas e altamente transientes, como explosões e impactos, pois calcula diretamente as respostas em pequenos incrementos de tempo sem a necessidade de resolução de sistema de equações simultâneas. É amplamente utilizado em simulações que envolvem grandes deformações e ocorrência de elevadas taxas de variação. Além disso, o cálculo é direto e rápido, porque o custo operacional de um único elemento é pequeno, visto que todas as informações que se precisa estão disponíveis. No entanto, o incremento de tempo deve ser pequeno para evitar instabilidade e acúmulos de erros, sendo este fator influenciado pelo tamanho do elemento, a densidade e a rigidez. (TECHNIA, 2021)

Por outro lado, o *implicit* é geralmente empregado para problemas estáticos ou quase estáticos, sendo eficiente para situações em que as respostas se desenvolvem mais lentamente. Nesse caso, o custo operacional de um incremento é significativamente maior, pois requer a solução de um sistema de equações simultâneas. Em uma análise não linear, o processo é mais demorado, visto que é necessário repetir a resolução diversas vezes, demandando uma maior parcela de

tempo e memória. Portanto, quanto maior a não linearidade do problema, mais elevado será o custo operacional para encontrar uma solução convergente. (TECHNIA, 2021)

Entretanto, o tamanho do incremento de tempo desse caso não é limitado pela questão da instabilidade, permitindo a utilização de incrementos de tempo muito maiores em comparação ao *explicit*. No ABAQUS/Standard, geralmente o tamanho do incremento é determinado automaticamente pelo próprio *software*, baseando-se na facilidade de convergência de Newton-Raphson, que pode ao longo da análise variar significativamente. (TECHNIA, 2021)

Prosseguindo com a definição do tipo de análise, no módulo "STEP" do ABAQUS (2014), foi configurada a frequência de amostragem dos resultados. Para este estudo específico, foi estabelecido que o programa registrasse um ponto de deslocamento a cada intervalo de 0,0001 segundos. Com a duração total da análise sendo de 0,1 segundos, foram gerados 1001 pontos de tempo para os resultados.

4.8.2. Cálculo e aplicação do carregamento dinâmico

Para o cálculo do carregamento dinâmico resultante de uma explosão do tipo esférica, utilizou-se a massa de TNT (W_{TNT}) equivalente a 10 kg e uma distância escalada (Z) de $5 \text{ m/kg}^{1/3}$. Esses valores foram escolhidos conformes os parâmetros empregados por Reis (2019), cujo trabalho serviu como referência para validação da placa.

Inicialmente, determinou-se as pressões máxima ($p_{m\acute{a}x}$) e mínima ($p_{m\acute{i}n}$), o tempo da fase positiva (t_d) e os impulsos das fases positiva (i_d) e negativa (i_d^-), através das equações (76) a (80). Para obtenção do tempo da fase negativa, quando utilizado o polinômio cúbico, empregou-se a equação (88), que fornece essa informação em função da distância escalada (Z).

Além disso, calcular o valor do coeficiente de decaimento da explosão (a'), foi necessário o emprego do DYNAblast 1.1 (2024). Esse *software*, através da inserção da geometria da placa e das propriedades do material, da seleção do tipo de explosão e utilizando o método de uso do ábaco, calibrado por Reis (2019), retornou-se a curva

do deslocamento em função do tempo do comportamento da estrutura, juntamente com o valor de todos os parâmetros da explosão, inclusive com a taxa (a'). Todas as variáveis calculadas estão indicadas na Tabela 8.

Tabela 8 – Parâmetros do carregamento explosivo

Parâmetros	Valores	Unidades
Explosão	Esférica	-
W_{TNT}	10	kg
Z	5	m/kg ^{1/3}
$P_{máx}$	73124,44	Pa
$P_{mín}$	22223,67	Pa
a'	1,094	-
t_d	0,006776	s
t_d^-	0,016489	s
i_d	177,51	Pa.s
i_d^-	206,13	Pa.s

A partir das variáveis da explosão, foi possível calcular o carregamento dinâmico $P(t)$ para os três tipos considerados nesse estudo, fases positiva, positiva estendida, positiva e negativa, considerando o polinômio cúbico, com a Equação (86). Para introduzir a carga calculada no ABAQUS (2014), utilizou-se o módulo “LOAD”, assim criando o carregamento na forma de pressão e inserindo na superfície da placa. O valor de $P(t)$ foi indicado e criada uma amplitude para especificar a parcela de carga aplicada em função do tempo.

O gráfico 3 demonstra a curva de pressão durante a fase positiva, detalhando assim como o carregamento vai sendo aplicado ao longo do tempo na estrutura estudada, enquanto o gráfico 4, mostra o mesmo para a fase positiva estendida. O gráfico 5, por sua vez, representa essa curva englobando a fase positiva e negativa, considerando o polinômio cúbico.

Observando os gráficos, percebe-se que, ao empregar a fase negativa considerando o polinômio cúbico, há uma significativa diferença em relação ao valor da pressão mínima quando comparado com a fase positiva estendida.

Gráfico 3 – Curva pressão x tempo para a fase positiva

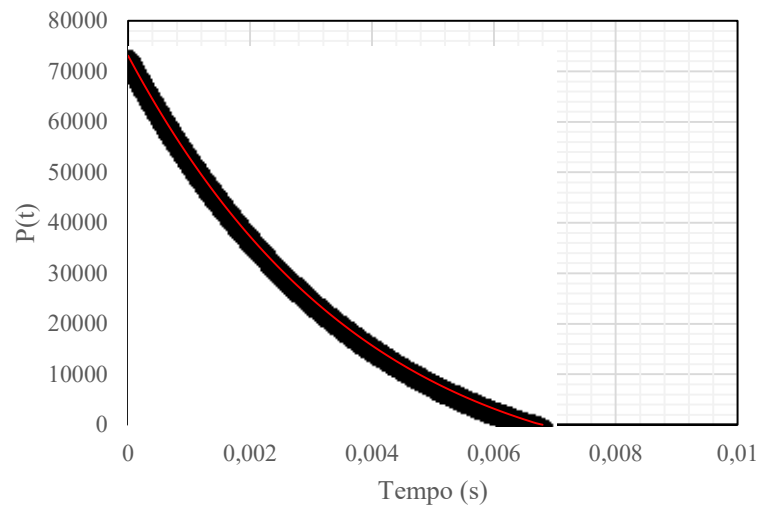


Gráfico 4 – Curva pressão x tempo fase positiva estendida

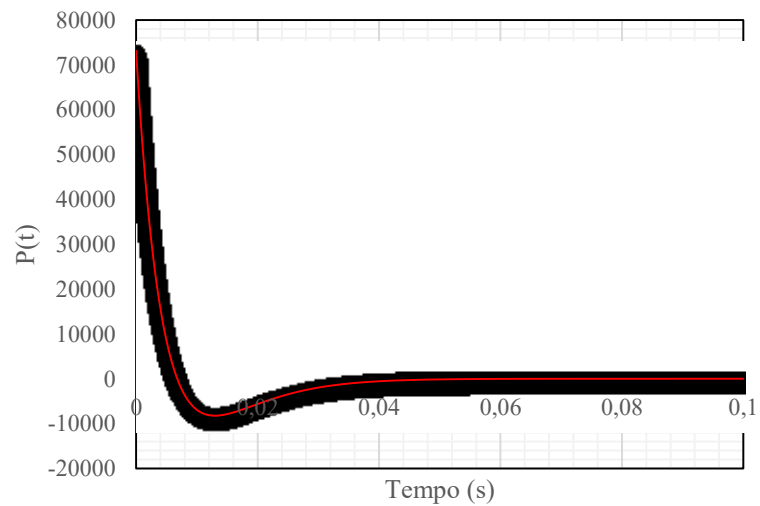
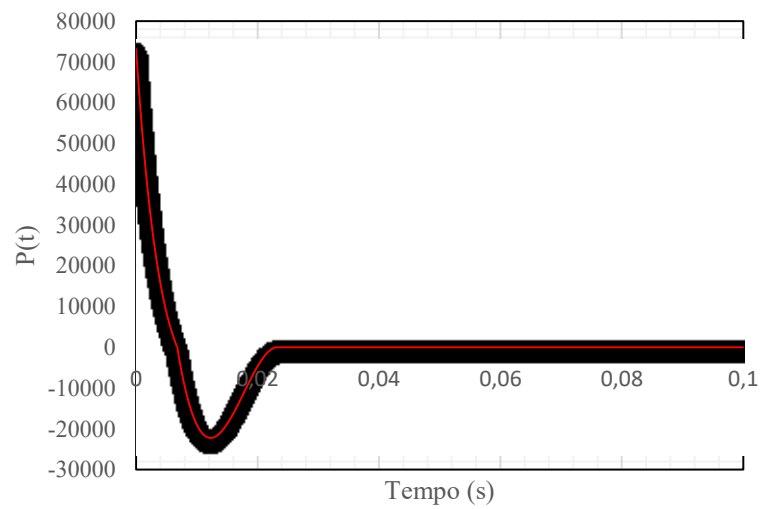


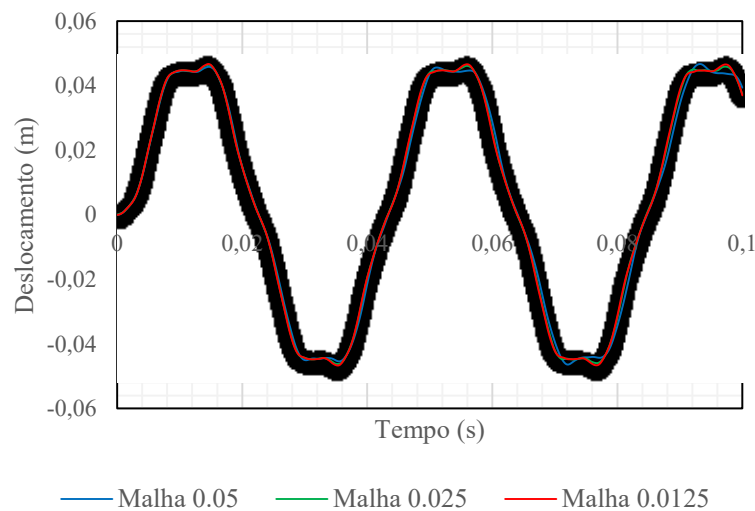
Gráfico 5 – Curva pressão x tempo fase positiva e negativa



4.8.3. Estudo de sensibilidade de malhas

No estudo de sensibilidade de malha para a análise dinâmica, empregou-se três tamanhos distintos: 0,05; 0,025 e 0,0125. A comparação das curvas de deslocamento em função do tempo para a análise linear para a fase positiva está ilustrada no Gráfico 6. Essa fase foi escolhida como referência, uma vez que a fase positiva se comporta da mesma maneira para os três tipos de carregamentos empregados, tornando desnecessário repetir o processo.

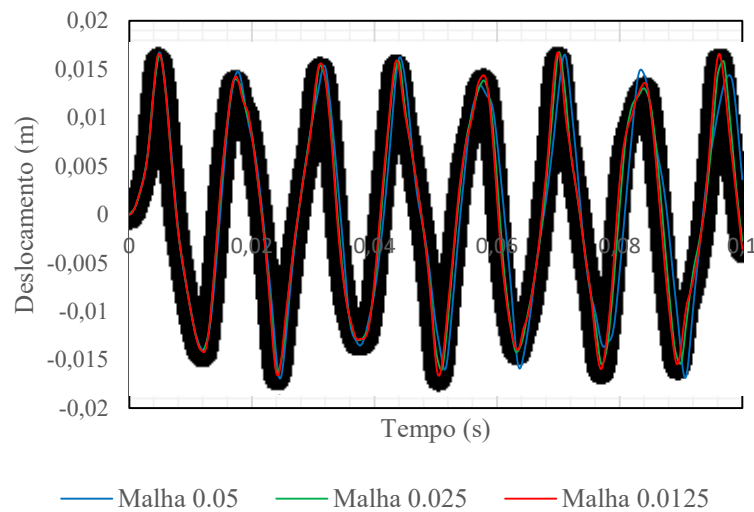
Gráfico 6 – Comparação das malhas na análise dinâmica linear fase positiva



O Gráfico 7 apresenta essa comparação para a não linear. A diferença entre os resultados das malhas na análise linear foi mínima, indicando que qualquer uma poderia ser utilizada. Contudo, na não linear, a malha de 0,0125 obteve uma resposta mais adequada em comparação com os dados fornecidos pelo DYNAblast 1.1 (2024), evidenciando uma maior precisão, por isso foi a de escolha para desenvolvimento das análises dinâmicas.

É importante salientar que na análise dinâmica, o critério de escolha e comparação das malhas difere do utilizado na análise estática. Na análise estática, os valores de tensão e deslocamento máximo são utilizados como referência, pois as respostas da estrutura tendem a atingir esses valores ao término da análise. Em contraste, na análise dinâmica, as respostas variam ao longo do tempo, com frequências e picos de deslocamento. A estrutura apresenta diferentes modos de vibração, resultando em múltiplos picos de deslocamento em diversos momentos

Gráfico 7 – Comparação das malhas da análise dinâmica não linear fase positiva



A escolha da malha em relação a análise dinâmica foi baseada na comparação entre os resultados obtidos pelo DYNAblast 1.1 (2024) e o ABAQUS (2014), optando-se por aquela que apresenta maior convergência, assegurando que a simulação capte com precisão os comportamentos dinâmicos da estrutura ao carregamento dinâmico.

4.8.4. Análise linear

A análise dinâmica linear foi conduzida em ambos os *softwares*, utilizando os mesmos parâmetros e condições de carregamento. A partir disso, as curvas de deslocamento em função do tempo foram obtidas e comparadas, avaliando sua correlação em relação ao maior deslocamento. Além disso, observa-se que para os três tipos de carregamentos, as análises forneceram a mesma frequência.

No Gráfico 8, estão os resultados referentes à fase positiva. No DYNAblast 1.1 (2024), o deslocamento máximo foi registrado no valor de 0,04792 m, ocorrido no tempo de 0,01213 s. Já no ABAQUS (2014), o maior desvio ocorreu em 0,01460 s, com um valor de 0,04675 m. O Gráfico 9 mostra os resultados da fase positiva estendida. No DYNAblast 1.1 (2024), o deslocamento máximo foi de 0,06248 m, no tempo de 0,05191 s. No ABAQUS (2014), esse deslocamento foi de 0,06289 m, em 0,0911 s. Por fim, o Gráfico 10 para a fase positiva e negativa, com polinômio cúbico. O maior desvio pelo DYNAblast 1.1 (2024) foi de 0,075 m em 0,08967 s, enquanto no ABAQUS (2014) esse retorno foi de 0,0786 m, registrado no tempo de 0,049 s.

Gráfico 8 – Deslocamento análise dinâmica linear para fase positiva

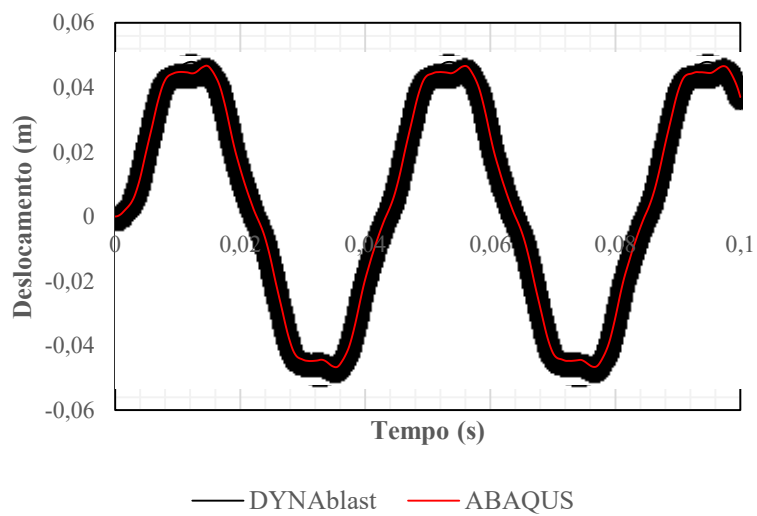


Gráfico 9 – Deslocamento análise dinâmica linear para fase positiva estendida

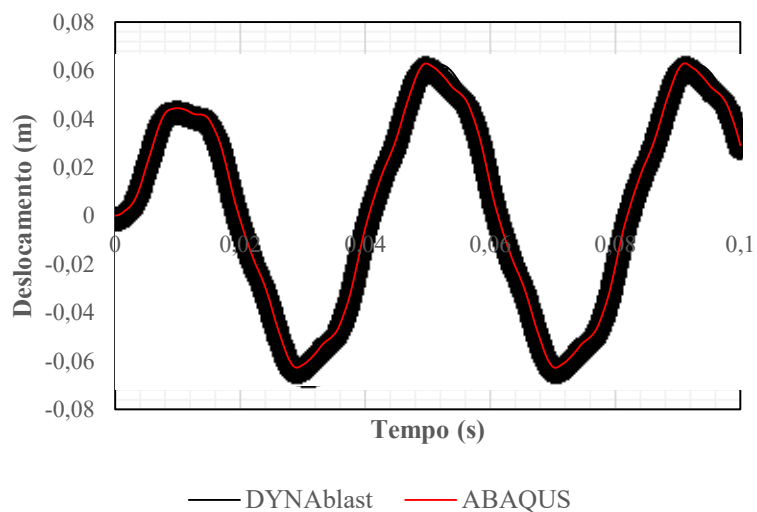
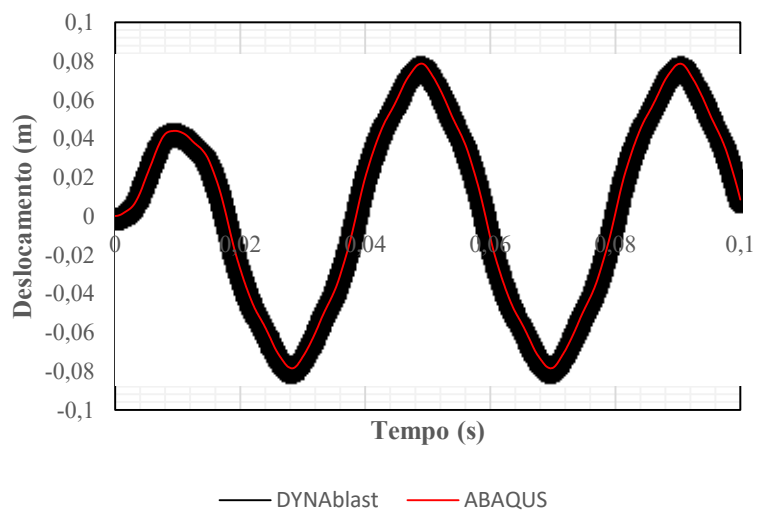


Gráfico 10 – Deslocamento análise dinâmica linear para fase positiva e negativa



4.8.5. Análise não linear

Assim como na análise dinâmica linear, a não linear foi conduzida nos dois *softwares*, comparando as curvas obtidas entre eles. Foram empregados os mesmos parâmetros, indicados na Tabela 8 e o carregamento aplicado da mesma maneira. Observa-se que a configuração das curvas são bem semelhantes, alguns desvios são considerados normais devido a consideração dos modos de vibração. A frequência, em ambos os programas apresentaram a mesma quantidade de ciclos, porém se comparada com as da análise linear é maior.

O Gráfico 11 indica a curva referente à fase positiva, onde o maior deslocamento fornecido pelo DYNAblast foi de 0.01562 m em 0.00489 s. No ABAQUS (2014), o deslocamento máximo foi de 0.01672 m, alcançado no tempo de 0.0669 s. Esse gráfico permite observar as diferenças sutis nas respostas dos dois *softwares*, em relação ao comportamento da estrutura.

Para a fase positiva estendida, o Gráfico 12 mostra que o maior deslocamento foi de 0.01555 m em 0.0048 s no DYNAblast, enquanto no ABAQUS (2014) foi de 0.0166 m em 0.0959 s. Finalmente, o Gráfico 13 ilustra as fases positiva e negativa, considerando o polinômio cúbico. No DYNAblast, o maior deslocamento ocorreu no tempo de 0.00489 s, com um valor de 0.01562 m. No ABAQUS (2014), o maior deslocamento foi de 0.01657 m, alcançado no tempo de 0.0048 s.

Gráfico 11 – Deslocamento análise dinâmica não linear para fase positiva

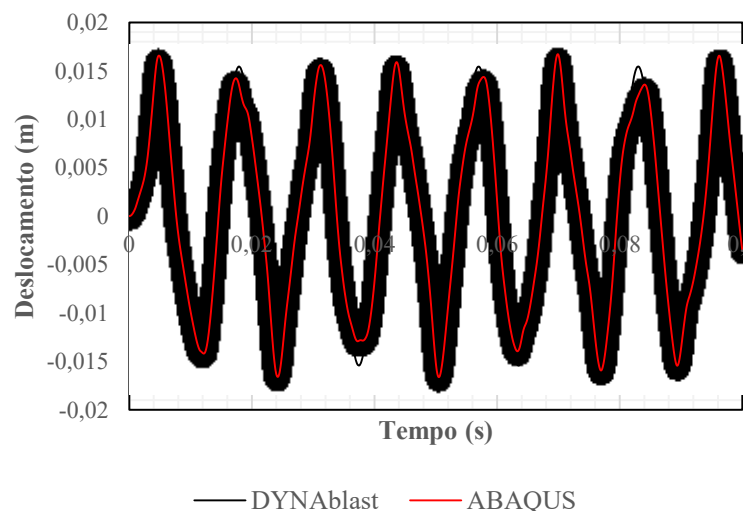


Gráfico 12 – Deslocamento análise dinâmica não linear para fase positiva estendida

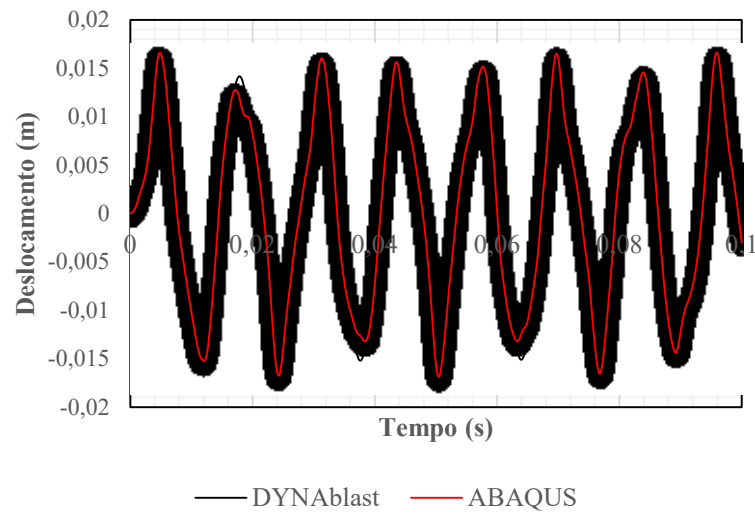
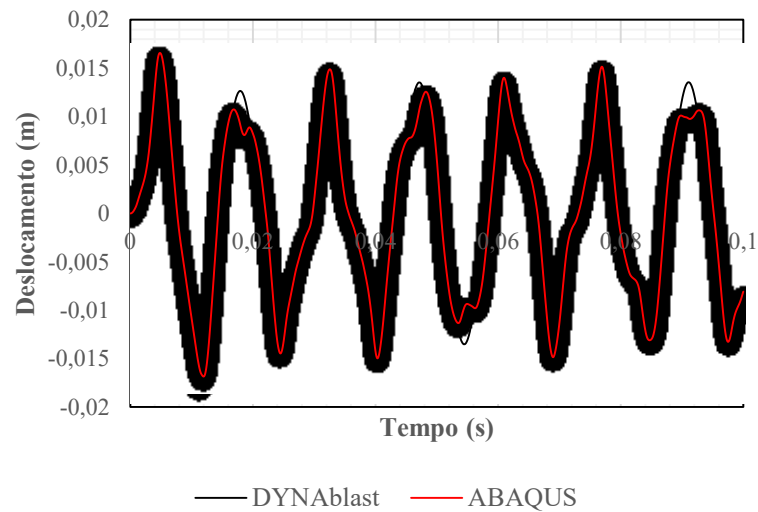


Gráfico 13 – Deslocamento análise dinâmica não linear para fase positiva e negativa



4.9. Validação do modelo numérico

O presente tópico trata dos resultados apresentados nos itens anteriores (4.7 e 4.8) de forma mais detalhada, por meio de uma comparação percentual dos deslocamentos obtidos, fornecendo uma conclusão sobre a validação do modelo numérico através do analítico.

4.9.1. Resultados da Análise estática

Os resultados que foram obtidos com o ABAQUS (2014), neste trabalho e nos estudos de Reis (2019), mostraram que as tensões e deformações tiveram valores bastante semelhantes, na Tabela 9, pode-se observar essas informações. Dessa forma, comparando a análise linear com as informações fornecidas pelo método analítico, a discrepância em relação ao deslocamento apresenta apenas 2,26%, enquanto nas tensões essa diferença foi registrada em torno de 11,92%. Indicando uma boa correlação entre os métodos numérico e analítico, especialmente para os deslocamentos.

