



**Universidade do Estado do Rio de Janeiro**  
Centro de Tecnologia e Ciências  
Instituto Politécnico

Gillyan Macario da Silva


**Simulação numérica do escoamento água-gás em reservatórios de  
baixa permeabilidade**

Nova Friburgo

2025

Gillyan Macario da Silva

**Simulação numérica do escoamento água-gás em reservatórios de baixa permeabilidade**



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Linha de pesquisa: Termo-fluidodinâmica, Meios Porosos e Transporte de Partículas.

Orientador: Prof. Dr. Helio Pedro Amaral Souto

Orientador: Prof. Dr. Grazione de Souza

Nova Friburgo

2025

CATALOGAÇÃO NA FONTE  
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC/E

S586 Silva, Gillyan Macario da.  
Simulação numérica do escoamento água-gás em reservatórios de baixa permeabilidade / Gillyan Macario da Silva. - 2025.  
73 f. : il.

Orientadores: Helio Pedro Amaral Souto e Grazione de Souza.

Dissertação (mestrado) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto Politécnico.

1. Escoamento em meios porosos – Métodos de simulação – Teses. 2. Escoamento bifásico – Teses. 3. Engenharia de reservatório de óleo – Métodos de simulação – Teses. 4. Engenharia de petróleo – Teses. 5. Dinâmica dos fluidos – Teses. I. Souto, Helio Pedro Amaral. II. Souza, Grazione de. III. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Instituto Politécnico. III. Título.

CDU 532.546:519.872

Bibliotecária Fernanda Souza Cruz CRB7/7361

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação, desde que citada a fonte.

---

Assinatura

---

07/04/2025

Data

Gillyan Macario da Silva

**Simulação numérica do escoamento água-gás em reservatórios de baixa permeabilidade**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Linha de pesquisa: Termo-fluidodinâmica, Meios Porosos e Transporte de Partículas.

Aprovada em 08 de janeiro de 2025.

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. Helio Pedro Amaral Souto (Orientador)  
Instituto Politécnico - UERJ

---

Prof. Dr. Graziene de Souza (Orientador)  
Instituto Politécnico - UERJ

---

Prof. Dr. Adolfo Puime Pires  
Laboratório de Engenharia e Exploração de Petróleo - UENF

---

Profa. Dra. Camila Martins Saporetti  
Instituto Politécnico - UERJ

Nova Friburgo

2025

## DEDICATÓRIA

Dedico esta dissertação à minha esposa e aos meus pais, por todo o incentivo e amor.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por todo o seu amor, cuidado e provisão.

Agradeço à minha esposa Karolaine, por todo o amor, paciência e incentivo, não me deixando desistir e por sempre acreditar que eu sou capaz.

Agradeço aos meus pais, Aury e Marli, por todo o amor incondicional, pela dedicação à minha educação e, principalmente, por sempre acreditarem em mim.

Agradeço aos meus orientadores e professores Dr. Helio Pedro Amaral Souto e Dr. Grazione de Souza, pelos ensinamentos, orientações e por todo o apoio e a dedicação na elaboração desta dissertação.

Agradeço aos atuais e antigos integrantes do Laboratório de Modelagem Multiescala e Transporte de Partículas (LABTRAN), cujas contribuições, sejam diretas ou indiretas, foram essenciais para o desenvolvimento desta dissertação. Agradeço, em especial, aos técnicos do laboratório, Paulo de Tarso Honório Júnior e Hilton Guaraldi da Silva Junior, por sua dedicação, prontidão e eficiência no suporte às atividades realizadas.

Manifesto minha sincera gratidão ao professor Dr. Mayksoel Medeiros de Freitas por sua valiosa contribuição e apoio no desenvolvimento desta dissertação. Sua prontidão em esclarecer dúvidas relacionadas ao código legado utilizado nesta dissertação foi essencial para a realização deste trabalho.

Agradeço também aos professores Dr. Adolfo Puime Pires e Dra. Camila Martins Saporetti, por gentilmente aceitarem compor a banca de avaliação desta dissertação, oferecendo suas análises e considerações que enriqueceram este trabalho.

Estendo minha gratidão a todos os professores e funcionários do IPRJ-UERJ, cuja dedicação em suas funções assegura um ambiente propício ao ensino e à pesquisa, promovendo a transmissão de conhecimentos e valores que fortalecem nossa formação acadêmica.

Por fim, sou profundamente grato aos amigos e colegas de pós-graduação, cujo apoio e companheirismo foram indispensáveis ao longo desta jornada, assim como à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo fomento ao trabalho.

Entrega o teu caminho ao Senhor, confia nele, e o mais ele fará.

*Salmos 37:5*

A fé se recusa a entrar em pânico.

*Martyn Lloyd-Jones*

Se um homem não descobriu nada pelo qual morreria, não está pronto para viver.

*Martin Luther King*

Tudo que é eterno está eternamente acima do tempo.

*C. S. Lewis.*

## RESUMO

SILVA, G. M. *Simulação numérica do escoamento água-gás em reservatórios de baixa permeabilidade*. 2025. 73 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional) – Instituto Politécnico, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Nova Friburgo, 2025.

A recuperação de gás natural tem crescido com a exploração de reservatórios não convencionais de baixa e baixíssima permeabilidade. Neles, a produção é favorecida, por exemplo, pelo uso de poços horizontais e pelo efeito de escorregamento do gás. Neste trabalho, é feita uma simulação numérica do escoamento isotérmico bifásico água-gás, contabilizando o impacto do escorregamento do gás e da variação da permeabilidade em função da alteração da tensão atuando na matriz porosa. Isso se justifica porque as soluções analíticas são limitadas a casos particulares, com hipóteses simplificadoras, e os experimentos em escala de campo são difíceis de realizar e onerosos — sendo os testes de pressão em poços a alternativa mais próxima. As equações governantes são discretizadas utilizando o Método dos Volumes Finitos e os sistemas de equações algébricas são linearizados e resolvidos aplicando-se uma estratégia de solução do tipo Picard-Newton, uma decomposição de operadores e o método iterativo do Gradiente Biconjugado Estabilizado pré-condicionado. O uso do Método dos Volumes Finitos garante a conservação das quantidades envolvidas, enquanto a estratégia de Picard-Newton é adotada devido à necessidade de linearizações. Além disso, a decomposição de operadores permite a resolução de dois subsistemas de menor custo computacional em comparação à solução de um único sistema de maior dimensão (dois sistemas de ordem  $2N^2$  em vez de um sistema de ordem  $4N^2$ ). Os resultados obtidos são disponibilizados em termos da vazão instantânea e do volume de gás recuperado, considerando diversos cenários de produção. Em conclusão, eles mostraram que foi possível capturar os efeitos físicos incorporados, com o escorregamento favorecendo a produção e a redução da pressão no reservatório acarretando a diminuição da permeabilidade aparente.

Palavras-chave: escoamento bifásico; método Picard-Newton; poço horizontal; reservatórios de baixa permeabilidade.

## ABSTRACT

SILVA, G. M. *Numerical simulation of water-gas flow in low permeability reservoirs..* 2025. 73 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional) – Instituto Politécnico, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Nova Friburgo, 2025.

Natural gas recovery has increased with the exploitation of unconventional reservoirs with low and very low permeability. In these reservoirs, production is favored, for instance, by the use of horizontal wells and due to the gas slippage effect. In this work, a numerical simulation of the two-phase isothermal water-gas flow is performed, accounting for the impact of gas slippage and the variation of permeability as a function of the change in stress acting on the porous matrix. This is justified because analytical solutions are limited to particular cases with simplifying assumptions, and field-scale experiments are difficult to perform and costly — with well pressure tests being the closest alternative. The governing equations are discretized using the Finite Volume Method and the systems of algebraic equations are linearized and solved by applying a Picard-Newton solution strategy, an operator decomposition and the iterative method of the preconditioned Stabilized Biconjugate Gradient. The use of the Finite Volume Method ensures the conservation of the involved quantities, while the Picard-Newton strategy is adopted due to the need for linearizations. Additionally, the operator decomposition allows for solving two subsystems with lower computational cost compared to solving a single larger system (two systems of order  $2N^2$  instead of one system of order  $4N^2$ ). The results obtained are made available in terms of instantaneous flow rate and volume of recovered gas, considering several production scenarios. In conclusion, they showed that it was possible to capture the physical effects, with the slippage favoring production and the reduction in reservoir pressure leading to a decrease in apparent permeability.

Keywords: two-phase flow; Picard-Newton method; horizontal well; low permeability reservoirs.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Sistema de produção de hidrocarbonetos . . . . .	12
Figura 2 - Malha tridimensional . . . . .	38
Figura 3 - Volume de integração . . . . .	39
Figura 4 - Fluxograma para um passo de tempo de simulação. . . . .	49
Figura 5 - Refinamento de malha (Caso 2) - Para a vazão de gás . . . . .	54
Figura 6 - Refinamento de malha (Caso 2) - Para a produção de gás acumulada . . . . .	54
Figura 7 - Comparação dos Casos Darcy e não-Darcy (todos os efeitos) - Para a vazão de gás . . . . .	55
Figura 8 - Comparação dos Casos Darcy e não-Darcy (todos os efeitos) - Para a produção de gás acumulada . . . . .	56
Figura 9 - Comparação de todos os Casos - para a vazão de gás . . . . .	57
Figura 10 - Comparação de todos os Casos - para a produção de gás acumulada . . . . .	57
Figura 11 - Comparação de todos os Casos - para a vazão de água . . . . .	58
Figura 12 - Variação de $b$ no Efeito Klinkenberg - Para a vazão de gás . . . . .	59
Figura 13 - Variação de $b$ no Efeito Klinkenberg - Para a produção de gás acumulada . . . . .	60
Figura 14 - Variação de $\gamma$ no efeito de deformação - Para a vazão de gás . . . . .	61
Figura 15 - Variação de $\gamma$ no efeito de deformação - Para a produção de gás acumulada . . . . .	61
Figura 16 - Variação do comprimento do poço (Caso 2) - Para a vazão de gás . . . . .	62
Figura 17 - Variação do comprimento do poço (Caso 2) - Para a produção de gás acumulada . . . . .	63
Figura 18 - Variação da porosidade (Caso 2) - Para a vazão de gás . . . . .	64
Figura 19 - Variação da porosidade (Caso 2) - Para a produção acumulada . . . . .	64
Figura 20 - Variação da permeabilidade absoluta (Caso 2) - Para a vazão de gás . . . . .	66
Figura 21 - Variação da permeabilidade (Caso 2) - Para produção de gás acumulada . . . . .	66

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Constantes utilizadas no cálculo do fator $Z$ . . . . .	26
Tabela 2 - Parâmetros gerais . . . . .	53
Tabela 3 - Malhas utilizadas . . . . .	53

## SUMÁRIO

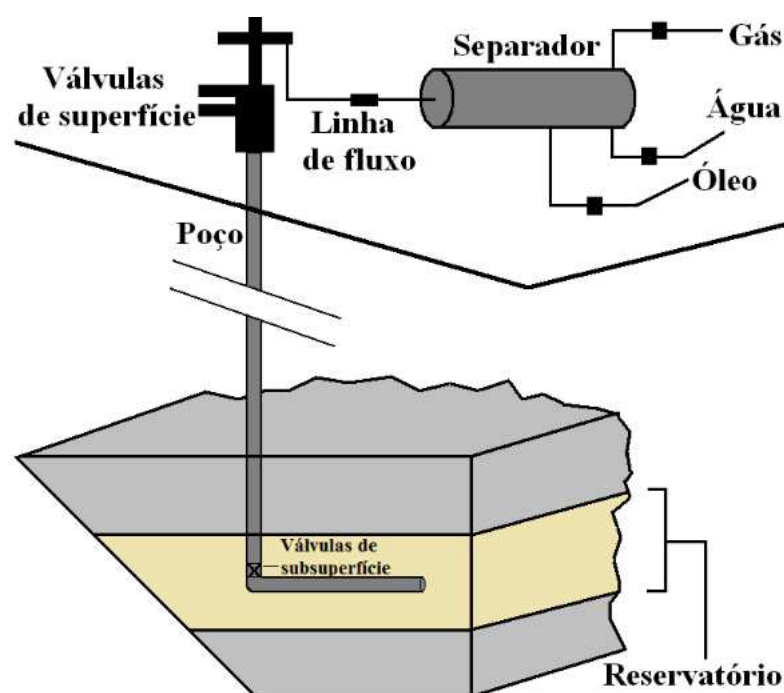
	<b>INTRODUÇÃO</b>	12
1	<b>RESERVATÓRIOS NÃO CONVENCIONAIS E PROPRIEDADES DE FLUIDO E ROCHA</b>	18
1.1	<b>Propriedades de Fluido e Rocha</b>	18
1.1.1	<u>Rochas do Tipo Folhelho</u>	19
1.1.2	<u>Perfuração Horizontal</u>	19
1.1.3	<u>Fraturas Naturais</u>	20
1.1.4	<u>Fraturamento Hidráulico</u>	21
1.2	<b>Propriedades de Fluido e Rocha</b>	22
1.2.1	<u>Propriedades de fluido</u>	22
1.2.2	<u>Propriedades de rocha</u>	27
1.2.3	<u>Propriedades de rocha-fluido</u>	28
1.2.4	<u>Efeito Klinkenberg</u>	29
1.2.5	<u>Efeito devido à Tensão Efetiva</u>	30
2	<b>MODELAGEM DO ESCOAMENTO BIFÁSICO EM UM MEIO POROSO</b>	32
2.1	<b>Equações de conservação</b>	32
2.2	<b>Equações governantes</b>	34
2.3	<b>Condições inicial e de contorno</b>	35
3	<b>METODOLOGIA NUMÉRICO-COMPUTACIONAL</b>	37
3.1	<b>Discretização</b>	37
3.1.1	<u>Discretização espacial</u>	38
3.1.2	<u>Discretização no tempo</u>	40
3.2	<b>Acoplamento poço-reservatório</b>	43
3.3	<b>Linearização</b>	44
3.4	<b>Aproximação nas faces dos volumes finitos</b>	46
3.5	<b>Métodos de resolução de sistemas lineares</b>	46
3.6	<b>Método Híbrido</b>	47
4	<b>RESULTADOS</b>	51
4.1	<b>Características gerais das simulações</b>	51
4.2	<b>Refinamento de malha</b>	52
4.3	<b>Análise dos efeitos não-Darcy no escoamento</b>	55
4.4	<b>Análise de sensibilidade</b>	59
4.4.1	<u>Efeito Klinkenberg</u>	59
4.4.2	<u>Efeito devido à tensão efetiva</u>	60
4.4.3	<u>Varição do comprimento do poço</u>	62

4.4.4	<u>Variação da porosidade</u> . . . . .	63
4.4.5	<u>Variação da permeabilidade absoluta</u> . . . . .	65
	<b>CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS</b> . . . . .	67
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	70

## INTRODUÇÃO

A crescente demanda por energia, aliada à busca por autonomia energética e devido à redução das reservas convencionais de óleo e gás, tem estimulado a procura por fontes alternativas. De acordo com [Al-Twajjri et al. \(2018\)](#), o aumento da demanda por energia levou à exploração e produção de fontes não convencionais de petróleo. Os reservatórios de baixa permeabilidade portadores de gás (*tight gas*) e os folhelhos portadores de gás (*shale gas*), por exemplo, encontram-se entre os principais recursos disponíveis. Esses reservatórios são caracterizados por possuírem porosidade e permeabilidade absoluta baixas, o que dificulta o escoamento de hidrocarbonetos através deles e exige, frequentemente, a aplicação de técnicas tais como a perfuração de poços horizontais (Figura 1) e/ou o fraturamento hidráulico para que uma produção economicamente viável seja alcançada.

Figura 1 - Sistema de produção de hidrocarbonetos com utilização de poço horizontal



Fonte: [Souza, 2013](#).

Destaca-se, por exemplo, que nos reservatórios do tipo *shale gas*, além de apresentarem permeabilidade absoluta extremamente baixa, o transporte de gás é caracterizado por mecanismos complexos e pela geometria das fraturas naturais neles presentes. Segundo [Al-Twajjri et al. \(2018\)](#), a produção neles predominantemente envolve o escoamento bifásico de gás e água. Além disso, os autores consideraram a presença de fraturas, destacando a sua importância na recuperação de gás e estudaram a influência da variação da saturação

inicial da água.

As formações de *tight gas* são outro exemplo normalmente ligado a ambientes deposicionais específicos, como arenitos compactados e carbonatos com baixa conectividade de poros. Possuem uma estrutura interna com uma elevada heterogeneidade, variações de porosidade, permeabilidade e distribuição de fraturas (Shanley; Cluff; Robinson, 2004). Neles, as forças capilares desempenham um papel importante, resultando no aumento das pressões e na conseqüente mobilização do gás aprisionado.

Nos reservatórios de *tight gas*, a produção enfrenta desafios significativos ocasionados pelas baixas permeabilidade e porosidade e pela complexidade estrutural (Holditch, 2006). Portanto, é necessária a utilização de técnicas de estimulação, como o fraturamento hidráulico e as perfurações horizontais, a fim de viabilizar a produção (Cipolla et al., 2009). Porém, o fato do escoamento ser multifásico pode contribuir para a introdução de complicações adicionais (Shahraeeni; Firoozabadi, 2015), como a produção sendo limitada pela presença de água, que pode ocupar os poros e bloquear o escoamento do gás (Babadagli; Al-Yaseri; Roshan, 2015).

A produção em reservatórios de *shale gas* e *tight gas* difere significativamente das abordagens tradicionais, pois o gás encontra-se retido na matriz rochosa e nas fraturas naturais na nanoescala. Nesse contexto, a técnica de perfuração horizontal permite a maximização da área de contato do poço com as fraturas, enquanto que o fraturamento hidráulico cria novas fraturas ou amplia as já existentes. Combinados, na prática, eles tornaram rentável a produção de recursos não convencionais e permitiram atender à crescente demanda energética global (Zhang; Yang, 2023).

Conforme já visto, os desafios nesses reservatórios vão além da complexidade estrutural. Segundo Xu et al. (2021), a presença de água nos poros e fraturas interfere na mobilidade do gás, resultando em um escoamento bifásico. Frequentemente, os métodos numéricos são empregados para estudar o escoamento e prever a produção. Os modelos mais avançados incorporam elementos tais como a adsorção de gás na superfície da matriz orgânica e mecanismos que levam em conta o seu deslizamento (*slippage*), que ocorrem em poros de tamanho nanométrico. Além disso, a injeção de fluidos durante o fraturamento pode alterar as propriedades do reservatório, criando zonas de baixa permeabilidade próximas ao poço (He et al., 2023).

Reforçando, os reservatórios do tipo *shale gas* são conhecidos por apresentarem baixas porosidade e permeabilidade absoluta na matriz porosa, além de heterogêneos quando da presença, por exemplo, de fraturas naturais. Quando do uso do fraturamento hidráulico, o fluido injetado pode atingir certas regiões do reservatório, comprometendo a eficiência do processo. Segundo Xu et al. (2021), os métodos numéricos podem enfrentar problemas de convergência ao estudar escoamentos bifásicos gás-água nesses reservatórios. Para superar essa dificuldade, os autores supracitados utilizaram a teoria fractal para caracterizar quantitativamente as fraturas hidráulicas em poços horizontais multifaturados.

Eles aplicaram o método *Meshless Weighted Least-Squares* (MWLS) nas simulações numéricas, obtendo resultados consistentes com o Método das Diferenças Finitas (MDF), porém, com menor custo computacional. Os resultados também indicaram que quanto maior a saturação inicial da água, maior será a resistência ao escoamento do gás. Além disso, a redução no espaçamento entre as fraturas levou a um aumento na produção diária de gás.

Diversos mecanismos podem explicar a baixa recuperação de água durante a produção nesses reservatórios. Entre eles, pode-se citar: a retenção de água na rede de fraturas, a imbibição de água associada à pressão osmótica e à pressão capilar. De acordo com [He et al. \(2023\)](#), esses fatores dificultam o escoamento da água, que pode ser modelado via uma versão modificada da lei de Darcy para escoamentos a baixas velocidades. Assim, os autores utilizaram uma adaptação da lei de Darcy para descrever o transporte de água e uma outra versão ajustada para o transporte de gás, considerando os mecanismos de deslizamento e o escoamento molecular livre. Além disso, eles realizaram estudos de sensibilidade por meio de simulações numéricas para avaliar a recuperação de água em formações de *shale gas*.

