



Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia e Ciências

Faculdade de Engenharia

Bruno de Faria Guimarães

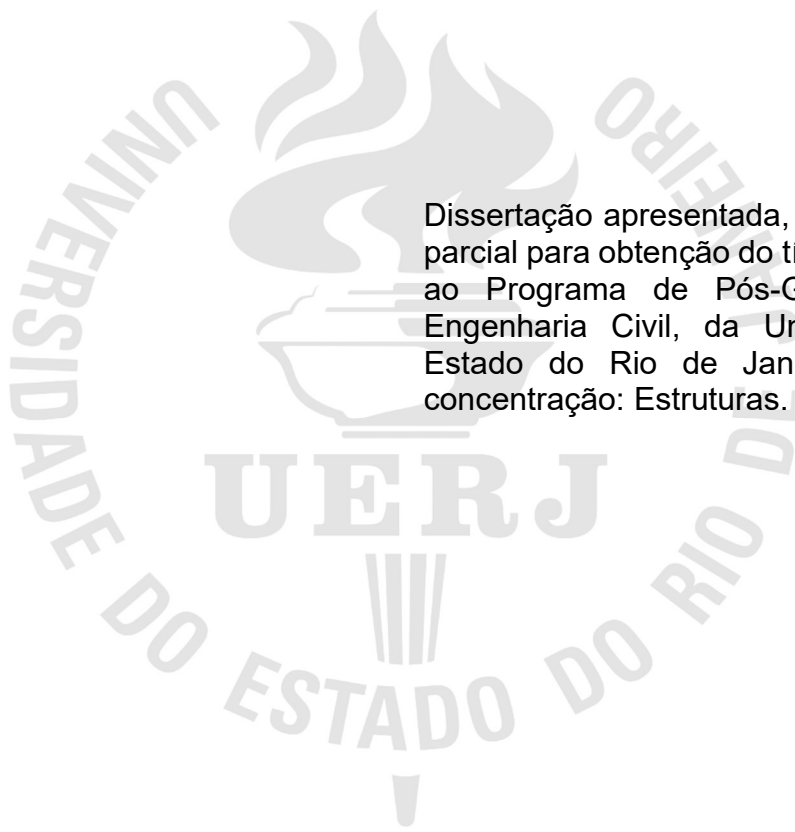
**Comportamento estrutural de colunas de seção transversal
cruciforme**

Rio de Janeiro

2024

Bruno de Faria Guimarães

Comportamento estrutural de colunas de seção transversal cruciforme



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. Luciano Rodrigues Ornelas de Lima

Rio de Janeiro

2024

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC/B

G963 Guimarães, Bruno de Faria.
Comportamento estrutural de colunas de seção transversal
cruciforme / Bruno de Faria Guimarães. – 2024.
142 f.

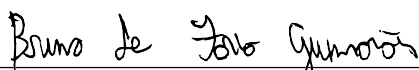
Orientador: Luciano Rodrigues Ornelas de Lima.
Dissertação (Mestrado) - Universidade do Estado do Rio de
Janeiro, Faculdade de Engenharia.

1. Engenharia civil - Teses. 2. Análise estrutural (Engenharia) -
Teses. 3. Aço - Estruturas - Teses. 4. Colunas - Teses. 5. Estabilidade
estrutural - Teses. I. Lima, Luciano Rodrigues Ornelas de. II.
Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia.
III. Título.

CDU 624.075.23

Bibliotecária: Júlia Vieira – CRB7/6022

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial
desta tese, desde que citada a fonte.



Assinatura

24 de fevereiro de 2025

Data

Bruno de Faria Guimarães

Comportamento estrutural de colunas de seção transversal cruciforme

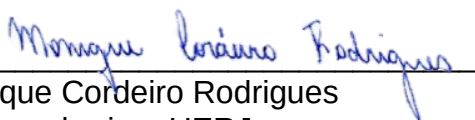
Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Estruturas.

Aprovado em: 17 de outubro de 2024.

Banca Examinadora:



Prof. Dr. Luciano Rodrigues Ornelas de Lima (Orientador)
Faculdade de Engenharia – UERJ



Profa. Dra. Monique Cordeiro Rodrigues
Faculdade de Engenharia – UERJ



Prof. Dr. Fernando Rocha Sarquis
Universidade Veiga de Almeida - UVA

Prof. Dr. Vinicius Nicchio Alves
Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP

Rio de Janeiro

2024

AGRADECIMENTOS

A Deus.

À minha família, cujo apoio incondicional e estímulo constante tornaram este trabalho possível.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Luciano Rodrigues Ornelas de Lima, pelo tempo e atenção dispensados, bem como pelo vasto conhecimento e orientação oferecidos, que foram fundamentais para a realização deste trabalho.

A Fernando Rocha Sarquis, doutorando do PGECIV, pelo valioso auxílio, pela atenção dispensada e pelo compartilhamento generoso de conhecimentos.

Aos professores do PGECIV, que transmitiram seu saber com excelência e desempenharam um papel essencial no êxito desta pesquisa.

Aos amigos que tive a felicidade de conhecer no PGECIV, agradeço pelo apoio constante e pelos momentos enriquecedores que vivenciamos juntos ao longo desta caminhada.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PGECIV) e à Universidade do Estado do Rio de Janeiro, por proporcionarem as condições necessárias para a realização deste trabalho.

O importante é não parar de questionar.
A curiosidade tem a sua própria razão para existir.

Albert Einstein

RESUMO

GUIMARÃES, B. F. *Comportamento estrutural de colunas de seção transversal cruciforme*. 2024. 142 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2024.

Seções transversais onde as linhas médias dos elementos de placa convergem em um único ponto, como nas seções cruciformes, são altamente suscetíveis a fenômenos de instabilidade por torção devido à sua baixa rigidez torcional. A quantidade limitada de pesquisas na literatura sobre o comportamento de colunas com esse tipo de seção transversal destaca a necessidade de novas investigações para entender plenamente os fenômenos de instabilidade que afetam esses elementos estruturais e permitir o desenvolvimento de métodos de dimensionamento mais precisos, especialmente no caso de colunas fabricadas com aços inoxidáveis. Portanto, este trabalho apresenta uma análise numérica utilizando o método dos elementos finitos do comportamento de colunas biengastadas com seção transversal cruciforme fabricadas em aço carbono e em aço inoxidável e sujeitas à falha por flambagem global por torção. Inicialmente, é apresentada a fundamentação teórica necessária para o entendimento do problema investigado. Em seguida, o modelo numérico desenvolvido no software Abaqus é descrito detalhadamente, sendo comparado com resultados experimentais disponíveis na literatura, a fim de validar sua precisão. Posteriormente, análises de flambagem elástica e pós-flambagem elástica e elasto-plástica são realizadas para compreender melhor os fenômenos de instabilidade que regem a falha desses elementos estruturais. Adicionalmente, foi realizada uma análise paramétrica envolvendo um total de 540 modelos numéricos, onde foram consideradas seções transversais com razão b/t variando entre 10 e 20, avaliando tanto aço carbono quanto aços inoxidáveis. O objetivo foi verificar a aplicabilidade do método de dimensionamento do Eurocode 3, que demonstrou ser seguro, porém conservador. Uma curva de flambagem alternativa é proposta para colunas fabricadas em aço carbono, enquanto que, para colunas de aços inoxidáveis, o método λ demonstrou maior eficiência.

Palavras-chave: Aço carbono; Aço inoxidável; Cruciforme; Colunas; Estabilidade.

ABSTRACT

GUIMARÃES, B. F. *Structural behaviour of cruciform columns with fixed end supports*. 2024. 142 f. Dissertation (MSc in Civil Engineering) – Faculty of Engineering, Rio de Janeiro State University, Rio de Janeiro, 2024.

Cross-sections where the midlines of the plate elements converge at a single point, such as in cruciform sections, are highly susceptible to torsional instability phenomena due to their low torsional stiffness. The limited amount of research in the literature on the behavior of columns with this type of cross-section highlights the need for further investigations to fully understand the instability phenomena affecting these structural elements and to enable the development of more accurate design methods, particularly in the case of columns made of stainless steel. Therefore, this study presents a numerical analysis using the finite element method of the behavior of fixed-ended cruciform columns made of carbon steel and stainless steel and prone to failure by torsional buckling. Essential theoretical foundations for understanding the studied problem are initially provided. Subsequently, the numerical model developed in the Abaqus software is described in detail, and comparisons with experimental results available in the literature are made to validate its accuracy and reliability. Furthermore, buckling and post-buckling analyses were carried out to better understand the instability phenomena governing failure in these structural elements. In addition, a parametric analysis assessed the applicability of the Eurocode 3 design method, which was found to be safe but overly conservative. An alternative buckling curve is proposed for columns made of carbon steel, whereas for stainless steel columns, the lambda method has demonstrated greater efficiency.

Keywords: Carbon steel; Stainless steel; Cruciform; Columns; Stability.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Seção transversal cruciforme.....	17
Figura 2 – Coluna de seção cruciforme [9].....	18
Figura 3 – a) Típicas curvas teóricas tensão <i>versus</i> deformação dos aços inoxidáveis e b) detalhe das curvas até 0,55% de deformação [18].	23
Figura 4 – Determinação da tensão nominal de escoamento $\sigma_{0,2\%}$	24
Figura 5 – <i>Helix Bridge</i> em Singapura [20].....	26
Figura 6 – Seção transversal cruciforme.....	27
Figura 7 – Comparação entre seção cruciforme e <i>starred</i> : a) seção cruciforme e b) seção <i>starred</i>	30
Figura 8 – Outros tipos de seção derivados da seção cruciforme ([10], [11], [29], [30], [31], [32]).	32
Figura 9 – Análise de flambagem elástica de uma coluna de seção cruciforme: a) curva de assinatura e b) participação modal [4].....	34
Figura 10 – Modos de flambagem do GBTul [14].....	34
Figura 11 – Flambagem global por torção: a) deformada global e b) deformada da seção à meia altura.	35
Figura 12 – Curva de assinatura do GBTul [14] e equação analítica.	38
Figura 13 – Flambagem global por flexão: a) deformada global e b) deformada da seção à meia altura.	39
Figura 14 – Curva de assinatura do GBTul [14] e equação analítica.	40
Figura 15 – Análise de pós-flambagem elástica de uma coluna de seção cruciforme: a) deformada da seção à meia altura e b) caminhos de equilíbrio [5].	42
Figura 16 – Comparação com placa apoiada e livre [5].	42
Figura 17 – Tipos de análises de flambagem: a) flambagem global por torção, b) flambagem global por flexão.	44
Figura 18 – Convergência de malha em análise de flambagem elástica e de pós-flambagem elástica.	54
Figura 19 – Convergência de malha em análise de pós-flambagem elasto-plástica.	55
Figura 20 – Convergência de malha em análise de pós-flambagem elasto-plástica considerando tensão residuais.....	56
Figura 21 – Detalhe da região rígida e do ponto de referência RP-2.	57

Figura 22 – Imperfeição de torção: a) vista isométrica; b) vista frontal; c) seção à meia altura.	58
Figura 23 – Comparação de resultados dos modelos bilinear e quadrilinear: a) razão entre cargas máximas obtidas em função da esbeltez normalizada e b) comparação entre caminhos de equilíbrio para uma das colunas testadas.....	60
Figura 24 – Curvas bilineares tensão <i>versus</i> deformação dos aços S275 e S355: a) S275 e b) S355.	60
Figura 25 – Curvas tensão <i>versus</i> deformação dos aços inoxidáveis: a) curvas completas e b) detalhe até 1,5% de deformação.	61
Figura 26 – Distribuição de tensões residuais: a) distribuição teórica, b) distribuição no modelo numérico.....	62
Figura 27 – Curvas tensão <i>versus</i> deformação para o aço Wel-Ten 80C [7].	63
Figura 28 – Imperfeição geométrica introduzida no modelo de elementos finitos.	64
Figura 29 – Caminhos de equilíbrio: a) T-A, b) T-B, c) T-C, d) T-D e e) T-E [7].	65
Figura 30 – Deformadas finais das colunas investigadas por Nishino <i>et al.</i> [7]: a) T-A, b) T-B, c) T-C, d) T-D e e) T-E [7].	65
Figura 31 – Curva tensão <i>versus</i> deformação para o aço BISALLOY 80 [8].	66
Figura 32 – Imperfeição geométrica inicial introduzida no modelo de elementos finitos.	67
Figura 33 – Comparação entre caminhos de equilíbrio: a) experimental X1SC2, b) Experimental X2SC1 e c) experimental X3SC1 [8].	68
Figura 34 – Deformadas finais das colunas investigadas por Rasmussen e Hancock [8]: a) X1SC1/X1SC2, b) X2SC1/X2SC2 e c) X3SC1/X3SC2.	68
Figura 35 – Curva tensão <i>versus</i> deformação para o aço SBHS700 [36].	69
Figura 36 – Imperfeição introduzida.	70
Figura 37 – Comparação entre caminhos de equilíbrio dos ensaios de Nie <i>et al</i> [36]: a) B07 e b) B11.	70
Figura 38 – Comparação com deformada final do ensaio B07de Nie <i>et al.</i> [36].	71
Figura 39 – Comparação com deformada final do ensaio B11de Nie <i>et al.</i> [36].	71
Figura 40 – Curvas tensão <i>versus</i> deformação para o aço S690 [23].	72
Figura 41 – Imperfeição introduzida.	73
Figura 42 – Comparação entre caminhos de equilíbrio dos ensaios de Chen <i>et al.</i> [23]: a) 60x60x5, b) 70x70x5, c) 80x80x5, d) 100x100x5 e e) 120x120x5.	74

Figura 43 – Deformadas finais: a) 60x60x5, b) 70x70x5, c) 80x80x5, d) 100x100x5 e e) 120x120x5.....	75
Figura 44 – Comparação com deformada final dos ensaios de Chen <i>et al.</i> [23].	75
Figura 45 – Comparação entre cargas máximas experimentais e numéricas.	77
Figura 46 – Comparação entre caminhos de equilíbrio.....	77
Figura 47 – Diagrama de participação modal para cada seção.	80
Figura 48 – Curvas de assinatura de cada seção.	82
Figura 49 – Caminhos de equilíbrio para cada seção com imperfeição inicial L1000.	86
Figura 50 – Configuração deformada da seção à meia altura para $PP_{cr} = 1,3$ e colunas de seção 60x4.....	87
Figura 51 – Configurações deformadas para $PP_{cr} = 1,3$	88
Figura 52 – Pontos de avaliação das tensões normais σ_z na seção à meia altura....	89
Figura 53 – Evolução da distribuição de tensões normais na linha média da seção.	90
Figura 54 – Caminhos de equilíbrio normalizados pela carga crítica com aço S275.	92
Figura 55 – Caminhos de equilíbrio normalizados pela carga de plastificação com aço S275.....	93
Figura 56 – Caminhos de equilíbrio normalizados pela carga crítica com aço S355.	94
Figura 57 – Caminhos de equilíbrio normalizados pela carga de plastificação com aço S355.....	95
Figura 58 – Evolução da configuração deformada para a seção 40x4.....	97
Figura 59 – Evolução da configuração deformada para a seção 60x4.....	97
Figura 60 – Evolução da configuração deformada para a seção 80x4.....	97
Figura 61 – Influência da tensão residual na carga máxima	99
Figura 62 – Resultado da análise paramétrica para os aços carbono.....	101
Figura 63 – Configuração deformada final da flambagem por torção.....	102
Figura 64 – Resultado da análise paramétrica para os aços inoxidáveis.....	103
Figura 65 – Configuração deformada da seção à meia altura para flambagem com interação entre os modos de flambagem de torção e flexão.....	103
Figura 66 – Comparação entre caminhos de equilíbrio e configurações deformadas no instante da falha para seção 40x4 e comprimento $0,20L_T$	105
Figura 67 – Comparação entre caminhos de equilíbrio e configurações deformadas no instante da falha para seção 60x4 e comprimento $0,20L_T$	105

Figura 68 – Comparação entre caminhos de equilíbrio e configurações deformadas no instante da falha para seção 80x4 e comprimento $0,20L_T$	106
Figura 69 – Comparação com a curva de flambagem b do Eurocode 3 [12]	108
Figura 70 – Comparação com a carga prevista pelo Eurocode 3 [12].....	108
Figura 71 – Comparação com a curva de flambagem b do Eurocode 3 [12]	110
Figura 72 – Comparação com a carga prevista pelo Eurocode 3 [13].....	111
Figura 73 – Comparação entre as curvas de flambagem Eurocode 3 [12] [34] e os resultados da análise paramétrica para o aço carbono.....	112
Figura 74 – Linha de tendência	113
Figura 75 – Comparação com a curva de flambagem local do método modificado	114
Figura 76 – Comparação com a carga prevista pelo método modificado.....	114
Figura 77 – Comparação entre as curvas de flambagem Eurocode 3 [12] [13] e os resultados da análise paramétrica para o aço inoxidável.....	116
Figura 78 – Comparação entre a curva de flambagem do método λ e os resultados da análise paramétrica	118
Figura 79 – Comparação com a carga prevista pelo método λ [25],	118
Figura 80 – Comparação com a carga prevista pelo método de Behzadi-Sofiani <i>et al.</i> [39]	120

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades mecânicas dos aços inoxidáveis [18].	61
Tabela 2 – Propriedades geométricas dos ensaios de Nishino <i>et al.</i> [7] e imperfeições introduzidas	64
Tabela 3 – Comparação com cargas máximas de Nishino <i>et al.</i> [7].	64
Tabela 4 – Propriedades geométricas dos ensaios de Rasmussen e Hancock [8] e imperfeições geométricas iniciais introduzidas	66
Tabela 5 – Comparação com cargas máximas de Rasmussen e Hancock [8].	67
Tabela 6 – Propriedades geométricas dos ensaios e imperfeições introduzidas.	69
Tabela 7 – Comparação com cargas máximas de Nie <i>et al.</i> [36]	70
Tabela 8 – Propriedades geométricas dos ensaios de Chen <i>et al.</i> [23] e imperfeições introduzidas	72
Tabela 9 – Comparação com cargas máximas de Chen <i>et al.</i> [23].	73
Tabela 10 – Resumo da comparação entre modelos experimentais e numéricos.	76
Tabela 11 – Comprimentos de transição.	80
Tabela 12 – Comprimentos escolhidos	81
Tabela 13 – Cargas críticas para a seção 40x4	82
Tabela 14 – Cargas críticas para a seção 50x5	83
Tabela 15 – Cargas críticas para a seção 60x4	83
Tabela 16 – Cargas críticas para a seção 75x5	83
Tabela 17 – Cargas críticas para a seção 80x4	84
Tabela 18 – Cargas críticas para a seção 100x5	84
Tabela 19 – Amplitude máxima da imperfeição inicial.	85
Tabela 20 – Cargas máximas obtidas para o aço S275.	96
Tabela 21 – Cargas máximas obtidas para o aço S355.	96
Tabela 22 – Dados da análise paramétrica	101
Tabela 23 – Classe, área bruta e área efetiva das seções em aço carbono	107
Tabela 24 – Comparação com a carga prevista pelo Eurocode 3 [12].	108
Tabela 25 – Classe, área bruta e área efetiva das seções em aço austenítico	109
Tabela 26 – Classe, área bruta e área efetiva das seções em aço ferrítico	110
Tabela 27 – Classe, área bruta e área efetiva das seções em aço duplex	110
Tabela 28 – Comparação com a carga prevista pelo Eurocode 3 [13].	111

Tabela 29 – Comparação com a carga prevista pelo método modificado.....	115
Tabela 30 – Comparação com a carga prevista por cada uma das curvas.....	116
Tabela 31 – Comparação com a carga prevista pelos métodos alternativos	120
Tabela 32 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 40x4 constituídas de aço carbono.....	131
Tabela 33 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 50x5 constituídas de aço carbono.....	132
Tabela 34 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 60x4 constituídas de aço carbono.....	133
Tabela 35 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 75x5 constituídas de aço carbono.....	134
Tabela 36 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 80x4 constituídas de aço carbono.....	135
Tabela 37 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 100x5 constituídas de aço carbono.....	136
Tabela 38 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 40x4 constituídas de aços inoxidáveis	137
Tabela 39 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 50x5 constituídas de aços inoxidáveis	138
Tabela 40 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 60x4 constituídas de aços inoxidáveis	139
Tabela 41 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 75x5 constituídas de aços inoxidáveis	140
Tabela 42 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 80x4 constituídas de aços inoxidáveis	141
Tabela 43 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 100x5 constituídas de aços inoxidáveis	142

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área bruta da seção transversal
A_{eff}	Área efetiva da seção transversal
b	Largura da aba da seção transversal
b_{eff}	Largura efetiva da aba da seção transversal
E	Módulo de elasticidade longitudinal do aço
$E_{0,2\%}$	Módulo de elasticidade tangente do aço inoxidável na tensão nominal de escoamento
f_u	Tensão última
f_y	Tensão de escoamento
G	Módulo de elasticidade transversal do aço
I_0	Momento polar de inércia da seção transversal
I_t	Constante de torção de Saint-Venant da seção transversal
I_w	Constante de empenamento da seção transversal
I_y	Momento de inércia da seção transversal em torno do eixo y-y
I_z	Momento de inércia da seção transversal em torno do eixo z-z
i_0	Amplitude da imperfeição geométrica inicial
k_p	Coeficiente de flambagem de placa
L	Comprimento da coluna
L_e	Comprimento efetivo de flambagem da coluna
L_T	Comprimento de transição
$L_{T_{GBTul}}$	Comprimento de transição obtido através do GBTul
m	Coeficiente do aço inoxidável definido no Eurocode 3
n	Coeficiente do aço inoxidável definido no Eurocode 3
P	Carga aplicada na coluna
P_{cr}	Carga crítica de flambagem elástica da coluna
$P_{cr,F}$	Carga crítica de flambagem global por flexão da coluna
$P_{cr,GBT}$	Carga crítica de flambagem obtida através do GBTul
$P_{cr,T}$	Carga crítica de flambagem global por torção da coluna
P_u	Carga máxima

$P_{u,EC3}$	Carga máxima prevista pelo Eurocode
$P_{u,EC3m}$	Carga máxima prevista pelo método modificado proposto
$P_{u,exp}$	Carga máxima experimental
$P_{u,FEM}$	Carga máxima do modelo de elementos finitos
$P_{u,Rd}$	Carga máxima prevista pelo método alternativo
$P_{u,\lambda}$	Carga máxima prevista pelo método λ
r_0	Raio de giração polar da seção transversal
$R_{p0,01}$	Tensão nominal de escoamento para 0,01% de deformação
t	Espessura da aba da seção transversal
T	Momento torsor
T_{sv}	Momento torsor resistente de Saint-Venant
T_w	Momento torsor resistente devido ao empenamento
α	Fator de imperfeição
β	Ângulo de rotação da seção transversal
δ	Deslocamento axial
Δ_F	Parâmetro de interação entre modos de flambagem
ε	Deformação
ε_{EC3}	Parâmetro de deformação do Eurocode
ε_{True}	Deformação verdadeira
ε_u	Deformação corresponde à tensão última
θ_0	Rotação de imperfeição geométrica inicial
$\bar{\lambda}$	Esbeltez normalizada
ρ	Fator de redução
σ	Tensão normal
$\sigma_{0,2\%}$	Tensão nominal de escoamento
σ_{cr}	Tensão crítica de flambagem elástica
$\sigma_{cr,p}$	Tensão crítica de flambagem de placa
$\sigma_{cr,T}$	Tensão crítica de flambagem por torção da coluna
ν	Coeficiente de Poisson
χ	Fator de redução

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	17
1. REFERENCIAL TEÓRICO.....	22
1.1. Aço inoxidável	22
1.2. Colunas de seção transversal cruciforme.....	26
1.3. Análise de flambagem elástica	33
1.3.1. Flambagem global por torção.....	35
1.3.2. Flambagem global por flexão	39
1.3.3. Comprimento de transição	40
1.4. Análises de pós-flambagem	41
1.4.1. Pós-flambagem elástica	41
1.4.2. Pós-flambagem elasto-plástica	43
1.4.3. Comparação entre análises.....	44
2. DIMENSIONAMENTO DE COLUNAS DE SEÇÃO CRUCIFORME	46
2.1. Eurocode 3: Parte 1.1 – Colunas em aço carbono.....	46
2.1.1. Classificação da seção transversal	46
2.1.2. Redução da área bruta para seções classe 4	48
2.1.3. Determinação da carga máxima resistente	49
2.2. Eurocode 3: Parte 1.4 – Colunas em aços inoxidáveis	50
2.2.1. Classificação da seção transversal	50
2.2.2. Redução da área bruta para seções classe 4	51
2.2.3. Determinação da carga máxima resistente	52
3. DESENVOLVIMENTO E VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO	53
3.1. Desenvolvimento.....	53
3.1.1. Elemento finito de casca S4 e estudo de convergência de malha	53
3.1.2 Condições de apoio e carga.....	57
3.1.3. Imperfeição geométrica inicial	58
3.1.4. Comportamento do material	59
3.1.5. Tensões residuais	61
3.2. Validação.....	62
3.2.1. Nishino <i>et al.</i> [7].....	63
3.2.2. Rasmussen e Hancock [8].....	66

3.2.3. Nie <i>et al.</i> [36]	69
3.2.4. Chen <i>et al.</i> [23]	71
3.2.5. Conclusões gerais	75
4. ANÁLISES DE ESTABILIDADE	79
4.1. Análise de Flambagem Elástica	79
4.2. Análise de Pós-Flambagem Elástica	85
4.3. Análise de Pós-Flambagem Elasto-Plástica	91
5. ANÁLISE PARAMÉTRICA E MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO	100
5.1. Análise paramétrica	100
5.1.1. Aço carbono	101
5.1.2. Aços inoxidáveis	102
5.1.3. Comparações entre os aços carbono e inoxidável	104
5.2. Comparação com o Eurocode 3	107
5.2.1. Aço carbono	107
5.2.2. Aços inoxidáveis	109
5.3. Alternativas ao Eurocode 3	112
5.3.1. Aço carbono	112
5.4.2. Aços inoxidáveis	115
6. CONCLUSÕES	121
6.1. Considerações finais	121
6.2. Principais contribuições deste trabalho	123
6.3. Sugestões para trabalhos futuros	125
REFERÊNCIAS	126
APÊNDICE	131

INTRODUÇÃO

Considerações Gerais

Colunas de seção transversal cruciforme são tipicamente fabricadas a partir de três placas retangulares soldadas em forma de cruz. Esses elementos estruturais que apresentam baixa rigidez à torção, atribuída à ausência da ocorrência de empenamento primário nesse tipo de seção [1]. Essa característica faz com que esses elementos sejam altamente propensos a fenômenos de instabilidade associados à torção. Dentre os estudos realizados com esse tipo de elemento estrutural podem ser destacados os realizados por Stowell [2], Dabrowski [3], Dinis *et al.* [4], Dinis e Camotim [5], Trahair [6] e os estudos experimentais realizados por Nishino *et al.* [7] e Rasmussen e Hancock [8]. A Figura 1 ilustra uma seção transversal cruciforme genérica com largura de aba b e espessura t .

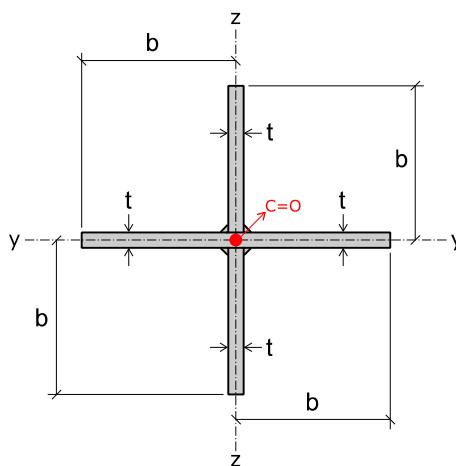


Figura 1 – Seção transversal cruciforme.

Esse tipo de seção transversal é frequentemente utilizado em estruturas como torres de transmissão de energia elétrica. Sua aplicação também pode ser observada, embora de forma menos comum, em edificações, como ilustrado na Figura 2.



Figura 2 – Coluna de seção cruciforme [9].

Tradicionalmente, o tipo de aço mais utilizado em estruturas metálicas é o aço carbono. No entanto, os aços inoxidáveis vêm conquistando cada vez mais relevância devido ao reconhecimento das vantagens adicionais que suas propriedades oferecem para aplicações estruturais, especialmente no que diz respeito à sua elevada durabilidade, o que os tornam uma opção atrativa em diversas situações.

Contudo, persiste uma lacuna na literatura acerca do comportamento de colunas de seção cruciforme fabricadas com aços inoxidáveis. À medida que a relevância desses materiais cresce, impulsionada pelo reconhecimento de suas vantagens estruturais, esse tema tem se consolidado como um campo de estudo cada vez mais pertinente.

Motivação

Atualmente, é possível verificar a existência de um número limitado de pesquisas na literatura dedicadas ao estudo do comportamento de colunas de seção transversal cruciforme. Essa escassez destaca a necessidade de conduzir novas investigações, visando obter um entendimento completo dos fenômenos de instabilidade que atuam nesses elementos estruturais. Essa compreensão é crucial para o avanço no desenvolvimento de métodos de dimensionamento mais precisos e eficientes, especialmente na previsão de carga máxima resistente em casos de flambagem global por torção.

Além dessa escassez de pesquisas, foram encontradas poucas pesquisas que investigam o comportamento de colunas de seção transversal cruciforme constituídas de aços inoxidáveis, sendo essas pesquisas sobre o comportamento de seções cruciformes constituídas de perfis formados a frio [10], [11]. Sabe-se que os aços inoxidáveis apresentam um grande potencial para usos estruturais por conciliar elevada resistência mecânica e ductilidade com elevada resistência à corrosão. Portanto, essa ausência de estudos destaca uma área importante para a condução de investigações, considerando o crescente interesse em aplicações estruturais para os aços inoxidáveis.

Objetivos

Esta dissertação tem como objetivo realizar análises numéricas do comportamento de colunas biengastadas de seção transversal cruciforme constituídas de aço carbono e aços inoxidáveis empregando metodologia similar àquela empregada por Dinis e Camotim [5]. Um modelo numérico em elementos finitos será desenvolvido e validado, utilizando como referência, resultados experimentais disponíveis na literatura. Serão realizadas análises de flambagem e de pós-flambagem elástica e elasto-plástica a fim de melhor compreender os fenômenos de instabilidade que governam a falha em colunas de seção cruciforme. As análises de flambagem buscam identificar os modos críticos de instabilidade, enquanto as

análises de pós-flambagem buscam avaliar a redistribuição de esforços após a ocorrência da flambagem inicial e a resistência da coluna. Por fim, uma análise paramétrica será realizada visando avaliar a aplicabilidade do método de dimensionamento descrito pelo Eurocode 3: Parte 1.1 [12] para colunas constituídas de aço carbono e do Eurocode 3: Parte 1.4 [13] para colunas constituídas de aço inoxidável, verificando a precisão e a segurança das recomendações normativas para esse tipo de elemento estrutural. Desta forma, amplia-se a base de dados disponível sobre o comportamento de colunas com seção transversal cruciforme, contribuindo significativamente para o avanço do conhecimento técnico e científico na área.

Estrutura da dissertação

O presente documento de dissertação de mestrado é composto por seis capítulos.

O capítulo um apresentará uma base teórica para o entendimento do problema em questão, introduzindo conceitos fundamentais que são cruciais para a contextualização e compreensão do estudo.

O capítulo dois apresentará de maneira detalhada, os procedimentos descritos no Eurocode 3: Parte 1.1 [12] e no Eurocode 3: Parte 1.4 [13] para o dimensionamento de colunas de seção transversal cruciforme constituídas de aços carbono e inoxidáveis, respectivamente.

O capítulo três introduzirá o modelo numérico em elementos finitos desenvolvido. Serão descritos o tipo de elemento escolhido, a discretização da malha aplicada, a definição das condições de contorno, a incorporação da imperfeição geométrica inicial e o padrão de distribuição das tensões residuais utilizado. Adicionalmente, será realizada uma comparação entre os resultados experimentais encontrados na literatura e os resultados alcançados para cada caso por meio do modelo numérico desenvolvido, tendo por objetivo validar a capacidade do modelo em reproduzir, de maneira satisfatória, os ensaios experimentais. Esse processo de validação é essencial para verificar a consistência e a confiabilidade do modelo numérico.

O capítulo quatro definirá as dimensões das seções transversais que serão estudadas e descreve as análises de flambagem elástica realizadas. O *software* GBTul [14] será utilizado para se obter os diagramas de participação modal e as curvas de assinatura de cada seção. Análises de autovalores e autovetores serão conduzidas no Abaqus [15] para diversos comprimentos selecionados para cada seção, comparando os resultados de carga crítica e modo de flambagem com os obtidos no GBTul [14] e pelas equações analíticas apresentadas no capítulo um. Este capítulo também abordará a análise de pós-flambagem elástica realizada no Abaqus [15], onde o material será definido como elástico perfeito ($E = 210 \text{ GPa}$). Imperfeições geométricas iniciais baseadas no primeiro modo crítico de flambagem elástica serão aplicadas com amplitude máxima de $L/1000$. O objetivo é avaliar a estabilidade no regime elástico e a evolução da deformação da coluna. Além disso, será realizada uma análise de pós-flambagem elasto-plástica, considerando material elasto-plástico perfeito com módulo de elasticidade $E = 210 \text{ GPa}$ e tensão de escoamento $f_y = 275 \text{ MPa}$ e $f_y = 355 \text{ MPa}$. Imperfeições geométricas iniciais semelhantes serão aplicadas. O objetivo é avaliar a influência da introdução da não linearidade física do material na estabilidade da coluna e na evolução de sua configuração deformada. Por fim, o capítulo avaliará o impacto das tensões residuais no comportamento da coluna.

O capítulo cinco descreverá a realização de uma etapa de análise paramétrica. Serão analisadas colunas constituídas pelos aços carbono S275 e S355, bem como pelos aços inoxidáveis austenítico, ferrítico e duplex. Comparações serão realizadas entre o comportamento das colunas feitas com os dois tipos de materiais. Além disso, com uma amostra representativa obtida a partir da análise paramétrica, será avaliada a aplicabilidade dos métodos de dimensionamento apresentados no Eurocode 3: Parte 1-1 [12] e no Eurocode 3: Parte 1-4 [13]. Sugestões de possíveis melhorias aos métodos serão discutidas, assim como a avaliação de métodos alternativos.

Por fim, o capítulo seis apresentará as conclusões e considerações finais desta dissertação, bem como sugestões para pesquisas futuras.

1. REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo apresenta a base teórica fundamental para a análise crítica do problema em estudo. São expostos e discutidos os principais conceitos e definições que sustentam a investigação, proporcionando a contextualização adequada e favorecendo uma compreensão adequada dos elementos centrais da pesquisa.

1.1. Aço inoxidável

O termo "aço inoxidável" refere-se a ligas de aço que demonstram elevada resistência à corrosão e ao calor, caracterizadas pela presença mínima de 10,5% de cromo em sua composição química. A resistência à corrosão decorre da formação de uma camada fina, estável e não porosa de óxido de cromo na superfície do aço, quando exposto a ambientes oxidantes. Esta camada, conhecida como filme passivo, é facilmente gerada e mantida em diversas condições oxidantes ([16], [17]).

Os aços inoxidáveis destacam-se por sua elevada durabilidade, atribuída à sua intrínseca alta resistência à corrosão. Essa característica minimiza a necessidade de inspeções e manutenções regulares, podendo, em muitos casos, eliminar completamente intervenções relacionadas à substituição ou reparo de componentes corroídos. Por conta disso, esses aços são especialmente adequados para aplicações em ambientes agressivos, como regiões costeiras ou áreas industriais.

Os aços inoxidáveis podem ser divididos em cinco categorias principais, com base em suas características e propriedades: austeníticos, ferríticos, duplex, martensíticos e endurecíveis por precipitação. Entre esses grupos, os aços austeníticos, ferríticos e duplex são os mais amplamente utilizados em aplicações estruturais, devido à combinação de resistência mecânica e resistência à corrosão que apresentam.

Os aços austeníticos destacam-se pela facilidade de conformação a frio e elevada ductilidade, podendo atingir valores de deformação última de até 60%. Essas propriedades os tornam particularmente adequados para aplicações estruturais que

exigem alta capacidade de absorção de energia, como em zonas sísmicas e em estruturas sujeitas a impactos ou explosões. ([16], [17]).

Por outro lado, os aços ferríticos, embora apresentem uma ductilidade inferior à dos austeníticos, são geralmente mais econômicos, especialmente quando avaliados em relação à resistência equivalente à corrosão. [17].

Já os aços inoxidáveis duplex, também denominados austenítico-ferríticos, são reconhecidos por sua elevada resistência mecânica, que é a maior entre os aços inoxidáveis. Essa propriedade permite o desenvolvimento de estruturas mais leves, o que representa uma vantagem significativa em aplicações como pontes e certas estruturas *offshore*, por exemplo. [17].

Diferentemente dos aços carbono convencionais, os aços inoxidáveis não apresentam um patamar de escoamento claramente definido no gráfico tensão *versus* deformação, exibindo comportamento não-linear desde o início da deformação. A Figura 3 ilustra o comportamento típico tensão *versus* deformação dos aços inoxidáveis austeníticos, ferríticos e duplex.

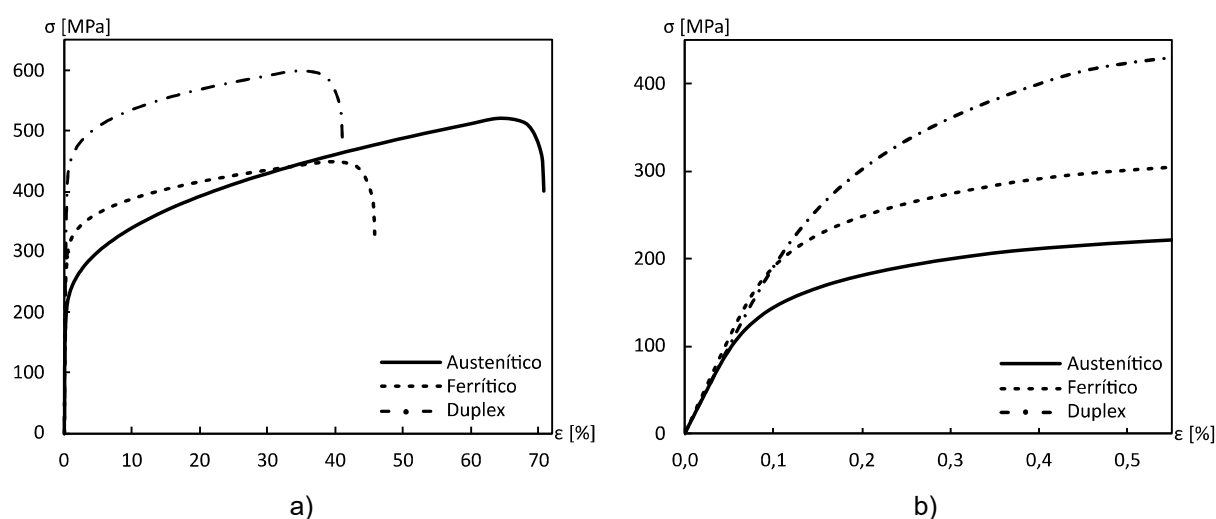


Figura 3 – a) Típicas curvas teóricas tensão *versus* deformação dos aços inoxidáveis e b) detalhe das curvas até 0,55% de deformação [18].