No entanto, a diferença percentual na análise não linear apareceu mais significativamente entre os valores fornecidos pelo ABAQUS (2014) e o *software* WxMáxima, utilizado nos estudos de Reis (2019). Em relação ao deslocamento, a margem identificada se deu no valor de 7,83%, considerado aceitável, em contraste, para as tensões foi de 28,92%. Dessa forma, essa variação em torno de 30% é justificada pelo estudo analítico considerar o emprego de somente o primeiro harmônico, conforme destacado por Reis (2019).

Tabela 9 – Comparação da análise estática com os estudos de Reis (2019)

Programas	σ_{xx} e σ_{yy} (MPa)		Deslocamento (mm)	
	Linear	Não linear	Linear	Não linear
wxMáxima (Reis, 2019)	384,35	120,90	53,52	9,49
ABAQUS (Reis, 2019)	343,41	93,82	53,31	8,80
ABAQUS (presente)	343,41	93,78	53,31	8,80

No que diz respeito a distribuição de tensões, a análise linear mostra essa concentração na região central da placa. Tal fato já é esperado, visto que nesse tipo de análise, a estrutura responde de maneira proporcional as cargas aplicadas, com isso, as tensões tendem a se concentrar na área central, onde a flexão apresenta maior atuação.

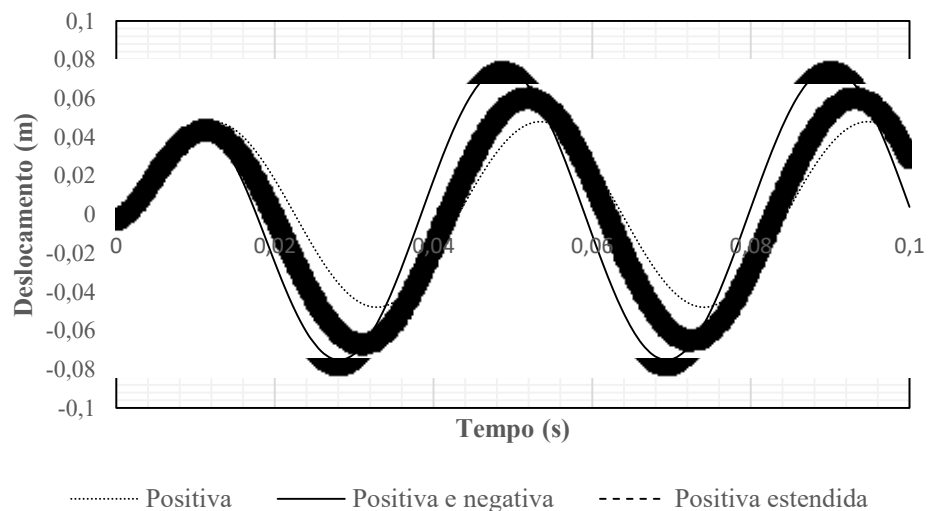
Na análise não linear, essa localização das tensões se mostrou diferente. Devido a consideração de grandes deslocamentos e elevadas deformações, essa distribuição não seguiu o mesmo padrão que a linear, refletindo nas mudanças na geometria e na resposta da estrutura quando submetida a carregamentos maiores.

Desse modo, a concentração de tensões não necessariamente localiza-se na parte central, sendo mais variadas e difíceis de prever.

4.9.2. Resultados da Análise dinâmica

Para melhor visualizar as respostas estruturais e, assim, obter uma conclusão sobre a calibração do modelo, foi realizada uma comparação detalhada dos resultados obtidos pelo DYNAblast 1.1 (2024) e pelo ABAQUS (2014) para os diferentes tipos de carregamento. O Gráfico 14 exibe três curvas distintas: um referente à fase positiva, outra à fase positiva e negativa, e a terceira à fase positiva estendida, todas geradas pelo DYNAblast 1.1 (2024). Por outro lado, o Gráfico 15 apresenta as mesmas curvas, com os mesmos tipos de carregamentos, mas com a análise dinâmica realizada no ABAQUS (2014).

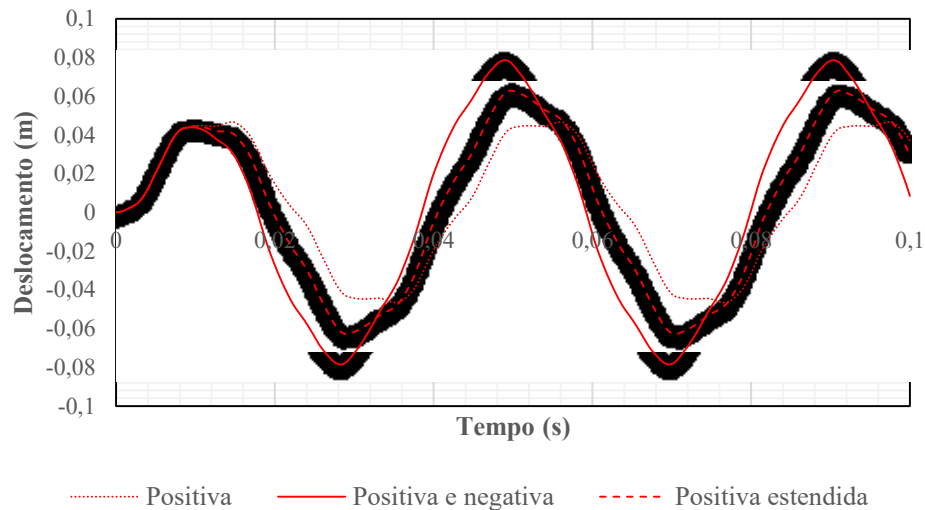
Gráfico 14 – Curva dos resultados da análise dinâmica linear no DYNAblast 1.1



Analisando detalhadamente os gráficos da análise dinâmica linear, observa-se que ambos os *softwares*, Gráficos 14 e 15, apresentam configurações semelhantes, com picos e vales atingindo praticamente a mesma altura. No entanto, as curvas geradas pelo DYNAblast 1.1 (2024) seguem uma trajetória contínua e linear, enquanto as do ABAQUS (2014) são mais irregulares e apresentam uma aparência descontínua.

Essas divergências devem-se ao fato de que o DYNAblast 1.1 (2024) considera predominantemente o primeiro modo de vibração, produzindo resultados mais simplificados. Em contraste, o ABAQUS (2014) incorpora múltiplos modos de vibração, produzindo essas distorções nas curvas. Tal fato pode ser visto tanto nos gráficos da análise dinâmica linear, como na da não linear.

Gráfico 15 – Curva dos resultados da análise dinâmica linear no ABAQUS



O Gráfico 16 mostra as curvas da análise dinâmica não linear obtidas pelo DYNAblast 1.1 (2024), onde observa-se que a fase positiva segue a mesma frequência da fase positiva estendida. Isso ocorre porque ambas são determinadas através do carregamento calculado pela equação de Friedlander, diferentemente da fase positivas e negativa, que considera o polinômio cúbico, apresentando uma frequência um pouco menor.

Essa configuração também é adquirida nas curvas do Gráfico 17, que representam os resultados fornecidos pelo ABAQUS (2014). Assim como na análise linear, os picos e vales registrados em ambos os *softwares* atingem praticamente a mesma altura.

No entanto, as curvas do ABAQUS (2014) apresentam algumas distorções. Essas divergências, como já explicado, deve-se ao fato do DYNAblast 1.1 (2024) considerar apenas o primeiro modo de vibração, diferentemente do ABAQUS (2014), onde há interação de vários modos. Essa configuração mostra-se mais evidente na análise não linear, por conta da atuação da não linearidade geométrica e efeitos como as grande deformações.

Gráfico 16 – Curva dos resultados da análise dinâmica não linear no DYNAblast 1.1

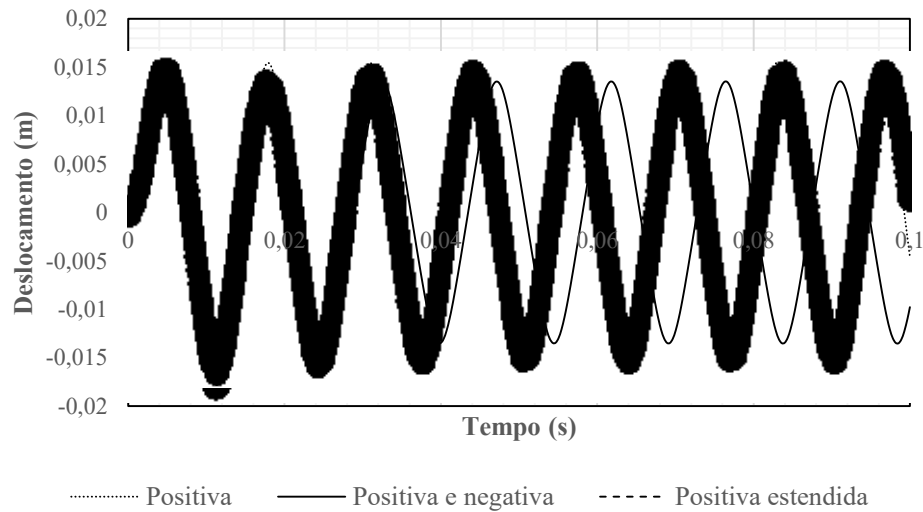
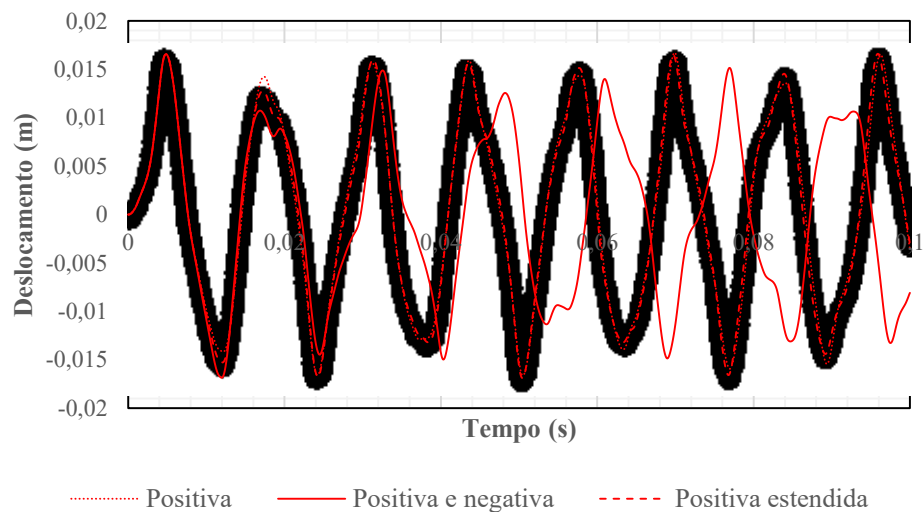


Gráfico 17 – Curva dos resultados da análise dinâmica não linear no ABAQUS



Através dos gráficos gerados pelos dois *softwares*, é possível identificar a correlação entre as curvas, permitindo concluir que a placa estudada foi calibrada corretamente. Para uma análise mais detalhada, foram elaboradas tabelas destacando os deslocamentos máximos no DYNAblast 1.1 (2024) e no ABAQUS (2014), além do tempo em que esses valores foram registrados. Adicionalmente, foi indicado o deslocamento no ABAQUS (2014) no mesmo instante em que o DYNAblast 1.1 (2024) apresentou seu desvio máximo. Com essas informações, calculou-se a margem de diferença do ABAQUS (2014) em relação ao DYNAblast 1.1 (2024), proporcionando uma validação mais precisa e detalhada do modelo.

A Tabela 10 apresenta os deslocamentos máximos obtidos pelos *softwares* DYNAblast 1.1 (2024) e ABAQUS (2014) para a fase positiva linear. A diferença entre

os valores registrados pelos dois programas foi de 2,44%, enquanto para os fornecidos no mesmo intervalo de tempo, essa porcentagem foi de 7,33%.

Já a Tabela 11 mostra o comportamento na fase positiva não linear. Nesse caso, a diferença entre os deslocamentos máximos atingidos pelos dois *softwares* foi de 7,04%, enquanto considerando o mesmo tempo, essa margem foi de 6,08%

Tabela 10 – Deslocamentos máximos da fase positiva linear

	Tempo (s)	Deslocamento (m)	Margem (%)
DYNAbast 1.1	0,0121	0,04792	-
ABAQUS	0,0121	0,04441	7,33↓
ABAQUS	0,0146	0,04675	2,44↓

Tabela 11 – Deslocamentos máximos da fase positiva não linear

	Tempo (s)	Deslocamento (m)	Margem (%)
DYNAbast 1.1	0,0048	0,01562	-
ABAQUS	0,0048	0,01657	6,08↑
ABAQUS	0,0669	0,01672	7,04↑

Continuando a análise, a Tabela 12 descreve os resultados da fase positiva estendida linear. O deslocamento máximo obtido pelos *softwares* foi muito próximo, apresentando uma diferença de menos de 1%. No mesmo intervalo de tempo, essa diferença foi de 5,33%.

Tabela 12 – Deslocamentos máximos da fase positiva estendida linear

	Tempo (s)	Deslocamento (m)	Margem (%)
DYNAbast 1.1	0,0519	0,06248	-
ABAQUS	0,0519	0,05915	5,33↓
ABAQUS	0,0911	0,06289	0,66↑

A Tabela 13 apresenta os valores para a fase positiva estendida não linear. A margem de divergência para os deslocamentos máximos foi de 6,75% e no mesmo intervalo de tempo, essa porcentagem não teve uma variação significativa, sendo apresentada por 6,56%.

A tabela 14 indica os resultados obtidos para a fase positiva e negativa, considerando o polinômio cúbico. A margem de divergência entre os dois *softwares* para o deslocamento máximo foi de 4,77%, enquanto que, para o mesmo intervalo de tempo, a diferença foi de 3,57%. Já na tabela 15, o deslocamento máximo obtido tanto no DYNAbast 1.1 (2024) quanto no ABAQUS (2014) ocorreu no mesmo intervalo de tempo, apresentando uma diferença de 6,08%.

Tabela 13 – Deslocamentos máximos da fase positiva estendida não linear

	Tempo (s)	Deslocamento (m)	Margem (%)
DYNAblast 1.1	0,0048	0,01555	-
ABAQUS	0,0048	0,01657	6,56↑
ABAQUS	0,0959	0,01660	6,75↑

Tabela 14 – Deslocamentos máximos da fase positiva e negativa linear

	Tempo (s)	Deslocamento (m)	Margem (%)
DYNAblast 1.1	0,0897	0,07502	-
ABAQUS	0,0897	0,07770	3.57↑
ABAQUS	0,0490	0,07860	4.77↑

Tabela 15 – Deslocamentos máximos da fase positiva e negativa não linear

	Tempo (s)	Deslocamento (m)	Margem (%)
DYNAblast 1.1	0,0048	0,01562	-
ABAQUS	0,0048	0,01657	6,08↑
ABAQUS	0,0048	0,01657	6,08↑

5. ANÁLISES PARAMÉTRICAS

Após a validação do modelo apresentada no Capítulo 4, foram realizadas análises paramétricas com o intuito de investigar a influência de diferentes parâmetros no comportamento estrutural da placa sob carregamento explosivo. As análises focaram em três parâmetros: o coeficiente beta (β), a massa de TNT (W_{TNT}) e a distância escalada (Z).

O coeficiente beta (β), que representa a razão entre a maior e a menor dimensão da estrutura, foi empregado nos valores de 1; 1,5 e 2. Com base nisso, permite-se uma investigação de que forma a alteração da geometria da estrutura influencia no seu comportamento dinâmico. O intervalo escolhido foi motivado pelo estudo de Reis (2019), que indica que placas com coeficientes maiores que 2,5 apresentam comportamento semelhante ao de vigas, não sendo o escopo do estudo em questão.

Em relação à massa de TNT (W_{TNT}), foram empregados os valores de 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70 e 80 kg. Esse intervalo escolhido deu-se para obter uma investigação detalhada do efeito do aumento do carregamento explosivo sobre a estrutura, tendo-se a avaliação da resposta da placa sob diferentes magnitudes.

Para a distância escalada (Z), definida como a relação entre a distância R (distância entre o explosivo e o anteparo) e a raiz cúbica da massa de TNT (W_{TNT}), determinou-se o intervalo de 5, 10, 15, 20, 25 e 30 m/kg^{1/3}. Este parâmetro é diretamente proporcional à distância R , permitindo uma análise detalhada da resposta estrutural em relação à dispersão da energia explosiva ao longo da distância.

Todas as combinações dessas variações foram aplicadas a três tipos de carregamentos diferentes, considerando três formas distintas de modelar a carga explosiva: apenas a fase positiva, a fase positiva estendida utilizando a equação de Friedlander e a fase positiva e negativa, empregando o polinômio cúbico para esta fase negativa. Dessa forma, para cada tipo de carregamento, foram obtidos 144 resultados distintos, totalizando 432 análises rodadas no ABAQUS (2014) para o estudo em questão.

Com a obtenção dos resultados a partir da variação desses parâmetros, destacaram-se dois pontos principais para o estudo: a influência da massa de TNT (W_{tnt}) e da distância escalada (Z) no comportamento da placa, e a influência da

consideração da fase negativa da carga explosiva. Para a obtenção dos gráficos utilizados na realização dessas análises e comparações, foram selecionados os maiores deslocamentos para cada caso.

5.1. Parâmetros da explosão

O cálculo dos parâmetros foi realizado considerando uma explosão do tipo esférica. As equações (76) a (80), apresentadas no Capítulo 2, foram empregadas para determinar o tempo da fase positiva (t_d), o impulso da fase positiva (i_d), o impulso da fase negativa (i_d^-), a pressão máxima ($p_{máx}$) e a pressão mínima ($p_{mín}$). Para a determinação da carga dinâmica, $P(t)$, utilizou-se a equação (86), conforme o tipo de carregamento aplicado, e a equação (88) foi aplicada para calcular o tempo da fase negativa.

A obtenção do coeficiente de decaimento da explosão (a') foi executada utilizando o DYNAblast 1.1 (2024). Observou-se que os valores deste coeficiente variaram exclusivamente em função da distância escalada (Z), conforme detalhado na Tabela 16. Tal comportamento também foi identificado na determinação da pressão máxima ($p_{máx}$) e mínima ($p_{mín}$), como destacado na Tabela 17, apresentando juntamente o percentual de divergência entre esses parâmetros.

Tabela 16 – Coeficiente de decaimento em função de Z

	$Z \text{ (kg/m}^{1/3}\text{)}$					
	5	10	15	20	25	30
a'	1,094	0,54	0,612	0,655	0,652	0,598

Tabela 17 – $P_{máx}$ e $P_{mín}$ em função de Z

	$Z \text{ (kg/m}^{1/3}\text{)}$					
	5	10	15	20	25	30
$P_{máx}$ (Pa)	73124,44	23041,6	12871,98	8515,96	6181,17	4757,36
$P_{mín}$ (Pa)	22223,67	9619,92	5894,58	4164,16	3180,24	2551,58
%	69,61	58,25	54,21	51,10	48,55	46,37

Importante destacar que, conforme a distância escalada (Z) aumenta, o percentual de diferença entre a pressão máxima ($p_{máx}$) e a pressão mínima ($p_{mín}$)

diminui. Outro ponto a ser abordado é que os parâmetros da explosão não apresentaram nenhuma interferência em função da variação do coeficiente β .

A distância R , expressa em metros, pode ser determinada pela Equação (75), sendo obtida pela multiplicação de Z pela raiz cubica da massa de TNT (W_{TNT}), ou seja, sendo diretamente proporcional a esses parâmetros. Dessa forma, utilizando todos os valores aplicados no estudo para Z e W_{TNT} , obtém-se a Tabela 18, com as respectivas distâncias.

Tabela 18 – Distância R (m).

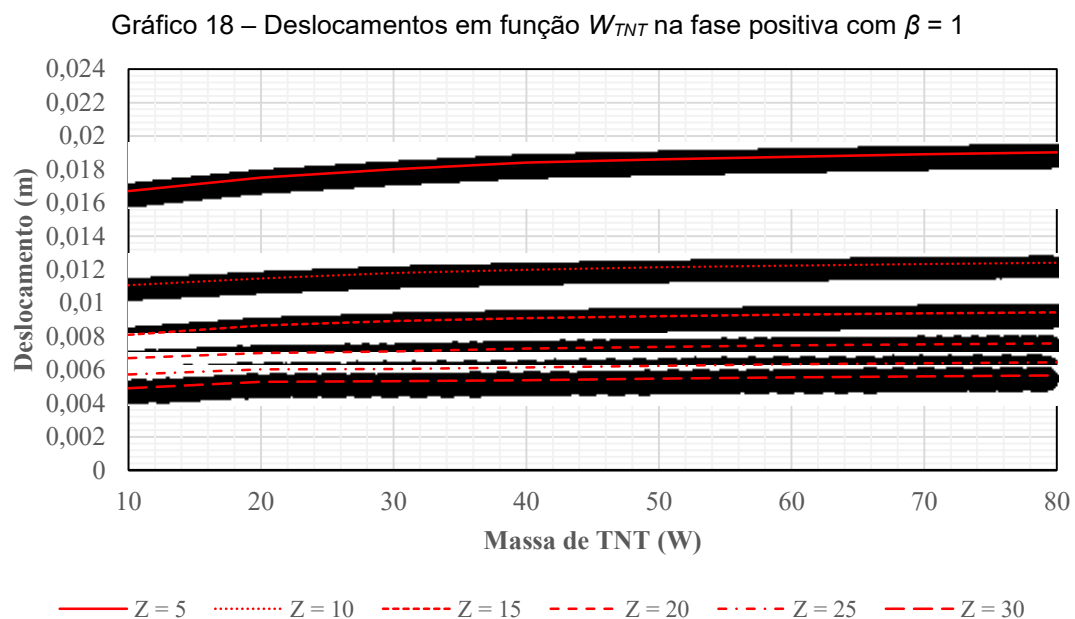
Z (m/kg ^{1/3})	W_{TNT} (kg)							
	10	20	30	40	50	60	70	80
5	10,77	13,57	15,54	17,10	18,42	19,57	20,61	21,54
10	21,54	27,14	31,07	34,20	36,84	39,15	41,21	43,09
15	32,32	40,72	46,61	51,30	55,26	58,72	61,82	64,63
20	43,09	54,29	62,14	68,40	73,68	78,30	82,43	86,18
25	53,86	67,86	77,68	85,50	92,10	97,87	103,03	107,72
30	64,63	81,43	93,22	102,60	110,52	117,45	123,64	129,27

5.2. Parâmetro: Massa de TNT (W_{TNT})

O primeiro parâmetro avaliado foi o deslocamento em função do aumento da massa de TNT (W_{TNT}). De acordo com a Tabela 18, para a curva com $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$, a distância R varia de 10,77 m a 21,54 m. Já para $Z = 10 \text{ kg/m}^{1/3}$, os valores vão de 21,54 m a 43,09 m. Com $Z = 15 \text{ kg/m}^{1/3}$, o intervalo é de 32,32 m a 64,63 m. Esse padrão segue para as demais situações, tendo para $Z = 20 \text{ kg/m}^{1/3}$, distâncias de 43,09 m a 86,18 m; para $Z = 25 \text{ kg/m}^{1/3}$, de 53,86 m a 107,72 m; e, finalmente, para $Z = 30 \text{ kg/m}^{1/3}$, o intervalo varia de 64,63 m até 129,27 m. Essas informações estão inseridas na Tabela 18, sendo representadas pelas linhas, mostrando que conforme o Z é elevado, a distância entre o explosivo e o anteparo segue no mesmo padrão.

5.2.1. Fase positiva

Para a fase positiva, iniciando com $\beta = 1$, observa-se no Gráfico 18 que, à medida que o parâmetro Z vai sendo elevado, o valor adquirido pelo deslocamento se torna inferior, pois a distância entre a massa de TNT (W_{TNT}) e a estrutura estudada, aumenta. Assim, com $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$, a curva se encontra em uma região mais alta e, conforme a distância escalada cresce, as demais curvas se deslocam para baixo, sendo a curva de $Z = 30 \text{ kg/m}^{1/3}$ a que apresenta os menores deslocamentos.



A Tabela 19, apresenta todos os resultados obtidos, permitindo verificar que, para cada valor de Z , o deslocamento aumenta à medida que a massa de TNT é incrementada. Isso indica uma relação direta entre a elevação da massa explosiva e o aumento do deslocamento. O maior deslocamento para esse caso foi registrado em $W_{TNT} = 80 \text{ kg}$ e $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$, no valor de $0,019 \text{ m}$ e o menor em $W_{TNT} = 10 \text{ kg}$ e $Z = 30 \text{ kg/m}^{1/3}$, com resultado de $0,00492 \text{ m}$.

O mesmo padrão descrito nas curvas do $\beta = 1$ se repete para $\beta = 1,5$, conforme indicado no Gráfico 19. A curva correspondente a $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$ se encontra na região mais alta, enquanto a curva para $Z = 30 \text{ kg/m}^{1/3}$ aparece na região mais baixa, com as demais em situação intermediária. O maior deslocamento registrado, assim como em $\beta = 1$, foi para $W_{TNT} = 80 \text{ kg}$ e $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$, enquanto o menor ocorreu em $W_{TNT} = 10 \text{ kg}$ e $Z = 30 \text{ kg/m}^{1/3}$, apresentando resultados no valor de $0,02187 \text{ m}$ e $0,00632 \text{ m}$,

respectivamente, como apontados na Tabela 20. Assim com $\beta = 1$, o comportamento para $\beta = 1,5$ foi similar, a Tabela 20 indica que para cada Z , o deslocamento aumenta, mostrando-se diretamente proporcional a massa de TNT (W_{TNT}).