Como sabido, os reservatórios de *shale gas*, diferentemente dos reservatórios denominados convencionais, apresentam características específicas, como baixa permeabilidade absoluta, microporosidade e alta heterogeneidade, o que torna a modelagem do escoamento um desafio significativo ([Javadpour, 2009](#)). Dentre os fatores que influenciam no comportamento dos fluxos em reservatórios de baixíssima permeabilidade absoluta estão o efeito de Klinkenberg, a adsorção de gás e a variação das propriedades do meio devido às mudanças na tensão atuando na matriz porosa. Portanto, a introdução desses fatores é imprescindível para a obtenção de resultados acurados, a partir do uso de modelos físico-matemáticos voltados para a previsão do desempenho do reservatório sob diferentes cenários de operação.

O efeito de Klinkenberg, também conhecido como deslizamento do gás, ocorre em meios de baixa permeabilidade, onde o gás adquire uma velocidade maior nas proximidades das paredes dos poros. Esse fenômeno é relevante em condições de baixa pressão, e resulta em uma permeabilidade efetiva (aparente) que é maior do que a permeabilidade absoluta ([Klinkenberg, 1941](#)). A não inclusão desse efeito pode levar a erros nas previsões de produção se a pressão no reservatório for relativamente baixa. Por outro lado, o fenômeno de adsorção é um outro mecanismo fundamental, pois o gás natural é armazenado não apenas livremente nos poros, mas também adsorvido na superfície do material orgânico, como o querogênio ([Clarkson; Bustin, 2013](#)). A adsorção muda a dinâmica do escoamento, impactando a disponibilidade de gás durante a produção, pois parte do gás é liberada apenas com a diminuição da pressão no reservatório (e/ou com o aumento de temperatura).

Já a mudança das propriedades do meio poroso causada pela tensão efetiva impacta a permeabilidade. Em reservatórios de *shale gas*, a pressão do reservatório e a tensão

mecânica estão intimamente ligadas, podendo modificar significativamente os valores da permeabilidade ao longo do tempo. A compressão do meio poroso, gerada pelo aumento da pressão, pode restringir o escoamento dos fluidos, requerendo a incorporação de uma relação fornecendo a permeabilidade em função da tensão e da deformação (Wang; Zoback, 2018). Esses efeitos tornam-se importantes em poços horizontais com fraturamento hidráulico, onde a redistribuição de tensões pode alterar o comportamento do escoamento nas fraturas abertas.

Zhang e Yang (2023) estudaram numericamente o escoamento bifásico água-gás em um reservatório de *shale gas*, produzindo através de um poço horizontal multifaturado. Os autores consideraram os efeitos inerciais (não-Darcy) e o deslizamento do gás, aplicando um método iterativo para atualizar a saturação do gás e da água em cada segmento da rede de fraturas discretas. Também definiram um fator de dano à formação (efeito de película, *skin effect*) para representar as mudanças na permeabilidade da matriz ao longo do tempo. Além disso, a adsorção foi incorporada na equação de difusividade, considerando o gás adsorvido em meios porosos na nanoescala. Eles destacaram que a dessorção na matriz pode aumentar a produção de gás e reduzir a produção de água. As taxas de produção obtidas foram compatíveis com as observadas em campo.

No trabalho de Zhang et al. (2019), foi proposto um modelo para a previsão da produção empregando poços horizontais multifaturados baseado na teoria de *Multiple Interactive Continua* (MINC). Foi considerada tanto a matriz orgânica quanto a inorgânica e o sistema de fraturas naturais, além de uma rede de fraturas discretas (*Discrete Fracture Network*, DFN), para descrever o comportamento não convencional do escoamento em sistemas compostos por folhelhos. O estudo considerou o escoamento multiescala não-Darcy na matriz ultrafina, a adsorção e dessorção na superfície dos materiais orgânicos, a não consolidação das rochas nas fraturas naturais, e o escoamento turbulento próximo ao poço. Os autores também propuseram um método híbrido, combinando os Métodos dos Volumes Finitos (MVF) e das Diferenças Finitas (MDF), para a obtenção dos resultados numéricos. A acurácia dos resultados foi validada e uma análise de sensibilidade foi realizada, para avaliar o impacto da permeabilidade e do volume de Langmuir no desempenho da produção. Em resumo, os reservatórios de gás de folhelho contêm volumes significativos de gás, mas a sua baixa permeabilidade intrínseca levou ao uso da perfuração de poços horizontais, que viabilizaram economicamente a produção. Nesse contexto, as simulações numéricas se apresentam como fundamentais para o planejamento da recuperação de gás natural.

## Objetivo

Investigar, por meio de simulações numéricas, o escoamento isotérmico bifásico água-gás em reservatórios de baixa permeabilidade produzindo através de poços horizontais,

considerando os efeitos do deslizamento do gás (efeito Klinkenberg) e da variação da permeabilidade em função das mudanças na tensão efetiva, com o intuito de contribuir para o entendimento e otimização dos fatores que influenciam a produção nesses reservatórios.

### Objetivos Específicos

1. **Análise dos efeitos não-Darcy:** Realizando análise dos impactos dos efeitos de Klinkenberg e da variação da tensão efetiva.
2. **Análise de sensibilidade:** Realizar análises como a variação do fator b de Klinkenberg,  $\gamma$  da correção da tensão, da porosidade, permeabilidade absoluta e do comprimento do poço.

Para atingir os objetivos propostos, serão utilizadas técnicas numéricas que englobam a discretização das equações governantes do escoamento bifásico água-gás em meio poroso por meio do Método dos Volumes Finitos (Freitas, 2017), aliado a uma estratégia de decomposição de operadores (*operator splitting*) (Vennemo, 2016). Essa abordagem resulta na solução de dois sistemas de equações algébricas: um destinado à determinação da pressão da fase gasosa e outro à obtenção da saturação da fase água. Devido ao caráter não linear das equações, emprega-se o Método de Picard (Ertekin; Abou-Kassem; King, 2001) para a linearização das equações de pressão e o Método de Newton-Raphson (Aziz; Settari, 1990) para as equações de saturação. Vale destacar que o simulador foi adaptado a partir de um código preexistente desenvolvido no Laboratório de Modelagem Multiescala e Transporte de Partículas (LABTRAN), focado na solução numérica de escoamentos bifásicos em reservatórios de petróleo (Freitas, 2017).

### Organização do trabalho

Finda a Introdução, onde foi contextualizada a área de pesquisa abordada e fez-se uma breve revisão bibliográfica sobre os reservatórios não convencionais portadores de gás natural, descreve-se a organização da presente dissertação. Primeiramente, no Capítulo 1.2, apresenta-se as propriedades dos fluidos e da rocha, e como elas são determinadas no modelo físico-matemático.

A modelagem do escoamento bifásico é apresentada no Capítulo 2, sendo as equações governantes obtidas a partir das equações de conservação da massa e da quantidade de movimento, para cada fase, específicas para os fenômenos de transporte em meios porosos. Ademais, também são empregadas as relações que fornecem as propriedades dos fluidos, da rocha e da interação rocha/fluido.

Já o Capítulo 3 é dedicado à apresentação da metodologia numérico-computacional, a qual baseia-se na discretização das equações diferenciais parciais via o Método dos Volumes Finitos, no uso de uma decomposição de operadores, na linearização das equações discretizadas utilizando os Métodos de Picard e de Newton-Raphson, e na adoção de um método iterativo, o do Gradiente Biconjugado Estabilizado pré-condicionado, destinado à solução dos sistemas de equações algébricas linearizadas. Nesse capítulo também é introduzida a técnica de acoplamento poço-reservatório utilizada.

Em seguida, no Capítulo 4, são apresentados os resultados obtidos, em termos da vazão instantânea e do volume acumulado de gás natural produzido. Eles são calculados considerando-se diferentes cenários, mediante a variação de alguns dos parâmetros e propriedades pertinentes. Por fim, são apresentadas as conclusões e as perspectivas futuras.

# 1 RESERVATÓRIOS NÃO CONVENCIONAIS E PROPRIEDADES DE FLUIDO E ROCHA

## 1.1 Propriedades de Fluido e Rocha

Os reservatórios de subsuperfície são estruturas geológicas que armazenam óleo e gás natural, podendo também conter água. Os reservatórios são classificados em convencionais e não convencionais em função das técnicas de produção necessárias (por exemplo, poços horizontais hidráulicamente fraturados) para se obter uma produção economicamente viável.

Nos reservatórios convencionais, os hidrocarbonetos estão aprisionados em rochas porosas e permeáveis que permitem, via de regra, a migração natural e a extração facilitada. Por outro lado, nos reservatórios não convencionais o óleo e o gás estão contidos em rochas de baixa permeabilidade, como os folhelhos, implicando na necessidade de tecnologias específicas, tais como os poços horizontais, para viabilizar a sua exploração (Aguilera, 2010). Atualmente, Estados Unidos, Canadá e China destacam-se na produção de hidrocarbonetos oriundos desses reservatórios, especialmente após a introdução do fraturamento hidráulico (*fracking*), que favoreceu a exploração de reservatórios de *shale* e *tight gas* (INTERNATIONAL ENERGY AGENCY, 2020).

Nos dias de hoje, o foco principal da produção no Brasil está na exploração das jazidas na camada pré-sal e, portanto, a exploração a partir de folhelhos ainda encontra-se em um estágio inicial. Entretanto, devido ao seu grande potencial de produção, especialmente em bacias sedimentares como as de Santos e Paraná, há cada vez mais interesse em fomentar a produção de gás, sendo que as características geológicas indicam a presença de recursos semelhantes aos encontrados nos Estados Unidos (Guardado; Gamboa; Lucchesi, 2000).

Além das dificuldades em razão da complexidade operacional e dos elevados custos, a recuperação de hidrocarbonetos a partir de reservatórios não convencionais de gás enfrenta resistência, devido aos eventuais impactos ambientais, pois o fraturamento hidráulico envolve o uso intensivo de água e produtos químicos, que podem contaminar aquíferos e induzir a geração de sismos, segundo alguns pesquisadores (Vengosh et al., 2014). Deve-se destacar que a produção eficiente e sustentável desses recursos é essencial no cenário energético atual, diante das pressões por uma transição para fontes mais limpas e renováveis.

### 1.1.1 Rochas do Tipo Folhelho

As rochas do tipo folhelho são sedimentares, finamente laminadas, formadas por argila, silte e matéria orgânica. Possuem a capacidade de atuarem simultaneamente como rocha geradora e reservatório de hidrocarbonetos, característica incomum em sistemas convencionais. A sua exploração como fonte de energia não convencional transformou o cenário energético global nas últimas décadas, especialmente por meio dos reservatórios do tipo *shale gas* e *shale oil* (Aguilera, 2010).

Os folhelhos são formados em ambientes sedimentares de baixa energia, como lagos e mares rasos, onde partículas finas de argila e material orgânico se acumulam lentamente e se compactam ao longo de milhões de anos. Esse processo cria uma estrutura em camadas, com altos índices de carbono orgânico total, essencial para a geração de óleo e gás. Ao longo do soterramento e da evolução geológica, a pressão e a temperatura transformam a matéria orgânica em querogênio, que se converte em hidrocarbonetos (INTERNATIONAL ENERGY AGENCY, 2020).

Essas rochas apresentam baixas porosidade e permeabilidade, que variam entre 2% e 10% e da ordem de nanodarcies (nD), respectivamente, dificultando sobremaneira o escoamento de fluidos no interior delas (Guardado; Gamboa; Lucchesi, 2000). Os hidrocarbonetos ficam aprisionados em microporos e fissuras na rocha. As principais categorias de hidrocarbonetos encontradas nos folhelhos são o *shale gas* (contendo gás natural) e o *shale oil* (contendo óleo leve). No *shale gas*, o gás natural é composto principalmente por metano ( $CH_4$ ) e outros gases leves. Já no *shale oil*, o óleo leve tem alta volatilidade e é menos denso do que óleos tradicionais, facilitando a extração por meio de poços horizontais e fraturamento hidráulico (Aguilera, 2010).

Nos Estados Unidos, as formações Marcellus e Barnett tiveram um papel importante na revolução energética do país, impulsionando significativamente a produção nacional de *shale oil* e *shale gas*. Elas modificaram não apenas o mercado energético interno, como consolidaram os EUA como líder mundial na produção de hidrocarbonetos não convencionais (INTERNATIONAL ENERGY AGENCY, 2020).

### 1.1.2 Perfuração Horizontal

A perfuração horizontal é uma tecnologia essencial na exploração de reservatórios não convencionais. Ela transformou radicalmente a indústria de petróleo e gás, tornando possível a produção em formações geológicas de baixa permeabilidade (Aguilera, 2010). Trata-se do desvio da trajetória do poço, de uma orientação vertical para horizontal ou quase horizontal em relação ao acamamento principal do reservatório, maximizando a área de contato entre o poço e a formação produtora. Primeiramente, o poço é perfurado

verticalmente até atingir uma profundidade próxima à camada desejada. Em seguida, realiza-se um desvio direcional, utilizando uma ferramenta específica para alterar a trajetória do poço. A partir deste ponto, a perfuração continua na direção horizontal ao longo da camada produtora por centenas ou milhares de metros, ampliando significativamente a área de drenagem dos hidrocarbonetos (Guardado; Gamboa; Lucchesi, 2000).

Essa tecnologia traz algumas vantagens, tais como uma maior eficiência na recuperação de hidrocarbonetos quando o óleo e o gás estão em microporos, mediante o aumento da área de contato com a camada produtora e da taxa de recuperação. Assim, há uma redução da necessidade do uso de múltiplos poços verticais, diminuindo os custos e o impacto ambiental. Os poços horizontais são essenciais para se alcançar volumes de produção comercialmente viáveis em formações de baixa permeabilidade, de acordo com Aguilera (2010). No entanto, a perfuração horizontal possui um custo elevado, uma maior complexidade operacional e risco de falhas mecânicas na operação, apresenta dificuldades na avaliação e no monitoramento, além das limitações geológicas e intervenções com maior grau de dificuldade (Vengosh et al., 2014). Mesmo assim, apesar dos desafios associados, ela se estabeleceu como uma das tecnologias mais significativas no setor de óleo e gás, aumentando a produtividade em várias regiões do mundo, sendo utilizada em diferentes ambientes e formações, como *shale gas*, *shale oil* e *tight gas*, incluindo também projetos *offshore*.

### 1.1.3 Faturas Naturais

As fraturas naturais são descontinuidades encontradas nas rochas e desempenham um papel preponderante no comportamento dos reservatórios não convencionais, especialmente nos de *shale gas*. Elas têm origem em processos geológicos, tais como a compressão tectônica, o alívio de tensões e as variações térmicas, e estão associadas a zonas de alta heterogeneidade. Nos reservatórios de *shale gas*, a presença delas pode aumentar a permeabilidade equivalente do sistema, permitindo que o gás armazenado na matriz de ultrabaixa permeabilidade escoe de forma mais eficiente (Gale; Laubach; Olson, 2014). As fraturas naturais podem ser abertas ou parcialmente preenchidas por minerais secundários, como o quartzo, a calcita e a pirita. A disposição, direção e extensão delas são fatores críticos para o comportamento do fluxo de fluidos no interior dos reservatórios. As que ocorrem paralelamente ao nível mínimo de tensão do reservatório são as mais susceptíveis à reabertura durante o fraturamento hidráulico, o que potencializa o aumento da permeabilidade da formação (Laubach; Others, 2009).

A caracterização das fraturas naturais é feita utilizando-se diferentes métodos, tais como: a perfílaxim geofísica, utilizada para detectar áreas fraturadas através de irregularidades nos registros de perfuração; a análise de testemunhos, que possibilita

a identificação direta das fraturas em amostras de rocha coletadas do reservatório; e a tomografia computadorizada, empregada para produzir imagens tridimensionais das fraturas internas. Essas informações são incorporadas em modelos de rede de fraturas discretas, que simulam o comportamento das fraturas de forma estocástica e auxiliam na previsão do escoamento de fluidos (Zhang et al., 2019).

A integração entre as fraturas naturais e as provocadas pelo fraturamento hidráulico é um dos maiores obstáculos na produção de gás em campos petrolíferos. No fraturamento, as fraturas naturais podem funcionar como caminhos preferenciais, contribuindo para intensificar a conexão entre as fraturas formadas e a rocha matriz. Contudo, as fraturas naturais preenchidas por minerais podem restringir o avanço das fraturas hidráulicas, levando a uma produção mais baixa (Ghassemi, 2012). Estudos mostram que as mudanças na pressão dos poros e as condições de tensão local influenciam a abertura e o fechamento das fraturas naturais. Em alguns casos, elas podem reativar-se sob baixas pressões de fraturamento, contribuindo para o aumento da produção inicial. No entanto, esse aporte pode se reduzir com o passar do tempo, devido ao fechamento provocado pela tensão atuante nelas (Warpinski; Du; Zimmer, 2012).

Os reservatórios com densas redes de fraturas naturais, geralmente, apresentam uma produção inicial superior devido à maior interconexão entre a matriz e as fraturas. No entanto, eles também estão sujeitos a um rápido declínio, já que o gás contido nas fraturas é escoado rapidamente. Portanto, a eficácia a longo prazo está atrelada à capacidade das fraturas naturais de permanecerem abertas com o passar do tempo e à contribuição do gás armazenado na matriz porosa (Weng, 2015).

#### 1.1.4 Fraturamento Hidráulico

O fraturamento hidráulico é uma técnica de estimulação de reservatórios que possibilita a extração de hidrocarbonetos aprisionados em formações de baixa permeabilidade, sendo essencial para a exploração de reservatórios não convencionais. O seu uso favoreceu a produção de gás natural e óleo em larga escala, principalmente em regiões dos Estados Unidos e do Canadá. Essa técnica consiste na injeção de fluidos sob alta pressão em uma estrutura rochosa, visando ampliar as fraturas pré-existentes e/ou criar fraturas artificiais, de modo a favorecer o deslocamento dos hidrocarbonetos. A pressão exercida gera aberturas nas rochas e a formação de canais de alta permeabilidade, permitindo a passagem do óleo ou gás retido nas microporosidades da rocha até a superfície. As suas etapas são: a perfuração do poço, a cimentação e o isolamento, a injeção de fluido sob alta pressão, a introdução de agentes de sustentação, e o retorno de fluido (*flowback*) (INTERNATIONAL ENERGY AGENCY, 2020).

Essa técnica pode ser empregada em diversos tipos de reservatórios, mas é principal-

mente utilizada em reservatórios não convencionais. No Brasil, ela ainda encontra-se nos seus primórdios e a Bacia do Paraná vem sendo estudada a fim de avaliar o seu potencial de produção de gás não convencional. No entanto, conforme já mencionado, há uma grande resistência ao seu uso devido aos riscos ambientais envolvidos. Apesar do aumento da produção, ele gera preocupações no que diz respeito ao consumo intensivo de água, à contaminação de aquíferos, às emissões de metano e à possível geração de sismos nas áreas próximas à exploração (Masson-Delmotte et al., 2021). Nos últimos anos, têm sido realizados investimentos em tecnologias para atenuar esses impactos como a reutilização da água, a aplicação do fraturamento a seco, e a supervisão sísmica em tempo real. Apesar das suas contribuições para a segurança energética, o uso do *fracking* requer uma regulamentação específica e depende da inovação tecnológica para poder mitigar os seus impactos. Em um mundo cada vez mais voltado para a transição energética, o seu futuro dependerá da capacidade de se tornar mais sustentável.

## 1.2 Propriedades de Fluido e Rocha

A modelagem físico-matemática do escoamento bifásico em meios porosos requer o conhecimento aprofundado das propriedades físicas pertinentes. No contexto de reservatórios de petróleo, o meio poroso é constituído pela rocha, enquanto que os fluidos presentes podem ser o óleo e a água, o gás e o óleo, ou o gás e a água. A interação entre essas fases e o meio poroso é essencial para entender o escoamento e desenvolver técnicas de simulação apropriadas.

As propriedades da rocha mais relevantes incluem a porosidade e a permeabilidade. Dentre as propriedades dos fluidos, destacam-se a viscosidade e o fator-volume-formação (FVF). Além delas, é necessário levar em conta aquelas associadas às interações fluido-rocha, como a pressão capilar e a permeabilidade relativa. Como aqui o modelo considera o escoamento isotérmico, as propriedades dependerão essencialmente da pressão e da saturação. Em particular, revisa-se os conceitos de compressibilidade dos fluidos, fator volume-formação, viscosidade, porosidade, pressão capilar e permeabilidade relativa, bem como as correlações empregadas para determinar essas propriedades. A utilização destas correlações de forma acurada é essencial para a simulação numérica.