Os métodos normativos de dimensionamento de estruturas em aços inoxidáveis geralmente seguem princípios semelhantes aos aplicados aos aços carbono. Entretanto, devido às diferenças de comportamento entre esses materiais, é necessário adaptar e modificar esses critérios para melhor refletir as particularidades dos aços inoxidáveis. Como resultado, tornou-se comum a elaboração de normas específicas para os aços inoxidáveis, suplementando as normas existentes para os

aços carbono. No contexto das normas europeias, foi desenvolvido o Eurocode 3: Parte 1.4 [13] com o propósito de complementar o Eurocode 3: Parte 1.1 [12], que aborda o dimensionamento de estruturas em aço carbono.

Devido à ausência de um patamar de escoamento e, conseqüentemente, de uma tensão de escoamento f_y definida, é comum definir uma tensão nominal de escoamento ($\sigma_{0,2\%}$) para se caracterizar mecanicamente os aços inoxidáveis. Essa tensão é obtida ao se calcular a interseção da curva tensão *versus* deformação com uma reta que passa pelo ponto onde $\sigma = 0$ e $\varepsilon = 0,2\%$ e tem inclinação de valor igual ao módulo de elasticidade inicial E da curva. A tabela 2.1 do Eurocode 3: Parte 1.4 [13] apresenta o valor de tensão nominal de escoamento ($\sigma_{0,2\%}$) para diversos tipos de aços inoxidáveis diferentes. A Figura 4 ilustra como obter esse valor.

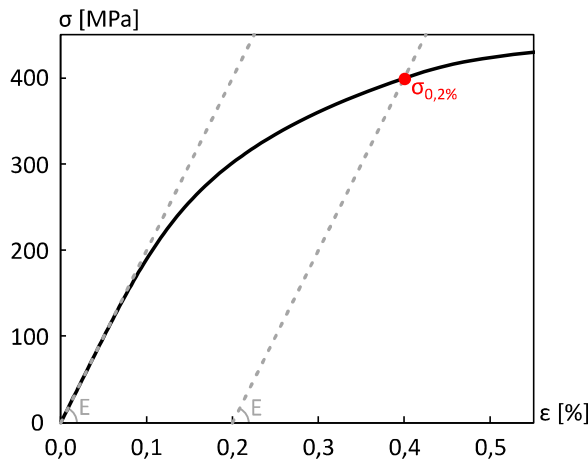


Figura 4 – Determinação da tensão nominal de escoamento $\sigma_{0,2\%}$.

A equação (1) permite modelar o comportamento tensão *versus* deformação dos aços inoxidáveis até a falha e foi apresentada por Rasmussen [18]. Essa mesma equação foi posteriormente introduzida em forma de anexo no Eurocode 3: Parte 1.4 [13] (anexo C).

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{\sigma}{E} + 0,002 \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0,2\%}} \right)^n & \text{para } \sigma \leq \sigma_{0,2\%} \\ 0,002 + \frac{\sigma_{0,2\%}}{E} + \frac{\sigma - \sigma_{0,2\%}}{E_{0,2\%}} + \varepsilon_u \left(\frac{\sigma - \sigma_{0,2\%}}{f_u - \sigma_{0,2\%}} \right)^m & \text{para } \sigma_{0,2\%} < \sigma \leq f_u \end{cases} \quad (1)$$

onde:

σ É a tensão aplicada ao material.

ε É a deformação do material.

E É o módulo de elasticidade inicial do material.

$\sigma_{0,2\%}$ É a tensão nominal de escoamento do material.

n É um coeficiente que controla a curvatura da transição entre o comportamento elástico e plástico, definido como: $n = \frac{\ln 20}{\ln(\sigma_{0,2\%}/R_{p0,01})}$.

$R_{p0,01}$ É a tensão nominal do material correspondente a 0,01% de deformação.

$E_{0,2\%}$ É o módulo de elasticidade tangente do material na tensão nominal de escoamento, definido como: $E_{0,2\%} = \frac{E}{1 + 0,002nE/\sigma_{0,2\%}}$.

ε_u É a deformação corresponde à tensão última do material, definido como:

$$\varepsilon_u = 1 - \frac{f_y}{f_u}.$$

f_u É a tensão última do material.

m É um coeficiente que define a forma da curva tensão-deformação na região de endurecimento por deformação plástica, definido como:

$$m = 1 + 3,5 \frac{f_y}{f_u}.$$

Os parâmetros n e ε_u também podem ser determinados, respectivamente, a partir da Tabela 4.1 do Eurocode 3: Parte 1.4 [13] e por meio de ensaios experimentais.

Um exemplo de aplicação do aço inoxidável é a *Helix Bridge*, uma passarela localizada em Singapura, ilustrada na Figura 5. A escolha desse material foi motivada pela necessidade dos projetistas em aliar a questão estética à necessidade de uma estrutura resistente à corrosão. O ambiente urbano de Singapura, considerado agressivo por ser uma área costeira e industrializada, justificou a preferência pelo uso de aços inoxidáveis. Além disso, uma análise de viabilidade econômica demonstrou que a opção pelos aços inoxidáveis se mostrava mais vantajosa que a opção pelos aços carbono. Dessa forma, a passarela foi concebida quase que completamente em perfis tubulares de aço inoxidável duplex [19].



Figura 5 – *Helix Bridge* em Singapura [20].

1.2. Colunas de seção transversal cruciforme

A seção cruciforme é composta por quatro elementos de placa que se interceptam em ângulos retos em um ponto comum. Tanto o centroide quanto o centro de cisalhamento desta seção coincidem, localizando-se no ponto de interseção das linhas médias das placas. Os momentos de inércia em torno dos dois principais eixos de inércia são idênticos entre si. Por ser considerada uma seção aberta, na qual o material é distribuído ao longo de placas finas cujas linhas médias interceptam o centro de cisalhamento, a constante de torção é consideravelmente reduzida em comparação com seções fechadas, por exemplo. A constante de empenamento é determinada exclusivamente pelo empenamento secundário, uma vez que o empenamento primário não ocorre nesse tipo de seção. A Figura 6 ilustra uma seção transversal cruciforme genérica com largura de aba b e espessura t .

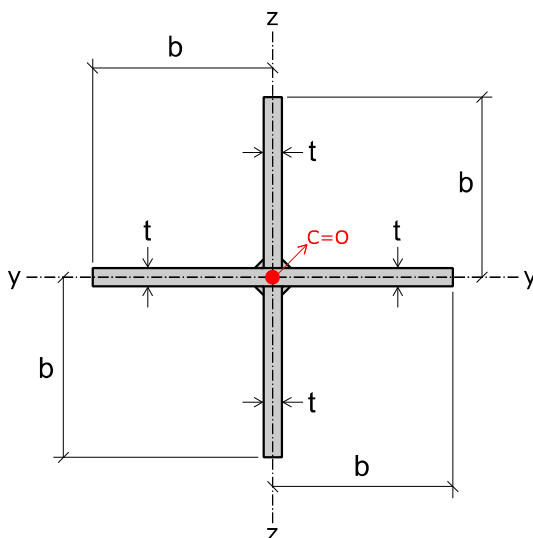


Figura 6 – Seção transversal cruciforme.

Para uma seção transversal cruciforme como a da Figura 6, as seguintes propriedades geométricas são relevantes [3]:

$$A = 4bt \quad (2)$$

$$I_0 = \frac{4b^3t}{3} \quad (3)$$

$$I_t = \frac{4bt^3}{3} \quad (4)$$

$$I_w = \frac{b^3t^3}{9} \quad (5)$$

$$I_y = I_z = \frac{2b^3t}{3} \quad (6)$$

As equações (2) a (6) correspondem, respectivamente, à área bruta, ao momento polar de inércia, à constante de torção de Saint-Venant, à constante de empenamento e aos momentos de inércia em torno dos eixos y-y e z-z. É interessante notar que esse tipo de seção transversal não possui eixos de maior ou menor inércia, dado que ambos os seus eixos principais de inércia são idênticos entre si.

É conhecido que seções cujas linhas médias dos elementos de placa que a compõem convergem em um único ponto, como no caso da seção cruciforme, não apresentam empenamento primário. Em outras palavras, as linhas médias dos elementos de placa não sofrem empenamento quando a seção é submetida a um momento torsor [1]. No entanto, o empenamento secundário, que ocorre ao longo da espessura dos elementos de placa, e é comumente negligenciado em seções que apresentam empenamento primário, continua a se desenvolver e seus efeitos tornam-se relevantes. Dessa forma, a contribuição do empenamento para a rigidez à torção de colunas de seção cruciforme advém exclusivamente do empenamento secundário, tornando seções desse tipo altamente suscetíveis à ocorrência de fenômenos de instabilidade que envolvem torção devido a sua baixa rigidez torcional [21].

Como mencionado anteriormente, colunas com esse tipo de seção transversal são geralmente fabricadas a partir de três placas retangulares unidas por solda em forma de cruz. Esse processo de fabricação gera tensões residuais nos elementos de placa, como consequência dos gradientes térmicos aos quais as placas são submetidas no processo de soldagem. Essas tensões podem influenciar significativamente o comportamento estrutural das colunas, especialmente em análises de estabilidade.

O interesse em compreender o comportamento estrutural de colunas de seção transversal cruciforme não é algo recente e alguns pesquisadores já se dedicaram a conduzir pesquisas com o intuito de compreender os fenômenos de instabilidade que regem o comportamento dessas colunas.

Em 1951, Stowell [2] conduziu uma análise teórica do comportamento de placas submetidas à compressão, onde uma de suas extremidades longitudinais é apoiada e a outra livre. O autor constatou que a falha dessas placas ocorre em função da não linearidade do material, mais especificamente em função da redução do módulo de elasticidade efetivo ao longo do comportamento da curva tensão-deformação. Além disso, Stowell [2] observou que, durante o comportamento de pós-flambagem desses elementos, as tensões normais apresentam uma evolução parabólica à medida que a carga é incrementada.

Em 1968, Nishino *et al.* [7] analisaram teoricamente a flambagem por torção de colunas de seção cruciforme sob compressão axial. Além disso, ensaios experimentais foram conduzidos de forma a validar os resultados teóricos. Os autores verificaram boa correlação entre os resultados experimentais e teóricos e também

concluíram que as tensões residuais podem ocasionar considerável redução da carga resistente de colunas de seção cruciforme.

Em 1992, Rasmussen e Hancock [8] verificaram que as tensões residuais afetam de maneira mais significativa seções compostas por placas esbeltas, já que seções compostas por placas mais robustas estão quase que completamente plastificadas no momento da falha.

Em 2010, Dinis *et al.* [4] apresentaram uma nova abordagem analítica sobre o comportamento de flambagem de colunas com seção cruciforme utilizando a Teoria Generalizada de Vigas (GBT) com o objetivo de distinguir entre as deformações locais e de torção que ocorrem nessas colunas. A GBT é um método eficaz para a análise de elementos estruturais, destacando-se pela sua elevada eficiência computacional. Por meio de uma combinação linear de diferentes modos de deformação, definidos de acordo com a geometria da seção transversal do elemento, a GBT permite caracterizar o comportamento de flambagem sob diversos tipos de carregamentos e condições de contorno. Isso possibilita a identificação e a distinção clara entre os modos de flambagem local, distorcional e global que podem ocorrer em elementos estruturais de paredes finas. A precisão da GBT em caracterizar os modos de flambagem torna-a uma ferramenta poderosa para o estudo desses elementos [22].

Dessa forma, Dinis *et al.* [4] concluíram que o modo de flambagem ocorrido em colunas de seção cruciforme envolve rotação de corpo rígido da seção transversal, sem qualquer distorção, e sem a formação de múltiplas semi-ondas nas placas. Segundo a GBT, esse comportamento é classificado como torção pura. Com base nisso, os autores sugeriram que é adequado adotar um dimensionamento baseado no comportamento de flambagem por torção, calibrando uma curva de flambagem fundamentada em conceitos de flambagem global. Os autores também demonstraram a importância da consideração do empenamento secundário ($I_{ws} \neq 0$), que ocorre ao longo da espessura das placas e que, embora geralmente negligenciados, são essenciais para obter resultados precisos em seções desse tipo.

Em 2011, Dinis e Camotim [5] realizaram análises numéricas de flambagem elástica, pós-flambagem elástica e pós-flambagem elasto-plástica em colunas curtas a intermediárias de seção transversal cruciforme constituídas de aço carbono. Os autores demonstraram que o comportamento de pós-flambagem é estável e puramente caracterizado por torção, manifestada pela rotação da seção transversal em torno de seu centro de cisalhamento, sem envolver qualquer translação.

Em 2012, Trahair [6] mostrou que os comportamentos de flambagem local e de flambagem global por torção são praticamente idênticos para colunas de seção cruciforme. Diferente de Dinis *et al.* [4], que defende uma curva de flambagem baseada nos conceitos de flambagem global, Trahair [6] diz ser razoável afirmar que, para fins de dimensionamento, considerar os efeitos da flambagem local equivale a levar em conta simultaneamente os efeitos da flambagem global por torção.

Em 2024, Chen *et al.* [23] realizaram ensaios experimentais e análises numéricas sobre colunas de seção transversal cruciforme constituídas de aço carbono de alta resistência S690. Os autores verificaram que as normas europeia, americana e australiana produzem resultados conservadores e dispersos.

Além dos estudos citados sobre colunas de seção cruciforme, é relevante citar algumas pesquisas recentes desenvolvidas sobre o comportamento de colunas com seção do tipo *starred*. Esse tipo de seção apresenta comportamento muito similar ao das seções cruciformes, exibindo propriedades mecânicas similares e modos de falha equivalentes em uma análise de flambagem elástica. A seção *starred* é constituída por duas cantoneiras conectadas entre si por seus vértices. A Figura 7 ilustra uma comparação entre a seção cruciforme e a seção *starred*.



Figura 7 – Comparação entre seção cruciforme e *starred*: a) seção cruciforme e b) seção *starred*.

Botelho *et al.* [24] realizaram um estudo experimental e numérico sobre o comportamento de colunas de seção do tipo *starred* formadas por cantoneiras laminadas de abas iguais constituídas de aço inoxidável austenítico. Na parte experimental, o estudo analisou o comportamento de colunas constituídos por cantoneira única, cantoneiras ligadas entre si por placas e cantoneiras ligadas entre si por solda. A parte numérica do estudo consistiu em uma análise paramétrica e na avaliação da aplicabilidade do método de dimensionamento descrito no Eurocode 3:

Parte 1.4 [13], bem como de dois outros métodos propostos inicialmente por Sarquis *et al.* [25], os quais apresentaram melhores resultados.

Torres [26] conduziu uma análise numérica com o objetivo de estudar a influência da distância entre as interconexões no comportamento de colunas com seção do tipo *starred*, compostas por cantoneiras laminadas de abas iguais constituídas de aço inoxidável austenítico. Uma metodologia foi proposta para determinar a distância ótima entre as interconexões, considerando os modos de flambagem da coluna.

Kayser *et al.* [27] realizaram análises numéricas de flambagem e pós-flambagem em colunas curtas a médias – onde a flambagem por torção é crítica – de seção transversal do tipo *starred* soldadas constituídas de aços inoxidáveis austenítico e duplex. Os pesquisadores investigaram a influência da tensão residual na resistência máxima das colunas, concluindo que esses efeitos são negligenciáveis. Além disso, realizaram uma análise paramétrica e avaliaram a aplicabilidade do método de dimensionamento descrito no Eurocode 3: Parte 1.4 [13], identificando um alto conservadorismo e sugerindo modificações para aprimorar a precisão do método. Os autores também realizaram uma comparação entre as propriedades da seção *starred* e da seção cruciforme, propondo equações simples para calcular a constante de torção e a constante de empenamento de seções *starred* com base nas amplamente conhecidas equações para seções cruciformes. De maneira similar, Sarquis e Lima [28] investigaram o comportamento de colunas curtas a médias de seção transversal do tipo *starred* aparafusadas constituídas de aços inoxidáveis austenítico e duplex, identificaram conservadorismo excessivo do Eurocode 3: Parte 1.4 [13] e sugeriram modificações.

Além da seção *starred*, outros tipos de seção transversal derivadas da seção cruciforme têm recebido crescente atenção recentemente. A Figura 8 ilustra algumas dessas seções, dentre elas: seções constituídas de perfis formados a frio ([10], [11]), seções constituídas de perfis tipo I soldados [29] e seções mistas de aço encamisadas em concreto ([30], [31]) e madeira [32].

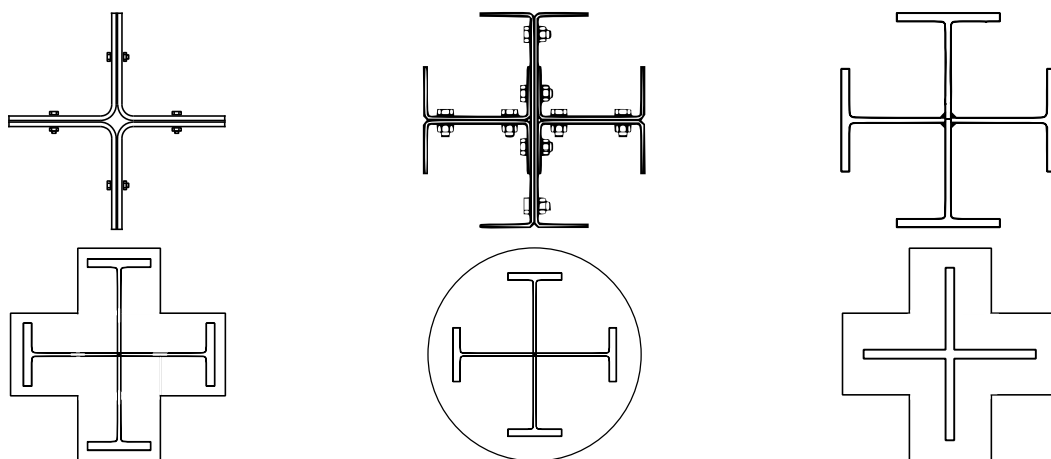


Figura 8 – Outros tipos de seção derivados da seção cruciforme ([10], [11], [29], [30], [31], [32]).

Dobric *et al.* [10] estudaram o comportamento de colunas de seção cruciforme fabricada por meio de cantoneiras formadas a frio e aparafusadas entre si e constituídas de aço inoxidável austenítico. Foi verificada a ocorrência principalmente de flambagem por torção nas colunas, mas também a interação entre as flambagem por torção e por flexão em alguns casos. Observou-se considerável conservadorismo e dispersão nos métodos de dimensionamento das normas europeia e americana.

Dobric *et al.* [11] analisaram o comportamento de colunas de seção cruciforme fabricada através de perfis tipo C formados a frio e aparafusados entre si e constituídas de aço inoxidável austenítico. Foi observado que colunas curtas falharam por flambagem local, colunas intermediárias falharam por uma interação entre flambagem local e global por torção e colunas longas falharam por flambagem por torção. Além disso, a magnitude do espaçamento entre grupos de parafusos mostrou-se um fator importante na determinação da carga máxima de colunas curtas e intermediárias.

Dai *et al.* [29] estudaram o comportamento de colunas de seção cruciforme com abas, fabricadas a partir de dois perfis do tipo I soldado entre si. Há também estudos sobre a aplicação das seções cruciformes em estruturas mistas, como os conduzidos por Liu *et al.* [30] e por Zeng *et al.* [31] para colunas mistas em aço e concreto e o conduzido por Xu *et al.* [32] para colunas mistas em aço e madeira.

Este trabalho tem como objetivo realizar análises numéricas com metodologia similar àquela empregada por Dinis e Camotim [5] para investigar o comportamento de flambagem por torção de colunas biengastadas de seção transversal cruciforme através de análises de flambagem e de pós-flambagem elástica e elasto-plástica. As

análises de flambagem buscam identificar os modos críticos de instabilidade, enquanto as análises de pós-flambagem buscam avaliar a redistribuição de esforços após a ocorrência da flambagem inicial e a resistência da coluna. Além disso, será realizada uma análise paramétrica para comparar o comportamento de colunas em aço carbono e em aços inoxidáveis. Com esses resultados, avaliar-se-á a aplicabilidade do método de dimensionamento descrito pelo Eurocode 3: Parte 1.1 [12] para colunas constituídas de aço carbono e do Eurocode 3: Parte 1.4 [13] para colunas constituídas de aço inoxidável, verificando a precisão e a segurança das recomendações normativas para esse tipo de elemento estrutural.

1.3. Análise de flambagem elástica

Uma análise de flambagem elástica é uma análise de 1ª ordem elástica, que tem por objetivo determinar os possíveis modos de flambagem de uma coluna, bem como suas respectivas cargas críticas. Assume-se um comportamento linear da coluna, com linearidade física (material perfeitamente elástico) e linearidade geométrica (hipótese dos pequenos deslocamentos). Na maioria dos casos, este tipo de análise é apenas uma análise preliminar, pois sua natureza linear não permite estudar a estabilidade da coluna, que é um fenômeno não linear [21].

A maneira mais comum de realizar com precisão esse tipo de análise é através de uma análise de autovalores e autovetores, que pode facilmente ser feita em qualquer *software* de elementos finitos, por exemplo. Alguns métodos de análise mais avançados, como o caso da Teoria Generalizada de Vigas, método aplicado pelo GBTul ([14], [22]), permitem um cálculo computacionalmente mais eficiente e permitem até mesmo, determinar a interação entre cada modo de flambagem (local, distorcional e global por flexão, por torção e por flexo-torção) no comportamento linear elástico da coluna.

No caso específico de colunas de seção transversal cruciforme com condições de apoio biengastadas, estudos anteriores ([4], [5]) já demonstraram que, com base na Teoria Generalizada de Vigas, apenas 3 modos de flambagem são apresentados na etapa de análise de flambagem elástica: flambagem local, flambagem global por torção e flambagem global por flexão na menor inércia. O modo de flambagem local

manifesta-se de maneira bem sutil, interagindo com o modo de flambagem global por torção e apenas em colunas consideradas muito curtas. Em colunas curtas e médias ocorre o modo de flambagem global por torção e em colunas longas ocorre o modo de flambagem global por flexão na menor inércia. Entre os modos globais de flambagem não há qualquer interação e se identifica um comprimento que define uma clara separação entre esses modos, chamado comprimento de transição L_T .

A Figura 9 ilustra a curva de assinatura e o diagrama de participação modal apresentados por Dinis *et al.* [4] para uma coluna de seção transversal cruciforme com condições de apoio bi-engastada. No diagrama de participação modal, os modos 2 e 3 são essencialmente idênticos, correspondendo à flambagem global por flexão nos eixos de menor e maior inércia, respectivamente. O modo 4 corresponde à flambagem global por torção, enquanto o modo 8 corresponde à flambagem local.

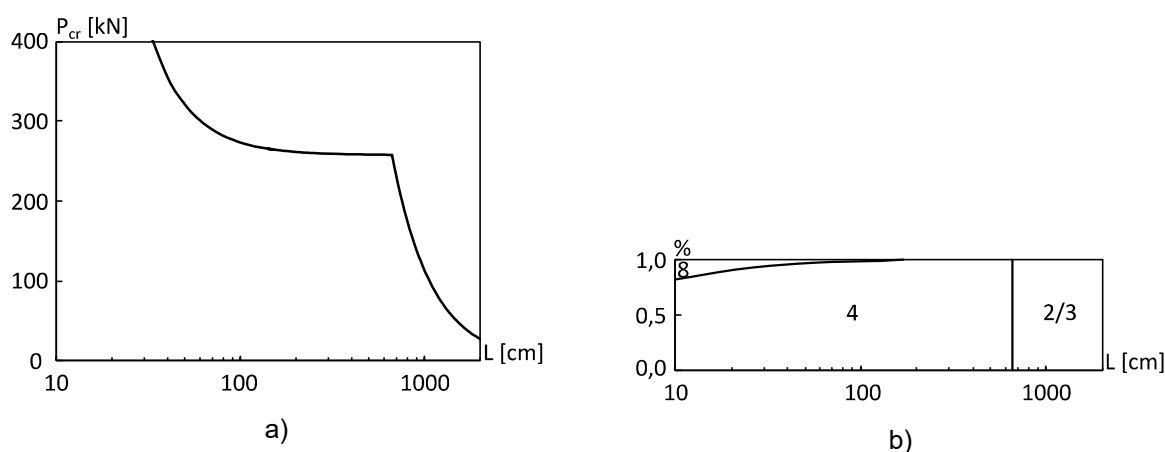


Figura 9 – Análise de flambagem elástica de uma coluna de seção cruciforme: a) curva de assinatura e b) participação modal [4].

A Figura 10 ilustra a deformada da seção transversal para os modos de flambagem 2, 3, 4 e 8 de acordo com o GBTul [14].

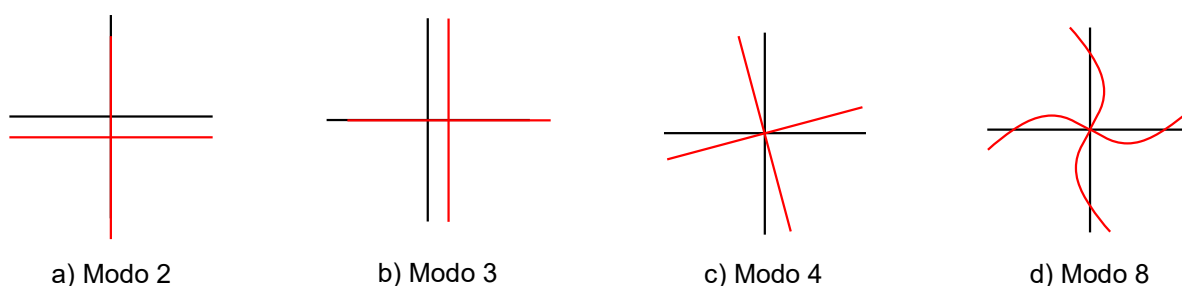


Figura 10 – Modos de flambagem do GBTul [14].

1.3.1. Flambagem global por torção

A Figura 11 ilustra a configuração deformada típica do modo de flambagem global por torção de uma coluna de seção transversal cruciforme com condições de apoio bi-engastada. Esse modo de flambagem é caracterizado por uma rotação da seção transversal em torno de seu centro de cisalhamento sem que haja qualquer distorção, como concluído por Dinis *et al.* [4].

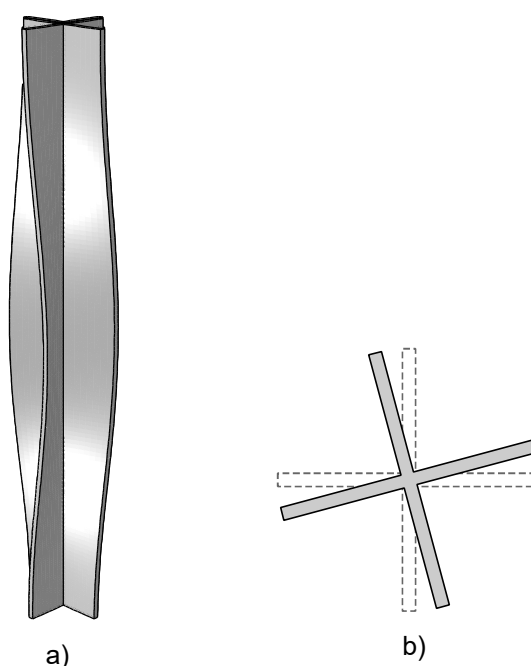


Figura 11 – Flambagem global por torção: a) deformada global e b) deformada da seção à meia altura.

De acordo com Wagner [33], quando uma seção aberta e de parede fina é colocada sob compressão, cada uma das placas que compõem a seção tende a flambar em uma direção perpendicular ao seu plano, mas tendo o movimento restringido nas bordas onde há união com outras placas. No caso da seção cruciforme, cada placa tem o movimento para fora do plano restringido no centroide da seção, onde ocorre a união de todas as quatro placas. Assim, o modo mais provável de ocorrência de torção nessa seção é que todas as placas sofram flambagem na mesma direção, ocasionando um giro da seção como um todo.

Assumindo pequenas deformações, as forças internas que surgem da torção de um elemento em torno de seu centro de cisalhamento são dadas pela equação

diferencial (7), que é composta pelas parcelas de torção pura T_{sv} e de empenamento T_w [1].

$$T = T_{sv} + T_w = GI_t \frac{d\phi}{dz} - E I_w \frac{d^3\phi}{dz^3} \quad (7)$$

Considerando uma força P centrada de compressão atuante em uma coluna com uma pequena rotação inicial de torção e cujo centro de cisalhamento coincide com o centroide, o momento torsor T que atua por unidade de comprimento da coluna é dado pela equação (8) [1].

$$\frac{dT}{dz} = P \frac{I_0}{A} \frac{d^2\phi}{dz^2} \quad (8)$$

Considerando o equilíbrio de forças internas, dadas pela equação (7), e de forças externas, dadas pela equação (8), pode-se obter a equação diferencial (9) que define o comportamento de flambagem por torção de um coluna [1].

$$\left(GI_t - P \frac{I_0}{A} \right) \frac{d^2\phi}{dz^2} - E I_w \frac{d^4\phi}{dz^4} = 0 \quad (9)$$

Considerando as condições de contorno de um caso simples de uma coluna cujas extremidades tem rotação restringida, mas empenamento livre, é possível determinar a equação para a carga crítica de flambagem global por torção, dada pela equação (10) [1].

$$P_{cr,T} = \frac{A^2}{I_0^2} \left(GI_t + \frac{\pi^2 E I_w}{L^2} \right) \quad (10)$$

Para o caso onde o empenamento também é restringido nas extremidades da coluna, a carga crítica de flambagem é dada pela equação (11) [1].

$$P_{cr,T} = \frac{A^2}{I_0^2} \left(GI_t + \frac{4\pi^2 E I_w}{L^2} \right) \quad (11)$$

A equação (11), entretanto, considera apenas a possibilidade de ocorrência de empenamento primário na seção transversal, o que não ocorre em seções cruciformes. Por conta disso, Dinis *et al.* [4] destacaram a importância de considerar os efeitos de empenamento secundário em seções desse tipo e demonstraram que a carga crítica de flambagem global por torção de uma coluna, levando em conta os efeitos do empenamento secundário, é dada pela equação (12).

$$P_{cr,T} = \frac{A}{I_0} \left(GI_t + \frac{4\pi^2 E I_w}{(1 - \nu^2)L^2} \right) \quad (12)$$

Substituindo as equações (2) a (5) na equação (12) e realizando algumas manipulações algébricas, a equação pode ser reescrita de modo a definir a tensão crítica para o modo de flambagem por torção de colunas cujas extremidades tem o empenamento restringido, dada pela equação (13).

$$\sigma_{cr,T} = \left[\frac{6(1 - \nu)}{\pi^2} + \left(\frac{2b}{L} \right)^2 \right] \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (13)$$

Onde o termo entre colchetes é referente à consideração do empenamento secundário e é especialmente importante que seja considerado em placas curtas, isto é, com razão b/L próximas do valor unitário. Nota-se que, para placas longas, a razão b/L tende a zero e a equação (13) assume a forma da equação para carga crítica de flambagem local de placas, definida pelas equações (14) e (15).

$$\sigma_{cr,L} = \frac{\pi^2 k E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (14)$$

$$k = \frac{6(1 - \nu)}{\pi^2} \quad (15)$$

Apesar da similaridade com a flambagem local, Dinis *et al.* [4] demonstraram, por meio da Teoria Generalizada de Vigas (GBT), que em seções cruciformes, a extremidade longitudinal apoiada não possui qualquer rigidez rotacional, e a flambagem das placas ocorre sem qualquer flexão transversal da seção, observando-

se apenas rotação rígida da seção em torno de sua extremidade longitudinal apoiada, caracterizada por uma única meia onda, independente da razão b/L . Além disso, não se observa um valor mínimo na curva N_{cr} versus L da placa. Segundo os autores, esse comportamento é atípico e representa uma exceção, diferenciando o comportamento de flambagem por torção do comportamento de flambagem local. Na GBT, a flambagem local é definida pela ocorrência de mínimos locais na curva N_{cr} versus L da placa e pela presença de modos de flambagem com diversas meias ondas, que só são possíveis se a placa sofre flexão transversalmente.

A equação (16) resulta da substituição das equações (2) a (5) na equação (12) e se aplica, especificamente, a colunas de seção transversal cruciforme com condições de apoio bi engastada.

$$P_{cr,T} = 2Et^3 \left(\frac{1}{b(v+1)} + \frac{2\pi^2 b}{3L^2(1-v^2)} \right) \quad (16)$$

A Figura 12 ilustra a curva descrita pela equação (16), levando em consideração as dimensões da seção transversal mencionadas por Dinis e Camotim [5]. Essa curva está sobreposta a Figura 9 apresentada anteriormente, proporcionando uma visualização conjunta de ambas. Importante ressaltar que a equação (16) descreve apenas o trecho da curva de assinatura correspondente à flambagem global por torção, sendo notável como se ajusta com perfeição a esse trecho.

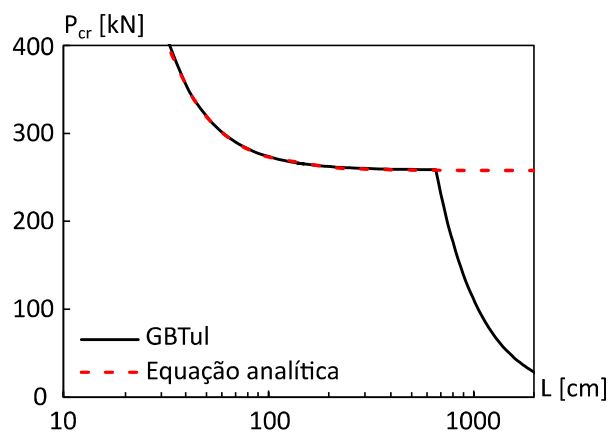


Figura 12 – Curva de assinatura do GBTul [14] e equação analítica.

1.3.2. Flambagem global por flexão

A Figura 13 ilustra a configuração deformada típica do modo de flambagem global por flexão de uma coluna de seção transversal cruciforme com condições de apoio bi-engastada. Esse modo de flambagem é caracterizado por uma flexão da coluna em torno de seu eixo de menor inércia, com a seção transversal transladando perpendicularmente a esse eixo sem apresentar distorções. No caso de seções cruciformes, ambos os eixos principais de inercia possuem momentos de inércia iguais, de modo que a flexão pode ocorrer de forma indistinta em relação a qualquer um desses eixos.

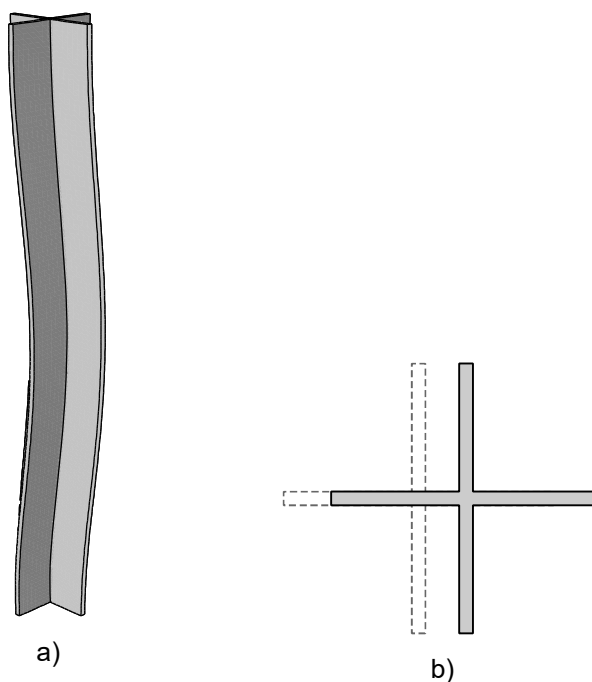


Figura 13 – Flambagem global por flexão: a) deformada global e b) deformada da seção à meia altura.

A equação (17) é a equação da carga crítica de Euler e permite calcular, de forma analítica, a carga crítica de flambagem global por flexão de uma coluna bi-engastada de seção transversal cruciforme.

$$P_{cr,F} = \frac{\pi^2 E I}{L_e^2} \quad (17)$$

A equação (18) resulta da substituição da equação (6) na equação (17) e se aplica, especificamente, a colunas de seção transversal cruciforme com condições de apoio bi-engastada.

$$P_{cr,F} = \frac{8\pi^2 E b^3 t}{3L^2} \quad (18)$$

A Figura 14 ilustra a curva descrita pela equação (18), levando em consideração as dimensões da seção transversal mencionadas por Dinis e Camotim [5]. Mais uma vez, a curva está sobreposta a Figura 9 apresentada anteriormente, proporcionando uma visualização conjunta de ambas novamente, é importante ressaltar que a equação (18) descreve apenas o trecho da curva de assinatura correspondente à flambagem global por flexão, sendo notável como se ajusta com perfeição a esse trecho.

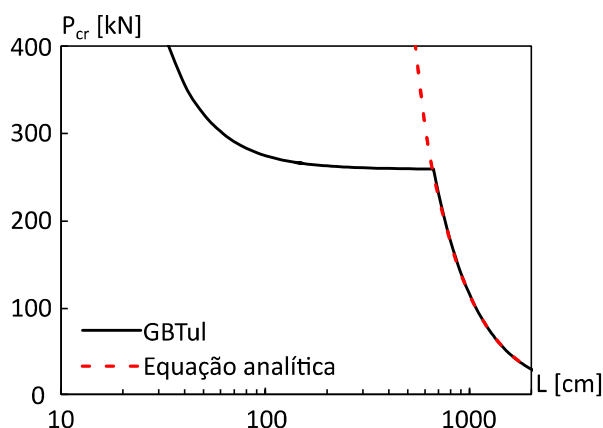


Figura 14 – Curva de assinatura do GBTul [14] e equação analítica.

1.3.3. Comprimento de transição

Como anteriormente mencionado, o comprimento que delimita a transição entre os modos de flambagem globais por torção e por flexão é denominado comprimento de transição (L_T). A equação (19) permite o cálculo analítico do comprimento de transição de uma coluna de seção transversal cruciforme e condições de apoio bi-

engastada. Essa equação é facilmente obtida calculando o ponto de interseção das curvas definidas pelas equações (16) e (18).

$$L_T = 2\pi \frac{b}{t} \sqrt{\frac{v+1}{3} \left(b^2 - \frac{t^2}{2(1-v^2)} \right)} \quad (19)$$

1.4. Análises de pós-flambagem

1.4.1. Pós-flambagem elástica

Uma análise de pós-flambagem elástica é uma análise de 2ª ordem elástica, que tem por objetivo o estudo da estabilidade da coluna no regime elástico. Assume-se um comportamento não linear da coluna através da consideração da não linearidade geométrica (consideram-se grandes deslocamentos e seus efeitos), porém se mantém a linearidade física (material perfeitamente elástico) [21].

A realização da análise de pós-flambagem elástica permite estudar a estabilidade da coluna no regime elástico, bem como verificar como se desenvolvem as possíveis interações entre modos de flambagem observadas na análise de flambagem elástica. Este tipo de análise usualmente exige métodos numéricos para obtenção de resultados precisos em estruturas reais, e a maneira mais comum de realizá-la é através de um *software* de elementos finitos. Resultados analíticos exatos são possíveis apenas em sistemas muito simples, o que usualmente não se aplica a casos de estruturas reais.