Tabela 19 – Deslocamentos (m) da placa na fase positiva com $\beta = 1$

	$Z \text{ (kg/m}^{1/3}\text{)}$					
	5	10	15	20	25	30
10 kg	0,0167	0,01107	0,008113	0,006707	0,005722	0,004915
20 kg	0,0175	0,011485	0,008654	0,007022	0,006034	0,005284
30 kg	0,018	0,011797	0,008923	0,007117	0,006051	0,005322
40 kg	0,0184	0,011996	0,009095	0,007273	0,006149	0,005376
50 kg	0,0186	0,012139	0,009218	0,007384	0,006256	0,005477
60 kg	0,018759	0,012249	0,009312	0,00747	0,006338	0,005554
70 kg	0,018899	0,012336	0,009388	0,007539	0,006403	0,005617
80 kg	0,019015	0,012408	0,009451	0,007597	0,006458	0,005668

Gráfico 19 – Deslocamentos em função W_{TNT} na fase positiva com $\beta = 1,5$

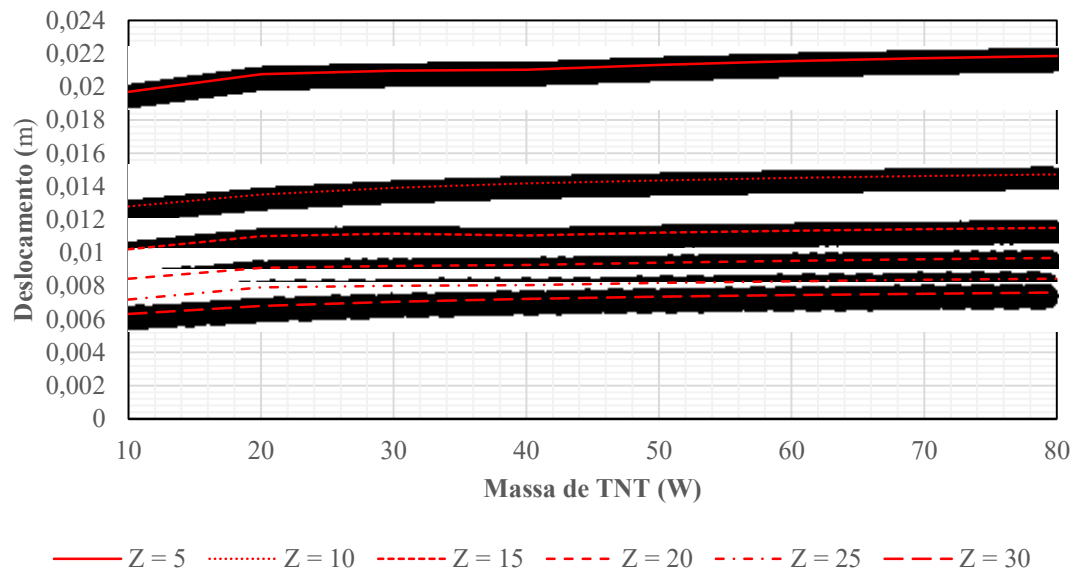


Tabela 20 – Deslocamentos (m) da estrutura na fase positiva com $\beta = 1,5$

	$Z \text{ (kg/m}^{1/3}\text{)}$					
	5	10	15	20	25	30
10 kg	0,0197	0,012798	0,010224	0,008446	0,007184	0,006324
20 kg	0,020768	0,013507	0,011014	0,009103	0,007916	0,006806
30 kg	0,020978	0,013923	0,011166	0,009216	0,008013	0,007057
40 kg	0,021032	0,014185	0,011048	0,009266	0,008055	0,007236
50 kg	0,021326	0,014371	0,01121	0,009414	0,008192	0,007364
60 kg	0,021548	0,014512	0,011335	0,009526	0,008296	0,007462
70 kg	0,021724	0,014628	0,011434	0,009617	0,008381	0,00754
80 kg	0,021868	0,014723	0,011517	0,009691	0,00845	0,007605

Para $\beta = 2$, as curvas apresentaram comportamento semelhante aos demais, porém o maior deslocamento foi identificado com $W_{TNT} = 30$ kg e $Z = 5$ kg/m^{1/3}, no valor de 0,02129 m, enquanto o menor apareceu em $W_{TNT} = 10$ kg e $Z = 30$ kg/m^{1/3}, com 0,00706 m. No Gráfico 20, pode-se observar que os deslocamentos aumentam até no máximo $W_{TNT} = 30$ kg e posteriormente, começam a diminuir, podendo ser averiguado através da Tabela 21.

Outro ponto analisado, conforme a Tabela 21, é que, ao contrário dos outros valores de β , para cada Z , o deslocamento não segue um padrão consistente de aumento à medida que a massa de TNT (W_{TNT}) é elevada.

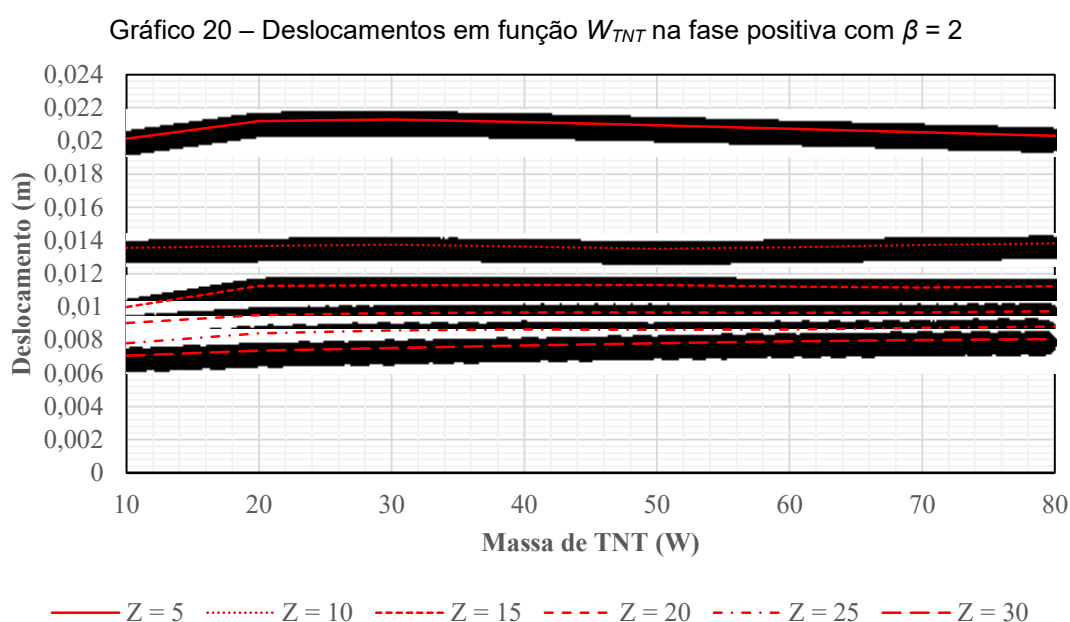


Tabela 21 – Deslocamentos (m) da estrutura na fase positiva com $\beta = 2$

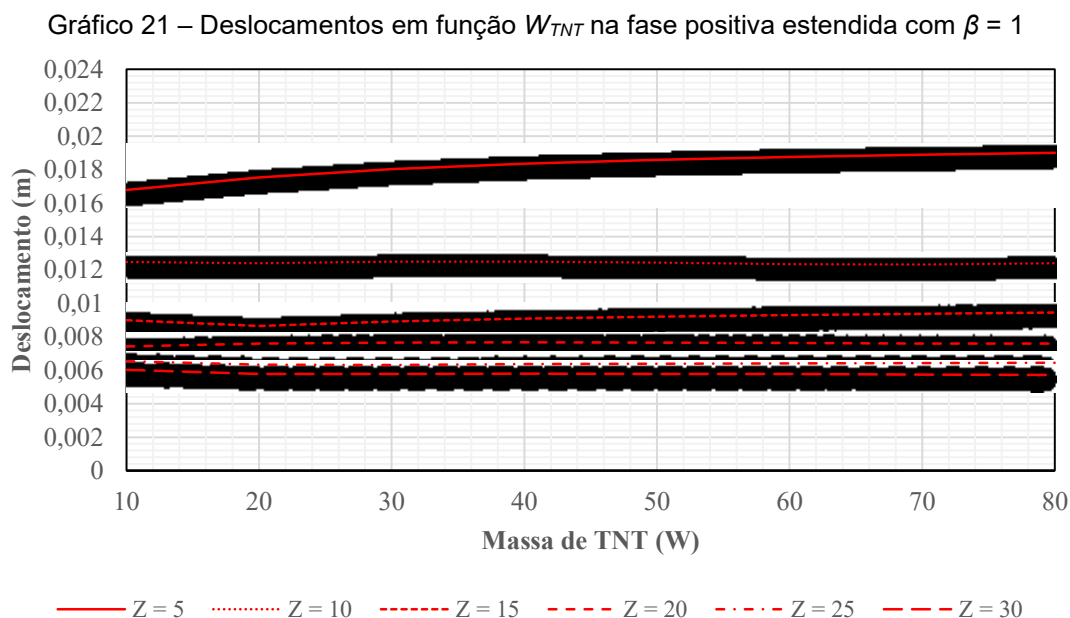
	Z (kg/m ^{1/3})					
	5	10	15	20	25	30
10 kg	0,020133	0,013555	0,00998	0,009035	0,007814	0,007055
20 kg	0,021194	0,013668	0,011263	0,0095	0,008407	0,00736
30 kg	0,021288	0,013743	0,011311	0,009615	0,008583	0,007512
40 kg	0,021136	0,013636	0,011326	0,009661	0,008643	0,007681
50 kg	0,020948	0,013497	0,011319	0,009671	0,008627	0,007815
60 kg	0,02073	0,013605	0,01122	0,009641	0,008646	0,007918
70 kg	0,020515	0,013727	0,011163	0,009666	0,008733	0,007999
80 kg	0,020313	0,013827	0,011252	0,009746	0,008804	0,008067

A placa com $\beta = 2$ exibiu um comportamento distinto das outras. Tal situação pode ser explicada no sentido de que, para $\beta = 1$, a distribuição das tensões e

deformações é mais simétrica. Em contraste, para $\beta = 2$, há o surgimento de uma assimetria devido ao alongamento da placa, levando a padrões de deformações mais complexos, resultando nessa divergência do comportamento.

5.2.2. Fase positiva estendida

Nessa análise, considera-se a atuação da fase negativa, através da extensão da equação de Friedlander, observa-se que as curvas seguem o mesmo panorama do que quando só ocorre atuação da fase positiva, como pode ser visto no gráfico. À medida que o parâmetro Z aumenta, as curvas de deslocamento vão se posicionando mais abaixo. O maior deslocamento registrado, assim como no item 5.2.1, ocorre para $W_{TNT} = 80$ kg e $Z = 5$ kg/m^{1/3}, com resultado de 0,019 m. Por outro lado, o menor, diferente da configuração $\beta = 1$ na fase positiva, foi indicado para $W_{TNT} = 80$ kg e $Z = 30$ kg/m^{1/3} com valor de 0,00572 m.



Desse modo, quando a fase negativa é considerada, as circunstâncias são invertidas em relação ao menor deslocamento, sendo apontado no maior Z e para maior massa de TNT, mostrando assim, que diante dessa situação a fase negativa apresenta uma influência significativa.

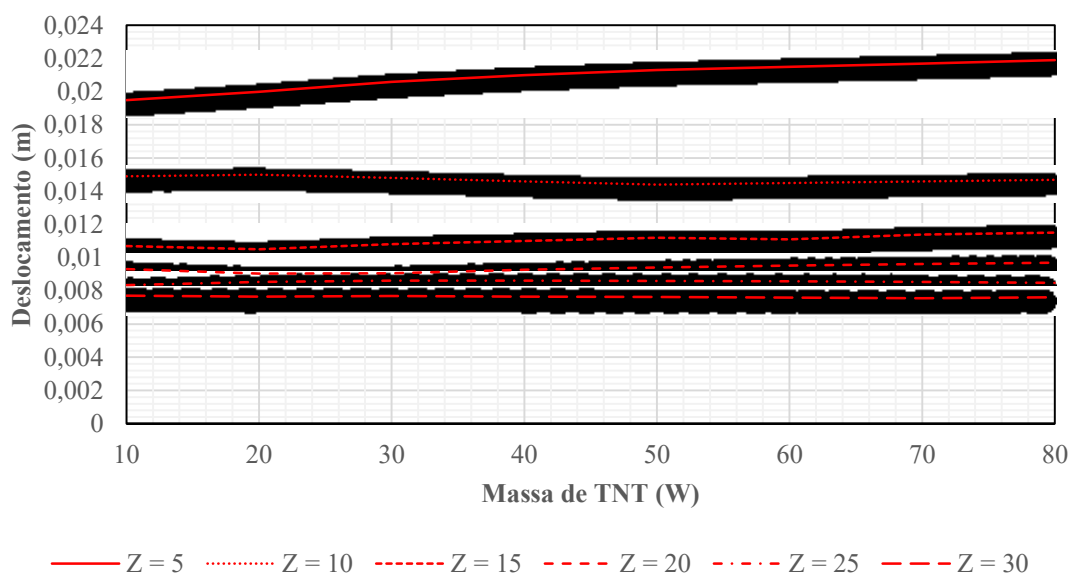
A Tabela 22 apresenta todos os resultados, permitindo verificar que, à medida que o parâmetro Z aumenta, o comportamento em função da massa de TNT apresenta variações distintas em comparação com os resultados observados quando se considera apenas a fase positiva.

Tabela 22 – Deslocamentos (m) da estrutura na fase positiva estendida com $\beta = 1$

	Z					
	5	10	15	20	25	30
10 kg	0,016799	0,012479	0,009007	0,007432	0,006555	0,006034
20 kg	0,017545	0,012399	0,008654	0,007607	0,006331	0,005785
30 kg	0,018033	0,012494	0,008923	0,00766	0,006318	0,005784
40 kg	0,018354	0,012495	0,009095	0,007671	0,006371	0,005798
50 kg	0,018583	0,01244	0,009218	0,007658	0,006403	0,005791
60 kg	0,018759	0,012342	0,009312	0,00763	0,006422	0,005773
70 kg	0,018899	0,012336	0,009388	0,007595	0,006432	0,00575
80 kg	0,019015	0,012408	0,009451	0,007597	0,006458	0,005723

No Gráfico 22 verifica-se a análise paramétrica para o caso $\beta = 1,5$, as curvas seguem configurações semelhantes aos das demais análises. O maior deslocamento obtido foi no valor de 0,0219 m, em $W_{TNT} = 80$ kg e $Z = 5$ kg/m^{1/3}. Em contrapartida, o menor, assim como averiguado no caso de $\beta = 1$, sucedeu com $Z = 30$ kg/m^{1/3}, porém com carga de $W_{TNT} = 70$ kg, resultando em um deslocamento de 0,00756 m.

Gráfico 22 – Deslocamentos em função W_{TNT} na fase positiva estendida com $\beta = 1.5$



Na Tabela 23 estão expostos os deslocamentos para $\beta = 1,5$. É fundamental ressaltar que o parâmetro Z não corresponde à distância absoluta até anteparo. Para uma melhor compreensão dos resultados em função da longevidade do explosivo, é preciso consultar a Tabela 18, onde estão indicadas as distâncias R , em metros, em função de W_{TNT} e Z .

Tabela 23 – Deslocamentos (m) da estrutura na fase positiva estendida com $\beta = 1,5$

	$Z \text{ (kg/m}^{1/3}\text{)}$					
	5	10	15	20	25	30
10 kg	0,0195	0,0149	0,0107	0,00931	0,00835	0,00771
20 kg	0,02	0,015	0,0105	0,00905	0,00854	0,00766
30 kg	0,0206	0,0148	0,010823	0,009061	0,008612	0,007684
40 kg	0,021	0,0146	0,011	0,00927	0,00862	0,00766
50 kg	0,0213	0,0144	0,0112	0,00941	0,0086	0,00763
60 kg	0,0215	0,0145	0,0111	0,00953	0,00857	0,00759
70 kg	0,0217	0,0146	0,0114	0,00962	0,00853	0,00756
80 kg	0,0219	0,0147	0,0115	0,00969	0,00849	0,00761

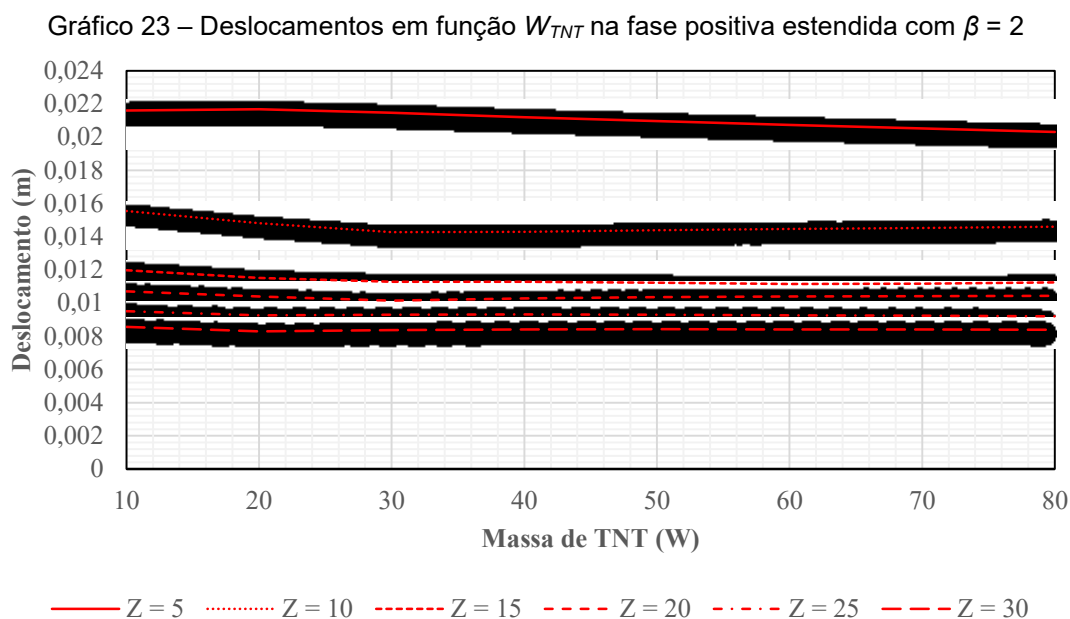
As análises com o coeficiente $\beta = 2$ proporcionaram resultados um pouco distintos em comparação com os outros valores de β . O maior deslocamento foi apresentado com $W_{TNT} = 20 \text{ kg}$ e $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$, com valor de 0,02168 m, enquanto o menor com $W_{TNT} = 20 \text{ kg}$ e $Z = 30 \text{ kg/m}^{1/3}$, fornecendo 0,008291 m. Apesar dessas irregularidades, o comportamento geral das curvas segue o esperado como ilustrado no Gráfico 23, alinhando-se com as tendências observadas nas análises anteriores. A Tabela 24 descreve esse comportamento.

Tabela 24 – Deslocamentos (m) da estrutura na fase positiva estendida com $\beta = 2$

	$Z \text{ (kg/m}^{1/3}\text{)}$					
	5	10	15	20	25	30
10 kg	0,021607	0,015551	0,011975	0,010697	0,00951	0,008561
20 kg	0,02168	0,014806	0,011518	0,010387	0,00926	0,008291
30 kg	0,021459	0,014279	0,011286	0,010147	0,009298	0,008376
40 kg	0,021193	0,014285	0,011286	0,010285	0,00931	0,008411
50 kg	0,02096	0,014379	0,011227	0,010362	0,009292	0,00842
60 kg	0,020731	0,014465	0,011152	0,010401	0,009263	0,008416
70 kg	0,020515	0,014532	0,011163	0,010418	0,00923	0,008408
80 kg	0,020313	0,014593	0,011252	0,010427	0,009192	0,008393

O fato de o menor deslocamento ocorrer com uma massa inferior de explosivo, diferentemente do que ocorreu com $\beta = 1$ e $\beta = 1,5$, pode ser justificado pelo impacto da não linearidade geométrica na resposta da estrutura, o que pode provocar tais

diferenças. Além disso, existe a possibilidade dessa situação está correlacionada com a energia da explosão e a resposta da estrutura apresentarem um vínculo distinto, assim, quando a massa de TNT for menor, a energia pode resultar em deslocamentos iniciais baixos. Para alcançar explicações mais específicas sobre esse evento, seria necessária uma investigação mais aprofundada do mesmo.



5.2.3. Fase positiva e negativa

Para esse caso de estudo, a fase negativa também foi levada em consideração, porém o cálculo realizado através da utilização do polinômio cúbico. A maior deformação quando verificado $\beta = 1$, segue o padrão observado na maioria das outras situações de estudo, ocorrendo em $W_{TNT} = 80$ kg e $Z = 5$ kg/m^{1/3}, com um valor de 0,019 m. Enquanto o menor deslocamento foi registrado em $W_{TNT} = 50$ kg e $Z = 30$ kg/m^{1/3}, com 0,00548 m.

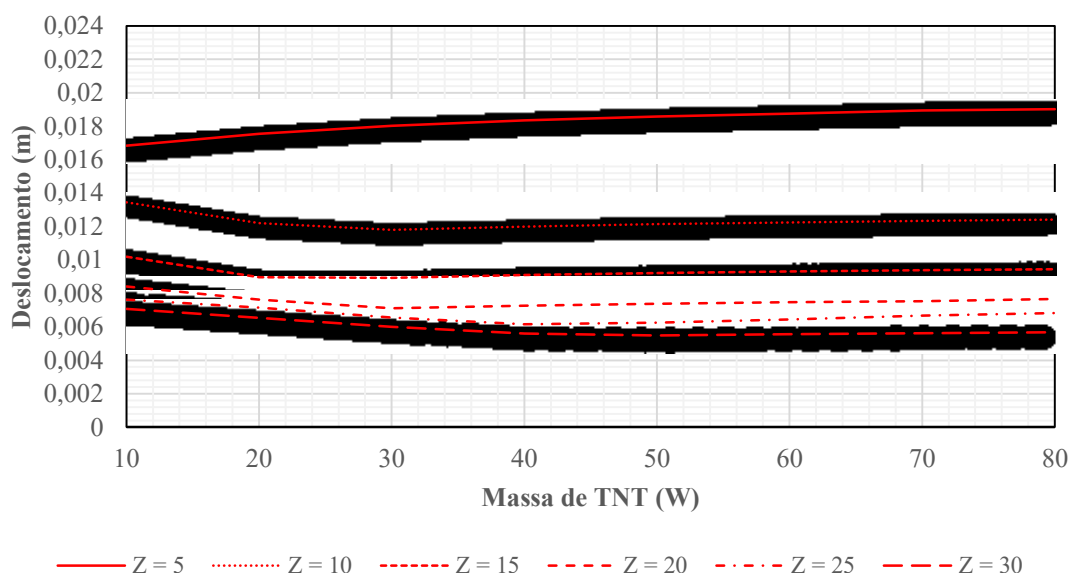
O Gráfico 24, descreve a trajetória das curvas em função do parâmetro Z , seguindo o mesmo padrão das demais. Para $Z = 5$ kg/m^{1/3}, a localização da curva se dá no ponto mais alto e conforme aumentando o valor desse parâmetro, as curvas se deslocam para posições inferiores. Isso indica que, à medida que Z aumenta, os deslocamentos tendem a diminuir.

Na Tabela 25, observa-se que com exceção da curva de $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$, em que o deslocamento aumenta de maneira consistente com a elevação da massa de TNT (W_{TNT}), para os demais valores de Z , as deformações são mais acentuadas para massas menores. Observe-se um comportamento em que, à medida que a massa de TNT (W_{TNT}) cresce, o valor da deformação diminui inicialmente, mas em determinada massa de TNT, que depende do Z averiguado, ele volta a aumentar.

Tabela 25 – Deslocamentos (m) da estrutura na fase positiva e negativa com $\beta = 1$

	$Z \text{ (kg/m}^{1/3}\text{)}$					
	5	10	15	20	25	30
10 kg	0,016838	0,013443	0,010202	0,008412	0,007628	0,007076
20 kg	0,017545	0,012202	0,008976	0,00762	0,007143	0,00654
30 kg	0,018033	0,011797	0,008923	0,007119	0,006565	0,006
40 kg	0,018354	0,011996	0,009095	0,007274	0,006149	0,00559
50 kg	0,018583	0,012139	0,009218	0,007386	0,006256	0,00548
60 kg	0,018759	0,012249	0,009312	0,007472	0,006446	0,005554
70 kg	0,018935	0,012336	0,009388	0,007541	0,006667	0,005617
80 kg	0,019015	0,012408	0,009451	0,007669	0,006833	0,00567

Gráfico 24 - Deslocamentos em função W_{TNT} na fase positiva e negativa com $\beta = 1$



Para $\beta = 1,5$, o padrão observado é semelhante aos anteriores, com $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$ na parte superior das curvas, enquanto $Z = 30 \text{ kg/m}^{1/3}$ se encontra na parte inferior, com os demais situando-se em posições intermediárias. O maior e o menor

deslocamentos registrados são indicados pelos mesmos valores de massa de TNT e Z encontrados para $\beta = 1$, ou seja, $W_{TNT} = 80$ kg e $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$ e $W_{TNT} = 50$ kg e $Z = 30 \text{ kg/m}^{1/3}$, com valores de 0,021868 m e 0,007364 m, respectivamente. As curvas e o comportamento do modelo estão detalhados no Gráfico 25 e o deslocamento na Tabela 26.