### 1.2.1 Propriedades de fluido

A compressibilidade isotérmica de um fluido é definida como sendo a variação de volume de uma massa fixa quando submetida a uma mudança de pressão, mantendo-se a

temperatura constante, e é expressa por (Chen; Huan; Ma, 2006):

$$c_l = - \left. \frac{1}{V_l} \frac{\partial V_l}{\partial p} \right|_T,$$

onde  $l = \mathbf{w}, \mathbf{g}$ , para  $\mathbf{w}$  e  $\mathbf{g}$  indicando, respectivamente, a água e o gás. Uma outra equação para a compressibilidade é dada por (Aziz; Settari, 1990)

$$c_l = \left. \frac{1}{\rho_l} \frac{\partial \rho_l}{\partial p} \right|_T, \quad (1)$$

na qual  $\rho_l$  é a massa específica da fase  $l$ .

O gás em condições de reservatório é um exemplo de um fluido compressível. Nesse caso, é possível reescrever a Equação (1) utilizando a lei dos gases reais (Aziz; Settari, 1990),

$$c_{\mathbf{g}} = \left. \frac{1}{p} - \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial p} \right|_T,$$

onde  $Z$  é o fator de compressibilidade.

Em condições de reservatório, a água é geralmente considerada como sendo incompressível ou ligeiramente compressível, dependendo das particularidades do escoamento e da faixa de pressões. A sua compressibilidade pode ser estimada como (Freitas, 2017)

$$c_{\mathbf{w}} = \frac{1}{7,033p - 537T + 541,5S_a + 403,3},$$

onde  $c_{\mathbf{w}}$  é expresso em  $\text{psi}^{-1}$ ,  $T$  é a temperatura em  $^{\circ}\text{F}$ ,  $p$  é a pressão em  $\text{psi}$  e  $S_a$  representa a salinidade da água expressa em  $\text{g/L}$ .

Já o fator-volume-formação (FVF) é uma propriedade utilizada para converter os volumes medidos sob as condições de pressão e temperatura do reservatório em volumes equivalentes sob condições padrão de pressão,  $p_{sc}$ , e temperatura,  $T_{sc}$  (Rosa; Carvalho; Xavier, 2006):

$$B_l = \frac{V_l}{V_{sc_l}}, \quad (2)$$

onde  $V_l$  e  $V_{sc_l}$  representam os volumes sob condições de reservatório e padrão, respectivamente, para a fase  $l$ .

A Equação (2) também pode ser escrita como

$$B_l = \frac{\rho_{sc_l}}{\rho_l}, \quad (3)$$

onde  $\rho_{sc_l}$  e  $\rho_l$  representam as massas específicas sob condições padrão e de reservatório, respectivamente, para a fase  $l$ .

Para fluidos ligeiramente compressíveis, para pressões superiores à do ponto de bolha e uma compressibilidade constante, a Equação (1) pode ser integrada (Chen; Huan; Ma, 2006), levando a

$$c_l \int_{p_{lb}}^p dp = \int_{\rho_{lb}}^{\rho_l} \frac{d\rho_l}{\rho_l} \quad \rightarrow \quad c_l(p - p_{lb}) = \ln(\rho_l - \rho_{lb}) = \ln\left(\frac{\rho_l}{\rho_{lb}}\right),$$

ou seja,

$$\rho_l = \rho_{lb} \exp[c_l(p - p_{lb})], \quad (4)$$

onde  $\rho_{lb}$  representa a massa específica na pressão do ponto de bolha.

A partir da Equação (3), tem-se que

$$B_l = B_{lb} \frac{\rho_{lb}}{\rho_l}, \quad (5)$$

onde  $B_{lb}$  é o fator volume-formação do fluido no ponto de bolha e, da Equação (4),

$$\frac{\rho_{lb}}{\rho_l} = \exp[c_l(p_{lb} - p)]. \quad (6)$$

Em seguida, substituindo-se a Equação (6) na Equação (5),

$$B_l = B_{lb} \exp[c_l(p_{lb} - p)]. \quad (7)$$

A massa específica do gás pode ser calculada utilizando a lei dos gases reais (Aziz; Settari, 1990),

$$\rho_g = \frac{pM}{ZRT}, \quad (8)$$

onde  $M$  é a massa molecular do gás e  $R$  a constante universal dos gases.

Agora, das Equações (3) e (8) obtém-se

$$B_g = \frac{p_{sc}}{T_{sc}} Z \frac{T}{p}, \quad (9)$$

onde assumiu-se que  $Z_{sc} \approx 1$ .

Aqui, emprega-se uma correlação para calcular  $Z$ , para gases naturais, como uma função da pressão e da temperatura reduzidas, definidas para substâncias puras como

$$p_{pr} = \frac{p}{p_{pc}}$$

e

$$T_{pr} = \frac{T}{T_{pc}},$$

onde  $p_{pc}$  e  $T_{pc}$  são a pressão e a temperatura críticas.

Na determinação da pressão e da temperatura pseudocríticas, com base na densidade do gás, emprega-se (Sutton, 1984)

$$p_{pc} = 671.1 + 14\gamma_g - 34.3\gamma_g^2$$

e

$$T_{pc} = 120.1 + 429\gamma_g - 62.9\gamma_g^2.$$

Em se tratando do fator de compressibilidade  $Z$  (Ezekwe, 2010),

$$Z = 1 + c_1(T_{pr})\rho_r + c_2(T_{pr})\rho_r^2 - c_3(T_{pr})\rho_r^5 + c_4(T_{pr}, \rho_r), \quad (10)$$

onde

$$\rho_r = 0,27 \frac{p_{pr}}{Z T_{pr}},$$

$$c_1(T_{pr}) = A_1 + \frac{A_2}{T_{pr}} + \frac{A_3}{T_{pr}^3} + \frac{A_4}{T_{pr}^4} + \frac{A_5}{T_{pr}^5},$$

$$c_2(T_{pr}) = A_6 + \frac{A_7}{T_{pr}} + \frac{A_8}{T_{pr}^2},$$

$$c_3(T_{pr}) = A_9 \left( \frac{A_7}{T_{pr}} + \frac{A_8}{T_{pr}^2} \right)$$

e

$$c_4(T_{pr}, \rho_r) = A_{10} \left( 1 + A_{11} \rho_r^2 \right) \left( \frac{\rho_r^2}{T_{pr}^3} \right) \exp(-A_{11} \rho_r^2),$$

sendo que as constantes  $A_1$  a  $A_{11}$  utilizadas nessas equações são listadas na Tabela 1.

O valor do fator  $Z$  é obtido via a resolução da Equação (10) utilizando-se o Método de Newton-Raphson (Chapra; Canale, 2015).

A viscosidade de um fluido é um parâmetro que descreve a relação entre a tensão cisalhante e a deformação durante o escoamento, sendo uma propriedade que depende da pressão e da temperatura (no caso multicomponente a composição também influenciará na determinação da viscosidade). Para um fluido ligeiramente compressível e temperatura constante, em geral, ela pode ser calculada através de uma correlação empírica que associa

Tabela 1 - Constantes utilizadas no cálculo do fator  $Z$ 

Coeficiente	Valor
$A_1$	0,3265
$A_2$	-1,070
$A_3$	-0,5339
$A_4$	0,01569
$A_5$	-0,05165
$A_6$	0,5475
$A_7$	-0,7361
$A_8$	0,1844
$A_9$	0,1056
$A_{10}$	0,6134
$A_{11}$	0,7210

Fonte: [Freitas, 2017](#).

a sua variação com a pressão ([Petrosky; Farshad, 1995](#)).

Neste trabalho, a seguinte correlação é utilizada no cálculo da viscosidade da água ([McCain, 1990](#)):

$$\mu_w = \mu_{wb}(0,9994 + c_{\mu w}p),$$

onde

$$c_{\mu w} = 40,0295 \times 10^{-5} + 3,1062 \times 10^{-9}p,$$

sendo  $\mu_{wb}$  a viscosidade da água sob a pressão de 1 atm e na temperatura do reservatório,

$$\mu_{wb} = a_w T^{-b_w},$$

onde

$$a_w = 109,574 - 8,40564S_a + 0,31331S_a^2 + 8,72213 \times 10^{-3}S_a^3$$

e

$$b_w = 1,12166 - 2,63951 \times 10^{-2}S_a + 6,79461 \times 10^{-4}S_a^2 + 5,47119 \times 10^{-5}S_a^3 - 1,55586 \times 10^{-6}S_a^4,$$

$\mu_w$  está em cp,  $p$  em psi,  $T$  em graus Fahrenheit e  $S_a$  representa um peso percentual de sólidos.

No caso da viscosidade dos gases naturais, uma possibilidade é o uso da cor-

relação (Lee; Lee, 1981)

$$\mu_g = (1 \times 10^{-4})K \exp(X \rho_g^Y),$$

onde

$$K = \frac{(9,379 + 0,01607M)^{1,5}}{209,2 + 19,26M + T},$$

$$X = 3,448 + \left( \frac{986,4}{T} \right) + 0,01009M$$

e

$$Y = 2,447 - 0,2224X,$$

para  $\mu_g$  em cp,  $\rho_g$  em g/cm<sup>3</sup>,  $T$  em °R e  $M$  em lbm/mol.

### 1.2.2 Propriedades de rocha

A porosidade é uma propriedade das rochas que fornece uma medida da sua capacidade de armazenar fluidos. É definida como a razão entre o volume de espaço poroso,  $V_p$ , e o volume total da rocha,  $V_b$ , que inclui tanto a parte sólida quanto os poros (Rosa; Carvalho; Xavier, 2006),

$$\phi = \frac{V_p}{V_b}.$$

A porosidade pode ser total ou efetiva. A porosidade total abrange tanto os poros isolados quanto os interconectados, enquanto que a porosidade efetiva considera apenas os poros interconectados. Como somente os interconectados permitem o escoamento de fluidos através da rocha, a porosidade efetiva é a mais utilizada nas aplicações de engenharia de reservatórios. Salvo menção em contrário, o termo porosidade é associado à porosidade efetiva (Rosa; Carvalho; Xavier, 2006) e tende a variar espacialmente. Quando ela é independente da posição, a rocha é considerada homogênea em termos da porosidade. Caso contrário, o reservatório é classificado como heterogêneo.

Assim como em se tratando da compressibilidade dos fluidos, pode-se introduzir a compressibilidade das rochas na forma (Chen; Huan; Ma, 2006):

$$c_\phi = \frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dp}.$$

No caso dela ser pequena e constante,

$$\phi = \phi^0 [1 + c_\phi(p - p_0)], \quad (11)$$

onde  $\phi^0$  é a porosidade na pressão de referência  $p_0$ .

Já a permeabilidade absoluta provê uma medida da resistência que o meio poroso impõe ao escoamento de um único fluido através dele. Ela é tipicamente representada como um tensor, com as suas componentes podendo variar com a posição e a direção. Entretanto, em muitas aplicações práticas, é comum representá-la como um tensor diagonal, onde os elementos da diagonal principal são denotados por  $k_x$ ,  $k_y$  e  $k_z$  (sistema de coordenadas cartesianas),

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix}.$$

### 1.2.3 Propriedades de rocha-fluido

No estudo de escoamentos bifásicos, a taxa de fluxo de uma fase fluida é invariavelmente inferior àquela que ocorreria se ela escoasse de maneira independente no meio poroso. A permeabilidade efetiva, denotada por  $k_l$ , refere-se à capacidade de transporte de uma dada fase através do meio poroso. Em um sistema com múltiplos fluidos, ela é definida como sendo a razão entre a permeabilidade efetiva de uma fase e a permeabilidade absoluta,

$$k_{rl} = \frac{k_l}{k}.$$

Em se tratando de escoamentos bifásicos, elas são expressas em função da saturação da fase molhante. Neste trabalho, emprega-se o modelo de Corey modificado para a fase molhante (Ertekin; Abou-Kassem; King, 2001)

$$k_{rw}(S_w) = k_{rwmax} \left( \frac{S_w - S_{iw}}{1 - S_{iw} - S_{rnw}} \right)^{e_w}$$

e, para a fase não-molhante,

$$k_{rg}(S_w) = k_{rgmax} \left( \frac{1 - S_w - S_{rnw}}{1 - S_{iw} - S_{rnw}} \right)^{e_{ow}},$$

onde  $S_w$  e  $S_{iw}$  representam, nesta ordem, a saturação e a saturação irreduzível da fase molhante e  $S_{rnw}$  é a saturação residual da fase não-molhante.

Por outro lado, a molhabilidade representa a capacidade de um fluido aderir preferencialmente à superfície sólida de um meio poroso na presença de outro fluido (Rosa; Carvalho; Xavier, 2006). Em um sistema gás-água, a água é a fase molhante, aderindo à superfície sólida e ocupando preferencialmente as regiões contendo os menores poros.

Ao considerar o escoamento imiscível de dois ou mais fluidos em um ambiente poroso, existe uma descontinuidade de pressão na interface de separação destes fluidos. Ela resulta da tensão superficial presente na interface, que reflete as forças intermoleculares que mantêm as fases separadas. A diferença de pressão entre a fase não-molhante,  $p_n$ , e a fase molhante,  $p_w$ , é conhecida como pressão capilar (Aziz; Settari, 1990). Matematicamente, ela é expressa na forma

$$p_c = p_g - p_w,$$

onde  $p_c$  é a pressão capilar,  $p_g$  a pressão na fase não-molhante (gás), e  $p_w$  a pressão na fase molhante (a água).

A pressão capilar influencia no deslocamento das fases durante a produção. Na prática, a relação entre a pressão capilar e a saturação da fase molhante é representada por curvas empíricas denominadas curvas de pressão capilar. Nas simulações numéricas de reservatórios, normalmente se define a pressão capilar como sendo uma função da saturação da fase molhante. Quando não há dados experimentais disponíveis, recorre-se frequentemente à expressões analíticas (Corey, 1959; Genuchten, 1980; Corey; Gerhard, 1986; Li; Lo, 2001).

A curva de pressão capilar adotada provem dos modelos baseados em leis de potência (Rosa; Carvalho; Xavier, 2006),

$$p_c(S_w) = p_{c_{max}} \left( \frac{1 - S_w - S_{rnw}}{1 - S_{iw} - S_{rnw}} \right)^{epc},$$

sendo que o valor máximo da curva,  $p_{c_{max}}(S_{iw})$ , e o expoente  $epc$  devem ser determinados a partir de experimentos ou por meio de dados de campo.

#### 1.2.4 Efeito Klinkenberg

O efeito Klinkenberg é um fenômeno que ocorre em sistemas porosos de baixa permeabilidade portadores de gás, como os encontrados em reservatórios não convencionais. Segundo Klinkenberg (1941), em meios porosos com porosidades reduzidas e permeabilidades extremamente baixas, o gás não obedece a condição de não-deslizamento prevista na mecânica do contínuo. Ao invés disso, ele desliza nas paredes dos poros, o que resulta em uma permeabilidade efetiva superior à verificada sob fluxo de líquidos. Nos reservatórios

não convencionais, como o *shale gas*, o efeito Klinkenberg deve ser considerado para a determinação acurada da permeabilidade. Ao se deixar de considerar esse efeito, pode-se estar subestimando o fluxo de gás nas simulações numéricas.

O efeito de escorregamento ocorre quando o tamanho dos poros é comparável ao livre caminho médio das moléculas de gás. Durante a produção, em ambientes de alta pressão, o fluxo gasoso não obedece à lei de Darcy clássica devido à interação entre as moléculas de gás e a superfície dos poros. Portanto, o gás não apenas se move sob a ação de um gradiente de pressão, mas também desliza ao longo das paredes do poro, aumentando a sua mobilidade. Segundo He et al. (2023), esse comportamento ocorre em reservatórios onde a permeabilidade intrínseca da matriz é baixa ou extremamente baixa (da ordem de nanodarcies). O efeito é mais notável em pressões reduzidas, podendo levar à superestimação da permeabilidade quando não é devidamente corrigido. Assim, o valor da permeabilidade deve ser corrigido empregando, por exemplo, a expressão (Klinkenberg, 1941)

$$\mathbf{k}_{ag} = \left(1 + \frac{b}{p}\right) \mathbf{k},$$

onde  $\mathbf{k}_{ag}$  é a permeabilidade efetiva do gás,  $\mathbf{k}_\infty$  a permeabilidade intrínseca do meio poroso,  $p$  a pressão do gás e  $b$  o fator de Klinkenberg.

Em poços horizontais multifaturados, onde há uma interação constante entre a matriz ultrafina e as fraturas, o comportamento do tipo não-Darcy devido ao efeito de Klinkenberg pode impactar significativamente as previsões de produção (Zhang; Yang, 2023). Como destacado em Zhang et al. (2019), as simulações avançadas de escoamentos em reservatórios de baixa permeabilidade incluem o efeito Klinkenberg a fim de garantir uma maior acurácia dos resultados. Isso é essencial no processo de otimização da produção em poços multifaturados, onde a pressão pode cair abaixo dos níveis necessários para manter o fluxo contínuo de gás.

### 1.2.5 Efeito devido à Tensão Efetiva

A permeabilidade da matriz porosa e das fraturas naturais pode ser sensível às variações de tensão, o que influencia no fluxo de fluidos no interior dessas formações. Com o aumento da produção e a redução da pressão nos poros, a tensão efetiva sobre a matriz rochosa aumenta, resultando em uma redução da permeabilidade. Esse fenômeno é conhecido como efeito da tensão efetiva na permeabilidade e precisa ser considerado para garantir a acurácia na previsão da produção de gás (Zoback, 2013). Quando a pressão dentro do reservatório diminui, há uma redistribuição das tensões nas formações rochosas. Assim, o aumento da tensão efetiva comprime as fraturas, diminuindo a porosidade e a

permeabilidade da matriz, o que restringe a passagem do gás e da água. Um modelo simplificado empregado na contabilização desse efeito é dado por (Zhang; Yang, 2023)

$$\mathbf{k} = e^{-\gamma(p_0-p)}\mathbf{k}_0,$$

onde  $\gamma$  é o módulo de permeabilidade, dependente da composição mineral e das características mecânicas da rocha (Zhang et al., 2019),  $p_0$  é a pressão inicial e  $\mathbf{k}_0$  representa a permeabilidade inicial. Além disso, a permeabilidade das fraturas, que é superior à da matriz, é sensível ao fechamento induzido pela tensão. Nas formações de *shale gas*, a eficiência do fraturamento hidráulico depende da capacidade das fraturas induzidas permanecerem abertas ao longo do tempo, mesmo com a redistribuição de tensões.

## 2 MODELAGEM DO ESCOAMENTO BIFÁSICO EM UM MEIO POROSO

Este capítulo introduz o modelo físico-matemático que descreve o fluxo bifásico água-gás em reservatórios. Este tipo de modelagem é utilizada para entender os processos que acontecem dentro dos reservatórios, possibilitando a realização de simulações acuradas e fazer previsões sobre o comportamento dos fluidos ao longo do tempo. Ele consiste em um conjunto de equações diferenciais parciais (EDPs) não-lineares e condições de contorno e iniciais (Chen; Huan; Ma, 2006). Assim, considera-se o escoamento bifásico, isotérmico, de fluidos imiscíveis, utilizando o sistema de coordenadas cartesianas. As equações governantes obtidas capturam as interações entre os fluidos no reservatório, incorporando as condições de escoamento (Islam et al., 2010).

### 2.1 Equações de conservação

Os três postulados básicos para a modelagem do escoamento bifásico em meios porosos heterogêneos são a conservação da massa, da quantidade de movimento e da energia. Em se tratando do escoamento bifásico isotérmico, não é necessário considerar a equação de energia. No caso geral, o escoamento bifásico em reservatórios de petróleo trata do escoamento simultâneo de duas fases que podem transportar múltiplos componentes químicos. A complexidade desse tipo de escoamento reside nas interações entre as fases e nas características do meio poroso. Frequentemente, o escoamento água-gás é tratado desconsiderando-se a solubilidade de gás na fase água. Essa abordagem simplifica a modelagem, possibilitando que cada fase seja descrita de forma independente, embora elas interajam entre si por meio de efeitos oriundos da permeabilidade relativa e da capilaridade.