Dinis e Camotim [5] verificaram que, para o caso de colunas curtas e médias de seção transversal cruciforme com condições de apoio bi engastadas: (i) ocorre apenas rotação da seção em torno de seu centro de cisalhamento sem que este sofra qualquer translação, indicando que realmente não há interação entre os modos de flambagem globais por torção e por flexão em comprimentos inferiores ao comprimento de transição; (ii) os caminhos de equilíbrio obtidos são estáveis em todo o comportamento elástico das colunas.

A Figura 15 ilustra a configuração deformada da seção à meia altura e os caminhos de equilíbrio para diversos comprimentos apresentados por Dinis e Camotim [5] para uma coluna de seção transversal cruciforme com condições de apoio bi-engastada.

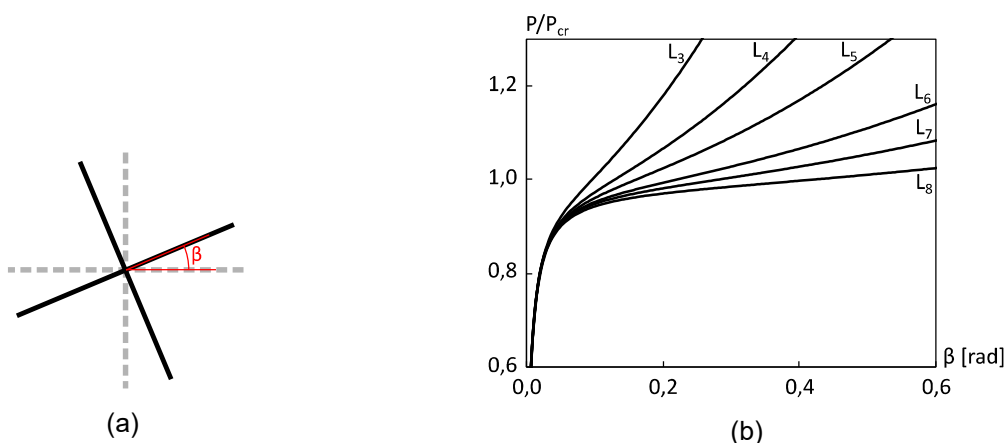


Figura 15 – Análise de pós-flambagem elástica de uma coluna de seção cruciforme: a) deformada da seção à meia altura e b) caminhos de equilíbrio [5].

Dinis e Camotim [5] também observaram que colunas de seção cruciforme apresentam tensão crítica σ_{cr} , caminhos de equilíbrio P/P_{cr} versus β e forma da distribuição de tensões normais na seção à meia altura idênticos ao de uma placa com extremidades longitudinais apoiada e livre. Com base nisso, concluíram que cada aba de uma coluna de seção cruciforme comporta-se como uma placa com extremidades longitudinais apoiada e livre, o que amplia para o comportamento de pós-flambagem o verificado para a flambagem elástica no item 1.3.2 deste trabalho. A Figura 16 ilustra uma comparação entre os caminhos de equilíbrio de uma coluna de seção cruciforme e uma placa com extremidades longitudinais apoiada e livre.

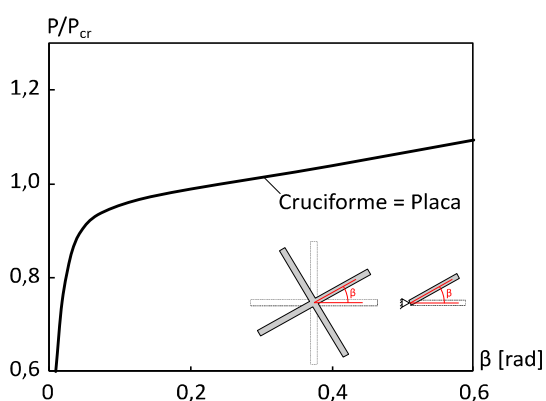


Figura 16 – Comparação com placa apoiada e livre [5].

1.4.2. Pós-flambagem elasto-plástica

Uma análise de pós-flambagem elasto-plástica é uma análise de 2ª ordem completa, que tem por objetivo o estudo da estabilidade da coluna ao se considerar a possibilidade da ocorrência de deformações plásticas. Assume-se um comportamento não linear da coluna através da consideração da não linearidade física (material de comportamento não linear) e da não linearidade geométrica (consideram-se grandes deslocamentos e seus efeitos) [21].

A realização da análise de pós-flambagem elasto-plástica após a análise de pós-flambagem elástica permite estudar de que forma a introdução da plasticidade e/ou da não linearidade do material influencia na estabilidade e no comportamento da coluna. Assim como no caso anterior, este tipo de análise usualmente exige métodos numéricos para obtenção de resultados precisos em estruturas reais e a maneira mais comum de realizá-la é através de um *software* de elementos finitos.

Dinis e Camotim [5] constataram que, no caso de colunas curtas e médias de seção transversal cruciforme em aço carbono com condições de apoio bi engastadas: (i) os caminhos de equilíbrio tornam-se instáveis devido à introdução de um patamar de escoamento no comportamento do material; (ii) a carga máxima das colunas permanece praticamente constante, independentemente do comprimento da coluna e do nível de rotação da seção transversal na falha, indicando que o colapso das colunas é governado pelas tensões normais longitudinais desenvolvidas; (iii) nos casos em que a tensão de escoamento f_y do aço é muito próxima da tensão crítica da coluna σ_{cr} ($f_y/\sigma_{cr} \leq 1,2$), o colapso ocorre de forma abrupta e sem reserva de resistência plástica significativa após início da plastificação; (iv) nos demais casos ($f_y/\sigma_{cr} > 1,2$), as colunas apresentaram considerável reserva de resistência plástica e ductilidade antes da falha.

1.4.3. Comparação entre análises

A fim de ilustrar as diferenças entre os diferentes tipos de análises de flambagem e pós-flambagem, apresenta-se a Figura 17.

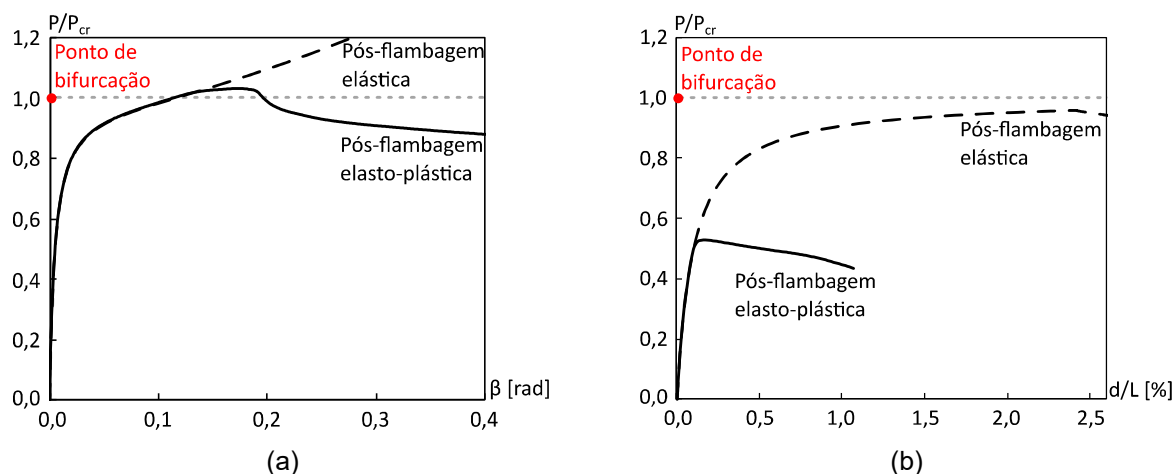


Figura 17 – Tipos de análises de flambagem: a) flambagem global por torção, b) flambagem global por flexão.

Em ambas as figuras (a) e (b), o ponto de bifurcação corresponde à igualdade entre a carga crítica obtida de uma análise de flambagem elástica e a carga aplicada. Esse ponto marca a transição abrupta da coluna para uma configuração deformada característica do modo de flambagem em questão. Nota-se como o ponto de bifurcação apenas indica em qual carga essa transição ocorre, sem fornecer informações sobre a estabilidade da coluna nessa configuração deformada.

As linhas tracejadas correspondem aos caminhos obtidos de uma análise de pós-flambagem elástica. Na figura (a), que corresponde ao caso de flambagem global por torção, verifica-se que a coluna mantém um equilíbrio estável ao longo de todo o seu caminho de equilíbrio, permitindo que a carga de bifurcação seja ultrapassada. Já na figura (b), que corresponde ao caso de flambagem global por flexão, há um ponto evidente no caminho de equilíbrio a partir do qual a coluna entra em equilíbrio instável, impedindo que a carga de bifurcação seja alcançada.

Por fim, as linhas sólidas correspondem aos caminhos obtidos de uma análise de pós-flambagem elasto-plástica. Esses caminhos são idênticos aos da pós-flambagem elástica até o momento de início das deformações plásticas, a partir do

qual eles divergem. Na figura (a), verifica-se que a introdução da plasticidade cria um trecho de instabilidade no caminho de equilíbrio. Ainda é possível ultrapassar a carga de bifurcação, mas há um ponto de carga máxima causado diretamente pela evolução das deformações plásticas. Por outro lado, na figura (b), verifica-se que a plasticidade antecipa o ponto no caminho de equilíbrio a partir do qual a coluna entra em equilíbrio instável, reduzindo a carga máxima por influência da evolução das deformações plásticas.

2. DIMENSIONAMENTO DE COLUNAS DE SEÇÃO CRUCIFORME

Este capítulo aborda de forma detalhada os procedimentos normativos estabelecidos no Eurocode 3: Parte 1.1 [12] e no Eurocode 3: Parte 1.4 [13] para o dimensionamento de colunas com seção transversal cruciforme. São apresentados os critérios específicos aplicáveis a colunas fabricadas em aço carbono e aço inoxidável, respectivamente.

2.1. Eurocode 3: Parte 1.1 – Colunas em aço carbono

O Eurocode 3: Parte 1.1 [12] é uma parte da norma europeia que estabelece diretrizes e metodologias para o dimensionamento seguro e eficiente de estruturas em aço carbono. A norma adota uma abordagem que combina análises locais e globais para os elementos estruturais, especialmente para colunas. Inicialmente, avalia a resistência das seções transversais das colunas por meio de classificações detalhadas e, em seguida, examina o comportamento global das colunas utilizando curvas de flambagem.

2.1.1. Classificação da seção transversal

A classificação de seções transversais no Eurocode 3: Parte 1.1 [12] tem o objetivo de identificar o quanto a capacidade resistente ou de rotação da seção é limitada pela possível ocorrência de flambagem local nas placas que a compõem. Assim, são definidas 4 classes: (i) seções classe 1, com capacidade de desenvolver seu momento resistente plástico e com capacidade de rotação suficiente para permitir uma análise plástica; (ii) seções classe 2 com capacidade de desenvolver seu momento resistente plástico, mas com capacidade de rotação limitada pela ocorrência de flambagem local; (iii) seções classe 3 com capacidade de desenvolver seu momento resistente elástico, mas impedidas de alcançar seu momento resistente

plástico devido a ocorrência de flambagem local; (iv) seções classe 4, onde a flambagem local ocorre antes do início da plastificação em qualquer parte da seção transversal. O Eurocode 3: Parte 1.1 [12] não apresenta uma classificação específica para seções cruciformes. No entanto, ainda é possível utilizar a tabela 5.2 do Eurocode 3: Parte 1.1 [12] como base para realizar essa classificação.

Em geral, o critério para que uma seção cruciforme possa ser classificada como classe 1 é definido pela equação (20).

$$\frac{b}{t} \leq 9\varepsilon_{EC3} \quad (20)$$

O critério para que uma seção cruciforme possa ser classificada como classe 2 é definido pela equação (21).

$$\frac{b}{t} \leq 10\varepsilon_{EC3} \quad (21)$$

O critério para que uma seção cruciforme possa ser classificada como classe 3 é definido pela equação (22). As seções que não satisfaçam este critério devem ser classificadas como sendo de classe 4.

$$\frac{b}{t} \leq 14\varepsilon_{EC3} \quad (22)$$

O parâmetro de deformação ε_{EC3} é determinado pela equação (23), sendo a tensão de escoamento f_y dada em MPa.

$$\varepsilon_{EC3} = \sqrt{235/f_y} \quad (23)$$

2.1.2. Redução da área bruta para seções classe 4

Caso a seção seja classificada como classe 4, os efeitos da flambagem local devem ser levados em conta na determinação da capacidade resistente de uma coluna. O Eurocode 3: Parte 1.5 [34] apresenta um método que consiste em reduzir a área bruta (A) da seção a uma área efetiva (A_{eff}), de modo que a consideração desta nova área seja suficiente para levar em consideração a ocorrência de flambagem local nas placas.

A área efetiva A_{eff} é obtida pela equação (24).

$$A_{eff} = \rho A \quad (24)$$

Sendo ρ o fator de redução determinado pela equação (25).

$$\rho = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} - \frac{0,188}{\bar{\lambda}_p^2} \quad \text{porém } \rho \leq 1 \quad (25)$$

Onde:

$$\lambda_p = \frac{b/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}} \quad (26)$$

Para compressão uniforme, o coeficiente de flambagem da placa (k_σ) assume um valor de 0,43, de acordo com a tabela 4.2 do Eurocode 3: Parte 1-5 [34].

2.1.3. Determinação da carga máxima resistente

Para determinação da carga máxima resistente, primeiro é necessário determinar a esbeltez normalizada da coluna através das equações (27) e (28).

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{P_{cr}}} \quad \text{para classe 1, 2 ou 3} \quad (27)$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{eff} f_y}{P_{cr}}} \quad \text{para classe 4} \quad (28)$$

Onde P_{cr} é a carga crítica do modo de flambagem relevante. Para a análise de flambagem global por torção, $P_{cr} = P_{cr,T}$ sendo $P_{cr,T}$ determinado pela equação (16).

Em seguida, calcula-se o fator de redução χ que é obtido pela equação (29).

$$\chi = \frac{1}{\varphi + \sqrt{\varphi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \text{porém } \chi \leq 1 \quad (29)$$

Onde:

$$\varphi = 0,5 \left[1 + \alpha (\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0) + \bar{\lambda}^2 \right] \quad (30)$$

Sendo $\bar{\lambda}_0 = 0,2$.

O Eurocode 3: Parte 1.1 [12] não especifica qual o fator de imperfeição α deve ser utilizado para dimensionamento de colunas de seção transversal cruciforme. Por conta disso, pode ser utilizado como base o Eurocode 3: Parte 1.4 [13] que, apesar de tratar de elementos em aços inoxidáveis, traz como recomendação, a utilização da curva de flambagem “b” com fator de imperfeição $\alpha = 0,34$ para dimensionamento de colunas suscetíveis a flambagem global por torção.

Por fim, a carga máxima resistente pode ser determinada por meio das equações (31) e (32).

$$P_{u,EC3} = \chi A f_y \quad \text{para classe 1, 2 ou 3} \quad (31)$$

$$P_{u,EC3} = \chi A_{eff} f_y \quad \text{para classe 4} \quad (32)$$

2.2. Eurocode 3: Parte 1.4 – Colunas em aços inoxidáveis

O Eurocode 3: Parte 1.4 [13] é uma parte da norma europeia suplementar ao Eurocode 3: Parte 1.1 [12] e fornece diretrizes específicas e metodologias para o dimensionamento seguro e eficiente de estruturas em aço inoxidável.

2.2.1. Classificação da seção transversal

A classificação de seções transversais no Eurocode 3: Parte 1.4 [13] compartilha os mesmos objetivos e classes com o Eurocode 3: Parte 1.1 [12] e, da mesma forma, também não apresenta uma classificação específica para seções cruciformes. No entanto, ainda é possível utilizar a tabela 5.2 do Eurocode 3: Parte 1.4 [13] como base para realizar essa classificação. É importante notar que os critérios de classificação de classes no Eurocode 3: Parte 1.4 [13] diferem dos critérios estabelecidos no Eurocode 3: Parte 1.1 [12].

Em geral, o critério para que uma seção cruciforme possa ser classificada como classe 1 é definido pela equação (33).

$$\frac{b}{t} \leq 9\epsilon_{EC3} \quad (33)$$

O critério para que uma seção cruciforme possa ser classificada como classe 2 é definido pela equação (34).

$$\frac{b}{t} \leq 9,4\epsilon_{EC3} \quad (34)$$

O critério para que uma seção cruciforme possa ser classificada como classe 3 é definido pela equação (35). As seções que não satisfaçam este critério devem ser classificadas como sendo de classe 4.

$$\frac{b}{t} \leq 11\epsilon_{EC3} \quad (35)$$

O parâmetro de deformação ϵ_{EC3} é determinado pela equação (36), sendo a tensão de escoamento f_y e o módulo de elasticidade E dados em MPa.

$$\epsilon_{EC3} = \sqrt{\frac{235}{f_y} \frac{E}{210000}} \quad (36)$$

2.2.2. Redução da área bruta para seções classe 4

Caso a seção seja classificada como de classe 4, os efeitos da flambagem local devem ser levados em conta na determinação da capacidade resistente de uma coluna. A metodologia é a mesma apresentada anteriormente para o Eurocode 3: Parte 1.1 [12], com a única distinção de que o fator de redução ρ é determinado pela equação (37).

$$\rho = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} - \frac{0,242}{\bar{\lambda}_p^2} \quad \text{porém } \rho \leq 1 \quad (37)$$

2.2.3. Determinação da carga máxima resistente

A metodologia para determinação da carga máxima resistente é a mesma apresentada anteriormente para o Eurocode 3: Parte 1.1 [12].

Conforme já mencionado anteriormente, de acordo com o Eurocode 3: Parte 1.4 [13], utiliza-se a curva de flambagem “b” com fator de imperfeição $\alpha = 0,34$ para dimensionamento de colunas suscetíveis a flambagem global por torção e a curva de flambagem “d” com fator de imperfeição $\alpha = 0,76$ para dimensionamento de colunas suscetíveis a flambagem global por flexão no eixo de menor inércia.

3. DESENVOLVIMENTO E VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

Este capítulo apresenta o desenvolvimento do modelo numérico em baseado no método dos elementos finitos. São descritos de forma detalhada a seleção do tipo de elemento, a estratégia de discretização da malha, a definição das condições de contorno, a modelagem das imperfeições geométricas iniciais e o padrão adotado para a distribuição das tensões residuais. Além disso, é realizada uma análise comparativa entre resultados obtidos experimentalmente relatados na literatura e os resultados gerados pelo modelo numérico. Essa comparação visa validar a precisão do modelo em reproduzir o comportamento observado nos ensaios experimentais.

3.1. Desenvolvimento

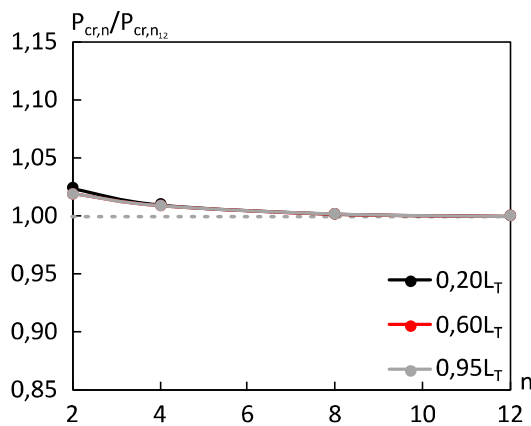
3.1.1. Elemento finito de casca S4 e estudo de convergência de malha

O modelo numérico foi desenvolvido no *software* de elementos finitos Abaqus [15], empregando elemento de casca do tipo S4, que possui 4 nós com 6 graus de liberdade por nó e integração completa. Essa escolha baseia-se na metodologia já utilizada por Dinis e Camotim [5] para modelar o comportamento de colunas de seção cruciforme em aço carbono.

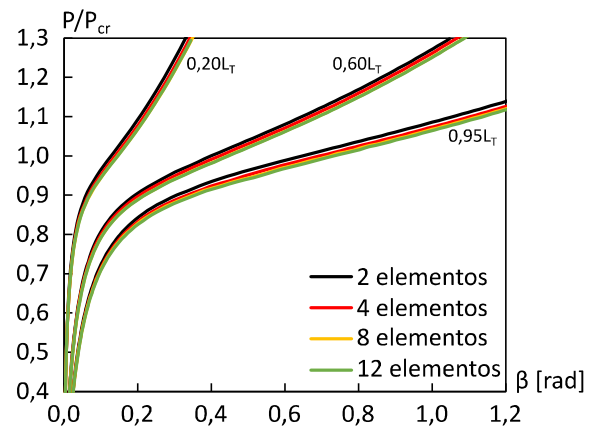
A quantidade de elementos foi determinada a partir de um estudo preliminar de convergência. A fim de contemplar tanto a plastificação da seção transversal quanto a flambagem por torção, o estudo de convergência considerou colunas com seções transversais de 40x4 e 80x4. Adicionalmente, para garantir a análise em toda a faixa de comprimentos que caracterizam a flambagem por torção, foram utilizados comprimentos correspondentes a $0,20L_T$, $0,60L_T$ e $0,95L_T$, sendo L_T o comprimento de transição. Foram considerados casos de 2, 4, 8 e 12 elementos por aba da seção transversal.

A Figura 18 apresenta os resultados das análises de flambagem elástica e pós-flambagem elástica, detalhando a influência do número de elementos n por aba da

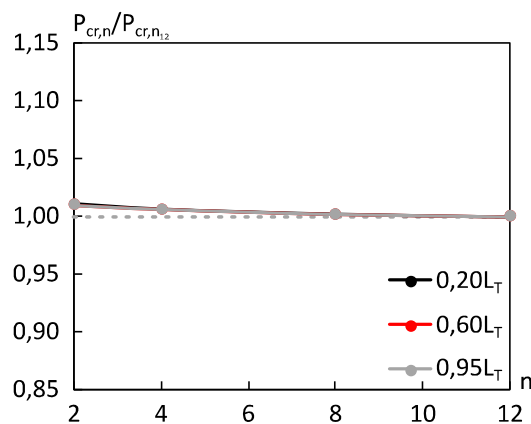
seção na precisão dos resultados. Nas figuras (a) e (c), é mostrada a relação entre n e a razão $P_{cr,n}/P_{cr,n_{12}}$, onde $P_{cr,n}$ é a carga crítica obtida para n elementos, e $P_{cr,12}$ é a carga crítica obtida com 12 elementos por aba, considerada como referência. Observa-se que, a partir de $n = 8$, a razão $P_{cr,n}/P_{cr,n_{12}}$ torna-se próxima de 1, indicando que os resultados para 8 elementos já são praticamente equivalentes aos obtidos com 12 elementos. Isso sugere que, para $n \geq 8$, o modelo apresenta convergência, ou seja, o aumento no número de elementos não resulta em variações significativas nos valores calculados. Nas figuras (b) e (d), são apresentados os caminhos de equilíbrio obtidos para cada quantidade n de elementos por aba. Esses gráficos mostram que as curvas apresentam variações mínimas entre os diferentes valores de n , reforçando que a escolha de $n = 8$ é suficiente para garantir a precisão dos resultados, sem a necessidade de um refinamento adicional da malha.



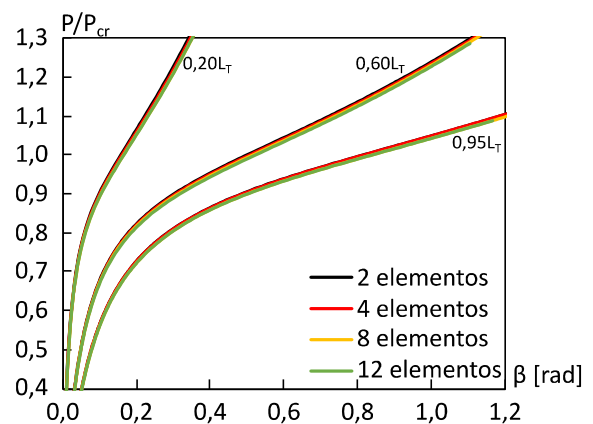
a) Análise de flambagem elástica seção 40x4



b) Análise de pós-flambagem elástica seção 40x4



c) Análise de flambagem elástica seção 80x4



d) Análise de pós-flambagem elástica seção 80x4

Figura 18 – Convergência de malha em análise de flambagem elástica e de pós-flambagem elástica.

A Figura 19 apresenta os resultados da análise de pós-flambagem elasto-plástica, considerando um material com comportamento elasto-plástico perfeito, caracterizado por um módulo de elasticidade de 210 GPa e uma tensão de escoamento de 275 MPa. Observa-se que a carga resistente $P_{u,n}$ obtida para $n = 8$ e $n = 12$ elementos por aba da seção, não apresenta variação significativa, o que reforça a indicação de boa convergência com $n = 8$. Quanto aos caminhos de equilíbrio, nota-se uma variação um pouco mais pronunciada entre os diferentes valores de n . No entanto, ao comparar os casos com $n = 8$ e $n = 12$, verifica-se também uma convergência satisfatória, reforçando que o modelo com $n = 8$ elementos oferece um equilíbrio entre precisão e custo computacional.

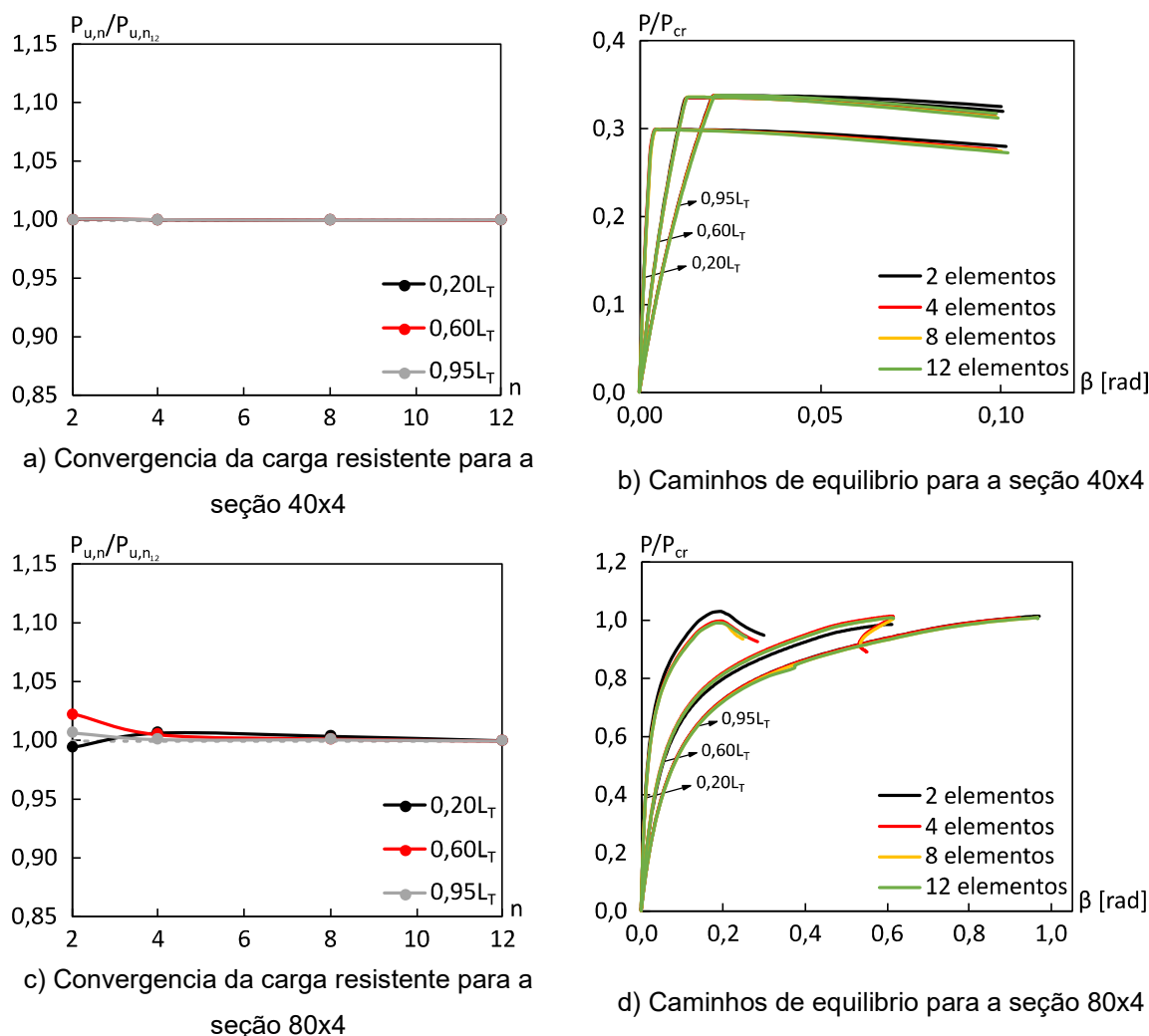
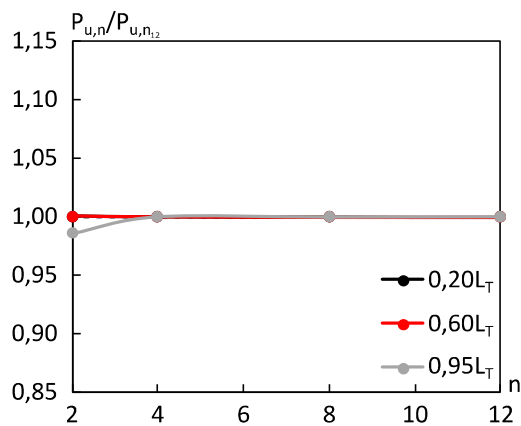
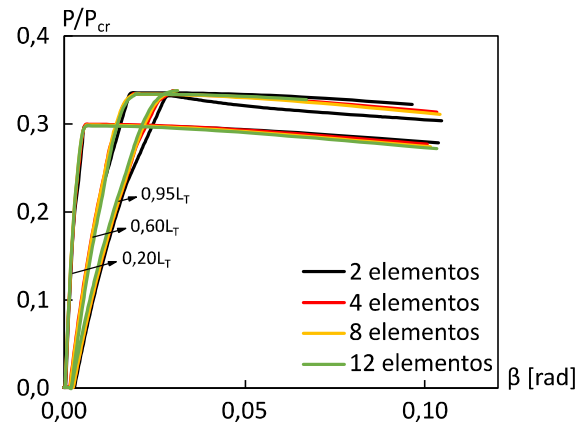


Figura 19 – Convergência de malha em análise de pós-flambagem elasto-plástica.

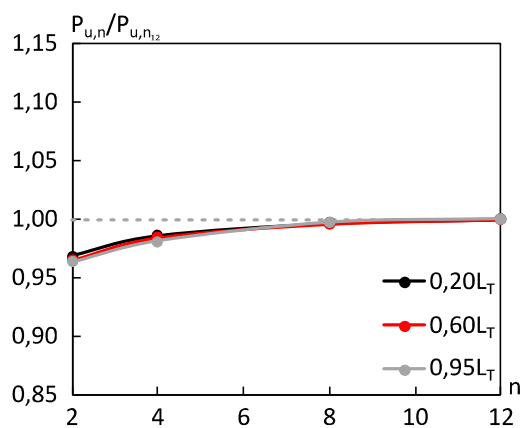
As mesmas conclusões podem ser tiradas da análise apresentada na Figura 20, que apresenta os resultados da análise de pós-flambagem elasto-plástica, agora considerando a presença de tensões residuais. Nesse caso, observa-se que a variação dos resultados em função do número de elementos n se torna ainda mais acentuada, pois um maior refinamento na discretização permite uma representação mais precisa da distribuição idealizada das tensões residuais. Apesar disso, ao comparar os resultados obtidos para $n = 8$ e $n = 12$, verifica-se novamente uma convergência satisfatória. Isso demonstra que, mesmo com a inclusão das tensões residuais, o modelo com $n = 8$ elementos por aba continua sendo suficiente para fornecer resultados confiáveis.



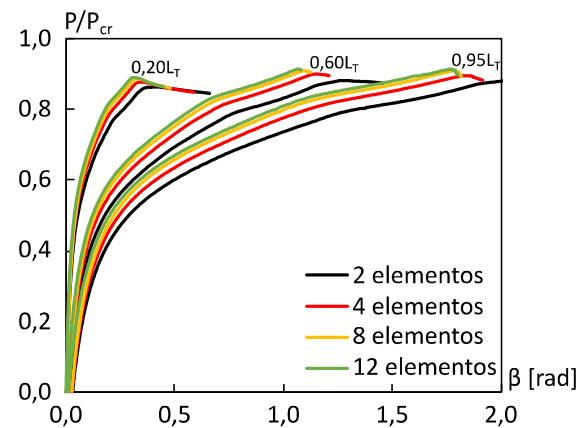
a) Convergência da carga resistente para a seção 40x4



b) Caminhos de equilíbrio para a seção 40x4



c) Convergência da carga resistente para a seção 80x4



d) Caminhos de equilíbrio para a seção 80x4

Figura 20 – Convergência de malha em análise de pós-flambagem elasto-plástica considerando tensão residuais.

Portanto, o estudo revelou que a adoção de oito elementos por aba na seção transversal é suficiente para garantir resultados precisos para todas as relações b/t analisadas neste estudo. Adotando-se elementos quadrados, o número de elementos ao longo do eixo longitudinal varia de acordo com o comprimento da coluna analisado.

3.1.2 Condições de apoio e carga

Nas extremidades da coluna, foram modeladas regiões rígidas do tipo *rigid body*. Isso significa que não há movimento relativo entre os nós dessas regiões; o movimento de toda a região é determinado pelo deslocamento de um único nó designado como ponto de referência. Os pontos de referência, denominados RP-1 e RP-2, foram posicionados no centroide da seção transversal da base e do topo da coluna, respectivamente.

Para simular uma condição de apoio bi engastada, todos os graus de liberdade desses pontos de referência foram restringidos com exceção do deslocamento longitudinal no RP-2 (UZ). Consequentemente, a carga axial de compressão foi aplicada na forma de deslocamento no ponto RP-2 no sentido negativo da direção correspondente ao eixo z no sistema de coordenadas global. A Figura 21 ilustra em detalhe a região rígida na extremidade da coluna e o ponto de referência RP-2 onde o carregamento é aplicado.

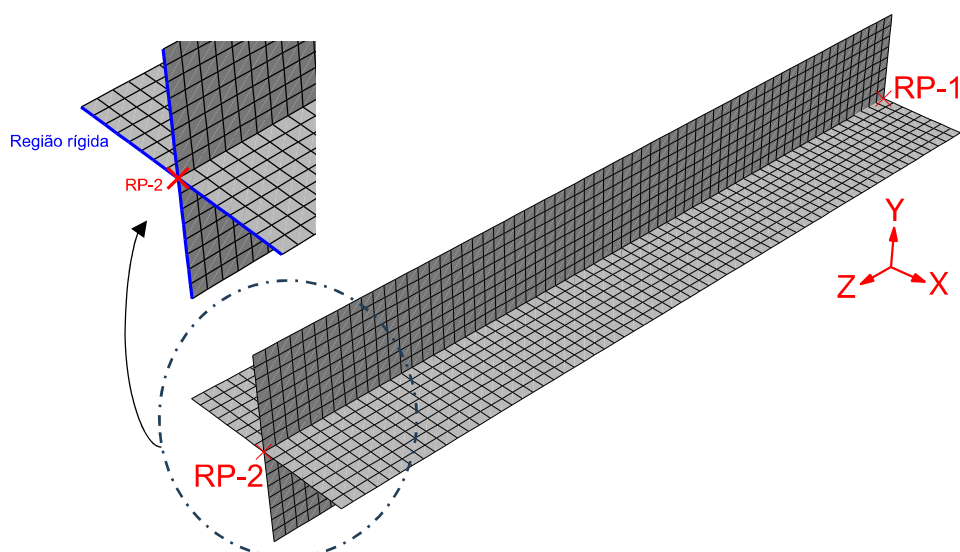


Figura 21 – Detalhe da região rígida e do ponto de referência RP-2.

3.1.3. Imperfeição geométrica inicial

A introdução de imperfeições geométricas iniciais é um ponto crucial no estudo da estabilidade estrutural, sendo essencial garantir que essas imperfeições pertinentes ao elemento estrutural em questão estejam presentes no modelo. Devido à falta de descrições detalhadas na literatura sobre as imperfeições iniciais de colunas reais ensaiadas experimentalmente com seção cruciforme, optou-se por se utilizar neste trabalho, a metodologia mais comum para esses estudos, conforme utilizado por Dinis e Camotim [5].

Essa abordagem envolve a realização de uma análise de flambagem elástica (autovalores e autovetores) para ajustar a geometria perfeita da coluna a uma configuração que incorpore as imperfeições geométricas, com base no primeiro autovetor, que representa o modo de flambagem global por torção caracterizado por uma rotação da seção transversal no meio do vão da coluna. A Figura 22 ilustra a configuração da coluna após a imperfeição de flambagem torcional ser inserida no modelo numérico.

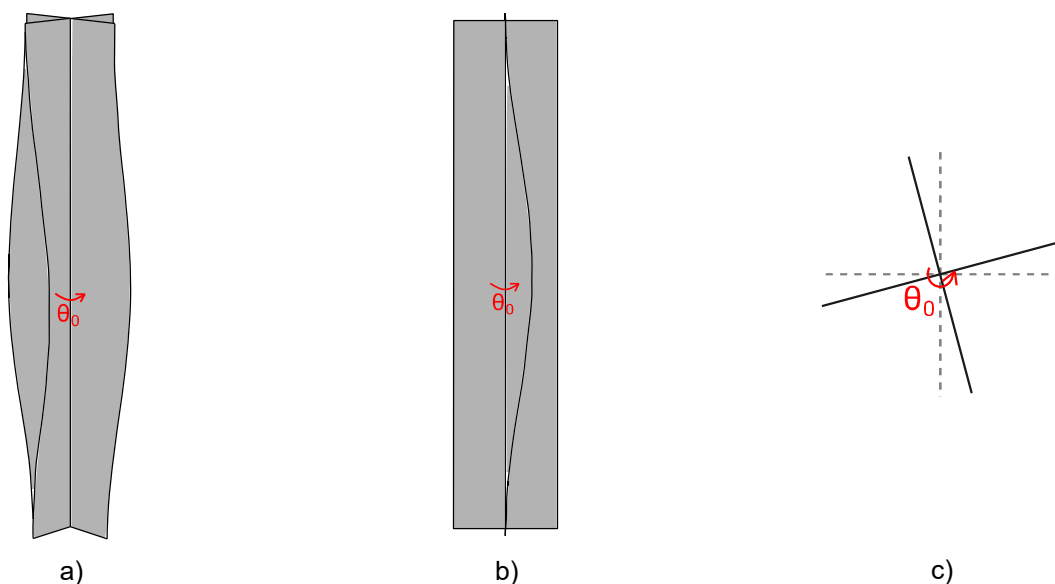


Figura 22 – Imperfeição de torção: a) vista isométrica; b) vista frontal; c) seção à meia altura.

A amplitude máxima da imperfeição inicial foi adotada como tendo valor de $L/1000$, sendo L o comprimento da coluna. Considerando pequenos ângulos, a rotação θ_0 equivalente pode ser obtida pela equação (38).

$$\theta_0 = \frac{L}{1000 b} \quad (38)$$

Esse valor difere da amplitude de $t/10$ adotada por Dinis e Camotim [5], pois durante o desenvolvimento deste estudo, observou-se que $t/10$ gerava resultados inconsistentes para algumas seções, como por exemplo o aumento da resistência de colunas mais esbeltas em relação às menos esbeltas. Dessa forma, optou-se por utilizar a amplitude de $L/1000$ por ser função do comprimento da coluna, além de ser o valor padrão considerado pela norma europeia Eurocode para imperfeições globais em colunas.