Inclusive, o mesmo padrão apresentado, em que para massas menores foi registrado um deslocamento elevado que diminuiu com o aumento da massa de TNT e, após um certo valor da massa de TNT, novamente que é distinto para cada Z , voltou a aumentar, também é fornecido nessa situação para todos os valores de Z , diferentemente do $\beta = 1$, onde o $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$ foi uma exceção.

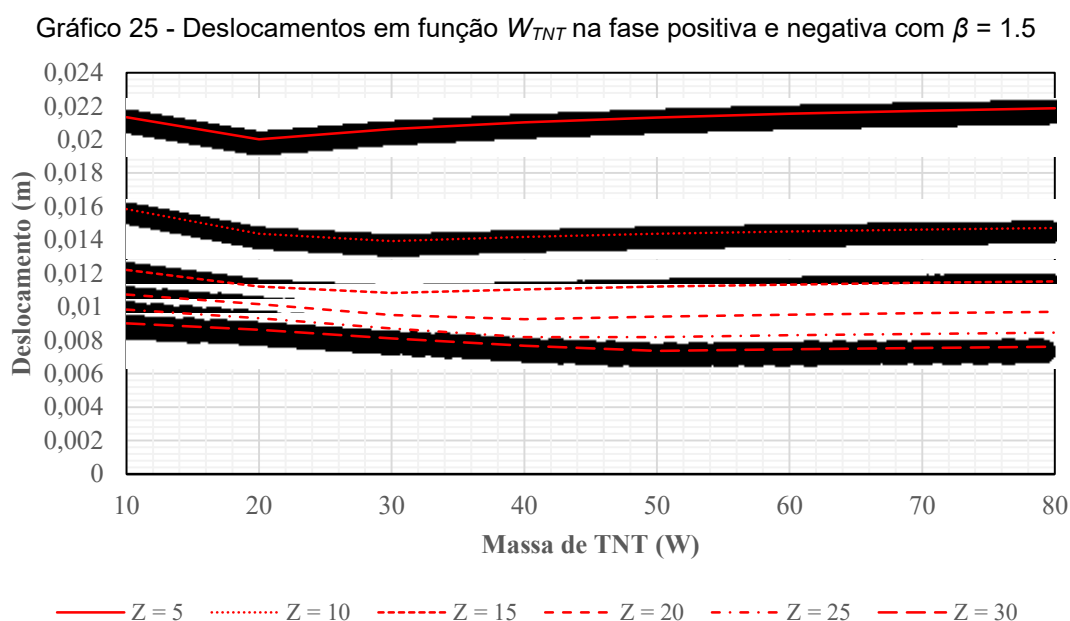


Tabela 26 – Deslocamentos (m) da estrutura na fase positiva e negativa com $\beta = 1,5$

	$Z \text{ (kg/m}^{1/3}\text{)}$					
	5	10	15	20	25	30
10 kg	0,021341	0,01584	0,01221	0,01074	0,009827	0,00901
20 kg	0,020016	0,014373	0,011207	0,010167	0,00932	0,008633
30 kg	0,020631	0,013923	0,010823	0,009508	0,008699	0,008106
40 kg	0,021032	0,014185	0,011048	0,009266	0,008188	0,007674
50 kg	0,021326	0,014371	0,01121	0,009414	0,008192	0,007364
60 kg	0,021548	0,014512	0,011335	0,009526	0,008296	0,007462
70 kg	0,021724	0,014628	0,011434	0,009617	0,008381	0,00754
80 kg	0,021868	0,014723	0,011517	0,009691	0,00845	0,007605

Para $\beta = 2$, não há divergências em relação às outras curvas, onde para $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$ está localizada na região mais alta, e, conforme Z aumenta, vão se situando

progressivamente mais abaixo. No entanto, o padrão apresentado anteriormente, em que para massas menores os deslocamentos eram elevados e diminuía com o aumento da massa de TNT para depois voltar a aumentar, não se aplica neste caso, pois os deslocamentos iniciam-se em valores elevados e diminuem aos poucos, como mostrado no Gráfico 26.

A partir da Tabela 27, encontra-se o maior deslocamento em $W_{TNT} = 10$ kg e $Z = 5$ kg/m^{1/3}, registrando 0,02377 m e o menor em $W_{TNT} = 60$ kg e $Z = 30$ kg/m^{1/3}, com 0,007918 m.

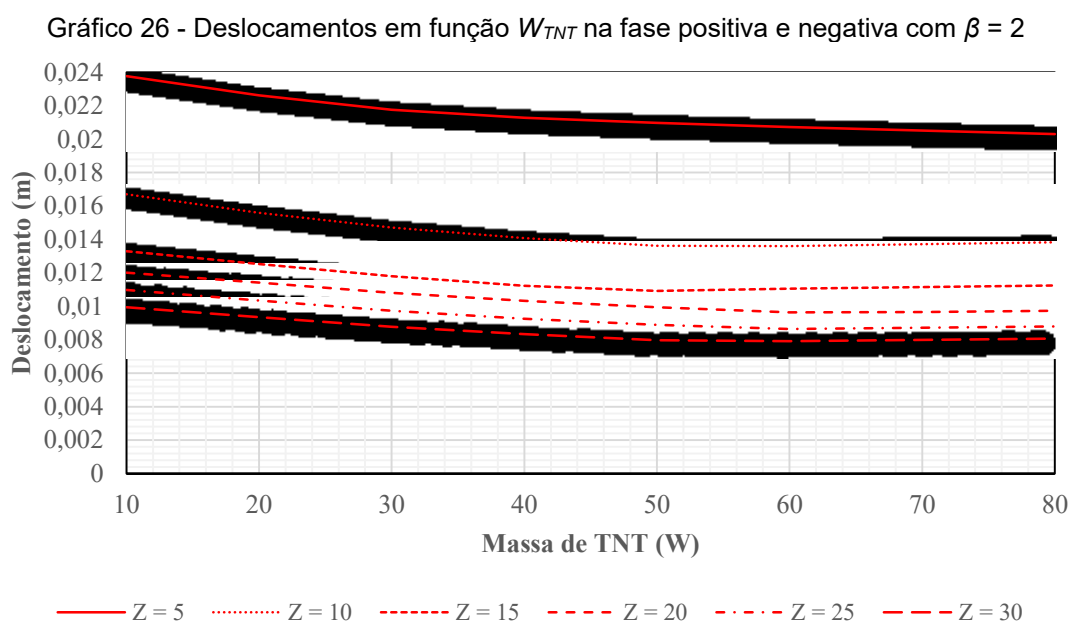


Tabela 27 – Deslocamentos (m) da estrutura na fase positiva e negativa com $\beta = 2$

	Z (kg/m ^{1/3})					
	5	10	15	20	25	30
10 kg	0,02377	0,016702	0,0133	0,012015	0,010975	0,009958
20 kg	0,022622	0,015591	0,012526	0,011422	0,010353	0,009354
30 kg	0,021771	0,014708	0,011804	0,010818	0,009741	0,008777
40 kg	0,021276	0,014087	0,011235	0,010341	0,009265	0,008342
50 kg	0,020976	0,013616	0,010923	0,009948	0,008898	0,00798
60 kg	0,020732	0,013605	0,011056	0,00964	0,008646	0,007918
70 kg	0,020515	0,013727	0,011163	0,009666	0,008733	0,007999
80 kg	0,020313	0,013827	0,011256	0,009746	0,008804	0,008067

5.3. Parâmetro: Distância escalada (Z)

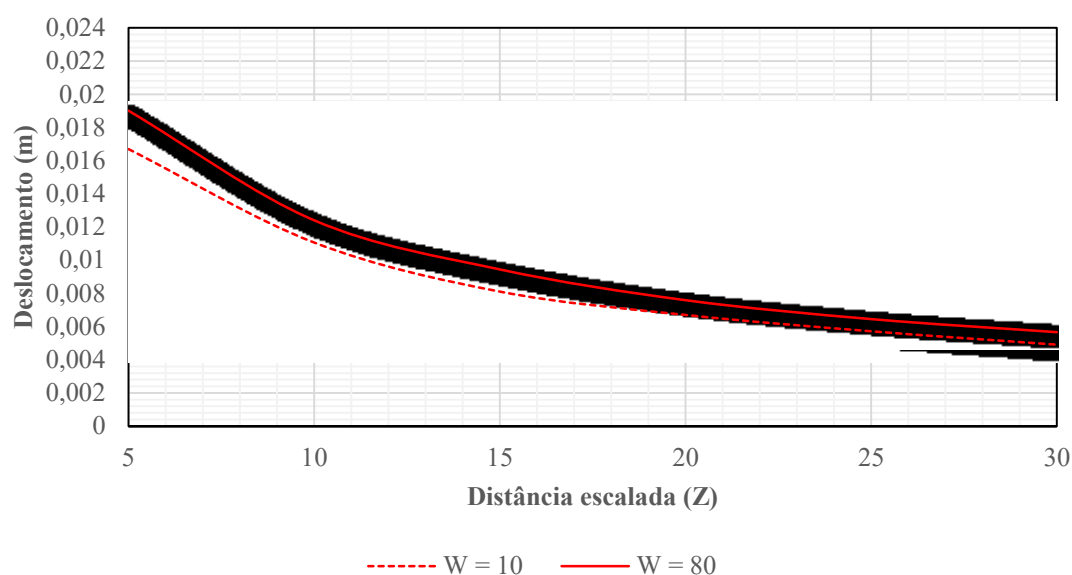
Para avaliar o comportamento da estrutura em função da distância escalada (Z), foram destacados os extremos de massa de TNT, com $W_{TNT} = 10$ kg representando a menor massa e $W_{TNT} = 80$ kg representando a maior massa. Conforme indicado na Tabela 18, para uma massa de TNT de 10 kg, as distâncias R começam em 10,77 m para $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$ e aumentam progressivamente, atingindo 64,63 m para $Z = 30 \text{ kg/m}^{1/3}$. Em contraste, para uma massa de 80 kg, as distâncias R iniciam-se em 21,24 m para $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$ e aumentam de forma mais acentuada, alcançando 129,27 m para $Z = 30 \text{ kg/m}^{1/3}$.

5.3.1. Fase positiva

Para a fase positiva, considerando $\beta = 1$, o Gráfico 27 revela que as curvas associadas às duas massas de explosivos ($W_{TNT} = 10$ kg e $W_{TNT} = 80$ kg) apresentam uma diferença considerável, que varia de aproximadamente 12% a quase 17%. É importante destacar que há alguns pontos em que a distância R é a mesma para ambas as massas de TNT, indicando que, nesse caso, o deslocamento para $W_{TNT} = 80$ kg é maior. Por exemplo, para $W_{TNT} = 10$ kg e $Z = 10 \text{ kg/m}^{1/3}$, a distância R é equivalente a $W_{TNT} = 80$ kg e $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$. A Tabela 28, detalha essas informações, assim como apresenta a porcentagem de divergência entre as duas curvas.

Tabela 28 – Deslocamentos (m) para $W_{TNT} = 10$ e 80 kg na fase positiva com $\beta = 1$

	$W = 10 \text{ kg}$	$W = 80 \text{ kg}$	%
5	0,0167	0,019015	13,86
10	0,01107	0,012408	12,09
15	0,008113	0,009451	16,48
20	0,006707	0,007597	13,26
25	0,005722	0,006458	12,86
30	0,004915	0,005668	15,32

Gráfico 27 – Deslocamentos em função Z na fase positiva com $\beta = 1$ 

Para $\beta = 1,5$, o Gráfico 28 ilustra a distinção entre as curvas para as duas massas de TNT, enquanto a Tabela 29 detalha essa diferença em termos percentuais, que varia de 11% a aproximadamente 21%. Isso indica que, para este valor de beta, a diferença entre as distâncias R é maior em comparação com o caso anterior ($\beta = 1$). Em certos pontos, a distância entre as duas curvas para $\beta = 1,5$ é significativamente maior, evidenciando um impacto mais acentuado da maior massa de TNT.

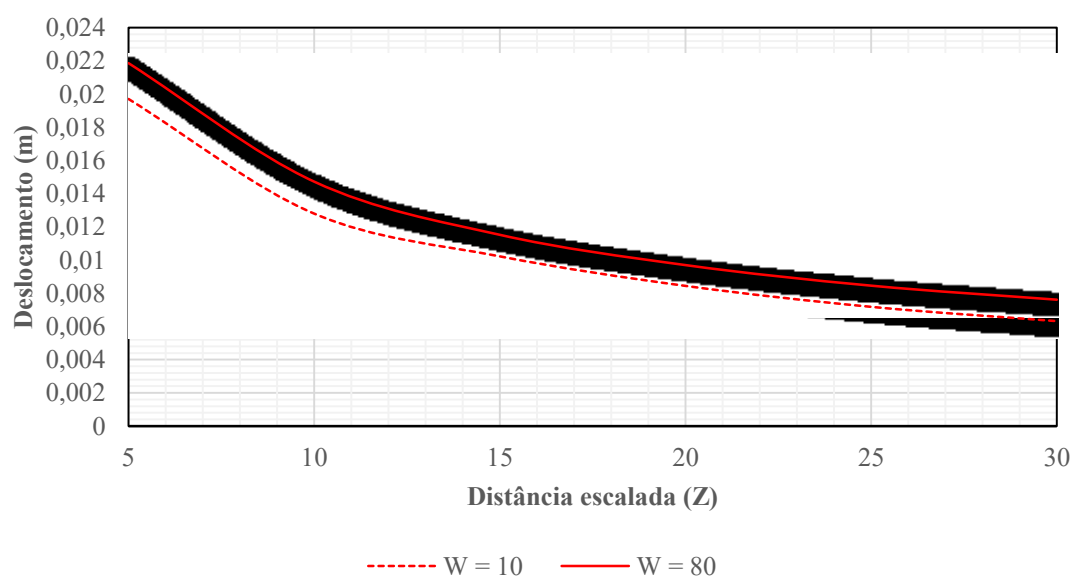
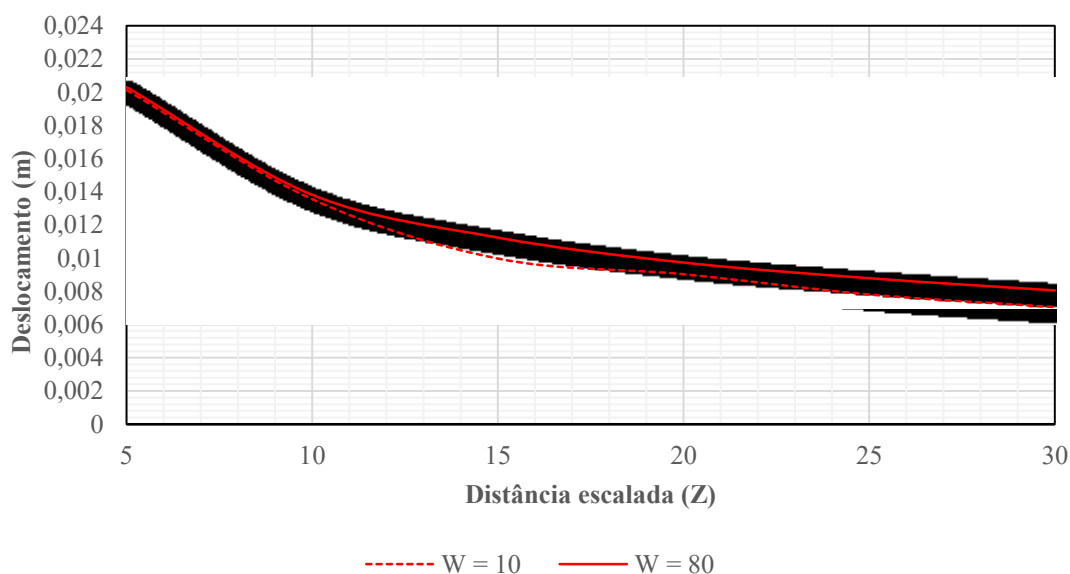
Gráfico 28 – Deslocamentos em função Z na fase positiva com $\beta = 1,5$ 

Tabela 29 – Deslocamentos (m) para $W_{TNT} = 10$ e 80 kg na fase positiva com $\beta = 1,5$

	W = 10 kg	W = 80 kg	%
5	0,0197	0,021868	11,01
10	0,012798	0,014723	15,05
15	0,010224	0,011517	12,64
20	0,008446	0,009691	14,75
25	0,007184	0,00845	17,62
30	0,006324	0,007605	20,27

Para $\beta = 2$, o Gráfico 29 mostra que, com $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$ e $Z = 10 \text{ kg/m}^{1/3}$, o deslocamento para ambas as massas de TNT não apresenta uma diferença significativa, resultando em valores semelhantes. No entanto, a partir de $Z = 15 \text{ kg/m}^{1/3}$, a distinção percentual entre as curvas aumenta, variando de aproximadamente 8% a 15%, como apontado na Tabela 30. Isso indica um comportamento divergente em relação aos casos anteriores ($\beta = 1$ e $\beta = 1,5$), indicando que o alongamento da placa apresenta influência na análise.

Gráfico 29 – Deslocamentos em função Z na fase positiva com $\beta = 2$ Tabela 30 – Deslocamentos (m) para $W_{TNT} = 10$ e 80 kg na fase positiva com $\beta = 2$

	W = 10 kg	W = 80 kg	%
5	0.020133	0.020313	0.89
10	0.013555	0.013827	2.00
15	0.00998	0.011252	12.74
20	0.009035	0.009746	7.87
25	0.007814	0.008804	12.68
30	0.007055	0.008067	14.35

5.3.2. Fase positiva estendida

Na fase positiva estendida, o Gráfico 30 mostra que as curvas para as duas massas de TNT estão mais próximas uma da outra, e em certos momentos alternam-se em relação ao maior deslocamento. Esse comportamento pode ser atribuído à influência da fase negativa. Conforme observado na Tabela 31, para $W_{TNT} = 80$ kg, não há alteração significativa quando comparado com os resultados obtidos apenas na fase positiva, já para $W = 10$ kg quando realizada essa correlação, observa-se que o valor do deslocamento é superior, indicando que a fase negativa tende a provocar maiores deslocamentos em menores massas de TNT observado ao longo da distância Z .

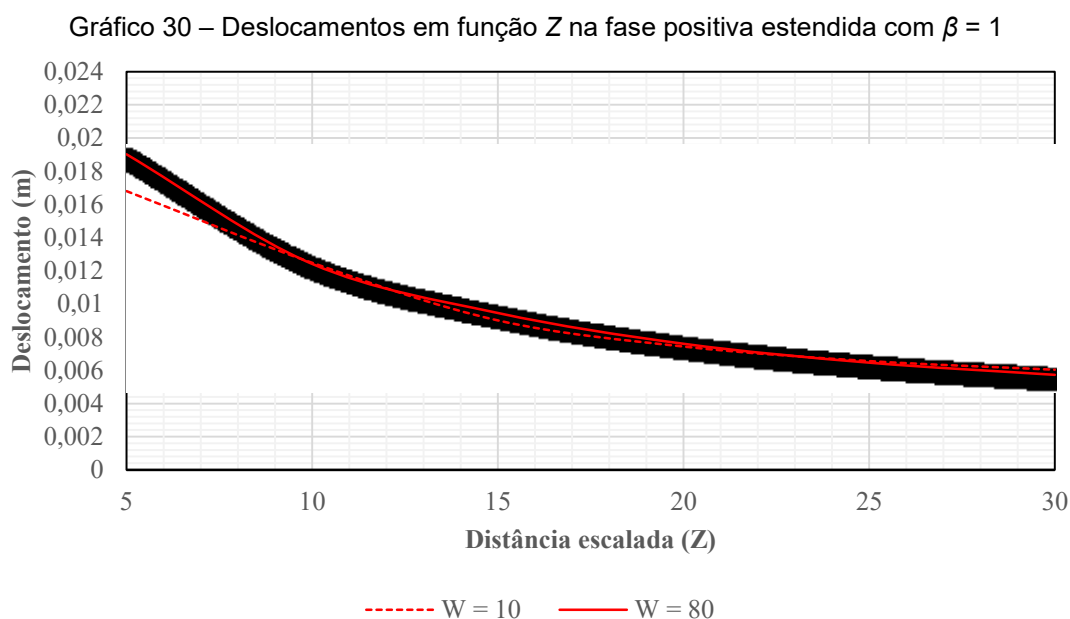


Tabela 31 – Deslocamentos (m) para $W_{TNT} = 10$ kg e 80 kg na fase positiva estendida com $\beta = 1$

	W = 10 kg	W = 80 kg	%
5	0,016799	0,019015	13,19
10	0,012479	0,012408	-0,56
15	0,009007	0,009451	4,92
20	0,007432	0,007597	2,22
25	0,006555	0,006458	-1,48
30	0,006034	0,005723	-5,16

Outro ponto é que estudos indicam que para $Z < 8 \text{ kg/m}^{1/3}$, a fase negativa não apresenta influência, podendo assim ser descartada, tal fato pode ser comprovado a partir da análise da Tabela 31, onde para $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$ tanto em $W_{TNT} = 10 \text{ kg}$ ou $W_{TNT} = 80 \text{ kg}$, o deslocamento é o mesmo que quando empregado somente a fase positiva.

Assim como no caso de $\beta = 1$, para $\beta = 1,5$ ocorreu o mesmo comportamento, onde os deslocamentos para $W_{TNT} = 80 \text{ kg}$ apresentou-se inalterado quando comparado aos resultados somente da fase positiva. No entanto, para $W_{TNT} = 10 \text{ kg}$, houve uma alteração nos resultados, sendo o deslocamento maior quando a fase negativa é considerada. Pode-se observar no Gráfico 31, a mesma configuração comportamental das curvas, em que com $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$ apresenta a maior divergência entre os resultados e posteriormente as curvas vão se aproximando e intercalando em relação ao deslocamento. A Tabela 32, detalha esses valores juntamente com o percentual entre as duas massas de TNT.

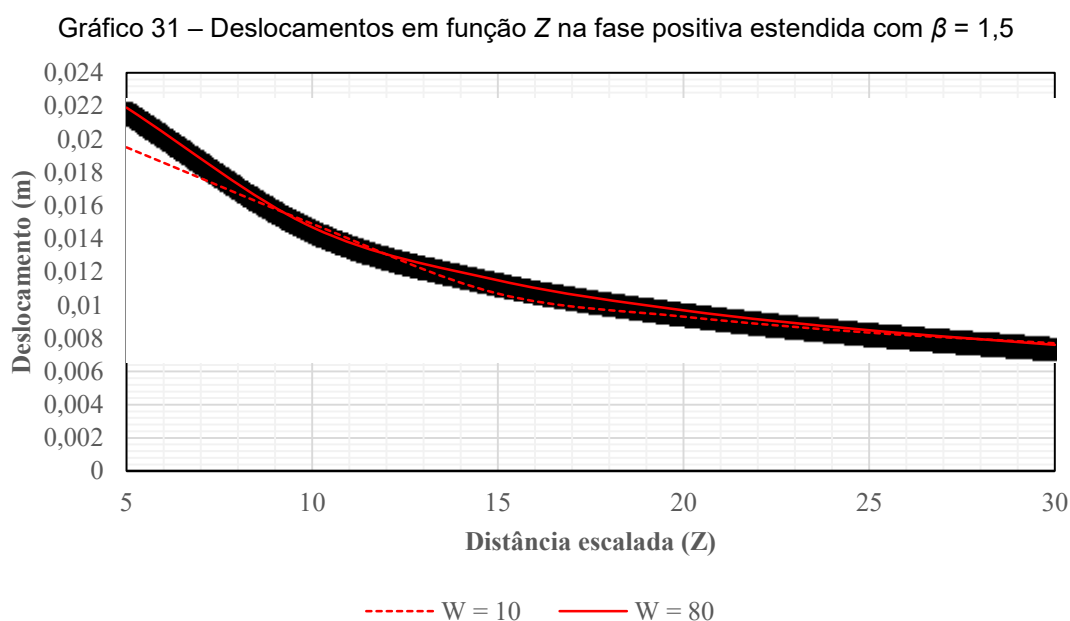


Tabela 32 – Deslocamentos (m) para $W_{TNT} = 10$ e 80 kg na fase positiva estendida com $\beta = 1.5$

	W = 10 kg	W = 80 kg	%
5	0,0195	0,0219	12,31
10	0,0149	0,0147	-1,34
15	0,0107	0,0115	7,48
20	0,00931	0,00969	4,08
25	0,00835	0,00849	1,68
30	0,00771	0,00761	-1,30

Outro ponto relevante é que, assim como no parâmetro anterior ($\beta = 1$), o deslocamento para $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$ e $W_{TNT} = 10 \text{ kg}$ não apresentou alteração significativa em seu valor, reforçando a teoria de que a fase negativa não exerce influência significativa para $Z < 8 \text{ kg/m}^{1/3}$.