O princípio da conservação da massa, representado pela equação da continuidade, é obtido por meio do balanço de massa aplicado a um volume de controle por onde o fluido escoar. O sistema de coordenadas utilizado para descrever o fluxo determina o formato e o tamanho desse volume de controle, levando em conta a geometria e a diversidade do reservatório, garantindo uma representação precisa do sistema físico (Ertekin; Abou-Kassem; King, 2001; Chen; Huan; Ma, 2006; Chen, 2007). Essa decisão é extremamente importante em reservatórios complexos, onde a escolha inadequada do sistema de coordenadas pode introduzir erros na modelagem e na simulação numérica. Do balanço de massa obtém-se (Chen; Huan; Ma, 2006), para o sistema de coordenadas cartesianas,

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\rho_l u_{lx}) - \frac{\partial}{\partial y}(\rho_l u_{ly}) - \frac{\partial}{\partial z}(\rho_l u_{lz}) + \dot{q}_{ml} = \frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho_l S_l),$$

onde  $S_l$  é a saturação da fase  $l$ ,  $\rho_l$  é a massa específica da fase  $l$ ,  $\dot{q}_{ml}$  é o termo de fonte

para a fase  $l$  (massa por unidade de tempo por unidade de volume),  $u_{lx}$ ,  $u_{ly}$  e  $u_{lz}$  são as componentes do vetor velocidade aparente nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

Então, a equação que expressa a conservação da massa no escoamento bifásico em meios porosos pode ser reescrita como

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_l S_l) + \nabla \cdot (\rho_l \mathbf{v}_l) - \dot{q}_{ml} = 0, \quad (12)$$

onde  $\mathbf{v}_l$  representa a velocidade aparente do fluido.

Em se tratando do escoamento monofásico, a lei de Darcy pode ser obtida de forma empírica (Darcy, 1856) ou, de maneira analítica, a partir do postulado de conservação da quantidade de movimento, resultando na formulação clássica da lei de Darcy (Whitaker, 1986),

$$\mathbf{v} = -\frac{\mathbf{k}}{\mu} (\nabla p - \gamma \nabla z),$$

onde  $\mathbf{k}$  é o tensor de permeabilidade,  $\mu$  a viscosidade,  $\nabla z$  é o gradiente de profundidade e  $\gamma = \rho g$ , sendo  $g$  a magnitude da aceleração da gravidade.

A validade da lei de Darcy está limitada a um conjunto específico de hipóteses que garantem sua aplicabilidade (Aziz; Settari, 1990; Ertekin; Abou-Kassem; King, 2001):

1. fluido homogêneo, monofásico e newtoniano;
2. ausência de reações químicas;
3. escoamento laminar;
4. permeabilidade constante;
5. ausência do fenômeno de escorregamento do gás; e
6. ausência de efeitos eletrocinéticos.

Nos casos de escoamentos mais complexos, como em reservatórios não convencionais ou em condições de elevadas pressões e temperaturas, essas suposições podem não ser apropriadas. Nesses casos, é necessário o uso de modelos modificados, que incorporam fenômenos adicionais como o escorregamento na microescala, os efeitos capilares, e a dependência da permeabilidade em função dos parâmetros termodinâmicos, além de ajustes para o escoamento turbulento em cenários de alta velocidade.

Para escoamentos multifásicos, a lei de Darcy clássica necessita ser modificada de forma a se levar em consideração a resistência ao escoamento que uma dada fase exerce sobre as demais (Ertekin; Abou-Kassem; King, 2001),

$$\mathbf{v}_l = -\frac{k_{rl}}{\mu_l} \mathbf{k} (\nabla p_l - \gamma_l \nabla z) \quad (13)$$

onde, agora, tem-se que  $k_{rl}$  é a permeabilidade relativa e o subscrito  $l$  indica que as propriedades dizem respeito à fase considerada.

## 2.2 Equações governantes

A equação de transporte (governante) para cada fase do sistema é obtida a partir das equações da continuidade e da lei de Darcy modificada. Portanto, substituindo-se a Equação (13) na Equação (12),

$$\nabla \cdot \left[ \frac{\rho_l k_{rl}}{\mu_l} \mathbf{k} (\nabla p_l - \gamma_l \nabla z) \right] = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_l S_l) - \dot{q}_{ml} \quad l = w, n \quad (14)$$

para cada fase  $l$ , onde  $w$  representa a fase molhante (*wetting*), a água, e  $n$  designa a fase não-molhante (*non-wetting*), o gás.

O termo fonte de vazão mássica por unidade de volume em condições de reservatório,  $\dot{q}_{ml}$ , pode ser expresso em função da vazão volumétrica por unidade de volume (volume por unidade de tempo por unidade de volume) em condições padrão,  $\dot{q}_{scl}$ ,

$$\dot{q}_{scl} = \frac{\dot{q}_{ml}}{\rho_{scl}}. \quad (15)$$

Escrevendo-se a massa específica da fase em termos do FVF e substituindo-se a Equação (15) na Equação (14), após divisão por  $\rho_{sc\alpha}$  resulta em

$$\nabla \cdot \left[ \frac{k_{rl}}{\mu_l B_l} \mathbf{k} (\nabla p_l - \gamma_l \nabla z) \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_l}{B_l} \right) - \dot{q}_{scl} \quad l = w, n$$

que pode ser reescrita para as fases água e gás como

$$\nabla \cdot \left[ \frac{k_{rg}}{\mu_g B_g} \mathbf{k} (\nabla p_g - \gamma_g \nabla z) \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_n}{B_g} \right) - \dot{q}_{scg} \quad (16)$$

e

$$\nabla \cdot \left[ \frac{k_{rw}}{\mu_w B_w} \mathbf{k} (\nabla p_w - \gamma_w \nabla z) \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_w}{B_w} \right) - \dot{q}_{scw}, \quad (17)$$

onde considerou-se que  $w = \mathbf{w}$  (*water*) e  $n = \mathbf{g}$  (*gas*).

Assumindo-se que ambos os fluidos ocupam totalmente o volume poroso, de modo que o meio esteja completamente saturado (Ertekin; Abou-Kassem; King, 2001),

$$S_{\mathbf{w}} + S_{\mathbf{g}} = 1,$$

onde  $S_{\mathbf{w}}$  é a saturação da fase molhante e  $S_{\mathbf{g}}$  é a saturação da fase não-molhante.

Agora, da equação que fornece a pressão capilar em função das pressões das fases,

$$p_c = p_g - p_w,$$

pode-se escrever a pressão da água em termos da pressão do gás e da pressão capilar.

A abordagem mais utilizada, ao se escrever as equações governantes para o escoamento bifásico é a de se empregar a pressão da fase não-molhante e a saturação da fase molhante como variáveis dependentes (Islam et al., 2010). Assim, a partir das Equações (16) e(17),  $S_g = 1 - S_w$  e  $p_w = p_g - p_c$  obtém-se para a fase gás

$$\nabla \cdot \left[ \frac{k_{rg}}{\mu_g B_g} \mathbf{k} (\nabla p_g - \gamma_g \nabla z) \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\phi(1 - S_w)}{B_g} \right] - \dot{q}_{scg}. \quad (18)$$

e, para a fase água,

$$\nabla \cdot \left[ \frac{k_{rw}}{\mu_w B_w} \mathbf{k} (\nabla p_g - \nabla p_c - \gamma_w \nabla z) \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_w}{B_w} \right) - \dot{q}_{scw}. \quad (19)$$

Alternativamente, utilizando a regra da cadeia (Kardale; Kalos, 1982), a Equação (19) pode ser reescrita como

$$\nabla \cdot \left[ \frac{k_{rw}}{\mu_w B_w} \mathbf{k} \left( \nabla p_g - \frac{dp_c}{dS_w} \nabla S_w - \gamma_w \nabla z \right) \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_w}{B_w} \right) - \dot{q}_{scw}. \quad (20)$$

### 2.3 Condições inicial e de contorno

Para que a descrição física-matemática que modela o escoamento bifásico em meios porosos esteja completa, é necessário ainda fornecer as condições auxiliares, ou seja, especificar as condições inicial e de contorno apropriadas.

A condição inicial é definida para um tempo arbitrário  $t_0$ . Por exemplo, para as variáveis  $p = p(x, y, z, t)$  e  $S = S(x, y, z, t)$ , a condição inicial é imposta na forma (Chen; Huan; Ma, 2006):

$$p(x, y, z, t_0) = p_0(x, y, z) \quad \text{em todo } \Omega$$

e

$$S(x, y, z, t_0) = S_0(x, y, z) \quad \text{em todo } \Omega,$$

nas quais  $p_0$  e  $S_0$  representam a pressão e a saturação, em todo o domínio, no instante inicial.

Em simulações de reservatórios de petróleo, é habitual definir as pressões iniciais

em uma dada profundidade de referência. Então, usa-se o gradiente hidrostático e os efeitos capilares a fim de determinar os valores iniciais nas diferentes profundidades do reservatório (Ertekin; Abou-Kassem; King, 2001; Freitas, 2017).

Quanto às condições de contorno, adota-se neste trabalho uma condição de contorno do tipo Neumann, quando se especifica o fluxo através da superfície de contorno  $\partial\Omega$  delimitando o domínio de resolução. Neste trabalho, são impostas condições de fluxo nulo nas fronteiras do reservatório, que é um caso especial, frequentemente utilizado na engenharia de reservatórios. Como não há fluxo na fronteira, o gradiente de pressão é nulo no contorno (Ertekin; Abou-Kassem; King, 2001).

### 3 METODOLOGIA NUMÉRICO-COMPUTACIONAL

Neste capítulo é apresentada a metodologia numérico-computacional empregada na determinação das condições do escoamento bifásico aqui considerado. Inicialmente, usa-se o Método dos Volumes Finitos a fim de se obter as versões discretizadas das equações governantes. Na busca pelas soluções aproximadas, utiliza-se um método híbrido no qual a determinação da pressão do gás se dá via uma linearização pelo Método de Picard e pelo Método de Newton-Raphson em se tratando da saturação da água.

#### 3.1 Discretização

No Método dos Volumes Finitos (Barth; Herbin; Ohlberger, 2017), o domínio de solução é dividido em volumes finitos (células ou blocos), com dimensões conhecidas, e eles não precisam ser uniformes. Nele, os valores médios da pressão e da saturação são determinados nos centros dos blocos. No caso tridimensional, cada volume finito é representado por um paralelepípedo de comprimentos  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta z$ , respectivamente, tais que

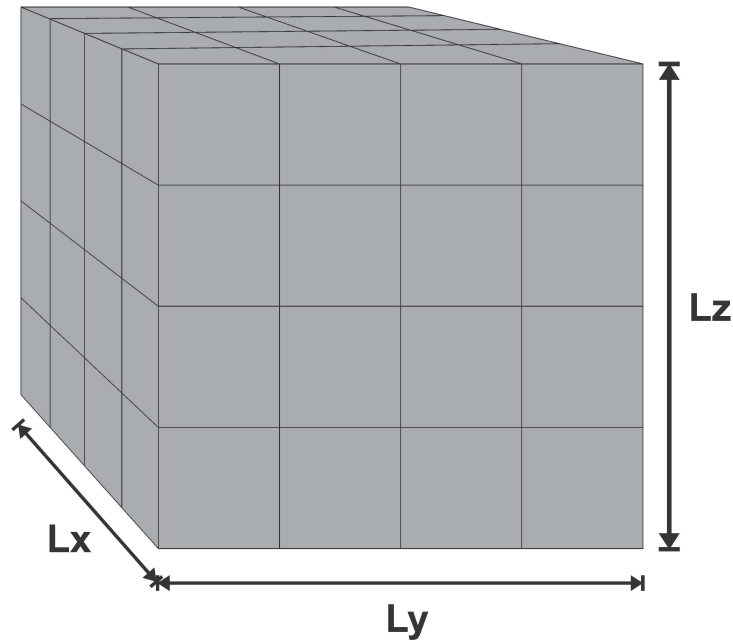
$$\sum_{i=1}^{n_x} \Delta x_i = L_x, \quad \sum_{j=1}^{n_y} \Delta y_j = L_y, \quad \sum_{k=1}^{n_z} \Delta z_k = L_z,$$

onde  $L_x$ ,  $L_y$  e  $L_z$  representam as dimensões espaciais do reservatório, Figura 2, que é particionado empregando-se uma malha composta de  $n_x$ ,  $n_y$  e  $n_z$  células nas direções dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente. Os índices  $i$ ,  $j$  e  $k$  representam os centros dos blocos nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  e as suas faces são identificadas por meio da notação:  $i \pm 1/2, j, k$ ,  $i, j \pm 1/2, k$  e  $i, j, k \pm 1/2$ .

As dimensões das células podem variar, possibilitando o uso de malhas não-uniformes, adaptadas às necessidades do problema considerado. O número de volumes finitos na malha deve ser estipulado tendo-se em mente o equilíbrio entre a acurácia e o custo computacional.

Nesse método, as equações diferenciais parciais (EDPs) não-lineares que governam o escoamento devem ser inicialmente integradas no tempo e no espaço, sobre um volume finito. Tal procedimento garante que a massa e os fluxos sejam conservados em cada volume finito e sobre todo o domínio (Barth; Herbin; Ohlberger, 2017). Em seguida, as derivadas espaciais remanescentes são discretizadas de modo a se obter os sistemas de equações algébricas associados às equações governantes. As variáveis dependentes são, então, obtidas em todo o domínio mediante a resolução numérica dos sistemas algébricos.

Figura 2 - Malha tridimensional



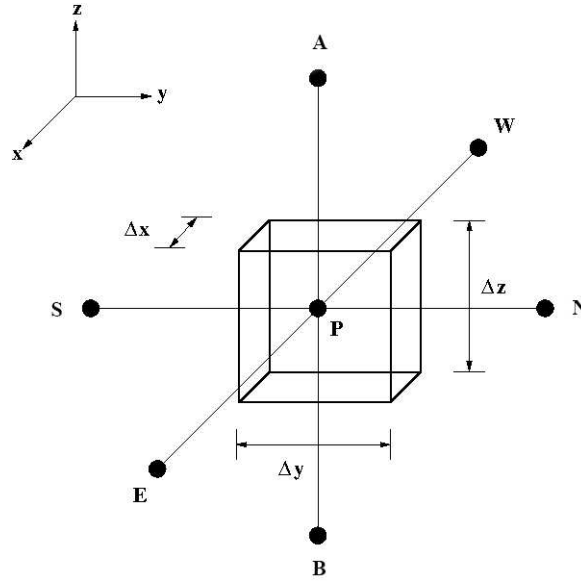
Fonte: O autor, 2024.

### 3.1.1 Discretização espacial

A discretização das Equações (18) e (20) começa com uma integração sobre um volume de controle, ilustrado na Figura 3. Posteriormente, será realizada a integração no tempo. A combinação dessas integrações resulta na transformação das EDPs em equações discretas válidas em cada volume finito e o seu conjunto forma um sistema de equações algébricas, para cada uma dessas equações.

Por simplicidade, foi adotada a notação compacta comumente utilizada (Freitas, 2017), na qual as faces dos volumes finitos são identificadas por letras minúsculas:  $(i - 1/2, j, k) = w$ ,  $(i + 1/2, j, k) = e$ ,  $(i, j - 1/2, k) = n$ ,  $(i, j + 1/2, k) = s$ ,  $(i, j, k - 1/2) = a$  e  $(i, j, k + 1/2) = b$  (Figura 3). Na malha computacional, o centro do bloco  $P$  tem coordenadas  $(i, j, k)$  e no caso dos nós vizinhos:  $(i - 1, j, k) = W$ ,  $(i + 1, j, k) = E$ ,  $(i, j + 1, k) = N$ ,  $(i, j - 1, k) = S$ ,  $(i, j, k - 1) = B$  e  $(i, j, k + 1) = A$ .

Figura 3 - Volume de integração



Fonte: Adaptada de [Freitas, 2017](#).

Considerando o desenvolvimento padrão, da integração espacial das equações governantes obtém-se as suas formas discretizadas ([Freitas, 2017](#))

$$\Delta(T_g \Delta p_g)_P - \Delta(T_g \gamma_g \Delta z)_P + q_{scgP} = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\phi(1 - S_w)}{B_g} \right]_P V_P \quad (21)$$

e

$$\Delta(T_w \Delta p_g)_P - \Delta(T_w \Delta p_c)_P - \Delta(T_w \gamma_w \Delta z)_P + q_{scwP} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_w}{B_w} \right)_P V_P, \quad (22)$$

onde  $V_P = \Delta x_P \Delta y_P \Delta z_P$ ,  $q_{sclP} = \dot{q}_{sclP} V_P$  e, conforme já dito, foram empregadas aproximações do tipo diferenças centradas a três pontos, fez-se uso do operador  $\Delta(\xi \Delta \eta)_P$  ([Ertekin; Abou-Kassem; King, 2001](#))

$$\begin{aligned} \Delta(\xi \Delta \eta)_P \equiv & \xi_{x_w} (\eta_W - \eta_P) + \xi_{x_e} (\eta_E - \eta_P) + \xi_{y_n} (\eta_N - \eta_P) + \xi_{y_s} (\eta_S - \eta_P) \\ & + \xi_{z_a} (\eta_A - \eta_P) + \xi_{z_b} (\eta_B - \eta_P), \end{aligned}$$

e, para o escoamento bifásico, foram introduzidas nas Equações (21) e (22) as transmissibilidades  $T_{lx_f}$  ([Aziz; Settari, 1990; Ertekin; Abou-Kassem; King, 2001](#)):

$$T_{lx_f} \equiv \left( \frac{k_x A_x k_{rl}}{\mu_l B_l \Delta x} \right)_f \quad l = g, w,$$

para  $f = w$  ou  $f = e$ . Expressões análogas para as transmissibilidades podem ser definidas

para as direções  $y$  e  $z$ .

### 3.1.2 Discretização no tempo

Ao se integrar no tempo os termos do lado esquerdo do sinal de igualdade das Equações (21) e (22) obtém-se

$$\begin{aligned} & \int_{t^n}^{t^{n+1}} \left[ \Delta (T_g \Delta p_g)_P - \Delta (T_g \gamma_g \Delta z)_P + q_{scgP} \right] dt \\ & \approx \Delta (T_g \Delta p_g)_P^{n+1} \Delta t - \Delta (T_g \gamma_g \Delta z)_P^{n+1} \Delta t + q_{scgP}^{n+1} \Delta t \end{aligned} \quad (23)$$

e

$$\begin{aligned} & \int_{t^n}^{t^{n+1}} \left[ \Delta (T_w \Delta p_g)_P - \Delta (T_w \Delta p_c)_P - \Delta (T_w \gamma_w \Delta z)_P + q_{scwP} \right] dt \\ & \approx \Delta (T_w \Delta p_g)_P^{n+1} \Delta t - \Delta (T_w \Delta p_c)_P^{n+1} \Delta t - \Delta (T_w \gamma_w \Delta z)_P^{n+1} \Delta t + q_{scwP}^{n+1} \Delta t, \end{aligned} \quad (24)$$

onde os sobrescritos  $n + 1$  e  $n$  indicam os instantes de tempo futuro e atual, nesta ordem, e  $\Delta t = t^{n+1} - t^n$ . As Equações (23) e (24) resultam, portanto, em uma formulação totalmente implícita.

Em seguida, considera-se os termos de acúmulo das Equações (18) e (19),

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\phi(1 - S_w)}{B_g} \right] = \left[ \phi \frac{d}{dp_g} \left( \frac{1}{B_g} \right) + \frac{1}{B_g} \frac{d\phi}{dp_g} \right] (1 - S_w) \frac{\partial p_g}{\partial t} - \left( \frac{\phi}{B_g} \right) \frac{\partial S_w}{\partial t}$$

e

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_w}{B_w} \right) = \left[ \phi \frac{d}{dp_w} \left( \frac{1}{B_w} \right) + \frac{1}{B_w} \frac{d\phi}{dp_w} \right] S_w \frac{\partial p_w}{\partial t} + \left( \frac{\phi}{B_w} \right) \frac{\partial S_w}{\partial t}.$$

Se a variação da pressão capilar no tempo puder ser desconsiderada ([Freitas, 2017](#)),

$$\frac{\partial p_c}{\partial t} = 0$$

e, além disso,

$$\frac{\partial p_w}{\partial t} \approx \frac{\partial p_g}{\partial t}$$

tem-se que

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\phi(1 - S_w)}{B_g} \right] = \left[ \phi \left( \frac{1}{B_g} \right)' + \frac{\phi'}{B_g} \right] (1 - S_w) \frac{\partial p_g}{\partial t} - \left( \frac{\phi}{B_g} \right) \frac{\partial S_w}{\partial t} \quad (25)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_w}{B_w} \right) = \left[ \phi \left( \frac{1}{B_w} \right)' + \frac{\phi'}{B_w} \right] S_w \frac{\partial p_g}{\partial t} + \left( \frac{\phi}{B_w} \right) \frac{\partial S_w}{\partial t}, \quad (26)$$

onde  $\phi' = \frac{d\phi}{dp_l}$  e  $\left( \frac{1}{B_l} \right)' = \frac{d}{dp_l} \left( \frac{1}{B_l} \right)$ ,  $l = g, w$ .