3.1.4. Comportamento do material

No processo de validação, as curvas tensão *versus* deformação do material foram incorporadas ao modelo numérico na forma de tensão verdadeira (σ_{True}) e deformação verdadeira ($\varepsilon_{\text{True}}$), conforme descrevem as equações (39) e (40). Além disso, um estudo preliminar foi realizado para verificar se o uso de um modelo tensão-deformação quadrilinear, conforme proposto por Yun e Gardner [35], em vez do modelo bilinear mais simples, resultaria em mudanças significativas nos resultados. A Figura 23 ilustra os resultados desse estudo preliminar.

$$\sigma_{\text{True}} = \sigma (\varepsilon + 1) \quad (39)$$

$$\varepsilon_{\text{True}} = \ln(\varepsilon + 1) \quad (40)$$

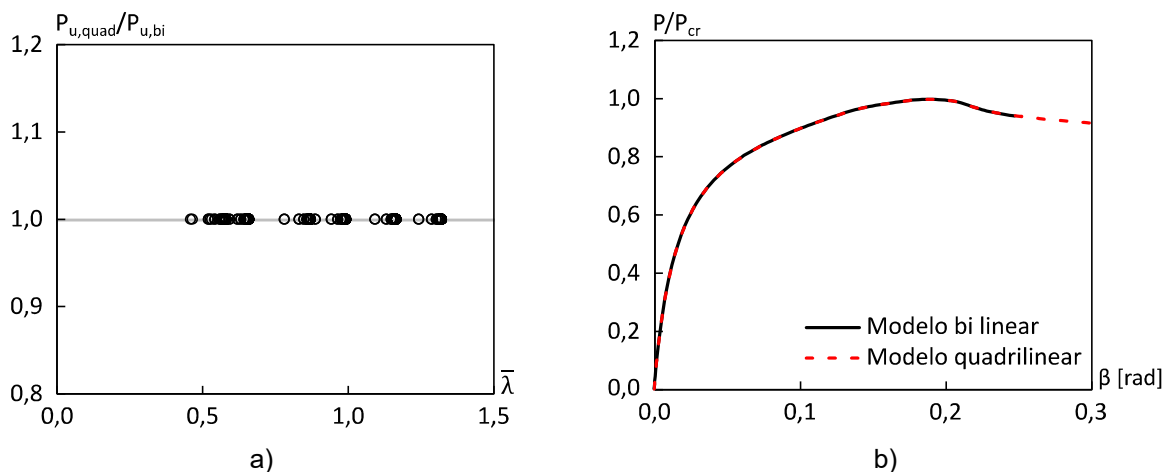


Figura 23 – Comparação de resultados dos modelos bilinear e quadrilinear: a) razão entre cargas máximas obtidas em função da esbeltez normalizada e b) comparação entre caminhos de equilíbrio para uma das colunas testadas.

Concluiu-se então que o modelo bilinear pode ser adotado sem comprometer a precisão e a qualidade dos resultados e, portanto, foram utilizadas curvas elasto-plásticas perfeitas para representar o comportamento dos aços carbono S275 e S355 nas análises de flambagem e paramétrica, com módulo de elasticidade de 210 GPa e tensões de escoamento de 275 MPa e 355 MPa.

A Figura 24 ilustra o modelo bilinear das curvas tensão-deformação adotado para representar o comportamento dos aços carbono S275 e S355.

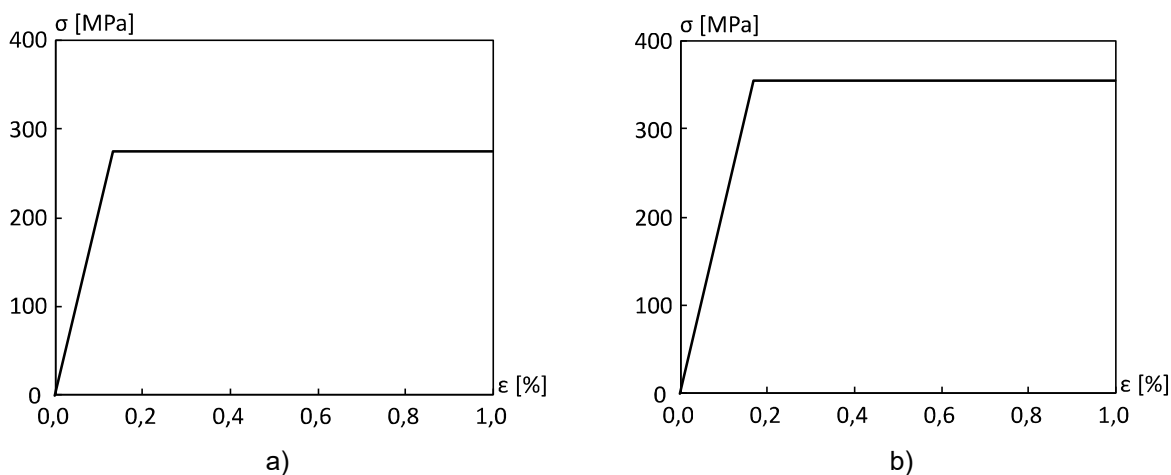


Figura 24 – Curvas bilineares tensão *versus* deformação dos aços S275 e S355: a) S275 e b) S355.

Para a análise paramétrica com os aços inoxidáveis, foram consideradas as curvas tensão-deformação completas dos aços austenítico 1.4301, ferrítico 1.4003 e duplex 1.4462. As curvas calculadas através da equação (1) apresentada no Capítulo

1 e utilizando as propriedades mecânicas fornecidas por Rasmussen [18], listadas na Tabela 1. A Figura 25 ilustra as curvas tensão *versus* deformação dos aços inoxidáveis em questão.

Tabela 1 – Propriedades mecânicas dos aços inoxidáveis [18].

Aço	E [GPa]	$\sigma_{0,01\%}$ [MPa]	$\sigma_{0,2\%}$ [MPa]	σ_u [MPa]
Austenítico 1.4301	190	215	327	611
Ferrítico 1.4003	195	215	275	444
Duplex 1.4462	215	430	635	820

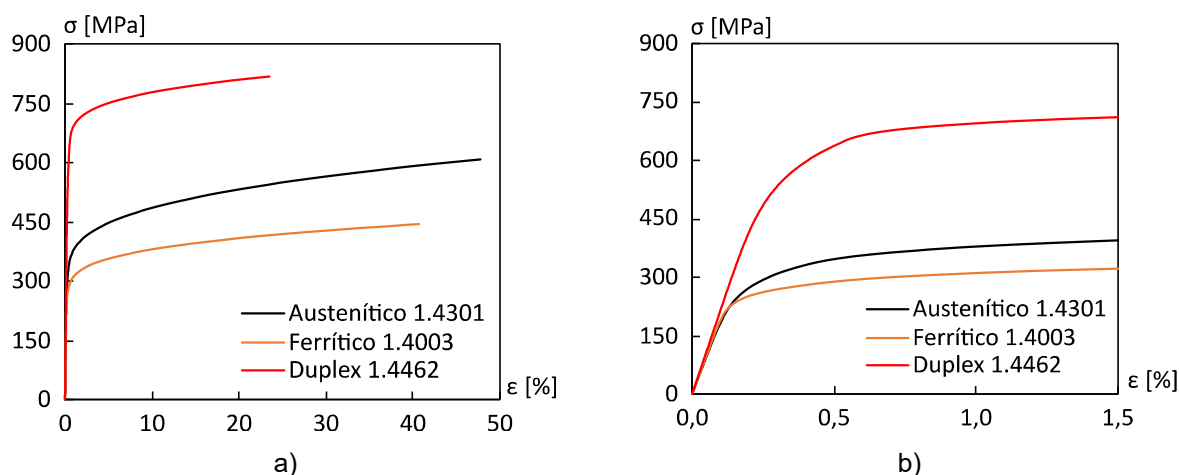


Figura 25 – Curvas tensão *versus* deformação dos aços inoxidáveis: a) curvas completas e b) detalhe até 1,5% de deformação.

As curvas foram incorporadas ao modelo numérico na forma de tensão verdadeira (σ_{True}) e deformação verdadeira (ϵ_{True}), conforme as equações (39) e (40) apresentadas anteriormente.

3.1.5. Tensões residuais

O processo de soldagem, fundamental para a fabricação de colunas com seção cruciforme, envolve a união das placas através da aplicação de solda. Esse procedimento gera tensões residuais nas placas, resultantes dos gradientes térmicos durante a fabricação. Essas tensões residuais podem antecipar o início da ocorrência

de deformações plásticas nos elementos estruturais, o que pode reduzir significativamente a capacidade de carga das colunas. Portanto, é crucial considerar as tensões residuais no modelo numérico para garantir a precisão dos resultados.

As tensões residuais foram introduzidas seguindo a distribuição de três pontos, que é o mesmo padrão utilizado por Trahair [6] para seções cruciformes e por Kayser [27] para seções do tipo *starred*, além de ser o método recomendado pelo Eurocode. A Figura 26 ilustra essa distribuição ideal e a discretização dos elementos da seção transversal cruciforme para a inclusão das tensões residuais no modelo de elementos finitos. Nesta figura, o sinal positivo (+) significa tração e o sinal negativo (-) significa compressão.

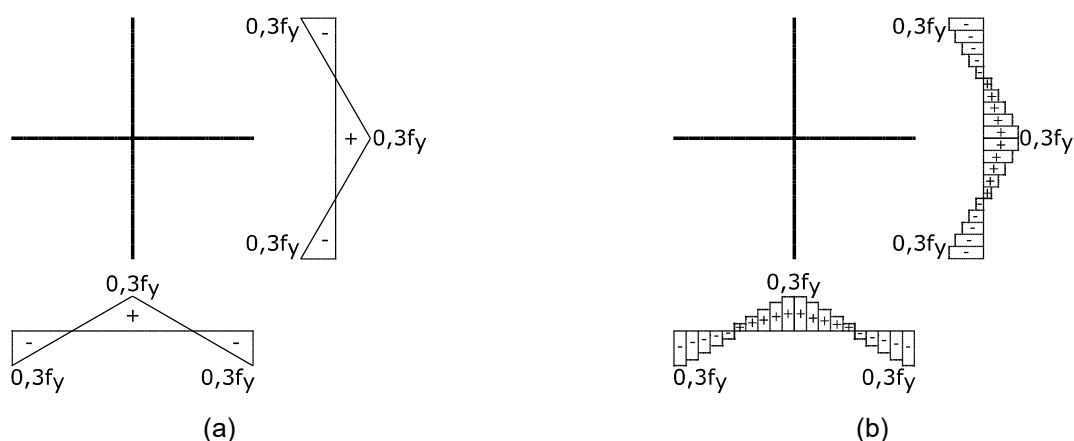


Figura 26 – Distribuição de tensões residuais: a) distribuição teórica, b) distribuição no modelo numérico.

3.2. Validação

Não foram encontrados na literatura ensaios experimentais com os aços carbono S275 e S355, ou os aços inoxidáveis austenítico, ferrítico e duplex. Por essa razão, para a validação do modelo, foi necessário recorrer aos escassos ensaios disponíveis, que, apesar de considerarem materiais com características mecânicas diferentes, representam a base mais próxima disponível. Esses ensaios foram realizados por Nishino *et al.* [7], Rasmussen e Hancock [8], Nie *et al.* [36] e Chen *et al.* [23].

Para validação, foram realizadas comparações entre as curvas carga versus deslocamento axial (P vs. δ), as deformadas finais e as cargas últimas obtidas nos ensaios experimentais e aqueles obtidos pelo modelo numérico desenvolvido.

3.2.1. Nishino *et al.* [7]

Nishino *et al.* [7] realizaram um estudo experimental investigando a resistência de colunas de seção cruciforme com condição de contorno biengastadas constituídas de aço Wel-Ten 80C. A Figura 27 ilustra a curva tensão *versus* deformação presente no estudo de Nishino *et al.* [7] e a curva verdadeira introduzida no modelo.

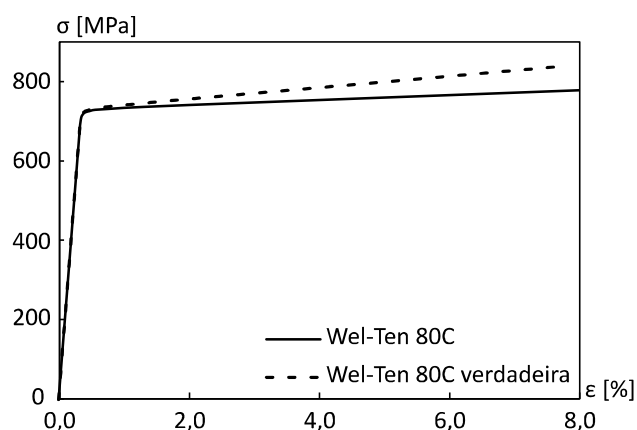


Figura 27 – Curvas tensão *versus* deformação para o aço Wel-Ten 80C [7].

A Tabela 2 apresenta as propriedades geométricas das colunas dos ensaios experimentais realizados, juntamente com os modos de flambagem utilizados para introduzir a imperfeição geométrica inicial e o valor máximo de sua amplitude em graus obtido através da equação (38) apresentada no item 3.1.3.

Tabela 2 – Propriedades geométricas dos ensaios de Nishino *et al.* [7] e imperfeições introduzidas

Modelo	b [mm]	t [mm]	b/t	L [mm]	Imperfeição	θ_0 [graus]
T-A	77	17,1	4,5	600	Modo 1	0,45
T-B	103	17,2	6,0	801	Modo 1	0,45
T-C	127	17,2	7,4	1000	Modo 1	0,45
T-D	154	17,2	9,0	1200	Modo 1	0,45
T-E	199	17,3	11,5	1600	Modo 1	0,46

A Figura 28 ilustra o modo 1 de flambagem citado anteriormente. Importante notar que o modo 1 é idêntico para todos os modelos.

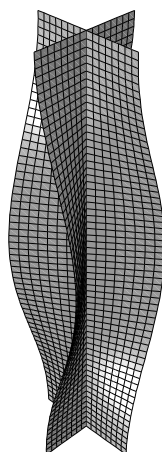


Figura 28 – Imperfeição geométrica introduzida no modelo de elementos finitos.

A Tabela 3 apresenta as cargas máximas obtidas ($P_{u,exp}$) e as cargas correspondentes obtidas por meio do modelo numérico desenvolvido ($P_{u,FEM}$).

Tabela 3 – Comparação com cargas máximas de Nishino *et al.* [7].

Modelo	b/t	L/L_T	$P_{u,exp}$ [kN]	$P_{u,FEM}$ [kN]	$P_{u,FEM}/P_{u,exp}$
T-A	4,5	0,43	4122	4161	1,01
T-B	6,0	0,32	5449	5303	0,97
T-C	7,4	0,26	6687	6382	0,95
T-D	9,0	0,21	7764	7556	0,97
T-E	11,5	0,17	8443	8433	1,00

A Figura 29 ilustra os caminhos de equilíbrio obtidos por meio do modelo numérico desenvolvido em um gráfico P versus δ , sendo P a carga aplicada e δ o deslocamento axial do topo da coluna.

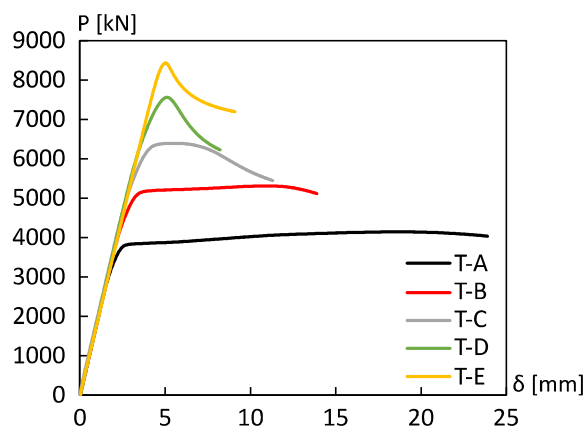


Figura 29 – Caminhos de equilíbrio: a) T-A, b) T-B, c) T-C, d) T-D e e) T-E [7].

A Figura 30 ilustra as deformadas finais obtidas por meio do modelo numérico desenvolvido. Observa-se que, em todos os casos, o modo de falha da coluna é de flambagem por torção. Os autores não apresentaram qualquer imagem das deformadas finais resultantes dos ensaios experimentais para que pudessem ser feitas comparações.

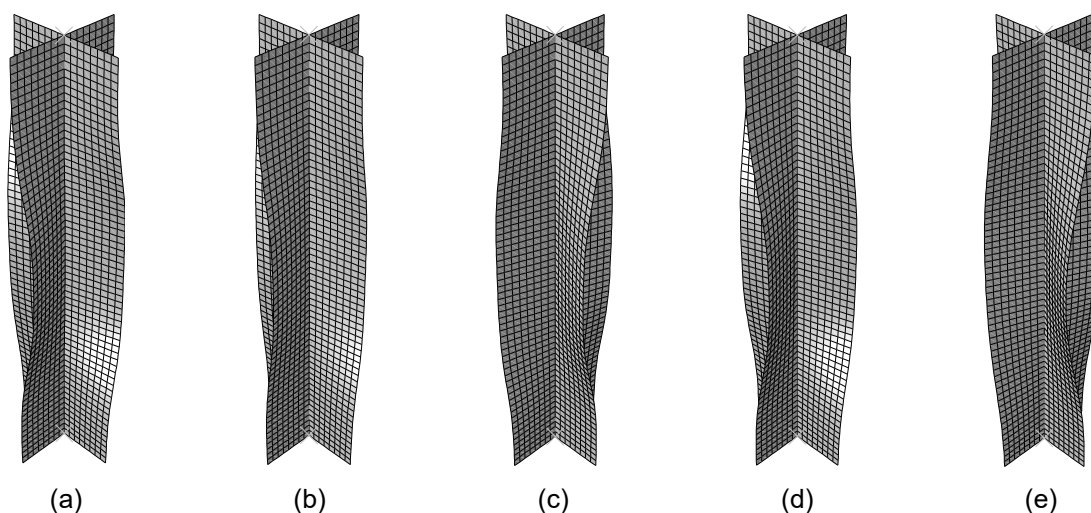


Figura 30 – Deformadas finais das colunas investigadas por Nishino *et al.* [7]: a) T-A, b) T-B, c) T-C, d) T-D e e) T-E [7].

3.2.2. Rasmussen e Hancock [8]

Rasmussen e Hancock [8] realizaram um estudo experimental investigando a resistência de colunas de seção cruciforme com condição de contorno bi engastadas constituídas de aço de alta resistência BISALLOY 80. A Figura 31 ilustra a curva tensão *versus* deformação presente no estudo de Rasmussen e Hancock [8] e a curva verdadeira introduzida no modelo.

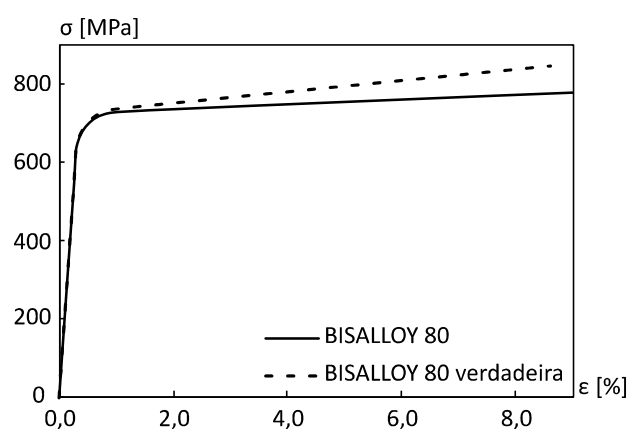


Figura 31 – Curva tensão *versus* deformação para o aço BISALLOY 80 [8].

A Tabela 4 apresenta as propriedades geométricas das colunas dos ensaios experimentais realizados, juntamente com os modos de flambagem utilizados para introduzir a imperfeição geométrica inicial e o valor máximo de sua amplitude em graus obtido através da equação (38) apresentada no item 3.1.3.

Tabela 4 – Propriedades geométricas dos ensaios de Rasmussen e Hancock [8] e imperfeições geométricas iniciais introduzidas

Modelo	b [mm]	t [mm]	b/t	L [mm]	Imperfeição	θ_0 [graus]
X1SC1	43	6	7,2	300	Modo 1	0,40
X1SC2	43	6	7,2	300	Modo 1	0,40
X2SC1	58	6	9,7	400	Modo 1	0,40
X2SC2	58	6	9,7	400	Modo 1	0,40
X3SC1	73	6	12,2	450	Modo 1	0,35
X3SC2	73	6	12,2	450	Modo 1	0,35

A Figura 32 ilustra o modo de flambagem citado anteriormente. Importante notar que o modo 1 é idêntico para todos os modelos.

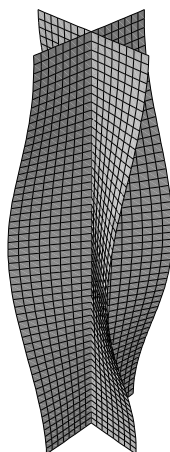


Figura 32 – Imperfeição geométrica inicial introduzida no modelo de elementos finitos.

A Tabela 5 apresenta as cargas máximas obtidas ($P_{u,exp}$) e as cargas correspondentes obtidas por meio do modelo numérico desenvolvido ($P_{u,FEM}$).

Tabela 5 – Comparação com cargas máximas de Rasmussen e Hancock [8]

Modelo	b/t	L/L_T	$P_{u,exp}$ [kN]	$P_{u,FEM}$ [kN]	$P_{u,FEM}/P_{u,exp}$
X1SC1	7,2	0,24	741	719	0,97
X1SC2	7,2	0,24	751	719	0,96
X2SC1	9,7	0,17	857	844	0,98
X2SC2	9,7	0,17	835	844	1,01
X3SC1	12,2	0,12	1073	1019	0,95
X3SC2	12,2	0,12	1101	1019	0,93

A Figura 33 ilustra uma comparação entre os caminhos de equilíbrio obtidos nos ensaios experimentais conduzidos e aqueles obtidos por meio do modelo numérico desenvolvido em um gráfico P versus δ , sendo P a carga aplicada e δ o deslocamento axial do topo da coluna. Os autores apenas apresentaram os caminhos de equilíbrio de três ensaios: X1SC2, X2SC1 e X3SC1.

A Figura 34 ilustra as deformadas finais obtidas por meio do modelo numérico desenvolvido. Observa-se que, em todos os casos, o modo de falha da coluna é de flambagem por torção. Os autores não apresentaram qualquer imagem das

deformadas finais resultantes dos ensaios experimentais para que pudessem ser feitas comparações.

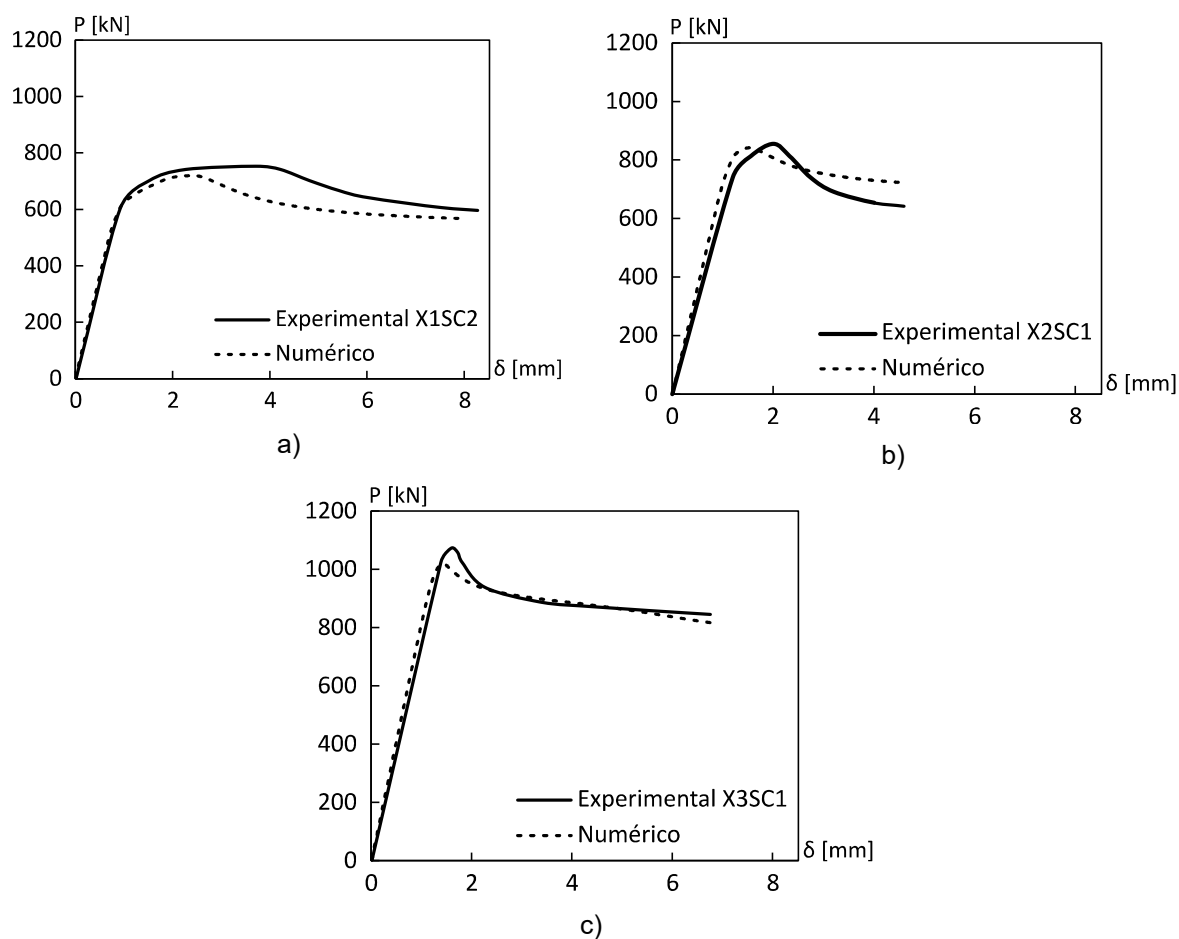


Figura 33 – Comparação entre caminhos de equilíbrio: a) experimental X1SC2, b) Experimental X2SC1 e c) experimental X3SC1 [8].

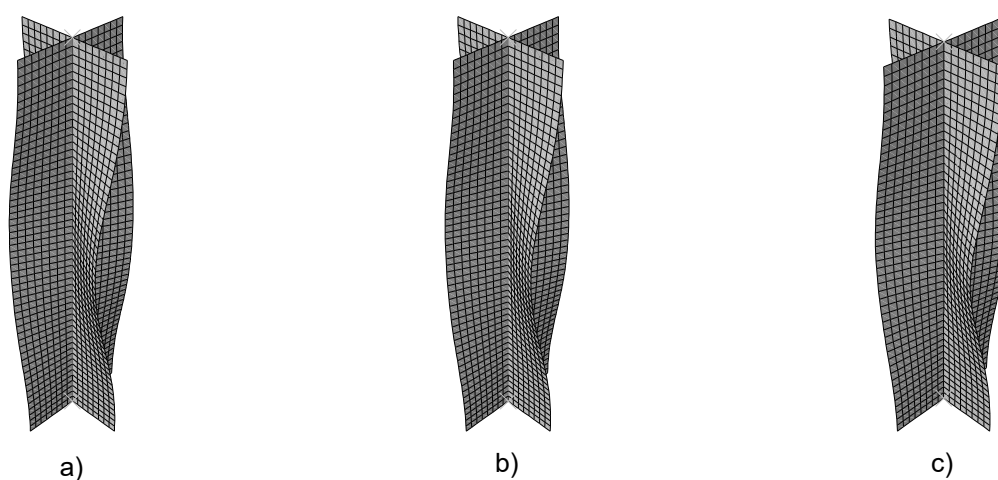


Figura 34 – Deformadas finais das colunas investigadas por Rasmussen e Hancock [8]: a) X1SC1/X1SC2, b) X2SC1/X2SC2 e c) X3SC1/X3SC2.

3.2.3. Nie *et al.* [36]

Nie *et al.* [36] realizaram um estudo experimental investigando a resistência de colunas de seção cruciforme com condição de contorno bi engastadas constituídas de aço de alta resistência SBHS700. A Figura 35 ilustra a curva tensão *versus* deformação presente no estudo de Nie *et al.* [36] e a curva verdadeira introduzida no modelo.

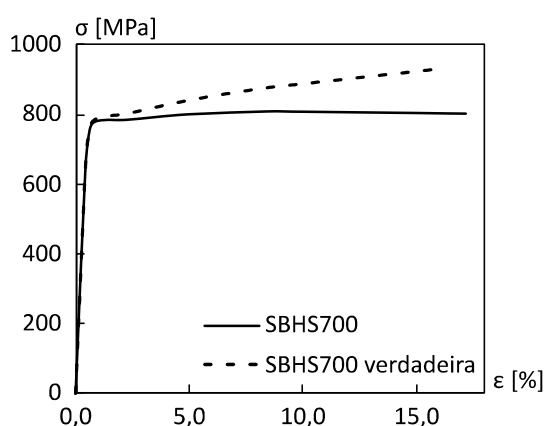


Figura 35 – Curva tensão *versus* deformação para o aço SBHS700 [36].

A Tabela 6 apresenta as propriedades geométricas das colunas dos ensaios experimentais realizados, juntamente com os modos de flambagem utilizados para introduzir a imperfeição geométrica inicial e o valor máximo de sua amplitude em graus obtido através da equação (38) apresentada no item 3.1.3.

Tabela 6 – Propriedades geométricas dos ensaios e imperfeições introduzidas.

Modelo	b [mm]	t [mm]	b/t	L [mm]	Imperfeição	θ_0 [graus]
B07	71,5	9	7,9	250	Modo 1	0,20
B11	109,5	9	12,2	380	Modo 1	0,20

A Figura 36 ilustra o modo de flambagem citado anteriormente. Importante notar que o modo 1 é idêntico para os dois modelos.

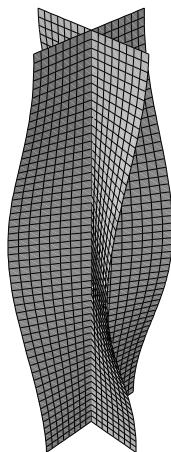


Figura 36 – Imperfeição introduzida.

A Tabela 7 apresenta as cargas máximas obtidas ($P_{u,exp}$) e as cargas correspondentes obtidas por meio do modelo numérico desenvolvido ($P_{u,FEM}$).

Tabela 7 – Comparação com cargas máximas de Nie *et al.* [36]

Modelo	b/t	L/L_T	$P_{u,exp}$ [kN]	$P_{u,FEM}$ [kN]	$P_{u,FEM}/P_{u,exp}$
B07	7,9	0,11	2113	2021	0,96
B11	12,2	0,07	2976	2565	0,86

A Figura 37 ilustra uma comparação entre os caminhos de equilíbrio obtidos nos ensaios experimentais conduzidos e aqueles obtidos por meio do modelo numérico desenvolvido em um gráfico P versus δ , sendo P a carga aplicada e δ o deslocamento axial do topo da coluna.

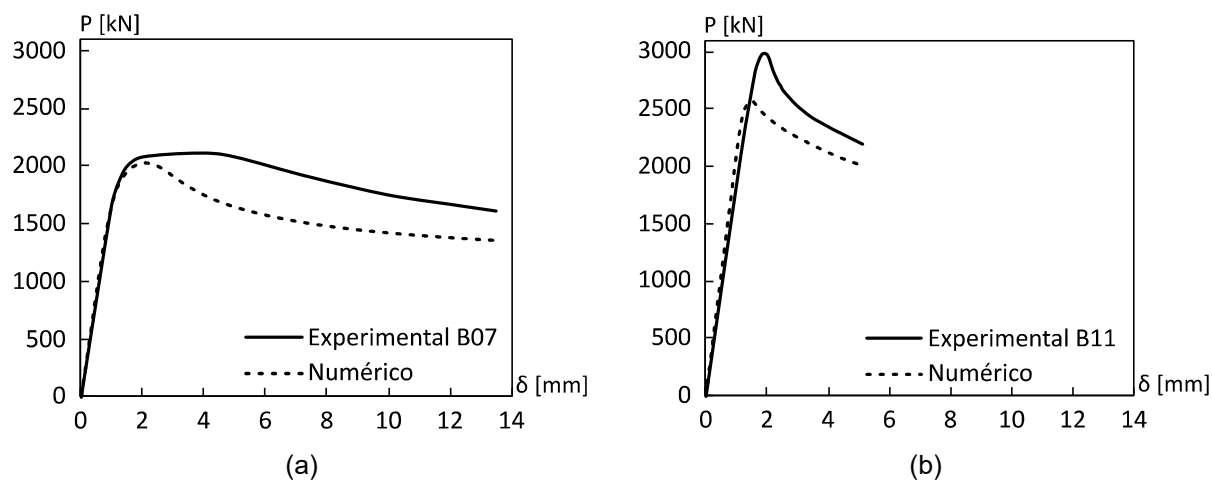


Figura 37 – Comparação entre caminhos de equilíbrio dos ensaios de Nie *et al.* [36]: a) B07 e b) B11.

A Figura 38 e a Figura 39 ilustram uma comparação entre as deformadas finais resultantes dos ensaios experimentais e aquelas obtidas por meio do modelo numérico desenvolvido. Observa-se como o modelo reproduz satisfatoriamente os resultados experimentais.

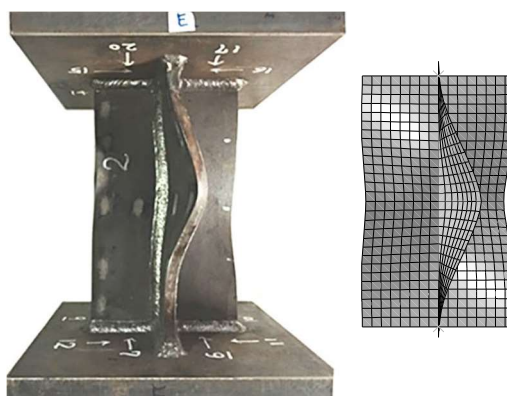


Figura 38 – Comparação com deformada final do ensaio B07 de Nie *et al.* [36].

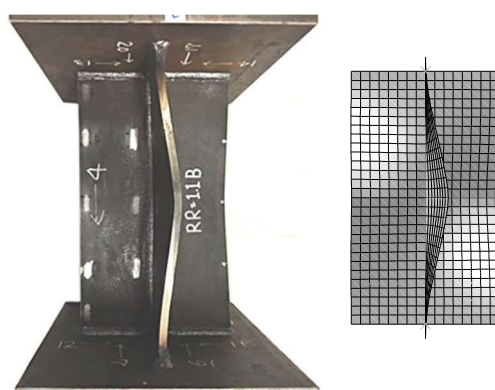


Figura 39 – Comparação com deformada final do ensaio B11 de Nie *et al.* [36].

3.2.4. Chen *et al.* [23]

Chen *et al.* [23] realizaram ensaios experimentais de colunas de seção cruciforme com condição de contorno biengastadas constituídas de aço carbono de alta resistência S690. A Figura 40 ilustra a curva tensão *versus* deformação presente no estudo de Chen *et al.* [23] e a curva verdadeira introduzida no modelo.

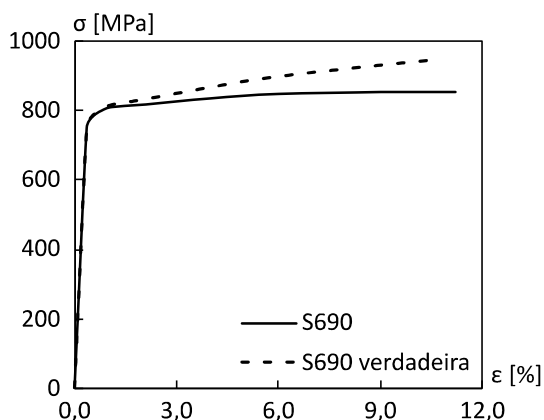


Figura 40 – Curvas tensão *versus* deformação para o aço S690 [23].

Neste estudo em particular, as imperfeições geométricas iniciais foram mensuradas antes da realização dos ensaios nas colunas. Dessa forma, os valores de imperfeição empregados no modelo numérico correspondem aos obtidos experimentalmente. Para cada uma das cinco seções transversais analisadas, foram conduzidos dois ensaios com colunas de igual comprimento. A Tabela 8 apresenta as propriedades geométricas das colunas avaliadas nos ensaios experimentais, juntamente com os modos de flambagem considerados para a introdução das imperfeições geométricas iniciais e o valor máximo medido de suas amplitudes i_0 , bem como o valor correspondente em graus θ_0 , obtido através da equação (41).

Tabela 8 – Propriedades geométricas dos ensaios de Chen *et al.* [23] e imperfeições introduzidas

Modelo	b [mm]	t [mm]	b/t	L [mm]	Imperfeição	i_0 [mm]	θ_0 [graus]
60x60x5	30	5	6	178,5	Modo 1	0,027	0,05
60x60x5-R	30	5	6	178,8	Modo 1	0,093	0,18
70x70x5	35	5	7	209,0	Modo 1	0,058	0,09
70x70x5-R	35	5	7	208,4	Modo 1	0,060	0,10
80x80x5	40	5	8	238,7	Modo 1	0,050	0,07
80x80x5-R	40	5	8	238,7	Modo 1	0,112	0,16
100x100x5	50	5	10	298,3	Modo 1	0,023	0,03
100x100x5-R	50	5	10	299,3	Modo 1	0,032	0,04
120x120x5	60	5	12	357,8	Modo 1	0,052	0,05
120x120x5-R	60	5	12	356,3	Modo 1	0,147	0,14

$$\theta_0 = \frac{i_0}{b} \quad (41)$$

A Figura 28 ilustra o modo 1 de flambagem citado anteriormente. Importante notar que o modo 1 é idêntico para todos os modelos.

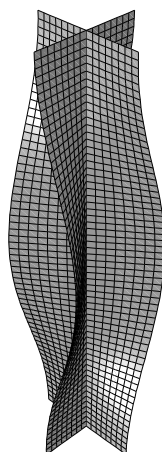


Figura 41 – Imperfeição introduzida.

A Tabela 3 apresenta as cargas máximas obtidas ($P_{u,exp}$) e as cargas correspondentes obtidas por meio do modelo numérico desenvolvido ($P_{u,FEM}$).

Tabela 9 – Comparação com cargas máximas de Chen *et al.* [23].

Modelo	b/t	L/L_T	$P_{u,exp}$ [kN]	$P_{u,FEM}$ [kN]	$P_{u,FEM}/P_{u,exp}$
60x60x5	6	0,24	445,7	513,00	1,15
60x60x5-R	6	0,24	474,6	502,10	1,06
70x70x5	7	0,21	546,6	577,60	1,06
70x70x5-R	7	0,21	547,0	577,40	1,06
80x80x5	8	0,18	621,8	645,50	1,04
80x80x5-R	8	0,18	632,5	637,00	1,01
100x100x5	10	0,14	786,4	758,10	0,96
100x100x5-R	10	0,14	791,5	753,10	0,95
120x120x5	12	0,12	826,7	709,30	0,86
120x120x5-R	12	0,12	837,0	706,60	0,84

A Figura 42 ilustra uma comparação entre os caminhos de equilíbrio obtidos nos ensaios experimentais conduzidos e aqueles obtidos por meio do modelo numérico desenvolvido em um gráfico P versus δ , sendo P a carga aplicada e δ o deslocamento axial do topo da coluna.