Ao analisar o comportamento para $\beta = 2$, tem-se que para $W_{TNT} = 10 \text{ kg}$, o resultado do deslocamento é maior do que com $W_{TNT} = 80 \text{ kg}$. Esse padrão foi sendo identificado ao decorrer do estudo, especialmente no item 6.2.2, onde abordou-se sobre a influência da não linearidade geométrica, além de levar-se em consideração a distribuição de tensões em placas alongadas, isso devido a existência de assimetria. Nesse contexto, a diferença percentual entre as curvas, com a massa menor apresentando maior deslocamento, variou entre aproximadamente 2% e 6%. Essa configuração pode ser visualizada no Gráfico 32, e os deslocamentos, assim como as porcentagens de diferença, estão descritas na Tabela 33.

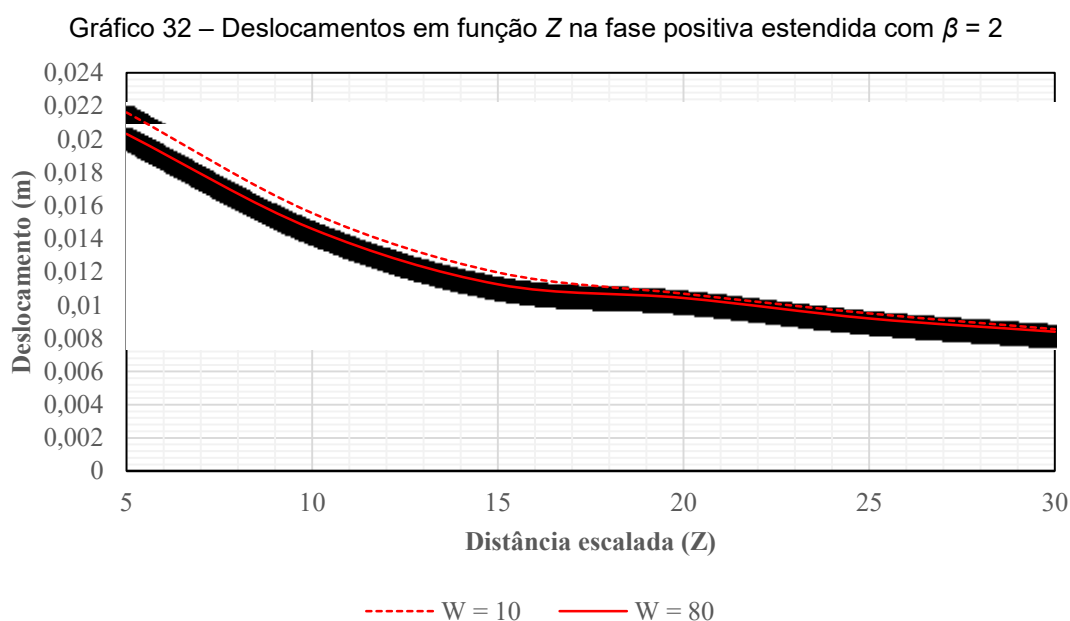


Tabela 33 – Deslocamentos (m) para $W_{TNT} = 10 \text{ kg}$ e 80 kg na fase positiva estendida com $\beta = 2$

	$W = 10 \text{ kg}$	$W = 80 \text{ kg}$	%
5	0,021607	0,020313	-5,99
10	0,015551	0,014593	-6,16
15	0,011975	0,011252	-6,04
20	0,010697	0,010427	-2,53
25	0,00951	0,009192	-3,35
30	0,008561	0,008393	-1,96

5.3.3. Fase positiva e negativa

Para a análise empregando a fase positiva e negativa, calculada através do polinômio cúbico, o comportamento da placa com $\beta = 1$ foi semelhante ao padrão observado na fase positiva estendida. Com $W_{TNT} = 80$ kg, o deslocamento é o mesmo que o averiguado quando aplicada somente a fase positiva, confirmando a influência da fase negativa em massas menores de TNT.

O Gráfico 33 mostra a curva com $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$ para $W_{TNT} = 80$ kg acima do $W_{TNT} = 10$ kg, posteriormente ocorre uma inversão entre elas, mostrando assim que também se aplica nessa situação que para $Z < 8 \text{ kg/m}^{1/3}$, a fase negativa não influencia. Além disso, com base no percentual de diferença no intervalo de aproximadamente 8% a 20% e nos deslocamentos para $W_{TNT} = 10$ kg, indicados na Tabela 34, tem-se nesse contexto que a fase negativa, com polinômio cúbico, provoca deslocamentos maiores do que a fase positiva estendida.

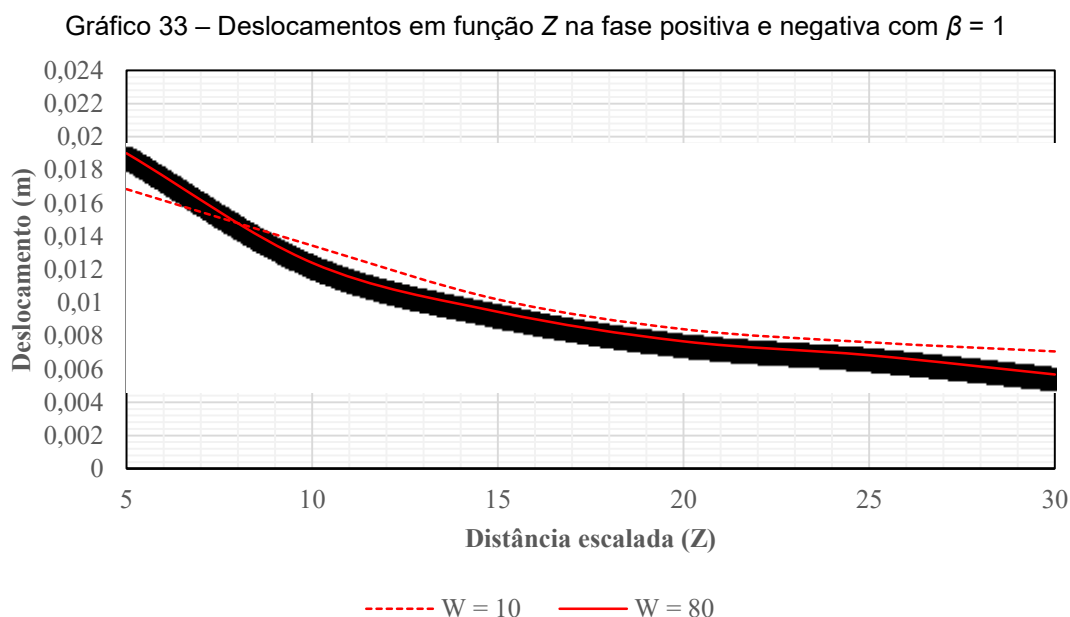


Tabela 34 – Deslocamentos para $W_{TNT} = 10$ e 80 kg na fase positiva e negativa $\beta = 1$

	W = 10 kg	W = 80 kg	%
5	0,016838	0,019015	12,92
10	0,013443	0,012408	-7,69
15	0,010202	0,009451	-7,36
20	0,008412	0,007669	-8,84
25	0,007628	0,006833	-10,43
30	0,007076	0,00567	-19,87

Com $\beta = 1,5$, observe-se o mesmo panorama observado para $\beta = 1,0$, porém com uma diferença, o percentual de divergência se reduz, situando-se entre aproximadamente 6% e 16%, como indicado na Tabela 35. O deslocamento registrado em $W = 10$ kg, aumenta conforme a distância escalada (Z), mostrando que a influência da fase negativa não se limita apenas às menores massas de TNT, mas também aos maiores Z . À medida que a distância escalada (Z) aumenta, a fase negativa também começa a impactar o deslocamento para um mesmo valor de W_{TNT} , conforme ilustrado no Gráfico 34.

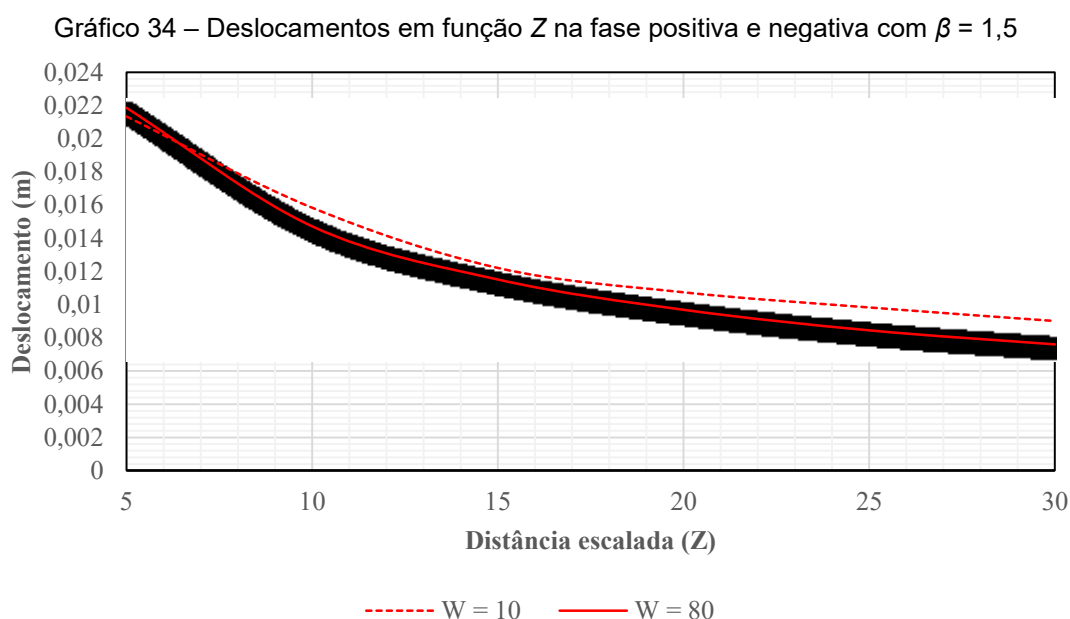


Tabela 35 – Deslocamentos (m) para $W_{TNT} = 10$ e 80 kg na fase positiva e negativa com $\beta = 1.5$

	$W = 10$ kg	$W = 80$ kg	%
5	0,021341	0,021868	2,47
10	0,01584	0,014723	-7,05
15	0,01221	0,011517	-5,68
20	0,01074	0,009691	-9,76
25	0,009827	0,00845	-14,01
30	0,00901	0,007605	-15,59

Por fim, com $\beta = 2$, a diferença percentual foi significativamente maior para $W_{TNT} = 10$ kg, apresentando uma margem de 10% a 20% para todos os valores da distância escalada (Z). Como observado no Gráfico 78, a curva referente a $W_{TNT} = 80$ kg situa-se abaixo da curva de $W_{TNT} = 10$ kg. Esse comportamento, conforme já explicado, pode estar relacionado à não linearidade geométrica, que se intensifica em placas com comprimento maior que a largura. Embora seja necessário um estudo

mais aprofundado, uma explicação preliminar sugere que esses podem ser atribuídos à maior flexibilidade dessas placas, o que intensifica a redistribuição de contribuição e amplifica a influência da fase negativa.

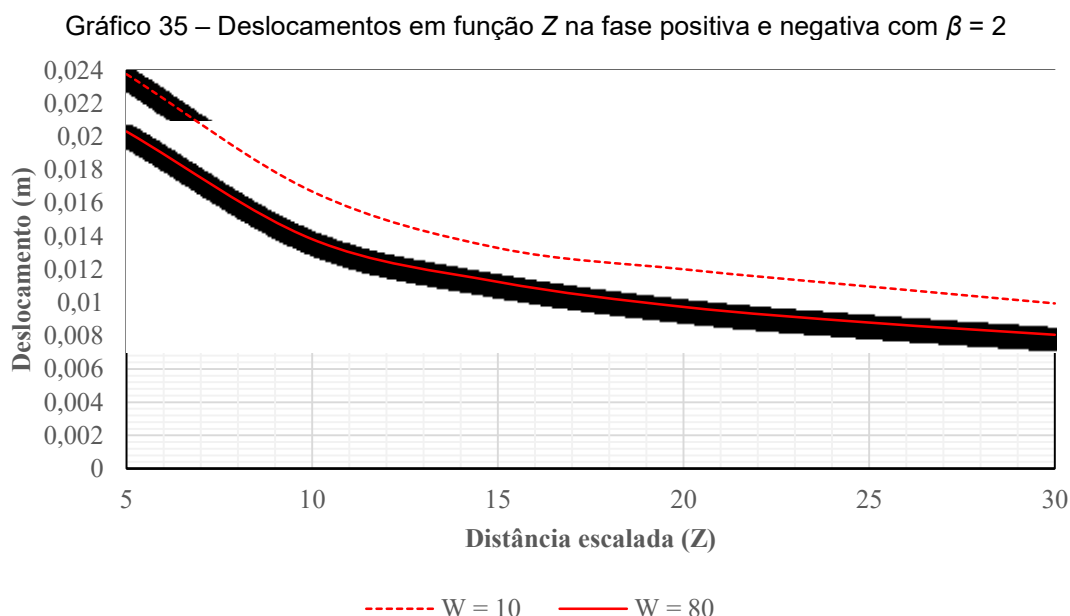


Tabela 36 – Deslocamentos (m) para $W_{TNT} = 10$ kg e 80 kg na fase positiva e negativa com $\beta = 2$

	W = 10 kg	W = 80 kg	%
5	0,02377	0,020313	-14,54
10	0,016702	0,013827	-17,21
15	0,0133	0,011256	-15,36
20	0,012015	0,009746	-18,88
25	0,010975	0,008804	-19,78
30	0,009958	0,008067	-18,98

5.4. Influência da fase negativa

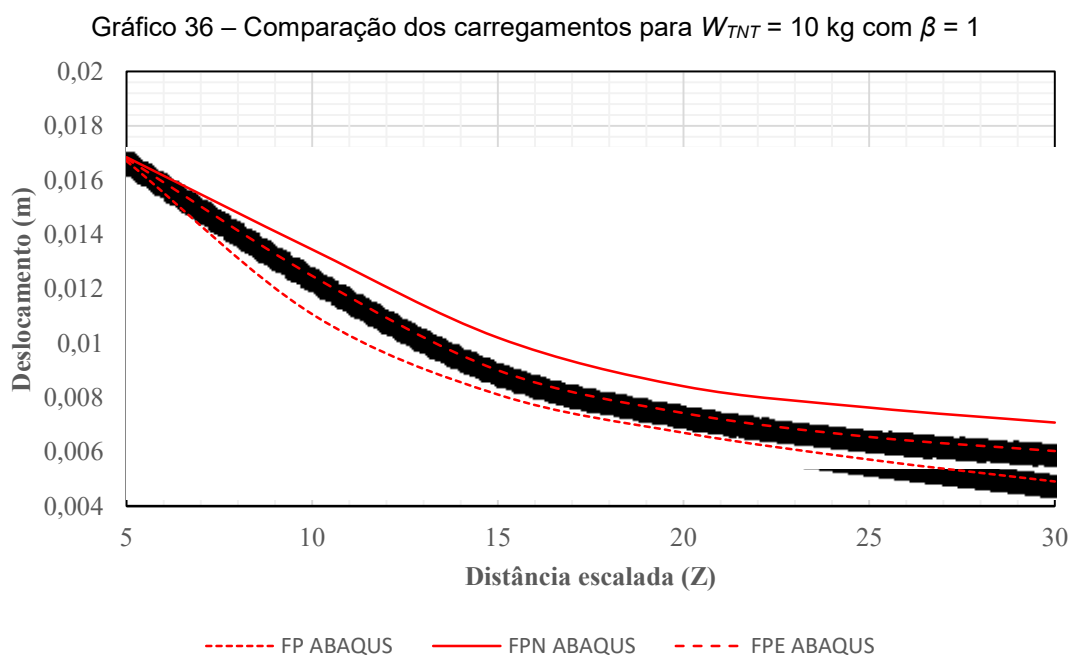
O objetivo desta análise é demonstrar como e em que momentos a fase negativa da explosão influencia no deslocamento da estrutura. Nos tópicos anteriores (5.3.2 e 5.3.3), observou-se que, para $W_{TNT} = 10$ kg, os deslocamentos foram maiores do que para $W_{TNT} = 80$ kg, quando considerada a atuação da fase negativa. Além disso, para $W_{TNT} = 10$ kg, à medida que o valor de Z aumentava, essa influência da fase negativa se tornava ainda mais evidente. Portanto, os três carregamentos da explosão foram comparadas em um mesmo gráfico, permitindo avaliar o

comportamento estrutural e como a massa de TNT e a distância escalada Z influenciam no deslocamento quando considerada a fase negativa.

Para cada um dos gráficos, nas legendas os carregamentos estão sendo indicados pelas nomenclaturas: FP (fase positiva), FPE (fase positiva estendida) e FPN (fase positiva e negativa com polinômio cúbico). Outro ponto é que as porcentagens mostradas nas tabelas foram calculadas tendo como referência a fase positiva correspondente a cada uma de suas respectivas massas de TNT.

5.4.1. $\beta = 1$

No Gráfico 36, observa-se que, para $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$, todos os carregamentos partem do mesmo ponto, apresentando deslocamentos similares. No entanto, a partir de $Z > 5 \text{ kg/m}^{1/3}$, a influência da fase negativa começa a ser notada, já que a curva que considera apenas a fase positiva se localiza abaixo das demais. Esse comportamento destaca o impacto crescente da fase negativa à medida que o valor de Z aumenta.



A Tabela 37 ilustra esse efeito, mostrando a porcentagem de diferença em deslocamento ao usar somente a fase positiva como referência, permitindo comparar

a variação quando considerada a fase negativa. É possível identificar que a fase positiva e negativa, com polinômio cúbico, ao decorrer dessa análise apresenta resultados de deslocamento maiores, seguido da fase positiva estendida.

Tabela 37 – Percentual de variação do deslocamento para $W_{TNT} = 10$ kg com $\beta = 1$

(ref: fase positiva)%		Z (kg/m ^{1/3})					
		5	10	15	20	25	30
W = 10 kg	FPN	0,83	21,44	25,74	25,42	33,31	43,95
	FPE	0,59	12,73	11,02	10,80	14,56	22,76

No Gráfico 37, referente a $W_{TNT} = 20$ kg, observa-se uma mudança no comportamento estrutural. Embora as curvas de deslocamento que consideram a fase negativa ainda estejam acima da fase positiva, as curvas da fase positiva estendida e da fase positiva e negativa com polinômio cúbico começam a se encontrar em determinados pontos, saindo juntos do $Z = 5$ kg/m^{1/3}, continuando bem próximos até entre $Z = 10$ kg/m^{1/3} e $Z = 15$ kg/m^{1/3}, posteriormente se encontram em $Z = 20$ kg/m^{1/3}. Esse comportamento é diferente do observado para $W_{TNT} = 10$ kg, onde as curvas se mantinham mais distintas, pode-se analisar essa configuração através da diferença percentual indicada na Tabela 38.

Gráfico 37 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 20$ kg com $\beta = 1$

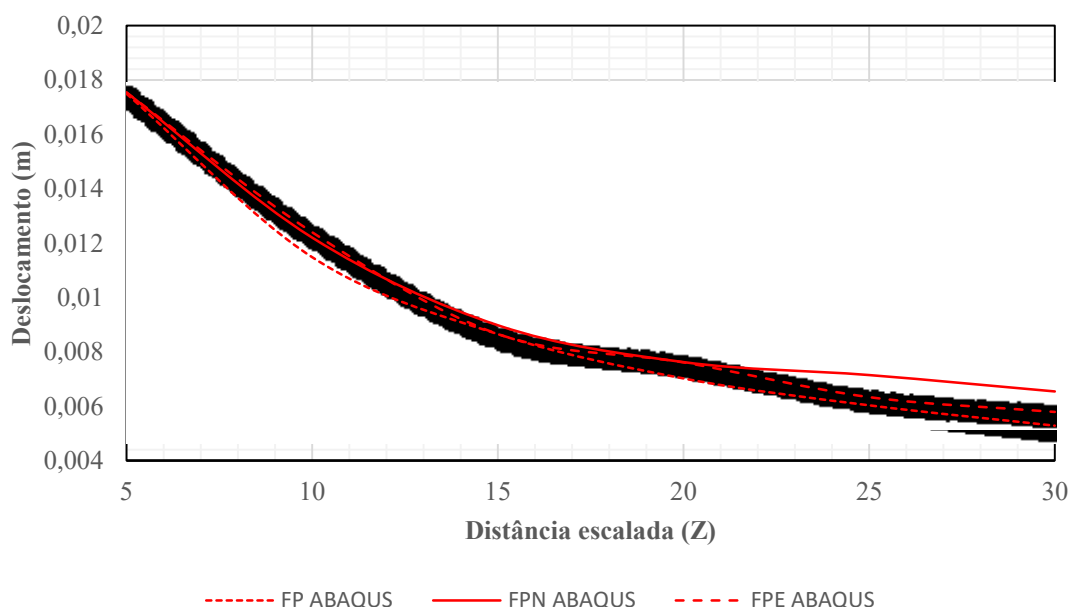


Tabela 38 – Percentual de variação do deslocamento para $W_{TNT} = 20$ kg com $\beta = 1$

(ref: fase positiva)%		Z (kg/m ^{1/3})					
		5	10	15	20	25	30
W = 20 kg	FPN	0,26	6,24	3,72	8,51	18,39	23,78
	FPE	0,26	7,96	0,00	8,33	4,92	9,49

No Gráfico 38 e Gráfico 39, que representam $W_{TNT} = 30$ kg e $W_{TNT} = 40$ kg, evidencia-se transições notáveis no comportamento das curvas de deslocamento. A curva que considera tanto a fase positiva quanto a negativa, com polinômio cúbico, se aproxima significativamente da curva da fase positiva, principalmente em $Z = 15$ m/kg^{1/3} e com $W_{TNT} = 30$ kg. Observa-se diferenças percentuais consideráveis em $Z = 25$ kg/m^{1/3} e $Z = 30$ kg/m^{1/3} entre essas curvas.

No entanto, para a fase positiva estendida, a convergência com a curva da fase positiva ocorre apenas em $Z = 5$ kg/m^{1/3} e $Z = 10$ kg/m^{1/3}. Para os outros valores, a margem de diferença diminui conforme a massa de TNT aumenta de $W_{TNT} = 30$ kg para $W_{TNT} = 40$ kg, indicando que a influência da fase negativa se reduz com o aumento da massa de TNT. Esses percentuais estão detalhados na Tabela 39.