Ao se substituir as Equações (25) e (26) no lado direito das Equações (21) e (22) e integrando-as no tempo,

$$\begin{aligned} & V_P \int_{t^n}^{t^{n+1}} \left\{ \left[ \phi_P \left( \frac{1}{B_g} \right)'_P + \frac{\phi'_P}{B_{gP}} \right] (1 - S_{wP}) \frac{\partial p_g}{\partial t} \Big|_P - \left( \frac{\phi_P}{B_{gP}} \right) \frac{\partial S_w}{\partial t} \Big|_P \right\} dt \\ & \approx \left\{ V_P \left[ \phi_P^{n+1} \left( \frac{1}{B_g} \right)'_P + \frac{\phi'_P}{B_{gP}^n} \right] (1 - S_{wP}^n) \right\} (p_{gP}^{n+1} - p_{gP}^n) - V_P \left( \frac{\phi_P^{n+1}}{B_{gP}^{n+1}} \right) (S_{wP}^{n+1} - S_{wP}^n) \end{aligned} \quad (27)$$

e

$$\begin{aligned} & V_P \int_{t^n}^{t^{n+1}} \left\{ \left[ \phi_P \left( \frac{1}{B_w} \right)'_P + \frac{\phi'_P}{B_{wP}} \right] S_{wP} \frac{\partial p_g}{\partial t} \Big|_P + \left( \frac{\phi_P}{B_{wP}} \right) \frac{\partial S_w}{\partial t} \Big|_P \right\} dt \\ & \approx \left\{ V_P \left[ \phi_P^{n+1} \left( \frac{1}{B_w} \right)'_P + \frac{\phi'_P}{B_{wP}^n} \right] S_{wP}^n \right\} (p_{gP}^{n+1} - p_{gP}^n) + V_P \left( \frac{\phi_P^{n+1}}{B_{wP}^{n+1}} \right) (S_{wP}^{n+1} - S_{wP}^n), \end{aligned} \quad (28)$$

tendo  $\phi$ ,  $S_w$  e  $B_l$  sido avaliados nos instantes  $n$  ou  $n + 1$  para se obter uma aproximação conservativa na integração temporal (Ertekin; Abou-Kassem; King, 2001).

Por fim, ao se substituir as Equações (23) e (27) na Equação (21), e as Equações (24) e (28) na Equação (22), obtém-se

$$\Delta (T_g \Delta p_g)_P^{n+1} - \Delta \left[ T_g \left( \frac{\rho_{gsc} g}{B_g} \right) \Delta z \right]_P^{n+1} = C_{gp} \Delta_t p_g + C_{gs} \Delta_t S_w - q_{scgP}^{n+1} \quad (29)$$

e

$$\Delta (T_w \Delta p_g)_P^{n+1} - \Delta (T_w \Delta p_c)_P^{n+1} - \Delta \left[ T_w \left( \frac{\rho_{wsc} g}{B_w} \right) \Delta z \right]_P^{n+1} = C_{wp} \Delta_t p_g + C_{ws} \Delta_t S_w \quad (30)$$

onde os coeficientes  $C$  são dados por

$$C_{gp} = \frac{V_P}{\Delta t} \left\{ \left[ \phi_P^{n+1} \left( \frac{1}{B_g} \right)' + \frac{\phi'_P}{B_{gP}^n} \right] (1 - S_{wP}^n) \right\},$$

$$C_{gs} = -\frac{V_P}{\Delta t} \left( \frac{\phi_P^{n+1}}{B_g^{n+1}} \right),$$

$$C_{wp} = \frac{V_P}{\Delta t} \left\{ \left[ \phi_P^{n+1} \left( \frac{1}{B_w} \right)' + \frac{\phi'_P}{B_{wP}^n} \right] S_{wP}^n \right\},$$

e

$$C_{ws} = \frac{V_P}{\Delta t} \left( \frac{\phi_P^{n+1}}{B_{wP}^{n+1}} \right),$$

e foi introduzido o operador  $\Delta_t \varphi = \varphi_P^{n+1} - \varphi_P^n$  (Abou-Kassem; Ali; Islam, 2006).

Da Equação (11), é possível escrever

$$\phi' = c_\phi \phi^0$$

e a partir da Equação (7), para fluidos ligeiramente compressíveis, obtém-se

$$\left( \frac{1}{B_l} \right)' = \frac{c_l}{B_l}.$$

Por outro lado, levando em consideração a Equação (9),

$$\left( \frac{1}{B_g} \right)' = \frac{1}{B_g} \left( \frac{1}{p_n} - \frac{1}{Z} \frac{dZ}{dp_n} \right).$$

As Equações (29) e (30) são válidas tanto nos volumes interiores quanto nos de fronteira, aonde são impostas as condições de contorno apropriadas. Elas formam um sistema acoplado e não linear de equações algébricas. A implementação das condições inicial e de contorno seguem os procedimentos adotados em Freitas (2017).

Ao longo da simulação, é recomendável ajustar o passo de tempo para que ele seja o maior possível em cada iteração, reduzindo assim a sua quantidade total até que o tempo final seja alcançado. Seja  $it_{n-1}$  o número de iterações necessárias para a convergência da solução no passo de tempo anterior  $\Delta t_{n-1}$ , conforme proposto por Mindlin (1961) e

adaptado por Freitas (2017), utiliza-se um critério empírico para o cálculo do  $\Delta t$ , dado por

$$\Delta t_n = \begin{cases} n_{decr} \Delta t_{n-1} & \text{se } it_{n-1} > it_{decr}, \\ n_{incr} \Delta t_{n-1} & \text{se } it_{n-1} \leq it_{incr}, \\ \Delta t_{n-1} & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

onde  $n_{decr}$  e  $n_{incr}$  são as taxas de decrescimento e crescimento do passo de tempo, com o limite do número de iterações estabelecido por  $it_{decr}$  e  $it_{incr}$  ( $it_{incr} < it_{decr}$ ). Para maior segurança, impõe-se um limite superior ao passo de tempo,  $\Delta t_n \leq \Delta t_{max}$ . Se a simulação não convergir, o passo é reduzido, possibilitando a continuidade da execução da simulação numérica.

### 3.2 Acoplamento poço-reservatório

Discorre-se agora sobre a modelagem dos termos fontes presentes nas Equações (29) e (30). Procura-se estabelecer uma relação entre a vazão no poço e a diferença entre as pressões do gás e do poço (Rosário, 2020). Em função do comprimento do poço, deve-se levar em conta que ele atravessa um determinado conjunto de células,  $\psi_{wf}$ , na direção vertical ou horizontal. Cada uma dessas células  $c$  contém um segmento do poço,  $c \in \psi_{wf}$ . Para se avaliar o influxo no poço, é preciso conhecer a pressão média nas células,  $p_{n_c}$ , a pressão na face da formação,  $p_{wf_c}$ , além das vazões de produção e injeção de cada fase,  $q_{scn_c}$  e  $q_{scw_c}$ . Neste trabalho, são considerados poços de produção que possuem a sua pressão especificada.

No modelo de acoplamento poço-reservatório adotado, considera-se um poço horizontal de raio  $r_{wf}$  e despreza-se as perdas por atrito e os efeitos de inércia no interior do poço (Ertekin; Abou-Kassem; King, 2001). Para cada volume finito  $c$  atravessado pelo poço, com  $c \in \psi_{wf}$ , as vazões das fases não-molhante e molhante são expressas por (Al-Mohannadi, 2004):

$$q_{scg_c} = -J_{g_c} (p_{g_c} - p_{wf_c}) \quad (31)$$

e

$$q_{scw_c} = -J_{w_c} (p_{g_c} - p_{c_c} - p_{wf_c}), \quad (32)$$

onde  $J_l$  ( $l = \mathbf{g}, \mathbf{w}$ ) representa o índice de produtividade (Al-Mohannadi, 2004) e

$$J_{l_c} = G_{wf_c} \left( \frac{k_{rl_c}}{\mu_{l_c} B_{l_c}} \right).$$

Para poços horizontais (Al-Mohannadi, 2004)

$$G_{wf_c} = \frac{2\pi \sqrt{k_{z_c} k_{y_c}} \Delta x_c}{\left[ 1 - \left( \frac{r_{wf}}{r_{eq_c}} \right)^2 \right] \ln \left( \frac{r_{eq_c}}{r_{wf}} \right)}$$

e

$$r_{eq_c} = \sqrt{\frac{\Delta z_c \Delta y_c}{\pi}} \exp(-0,5).$$

As Equações (31) e (32) aplicam-se a cada bloco  $c$  que contém uma seção do poço ( $c \in \psi_{wf}$ ), e a vazão total para cada fase é a soma das vazões de todas as camadas (Ertekin; Abou-Kassem; King, 2001),

$$q_{sc\mathbf{g}_{sp}} = - \sum_{c \in \psi_{wf}} J_{\mathbf{g}_c} (p_{\mathbf{g}_c} - p_{wf_c})$$

e

$$q_{sc\mathbf{w}_{sp}} = - \sum_{c \in \psi_{wf}} J_{\mathbf{w}_c} (p_{\mathbf{g}_c} - p_{c_c} - p_{wf_c}).$$

A vazão total de produção é obtida via o somatório das vazões de todas as camadas considerando as duas fases (Ertekin; Abou-Kassem; King, 2001),

$$q_{sc_{sp}} = - \sum_{c \in \psi_{wf}} [J_{\mathbf{g}_c} (p_{\mathbf{g}_c} - p_{wf_c}) + J_{\mathbf{w}_c} (p_{\mathbf{g}_c} - p_{c_c} - p_{wf_c})].$$

### 3.3 Linearização

Nesta dissertação, já foi dito que técnicas de linearização são empregadas e define-se as transmissibilidades, nas interfaces  $e$ ,  $s$  e  $b$ , como sendo dadas por

$$T_{lx_e}^{n+1} = \left( \frac{k_x A_x}{\Delta x} \right)_e \left( \frac{1}{\mu_l B_l} \right)_e^{n+1} k_{rl_e}^{n+1},$$

$$T_{ly_s}^{n+1} = \left( \frac{k_y A_y}{\Delta y} \right)_s \left( \frac{1}{\mu_l B_l} \right)_s^{n+1} k_{rl_s}^{n+1}$$

e

$$T_{l_z b}^{n+1} = \left( \frac{k_z A_z}{\Delta z} \right)_b \left( \frac{1}{\mu_l B_l} \right)_b^{n+1} k_{rl_b}^{n+1},$$

para  $l = \mathbf{g}, \mathbf{w}$ . De maneira análoga, pode-se escrever as suas expressões nas faces  $w$ ,  $n$  e  $a$ . Também é possível representá-las na forma geral

$$T_{l_f}^{n+1} = G_f F_{p_f}^{n+1} F_{S_f}^{n+1}$$

onde o termo geométrico  $G_f$  é independente das propriedades do fluido,  $F_{p_f}^{n+1}$  depende da pressão e  $F_{S_f}^{n+1}$  da saturação.

Toma-se os termos  $F_{p_f}^{n+1}$  e  $F_{S_f}^{n+1}$  a fim de se exemplificar como os métodos de linearização de Picard (Ertekin; Abou-Kassem; King, 2001) e Newton-Raphson (Vennemo, 2016) são implementados.

Inicia-se pela iteração de Picard, onde esses termos são avaliados no tempo  $n + 1$ , porém no nível iterativo anterior  $v$ . Como exemplo, tem-se que

$$F_{p_e}^{n+1} \approx F_{p_e}^{n+1,v},$$

$$F_{S_e}^{n+1} \approx F_{S_e}^{n+1,v},$$

e o método é condicionalmente estável (Aziz; Settari, 1990). Um procedimento similar é utilizado em se tratando das demais interfaces.

Quando se utiliza o Método de Newton-Raphson, o termo na iteração  $v + 1$  é aproximado a partir do seu valor avaliado na iteração precedente  $v$  (Freitas, 2017)

$$F_{p_e}^{n+1} \approx F_{p_e}^{n+1,v+1} \approx F_{p_e}^{n+1,v} + \left. \frac{\partial F_{p_e}}{\partial p_P} \right|^{n+1,v} \delta p_{n_P}^{n+1,v+1} + \left. \frac{\partial F_{p_e}}{\partial p_E} \right|^{n+1,v} \delta p_{n_E}^{n+1,v+1},$$

$$F_{S_e}^{n+1} \approx F_{S_e}^{n+1,v+1} \approx F_{S_e}^{n+1,v} + \left. \frac{\partial F_{p_e}}{\partial S_P} \right|^{n+1,v} \delta S_{w_P}^{n+1,v+1} + \left. \frac{\partial F_{p_e}}{\partial S_E} \right|^{n+1,v} \delta S_{w_E}^{n+1,v+1},$$

sendo as propriedades na face  $e$  determinadas com base nos valores conhecidos nos nós  $P$  e  $E$ . Para o termo  $F_{S_e}^{n+1}$ , se o método *upwind* de primeira ordem for utilizado, algumas derivadas serão anuladas. Esse método é incondicionalmente estável (Aziz; Settari, 1990).

Em relação aos termos de acúmulo, as não linearidades são consideradas como sendo fracas (com exceção do fluxo de gás) e são tratadas através do método de Picard. Por outro lado, os termos fonte requerem uma linearização do tipo das empregadas para as transmissibilidades.

### 3.4 Aproximação nas faces dos volumes finitos

Viu-se que no método dos Volumes Finitos as transmissibilidades devem ser avaliadas nas faces das células. Por outro lado, as pressões e saturações são calculadas no centro dos volumes finitos. Então, uma interpolação deve ser empregada nas suas estimativas. Usualmente, utiliza-se médias aritméticas (diferenças centradas) para os termos de pressão  $F_{pf}$ , garantindo uma aproximação de segunda ordem (Aziz; Settari, 1990). Por exemplo,

$$F_{pe} = \left( \frac{1}{\mu_l B_l} \right)_e = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{1}{\mu_l B_l} \right)_E + \left( \frac{1}{\mu_l B_l} \right)_P \right]$$

Já o método *upwind* de primeira ordem é implementado, para prevenir possíveis instabilidades associadas às diferenças centradas (Ertekin; Abou-Kassem; King, 2001), no que diz respeito aos termos dependentes da saturação,  $F_{Sf}$ . Por exemplo,

$$k_{rle} = \begin{cases} k_{rlP} & \text{se } v_e \geq 0, \\ k_{rlE} & \text{se } v_e < 0, \end{cases}$$

onde  $v_e$  representa a velocidade na face  $e$ .

Para o cálculo do termo geométrico, pode-se utilizar uma média harmônica para o cômputo da permeabilidade absoluta (Aziz; Settari, 1990; Ertekin; Abou-Kassem; King, 2001). Considerando a área perpendicular ao fluxo como constante, o termo geométrico na face  $e$  pode ser expresso como

$$G_{x_e} = \left( \frac{k_x A_x}{\Delta x} \right)_e = \frac{k_{x_e} A_{x_e}}{\Delta x_e},$$

onde

$$k_{x_e} = \frac{k_{x_P} k_{x_E} (\Delta x_P + \Delta x_E)}{k_{x_P} \Delta x_E + k_{x_E} \Delta x_P}.$$

De modo análogo, procede-se com as interpolações nas faces  $w$ ,  $n$ ,  $s$ ,  $a$  e  $b$ , levando em conta as direções dos eixos  $y$  e  $z$ .

### 3.5 Métodos de resolução de sistemas lineares

Os sistemas de equações algébricas oriundos da discretização das equações governantes podem ser escritos, sem perda de generalidade, na forma

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b},$$

onde  $\mathbf{A}$  representa a matriz dos coeficientes,  $\mathbf{x}$  o vetor de incógnitas, e  $\mathbf{b}$  o vetor representando os termos conhecidos. A solução deste sistema linear é uma das etapas que mais demandam esforço computacional em simulações numéricas de reservatórios. Eles são geralmente resolvidos por métodos iterativos (Chen; Huan; Ma, 2006; Saad, 2003), que são mais eficazes que os métodos diretos, particularmente em sistemas de grande porte e para matrizes dos coeficientes esparsas (Freund; Vandenberghe, 1991).

Os métodos iterativos resolvem o sistema através de uma série de aproximações que convergem para a solução exata, a partir de uma estimativa inicial. O processo continua até que um critério de convergência seja verificado (Saad, 2003). Dentre eles, destacam-se os métodos do subespaço de Krylov (Saad, 2003). O Método dos Gradientes Biconjugados Estabilizado (BiCGStab) (Saad, 2003), da família de métodos de Krylov (Freitas, 2017), é, por exemplo, uma opção eficaz para solucionar sistemas lineares cuja matriz dos coeficientes não é simétrica, adotado neste trabalho. Para melhorar a sua convergência, foi utilizado um pré-condicionador do tipo ILU(1) (Ertekin; Abou-Kassem; King, 2001).

### 3.6 Método Híbrido

O presente trabalho utiliza o Método Híbrido descrito em Freitas (2017). Ele tem por objetivo melhorar a estabilidade numérica ao resolver implicitamente, em etapas separadas, os sistemas algébricos associados à pressão e à saturação. Emprega-se uma linearização totalmente implícita para a fase molhante via o Método de Newton, utilizando-se uma decomposição de operadores (*operator splitting*) (Aziz; Settari, 1990; Ertekin; Abou-Kassem; King, 2001; Vennemo, 2016). Portanto, como resultado ter-se-á uma melhor estabilidade numérica em relação àquelas do Método IMPES (explícito), para a determinação da pressão, e do Método Sequencial (implícito) para o cálculo das saturações (Freitas, 2017). Nele, os termos que são funções da saturação da fase molhante são linearizados a partir de uma formulação totalmente implícita, objetivando minimizar as instabilidades.

Quando do cálculo das pressões no meio poroso, uma vez determinadas no passo de tempo atual ( $n + 1$ ) e iteração ( $v + 1$ ), deixam de ser incógnitas quando da resolução da equação da fase molhante, tornando a saturação a única variável a ser computada. A linearização totalmente implícita, em termos da saturação da fase molhante, resulta em um sistema de equações que é resolvido pelo Método de Newton-Raphson. Este sistema pode ser representado na seguinte forma matricial (Freitas, 2017):

$$\mathbf{J}_w^{n+1,v} \delta \mathbf{S}_w^{n+1,v+1} = -\mathbf{R}_w^{n+1,v},$$

onde  $\mathbf{J}_w^{n+1,v}$  representa a matriz Jacobiana,  $\delta \mathbf{S}_w^{n+1,v+1} = \mathbf{S}_w^{n+1,v+1} - \mathbf{S}_w^{n+1,v}$ , e o vetor

contendo as incógnitas é dado por

$$\mathbf{S}_w = (S_{w_1}, S_{w_2}, S_{w_3}, \dots, S_{w_N})^T.$$

enquanto que para o vetor dos resíduos  $\mathbf{R}_w$

$$\mathbf{R}_w = (R_{w_1}, R_{w_2}, R_{w_3}, \dots, R_{w_N})^T,$$

onde  $n = 1, 2, 3, \dots, N$ , para um reservatório que possui uma malha com  $N$  células.

Depois de resolvido o sistema de equações algébricas lineares, é possível calcular as novas saturações usando

$$\mathbf{S}_w^{n+1,v+1} = \mathbf{S}_w^{n+1,v} + \delta \mathbf{S}_w^{n+1,v+1},$$

aplicável a cada célula do domínio computacional.