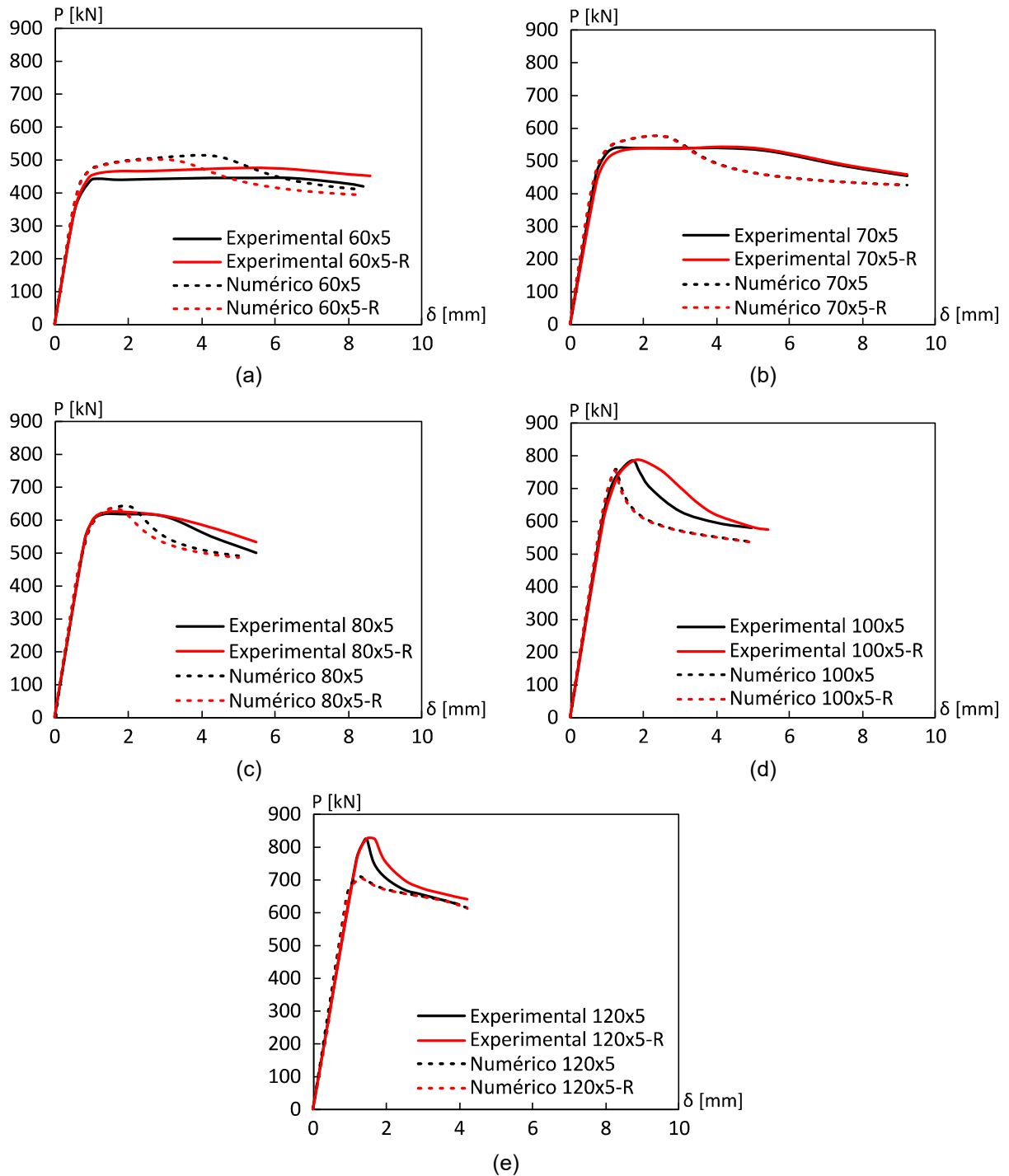


Figura 42 – Comparação entre caminhos de equilíbrio dos ensaios de Chen *et al.* [23]: a) 60x60x5, b) 70x70x5, c) 80x80x5, d) 100x100x5 e e) 120x120x5.

A Figura 43 ilustra as deformadas finais obtidas por meio do modelo numérico desenvolvido.

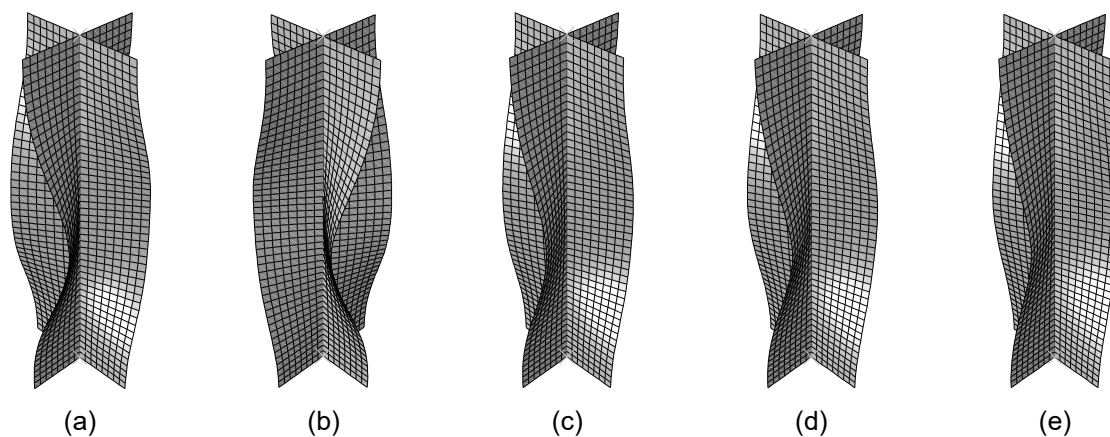


Figura 43 – Deformadas finais: a) 60x60x5, b) 70x70x5, c) 80x80x5, d) 100x100x5 e e) 120x120x5.

A Figura 44 ilustra uma comparação entre a deformada final resultante de um dos ensaios experimentais e aquela obtida por meio do modelo numérico desenvolvido.



Figura 44 – Comparação com deformada final dos ensaios de Chen *et al.* [23].

3.2.5. Conclusões gerais

A Tabela 10 exibe um resumo de todas as comparações realizadas, apresentando a razão $P_{u,FEM}/P_{u,exp}$ para todos os ensaios experimentais considerados.

Além disso, são apresentados os valores de média, mínimo, máximo e desvio padrão total dessas razões.

Tabela 10 – Resumo da comparação entre modelos experimentais e numéricos.

Estudo	Quantidade	$P_{u,FEM}/P_{u,exp}$	Média	Mínimo	Máximo	Desvio padrão	Coef. de variação
Nishino <i>et al.</i> [7]	5	1,01	0,98	0,95	1,01	0,02	-
		0,97					
		0,95					
		0,97					
		1,00					
Rasmussen e Hancock [8]	6	0,97	0,97	0,93	1,01	0,03	-
		0,96					
		0,98					
		1,01					
		0,95					
		0,93					
Nie <i>et al.</i> [36]	2	0,96	0,91	0,86	0,96	0,05	-
		0,86					
Chen <i>et al.</i> [23]	10	1,15	1,00	0,84	1,15	0,09	-
		1,06					
		1,06					
		1,06					
		1,04					
		1,01					
		0,96					
		0,95					
		0,86					
		0,84					
Total	23	-	0,98	0,84	1,15	0,07	0,07

A Figura 45 ilustra a razão $P_{u,FEM}/P_{u,exp}$ de todos os ensaios experimentais considerados em função da esbeltez normalizada $\bar{\lambda}$.

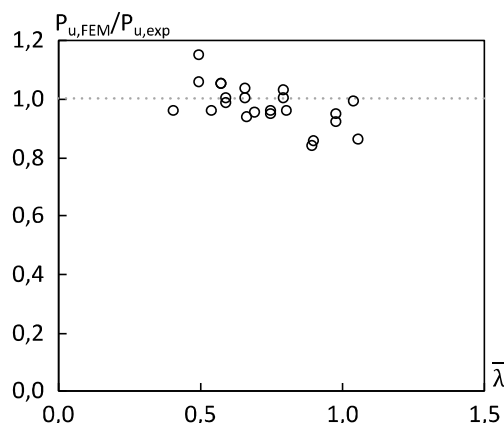


Figura 45 – Comparação entre cargas máximas experimentais e numéricas.

Uma comparação também foi realizada com as curvas de pós-flambagem elástica apresentadas por Dinis e Camotim [5] para diversos comprimentos, como ilustrado na Figura 46. As colunas têm seção 80x4 e comprimento L_3 a L_8 de 100 cm, 150 cm, 200 cm, 300 cm, 400 cm e 600 cm, respectivamente. O material utilizado é perfeitamente elástico com módulo de elasticidade $E = 210$ GPa.

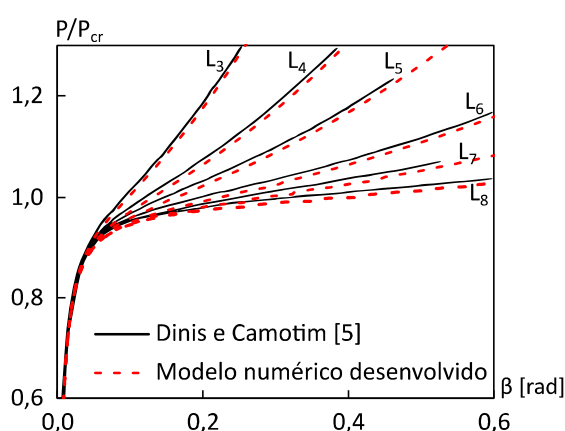


Figura 46 – Comparação entre caminhos de equilíbrio

De acordo com os resultados apresentados, as seguintes observações podem ser feitas:

- i. Considerando a dificuldade de controlar com precisão todas as variáveis envolvidas em um ensaio experimental, além da carência de informações precisas em alguns casos para reprodução no modelo de elementos finitos, é razoável que ocorram alguns casos em que o modelo numérico sofra com uma imprecisão maior com relação aos ensaios experimentais. Fatores como pequenas variações nas

condições de contorno e imperfeições geométricas iniciais com padrões mais complexos que os considerados podem exercer uma influência significativa sobre a capacidade de carga máxima da coluna. Ainda assim, há uma boa correlação entre as cargas últimas experimentais $P_{u,exp}$ e as cargas últimas obtidas por meio do modelo numérico desenvolvido $P_{u,FEM}$. Uma média de 0,98 indica que há boa tendência de previsão, enquanto que um coeficiente de variação de 7% sugere que os dados são relativamente consistentes. Assim, os resultados indicam que o modelo numérico é eficaz na previsão das cargas últimas de estruturas submetidas às condições experimentais especificadas em cada estudo.

- ii. O modelo numérico demonstra satisfatória capacidade de reproduzir os caminhos de equilíbrio observados nos ensaios experimentais de Rasmussen e Hancock [18], de Nie *et al.* [36] e de Chen *et al.* [23], além das deformadas finais obtidas por Nie *et al.* [36] e por Chen *et al.* [23], o que indica a validade de suas previsões.
- iii. Adicionalmente, o modelo foi capaz de replicar de maneira satisfatória os caminhos de equilíbrio obtidos por Dinis e Camotim [5] em suas análises de pós-flambagem elástica. A capacidade do modelo de refletir esses resultados demonstra boa previsibilidade em cenários teóricos também.
- iv. A consistência e precisão com que o modelo numérico reproduz os resultados dos ensaios experimentais são indicativas de sua confiabilidade, o que sugere que o modelo pode ser utilizado de forma confiável para avaliar diferentes cenários em condições semelhantes às dos experimentos realizados.

4. ANÁLISES DE ESTABILIDADE

Este capítulo apresenta as análises de flambagem elástica e pós-flambagem realizadas, utilizando uma metodologia semelhante à descrita por Dinis e Camotim [5]. Essa metodologia consiste, inicialmente, em realizar uma análise de flambagem elástica para determinar diagramas de participação modal das colunas, curvas de assinatura, autovalores e autovetores. Para isso, serão utilizados os *softwares* GBTul [14] e Abaqus [15]. Em seguida, são realizadas análises de pós-flambagem elástica, isto é, considerando um material perfeitamente elástico, o que permite estudar a estabilidade da coluna no regime elástico. Para isso, é utilizado o *software* Abaqus [15]. Por fim, são realizadas análises de pós-flambagem elasto-plásticas, nas quais se considera o comportamento não linear dos materiais, a fim de avaliar os efeitos da não linearidade física na estabilidade das colunas.

4.1. Análise de Flambagem Elástica

Após a validação do modelo numérico, foram selecionadas seis seções transversais diferentes para a análise de flambagem elástica através do *software* GBTul ([14]; [22]). O objetivo dessa análise foi examinar os diferentes modos de falha que ocorrem à medida que o comprimento das barras aumenta. As seções selecionadas foram: 40x4, 50x5, 60x4, 75x5, 80x4 e 100x5. Essas seções abrangem uma faixa de valores da razão b/t entre 10 e 20, o que permite também a análise de diferentes valores de comprimentos de transição. Com essa variedade de geometrias, é possível uma avaliação mais completa e precisa dos modos de falha.

Os diagramas foram gerados considerando um material perfeitamente elástico com módulo de elasticidade $E = 210 \text{ GPa}$. A Figura 47 ilustra a contribuição de cada um dos possíveis modos de flambagem no comportamento de flambagem elástica das seções analisadas, com o comprimento representado em escala logarítmica. No *software* utilizado, os modos 2 e 3, correspondentes à flambagem global por flexão nos eixos de maior e menor inércia, respectivamente, aparecem intercalados. Isso ocorre devido ao fato, já mencionado, de que os eixos principais de inércia da seção

cruciforme são idênticos, não havendo, na prática, distinção entre eixos de maior e menor inércia. Dessa forma, na figura apresentada, apenas o modo 3, que representa a flambagem global por flexão em um dos eixos principais, está ilustrado. O modo 4 corresponde à flambagem global por torção.

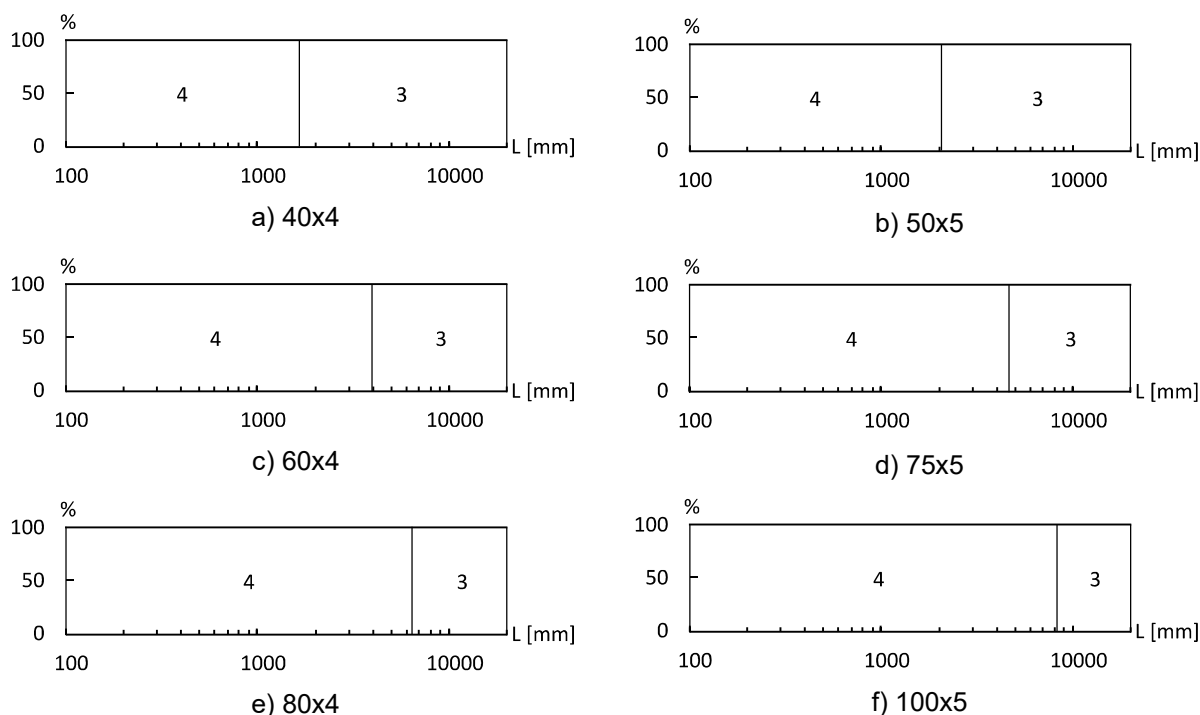


Figura 47 – Diagrama de participação modal para cada seção.

Adicionalmente, os comprimentos de transição L_T obtidos pelo *software* GBTul foram comparados com os calculados analiticamente através da equação (19), apresentada no capítulo 1. Nota-se que há uma excelente correlação, conforme apresentado na Tabela 11

Tabela 11 – Comprimentos de transição

Seção	b/t	L_T [mm]	$L_{T_{GBTul}}$ [mm]	$L_T/L_{T_{GBTul}}$
40x4	10	1649	1652	1,00
50x5	10	2062	2065	1,00
60x4	15	3717	3719	1,00
75x5	15	4647	4650	1,00
80x4	20	6613	6616	1,00
100x5	20	8266	8270	1,00

Para prosseguir para as análises de pós-flambagem, foram selecionados cinco comprimentos de coluna para cada seção transversal em função do comprimento de transição L_T : $0,20L_T$, $0,40L_T$, $0,60L_T$, $0,80L_T$ e $0,95L_T$. Dessa forma, é possível uma análise abrangente do comportamento das colunas ao longo de toda a faixa de comprimentos que caracterizam a flambagem por torção até a proximidade da transição de comportamento para a flambagem por flexão. A Tabela 12 apresenta os comprimentos escolhidos para cada seção transversal.

Tabela 12 – Comprimentos escolhidos

Seção	b/t	L_T [mm]	% L_T [mm]				
			20%	40%	60%	80%	95%
40x4	10	1650	330	660	990	1320	1560
50x5	10	2060	412	824	1236	1648	1950
60x4	15	3710	750	1485	2220	2970	3540
75x5	15	4640	930	1856	2790	3712	4408
80x4	20	6610	1320	2640	3960	5280	6280
100x5	20	8260	1652	3304	4956	6608	7847

A Figura 48 ilustra a posição dos comprimentos na curva de assinatura de cada seção transversal analisada neste trabalho, além dos valores de carga crítica obtidos em uma análise de autovalores e autovetores no Abaqus [15].

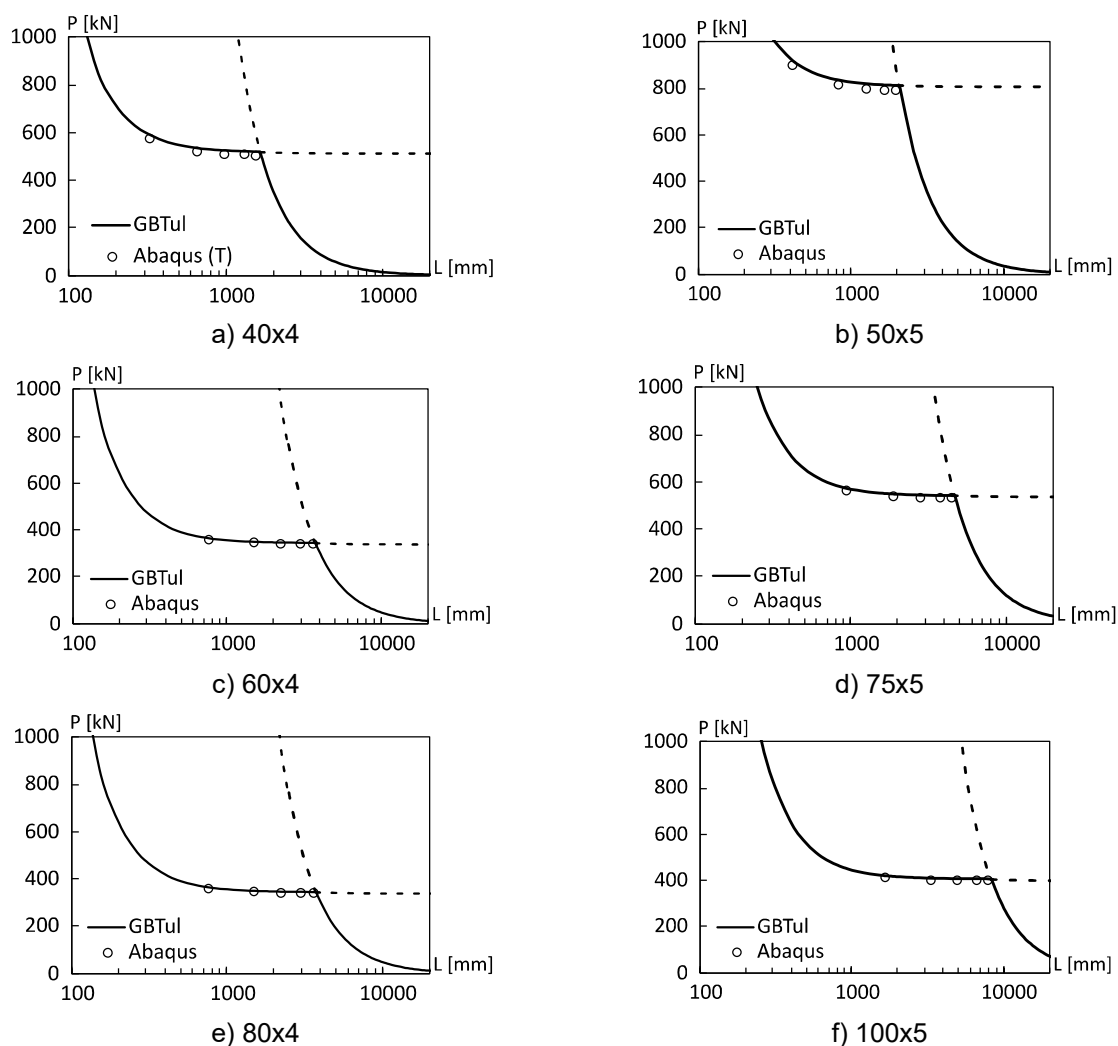


Figura 48 – Curvas de assinatura de cada seção.

A Tabela 13, a Tabela 14, a Tabela 15, a Tabela 16, a Tabela 17 e a Tabela 18 apresentam os valores de carga crítica obtidos de maneira analítica ($P_{cr,T}$), pelo GBTul [14] ($P_{cr,GBT}$) e pelo Abaqus [15] ($P_{cr,FEM}$), além razão entre eles tendo como referência a carga obtida de maneira analítica.

Tabela 13 – Cargas críticas para a seção 40x4

L [mm]	%L _T	Analítico	GBTul		Abaqus	
		$P_{cr,T}$ [kN]	$P_{cr,GBT}$ [kN]	$P_{cr,GBT}/P_{cr,T}$	$P_{cr,FEM}$ [kN]	$P_{cr,FEM}/P_{cr,T}$
330	20%	588,31	588,33	1,00	573,95	0,98
660	40%	534,47	534,77	1,00	520,20	0,97
990	60%	524,86	524,86	1,00	510,43	0,97
1320	80%	521,38	521,39	1,00	507,05	0,97
1560	95%	520,12	520,07	1,00	505,84	0,97

Tabela 14 – Cargas críticas para a seção 50x5

L [mm]	%L _T	Analítico	GBTul		Abaqus	
		P _{cr,T} [kN]	P _{cr,GBT} [kN]	P _{cr,GBT} /P _{cr,T}	P _{cr,FEM} [kN]	P _{cr,FEM} /P _{cr,T}
412	20%	919,51	919,53	1,00	897,07	0,98
824	40%	835,65	835,65	1,00	812,88	0,97
1236	60%	820,12	820,12	1,00	797,57	0,97
1648	80%	814,68	814,69	1,00	792,26	0,97
1950	95%	812,68	812,69	1,00	790,38	0,97

Tabela 15 – Cargas críticas para a seção 60x4

L [mm]	%L _T	Analítico	GBTul		Abaqus	
		P _{cr,T} [kN]	P _{cr,GBT} [kN]	P _{cr,GBT} /P _{cr,T}	P _{cr,FEM} [kN]	P _{cr,FEM} /P _{cr,T}
750	20%	365,35	365,07	1,00	359,77	0,98
1485	40%	349,90	349,83	1,00	344,29	0,98
2220	60%	346,98	346,95	1,00	341,41	0,98
2970	80%	345,94	345,92	1,00	340,40	0,98
3540	95%	345,55	345,54	1,00	340,02	0,98

Tabela 16 – Cargas críticas para a seção 75x5

L [mm]	%L _T	Analítico	GBTul		Abaqus	
		P _{cr,T} [kN]	P _{cr,GBT} [kN]	P _{cr,GBT} /P _{cr,T}	P _{cr,FEM} [kN]	P _{cr,FEM} /P _{cr,T}
930	20%	571,38	571,39	1,00	562,39	0,98
1856	40%	546,73	546,73	1,00	537,95	0,98
2790	60%	542,12	542,12	1,00	533,41	0,98
3712	80%	540,53	540,53	1,00	531,85	0,98
4408	95%	539,93	539,93	1,00	531,27	0,98

Fonte: o autor, 2024.

Tabela 17 – Cargas críticas para a seção 80x4

L [mm]	%L _T	Analítico	GBTul		Abaqus	
		P _{cr,T} [kN]	P _{cr,GBT} [kN]	P _{cr,GBT} /P _{cr,T}	P _{cr,FEM} [kN]	P _{cr,FEM} /P _{cr,T}
1320	20%	267,39	267,26	1,00	264,64	0,99
2640	40%	260,69	260,66	1,00	257,96	0,99
3960	60%	259,45	259,44	1,00	256,75	0,99
5280	80%	259,02	259,02	1,00	256,33	0,99
6280	95%	258,86	258,86	1,00	256,18	0,99

Tabela 18 – Cargas críticas para a seção 100x5

L [mm]	%L _T	Analítico	GBTul		Abaqus	
		P _{cr,T} [kN]	P _{cr,GBT} [kN]	P _{cr,GBT} /P _{cr,T}	P _{cr,FEM} [kN]	P _{cr,FEM} /P _{cr,T}
1652	20%	417,76	417,76	1,00	413,46	0,99
3304	40%	407,32	407,33	1,00	403,06	0,99
4956	60%	405,39	405,40	1,00	401,17	0,99
6608	80%	404,72	404,72	1,00	400,52	0,99
7847	95%	404,46	404,47	1,00	400,29	0,99

De acordo com os resultados apresentados, as seguintes observações podem ser feitas:

- Apenas os modos 3 e 4 de deformação são suficientes para descrever o comportamento estrutural das seções analisadas.
- Não há interação entre os modos de flambagem. Em todos os casos, foi identificado um comprimento de transição bem definido, que separa claramente os comprimentos de atuação de cada modo de flambagem. Isto sugere que não há interação entre os modos de flambagem, os quais ocorrem de forma independente em diferentes regiões de comprimento da coluna.
- O modo 4 ocorre em comprimentos menores do que o comprimento de transição, enquanto o modo 3 ocorre em comprimentos maiores.
- Os resultados do GBTul [14] praticamente coincidem com os resultados analíticos em todos os casos, o que sugere que o GBTul reproduz com precisão as previsões teóricas.

- v. Os resultados do Abaqus [15] mostram uma melhora na precisão à medida que a seção contém elementos de placa mais esbeltos. Esse comportamento é esperado devido à utilização de elementos do tipo casca, que são mais apropriados para a modelagem de componentes com maior esbeltez.
- vi. O Abaqus [15] tende a subestimar ligeiramente a carga crítica das colunas, com a relação entre a carga crítica obtida numericamente $P_{cr,FEM}$ e a carga crítica teórica $P_{cr,T}$ sendo menor que 1,00 em todos os casos analisados.

4.2. Análise de Pós-Flambagem Elástica

Com os comprimentos definidos para cada seção, foi realizada uma análise não-linear elástica no Abaqus [15] para avaliar o comportamento de pós-flambagem elástica das colunas. Um material perfeitamente elástico com módulo de elasticidade $E = 210 \text{ GPa}$ foi considerado. Importante ressaltar que não foram consideradas as tensões residuais nesta etapa, pois o foco principal é investigar a não linearidade geométrica associada ao fenômeno de pós-flambagem torcional.

A Tabela 19 apresenta o valor equivalente em graus de rotação da seção transversal, obtido através da equação (38), correspondente à imperfeição inicial de $L/1000$ aplicada em cada coluna analisada.

Tabela 19 – Amplitude máxima da imperfeição inicial

Seção	θ_0 [graus]				
	$0,20L_T$	$0,40L_T$	$0,60L_T$	$0,80L_T$	$0,95L_T$
40x4	0,47	0,95	1,42	1,89	2,23
50x5	0,47	0,95	1,42	1,89	2,23
60x4	0,72	1,42	2,12	2,84	3,38
75x5	0,72	1,42	2,12	2,84	3,38
80x4	0,95	1,89	2,84	3,78	4,50
100x5	0,95	1,89	2,84	3,78	4,50

A Figura 49 apresenta os caminhos de equilíbrio obtidos para cada coluna em um gráfico P/P_{cr} versus β , sendo β a magnitude da rotação do centroide da seção transversal da metade da altura da coluna.

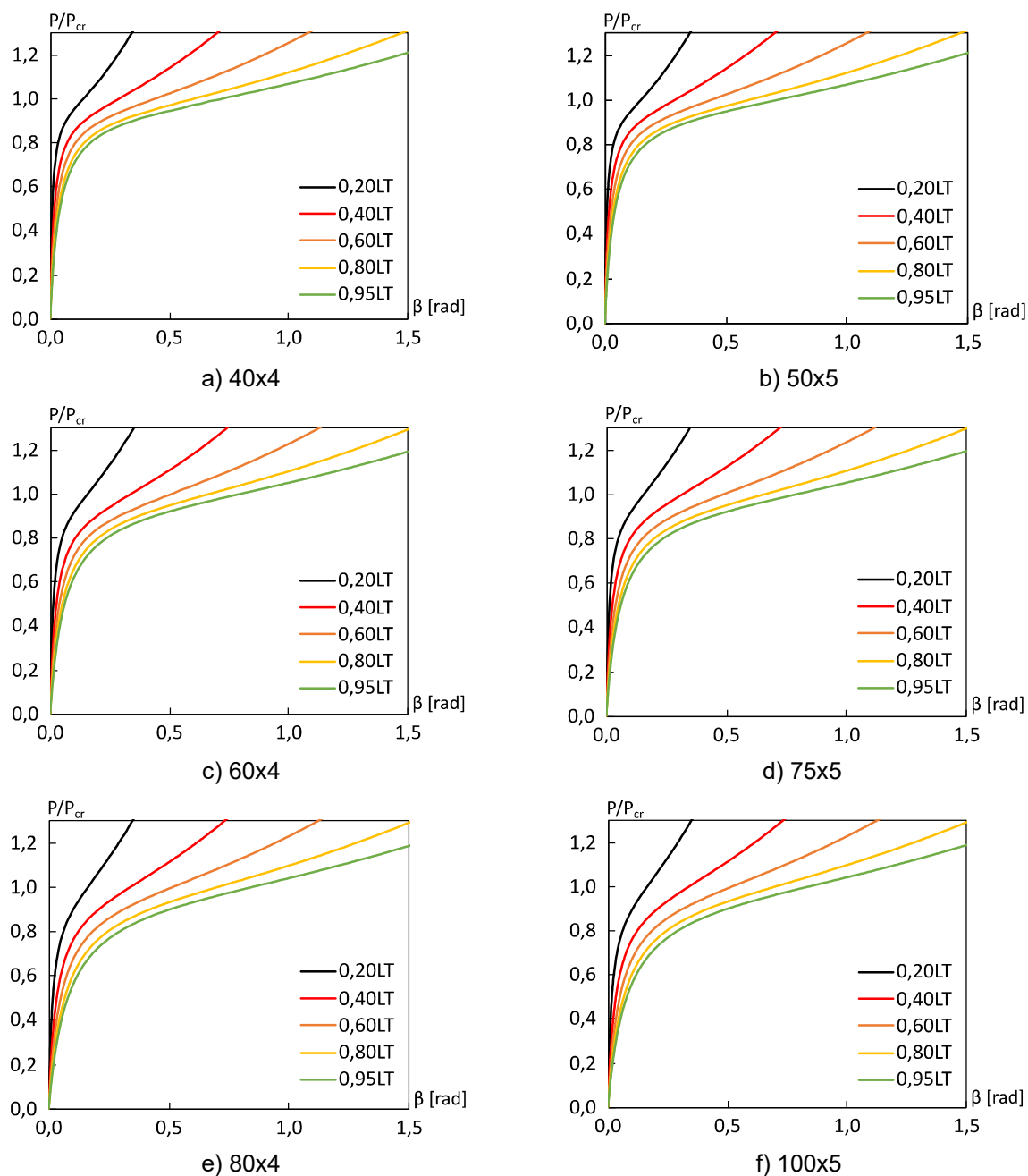


Figura 49 – Caminhos de equilíbrio para cada seção com imperfeição inicial $L/1000$.

A Figura 50 ilustra a configuração deformada da seção à meia altura para uma carga igual $P/P_{cr} = 1,3$ considerando $0,20L_T$, $0,40L_T$, $0,60L_T$, $0,80L_T$ e $0,95L_T$, respectivamente. Para fins práticos, apenas estão apresentadas as colunas de seção 60x4. No entanto, é importante citar que, para todas as outras seções analisadas, o mesmo padrão de configuração deformada foi observado.

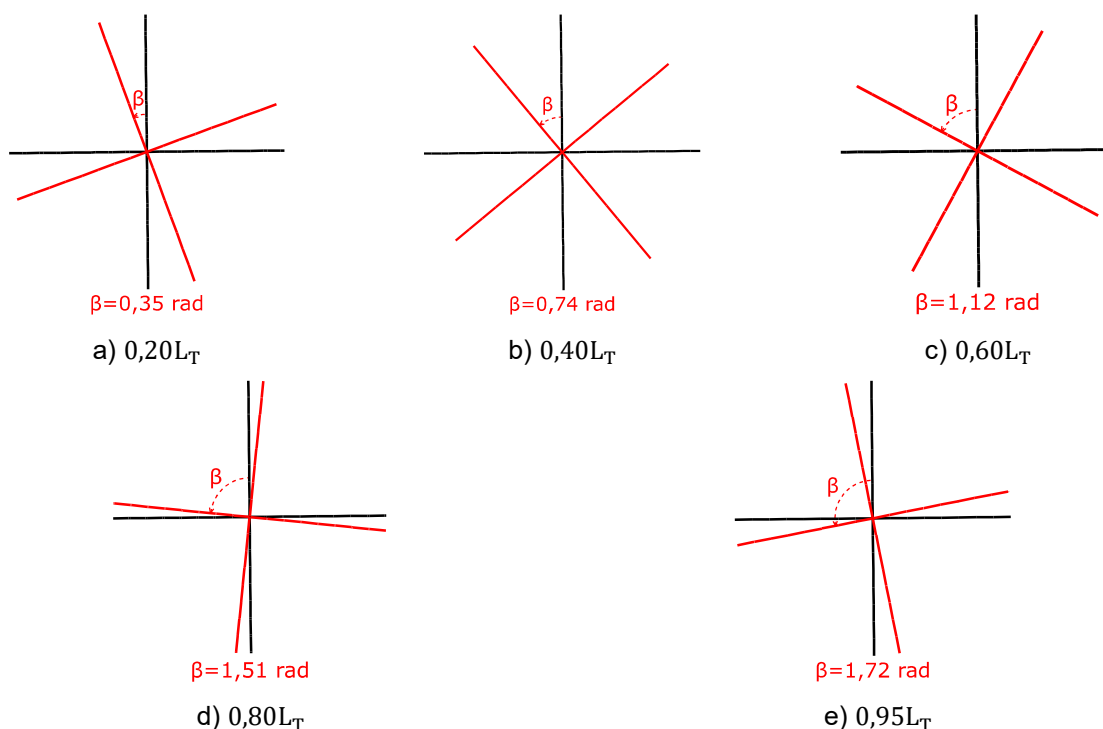


Figura 50 – Configuração deformada da seção à meia altura para $P/P_{cr} = 1,3$ e colunas de seção 60x4.

A Figura 51 ilustra a configuração deformada de algumas das colunas no momento em que $P/P_{cr} = 1,3$. O mesmo padrão de configuração deformada foi observado para todas as outras colunas analisadas.

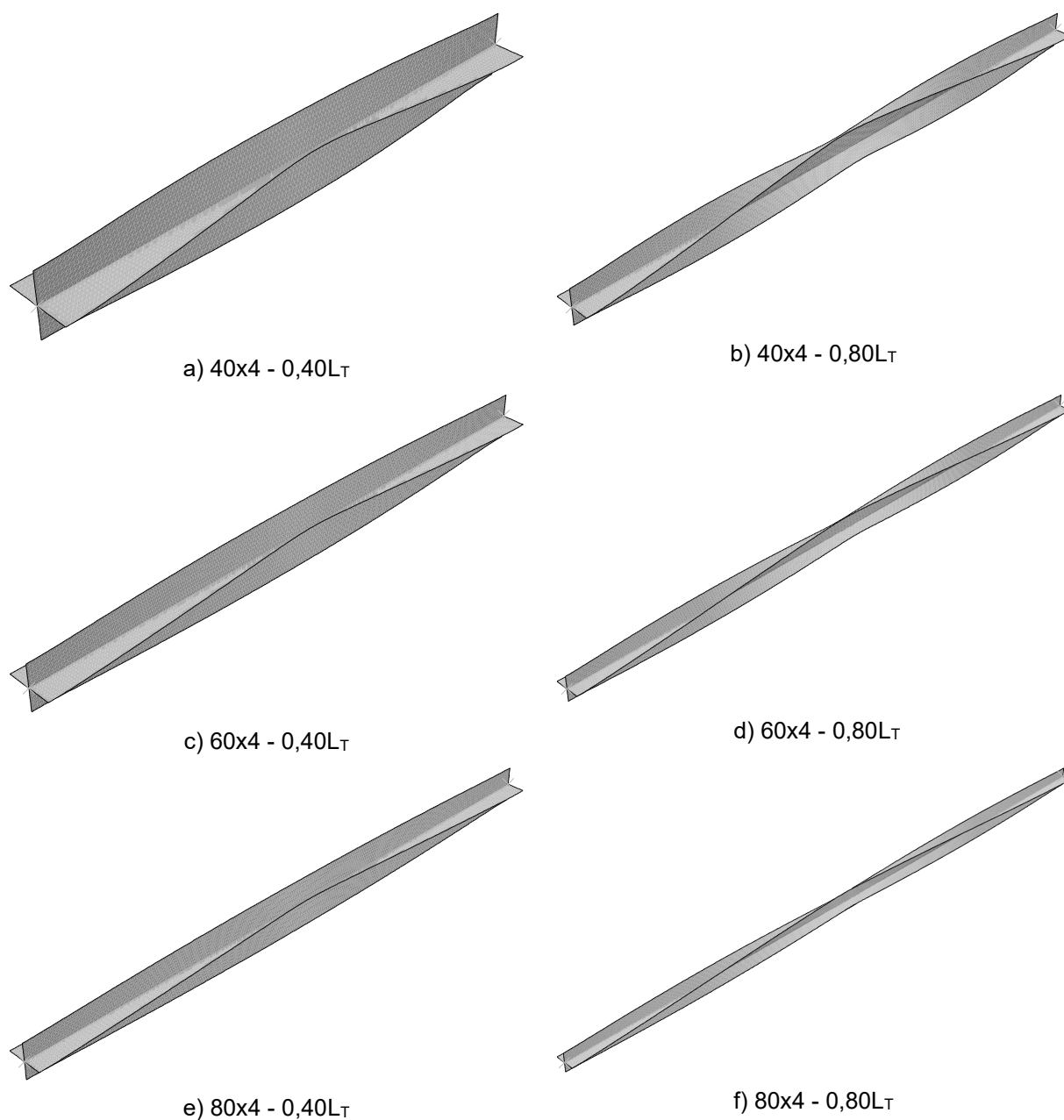


Figura 51 – Configurações deformadas para $P/P_{cr} = 1,3$.