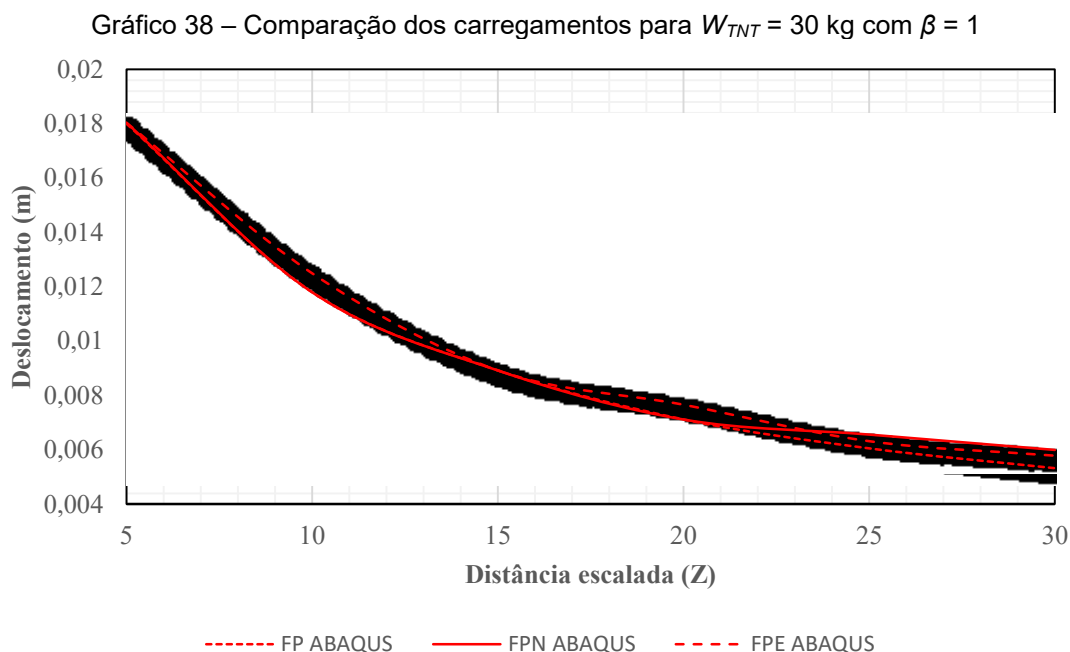
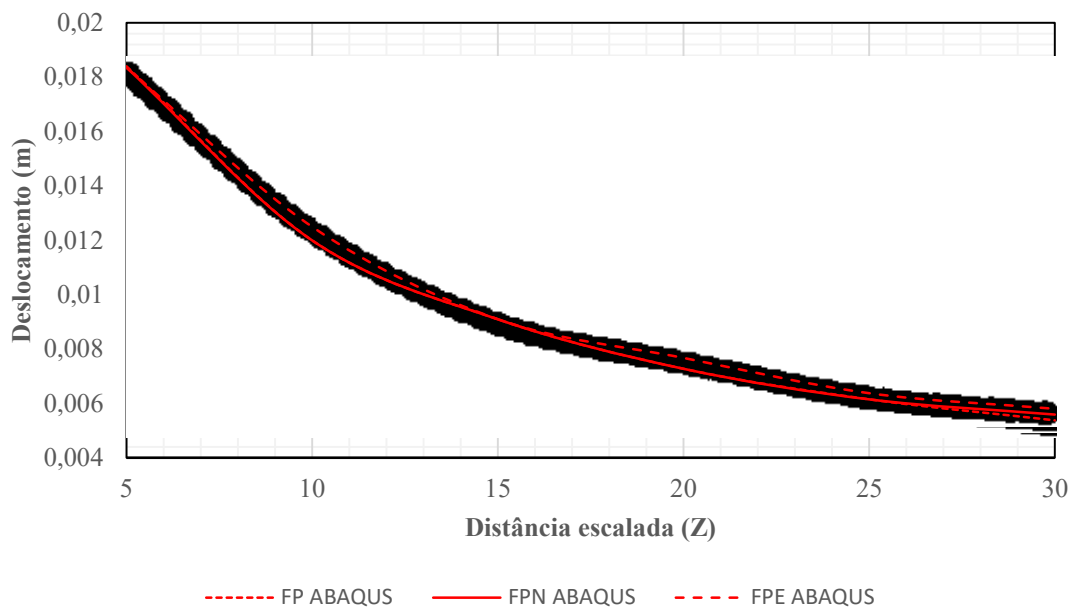


Tabela 39 – Percentual de variação do deslocamento $W_{TNT} = 30$ e 40 kg com $\beta = 1$

(ref: fase positiva)%		Z (kg/m ^{1/3})					
		5	10	15	20	25	30
W = 30 kg	FPN	0.18	0.00	0.00	0.02	8.50	12.75
	FPE	0.18	5.91	0.00	7.63	4.41	8.69
W = 40 kg	FPN	-0.25	0.00	0.00	0.02	0.00	3.98
	FPE	-0.25	4.16	0.00	5.47	3.61	7.84

Gráfico 39 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 40$ kg com $\beta = 1$ 

No Gráfico 40 e Gráfico 41, que correspondem a $W_{TNT} = 50$ kg e $W_{TNT} = 60$ kg, o mesmo panorama é observado, com percentuais de diferença entre as curvas se tornando menores. Em alguns casos, como mostrado na Tabela 40, as diferenças são inferiores a 6%, enquanto em outros atingem zero, indicando uma convergência quase total entre elas.

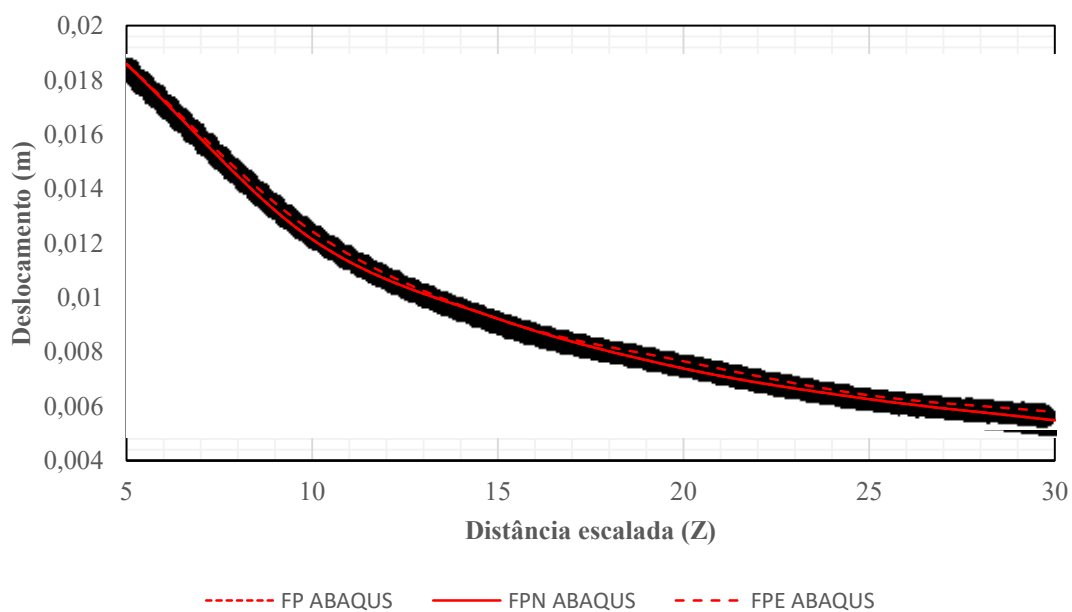
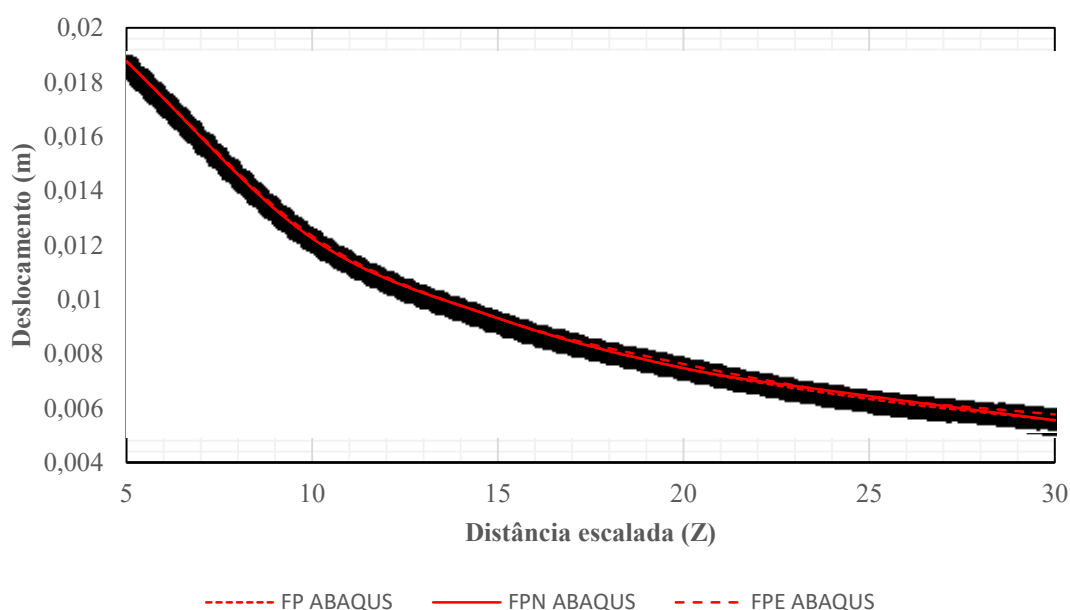
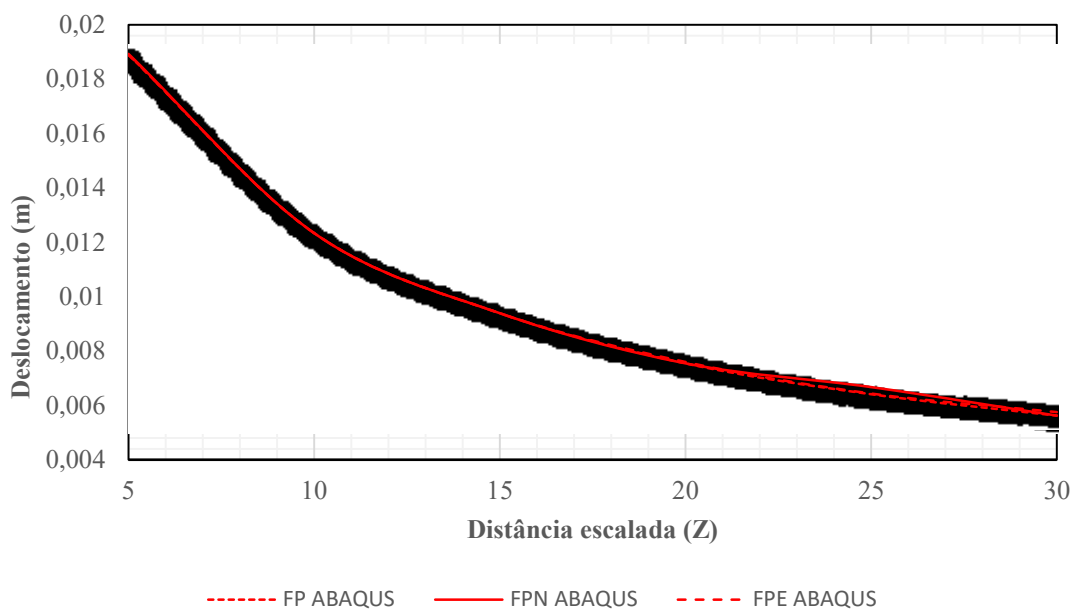
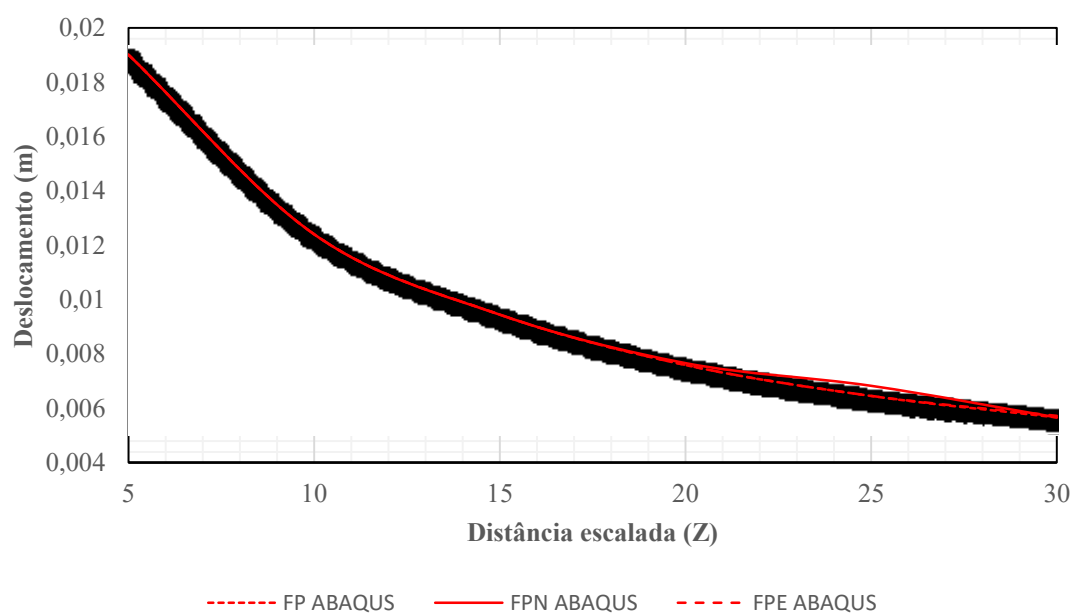
Gráfico 40 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 50$ kg com $\beta = 1$ 

Tabela 40 – Percentual de variação do deslocamento $W_{TNT} = 50$ a 80 kg com $\beta = 1$

(ref: fase positiva)%		Z (kg/m ^{1/3})					
		5	10	15	20	25	30
W = 50 kg	FPN	-0,09	0,00	0,00	0,02	0,00	0,06
	FPE	-0,09	2,47	0,00	3,70	2,36	5,73
W = 60 kg	FPN	0,00	0,00	0,00	0,02	1,71	0,00
	FPE	0,00	0,76	0,00	2,14	1,33	3,93
W = 70 kg	FPN	0,19	0,00	0,00	0,02	4,12	0,00
	FPE	0,00	0,00	0,00	0,74	0,45	2,36
W = 80 kg	FPN	0,00	0,00	0,00	0,95	5,81	0,03
	FPE	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,96

Gráfico 41 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 60$ kg com $\beta = 1$ 

À medida que a massa de TNT aumenta, a convergência entre as três curvas (fase positiva, fase positiva e negativa com polinômio cúbico, e fase positiva estendida) seguem o mesmo padrão, mostrando uma diminuição progressiva da influência da fase negativa no comportamento estrutural. Isso pode ser averiguado no Gráfico 42 e Gráfico 43.

Gráfico 42 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 70$ kg com $\beta = 1$ Gráfico 43 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 80$ kg com $\beta = 1$ 

5.4.2. $\beta = 1,5$

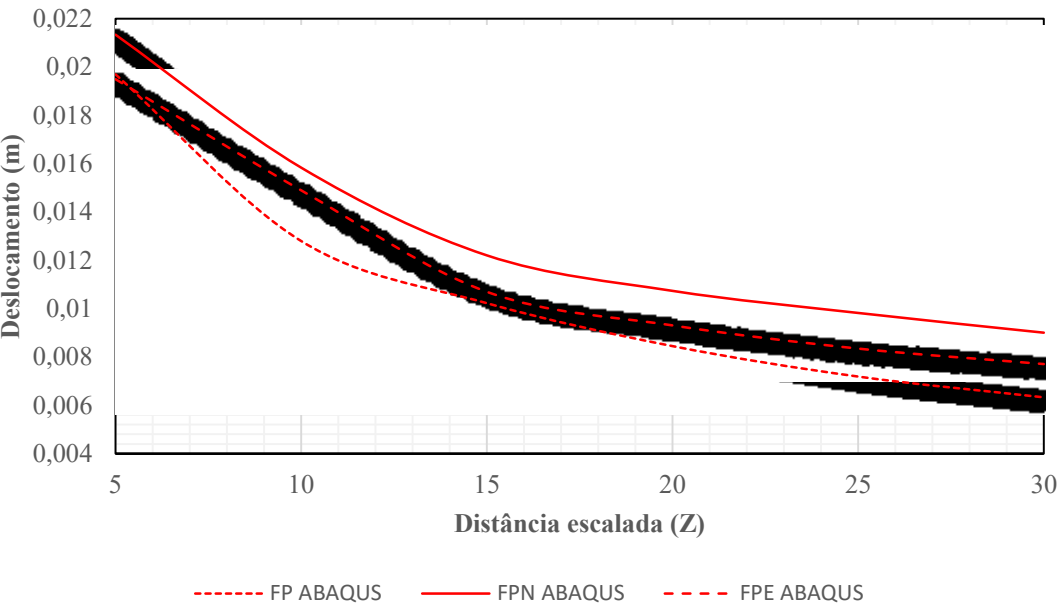
Para o valor de beta adotado para esse caso, o comportamento das curvas de deslocamento em função da distância escalada (Z) mantém o padrão observado anteriormente, em que para massas menores de TNT, há uma margem percentual

considerável de diferença ao levar em conta a atuação da fase negativa. Contudo, à medida que a massa de TNT aumenta, essa influência diminui e a convergência entre as curvas se torna mais evidente. O Gráfico 44 ilustra as curvas para $W_{TNT} = 10\text{ kg}$, onde a fase negativa exerce a maior influência percentual, como pode ser observado na Tabela 41.

Tabela 41 – Percentual de variação do deslocamento para $W_{TNT} = 10\text{ kg}$ com $\beta = 1.5$

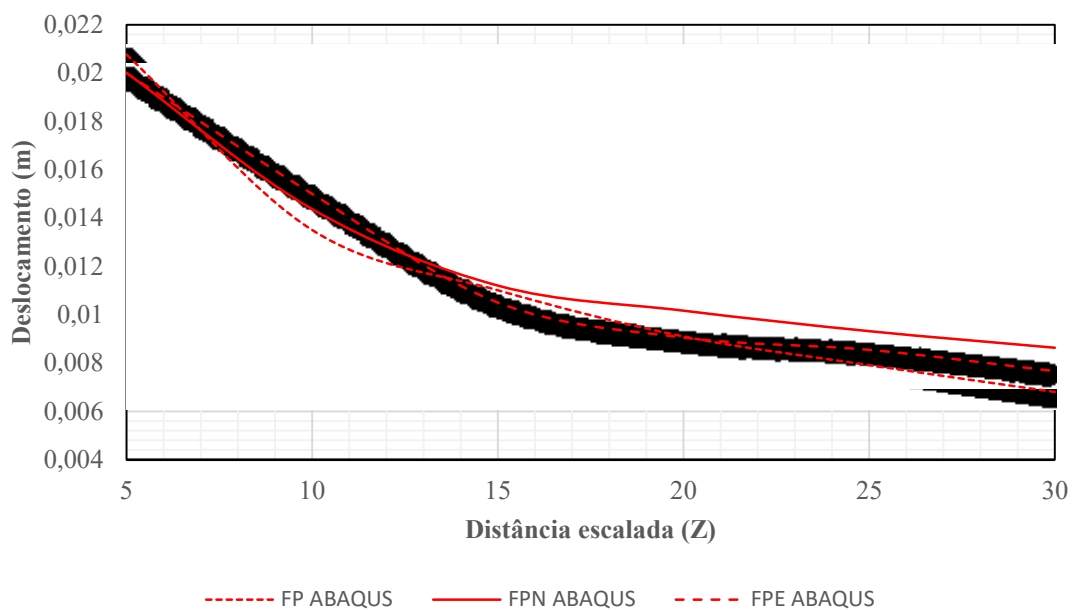
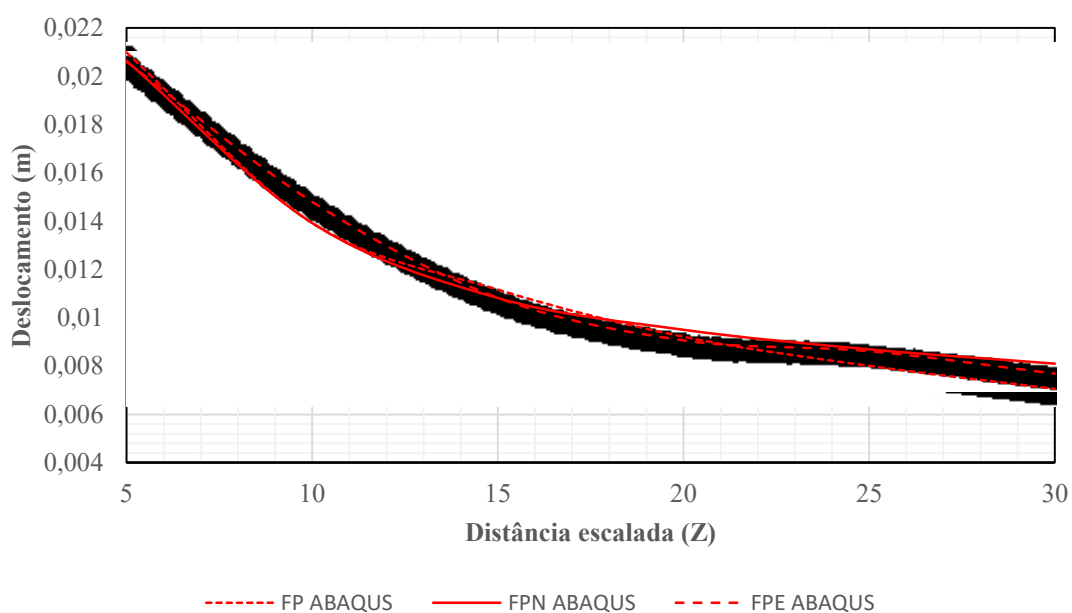
(ref: fase positiva)%		Z (kg/m ^{1/3})					
		5	10	15	20	25	30
W = 10 kg	FPN	8,33	23,77	19,43	27,16	36,78	42,48
	FPE	-1,02	16,43	4,66	10,23	16,22	21,92

Gráfico 44 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 10\text{ kg}$ com $\beta = 1.5$



No Gráfico 45 e Gráfico 46, juntamente com a Tabela 42, observa-se que, para as massas de 20 kg e 30 kg, o valor de $Z = 5\text{ kg/m}^{1/3}$ apresenta um comportamento peculiar, diferentemente do que ocorreu no $\beta = 1$. No intervalo de 10 kg a 30 kg, a fase negativa influenciou no deslocamento, visto que as curvas iniciam de pontos consideravelmente distintos do gráfico.

Outro ponto identificado é que à medida que a distância escalada (Z) aumenta, a fase negativa volta a exercer uma influência ainda mais significativa. Em $Z = 25\text{ kg/m}^{1/3}$ e $Z = 30\text{ kg/m}^{1/3}$, registram-se intervalos consideráveis de diferença nos deslocamentos, indicando que a fase negativa retoma seu impacto sobre o comportamento estrutural.

Gráfico 45 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 20$ kg com $\beta = 1,5$ Gráfico 46 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 30$ kg com $\beta = 1,5$ Tabela 42 – Percentual de variação do deslocamento para $W_{TNT} = 20$ kg e 30 kg com $\beta = 1,5$

(ref: fase positiva)%		Z (kg/m ^{1/3})					
		5	10	15	20	25	30
W = 20 kg	FPN	-3,62	6,42	1,75	11,69	17,74	26,84
	FPE	-3,70	11,06	-4,66	-0,58	7,89	12,54
W = 30 kg	FPN	-1,65	0,00	-3,07	3,17	8,56	14,87
	FPE	-1,80	6,30	-3,07	-1,68	7,48	8,90

O Gráfico 47, Gráfico 48 e

Gráfico 49 detalham a correlação entre as curvas de três carregamentos aplicados (40 kg, 50 kg e 60 kg, respectivamente) evidenciando a influência diferenciada da fase negativa. Em alguns pontos específicos, ou seja, regiões entre $Z = 15 \text{ m/kg}^{1/3}$ e $Z = 20 \text{ m/kg}^{1/3}$, ainda se observa a atuação da fase negativa, particularmente através da fase positiva estendida. No entanto, a fase positiva e negativa com polinômio cúbico converge de maneira mais rápida com a curva da fase positiva, como pode ser visto na Tabela 43.