Para cada célula, no método de Newton tem-se a igualdade (Freitas, 2017)

$$\begin{aligned} -R_{w_P}^{n+1,v} &= \left. \frac{\partial R_{w_P}}{\partial S_{w_A}} \right|^{n+1,v} \delta S_{w_A}^{n+1,v+1} + \left. \frac{\partial R_{w_P}}{\partial S_{w_N}} \right|^{n+1,v} \delta S_{w_N}^{n+1,v+1} + \left. \frac{\partial R_{w_P}}{\partial S_{w_W}} \right|^{n+1,v} \delta S_{w_W}^{n+1,v+1} \\ &+ \left. \frac{\partial R_{w_P}}{\partial S_{w_P}} \right|^{n+1,v} \delta S_{w_P}^{n+1,v+1} + \left. \frac{\partial R_{w_P}}{\partial S_{w_E}} \right|^{n+1,v} \delta S_{w_E}^{n+1,v+1} + \left. \frac{\partial R_{w_P}}{\partial S_{w_S}} \right|^{n+1,v} \delta S_{w_S}^{n+1,v+1} \\ &+ \left. \frac{\partial R_{w_P}}{\partial S_{w_B}} \right|^{n+1,v} \delta S_{w_B}^{n+1,v+1}. \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned} R_{w_P}^{n+1,v} &= -T_{wza}^{n+1,v} \Delta \Phi_{wzA}^{n+1,v} - T_{wyn}^{n+1,v} \Delta \Phi_{wyn}^{n+1,v} - T_{wxw}^{n+1,v} \Delta \Phi_{wxW}^{n+1,v} \\ &- T_{wxe}^{n+1,v} \Delta \Phi_{wxE}^{n+1,v} - T_{wys}^{n+1,v} \Delta \Phi_{wys}^{n+1,v} - T_{wzb}^{n+1,v} \Delta \Phi_{wzB}^{n+1,v} \\ &+ C_{wp}(p_{g_P}^{n+1,v} - p_{g_P}^n) + C_{ws}(S_{w_P}^{n+1,v} - S_{w_P}^n) - q_{scw_P}^{n+1,v}. \end{aligned}$$

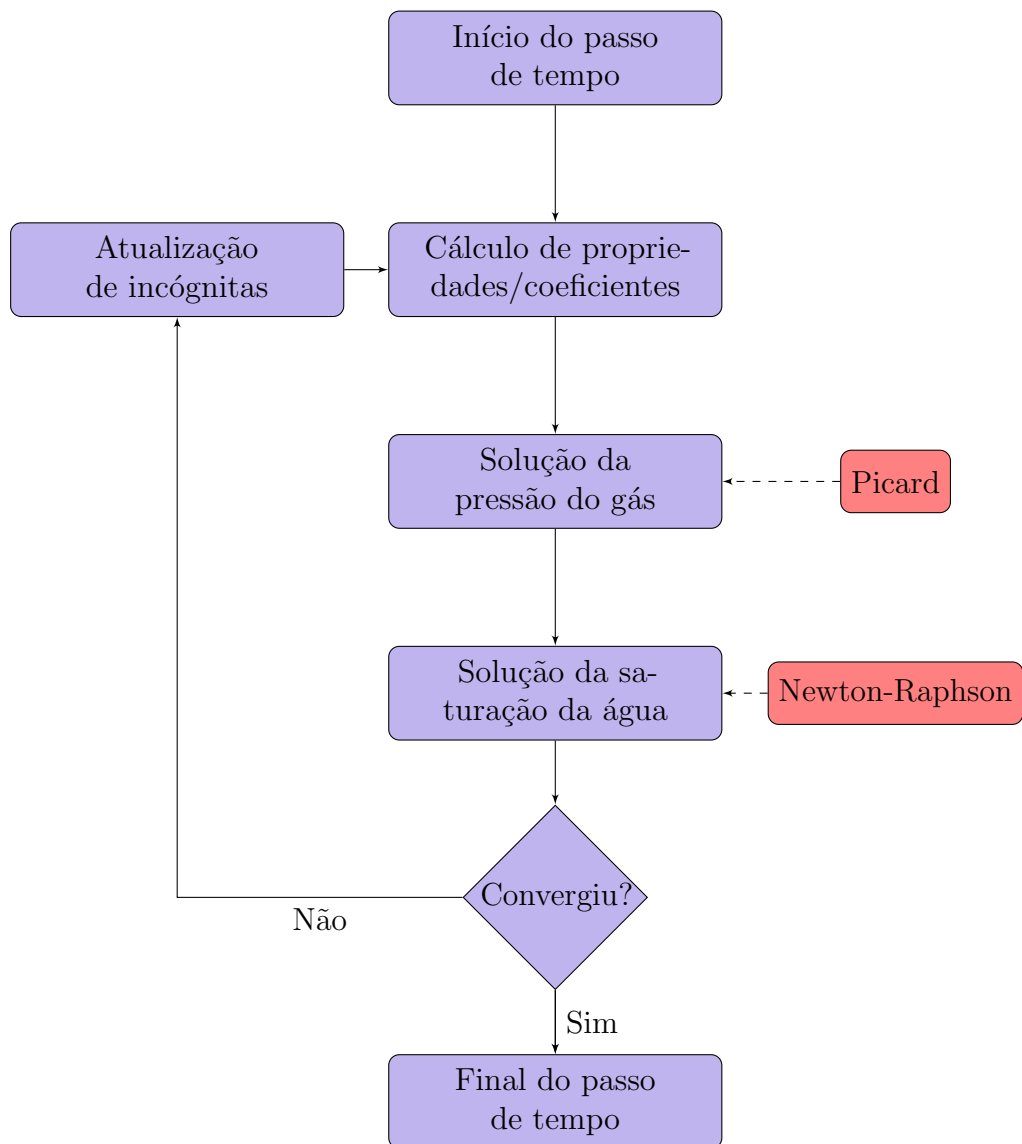
e, por exemplo,

$$\Delta \Phi_{wzA}^{n+1,v} \equiv (p_{w_A}^{n+1,v} - p_{w_P}^{n+1,v}) - (p_{c_A}^{n+1,v} - p_{c_P}^{n+1,v}) - \gamma_{g_a}^{n+1,v} (z_A - z_P),$$

com definições similares empregadas para os demais termos (Freitas, 2017).

As derivadas dos resíduos em relação à saturação são obtidas de forma consistente com as que podem ser obtidas pelo método de Newton-Raphson. O cálculo implícito do campo de pressões no meio poroso é realizado em uma primeira etapa, seguida de um cálculo igualmente implícito do campo de saturação, utilizando uma linearização totalmente implícita. Esse processo iterativo é conduzido até se atingir a convergência. Na Figura 4 tem-se um fluxograma de funcionamento do simulador numérico para um passo de tempo de cálculo.

Figura 4 - Fluxograma para um passo de tempo de simulação.



Fonte: O autor, 2025.

Neste estudo, o critério de convergência é estabelecido através da definição das

componentes dos vetores  $\theta_{pn}$  e  $\theta_{sw}$ , conforme utilizado por Freitas (2017), na forma,

$$\theta_{pn} = \frac{\delta p_{n_n}^{n+1,v+1}}{p_{n_n}^{n+1,v+1}}$$

e

$$\theta_{sw_n} = \frac{\delta S_{w_n}^{n+1,v+1}}{S_{w_n}^{n+1,v+1}},$$

onde  $\delta p_{n_n}^{n+1,v+1} = p_{n_n}^{n+1,v+1} - p_{n_n}^{n+1,v}$  e  $\delta S_{w_n}^{n+1,v+1} = S_{w_n}^{n+1,v+1} - S_{w_n}^{n+1,v}$ , para  $n = 1, 2, 3, \dots, N$ , com  $N$  representando a quantidade de células no reservatório discretizado. O processo iterativo é finalizado quando o maior valor absoluto da magnitude dos vetores,  $\theta_{pn}$  e  $\theta_{sw}$ , é inferior a uma tolerância especificada,  $tol_{it}$ , indicando que a solução numérica alcançou convergência.

## 4 RESULTADOS

Neste capítulo, são apresentados e discutidos os resultados obtidos para o escoamento bifásico água-gás, considerando os efeitos do deslizamento do gás e a correção devida à tensão efetiva, objetivando analisar como eles influenciam o escoamento e a produção em diferentes condições de operação.

As simulações foram empreendidas considerando-se as seguintes situações:

1. Caso 1: escoamento do tipo Darcy;
2. Caso 2: escoamento do tipo não-Darcy: Efeito Klinkenberg e correção devida à tensão efetiva;
3. Caso 3: escoamento do tipo não-Darcy: Efeito Klinkenberg;
4. Caso 4: escoamento do tipo não-Darcy: correção devida à tensão efetiva

Na Seção 4.2, é analisada a convergência numérica e escolhida a malha padrão a ser utilizada nas demais simulações. Um estudo dos efeitos do deslizamento do gás e da correção de tensão é realizado na Seção 4.3. Esses fenômenos, frequentemente negligenciados em análises convencionais, têm implicações importantes no comportamento do escoamento, principalmente em meios porosos de baixa permeabilidade, onde o efeito Klinkenberg e o impacto da tensão efetiva são mais pronunciados (Silva et al., 2024). Por fim, na Seção 4.4, é feita uma análise de sensibilidade mediante a variação de alguns dos parâmetros e propriedades relevantes.

### 4.1 Características gerais das simulações

Para a realização das simulações, foi necessário definir uma gama de parâmetros e propriedades e tomou-se como base aqueles utilizados por Freitas (2017). No entanto, em alguns casos, utilizou-se aqueles tipicamente encontrados em estudos de reservatórios não convencionais de baixa permeabilidade, sendo estes os dados relativos ao efeito de Klinkenberg e devida à tensão efetiva. No que diz respeito às condições específicas pertinentes às simulações, seguiu-se o trabalho de Zhang et al. (2019). Os parâmetros gerais para o caso de referência (ou padrão), incluindo as propriedades dos fluidos, da rocha e as características geométricas do reservatório, podem ser encontrados na Tabela 2. Nela,  $g_{cap}$  é a espessura da capa de gás, a partir do topo do reservatório.

A versão atual do simulador foi implementada na linguagem de programação C convencional. Os gráficos foram gerados com o uso do pacote *pgfplots* do LaTeX. As

simulações foram executadas em um nó do *Cluster* do Laboratório de Computação de Alto Desempenho (LCAD) do Instituto Politécnico da UERJ, com as seguintes especificações:

1. Sistema operacional: Linux OpenSuse 15.5;
2. Processador: 2x Intel(R) Xeon(R) CPU E5645 @ 2,40GHz
3. Modelo: R410;
4. Fabricante: DELL
5. Memória: 48 Gb;
6. Número de CPUs: 12;
7. Número de *threads*: 24;

## 4.2 Refinamento de malha

No refinamento de malha, foram empregadas quatro malhas computacionais distintas, com o objetivo de determinar a mais adequada e de garantir a convergência numérica do método (Aziz; Settari, 1990; Ertekin; Abou-Kassem; King, 2001). A malha foi refinada ao longo das três direções espaciais e foram preservadas as características físicas do meio poroso e as condições operacionais definidas no caso de referência. Tal estudo é essencial para reduzir os erros associados à discretização e assegurar a acurácia dos resultados. A Tabela 3 contém, para as quatro malhas computacionais empregadas, o respectivo número de células utilizadas nas direções dos eixos  $x$  e  $y$  e  $z$ , representados por  $n_x$  e  $n_y$  e  $n_z$ .

A análise da convergência foi realizada através do refinamento progressivo das malhas da Tabela 3. As Figuras 5 e 6 mostram os resultados dessa avaliação para o Caso 2, mostrando as curvas de vazão e produção acumulada do gás para cada configuração.

Para os primeiros instantes de tempo, nota-se a presença de patamares associados ao artefato numérico, conhecido como estocagem numérica (Souza, 2013). Esse efeito está relacionado à técnica de acoplamento poço-reservatório escolhida, baseada na hipótese que o escoamento radial próximo ao poço encontra-se em regime permanente (Peaceman, 1978). No entanto, ele é amplamente influenciado pelo grau de refinamento da malha e pelas propriedades dos fluidos e da rocha. Conforme as malhas são refinadas, as curvas de vazão e produção acumulada encontram-se cada vez mais próximas entre si, à exceção da região inicial. No entanto, é importante ressaltar que a mitigação da estocagem numérica não foi o objetivo desta dissertação. Apesar dela, os resultados demonstram que as curvas convergem para uma única solução à medida que o tempo avança.

Tabela 2 - Parâmetros gerais

Parâmetros	Valor	Unidade
$b$	1.000	psi
$B_{wb}$	1,022	–
$c_\phi$	$4 \times 10^{-6}$	psi <sup>-1</sup>
$c_w$	$1 \times 10^{-5}$	psi <sup>-1</sup>
$g_{cap}$	90	ft
$k_0$	$1 \times 10^{-7}$	Darcy
$k_{rw_{max}}$	0,4	Darcy
$k_{rg_{max}}$	0,9	Darcy
$L_x = L_y$	1.000	ft
$L_z$	180	ft
$L_w$	500	ft
$p_{ob}$	1000.0	psi
$p_{sc}$	14,696	psi
$p_{wf}$	2.000	psi
$p_0$	$4 \times 10^3$	psi
$r_w$	0,1875	ft
$S_a$	20	g/L
$S_{iw}$	0,15	–
$S_{rnw}$	0,15	–
$S_{w0}$	0,20	–
$T$	609,67	R
$T_{sc}$	519,67	R
$\gamma$	$1 \times 10^{-4}$	psi <sup>-1</sup>
$\mu_{wb}$	0,42	cp
$\rho_a$	62,37	lb/ft <sup>3</sup>
$\phi_0$	0,07	–

Fonte: O autor, 2025.

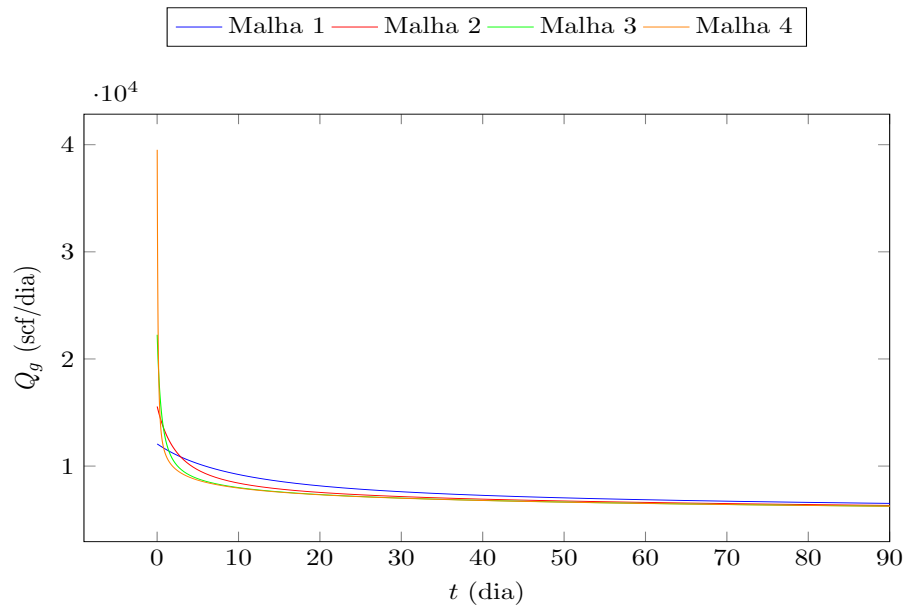
Tabela 3 - Malhas utilizadas

Malha	1	2	3	4
$n_x$	64	128	256	512
$n_y$	65	129	257	513
$n_z$	22	42	82	162

Fonte: O autor, 2025.

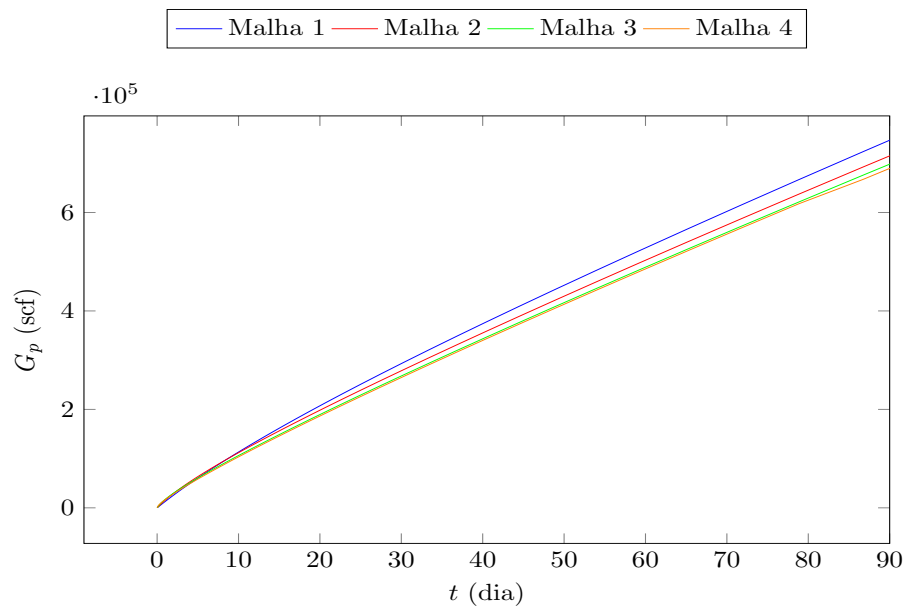
Da comparação dos resultados, verificou-se que a Malha 3 oferece um equilíbrio adequado entre a acurácia e o custo computacional. A escolha foi fundamentada na sobreposição das curvas, obtidas para as malhas mais refinadas (Malha 3 e Malha 4), indicando que os resultados obtidos com ela são satisfatórios. Além disso, o uso da Malha 3 resulta numa diminuição do tempo de simulação em relação à Malha 4, tornando-a a escolha mais eficaz para este estudo. Portanto, a Malha 3 foi empregada como a padrão

Figura 5 - Refinamento de malha (Caso 2) - Para a vazão de gás



Fonte: O autor, 2025.

Figura 6 - Refinamento de malha (Caso 2) - Para a produção de gás acumulada



Fonte: O autor, 2025.

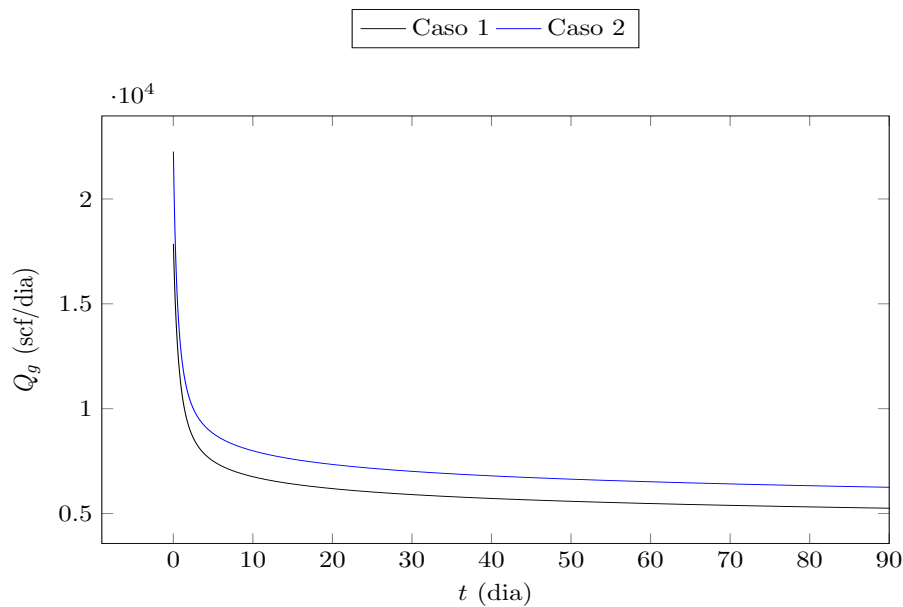
nas simulações subsequentes.

### 4.3 Análise dos efeitos não-Darcy no escoamento

Após o estudo do refinamento de malha, procede-se com uma investigação comparativa dos efeitos não-Darcy (Klinkenberg e correção devido à tensão efetiva) em diferentes contextos. É realizada também, na próxima seção, uma análise de sensibilidade, por meio da variação dos parâmetros e propriedades que realçam a influência dos efeitos considerados.

As Figuras 7 e 8 apresentam uma comparação entre os valores da vazão e da produção acumulada de gás, para os Casos 1 e 2, ao longo do tempo.

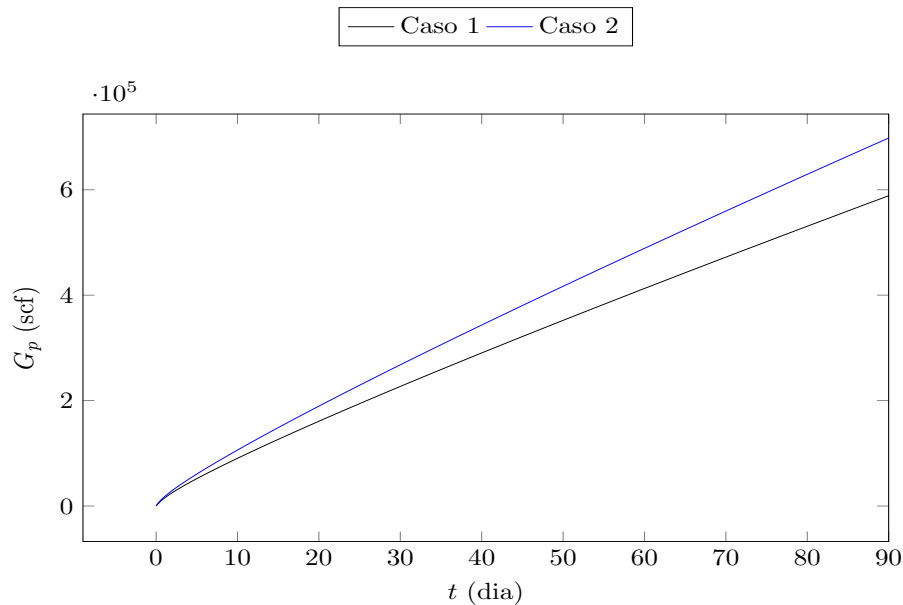
Figura 7 - Comparação dos Casos Darcy e não-Darcy (todos os efeitos) - Para a vazão de gás



Fonte: O autor, 2025.