De acordo com os resultados apresentados, as seguintes observações podem ser feitas:

- i. Todos os caminhos de equilíbrio apresentados são claramente estáveis, permitindo que as estruturas atinjam cargas superiores à carga crítica P_{cr} . Observa-se que a estabilidade dos caminhos de equilíbrio não é afetada pela relação entre a largura e a espessura da seção b/t e independe da proximidade do comprimento de transição L_T .

- ii. A rigidez pós-flambagem diminui à medida que o comprimento da coluna se aproxima do comprimento de transição L_T em todas as seções analisadas.
- iii. Não há sinais de translação do centro de cisalhamento na seção localizada na metade da altura das colunas analisadas. Em todos os casos, observou-se apenas a rotação da seção transversal, o que indica que não há evidências de interação entre os modos globais de flambagem por torção e por flexão em comprimentos inferiores ao comprimento de transição L_T . A falta de interação entre esses modos de flambagem reforça a ideia obtida na análise de flambagem elástica de que, em comprimentos menores que L_T , os modos de instabilidade mantêm-se independentes.

Foi também analisada a evolução da distribuição das tensões normais σ_z na linha média da seção transversal à meia altura ($1/2 L$) e da seção transversal a um quarto de altura ($1/4 L$). A Figura 52 ilustra onde foram avaliadas as tensões.

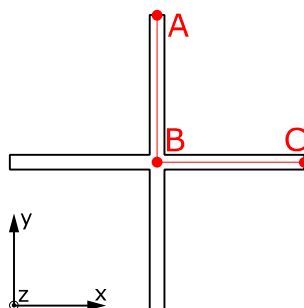


Figura 52 – Pontos de avaliação das tensões normais σ_z na seção à meia altura.

A Figura 53 apresenta a evolução da distribuição das tensões normais σ_z considerando quatro diferentes níveis de carga: $0,9P_{cr}$, $1,0P_{cr}$, $1,1P_{cr}$ e $1,3P_{cr}$. Para fins práticos, apenas estão apresentadas as distribuições para a coluna de seção 60×4 e comprimento $0,20L_T$. No entanto, é importante citar que, para todos os outros comprimentos analisados, o mesmo padrão de evolução foi observado.

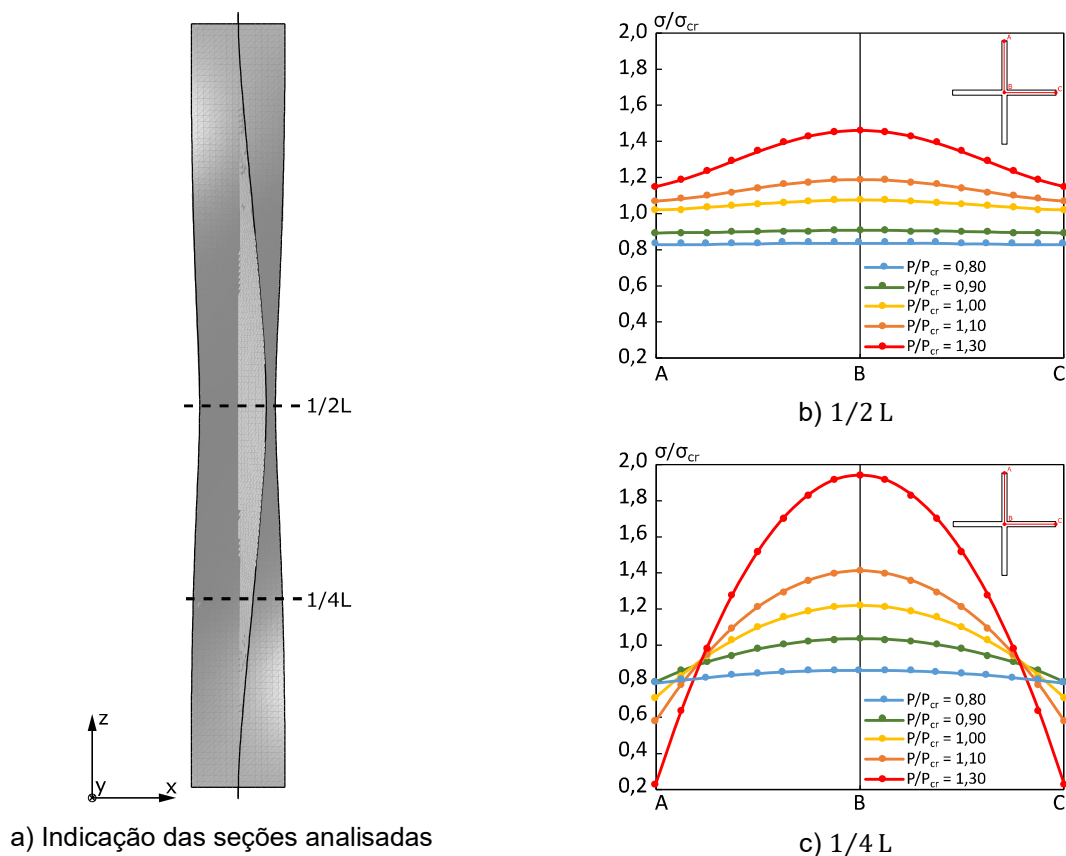


Figura 53 – Evolução da distribuição de tensões normais na linha média da seção.

Com base no apresentado pela Figura 53, as seguintes observações podem ser feitas:

- i. Em cargas abaixo de $0,8P_{cr}$, a distribuição de tensões normais ao longo da seção transversal, tanto em $1/2 L$ quanto em $1/4 L$, é uniforme, refletindo um comportamento estrutural linear em níveis de carga relativamente baixos.
- ii. Conforme a carga aplicada P aproxima-se da carga crítica P_{cr} e a excede, a distribuição de tensões normais torna-se progressivamente menos uniforme. Nas extremidades livres da seção (pontos A e C), os valores de tensão tornam-se inferiores à média da distribuição, enquanto no centroide da seção (ponto B) as tensões elevam-se e ficam acima da média. Esse comportamento indica o início de um comportamento não linear da coluna e ocorre tanto em $1/2 L$ quanto em $1/4 L$.
- iii. Na seção em $1/4 L$, a distribuição das tensões evolui para uma configuração parabólica, exatamente como previsto teoricamente por Stowell [2]. Observa-se que os valores máximos de tensão na seção em

1/4 L são superiores aos observados na seção em 1/2 L para os mesmos níveis de carga, o que indica uma maior concentração de tensões nessas regiões.

- iv. Além disso, resultados estão em total concordância com o observado numericamente por Dinis e Camotim [5] para a seção em 1/2 L, com a evolução da distribuição de tensões sendo replicada de forma idêntica.

4.3. Análise de Pós-Flambagem Elasto-Plástica

Em seguida, foi realizada uma análise de pós-flambagem elasto-plástica para avaliar os efeitos da introdução da não linearidade do material no comportamento de pós-flambagem da coluna. Para isso, foi incluído um patamar de escoamento no comportamento do material. Foram considerados dois materiais com tensões de escoamento diferentes: $f_y = 275 \text{ MPa}$ e $f_y = 355 \text{ MPa}$, a fim de simular o comportamento dos aços carbono S275 e S355. Inicialmente, as análises foram realizadas sem a consideração das tensões residuais. Posteriormente, elas foram introduzidas com o objetivo de avaliar sua influência na carga máxima das colunas.

A Figura 54 apresenta os caminhos de equilíbrio obtidos para cada coluna com aço S275 em um gráfico P/P_{cr} versus β . A Figura 55 apresenta os mesmos caminhos de equilíbrio obtidos em um gráfico P/P_y versus β , sendo P_y a carga de plastificação da área bruta da seção. Os caminhos em linha tracejada representam o caso de pós-flambagem elástica.

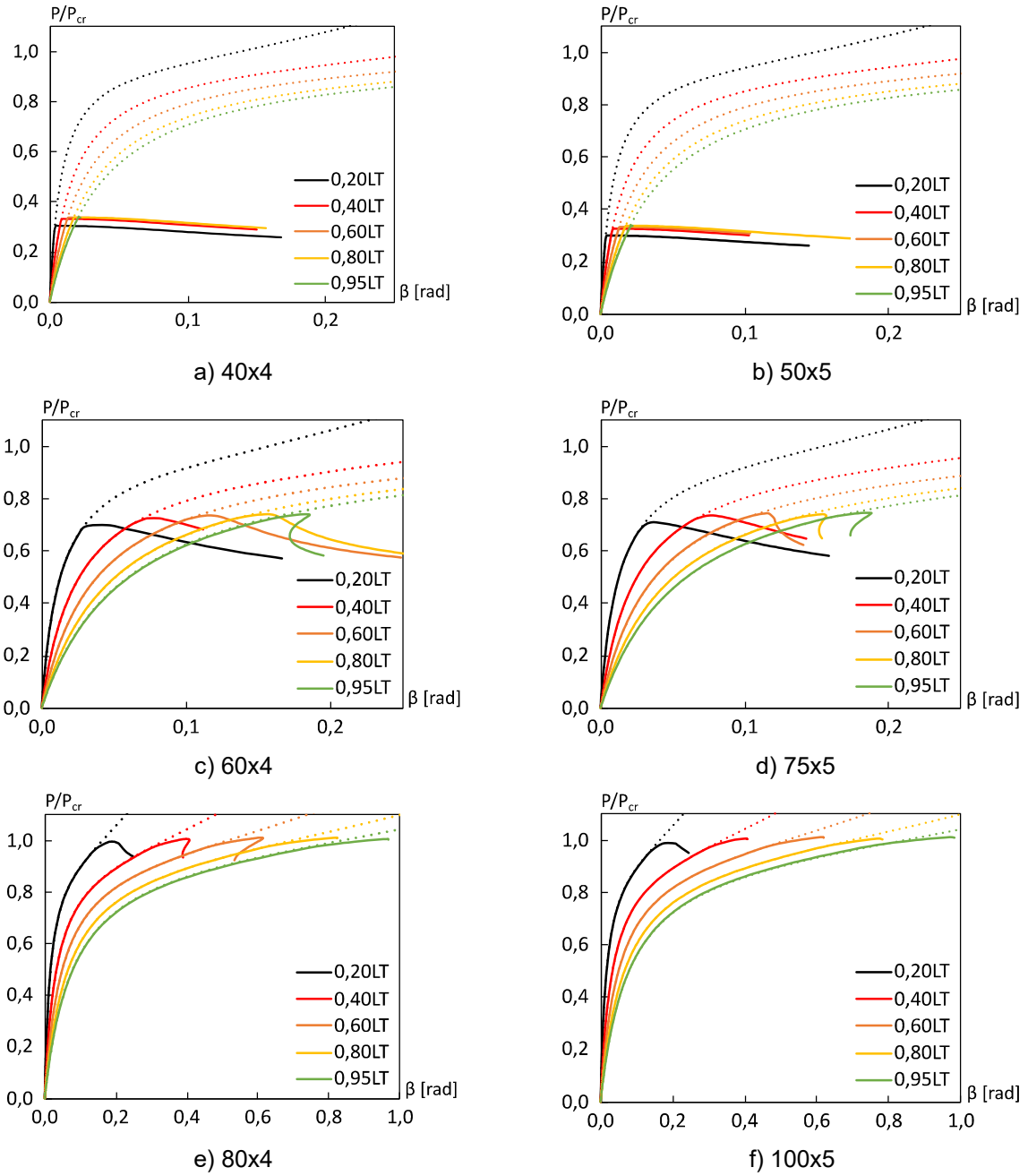


Figura 54 – Caminhos de equilíbrio normalizados pela carga crítica com aço S275.

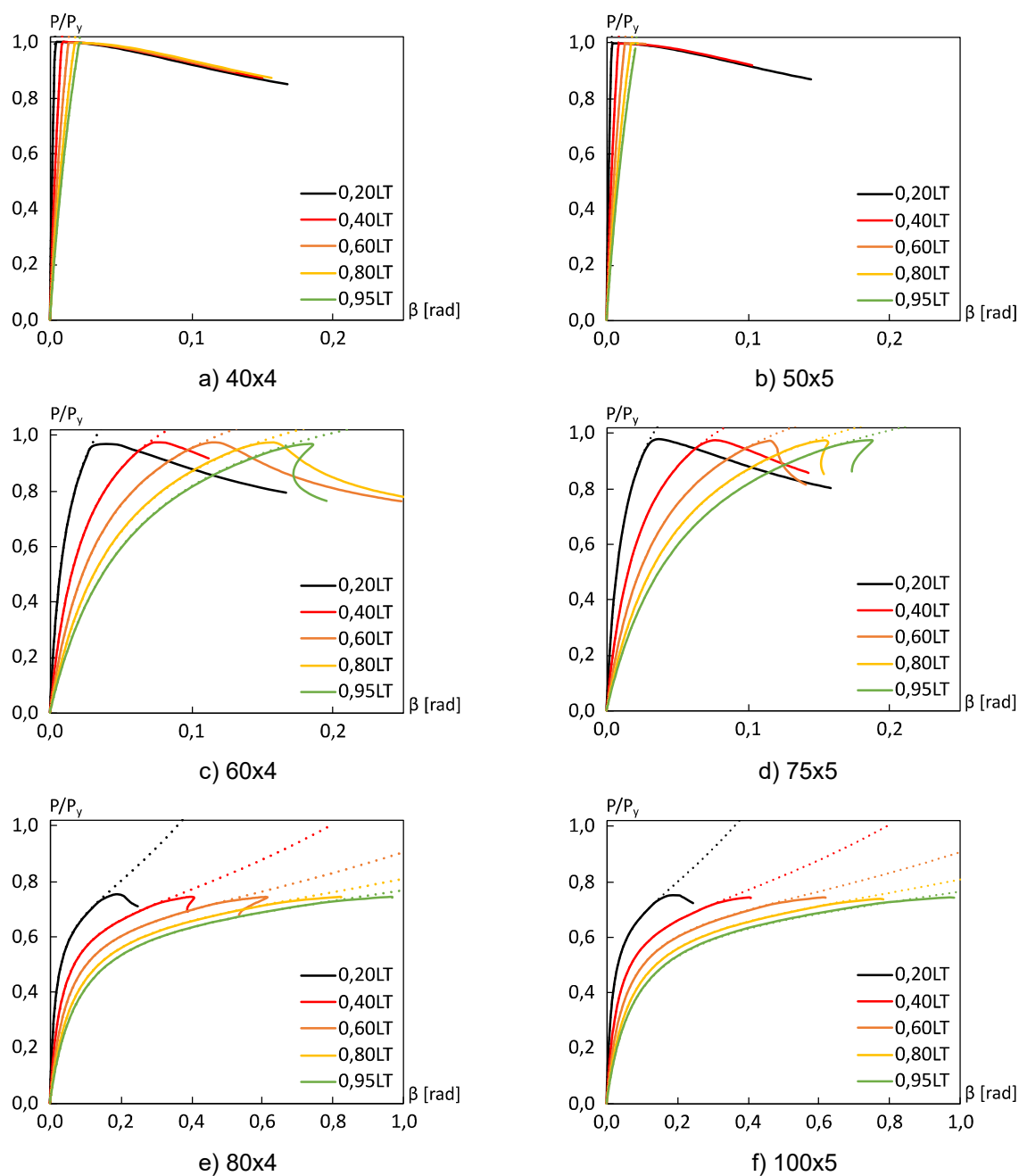


Figura 55 – Caminhos de equilíbrio normalizados pela carga de plastificação com aço S275.

A Figura 56 apresenta os caminhos de equilíbrio obtidos para cada coluna com aço S355 em um gráfico P/P_{cr} versus β . A Figura 57 apresenta os mesmos caminhos de equilíbrio obtidos para cada coluna com aço S355 em um gráfico P/P_y versus β . Os caminhos em linha tracejada representam o caso de pós-flambagem elástica.

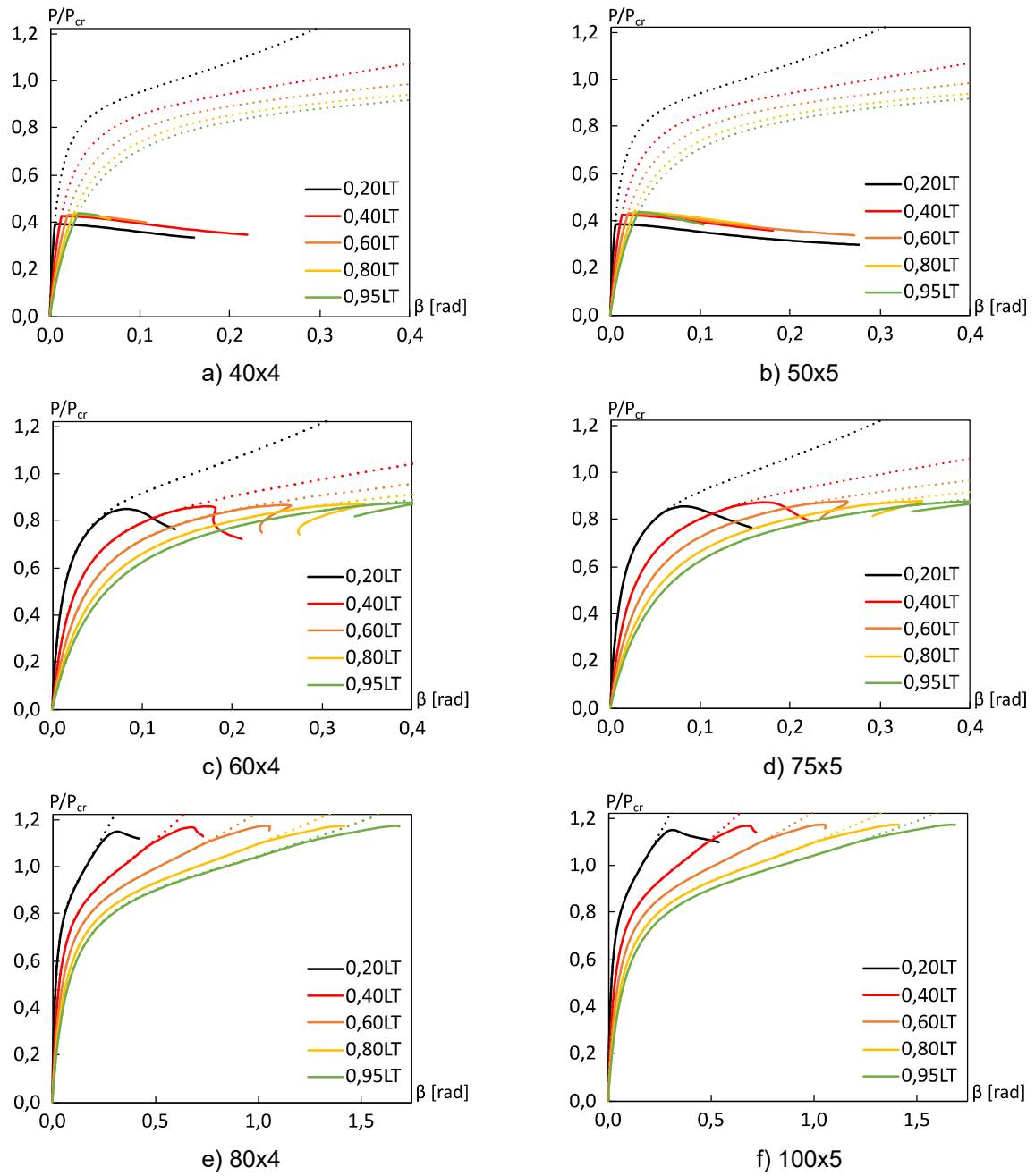


Figura 56 – Caminhos de equilíbrio normalizados pela carga crítica com aço S355.

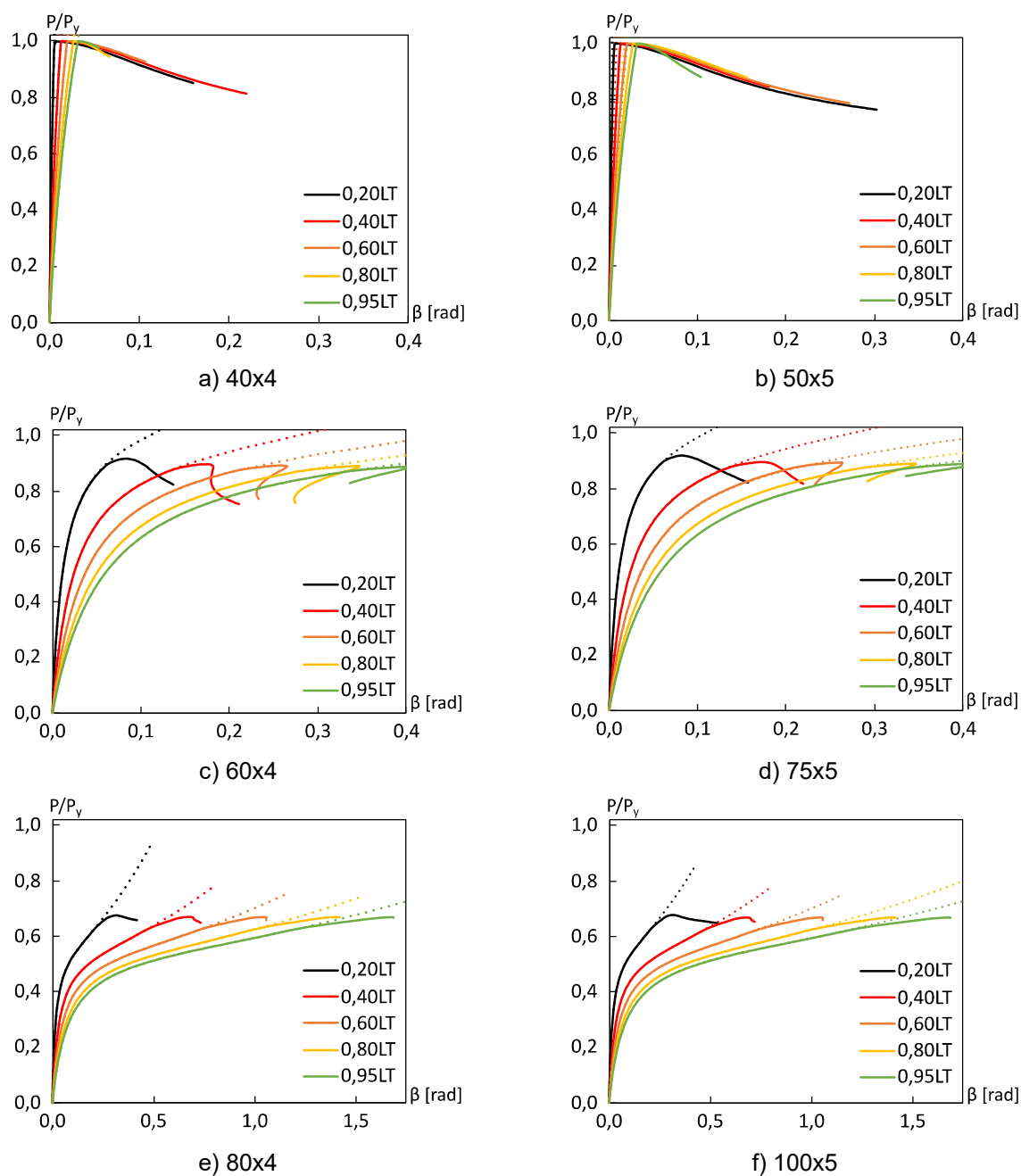


Figura 57 – Caminhos de equilíbrio normalizados pela carga de plastificação com aço S355.

A Tabela 20 apresenta as cargas máximas obtidas para cada coluna analisada com aço S275, enquanto a Tabela 21 apresenta as cargas máximas obtidas para cada coluna analisada com aço S355.

Tabela 20 – Cargas máximas obtidas para o aço S275

Seção	$P_{u,FEM}$ [kN]				
	0,20L _T	0,40L _T	0,60L _T	0,80L _T	0,95L _T
40x4	176	176	176	176	176
50x5	275	275	275	275	275
60x4	256	257	257	257	257
75x5	402	403	402	402	402
80x4	266	263	262	262	261
100x5	414	410	409	406	408

Tabela 21 – Cargas máximas obtidas para o aço S355

Seção	$P_{u,FEM}$ [kN]				
	0,20L _T	0,40L _T	0,60L _T	0,80L _T	0,95L _T
40x4	227	227	227	227	227
50x5	355	355	355	355	355
60x4	312	306	304	303	303
75x5	488	478	475	474	474
80x4	307	304	304	304	304
100x5	480	476	476	475	475

A Figura 58, a Figura 59 e a Figura 60 ilustram a evolução da configuração deformada das colunas com seções 40x4, 60x4 e 80x4, comprimento 0,20L_T e aço S275. São apresentadas as configurações deformadas e a distribuição das tensões de von Mises atuantes em uma fase inicial, no momento de carga máxima e na configuração deformada final. Importante ressaltar que os mesmos padrões de evolução também foram observados para as colunas com seções 50x5, 75x5 e 100x5, além de todos os casos com aço S355.

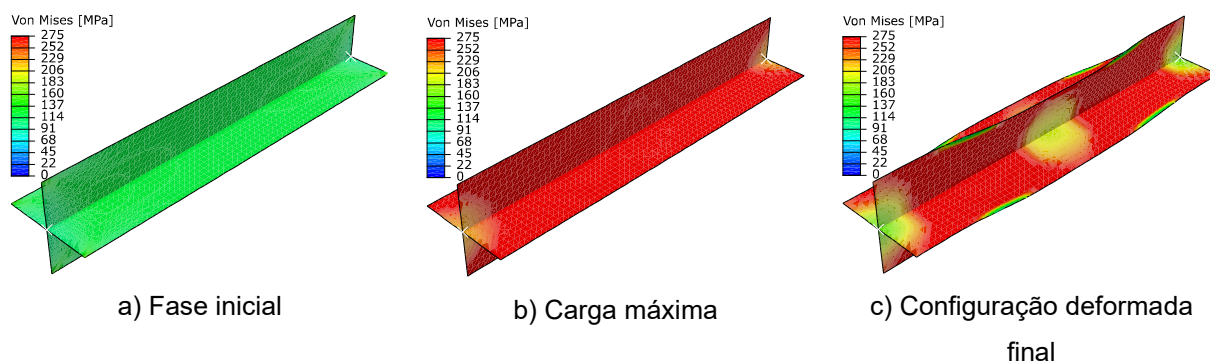


Figura 58 – Evolução da configuração deformada para a seção 40x4.

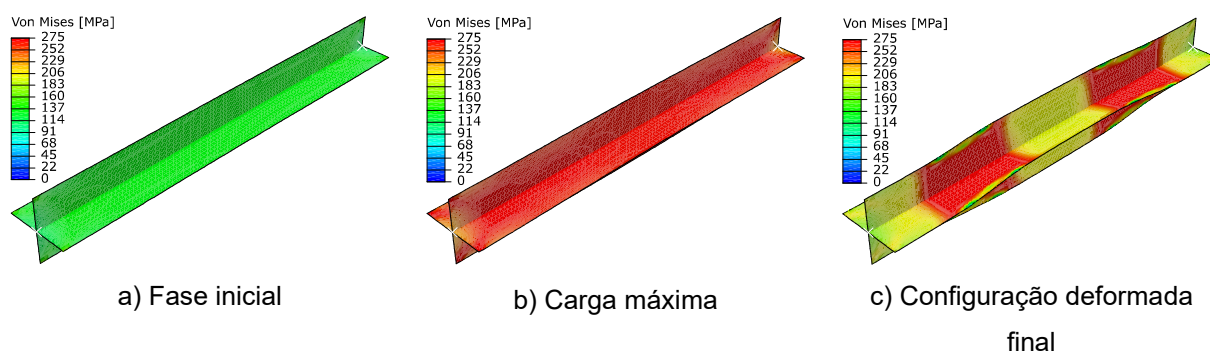


Figura 59 – Evolução da configuração deformada para a seção 60x4.

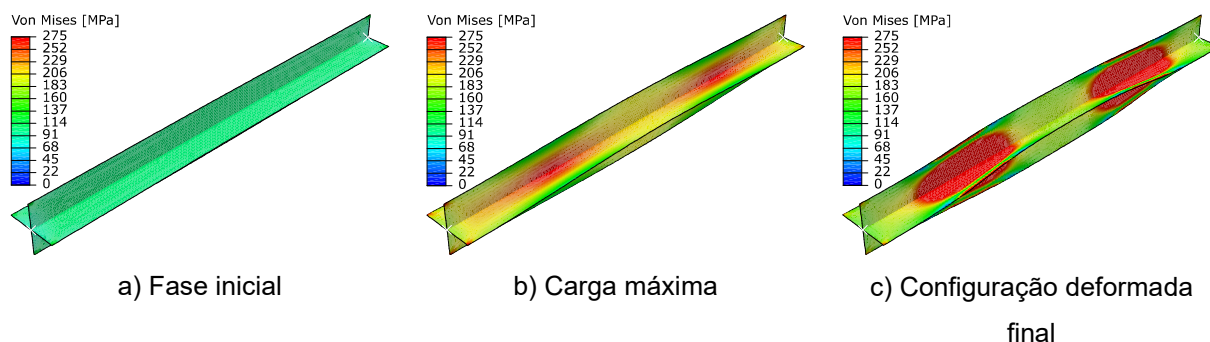


Figura 60 – Evolução da configuração deformada para a seção 80x4.

De acordo com os resultados apresentados, as seguintes observações podem ser feitas:

- i. Em todos os casos, os caminhos de equilíbrio coincidem com os da pós-flambagem elástica até o momento em que se inicia a plastificação, como esperado.
- ii. Como os caminhos de equilíbrio são estáveis na pós-flambagem elástica, a instabilidade observada é exclusivamente devida à não-linearidade do material, caracterizada pela presença de um patamar de escoamento.

- iii. Para as seções 40x4 e 50x5, as colunas falham de maneira abrupta e a carga máxima $P_{u,FEM}$ obtida é consistentemente inferior à carga crítica P_{cr} , correspondendo exatamente à carga de plastificação da área bruta da seção P_y , independentemente do comprimento adotado. Isto ocorre porque, nestes casos, a plastificação inicia-se em carga muito inferiores a P_{cr} e quando a distribuição de tensões na coluna é uniforme, resultando na plastificação repentina de praticamente toda a coluna.
- iv. Para as seções 60x4 e 75x5, embora a falha ainda ocorra de maneira abrupta, a carga máxima $P_{u,FEM}$ não corresponde mais a P_y . Isto ocorre pois, nessas situações, a plastificação inicia-se quando a carga se aproxima de P_{cr} , momento em que as tensões na coluna começam a assumir uma distribuição parabólica. Isso resulta em uma leve redução de $P_{u,FEM}$ em relação a P_y , mas ainda sem proporcionar capacidades de deformações plásticas significativas à coluna.
- v. Para as seções 80x4 e 100x5, as colunas falham de maneira mais dúctil, havendo uma perda gradual de rigidez até atingir a carga máxima. A carga máxima $P_{u,FEM}$ obtida é consistentemente igual ou superior a P_{cr} e as colunas também nunca atingem P_y . Isto ocorre pois, nestes casos, a plastificação se inicia quando a distribuição de tensões na coluna é parabólica nas seções a $1/4 L$ e $3/4 L$, permitindo que o surgimento de deformações plásticas ocorra de maneira gradual e proporcionando uma reserva plástica de resistência antes da falha.

Finalmente, introduzem-se as tensões residuais com o objetivo de avaliar seus efeitos no comportamento das colunas. As tensões residuais, que surgem devido ao processo de soldagem, podem influenciar diretamente o comportamento de elementos estruturais, especialmente quando se trata de colunas suscetíveis a falharem por fenômenos de instabilidade. A distribuição de tensões residuais introduzida já foi apresentada anteriormente na Figura 26.

A Figura 61 apresenta graficamente a razão $P_u/P_{u,RS}$ em função da esbeltez normalizada $\bar{\lambda}$, onde P_u e $P_{u,RS}$ são as cargas máximas obtidas nos modelos sem e com tensões residuais, respectivamente.

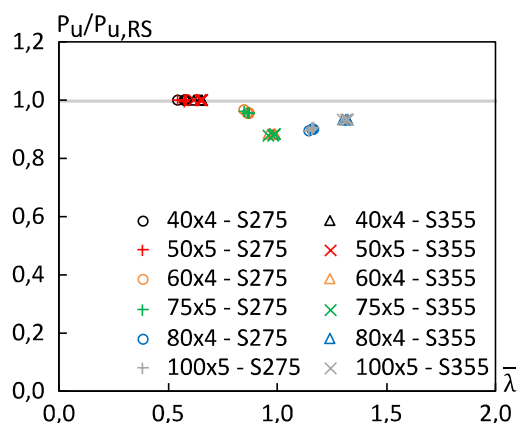


Figura 61 – Influência da tensão residual na carga máxima

Os resultados obtidos corroboram os estudos de Nishino *et al.* [7] e Chen e Trahair [37], que também observaram uma redução significativa na resistência das colunas quando as tensões residuais são introduzidas nos modelos. Essa redução é mais acentuada em colunas com esbelteza normalizada próxima de 1,0. Isso ocorre pois, nesse ponto de esbelteza normalizada, a carga crítica de flambagem P_{cr} e a carga de plastificação da área bruta da seção P_y são similares, o que significa que os efeitos da flambagem e da plastificação ocorrem simultaneamente ou de forma muito próxima. A presença das tensões intensifica a interação entre esses efeitos, o que resulta em uma diminuição significativa da resistência total da coluna.

Portanto, conclui-se que é fundamental considerar as tensões residuais na análise paramétrica, a fim de se obter uma avaliação mais realista do comportamento estrutural das colunas. Ignorar esses efeitos pode levar a superestimativas da capacidade resistente, comprometendo a segurança e a precisão dos resultados.

5. ANÁLISE PARAMÉTRICA E MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO

Este capítulo aborda a execução de uma análise paramétrica, onde foram considerados os aços carbono S275 e S355, além dos aços inoxidáveis austenítico, ferrítico e duplex. A análise paramétrica permitiu a seleção de uma amostra representativa para avaliar a aplicabilidade dos métodos de dimensionamento estabelecidos no Eurocode 3: Parte 1-1 [12] e Eurocode 3: Parte 1-4 [13]. O capítulo também inclui uma discussão sobre possíveis aprimoramentos nos métodos de cálculo apresentados, além de uma avaliação de métodos alternativos de dimensionamento que possam oferecer soluções mais eficientes.

5.1. Análise paramétrica

Na análise paramétrica, foram consideradas a imperfeição geométrica inicial de torção e, adicionalmente, as tensões residuais, visando obter uma avaliação mais realista da resistência última das colunas. Com base nas conclusões teóricas alcançadas neste trabalho após as análises de flambagem e pós-flambagem realizadas e seguindo a metodologia de Dinis e Camotim [5], optou-se por considerar como imperfeição geométrica inicial apenas a modo de flambagem por torção, visto que não há interação entre flambagem por flexão no eixo de menor inércia e flambagem por torção em colunas de seção cruciforme. A distribuição de tensões residuais considerada é a mesma já apresentada anteriormente na Figura 26.

A análise paramétrica foi realizada considerando todas as seções estudadas neste trabalho tanto para aço carbono quanto para os aços inoxidáveis. Para cada seção, foram selecionados 18 comprimentos diferentes de coluna, variando entre $0,10L_T$ e $0,95L_T$, com incrementos de $0,05L_T$, a fim de cobrir toda a faixa de colunas que falham por flambagem torcional. A análise abrangeu um total de 108 modelos para cada material considerado, resultando em um total geral de 540 modelos. A Tabela 22 resume os dados gerais da análise realizada.

Tabela 22 – Dados da análise paramétrica

Seção	b/t	L_T	Comprimentos [mm]	Nº de modelos
40x4	10	1650	160 - 1560	18
50x5	10	2060	206 - 1960	18
60x4	15	3710	371 - 3540	18
75x5	15	4640	464 - 4408	18
80x4	20	6610	661 - 6280	18
100x5	20	8260	826 - 7847	18
Total				108

5.1.1. Aço carbono

A Figura 62 ilustra um resumo dos resultados da análise paramétrica considerando os aços carbono S275 e S355, exibindo a resistência normalizada, caracterizada pela razão entre a resistência obtida do modelo numérico e a carga de plastificação da seção transversal ($P_{u,FEM}/P_y$), em termos da esbelteza normalizada ($\bar{\lambda}_T$). Um total de 216 modelos numéricos foram processados.

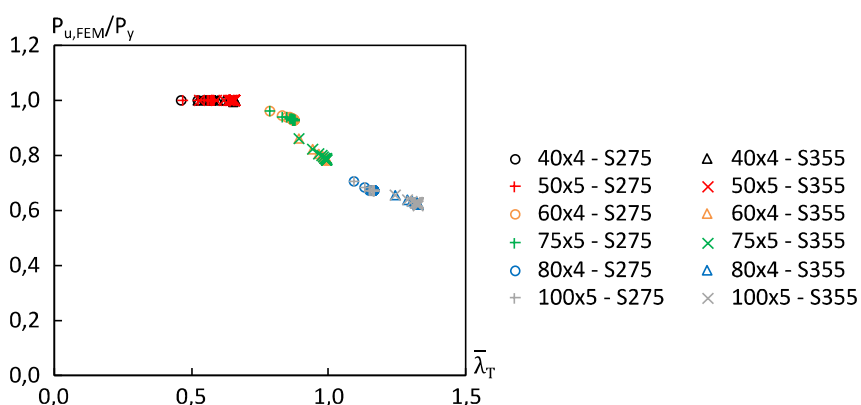


Figura 62 – Resultado da análise paramétrica para os aços carbono

Observa-se que os dados seguem um padrão de comportamento bem definido, com a esbelteza normalizada $\bar{\lambda}_T$ demonstrando ser um excelente parâmetro para a previsão da carga máxima resistente das colunas analisadas. Em todos os casos, a

configuração deformada final é caracterizada por torção pura, como ilustrado pela Figura 63.