Gráfico 47 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 40 \text{ kg}$ com $\beta = 1,5$

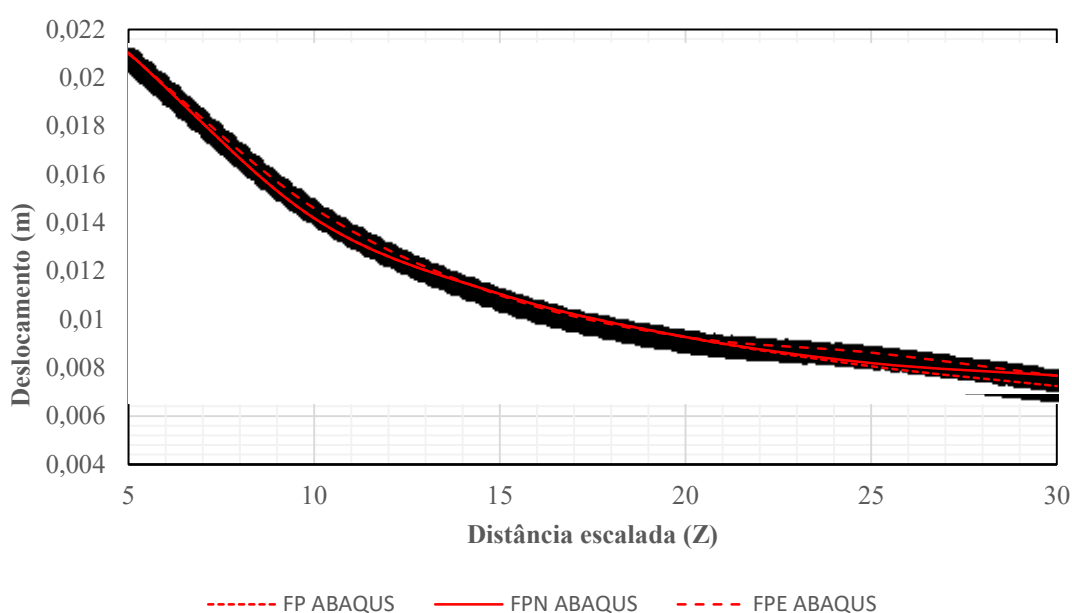


Gráfico 48 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 50 \text{ kg}$ com $\beta = 1,5$

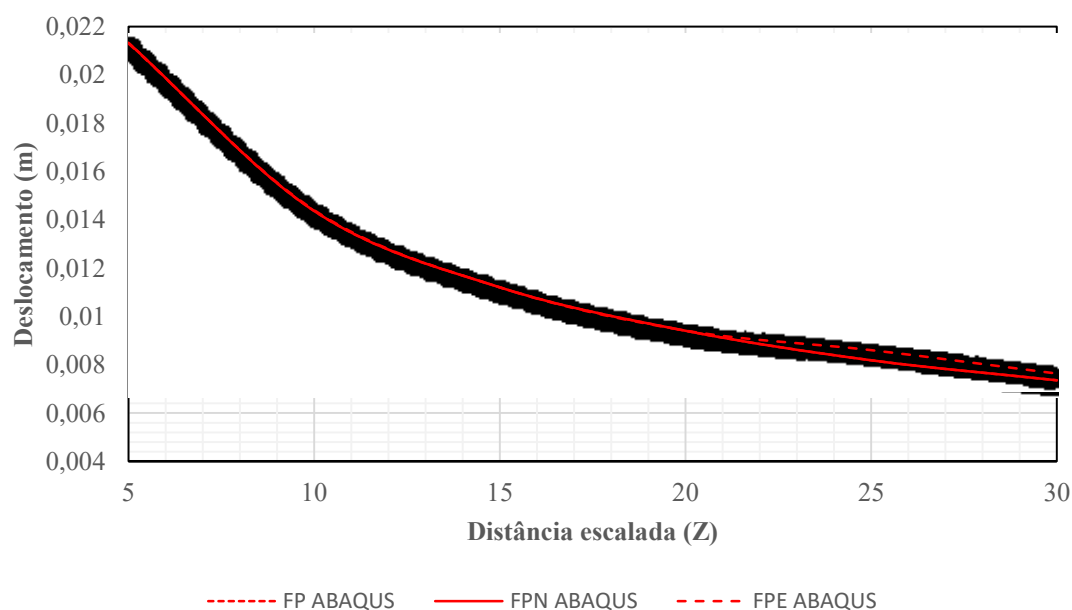
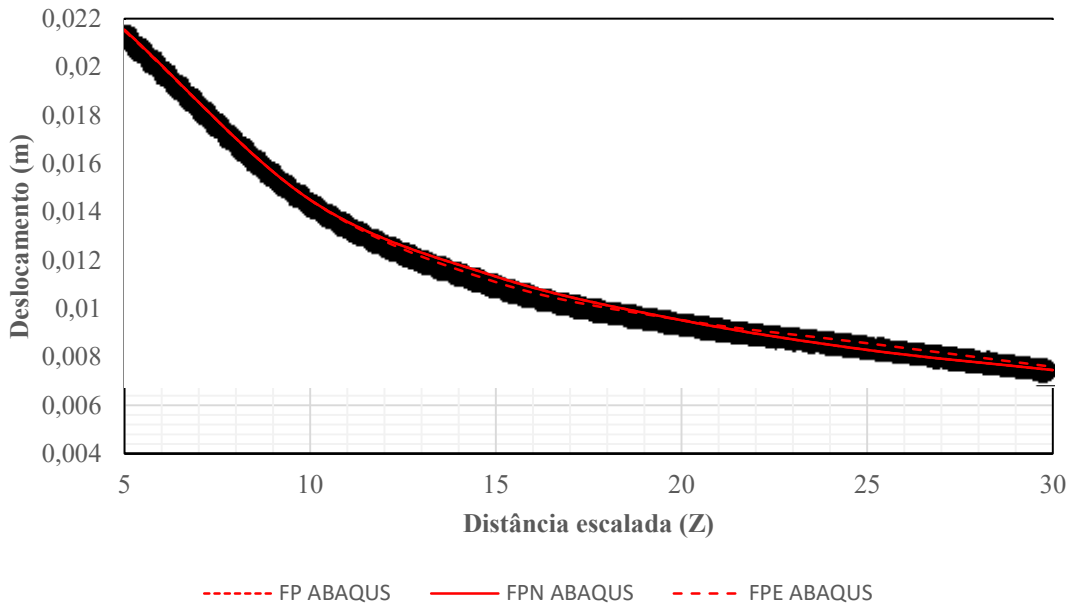


Tabela 43 – Percentual de variação do deslocamento para $W_{TNT} = 40 \text{ kg}$ a 60 kg com $\beta = 1,5$

(ref: fase positiva)%		Z (kg/m ^{1/3})					
		5	10	15	20	25	30
W = 40 kg	FPN	0,00	0,00	0,00	0,00	1,65	6,05
	FPE	-0,15	2,93	-0,44	0,04	7,01	5,86
W = 50 kg	FPN	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	FPE	-0,12	0,20	-0,09	-0,04	4,98	3,62
W = 60 kg	FPN	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	FPE	-0,22	-0,08	-2,07	0,04	3,30	1,72

Gráfico 49 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 60 \text{ kg}$ com $\beta = 1,5$



No

Gráfico 50, referente a $W_{TNT} = 70 \text{ kg}$, ainda se percebe uma sobreposição da curva da fase positiva estendida, com um deslocamento aproximadamente 2% maior do que o da fase positiva. Já no Gráfico 51, com $W_{TNT} = 80 \text{ kg}$ praticamente não há divergências significativas entre as curvas, tendo uma diferença percentual inferior a 1%, tanto para mais quanto para menos. Esses resultados estão detalhados na Tabela 44, indicando que, à medida que a massa de TNT aumenta, as diferenças entre as fases se tornam cada vez mais sutis.

Tabela 44 – Percentual de variação do deslocamento para $W_{TNT} = 70 \text{ kg}$ e 80 kg com $\beta = 1,5$

(ref: fase positiva)%		Z (kg/m ^{1/3})					
		5	10	15	20	25	30
W = 70 kg	FPN	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	FPE	-0,11	-0,19	-0,30	0,03	1,78	0,26
W = 80 kg	FPN	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

FPE	0,15	-0,16	-0,14	-0,01	0,47	0,06
-----	------	-------	-------	-------	------	------

Gráfico 50 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 70$ kg com $\beta = 1,5$

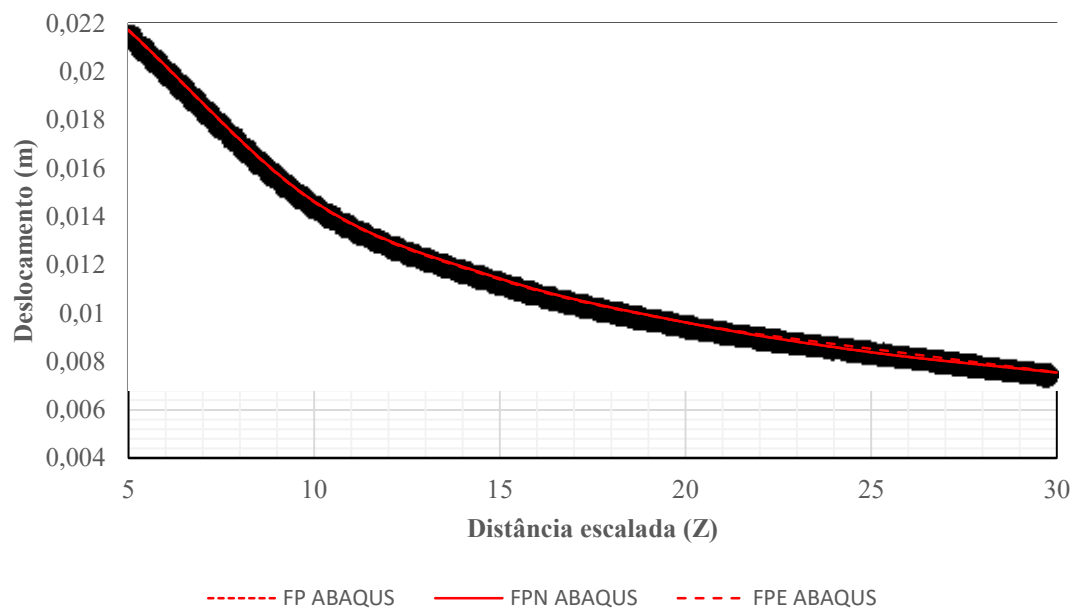
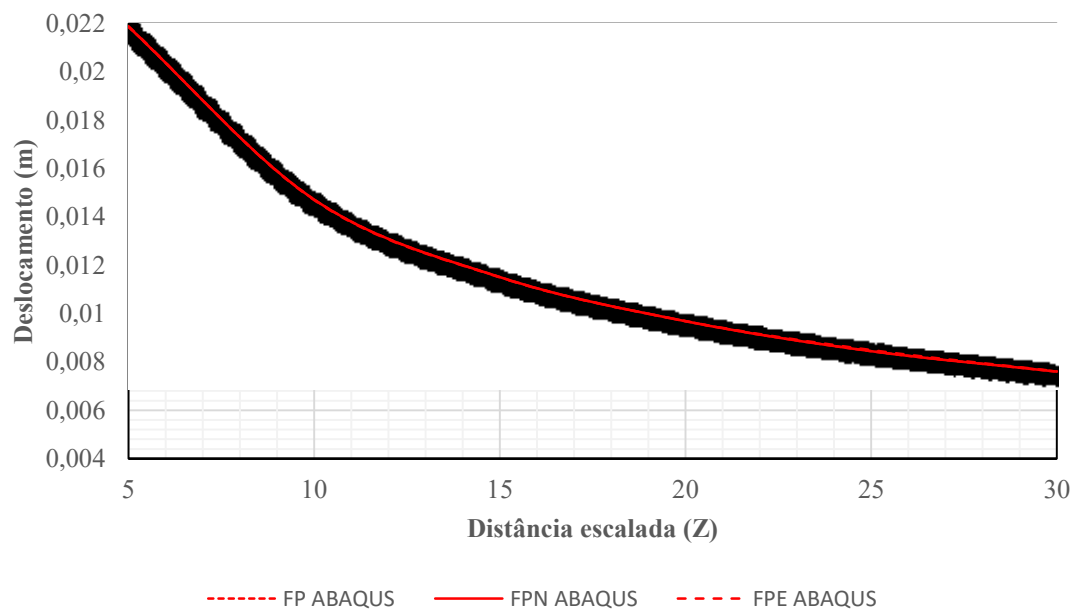


Gráfico 51 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 80$ kg com $\beta = 1,5$



5.4.3. $\beta = 2$

Mesmo com $\beta = 2$ apresentando, nas demais análises, redução dos deslocamentos em função da distância Z à medida que esse parâmetro aumentava, a influência da fase negativa manteve-se consistente com o comportamento observado para outros valores de beta. No Gráfico 52 e Gráfico 53, para $W_{TNT} = 10$ kg, a curva que considera a fase positiva e negativa com polinômio cúbico está posicionada acima das demais, seguida pela fase positiva seguidas, e por último, a fase positiva.

Além disso, verifica-se a mesma situação observada para $\beta = 1,5$, em que as curvas não partem do mesmo ponto para $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$, evidenciando que, para essas geometrias, a influência da fase negativa se manifesta até mesmo para $Z < 8 \text{ kg/m}^{1/3}$. Os percentuais referentes a essas diferenças estão detalhados na Tabela 45.

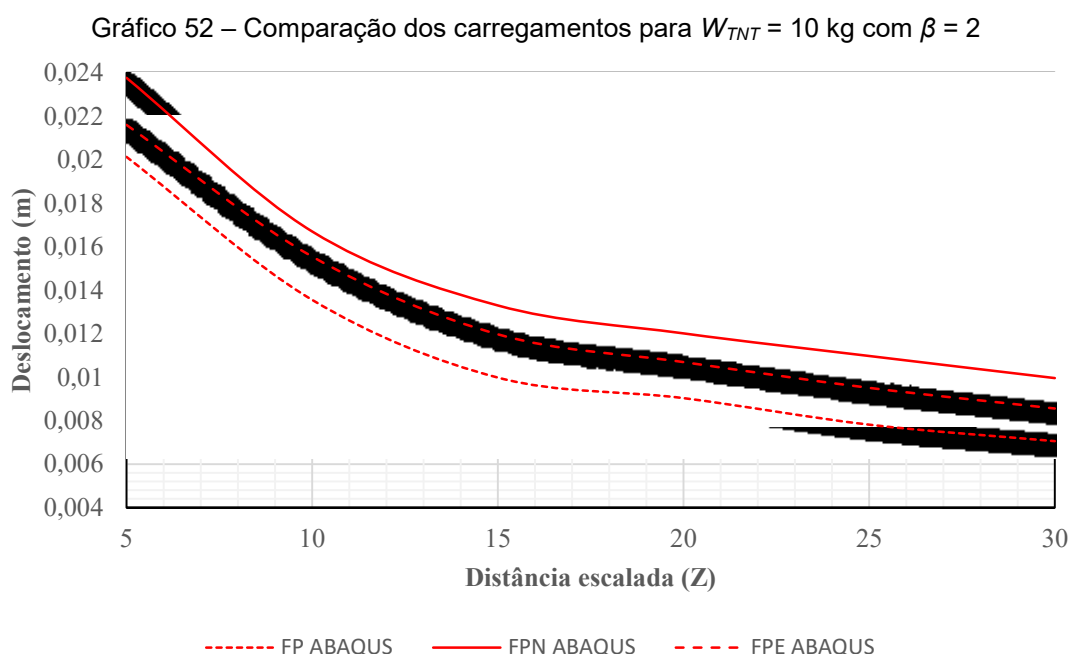


Gráfico 53 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 20$ kg com $\beta = 2$

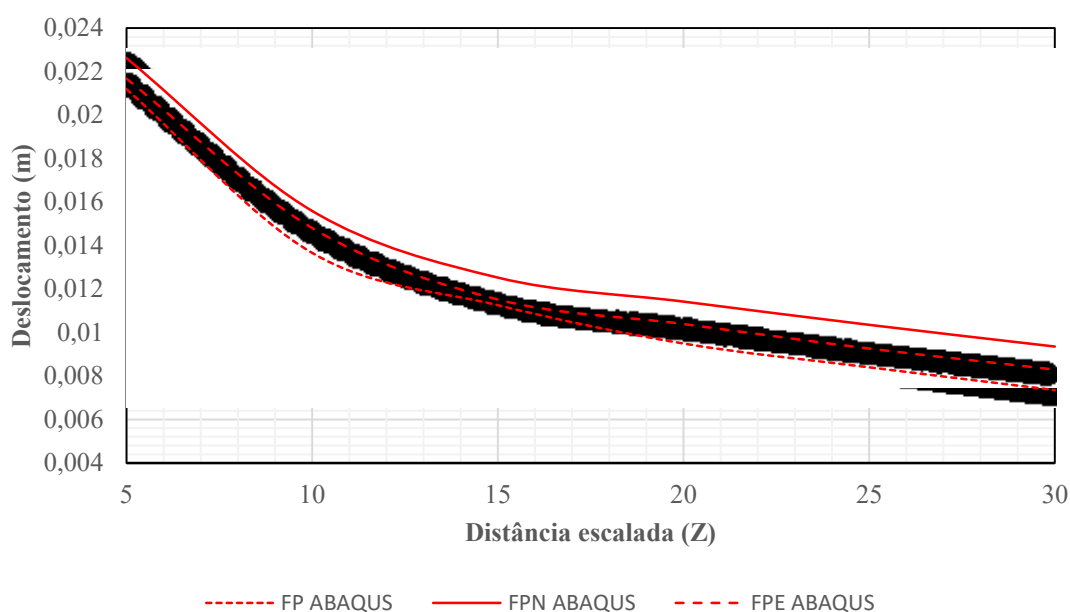


Tabela 45 – Percentual de variação do deslocamento para $W_{TNT} = 10$ kg e 20 kg com $\beta = 2$

(ref: fase positiva)%		Z (kg/m ^{1/3})					
		5	10	15	20	25	30
W = 10 kg	FPN	18,06	23,21	33,26	32,98	40,45	41,14
	FPE	7,32	14,72	19,98	18,39	21,71	21,35
W = 20 kg	FPN	6,74	14,07	11,21	20,23	23,15	27,09
	FPE	2,29	8,32	2,27	9,34	10,14	12,64

O Gráfico 54, que representa a curva de $W = 30$ kg, mostra que a fase positiva e negativa com polinômio cúbico exerce uma influência maior que a fase positiva estendida, comportamento semelhante ao observado para $W = 10$ kg e $W = 20$ kg. No entanto, em $W = 40$ kg e $W = 50$ kg, como pode ser visto no Gráfico 55 e Gráfico 56, a fase positiva estendida passa a ter maior influência, superando gradativamente a fase positiva e negativa com polinômio cúbico. Essa transição é detalhada pelos percentuais na Tabela 46.

Além disso, para $W = 30$ kg, observe-se que, à medida que a distância escalada aumenta, o comportamento percentual segue a mesma lógica. Em $W = 40$ kg, as porcentagens apresentam um comportamento inferior, com as diferenças entre as fases se tornando menos expressivas, reforçando a tendência de redução da influência da fase negativa com o aumento da massa de TNT.

Gráfico 54 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 30$ kg com $\beta = 2$

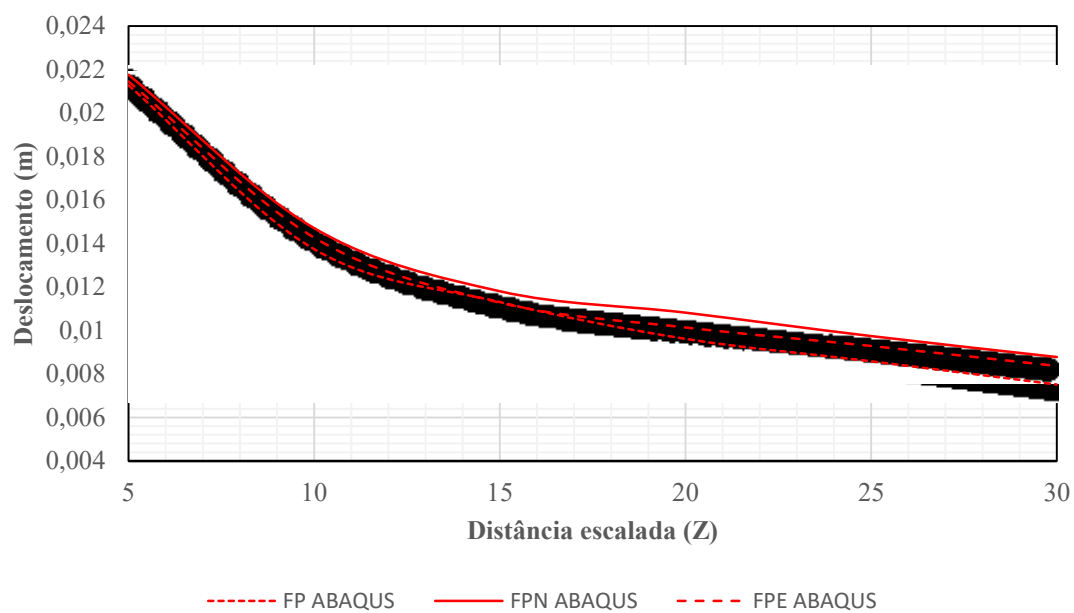


Gráfico 55 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 40$ kg com $\beta = 2$

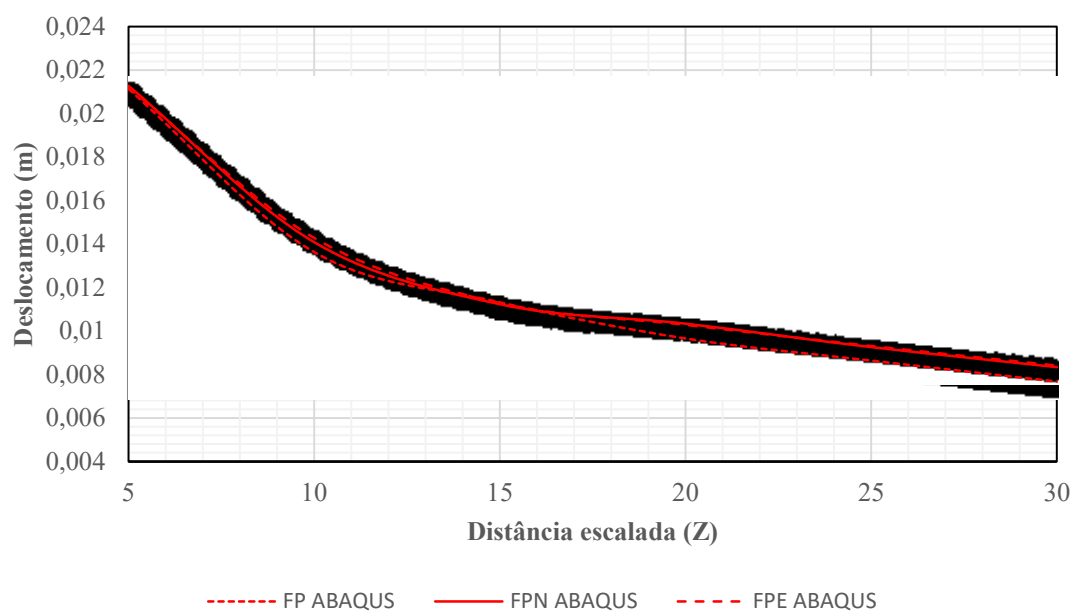


Gráfico 56 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 50$ kg com $\beta = 2$

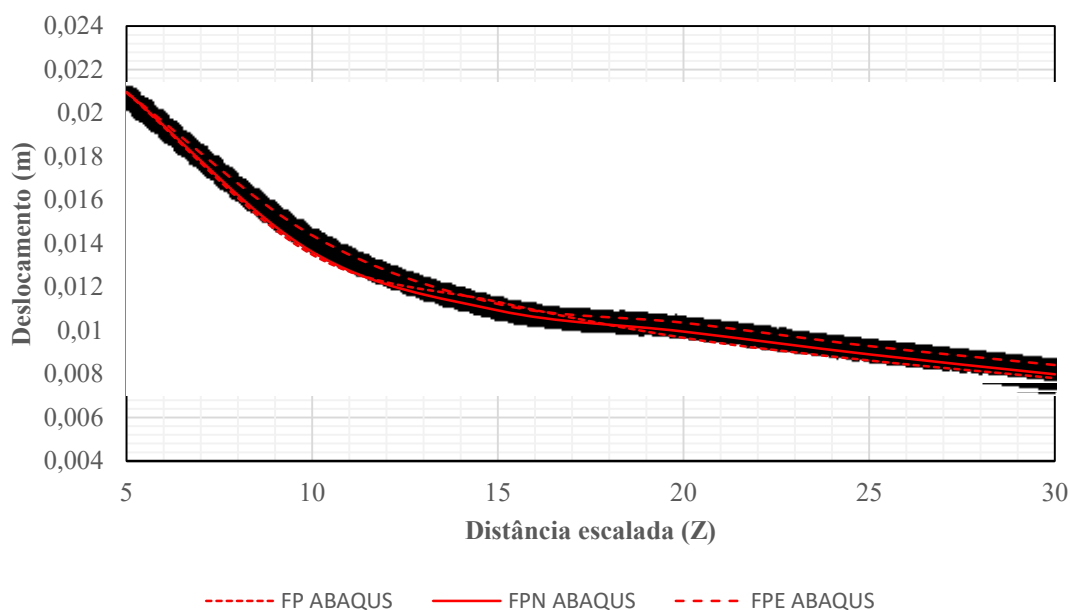


Tabela 46 – Percentual de variação do deslocamento para $W_{TNT} = 30$ kg a 50 kg com $\beta = 2$

(ref: fase positiva)%		Z (kg/m ^{1/3})					
		5	10	15	20	25	30
W = 30 kg	FPN	2,27	7,02	4,36	12,51	13,49	16,83
	FPE	0,80	3,90	-0,22	5,53	8,32	11,50
W = 40 kg	FPN	0,66	3,31	-0,80	7,04	7,19	8,61
	FPE	0,27	4,76	-0,35	6,45	7,71	9,51
W = 50 kg	FPN	0,13	0,89	-3,50	2,86	3,14	2,11
	FPE	0,05	6,54	-0,81	7,15	7,70	7,73

Para $\beta = 2$, conforme mostrado no Gráfico 57 para $W = 60$ kg, no Gráfico 58 para $W = 70$ kg, e no Gráfico 59 para $W = 80$ kg, as curvas que utilizam a fase positiva e negativa com polinômio cúbico são praticamente coincidentes, diminuiu uma convergência entre essas fases para essas massas de TNT. Entretanto, a curva correspondente à fase positiva estendida mantém-se acima das demais, apresentando deslocamentos maiores, especialmente para valores mais elevados da distância escalada (Z). Tal fato é averiguado através da Tabela 47 em que percebe-se que as porcentagens em relação a fase positiva e negativa com polinômio cúbico em sua grande parte estão registrando valor de 0%, enquanto para a positiva estendida exibe para uma considerável quantidade de casos resultados entre aproximadamente 4% e 8%.