No Caso 1, considera-se apenas o escoamento governado pela Lei de Darcy clássica, enquanto que o Caso 2 inclui os efeitos do deslizamento do gás e da correção da permeabilidade devido à variação da tensão efetiva. Essa comparação permite avaliar como esses fenômenos afetam a dinâmica do fluxo bifásico em reservatórios de baixa permeabilidade. Os resultados mostraram que, no Caso 2, a vazão de gás é superior em relação a do Caso 1, o que leva a uma produção acumulada maior ao longo do tempo. Esse comportamento é causado principalmente pelo efeito Klinkenberg, que eleva a permeabilidade aparente em regiões de baixa pressão, facilitando o escoamento do gás através dos microporos da rocha. Ele é particularmente relevante em reservatórios de *tight gas*, onde as pressões são comumente muito baixas e o deslizamento tem um impacto positivo considerável. Por outro lado, a correção resultante da deformação tem um efeito oposto, diminuindo a permeabilidade efetiva à medida que a pressão do reservatório diminui. Ele é provocado

Figura 8 - Comparação dos Casos Darcy e não-Darcy (todos os efeitos) - Para a produção de gás acumulada



Fonte: O autor, 2025.

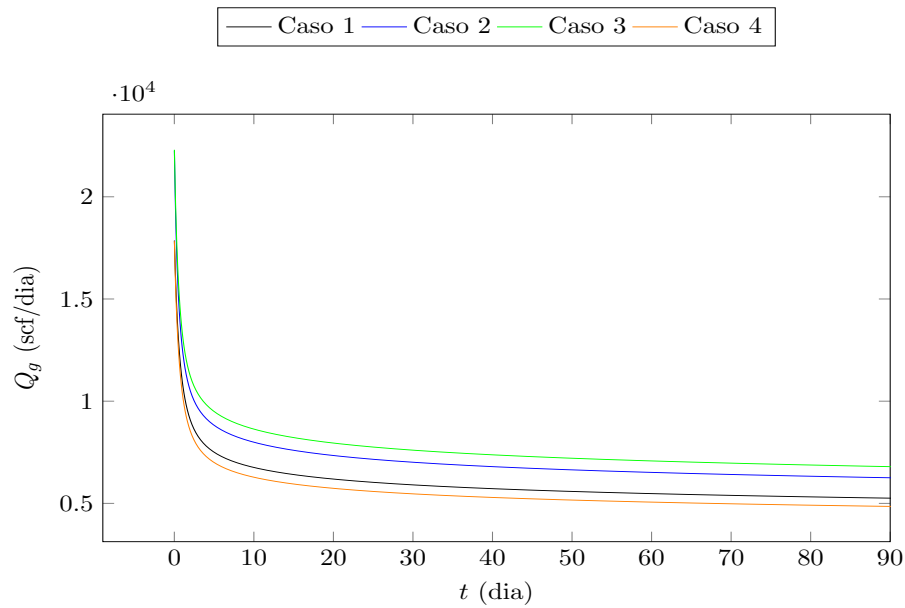
pela redistribuição da tensão mecânica, que resulta na redução da capacidade de transporte de gás nos poros, com a consequente queda da pressão no reservatório. No entanto, a combinação desses dois efeitos mostra que o efeito positivo do deslizamento do gás compensa, em grande parte, o impacto negativo da correção via a tensão, resultando em um desempenho global superior no Caso 2, em termos da vazão e da produção acumulada de gás.

Na sequência, as Figuras 9 e 10 apresentam as curvas correspondentes aos seguintes casos simulados: o escoamento governado pela Lei de Darcy clássica, sem a presença dos efeitos mencionados (Caso 1); da combinação de ambos os efeitos (Caso 2); e aqueles levando em conta a atuação dos efeitos separadamente (Casos 3 e 4). A Figura 9 mostra a variação da vazão de gás ao longo do tempo, enquanto a Figura 10 apresenta a produção de gás acumulada.

No Caso 3, observa-se um aumento significativo da vazão de gás em relação aos demais casos, apresentando a maior produção. Isso ocorre por causa dos maiores valores da permeabilidade absoluta nas condições de baixa pressão, típicas de reservatórios de baixíssima permeabilidade portadores de gás, onde o efeito Klinkenberg exerce um impacto significativo. Esse aumento na vazão reflete diretamente no aumento da produção acumulada com o passar do tempo, ocasionado pela facilitação do escoamento dos fluidos nos poros.

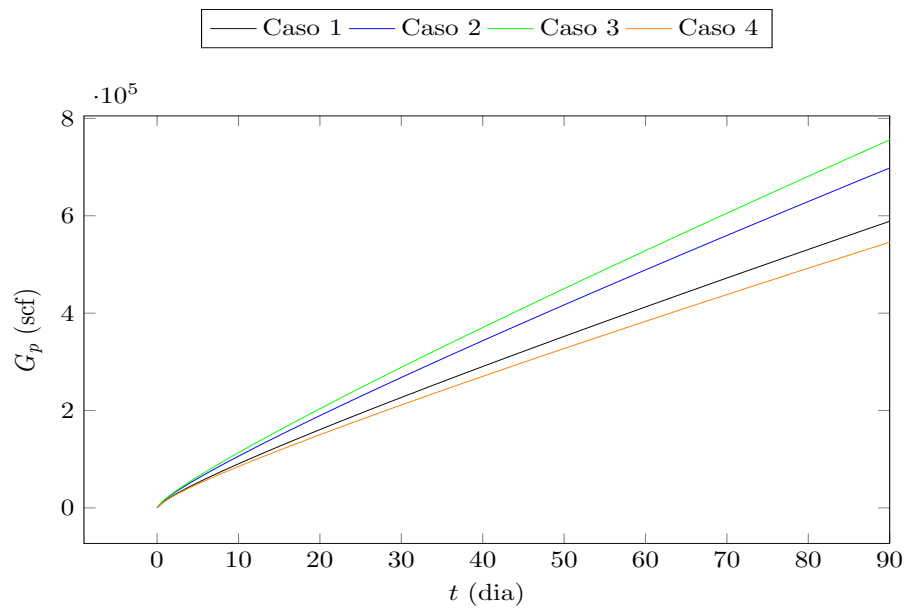
Em contrapartida, no Caso 4, observa-se uma redução significativa da vazão e da produção acumulada, devido ao efeito de correção via a tensão, que reduz a capacidade de

Figura 9 - Comparação de todos os Casos - para a vazão de gás



Fonte: O autor, 2025.

Figura 10 - Comparação de todos os Casos - para a produção de gás acumulada



Fonte: O autor, 2025.

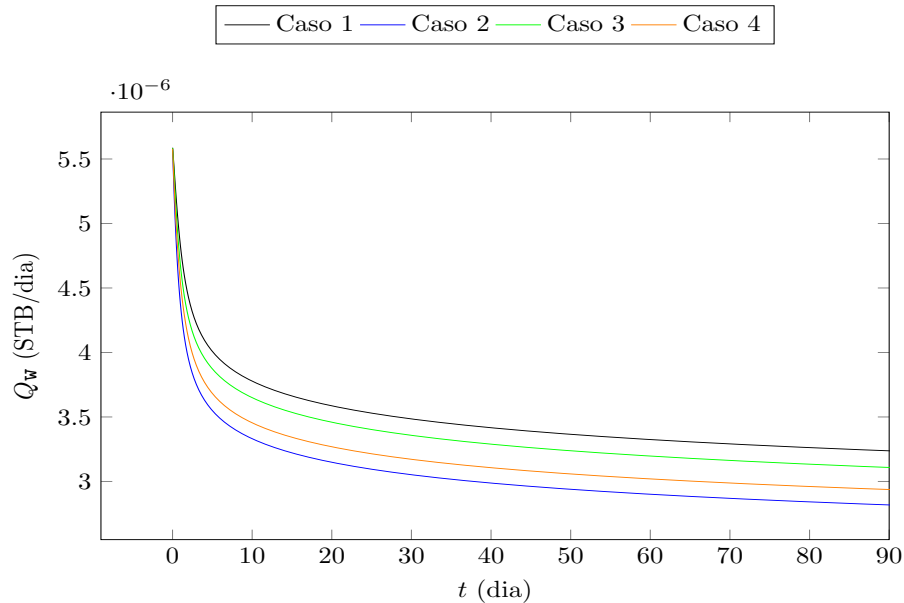
transporte nos poros, resultante da queda da pressão no reservatório. Assim, verifica-se o impacto adverso desse efeito em reservatórios de baixa permeabilidade.

O Caso 2, que combina todos os efeitos, leva à segunda maior vazão e de produção acumulada de gás. Apesar da influência negativa da deformação, diminuindo a permeabilidade efetiva, o efeito positivo do deslizamento compensa essa diminuição em grande parte. Portanto, no que diz respeito à vazão e produção acumulada, ele é superado apenas pelo

Caso 3, no qual não há esse impacto negativo.

Na Figura 11, tem-se as curvas de vazão da fase água ao longo do tempo. Percebe-se que, independente do caso, que existe uma diminuição dos valores da vazão de água.

Figura 11 - Comparação de todos os Casos - para a vazão de água



Fonte: O autor, 2025.

Nota-se que o Caso 1 apresenta a maior vazão de água. Nesse caso, a ausência do efeitos resulta em um escoamento de água menos restritivo, proporcionando uma maior mobilidade para a fase aquosa do que em se tratando dos demais casos.

No Caso 3, tem-se uma vazão de água um pouco menor que a do Caso 1, pois mesmo o efeito de Klinkenberg não impactando diretamente no escoamento de água, há um impacto indireto ocasionado pelo maior escoamento de gás gerado pelo aumento da permeabilidade aparente da fase gás, logo há uma redução em sua produção, porém sendo ainda maior que as observadas nos Casos 2 e 4.

No Caso 4, tem-se uma vazão de água ainda menor, decorrente da redução da permeabilidade efetiva causada pela redistribuição da tensão mecânica, que restringe o fluxo de ambas as fases.

Já o Caso 2, resulta na menor vazão de água dentre todos os casos. Aqui, observa-se que o efeito do deslizamento é parcialmente neutralizado pelo impacto adverso da correção proveniente da variação da tensão, acarretando uma vazão aquosa reduzida.

Logo, resumindo, o Caso 1, sem efeitos adicionais, apresenta a maior vazão de água, ao passo que o Caso 2 reflete o cenário mais restritivo devido à combinação dos efeitos oriundos do deslizamento e da tensão efetiva.

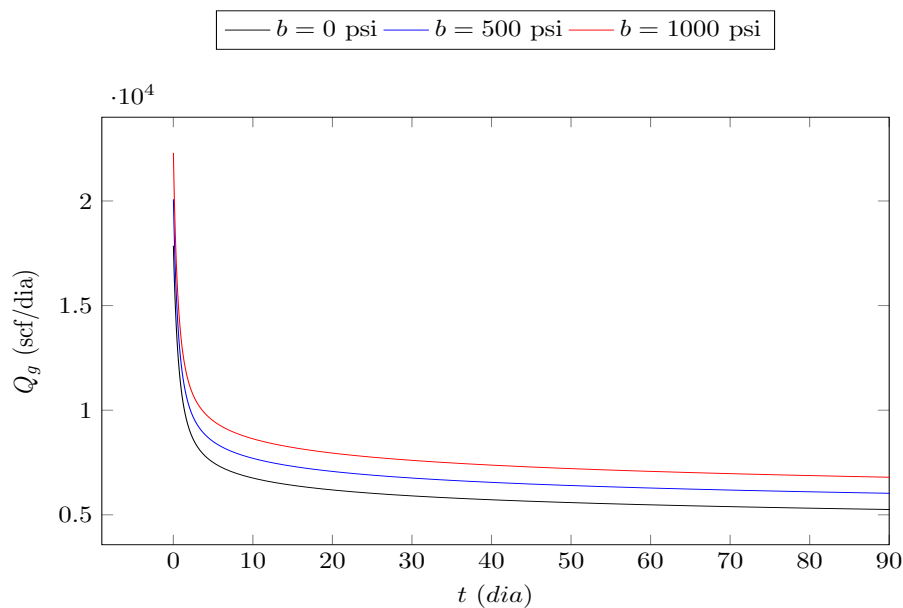
#### 4.4 Análise de sensibilidade

Nesta seção, são investigados os impactos de alguns parâmetros e propriedades físicas sobre a produção em reservatórios do tipo folhelho, utilizando a vazão e a produção acumulada de gás como métricas de avaliação. Aborda-se diferentes aspectos que influenciam diretamente o desempenho do reservatório.

##### 4.4.1 Efeito Klinkenberg

As Figuras 12 e 13 mostram o impacto do efeito Klinkenberg sobre a produção de gás, em três cenários:  $b=0$  psi (Darcy),  $b=500$  psi (deslizamento moderado) e  $b=1000$  psi (caso padrão). Os valores desse parâmetro refletem a magnitude do efeito do deslizamento do gás no reservatório, afetando diretamente nos valores da permeabilidade aparente.

Figura 12 - Variação de  $b$  no Efeito Klinkenberg - Para a vazão de gás

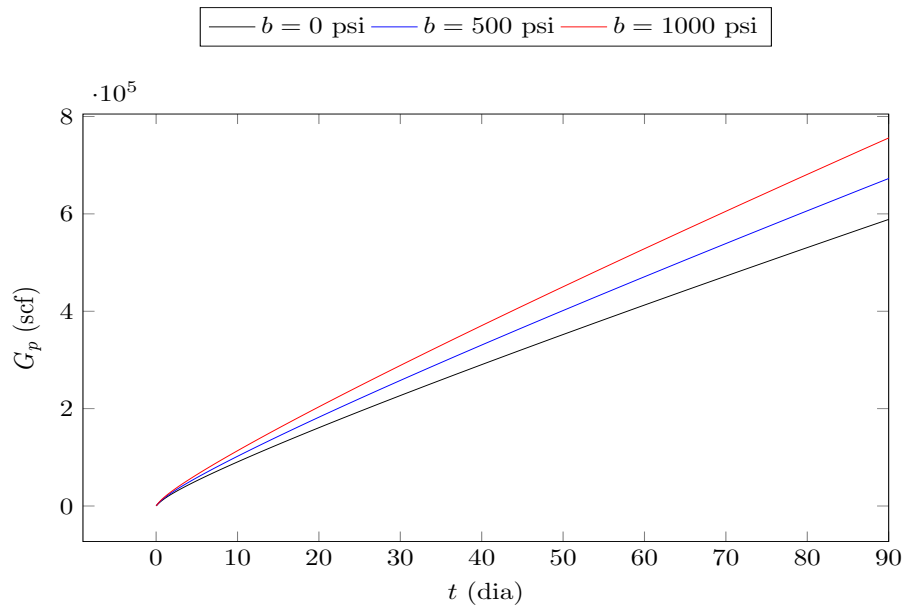


Fonte: O autor, 2025.

Quando  $b=0$  psi, o fluxo é governado exclusivamente pela permeabilidade intrínseca da matriz, levando a uma menor vazão e produção acumulada de gás dentre os cenários analisados. Sem a influência do deslizamento, a permeabilidade absoluta permanece inalterada, resgatando o caso governado pela lei clássica de Darcy, sem que haja uma contribuição de fenômenos físicos adicionais.

Com  $b=500$  psi, tem-se um efeito Klinkenberg moderado, resultando em uma permeabilidade aparente que é maior do que do caso do escoamento do tipo Darcy. Observa-se um aumento da vazão de gás nas regiões de pressão reduzida, onde o efeito

Figura 13 - Variação de  $b$  no Efeito Klinkenberg - Para a produção de gás acumulada



Fonte: O autor, 2025.

do deslizamento é mais acentuado. Com isso, a produção acumulada sofre um aumento significativo ao longo do tempo, ressaltando o efeito positivo do deslizamento na melhora da eficiência produtiva em condições de baixa pressão.

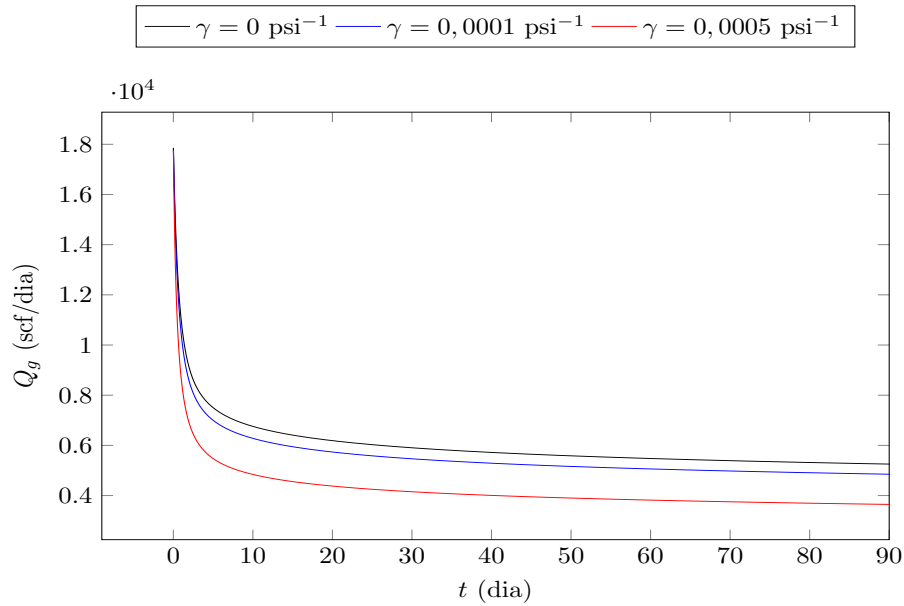
Por último, para  $b=1000$  psi (caso padrão), há uma maior intensidade do efeito do deslizamento, ocasionando o maior aumento na permeabilidade aparente. Tal fato favorece o transporte de gás e, conseqüentemente, dá origem a uma maior vazão e produção acumulada de gás ao longo do tempo, o que demonstra como o impacto do deslizamento do gás pode aumentar a produção em reservatórios não convencionais.

#### 4.4.2 Efeito devido à tensão efetiva

O impacto do coeficiente  $\gamma$  sobre a vazão de gás e a produção acumulada é mostrado nas Figuras 14 e 15. Esse coeficiente afeta a influência das mudanças da tensão sobre os valores da permeabilidade da matriz. Devido à baixa permeabilidade nos reservatórios de folhelho, trata-se de um efeito importante.

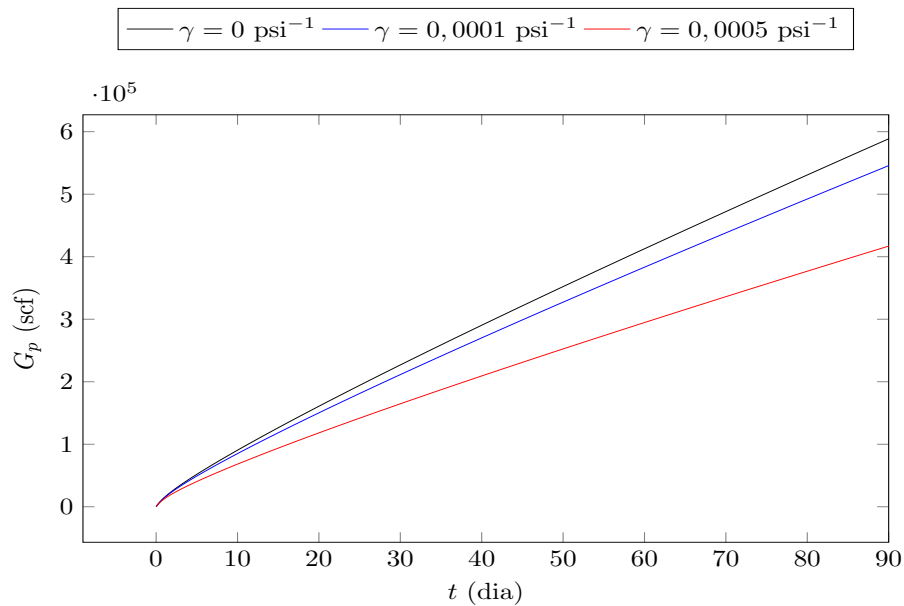
Para  $\gamma=0$   $\text{psi}^{-1}$ , tem-se o caso do escoamento governado pela lei de Darcy original. Não havendo compactação da matriz porosa, a permeabilidade absoluta permanece constante ao longo do tempo, independentemente da pressão no reservatório. Consta-se uma maior vazão e produção acumulada de gás, inexistindo uma redução da capacidade de transporte através dos poros devido à compactação da rocha.