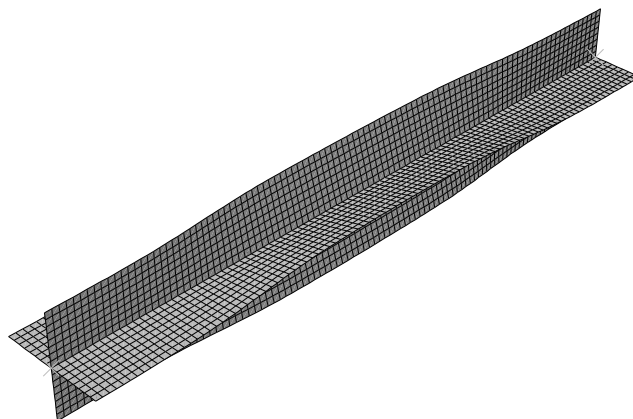


Figura 63 – Configuração deformada final da flambagem por torção

5.1.2. Aços inoxidáveis

A Figura 64 ilustra um resumo dos resultados da análise paramétrica considerando os aços inoxidáveis austenítico 1.4301, ferrítico 1.4003 e duplex 1.4462, cujas propriedades mecânicas e curvas tensão-deformação estão apresentadas na Tabela 1 e na Figura 25, respectivamente. Um total de 324 modelos numéricos foram investigados.

Observa-se que, para colunas com esbeltez normalizada $\bar{\lambda}$ menores que 1,0, a configuração deformada final também é caracterizada por torção pura, como ilustrado pela Figura 63. No entanto, para valores de esbeltez próximos e maiores que 1,0, as colunas passam a apresentar um comportamento até então não observado em nenhuma das etapas até aqui. Nota-se que, conforme o comprimento da coluna se aproxima do comprimento de transição, a falha passa a ocorrer por interação entre os modos de flambagem de torção e flexão, e não mais por torção pura. A Figura 65 ilustra a configuração deformada final que caracteriza esse modo de falha.

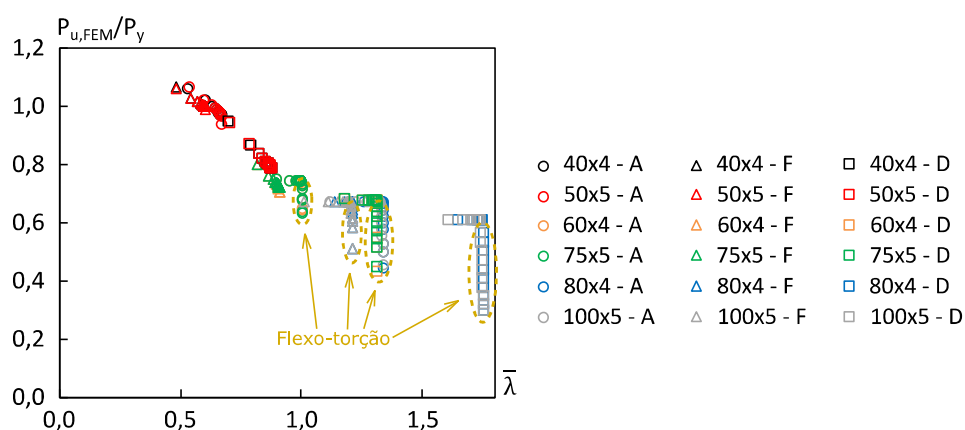


Figura 64 – Resultado da análise paramétrica para os aços inoxidáveis

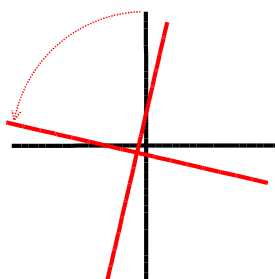


Figura 65 – Configuração deformada da seção à meia altura para flambagem com interação entre os modos de flambagem de torção e flexão

É fundamental distinguir o comportamento observado daquele típico de casos de flexo-torção propriamente ditos, como ocorre em cantoneiras, onde o centro de cisalhamento não coincide com o centroide. Nos casos de flexo-torção, a interação entre os modos de flambagem por flexão e por torção manifesta-se desde o início do carregamento, sendo caracterizada por uma translação progressiva da seção, acompanhada de uma rotação em torno do seu centro de cisalhamento. Por outro lado, no caso das seções cruciformes, a interação entre os modos de flambagem foi observada apenas no instante da falha da coluna. Durante o aumento progressivo da carga, a seção apresenta apenas uma rotação em torno do centro de cisalhamento, enquanto a translação ocorre exclusivamente no momento da falha. Esse comportamento evidencia um mecanismo distinto de instabilidade estrutural em relação à flexo-torção.

Como discutido no capítulo anterior, a instabilidade observada em colunas de seção cruciforme é exclusivamente decorrente da não-linearidade do material, sem que outras formas significativas de instabilidade estrutural tenham sido identificadas. Além disso, as análises de pós-flambagem elástica e elasto-plástica, nas quais foram

considerados materiais perfeitamente elásticos e elasto-plásticos perfeitos, respectivamente, demonstraram a ausência de manifestações de flexão no comportamento pós-crítico das colunas analisadas. Portanto, considerando-se a elevada não-linearidade dos aços inoxidáveis, é razoável supor que essa característica específica do material desempenhe um papel central no fenômeno de interação observado nas análises deste capítulo.

Essa manifestação de interação entre os modos de flambagem de torção e flexão indica que considerar a relevância de imperfeições de flexão em colunas com comprimentos inferiores ao de transição é uma discussão relevante e importante, especialmente em comprimentos próximos ao comprimento de transição, onde a influência da flexão pode ter implicações significativas na previsão da capacidade resistente das colunas. Dessa forma, como os ensaios experimentais presentes na literatura até o momento apenas consideram colunas com comprimento distante do comprimento de transição, como visto no Capítulo 3, destaca-se que a realização de ensaios experimentais com colunas em condições próximas à transição dos modos de flambagem talvez seja a abordagem mais adequada para proporcionar uma modelagem numérica mais precisa e conclusões mais robustas sobre esse assunto, garantindo que as conclusões não sejam excessivamente conservadoras nem comprometam a segurança.

5.1.3. Comparações entre os aços carbono e inoxidável

Para avaliar de forma precisa a influência do aço inoxidável no comportamento estrutural das colunas de seção transversal cruciforme, foram realizadas comparações considerando os aços carbono S275, S355 e os aços inoxidáveis austenítico, ferríticos e duplex. Em cada uma das comparações apresentadas, todas as variáveis foram mantidas constantes, sendo a única variável alterada o material. Essa abordagem permite uma compreensão mais direta do impacto das propriedades mecânicas do aço inoxidável no comportamento estrutural das colunas.

A Figura 66 ilustra uma comparação dos caminhos de equilíbrio obtidos para uma coluna de seção 40x4 e comprimento $0,20L_T$. Adicionalmente, é apresentada a

distribuição das tensões de von Mises, normalizadas pela tensão de escoamento (ou pela tensão nominal de escoamento, no caso dos aços inoxidáveis), atuantes nas colunas no instante da falha. A Figura 67 e a Figura 68 ilustram a mesma comparação para as seções 60x4 e 80x4, respectivamente

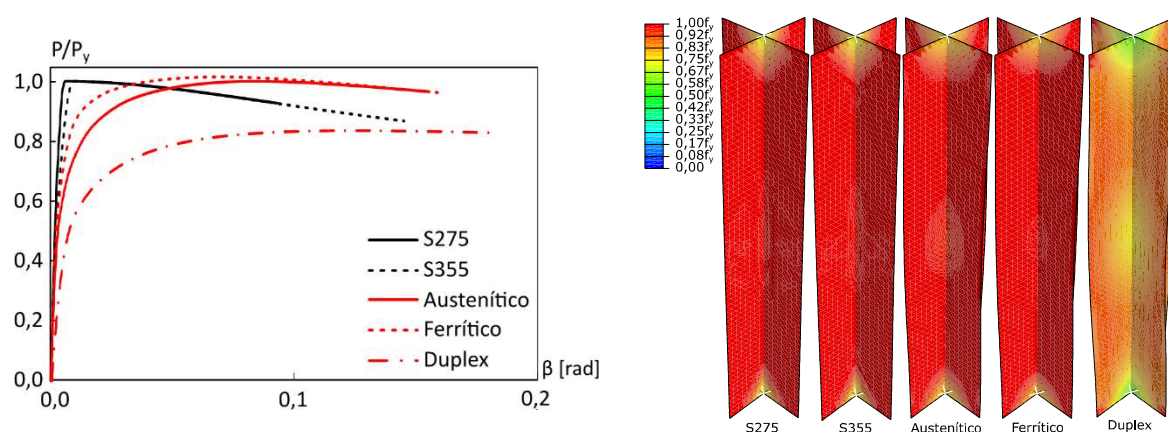


Figura 66 – Comparação entre caminhos de equilíbrio e configurações deformadas no instante da falha para seção 40x4 e comprimento $0,20L_T$.

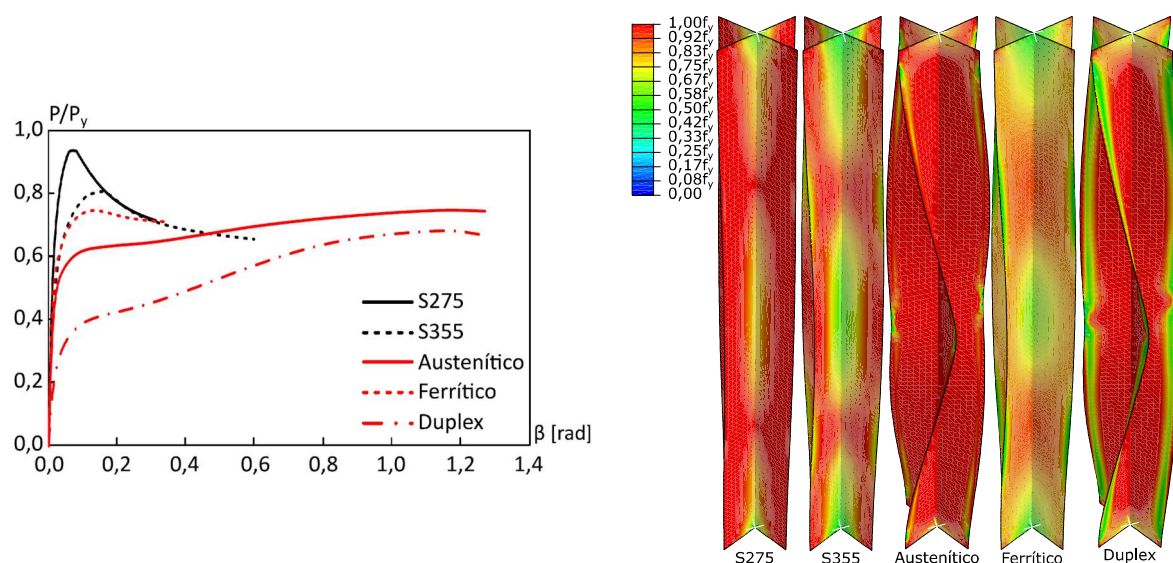


Figura 67 – Comparação entre caminhos de equilíbrio e configurações deformadas no instante da falha para seção 60x4 e comprimento $0,20L_T$.

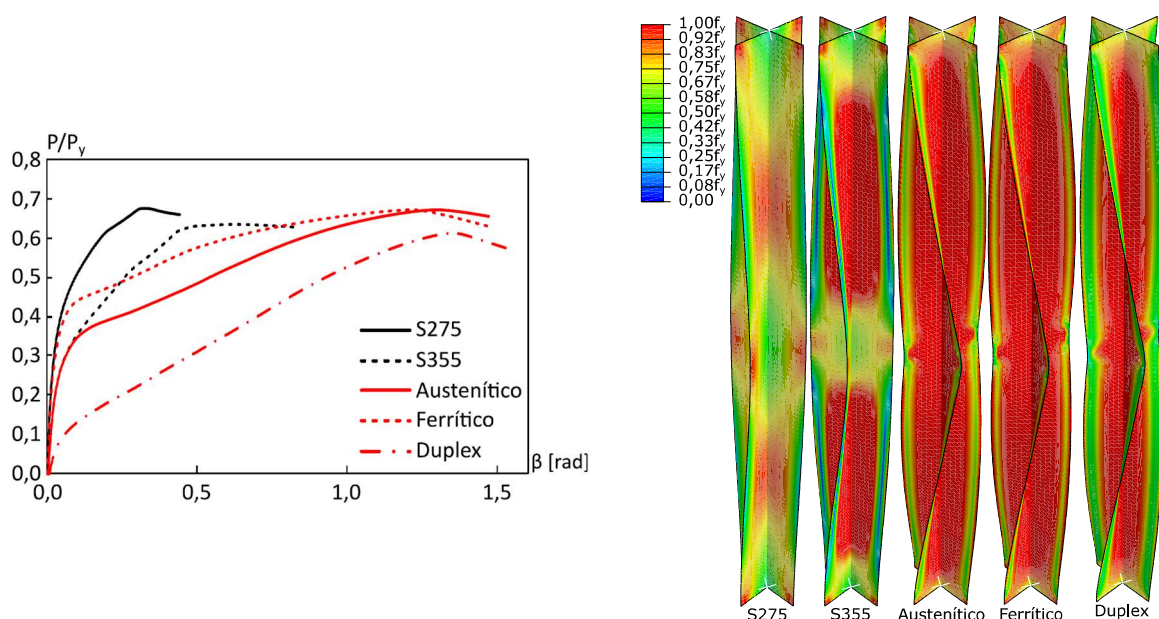


Figura 68 – Comparação entre caminhos de equilíbrio e configurações deformadas no instante da falha para seção 80x4 e comprimento $0,20L_T$.

De acordo com os resultados apresentados, as seguintes observações podem ser feitas:

- i. Observa-se um aumento notável da ductilidade em quase todas as colunas analisadas, resultado da significativa não linearidade associada aos aços inoxidáveis, que possibilita uma redistribuição gradual das tensões na coluna conforme se desenvolve a plasticidade e permite maior capacidade de deformação antes da falha. A única exceção observada ocorre na coluna de seção transversal 60x4, composta de aço ferríticos.
- ii. No caso das colunas de seção transversal 40x4, tanto o aço austenítico quanto o aço ferrítico apresentam falha semelhante à apresentada pelas colunas fabricadas com aço carbono, ocorrendo plastificação quase completa de todo o volume da coluna. No caso da coluna de aço duplex, devido à sua elevada tensão nominal de escoamento, a falha ocorre por formação de rótulas plásticas evidentes, ocorrendo a 1/4 e 3/4 do comprimento da coluna.
- iii. Para a coluna de seção 60x4, apenas a coluna de aço ferrítico apresenta um comportamento semelhante ao das colunas de aço carbono, com a formação de rótulas plásticas evidentes no momento da falha. Nas

colunas de aço austenítico e duplex, embora as rótulas plásticas comecem a se formar antes da falha, a elevada não linearidade desses materiais, combinada com a considerável rigidez pós-escoamento, permite uma melhor redistribuição de tensões ao longo da coluna. Como resultado, no momento da falha, uma porção substancial do volume da coluna já se encontra plastificada.

- iv. Para a coluna de seção 80x4, enquanto as colunas de aço carbono falham predominantemente pela formação de rótulas plásticas, todas as colunas de aço inoxidável falham pelo mesmo mecanismo descrito no item anterior, em que as rótulas plásticas evoluem para um estado de plastificação substancial do volume da coluna até a falha.

5.2. Comparação com o Eurocode 3

5.2.1. Aço carbono

A Tabela 23 apresenta a classe, área bruta e área efetiva das seções estudadas.

Tabela 23 – Classe, área bruta e área efetiva das seções em aço carbono

Seção	A [mm ²]	S275			S355		
		Classe	A _{eff} [mm ²]	A _{eff} /A	Classe	A _{eff} [mm ²]	A _{eff} /A
40x4	640	3	-	-	3	-	-
50x5	1000	3	-	-	3	-	-
60x4	960	4	864	0,90	4	785	0,82
75x5	1500	4	1350	0,90	4	1227	0,82
80x4	1280	4	923	0,72	4	831	0,65
100x5	2000	4	1443	0,72	4	1299	0,65

A Figura 69 ilustra uma comparação entre a curva de flambagem b do Eurocode 3: Parte 1.1 [12] e os resultados numéricos obtidos em um gráfico χ versus $\bar{\lambda}_T$, sendo χ o fator de redução e $\bar{\lambda}_T$ a esbelteza normalizada da coluna.

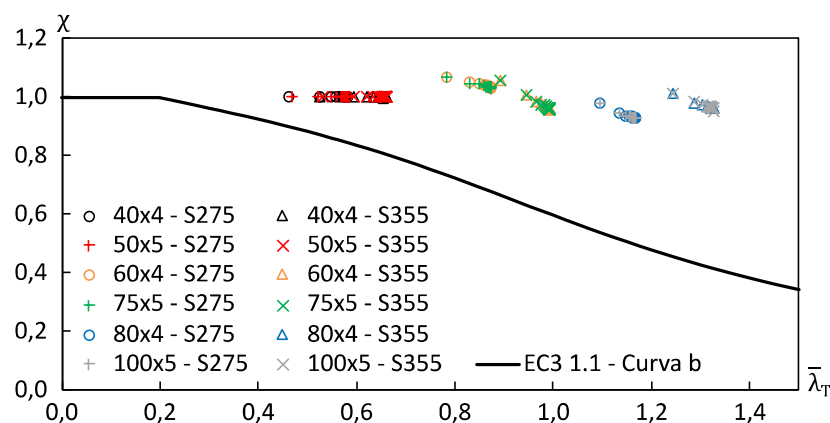


Figura 69 – Comparação com a curva de flambagem b do Eurocode 3 [12]

A Figura 70 e a Tabela 24 ilustram uma comparação entre a carga máxima de projeto prevista ($P_{u,EC3}$) e a carga máxima obtida nos modelos numéricos ($P_{u,FEM}$).

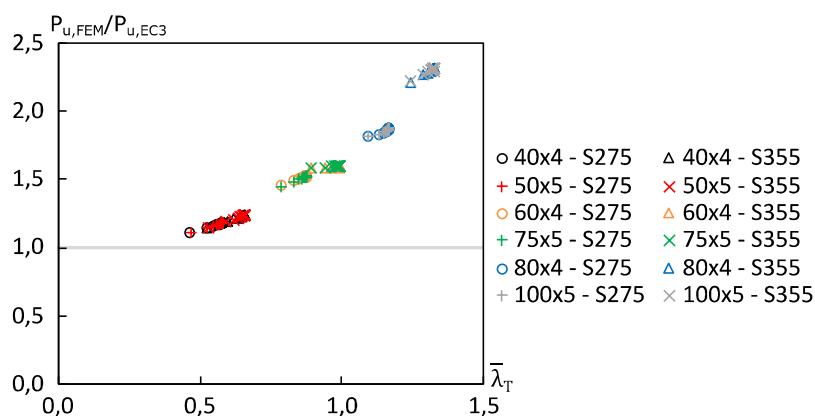


Figura 70 – Comparação com a carga prevista pelo Eurocode 3 [12]

Tabela 24 – Comparação com a carga prevista pelo Eurocode 3 [12]

$P_{u,FEM}/P_{u,EC3}$	
Máximo	2,32
Mínimo	1,11
Média	1,61
Desvio padrão	0,39
Coef. de variação	0,24

De acordo com os resultados apresentados, as seguintes observações podem ser feitas:

- i. O Eurocode 3: Parte 1.1 [12] permite um dimensionamento seguro em todos os casos analisados, porém mostra-se extremamente conservador e disperso de maneira geral.
- ii. Observa-se que a curva de flambagem sugerida não reflete adequadamente o comportamento real das colunas.
- iii. Nota-se que, à medida que a razão entre a área efetiva (A_{eff}) e a área bruta (A) da seção diminui, a razão entre a carga máxima obtida numericamente ($P_{u,FEM}$) e a carga máxima prevista pela norma ($P_{u,EC3}$) aumenta e se afasta consistentemente do valor unitário. Isso indica que seções transversais com maior razão b/t , classificadas como de classe 4, são excessivamente penalizadas por uma redução progressivamente maior de sua área bruta.

5.2.2. Aços inoxidáveis

As tabelas abaixo apresentam a classe, área bruta e área efetiva das seções estudadas para cada um dos aços inoxidáveis considerados.

Tabela 25 – Classe, área bruta e área efetiva das seções em aço austenítico

Seção	Aço	Classe	A [mm ²]	A_{eff} [mm ²]	A_{eff}/A
40x4	Austenítico	4	640	612	0,96
50x5	Austenítico	4	1000	956	0,96
60x4	Austenítico	4	960	728	0,76
75x5	Austenítico	4	1500	1138	0,76
80x4	Austenítico	4	1280	786	0,61
100x5	Austenítico	4	2000	1229	0,61

Tabela 26 – Classe, área bruta e área efetiva das seções em aço ferrítico

Seção	Aço	Classe	A [mm ²]	A _{eff} [mm ²]	A _{eff} /A
40x4	Ferrítico	4	640	635	0,99
50x5	Ferrítico	4	1000	993	0,99
60x4	Ferrítico	4	960	778	0,81
75x5	Ferrítico	4	1500	1215	0,81
80x4	Ferrítico	4	1280	849	0,66
100x5	Ferrítico	4	2000	1326	0,66

Tabela 27 – Classe, área bruta e área efetiva das seções em aço duplex

Seção	Aço	Classe	A [mm ²]	A _{eff} [mm ²]	A _{eff} /A
40x4	Duplex	4	640	530	0,83
50x5	Duplex	4	1000	828	0,83
60x4	Duplex	4	960	598	0,62
75x5	Duplex	4	1500	934	0,62
80x4	Duplex	4	1280	632	0,49
100x5	Duplex	4	2000	987	0,49

A Figura 71 ilustra uma comparação entre a curva de flambagem b do Eurocode 3: Parte 1.1 [12] e os resultados numéricos obtidos em um gráfico χ versus $\bar{\lambda}_T$, sendo χ o fator de redução e $\bar{\lambda}_T$ a esbelteza normalizada da coluna.

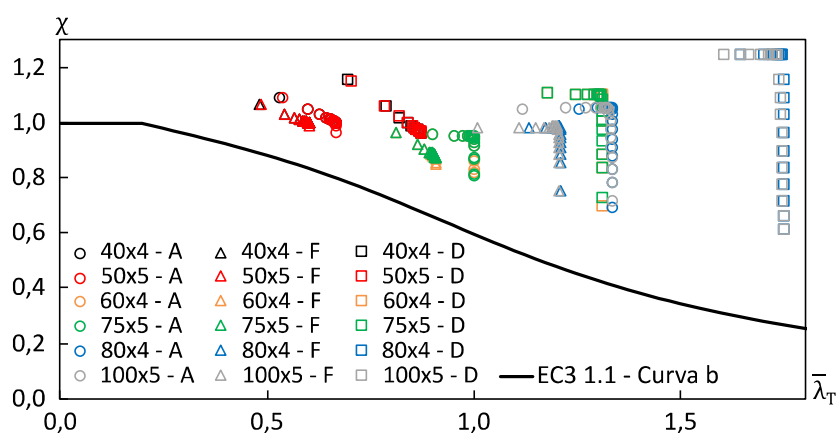


Figura 71 – Comparação com a curva de flambagem b do Eurocode 3 [12]

A Figura 72 e a Tabela 28 ilustram uma comparação entre a carga máxima de projeto prevista e a carga máxima obtida nos modelos numéricos ($P_{u,FEM}$).

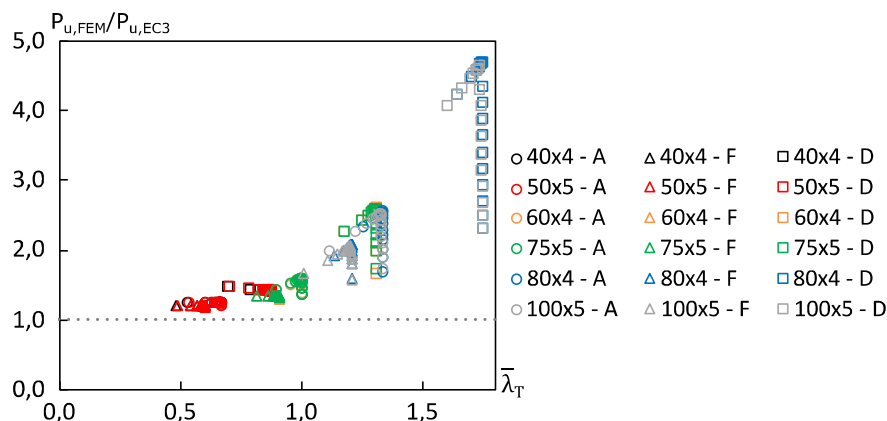


Figura 72 – Comparação com a carga prevista pelo Eurocode 3 [13]

Tabela 28 – Comparação com a carga prevista pelo Eurocode 3 [13]

$P_{u,FEM}/P_{u,EC3}$	
Máximo	4,71
Mínimo	1,18
Média	1,92
Desvio padrão	0,85
Coef. de variação	0,44

De acordo com os resultados apresentados, as seguintes observações podem ser feitas:

- i. Novamente, o Eurocode 3: Parte 1.1 [12] permite um dimensionamento seguro em todos os casos, porém extremamente conservador e disperso de maneira geral.
- ii. A curva de flambagem sugerida não reflete adequadamente o comportamento real das colunas e a queda da resistência normalizada ocasionada pela interação entre os modos de flambagem de torção e flexão não é tratada de maneira adequada.
- iii. Mais uma vez, nota-se que as seções analisadas, todas classificadas como classe 4, são excessivamente penalizadas por uma redução progressivamente maior de sua área bruta.

5.3. Alternativas ao Eurocode 3

5.3.1. Aço carbono

Como demonstrado anteriormente, o método de dimensionamento do Eurocode 3: Parte 1.1 [12] consiste, inicialmente, em considerar os efeitos da flambagem local dos elementos de placa por meio da classificação em classes e da aplicação da curva de flambagem local apresentada no Eurocode 3: Parte 1.5 [34]. Em seguida, são considerados os efeitos da flambagem global por meio das curvas apresentadas no Eurocode 3: Parte 1.1 [12]. No entanto, fazer isso consiste em uma redundância no caso de seções cruciformes ao tratar separadamente as flambagens local e global por torção, resultando em um conservadorismo excessivo [6].

A Figura 73 apresenta uma comparação entre os resultados da análise paramétrica para as colunas constituídas de aço carbono, já apresentados anteriormente na Figura 62 do Capítulo 5, e as curvas de flambagem local do Eurocode 3: Parte 1.5 [34] e globais do Eurocode 3: Parte 1.1 [12].

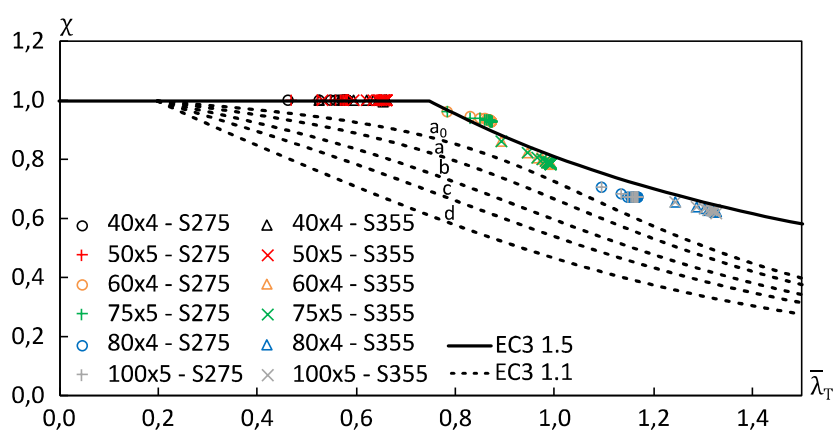


Figura 73 – Comparação entre as curvas de flambagem Eurocode 3 [12] [34] e os resultados da análise paramétrica para o aço carbono

Observa-se claramente que a curva de flambagem local ajusta-se de maneira mais precisa ao comportamento estrutural das colunas analisadas, enquanto as curvas de flambagem global mostram-se conservadoras. Diante disso, recomenda-se o uso do método proposto pelo Eurocode 3: Parte 1.5 [34] como base para o

dimensionamento. No entanto, pequenos ajustes podem ser implementados para melhorar ainda mais a confiabilidade do método e garantir que as colunas sejam dimensionadas com maior precisão.

Em resumo, a carga máxima resistente pode ser determinada por meio da equação (42), onde se considera a área bruta da seção.

$$P_{u,EC3m} = \chi A f_y \quad (42)$$

O fator de redução χ é dado pela equação (43), que foi obtida com base em uma linha de tendência polinomial de grau 2, ajustada ao conjunto de dados obtidos por meio da análise paramétrica realizada, como ilustrado na Figura 74.

$$\chi = 0,925 \bar{\lambda}_T^2 - 2,614 \bar{\lambda}_T + 2,466 \quad \text{porém } \chi \leq 1 \quad (43)$$

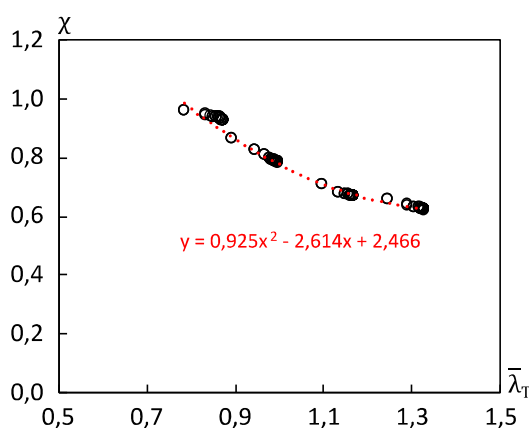


Figura 74 – Linha de tendência

A esbeltez normalizada $\bar{\lambda}_T$ é dada pela equação (44).

$$\bar{\lambda}_T = \frac{b/t}{28,4 \varepsilon_{EC3} \sqrt{k_\sigma}} \quad (44)$$

Ao invés de utilizar o coeficiente de flambagem da placa k_σ com valor fixo de 0,43, recomenda-se o uso da equação (45) [38], que leva em conta o comprimento da placa. Essa abordagem permite uma maior precisão, especialmente em colunas de menor comprimento.

$$k_{\sigma} = \frac{6(1-\nu)}{\pi^2} + \frac{4b^2}{L^2} \quad (45)$$

A Figura 75 compara a curva de flambagem descrita pela equação (43) com os resultados da análise paramétrica em um gráfico χ versus $\bar{\lambda}_T$.

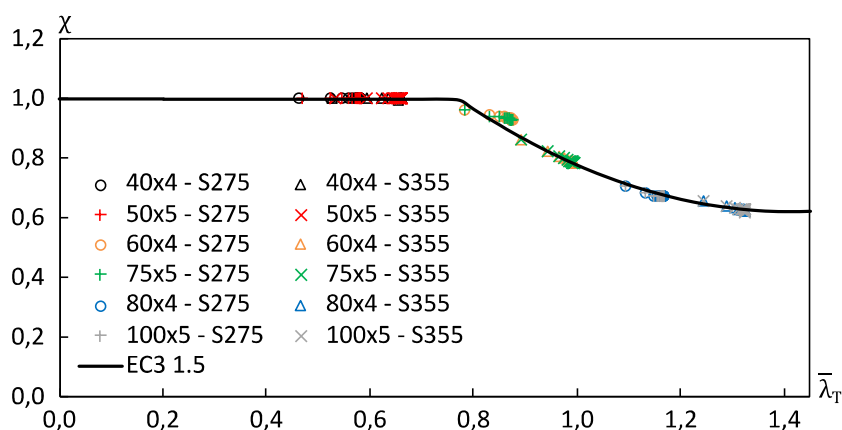


Figura 75 – Comparação com a curva de flambagem local do método modificado

A Figura 76 ilustra uma comparação gráfica entre a carga última de projeto prevista considerando a mudança proposta $P_{u,EC3m}$ e a carga máxima obtida numericamente $P_{u,FEM}$.

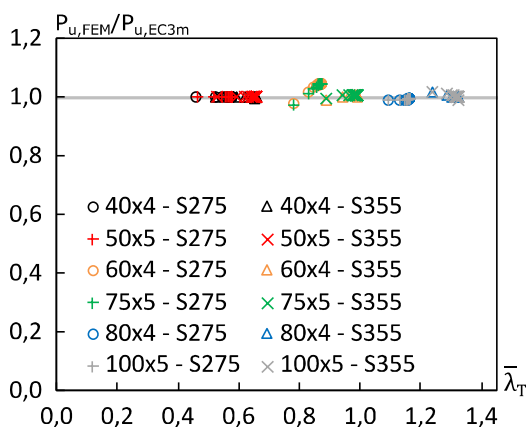


Figura 76 – Comparação com a carga prevista pelo método modificado

A Tabela 29 apresenta uma análise comparativa entre a razão $P_{u,FEM}/P_{u,EC3m}$, obtida pelo método modificado, e a razão $P_{u,FEM}/P_{u,EC3}$, obtida pelo método do Eurocode 3: Parte 1.1 [12]. A tabela destaca os valores máximos, mínimos, a média, o desvio padrão e o coeficiente de variação das razões.

Tabela 29 – Comparação com a carga prevista pelo método modificado

	$P_{u,FEM}/P_{u,EC3m}$	$P_{u,FEM}/P_{u,EC3}$
Máximo	1,05	2,32
Mínimo	0,99	1,11
Média	1,01	1,61
Desvio padrão	0,02	0,39
Coef. de variação	0,02	0,24

De acordo com os resultados apresentados, as seguintes observações podem ser feitas:

- i. Devido à relação consistente entre a esbelteza normalizada $\bar{\lambda}$ e o fator de redução χ obtida na análise paramétrica, foi possível calibrar uma curva de flambagem que apresenta boa consistência e previsibilidade nos resultados. A média próxima de 1,0 e um baixo coeficiente de variação de 0,02 apresentado pelo método modificado reforçam essa ideia. Os valores máximo e mínimo, respectivamente de 1,05 e 0,99, indicam que o método modificado consegue prever de forma muito próxima as cargas últimas das colunas em todos os casos analisados, não havendo evidência de conservadorismo excessivo ou de subestimações perigosas.
- ii. Em suma, as modificações proporcionam uma melhoria notável em relação ao método descrito no Eurocode 3: Parte 1.1 [12]. Os resultados obtidos são consideravelmente mais precisos e apresentam menor dispersão.

5.4.2. Aços inoxidáveis

A Figura 77 apresenta uma comparação entre os resultados da análise paramétrica para as colunas constituídas de aço inoxidável, já apresentados anteriormente na Figura 64 do Capítulo 7, e as curvas de flambagem local do Eurocode 3: Parte 1.5 [34] e globais do Eurocode 3: Parte 1.1 [12].

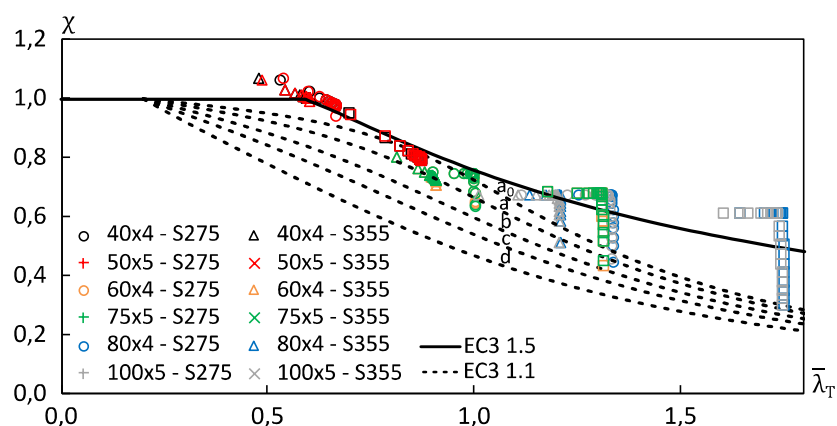


Figura 77 – Comparação entre as curvas de flambagem Eurocode 3 [12] [13] e os resultados da análise paramétrica para o aço inoxidável

A Tabela 30 apresenta os valores de média, máximo e mínimo, desvio padrão e coeficiente de variação da razão entre a carga obtida através do modelo numérico e a carga prevista por cada uma das curvas ilustradas na Figura 77.

Tabela 30 – Comparação com a carga prevista por cada uma das curvas

	EC3 1.5	EC3 1.1 a ₀	EC3 1.1 a	EC3 1.1 b	EC3 1.1 c	EC3 1.1 d
Máximo	1,24	2,04	2,14	2,30	2,48	2,78
Mínimo	0,61	0,87	0,93	1,03	1,13	1,29
Média	0,98	1,15	1,23	1,34	1,46	1,66
Desvio padrão	0,10	0,25	0,26	0,27	0,29	0,33
Coef. de variação	0,10	0,22	0,21	0,20	0,20	0,20

Nota-se que nenhuma das curvas normativas analisadas ajusta-se completamente ao comportamento das colunas de aço inoxidável, especialmente devido à incapacidade dessas curvas de capturar o fenômeno de interação entre os modos de flambagem de torção e flexão, que foi observado em uma parcela significativa dos casos estudados. Embora a curva do Eurocode 3: Parte 1.5 [34], que trata da flambagem local, apresente valores de máxima, mínima e média mais próximos dos resultados numéricos, ainda existe uma diferença considerável em alguns intervalos de esbeltez.

Diante dessas observações, tornou-se necessário investigar outros métodos de dimensionamento disponíveis na literatura, os quais foram especificamente

desenvolvidos para melhor representar o comportamento de interação entre os modos de flambagem de torção e flexão. Foram testados o método λ , desenvolvido por Sarquis *et al.* [25] para colunas de seção do tipo cantoneira constituídas de aço inoxidável, e o método desenvolvido por Behzadi-Sofiani *et al.* [39] para colunas de seção cruciforme constituídas de aço carbono.

O método λ , desenvolvido por Sarquis *et al.* [25], foi proposto para o dimensionamento de colunas de seção do tipo cantoneira constituídas de aço inoxidável austenítico e sujeitas ao fenômeno de flambagem por flexo-torção. Esse método modifica a esbeltez normalizada das colunas com o objetivo de compensar a influência da torção em seu comportamento e, dessa forma, simular um comportamento equivalente ao que seria esperado sob flexão pura. Essa modificação visa a simplificação do dimensionamento, permitindo que se utilize uma única curva de flambagem. O método adota a mesma metodologia e equações do Eurocode 3: Parte 1-4 [13], com algumas adaptações: (i) o limite de esbeltez normalizada é alterado para $\bar{\lambda}_0 = 0,25$; (ii) o fator de imperfeição assume valor $\alpha = 0,90$; (iii) as seções transversais não podem ser classificadas como de classe 4; (iv) a esbeltez normalizada $\bar{\lambda}$ das colunas passa a assumir um valor modificado λ_M definido pelas equações (46) e (47).

$$\lambda_M = \sqrt{\frac{A \sigma_{0,2\%}}{N_{cr,M}}} \quad (46)$$

$$N_{cr,M} = \left(2,8286 - 1,8057 \frac{L}{L_T} \right) P_{cr,FT} \quad (47)$$

Para aplicação em colunas de seção cruciforme, uma simples adaptação deve ser feita na equação(47), substituindo o termo referente à carga crítica de flambagem por flexo-torção $P_{cr,FT}$ pelo termo relacionado à carga crítica de flambagem por torção $P_{cr,T}$, definido pela equação (16). A Figura 78 ilustra uma comparação entre os resultados da análise paramétrica, considerando a esbeltez normalizada modificada λ_M , e a curva de flambagem prevista pelo método λ . Já a Figura 79 apresenta uma comparação gráfica entre a carga última de projeto prevista pelo método λ $P_{u,\lambda}$ e a carga máxima obtida numericamente $P_{u,FEM}$.