Gráfico 57 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 60$ kg com $\beta = 2$

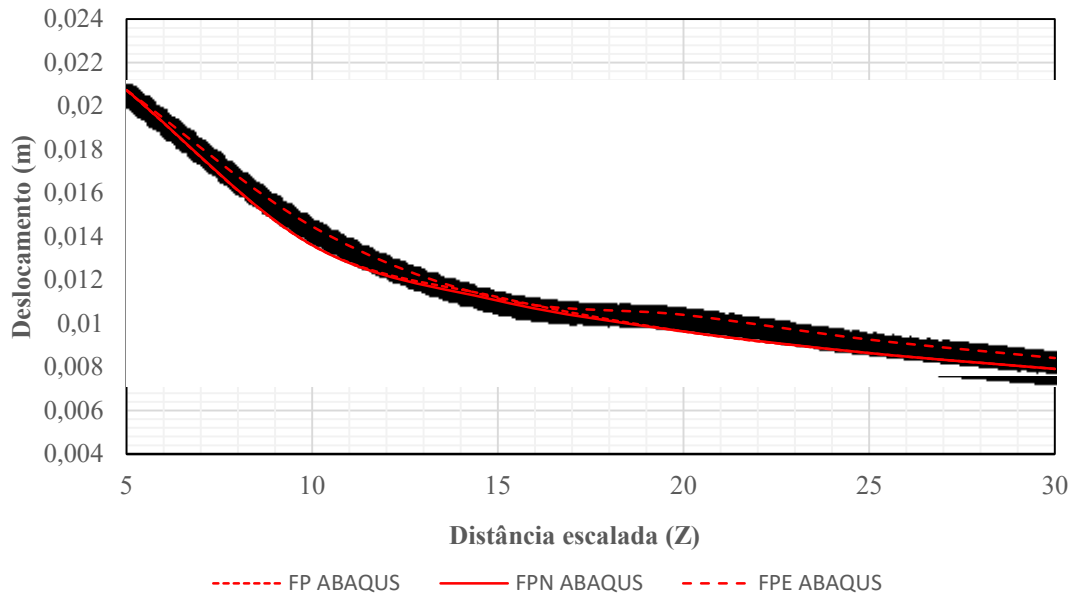


Tabela 47 – Percentual de variação do deslocamento para $W_{TNT} = 60$ kg a 80 kg com $\beta = 2$

%		Z (kg/m ^{1/3})					
		5	10	15	20	25	30
W = 60 kg	FPN	0,01	0,00	-1,46	0,00	0,00	0,00
	FPE	0,00	6,32	-0,61	7,89	7,14	6,30
W = 70 kg	FPN	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	FPE	0,00	5,87	0,00	7,78	5,70	5,10
W = 80 kg	FPN	0,00	0,00	0,04	0,00	0,00	0,00
	FPE	0,00	5,54	0,00	6,98	4,40	4,04

Gráfico 58 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 70$ kg com $\beta = 2$

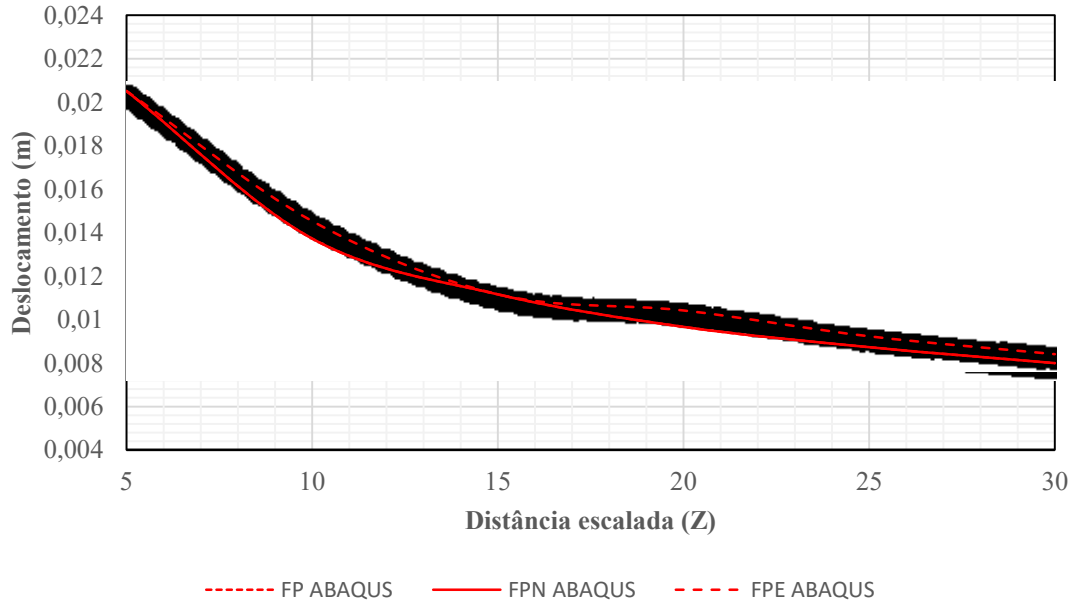
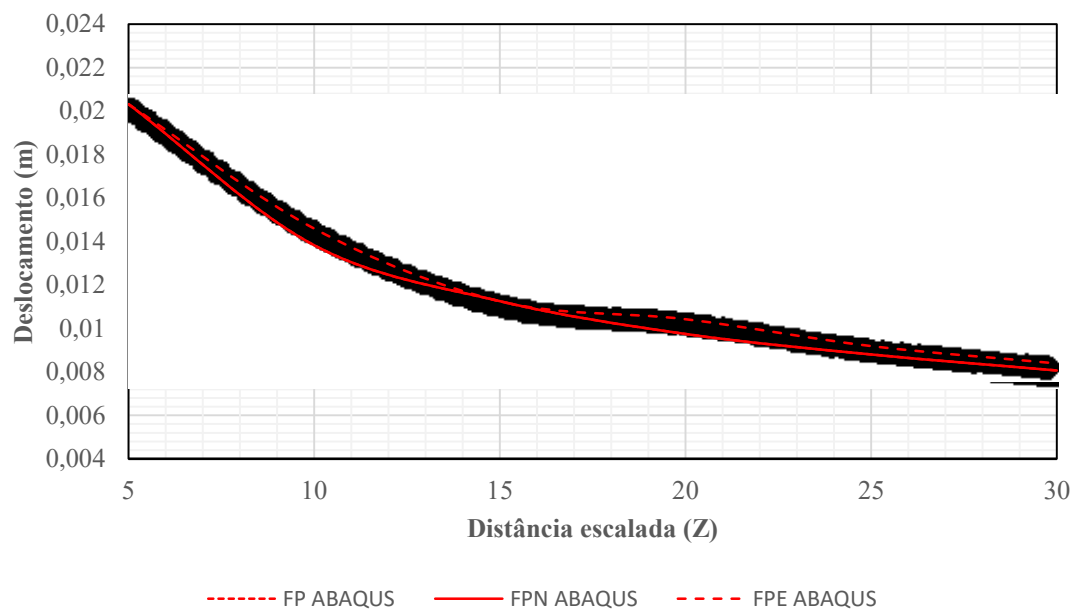


Gráfico 59 – Comparação dos carregamentos para $W_{TNT} = 80$ kg com $\beta = 2$ 

6. CONCLUSÕES

O presente trabalho teve como objetivo estudar o comportamento dinâmico de placas esbeltas submetidas a carregamento explosivo, levando em consideração o efeito de membrana. Para avaliar a estrutura estudada, foi necessário considerar a teoria de Von Kármán para grandes deformações e a hipótese de Kirchhoff, aplicada a placas finas. A explosão é caracterizada por uma liberação abrupta e intensa de energia, que gera ondas de choque. Esse evento é composto por duas fases: a fase positiva e a fase negativa, que, até recentemente, era negligenciada. No entanto, estudos indicam que a fase negativa é tão relevante quanto a positiva, especialmente para $Z > 8 \text{ kg/m}^{1/3}$.

Dessa forma, para estudar o comportamento de uma estrutura sob tais circunstâncias, aplicou-se à superfície da placa o carregamento na forma de pressão, fixando-se a condição de contorno indeslocável, escolhida por apresentar resultados mais extremos. Os parâmetros da explosão foram calculados por meio de equações geradas a partir do ábaco do US *Department of Defense* (2008). Para a avaliação dos cenários, foram empregados três tipos de carregamentos: fase positiva, fase positiva estendida e fase positiva e negativa com polinômio cúbico.

O modelo empregado foi validado utilizando análises estática e dinâmica, para posteriormente realizar a análise paramétrica. A modelagem numérica foi executada no programa de elementos finitos ABAQUS (2014). Na análise estática, baseou-se nos estudos de Reis (2019) para comparação dos resultados, obtendo-se uma discrepância de aproximadamente 2,26% para o deslocamento linear e de 7,83% para o não linear, valores considerados satisfatórios para o prosseguimento da pesquisa.

Já na análise dinâmica, tanto para o modelo linear quanto para o não linear, o ABAQUS (2014) e o DYNAblast 1.1 (2024) forneceram curvas para os três tipos de carregamento com a mesma frequência e configuração comportamental. A única diferença observada foi na construção da curva gerada pelo ABAQUS (2014), devido à atuação dos modos de vibração, uma vez que o DYNAblast 1.1 (2024) considera apenas o primeiro harmônico, dado que a maior parte da energia excita o primeiro modo fundamental da estrutura. Os resultados obtidos foram satisfatórios, com uma diferença percentual inferior a 10%, completando, assim, a validação do modelo numérico.

Na análise paramétrica, ao analisar os gráficos em função da massa de TNT, observa-se que, para os três tipos de carregamento e em todos os valores de β utilizados, o maior deslocamento foi registrado em $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$, enquanto o menor ocorreu em $Z = 30 \text{ kg/m}^{1/3}$. A configuração das curvas em todos os gráficos seguiu o mesmo padrão, com $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$ localizado na região superior aos demais deslocamentos, apresentando as maiores deformações, seguido de $Z = 10 \text{ kg/m}^{1/3}$, e assim sucessivamente, até $Z = 30 \text{ kg/m}^{1/3}$, onde foram observados os menores deslocamentos.

Portanto, pode-se afirmar que o deslocamento é inversamente proporcional à distância escalada (Z). No entanto, em relação à massa de TNT, com exceção dos casos em que $\beta = 1$ e $\beta = 1,5$ na fase positiva, não se observou um padrão claro que correlacione o aumento da quantidade de explosivo com o deslocamento. Isso sugere que outras variáveis podem estar influenciando o comportamento da estrutura nessas circunstâncias.

Em relação à influência do parâmetro β , os resultados das tabelas de deslocamento em função de W_{TNT} e Z mostram que, para os três tipos de carregamento, $\beta = 1$ apresenta valores inferiores a $\beta = 1,5$ e $\beta = 2$. Isso indica que, à medida que o comprimento da placa aumenta, ocorre uma assimetria na estrutura, resultando em maiores deformações. Esse comportamento pode ser explicado pela distribuição desigual de tensões em placas mais longas, o que favorece maiores deslocamentos, especialmente nas áreas sujeitas a maiores momentos fletores. Assim, o aumento de β reflete em maiores deformações, já que a estrutura se torna menos eficiente em resistir às cargas de forma uniforme, intensificando o efeito de membrana e aumentando a flexibilidade da placa.

Nos gráficos de deslocamento em função de Z , foram avaliadas as curvas correspondentes aos extremos de massa. Para $\beta = 1$ e $\beta = 1,5$, considerando apenas a fase positiva, os deslocamentos para a maior massa ($W_{TNT} = 80 \text{ kg}$) ao longo da distância Z foram constantemente mais elevados. No entanto, ao se introduzir a fase negativa, a diferença entre as curvas diminuiu. Observou-se que, para $W_{TNT} = 10 \text{ kg}$, os deslocamentos a partir de $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$ tornaram-se superiores, enquanto para $W_{TNT} = 80 \text{ kg}$, os valores permaneceram praticamente inalterados em comparação aos registrados na fase positiva. Isso indica que a fase negativa exerce uma influência significativa nas menores massas de explosivo.

No caso de $\beta = 2$, observou-se um aumento do deslocamento ao considerar a fase negativa, semelhante ao que foi registrado para os outros valores de β . No entanto, a diferença foi que, para $\beta = 2$, a curva correspondente a $W_{TNT} = 10$ kg apresentou deslocamentos maiores do que a curva para $W_{TNT} = 80$ kg. Ou seja, neste caso, a massa menor resultou em um deslocamento maior, e a introdução da fase negativa amplificou ainda mais. Outro contraste observado foi que, para $\beta = 2$, a fase negativa também exerceu influência significativa em $Z = 5 \text{ kg/m}^{1/3}$.

Quando comparados os três tipos de carregamento para melhor compreender a influência da fase negativa, observa-se que a combinação da fase positiva e negativa com polinômio cúbico é mais intensa em menores massas e maiores valores de Z . A fase positiva estendida segue um padrão similar, mas com porcentagens de deslocamento um pouco inferiores. Em determinados pontos, especialmente para $Z = 15 \text{ m/kg}^{1/3}$, os deslocamentos da fase positiva e negativa com polinômio cúbico coincidem com os da fase positiva, enquanto a fase positiva estendida continua apresentando uma diferença percentual notável, mesmo para massas um pouco maiores. Isso indica que a fase negativa, especialmente quando combinada com o polinômio cúbico, tem um efeito mais pronunciado nas menores massas e em maiores distâncias, enquanto a fase positiva estendida, por mais que de início demonstre uma influência inferior, posteriormente ela continua presente enquanto a do polinômio cúbico para.

Conclui-se assim que todos os parâmetros analisados apresentam alguma influência significativa no comportamento estrutural e que em determinados momentos, existem outras variáveis, que precisam ser investigadas, atuando junto. Em relação a consideração da fase negativa, o estudo em questão mostra que não pode ser descartada, visto que a estrutura registrou um deslocamento maior nos casos em que houve sua aplicação.

6.1. Trabalhos futuros

O tema envolvendo fenômenos explosivos vem ganhando cada vez mais destaque na atualidade, mas ainda há muitos estudos a serem realizados, especialmente na área experimental, onde a disponibilidade de dados na literatura é

limitada. No entanto, esse é um método complexo de ser executado visto que exige muitos cuidados devido ao alto risco de acidentes. Compreender a influência de um carregamento explosivo em qualquer que seja o tipo de estrutura abre diversas possibilidades de investigações, já que inúmeros parâmetros podem atuar ao decorrer da aplicação do carregamento, influenciando no comportamento das estruturas nessas condições.

Um possível estudo a ser desenvolvido é a análise numérica de placas metálicas submetidas a explosão, considerando o efeito de membrana, assim como feito no presente trabalho, mas aplicando a condição de membrana livre de tensões (*stress-free*), onde o deslocamento é restrito apenas no eixo Z. Além disso, um ponto interessante para essa investigação seria comparar a condição livre de tensões com a condição indeslocável, a fim de avaliar as influências dessas restrições no comportamento de deslocamento da estrutura através da execução de análises paramétricas.

Outra configuração que pode ser utilizada em estudos é a condição de membrana deslocável (*movable*), que ainda precisa ser compreendida quanto à sua aplicação no modelo numérico, já que até o momento é descrita apenas no modelo analítico. Dessa forma, seria possível realizar uma comparação entre os três tipos de condições de membrana — livre de tensões, indeslocável e deslocável — e avaliar sua influência no deslocamento da placa também realizando análises paramétricas, juntamente com uma investigação de como ocorre a atuação da fase negativa quando considerada cada uma das diferentes restrições.

Pode-se realizar uma análise dinâmica de placas circulares submetidas a carregamento explosivo, investigando a influência da geometria e o comportamento da estrutura. Essa análise pode considerar tanto o efeito da fase negativa da explosão quanto as diferentes condições de membrana. Além disso, podem ser conduzidas análises paramétricas para avaliar como outros parâmetros influenciam o comportamento dessas estruturas, permitindo uma compreensão mais abrangente das variáveis envolvidas.

Por fim, uma investigação mais detalhada do comportamento da placa com beta igual a 2, conforme utilizado no estudo em questão, pode ser conduzida para compreender por que o deslocamento e o comportamento estrutural apresentam configurações diferentes em comparação aos valores inferiores desse parâmetro.

Essa análise permitiria entender as particularidades e possíveis mudanças no mecanismo de resposta estrutural da placa conforme o valor de β aumenta.

REFERÊNCIAS

ABAQUS. (2014). *ABAQUS User's Manual*. Providence, Rhode Island, USA. Dassault Systèmes. Simulia Corporation ABAQUS v6.14-1.

ALI ABDULKAREEM MOHAMMED; DR.L.RAMA MOHANA RAO; HANEEN MUNDHER ABDULQADER. Analysis of Plates Subjected to Blast Loads. Volume 2, Issue 9, 2013, Pages 927-934, ISSN 2319-8885.

ASCE, American Society of Civil Engineers. Structural Design for Physical Security. ASCE Manuals and Reports on Engineering Practice N° 142. Structural Engineering Institute, 2021

ATOUI, O.; MAAZOUN, A.; AMINOU, A.; BELKASSEM, B.; PYL, L.; LECOMPTE, D. Dynamic Behavior of Aluminum Plates Subjected to Sequential Fragment Impact and Blast Loading: An Experimental Study. Appl. Sci. 2023, 13, 3542. <https://doi.org/10.3390/app13063542>

BERNADINO, BRUNO. Aplicação da teoria de placas na análise de estruturas offshore. 2016. 110f. Projeto de graduação (Engenharia civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

BERNOULLI, J., JR., Essai theorique sur les vibrations de plaques elastiques rectangulaires et libers, Nova Acta Acad Petropolit, vol. 5, pp. 197–219 (1789).

BRAGA, RODRIGO. Deviante. A ciência por trás da explosão no Porto de Beirute, Parte II – As condições termodinâmicas de uma reação explosiva. Disponível em: <https://www.deviante.com.br/noticias/a-ciencia-por-tras-da-explosao-no-porto-de-beirute-parte-ii-as-condicoes-termodinamicas-de-uma-reacao-explosiva/>. 2021. Acesso em: 19 nov. 2023.

CAUCHY, A.L., Sur l'équilibre le mouvement d'une plaque solide, Exercices Math, vol. 3, p. 328 (1828).

CHLADNI, E.F., Die Akustik, Leipzig, 1802.

D. BONORCHIS, G.N. NURICK, The influence of boundary conditions on the loading of rectangular plates subjected to localised blast loading – Importance in numerical simulations, International Journal of Impact Engineering, Volume 36, Issue 1, 2009, Pages 40-52, ISSN 0734-743X, <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2008.03.003>.

DYNAblast 1.1 (2024)

EULER, L., De motu vibratorio tympanorum, Novi Commentari Acad Petropolit, vol. 10, pp. 243–260 (1766)

FELDGUN, V. R., YANKELEVSKY, Y. S., KARINSKI, Y. S. A nonlinear SDOF model for blast response simulation of elastic thin rectangular plates. International Journal of Impact Engineering, 2015.

FERNÁNDEZ, CINDY. Meteored tempo.com. A explosão no porto de Beirute provocou mudanças na ionosfera. Disponível em: <https://www.tempo.com/noticias/ciencia/a-explosao-no-porto-de-beirute-provocou-mudancas-na-ionosfera-medicao-gps.html>. 2021. Acesso em: 17 nov. 2023.

FRIEDLANDER, F. G. The diffraction of sound pulses I. Diffraction by a semiinfinite plane. Communicated by G. I. Taylor, F.R.S., 1940.

GERMAIN, S., Remarques sur la nature, les bornes et l'étendue de la question des surfaces elastiques et equation general de ces surfaces, Paris, 1826.

GOEL, M. D., THIMMESH, T., SHIRBHATE, P. AND BEDON, C. Enhanced Single-Degree-of-Freedom Analysis of Thin Elastic Plates Subjected to Blast Loading Using an Energy-Based Approach. <https://doi.org/10.1155/2020/8825072>. 2020

GRANSTRÖM, S. A. Loading characteristics of fair blasts from detonating charges. Technical Report 100, Transactions of the Royal Institute of Technology, Stockholm, 1956.

K. CICHOCKI, U. PEREGO. Rectangular Plates Subjected to Blast Loading : the Comparison Between Experimental Results, Numerical Analysis and Simplified Analytical Approach. Journal de Physique IV Proceedings, 1997, 07 (C3), pp.C3-761-C3-766. [ff10.1051/jp4:19973129ff](https://doi.org/10.1051/jp4:19973129ff). [ffjpa-00255415f](https://doi.org/10.1051/jp4:19973129ff)

KAZANCI, Z., & MECITOĞLU, Z. (2008). Nonlinear dynamic behavior of simply supported laminated composite plates subjected to blast load. Journal of Sound and Vibration, 317(3-5), 883-897. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.03.033>

KINNEY, G. F., GRAHAM, K. J. Explosive Shocks in Air. Springer Science + Business Media New York. ISBN 978-3-642-86684-5, 1985

KIRCHHOFF, G.R., Über das gleichgewicht und die bewegung einer elastischen scheibe, J. Für die Reine und Angewandte Mathematik, vol. 40, pp. 51–88 (1850)

LAGRANGE, J.L., Ann Chim, vol. 39, pp. 149–207 (1828).

LORD KELVIN AND TAIT, P.G., Treatise on Natural Philosophy, vol. 1, Clarendon Press, Oxford, 1883.

MUJTABA M. SHUAIB, STEEVE CHUNG KIM YUEN AND GERALD N. NURICK. Numerical Simulation of Blast Loaded CFRP Retrofitted Steel Plates. MATEC Web Conf., 347 (2021) 00038. DOI: <https://doi.org/10.1051/matecconf/202134700038>

N S A RAZAK AND A ALIAS. The Response of Steel Plates Subjected to Closein Blast Loads. 2021 IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci. 682 012036 DOI 10.1088/1755-1315/682/1/012036

NAVIER, C.L.M.H., Bulletin des Sciences de la Societe Philomathique de Paris, 1823.

NEEDHAM, C. E., Blast Waves, Shock Wave and High Pressure Phenomena. DOI 10.1007/978-3-642-05288-0_1, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2010

NETO, M. L. C. (2015). Um Estudo do Fenômeno Explosão e das Ondas de Choque utilizando a fluidodinâmica Computacional. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação – E. DM – 004A/15 Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 103p.

NISHAWALA, V. V. A Study of Large Deflection of Beams and Plates. The State University of New Jersey. New Jersey, 2011

P., JITHIN AND C. P., SUDHEESH KUMAR, Response of Plates Subjected To Blast Loading: A Review (December 24, 2020). Proceedings of the International Conference on Systems, Energy & Environment (ICSEE) 2021, Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3791077> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3791077>

POISSON, S.D., Memoire sur l'équilibre et le mouvement des corps elastique, Mem Acad Sci, vol. 8, p. 357 (1829).

REIS, ANA WALDILA DE QUEIROZ RAMIRO. Análise dinâmica de estruturas de placa submetidas a carregamentos explosivos. 2019. 164f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

REIS, A.W.Q.R., OLIVEIRA, M.F.F., BURGOS, R.B., DYNAblast—A software to obtain the behavior of plates subjected to blast loads, SoftwareX, Volume 20, 2022, 101233, ISSN 2352-7110, <https://doi.org/10.1016/j.softx.2022.101233>.

RIGBY, S. E. Blast Wave Clearing Effects on Finite - Sized Targets Subjected to Explosive Loads. Doctor's thesis. The Department of Civil and Civil Structural Engineering at the University of Sheffield, 2014.

RIGBY, S. E., ANDREW, T., BENNETT, T., CLARKE, S. D., FAY, S. D. The Negative Phase of the Blast Load. International Journal of Protective Structures. Multi - Science Publishing ISSN 2041 --4196, 2013.

SEDAT SUSLER, HALIT S. TURKMEN, ZAFER KAZANCI, "The Nonlinear Dynamic Behaviour of Tapered Laminated Plates Subjected to Blast Loading", Shock and Vibration, vol. 19, Article ID 936412, 21 pages, 2012. <https://doi.org/10.3233/SAV-2012-0667>

SOUZA, KEILA LETICIA BAPTISTA DE. Análise numérica da influência do material de reparação em vigas de concreto armado recuperadas. 2018. 194f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.

T.F. HENCHIE, S. CHUNG KIM YUEN, G.N. NURICK, N. RANWAHA, V.H. BALDEN, The response of circular plates to repeated uniform blast loads: An experimental and numerical study, International Journal of Impact Engineering, Volume 74, 2014, Pages 36-45, ISSN 0734-743X,

TECHNIA. Simulation blog technia. Implicit Vs Explicit Finite Element Analysis: When to use Which?. Disponível em: <https://simulation-blog.technia.com/simulation/implicit-vs-explicit-finite-element-analysis>. 2021. Acesso em: 21 mai. 2024

TIMOSHENKO, S.P., On large deflections of circular plates, Mem Inst Ways Commun, 89, 1915.

US DEPARTMENT OF DEFENSE, Structures to resist the effects of accidental explosions, US DoD, Washington DC, USA, UFC-3-340-02, 2008.

VENTSEL, EDUARD; KRAUTHAMMER, THEODOR. This Plates and Shells: Theory, Analysis and Applications. University Park, Pennsylvania. Editora Marcel Dekker, Inc. 2001. 658 p. ISBN: 0-8247-0575-0

VON KARMÁN, T. Festigkeitsprobleme im Maschinenbau. Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften, IV/4 , Teubner (1910) pp. 311-385.

XU Z, LIU Y, HUANG F. Deformation and failure of thin plate structures under blast loading. Advances in Mechanical Engineering. 2019;11(1). doi:10.1177/1687814018812597

WOJCIECH SUMELKA, MARCIN NOWAK, AMR A. NASSR, HASAN AL-RIFAIE, MICHAŁ MALENDOWSKI, TOMASZ GAJEWSKI, PIOTR PEKSA, ROBERT STUDZIŃSKI, PIOTR W. SIELICKI, Dynamic failure of the aluminium plate under air-blast loading in the framework of the fractional viscoplasticity model - theory and validation, International Journal of Impact Engineering, Volume 158, 2021, 104024, ISSN 0734-743X, <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2021.104024>.

ZAKRISSON, BJÖRN. "Numerical and experimental studies of blast loading." (2010).