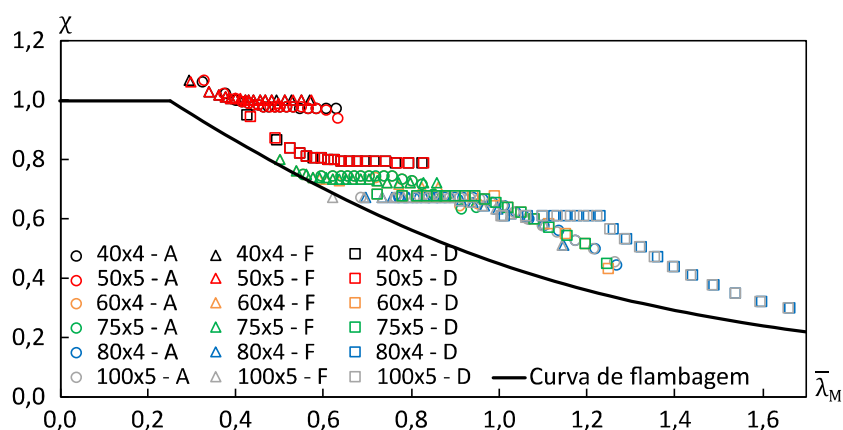


Figura 78 – Comparação entre a curva de flambagem do método λ e os resultados da análise paramétrica

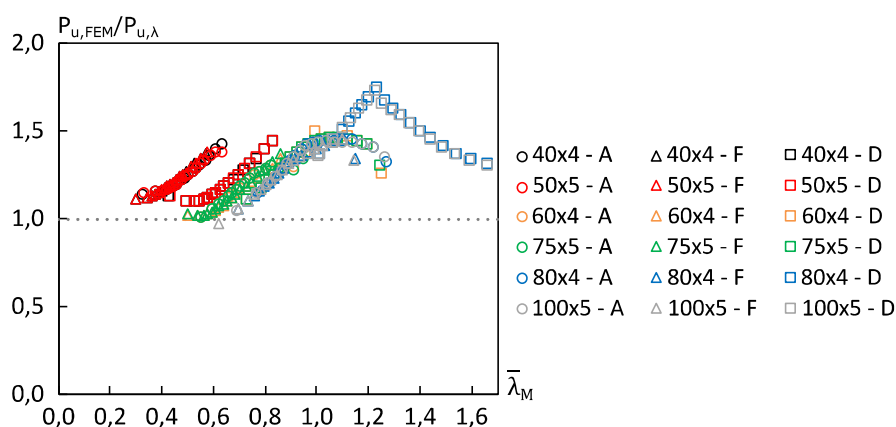


Figura 79 – Comparação com a carga prevista pelo método λ [25],

Por outro lado, o método desenvolvido por Behzadi-Sofiani *et al.* [39] para colunas de aço carbono faz uso de duas curvas de flambagem para o dimensionamento: uma curva de flambagem local, baseada na apresentada no Eurocode 3: Parte 1.5 [34] e definida pela equação (48), e uma nova curva de flambagem global, que, para comprimentos inferiores ao comprimento de transição, é definida pelas equações (49) e (50). Neste método, o fator de imperfeição é fixado em $\alpha = 0,49$ e o limite de esbeltez normalizada é definido como $\lambda_0 = 0,20$.

$$\chi_T = \frac{\lambda_T - 0,188}{\lambda_T^2} \quad (48)$$

$$\chi_F = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \lambda_T^2}} \quad (49)$$

$$\phi = 0,5[1 + 1,2 \alpha (\lambda_T - \lambda_0)^{1,2} + \lambda_T^2] \quad (50)$$

Além disso, um novo parâmetro Δ_F , definido pela equação (51), é introduzido para contabilizar o grau de interação entre os modos de flambagem por torção e por flexão.

$$\Delta_F = \left(1 - \frac{P_{cr,T}}{P_{cr,F}}\right)^2 \quad (51)$$

Por fim, o fator de redução χ e a carga última de projeto prevista pelo método $P_{u,Rd}$ são definidos pelas equações (52) e (53), respectivamente.

$$\chi = \chi_F + \Delta_F(\chi_T - \chi_F) \quad (52)$$

$$P_{u,Rd} = \chi A f_y \quad (53)$$

Como mencionado, o método foi desenvolvido para colunas constituídas de aço carbono. Para aplicação em colunas de aço inoxidável, duas simples adaptações são necessárias: (i) substituir a equação (48) pela equação (54), definida abaixo, a qual considera a curva de flambagem local para aços inoxidáveis segundo o Eurocode 3: Parte 1.5 [34]; (ii) considerar a tensão nominal de escoamento $\sigma_{0,2\%}$ ao invés da tensão de escoamento f_y na equação (53).

$$\chi_T = \frac{\lambda_T - 0,242}{\lambda_T^2} \quad (54)$$

A Figura 80 ilustra uma comparação gráfica entre a carga última de projeto prevista pelo método de Behzadi-Sofiani *et al.* [39] $P_{u,Rd}$ e a carga máxima obtida numericamente $P_{u,FEM}$.

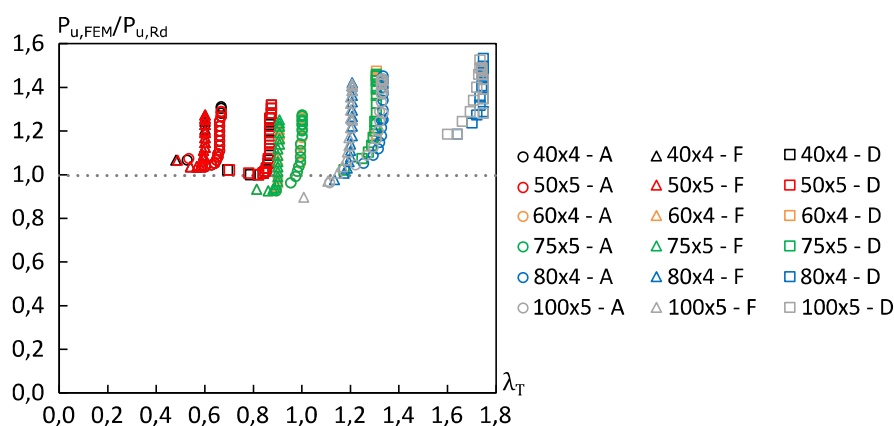


Figura 80 – Comparação com a carga prevista pelo método de Behzadi-Sofiani *et al.* [39]

Na Tabela 31, são comparados os resultados entre o método λ [25] e o método de Behzadi-Sofiani *et al.* [39].

Tabela 31 – Comparação com a carga prevista pelos métodos alternativos

	Método λ [25]	Behzadi-Sofiani <i>et al.</i> [39]
Máximo	1,75	1,54
Mínimo	0,98	0,90
Média	1,28	1,20
Desvio padrão	0,15	0,15
Coef. de variação	0,12	0,13

Os resultados mostram que o método λ [25] tende a apresentar uma correlação ligeiramente maior com os resultados numéricos, apresentando um coeficiente de variação de 0,12. Além disso, o método mostra-se mais seguro ao apresentar um valor mínimo de 0,98, ao contrário do método de Behzadi-Sofiani *et al.* [39].

6. CONCLUSÕES

Este capítulo expõe as conclusões e considerações finais da pesquisa, resumindo os principais resultados obtidos. Além disso, são apresentadas sugestões para direções futuras de pesquisa, com o intuito de explorar abordagens alternativas que possam expandir e aperfeiçoar os conhecimentos existentes.

6.1. Considerações finais

Inicialmente, foi apresentado um referencial teórico para a compreensão dos conceitos envolvidos no problema estudado, bem como da metodologia adotada ao longo deste trabalho. Foram introduzidos conceitos fundamentais sobre o comportamento de colunas de seção transversal cruciforme e sobre as propriedades mecânicas do aço inoxidável. Também foram abordados os métodos de dimensionamento recomendados pelas normas Eurocode 3: Parte 1.1 [12] e do Eurocode 3: Parte 1.4 [13].

Em seguida, um modelo numérico de elementos finitos visando investigar o comportamento de colunas de seção transversal cruciforme foi desenvolvido e validado com base em resultados experimentais disponíveis na literatura. A comparação entre os resultados numéricos e os ensaios experimentais indicou que o modelo foi capaz de representar, de forma satisfatória, o comportamento real das colunas.

A etapa seguinte consistiu em análises de flambagem e pós-flambagem, que foram realizadas com o propósito de compreender os fenômenos de instabilidade que governam a falha em colunas de seção cruciforme. Essas análises revelaram que, no regime perfeitamente elástico, o comportamento das colunas submetidas à flambagem por torção é estável, e a instabilidade observada é exclusivamente resultado da não-linearidade do material. O estudo também destacou a importância da consideração de tensões residuais no modelo numérico, uma vez que sua

introdução demonstrou reduzir significativamente a capacidade resistente das colunas em alguns casos.

Além disso, uma análise paramétrica abrangente foi conduzida, englobando tanto colunas fabricadas em aço carbono quanto em aço inoxidável. Essa etapa permitiu a obtenção de uma amostragem adequada para avaliar a aplicabilidade e a precisão dos métodos de dimensionamento descritos no Eurocode 3: Parte 1-1 [12] e no Eurocode 3: Parte 1-4 [13]. Para os aços carbono, os resultados seguiram um padrão bem definido, caracterizado pela falha predominante por torção pura em todos os casos, com a esbeltez normalizada $\bar{\lambda}$ se destacando como um parâmetro eficiente para a previsão da carga máxima resistente. No entanto, ao analisar as colunas em aço inoxidável, foram observados casos em que houve a manifestação de um comportamento de interação entre os modos de flambagem de torção e flexão, o que sugere a relevância de discutir a consideração da flexão em colunas com comprimentos inferiores ao comprimento de transição. Essa discussão é particularmente importante para garantir que as conclusões não sejam excessivamente conservadoras nem comprometam a segurança das estruturas, especialmente em comprimentos próximos ao de transição.

Foi realizada uma comparação entre colunas fabricadas em aços carbono (S275 e S355) e os diferentes tipos de aço inoxidável (austenítico, ferrítico e duplex). As comparações consideraram colunas com características geométricas fixas, mas com materiais variáveis, permitindo avaliar a influência das propriedades mecânicas do aço inoxidável no comportamento estrutural das colunas. Os resultados mostraram um aumento significativo na ductilidade das colunas em aço inoxidável, atribuída à sua elevada não-linearidade. Além disso, observou-se que o modo de evolução da distribuição de tensões varia de acordo com o tipo de aço e a seção transversal.

Os resultados da análise paramétrica foram utilizados para avaliar a aplicabilidade dos métodos de dimensionamento descritos no Eurocode 3: Parte 1-1 [12] e no Eurocode 3: Parte 1-4 [13]. A norma europeia demonstrou ser segura para o dimensionamento de colunas de seção cruciforme, embora de maneira consideravelmente conservadora no geral, o que sugere a possibilidade de ajustes para otimização do método. Verificou-se que o conservadorismo do Eurocode 3 é principalmente devido à redundância na consideração das flambagens local e global por torção.

Comparações mostraram que a curva de flambagem local do Eurocode 3: Parte 1.5 [34] corresponde de forma satisfatória aos resultados numéricos obtidos na análise paramétrica das colunas de aço carbono. Com base nisso, utilizam-se as equações propostas por essa norma, e são sugeridos pequenos ajustes para aumentar ainda mais a precisão do método. Esses ajustes proporcionam melhorias significativas na previsão do comportamento das colunas, garantindo maior confiabilidade no dimensionamento estrutural.

Para as colunas de aço inoxidável, comparações mostraram que nenhuma das curvas de flambagem propostas pelo Eurocode se ajusta de forma satisfatória aos resultados numéricos obtidos na análise paramétrica, principalmente devido ao fenômeno de interação entre os modos de flambagem de torção e flexão observado. Diante disso, foram investigados métodos alternativos, como o método λ , desenvolvido por Sarquis *et al.* [25], e o método de Behzadi-Sofiani *et al.* [39]. Ambos os métodos apresentaram maior precisão ao considerar o fenômeno de interação entre os modos de flambagem de torção e flexão, com o método λ [25] demonstrando uma correlação ligeiramente melhor com os resultados numéricos e maior segurança em comparação ao método de Behzadi-Sofiani [39].

6.2. Principais contribuições deste trabalho

Esta dissertação teve, para o meio acadêmico, as seguintes principais contribuições:

- i. Apresentação de revisão bibliográfica, reunindo e organizando uma série de artigos e publicações de relevância sobre o tema de colunas com seção transversal cruciforme, sintetizando o conhecimento existente e proporcionando um ponto de partida para futuros estudos e pesquisas.
- ii. Apresentação de um referencial teórico para entendimento do comportamento de colunas de seção transversal cruciforme sujeitas a flambagem por torção.

- iii. Apresentação dos procedimentos normativos de cálculo previstos no Eurocode 3: Parte 1.1 [12] e no Eurocode 3: Parte 1.4 [13], especificamente aplicados às colunas de seção transversal cruciforme sujeitas a flambagem por torção.
- iv. Apresentação de um modelo numérico de elementos finitos validado, capaz de representar de maneira satisfatória o comportamento real de colunas com seção transversal cruciforme. Foram indicados o tipo de elemento escolhido, a discretização da malha, as condições de contorno apropriadas, e a inclusão de imperfeições geométricas e tensões residuais.
- v. Avaliação da aplicabilidade das diretrizes normativas contidas no Eurocode 3: Parte 1.1 [12] e no Eurocode 3: Parte 1.4 [13] para cálculo da capacidade resistente de colunas de seção transversal cruciforme, verificando a adequação dessas normas para prever o comportamento dessas colunas sob flambagem por torção.
- vi. Apresentação de uma primeira análise do desempenho de colunas com seção transversal cruciforme fabricadas em aço inoxidável, uma área de pesquisa que, até então, não havia sido explorada na literatura. Isso inicia o preenchimento de uma lacuna importante nos estudos de elementos estruturais de seção cruciforme.
- vii. Aumento da base de dados disponível sobre o comportamento de colunas de seção transversal cruciforme, particularmente no contexto de flambagem por torção, essencial para o avanço do entendimento dos fenômenos que afetam a estabilidade dessas colunas.

6.3. Sugestões para trabalhos futuros

Com base nas conclusões obtidas nesta dissertação, apresenta-se algumas sugestões para trabalhos futuros:

- i. Realização de ensaios experimentais de colunas de seção transversal cruciforme considerando diferentes tipos de aço, incluindo tanto aços carbono quanto aços inoxidáveis, e contemplando uma variedade de seções transversais para abranger um amplo intervalo de esbeltez normalizada.
- ii. Realização de ensaios experimentais de colunas com comprimento próximo ao comprimento de transição ($L \geq 0,60L_T$), considerando os resultados numéricos obtidos neste estudo, que indicaram a ocorrência de interação entre os modos de flambagem de torção e flexão em colunas constituídas de aço inoxidável com essas características geométricas. Esses ensaios são de grande importância para melhor entender a real possibilidade de interações entre flambagem por flexão e torção.
- iii. Avaliar a aplicabilidade de outros métodos de dimensionamento existentes, bem como de outras normas de projeto.
- iv. Propor novos métodos de dimensionamento para colunas de seção transversal cruciforme com base nos resultados deste e de outros estudos.
- v. Investigar o comportamento de colunas com seção transversal cruciforme apresentando abas desiguais, uma configuração que não foi abordada neste trabalho. As colunas com abas de tamanhos diferentes podem exibir comportamentos estruturais distintos dos apresentados pela seção regular.

REFERÊNCIAS

- [1] TIMOSHENKO, S. P., GERE, J. M. Theory of Elastic Stability. International Student Edition, 2nd ed. McGraw-Hill, 1963.
- [2] STOWELL, E. Z. Compressive strength of flanges. Washington: National Advisory Committee for Aeronautics, 1951. 14 p. Relatório técnico n° 1029.
- [3] DABROWSKI, R. On Torsional Stability of Cruciform Columns. Journal of Constructional Steel Research, v. 9, p. 51-59, 1988.
- [4] DINIS, P. B., CAMOTIM, D., SILVESTRE, N. On the local and global buckling behavior of angle, T-section and cruciform thin-walled members. Thin-Walled Structures, v. 48, p. 786-797, 2010.
- [5] DINIS, P. B., CAMOTIM, D. Buckling, Post-Buckling and Strength of Cruciform Columns. In: Structural Stability Research Council Annual Stability Conference, 2011, Pittsburgh.
- [6] TRAHAIR, N. S. Strength design of cruciform steel columns. Engineering Structures, v. 35, p. 307-313, 2012.
- [7] NISHINO, F., TALL, L., OKUMURA, T. Residual stress and torsional buckling strength of H and cruciform columns. Transactions of the Japan Society of Civil Engineers, v. 1968, n. 160, p. 75-87, 1968.
- [8] RASMUSSEN, K. J., HANCOCK, G. J. Plate Slenderness Limits for High Strength Steel Sections. Journal of Constructional Steel Research, v. 23, p. 73-96, 1992.

- [9] LATENDRESSE, J. Cruciform Steel Column. 2014. Disponível em: <<https://www.flickr.com/photos/jacklattie/16319389676/in/photostream/>>. Acesso em: 06 dez. 2024.
- [10] DOBRIC, J. GLUHOVIC, N., IVANOVIC, J., ROSSI, B. Design procedures for cold-formed stainless steel built-up columns assembled from equal-leg angles. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 212, n. 108263, 2024.
- [11] DOBRIC, J., GLUHOVIC, N., FRIC, N., RUAN, X., BOCK, M., ROSSI, B. Buckling strengths of cold-formed built-up cruciform section columns under axial compression. *Thin-Walled Structures*, v. 200, n. 111879, 2024.
- [12] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. EN 1993-1-1: Eurocode 3 - Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels, 2005.
- [13] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. EN 1993-1-4: Eurocode 3 - Design of steel structures - Part 1-4: General rules - Supplementary rules for stainless steel. Brussels, 2006.
- [14] GBTul - Buckling and Vibration of Thin-Walled Members. Versão 2.0.4.4, 2013. Disponível em: <<http://www.civil.ist.utl.pt/gbt/>>.
- [15] Abaqus. Versão 6.14. Dassault Systèmes Simulia Corp., 2014.
- [16] GARDNER, L. The use of stainless steel in structures. *Progress in Structural Engineering and Materials*, v. 7, p. 45-55, 2005.
- [17] THE STEEL CONSTRUCTION INSTITUTE. Design Manual for Structural Stainless Steel. 4th ed. Ascot: SCI, 2017.
- [18] RASMUSSEN, K. J. Full range stress-strain curves for stainless steel alloys. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 59, p. 47-61, 2003.

- [19] THE STEEL CONSTRUCTION INSTITUTE. Helix Pedestrian Bridge. Structural Stainless Steel Case Studies, Ascot, 2011.
- [20] FREARSON, A. Dezeen's A-Z advent calendar: Helix Bridge by Cox Architecture. Dezeen, 2015. Disponível em: <<https://www.dezeen.com/2015/12/08/dezeen-a-z-advent-calendar-helix-bridge-singapore-cox-architecture/>>. Acesso em: 08 dez. 2020.
- [21] REIS, A., CAMOTIM, D. Estabilidade Estrutural. Lisboa: McGraw-Hill, 2001.
- [22] BEBIANO, R., CAMOTIM, D., GONÇALVES, R. GBTUL 2.0 - A second-generation code for the GBT-based buckling and vibration analysis of thin-walled members. Thin-Walled Structures, v. 124, p. 235-257, 2018.
- [23] CHEN, Q., ZHANG, L., ZHAO, O. Compressive behaviour and capacities of S690 high strength steel welded π -shaped and cruciform section stub columns. Thin-Walled Structures, v. 203, n. 112194, 2024.
- [24] BOTELHO, I. S. KAYSER, A. G., SARQUIS, F. R., LIMA, L. R., VELLASCO, P. C., SILVA, A. T., RODRIGUES, M. C., DINIZ, M. G. Starred rolled stainless steel angle sections under compression: An experimental and numerical investigation. Thin-Walled Structures, v. 158, n. 107177, 2021.
- [25] SARQUIS, F. R., LIMA, L. R., VELLASCO, P. C., RODRIGUES, M. C. Experimental and numerical investigation of hot-rolled stainless steel equal leg angles under compression. Thin-Walled Structures, v. 151, n. 106742, 2020.
- [26] TORRES, F. L. Comportamento estrutural de cantoneiras de aço inoxidável interconectadas em configuração cruciforme. Rio de Janeiro, 2022. 249 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2022.

- [27] KAYSER, A. G., SARQUIS, F. R., LIMA, L. R., SILVA, A. T., RODRIGUES, M. C. Numerical assessment of stainless steel starred rolled angle sections under compression. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 210, n. 108083, 2023.
- [28] SARQUIS, F. R., DE LIMA, L. R. O. Numerical investigation of short-to-intermediate fixed-ended stainless steel bolted starred equal-leg angle columns. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 215, n. 108557, 2024.
- [29] DAI, R., BEHZADI-SOFIANI, B., BUHAGIAR, S., WADEE, M. A., GARDNER, L. Behaviour, finite element modelling and design of flanged cruciform section steel columns. *Thin-Walled Structures*, v. 204, n. 112268, 2024.
- [30] LIU, X. C., LIU, Y. K., CHEN, X., LI, C. H. Axial compression behavior of prefabricated cruciform-section thin-concrete-encased steel short column. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 217, n. 108640, 2024.
- [31] ZENG, J., XU, Z., CHEN, G., XIONG, M. Compressive behavior of FRP-confined cruciform steel-reinforced normal and high-strength concrete columns. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 210, n. 108046, 2023.
- [32] XU, F., ZHANG, Z., MENG, X., Wu, X., GAO, Y. Axial compressive performance of cruciform timber-encased steel composite columns: Experimental investigation and buckling analysis through 3D laser scanning. *Thin-Walled Structures*, v. 201, n. 111968, 2024.
- [33] WAGNER, H. Torsion and buckling of open sections. Washington: National Advisory Committee for Aeronautics, 1936. 14 p. Relatório técnico n° 807.
- [34] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. EN 1993-1-5: Eurocode 3 - Design of steel structures - Part 1-5: Plated structural elements. Brussels, 2006.

- [35] YUN, X., GARDNER, L. Stress-strain curves for hot-rolled steels. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 133, p. 36-46, 2017.
- [36] NIE, J., SUGIMOTO, H., ONO, K., MIYASHITA, T., MATSUMURA, M., OKADA, S. An experimental study on the local buckling strength of an SBHS700 stub column with cruciform section. *Steel Construction*, v. 12, p. 82-90, 2019.
- [37] CHEN, G., TRAHAIR, N. S. Inelastic torsional buckling strengths of cruciform columns. *Engineering Structures*, v. 16, n. 2, p. 83-90, 1994.
- [38] BOULSON, P. S. *The Stability of flat plates*. New York: American Elsevier Publishing Company, 1969.
- [39] BEHZADI-SOFIANI, B., GARDNER, L., WADEE, M. A. Behaviour, finite element modelling and design of cruciform section steel columns. *Thin-Walled Structures*, v. 182, n. 110124, 2023.
- [40] SILVA, L. S., SIMÕES, R., GERVÁSIO, H. *Design of Steel Structures*. Revisited second impression, 1st ed. ECCS, 2013.
- [41] SANTIAGO, A., BADDOO, N., DA SILVA, L. S. Aço Inoxidável em aplicações estruturais. *Metálica*, n. 48, p. 10-14, dez. 2017.
- [42] BADDOO, N. R. Stainless steel in construction: A review of research, applications, challenges and opportunities. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 64, p. 1199-1206, 2008.

APÊNDICE

Este apêndice apresenta de forma detalhada os resultados obtidos na análise paramétrica realizada.

Tabela 32 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 40x4 constituídas de aço carbono

		S275		S355	
L/L_T	L [mm]	P_{cr} [kN]	P_u [kN]	P_{cr} [kN]	P_u [kN]
0,10	160	820,60	176,27	820,60	227,44
0,15	250	641,31	176,10	641,31	227,13
0,20	330	588,31	176,06	588,31	227,17
0,25	410	563,17	176,05	563,17	227,14
0,30	490	549,30	176,04	549,30	227,12
0,35	570	540,85	176,03	540,85	227,08
0,40	660	534,77	176,03	534,77	227,10
0,45	740	531,12	176,02	531,12	226,75
0,50	820	528,48	176,02	528,48	227,09
0,55	900	526,52	176,02	526,52	227,08
0,60	990	524,86	176,02	524,86	227,09
0,65	1070	523,71	176,02	523,71	227,08
0,70	1150	522,80	176,02	522,80	227,09
0,75	1230	522,06	176,02	522,06	227,09
0,80	1320	521,38	176,03	521,38	227,04
0,85	1390	520,95	176,03	520,95	227,08
0,90	1480	520,47	176,02	520,47	227,08
0,95	1560	520,12	176,01	520,12	227,05

Tabela 33 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 50x5 constituídas de aço carbono

		S275		S355	
L/L _T	L [mm]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]
0,10	206	1254,95	275,40	1254,95	355,37
0,15	309	1006,48	275,14	1006,48	354,99
0,20	412	919,51	275,11	919,51	354,48
0,25	515	879,25	275,09	879,25	354,91
0,30	618	857,39	274,56	857,39	354,86
0,35	721	844,20	275,05	844,20	354,85
0,40	824	835,65	275,04	835,65	354,83
0,45	927	829,78	275,04	829,78	354,81
0,50	1030	825,58	275,04	825,58	354,83
0,55	1133	822,48	275,04	822,48	354,82
0,60	1236	820,12	275,04	820,12	354,82
0,65	1339	818,28	275,04	818,28	354,82
0,70	1442	816,82	275,04	816,82	354,83
0,75	1545	815,64	275,04	815,64	354,83
0,80	1648	814,68	275,04	814,68	354,83
0,85	1751	813,88	275,04	813,88	354,82
0,90	1854	813,21	275,05	813,21	354,86
0,95	1960	812,63	275,05	812,63	354,84

Tabela 34 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 60x4 constituídas de aço carbono

		S275		S355	
L/L _T	L [mm]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]
0,10	371	429,34	253,76	429,34	294,18
0,15	557	382,20	250,01	382,20	280,72
0,20	750	365,35	248,35	365,35	274,85
0,25	928	358,16	247,47	358,16	272,36
0,30	1113	354,03	246,91	354,03	270,82
0,35	1299	351,53	246,57	351,53	269,87
0,40	1485	349,90	246,34	349,90	269,23
0,45	1670	348,80	246,11	348,80	268,84
0,50	1855	348,00	246,01	348,00	268,53
0,55	2041	347,41	245,88	347,41	268,30
0,60	2220	346,98	245,78	346,98	268,10
0,65	2412	346,62	245,70	346,62	267,96
0,70	2597	346,34	245,61	346,34	267,84
0,75	2783	346,12	245,56	346,12	267,74
0,80	2970	345,94	245,48	345,94	267,63
0,85	3154	345,79	245,39	345,79	266,60
0,90	3339	345,66	245,32	345,66	267,45
0,95	3540	345,55	245,14	345,55	267,29

Tabela 35 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 75x5 constituídas de aço carbono

		S275		S355	
L/L _T	L [mm]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]
0,10	464	670,70	395,80	670,70	460,01
0,15	696	597,23	388,70	597,23	439,05
0,20	934	571,10	387,39	571,10	429,72
0,25	1160	559,62	385,65	559,62	425,22
0,30	1392	553,15	385,10	553,15	422,90
0,35	1624	549,26	384,90	549,26	421,71
0,40	1856	546,73	383,98	546,73	420,51
0,45	2088	544,99	384,27	544,99	419,86
0,50	2320	543,75	384,23	543,75	419,53
0,55	2552	542,83	383,98	542,83	419,17
0,60	2790	542,12	383,92	542,12	418,88
0,65	3016	541,59	383,73	541,59	418,65
0,70	3248	541,16	383,66	541,16	418,46
0,75	3480	540,81	383,50	540,81	418,08
0,80	3712	540,53	383,45	540,53	417,98
0,85	3944	540,29	383,25	540,29	418,02
0,90	4176	540,09	383,20	540,09	417,93
0,95	4408	539,93	383,02	539,93	417,70

Tabela 36 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 80x4 constituídas de aço carbono

		S275		S355	
L/L _T	L [mm]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]
0,10	661	294,05	248,61	294,05	298,15
0,15	992	274,26	240,34	274,26	289,77
0,20	1320	267,39	237,68	267,39	286,73
0,25	1653	264,15	236,94	264,15	285,46
0,30	1983	262,42	236,70	262,42	284,87
0,35	2314	261,37	236,61	261,37	284,54
0,40	2640	260,69	236,54	260,69	284,35
0,45	2975	260,22	236,53	260,22	284,23
0,50	3305	259,88	236,49	259,88	284,16
0,55	3636	259,64	236,48	259,64	284,11
0,60	3960	259,45	236,47	259,45	284,09
0,65	4297	259,30	236,45	259,30	284,08
0,70	4627	259,19	236,42	259,19	284,07
0,75	4958	259,09	236,40	259,09	284,06
0,80	5280	259,02	236,39	259,02	284,06
0,85	5619	258,95	236,12	258,95	284,06
0,90	5949	258,90	236,05	258,90	284,03
0,95	6280	258,86	236,12	258,86	284,07

Tabela 37 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 100x5 constituídas de aço carbono

		S275		S355	
L/L _T	L [mm]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]
0,10	826	459,48	388,46	459,48	466,42
0,15	1239	428,57	375,55	428,57	453,94
0,20	1652	417,76	371,34	417,76	449,27
0,25	2065	412,75	370,20	412,75	447,23
0,30	2478	410,03	369,74	410,03	446,21
0,35	2891	408,39	369,54	408,39	445,65
0,40	3304	407,32	369,50	407,32	445,32
0,45	3717	406,59	369,50	406,59	445,12
0,50	4130	406,07	369,52	406,07	444,96
0,55	4543	405,69	369,52	405,69	444,82
0,60	4956	405,39	369,48	405,39	444,72
0,65	5369	405,16	369,38	405,16	444,66
0,70	5782	404,98	369,41	404,98	444,61
0,75	6195	404,84	369,35	404,84	444,58
0,80	6608	404,72	369,21	404,72	444,55
0,85	7021	404,62	369,01	404,62	444,04
0,90	7434	404,53	368,90	404,53	443,86
0,95	7847	404,46	368,86	404,46	439,86

Tabela 38 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 40x4 constituídas de aços inoxidáveis

		Austenítico		Ferrítico		Duplex	
L/L _T	L [mm]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]
0,10	160	742,45	222,07	761,99	187,52	840,14	386,15
0,15	250	580,23	213,79	595,50	181,10	656,58	353,52
0,20	330	532,28	210,04	546,29	178,97	602,32	340,90
0,25	410	509,54	208,12	522,94	177,94	576,58	334,49
0,30	490	496,99	206,98	510,07	177,32	562,38	330,80
0,35	570	489,34	206,22	502,22	176,95	553,73	328,43
0,40	660	483,84	205,64	496,57	176,64	547,50	326,64
0,45	740	480,54	205,26	493,18	176,44	543,77	325,47
0,50	820	478,15	204,95	490,74	176,30	541,07	324,64
0,55	900	476,38	204,73	488,91	176,19	539,06	323,99
0,60	990	474,87	204,58	487,37	176,08	537,35	323,39
0,65	1070	473,84	204,41	486,31	176,06	536,18	322,95
0,70	1150	473,01	204,30	485,46	175,97	535,25	322,59
0,75	1230	472,34	204,20	484,77	175,92	534,49	322,32
0,80	1320	471,73	204,05	484,14	175,86	533,80	322,04
0,85	1390	471,33	204,03	483,74	175,83	533,35	321,83
0,90	1480	470,90	203,96	483,30	175,81	532,86	321,62
0,95	1560	470,58	203,85	482,97	175,80	532,50	321,45

Tabela 39 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 50x5 constituídas de aços inoxidáveis

		Austenítico		Ferrítico		Duplex	
L/L _T	L [mm]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]
0,10	206	1135,43	348,52	1165,31	292,47	1284,83	600,42
0,15	309	910,62	334,71	934,58	283,37	1030,44	554,33
0,20	412	831,94	328,56	853,83	279,91	941,40	533,46
0,25	515	795,52	325,45	816,45	278,18	900,19	523,04
0,30	618	775,73	323,60	796,15	277,22	877,80	517,10
0,35	721	763,80	322,40	783,90	276,57	864,30	513,35
0,40	824	756,06	321,55	775,96	276,14	855,54	510,78
0,45	927	750,75	320,91	770,51	275,80	849,54	508,94
0,50	1030	746,96	320,43	766,61	275,56	845,24	507,54
0,55	1133	744,15	320,05	763,73	275,38	842,06	506,47
0,60	1236	742,01	319,78	761,54	275,22	839,64	505,62
0,65	1339	740,35	319,54	759,83	275,16	837,76	504,92
0,70	1442	739,03	319,34	758,48	275,02	836,27	504,34
0,75	1545	737,96	319,17	757,38	272,17	835,06	503,85
0,80	1648	737,09	319,00	756,49	274,86	834,08	503,43
0,85	1751	736,37	318,90	755,75	274,81	833,26	503,07
0,90	1854	735,77	316,08	755,13	274,76	832,58	502,74
0,95	1960	735,24	307,31	754,59	274,72	831,98	502,48

Tabela 40 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 60x4 constituídas de aços inoxidáveis

		Austenítico		Ferrítico		Duplex	
L/L _T	L [mm]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]
0,10	371	388,45	235,45	398,67	210,90	439,56	416,80
0,15	557	345,80	233,99	354,90	201,60	391,30	414,20
0,20	750	330,55	234,10	339,25	197,45	374,05	414,00
0,25	928	324,05	234,23	332,57	195,60	366,68	414,02
0,30	1113	320,31	234,17	328,74	194,43	362,46	414,13
0,35	1299	318,05	233,84	326,42	193,65	359,90	414,16
0,40	1485	316,58	234,50	324,91	193,05	358,23	414,30
0,45	1670	315,58	233,21	323,88	192,67	357,10	414,34
0,50	1855	314,86	232,97	323,15	193,46	356,29	412,34
0,55	2041	314,33	233,88	322,60	194,19	355,69	406,98
0,60	2220	313,94	233,43	322,20	194,09	355,24	414,58
0,65	2412	313,61	231,01	321,86	193,90	354,87	391,22
0,70	2597	313,36	228,40	321,61	192,58	354,59	379,25
0,75	2783	313,16	225,67	321,40	191,49	354,36	365,65
0,80	2970	312,99	214,10	321,23	189,50	354,17	355,21
0,85	3154	312,86	212,51	321,09	191,38	354,02	333,85
0,90	3339	312,74	201,74	320,97	186,10	353,89	314,83
0,95	3540	312,64	204,52	320,86	186,70	353,77	263,38

Tabela 41 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 75x5 constituídas de aços inoxidáveis

		Austenítico		Ferrítico		Duplex	
L/L _T	L [mm]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]
0,10	464	606,82	367,90	622,79	330,10	686,67	651,40
0,15	696	540,35	365,70	554,57	315,30	611,45	647,20
0,20	934	516,71	365,79	530,30	309,00	584,69	646,85
0,25	1160	506,32	366,01	519,65	305,37	572,94	646,95
0,30	1392	500,47	366,17	513,64	304,56	566,32	647,11
0,35	1624	496,95	366,30	510,02	303,98	562,33	647,22
0,40	1856	494,66	366,27	507,67	303,64	559,74	647,34
0,45	2088	493,09	366,01	506,06	303,12	557,97	647,46
0,50	2320	491,97	365,71	504,91	302,80	556,70	644,40
0,55	2552	491,13	366,04	504,06	302,47	555,76	636,04
0,60	2790	490,49	364,74	503,40	302,20	555,03	625,17
0,65	3016	490,01	360,91	502,91	301,95	554,49	611,36
0,70	3248	489,62	356,79	502,51	300,89	554,05	593,21
0,75	3480	489,31	352,70	502,18	298,40	553,69	573,21
0,80	3712	489,05	335,29	501,92	298,97	553,40	547,82
0,85	3944	488,84	332,60	501,70	299,11	553,16	520,84
0,90	4176	488,66	310,40	501,52	298,88	552,95	491,72
0,95	4408	488,51	313,63	501,36	298,87	552,78	427,40

Tabela 42 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 80x4 constituídas de aços inoxidáveis

		Austenítico		Ferrítico		Duplex	
L/L _T	L [mm]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]
0,10	661	266,04	281,00	273,04	236,00	301,05	496,10
0,15	992	248,14	281,10	254,67	235,96	280,79	496,10
0,20	1320	241,92	281,19	248,29	236,10	273,75	496,10
0,25	1653	238,99	281,24	245,28	236,19	270,44	496,22
0,30	1983	237,42	281,31	243,67	236,23	268,66	496,44
0,35	2314	236,47	281,34	242,70	236,32	267,59	496,42
0,40	2640	235,86	281,42	242,07	236,40	266,90	496,57
0,45	2975	235,44	281,48	241,63	236,45	266,41	496,60
0,50	3305	235,13	280,27	241,32	236,47	266,07	460,00
0,55	3636	234,91	275,22	241,09	236,27	265,82	433,92
0,60	3960	234,74	268,85	240,92	233,64	265,63	410,50
0,65	4297	234,61	261,12	240,78	230,26	265,48	383,81
0,70	4627	234,50	251,80	240,67	226,60	265,36	357,63
0,75	4958	234,42	242,46	240,59	222,40	265,26	333,12
0,80	5280	234,35	234,89	240,52	218,00	265,19	308,15
0,85	5619	234,29	221,37	240,46	212,80	265,12	284,03
0,90	5949	234,24	208,76	240,41	205,70	265,07	262,72
0,95	6280	234,20	185,48	240,37	180,00	265,02	242,88

Tabela 43 – Resultados da análise paramétrica para as colunas com seção 100x5 constituídas de aços inoxidáveis

		Austenítico		Ferrítico		Duplex	
L/L _T	L [mm]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]	P _{cr} [kN]	P _u [kN]
0,10	826	524,91	438,99	538,72	368,76	470,42	775,20
0,15	1239	436,28	439,21	447,77	368,71	493,69	775,40
0,20	1652	404,75	439,25	415,41	368,91	458,01	775,50
0,25	2065	390,91	439,45	401,20	369,00	442,34	775,40
0,30	2478	383,11	439,61	393,19	369,13	433,52	775,50
0,35	2891	378,41	439,69	388,37	369,23	428,20	775,80
0,40	3304	375,35	439,79	385,23	369,30	424,74	774,00
0,45	3717	373,26	439,82	383,09	369,45	422,38	775,60
0,50	4130	371,77	438,01	381,55	369,48	420,68	718,50
0,55	4543	370,66	430,17	380,41	369,17	419,43	678,00
0,60	4956	369,80	419,99	379,53	365,06	418,45	641,40
0,65	5369	369,16	408,12	378,88	359,78	417,73	600,20
0,70	5782	368,64	393,91	378,34	354,06	417,15	558,80
0,75	6195	368,22	379,01	377,91	347,50	416,67	520,50
0,80	6608	367,88	363,66	377,56	340,63	416,28	481,20
0,85	7021	367,59	346,04	377,27	332,50	415,96	443,80
0,90	7434	367,35	326,04	377,02	321,41	415,69	410,50
0,95	7847	367,15	298,21	376,81	281,25	415,46	379,50