Figura 14 - Variação de  $\gamma$  no efeito de deformação - Para a vazão de gás



Fonte: O autor, 2025.

Figura 15 - Variação de  $\gamma$  no efeito de deformação - Para a produção de gás acumulada



Fonte: O autor, 2025.

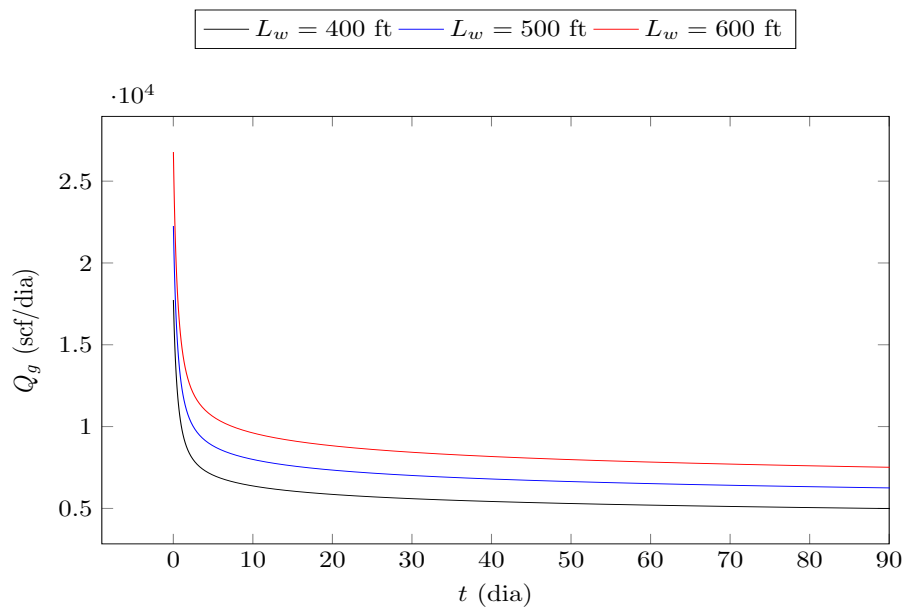
À medida que aumenta-se  $\gamma$ , os efeitos negativos da compactação da matriz tornam-se mais pronunciados. Para o caso de referência ( $\gamma=0,0001 \text{ psi}^{-1}$ ), ocorre uma redução moderada da permeabilidade absoluta, resultando em uma pequena diminuição na vazão e na produção acumulada de gás. Apesar dos impactos, a diminuição é pequena e não compromete de forma significativa a produção do reservatório.

Para  $\gamma=0,0005 \text{ psi}^{-1}$ , os efeitos da compactação intensificam-se, levando a uma redução acentuada na permeabilidade, resultando em uma queda acentuada na vazão de gás e em uma produção acumulada substancialmente inferior, o que mostra que o efeito de correção ao estresse pode restringir a produção de gás em reservatórios de folhelho, principalmente quando  $\gamma$  assume valores elevados.

#### 4.4.3 Variação do comprimento do poço

Prosseguindo, estudou-se como o comprimento do poço horizontal pode afetar a produção no reservatório de folhelho, Figuras 16 e 17. Ele é um parâmetro importante, em reservatórios não convencionais, pois influencia no valor da área de contato entre o poço e a matriz do reservatório, otimizando a drenagem do gás.

Figura 16 - Variação do comprimento do poço (Caso 2) - Para a vazão de gás

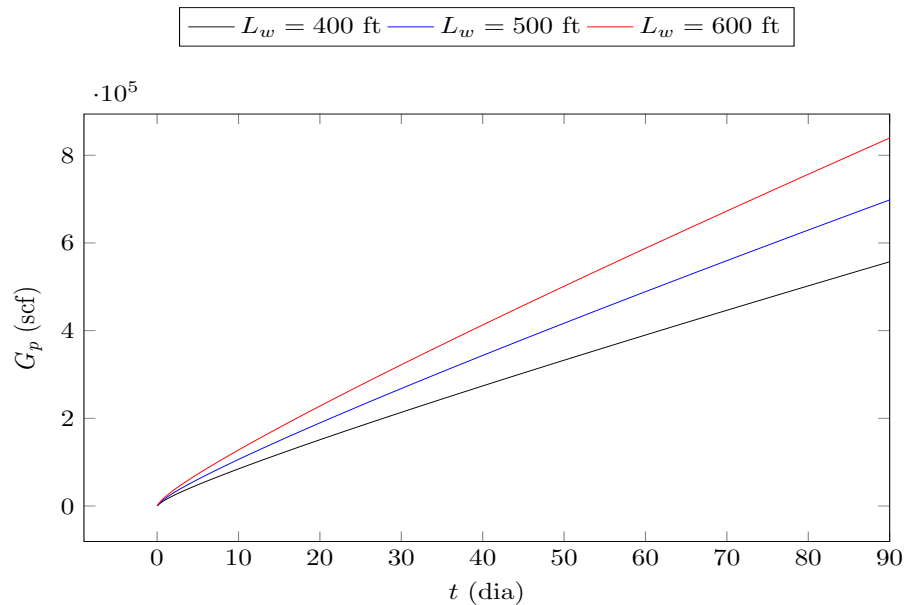


Fonte: O autor, 2025.

Para  $L_w=400 \text{ ft}$ , a área de contato limitada diminui consideravelmente a capacidade dos fluidos escoarem da rocha para o poço. Logo, a vazão de gás é menor, refletindo diretamente numa produção acumulada inferior, o que evidencia os desafios enfrentados quando da otimização da produtividade em poços horizontais curtos, sobretudo em reservatórios de baixa permeabilidade.

No caso padrão,  $L_w=500 \text{ ft}$ , há uma melhoria no valor da vazão e da produção acumulada de gás. O aumento do tamanho do poço possibilita uma maior área de contato com a matriz, melhorando a drenagem do gás presente nas zonas produtoras próximas. Assim verifica-se que o uso de poços horizontais mais longos se reflete na eficácia operacional

Figura 17 - Variação do comprimento do poço (Caso 2) - Para a produção de gás acumulada



Fonte: O autor, 2025.

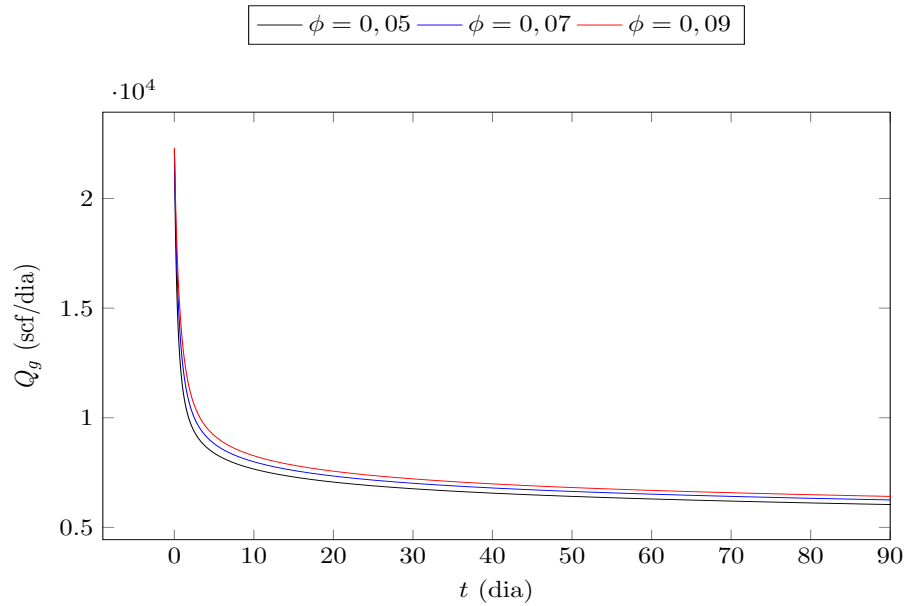
em reservatórios de baixa permeabilidade, onde a produção depende significativamente da interação entre o poço e a matriz porosa.

Agora, quando  $L_w=600$  ft, o poço atinge seu maior comprimento para os casos testados. A sua maior extensão possibilita uma drenagem ainda mais eficaz, levando a um aumento da vazão e da produção acumulada de gás dentre os casos avaliados, uma vez mais destacando os benefícios proporcionados pelo aumento do seu comprimento para a eficiência da produção.

#### 4.4.4 Variação da porosidade

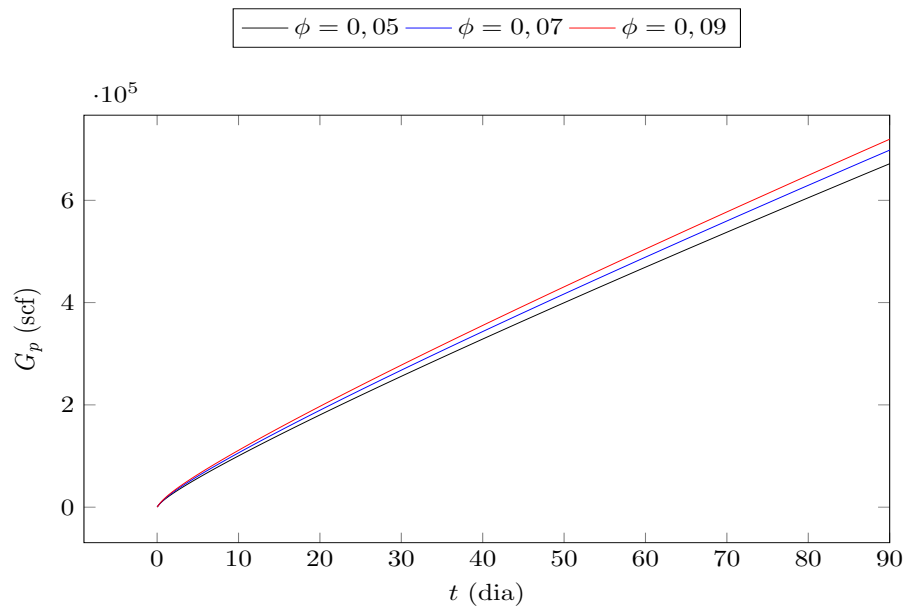
As Figuras 18 e 19 contêm as curvas de vazão e produção acumulada de gás, em um reservatório de folhelho, para diferentes valores da porosidade. A análise foi realizada para:  $\phi=0,05$ ,  $0,07$  (caso de referência) e  $0,09$ . Ressalta-se que o aumento da porosidade leva a uma maior vazão de gás, visto que a capacidade de armazenamento e transporte do gás é diretamente influenciada por ela. Quanto maior o seu valor, maior será o volume de gás disponível para escoamento.

Figura 18 - Variação da porosidade (Caso 2) - Para a vazão de gás



Fonte: O autor, 2025.

Figura 19 - Variação da porosidade (Caso 2) - Para a produção de gás acumulada



Fonte: O autor, 2025.

Para  $\phi=0,05$ , a vazão é a mais baixa, em função da menor capacidade de armazenamento do reservatório. No caso intermediário ( $\phi=0,07$ ), há um aumento na vazão, mostrando o impacto positivo do aumento da porosidade. Finalizando, para  $\phi=0,09$ , a vazão é ainda maior, sendo mais expressiva nos instantes iniciais, diminuindo gradualmente ao longo do tempo.

A produção acumulada de gás segue a mesma tendência observada em relação à vazão. A maior porosidade ( $\phi=0,09$ ) leva a uma produção acumulada superior, maior volume de gás armazenado e disponível para produção. Com o passar do tempo, a diferença entre os casos se torna mais clara, já que a maior capacidade de armazenamento permite uma produção mais duradoura. Por outro lado, com  $\phi=0,05$  a produção acumulada é a menor, devido à limitação do volume de gás presente no reservatório. Em se tratando de  $\phi=0,07$ , verifica-se uma produção acumulada que é intermediária, sendo levemente superior.

Logo, o aumento da porosidade tem um impacto positivo na vazão de gás e na produção acumulada, pois aumenta a capacidade do reservatório de armazenar e liberar o gás nele contido. Portanto, em reservatórios de baixa permeabilidade, valores mais altos da porosidade são vantajosos para o desempenho produtivo, principalmente quando a pressão no meio ainda é elevada.

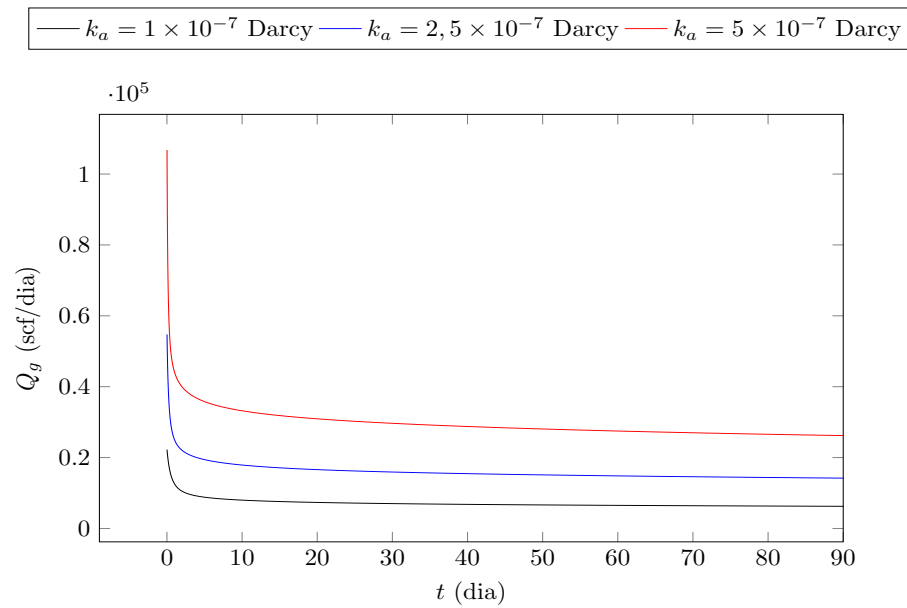
#### 4.4.5 Variação da permeabilidade absoluta

As Figuras 20 e 21 apresentam a análise da permeabilidade absoluta ( $k_a$ ) para a vazão de gás e a produção acumulada, sendo considerados três valores de permeabilidade:  $k_a=1 \times 10^{-7}$ ,  $2,5 \times 10^{-7}$  e  $5 \times 10^{-7}$  Darcy. À medida que o valor da permeabilidade absoluta aumenta, os valores iniciais e finais da vazão e da produção acumulada também aumentam. Como a permeabilidade fornece uma medida da resistência ao escoamento, aos seus maiores valores correspondem as maiores vazão e produção acumulada de gás.

Para  $k_a = 5 \times 10^{-7}$  Darcy, a vazão inicial é maior e a queda é mais lenta ao longo do tempo, enquanto que para  $k_a = 1 \times 10^{-7}$  Darcy ela é a menor, indicando uma maior resistência ao escoamento do gás no interior do reservatório.

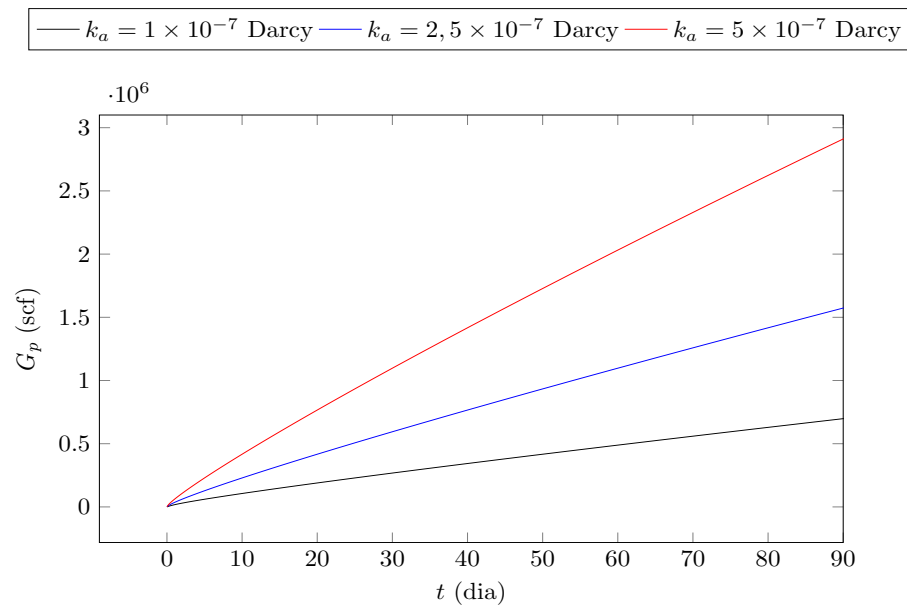
O volume acumulado produzido apresenta um comportamento semelhante, pois o aumento da permeabilidade resulta em um aumento da produção ao longo do tempo, ocasionado pela maior vazão, devido à facilidade dos fluidos em escoarem no interior do meio poroso.

Figura 20 - Variação da permeabilidade (Caso 2) - Para a vazão de gás



Fonte: O autor, 2025.

Figura 21 - Variação da permeabilidade absoluta (Caso 2) - Para a produção de gás acumulada



Fonte: O autor, 2025.

## CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

### Conclusões

Neste trabalho foram feitas simulações numéricas com o objetivo de investigar a produção em reservatórios de gás de baixa permeabilidade, considerando os efeitos do deslizamento do gás e da correção da permeabilidade em função da variação da tensão efetiva. O comportamento da vazão e da produção acumulada de gás foi estudado na presença ou ausência dos referidos efeitos. Para tanto, foram variados os valores de alguns dos parâmetros e propriedades físicas: o coeficiente  $b$  do efeito Klinkenberg, o módulo de permeabilidade  $\gamma$ , o comprimento do poço horizontal, a porosidade e a permeabilidade absoluta.

A formulação fundamentada no método Picard-Newton se mostrou adequada e viabilizou a captura dos padrões de escoamento encontrados em meios porosos de baixa permeabilidade. Contudo, para uma avaliação quantitativa mais aprofundada, é necessário que seja empreendida uma comparação com outros resultados advindos de simulações numéricas ou de dados experimentais.

Os resultados obtidos possibilitaram concluir que os fenômenos analisados impactaram de maneira significativa a produtividade dos reservatórios. As principais conclusões podem ser sintetizadas da seguinte maneira:

1. **Efeito de Klinkenberg:** o aumento do coeficiente  $b$  resultou no aumento na permeabilidade aparente, mostrando-se relevante em se tratando de reservatórios de baixa permeabilidade. Como resultado, verificou-se o aumento das vazões e das produções acumuladas de gás. No entanto, seu efeito é mais evidente quando as pressões são suficientemente baixas.
2. **Correção devido à tensão efetiva:** o aumento do módulo de permeabilidade,  $\gamma$ , intensificou os efeitos da compactação da matriz porosa, acarretando uma diminuição da permeabilidade, restringindo, assim, o fluxo mássico de gás e impactando negativamente a produção acumulada. À medida que os seus valores são aumentados, reduz-se a permeabilidade aparente de forma mais pronunciada quando da queda de pressão na jazida. Portanto, destaca-se a sua importância nos reservatórios onde esse efeito pode ser pronunciado.
3. **Variação da porosidade:** O aumento da porosidade apresentou uma relação direta com o aumento da vazão e da produção acumulada de gás. Maiores valores levam a uma maior capacidade de armazenamento de gás no reservatório, resultando em uma melhor recuperação ao longo do tempo.

4. **Permeabilidade absoluta:** Demonstrou-se ser uma das propriedades mais influentes no comportamento de produção, pois quanto maior o seu valor, menor será a resistência ao escoamento. Como consequência, tem-se uma maior vazão inicial e seu decréscimo é mais suave, obtendo-se um volume acumulado de gás maior. Nos reservatórios de baixa permeabilidade, as limitações impostas ao fluxo são severas, enfatizando a necessidade do emprego de técnicas de estimulação, a fim de se aumentar a permeabilidade efetiva e viabilizar a produção.
5. **Comprimento do poço horizontal:** O aumento do tamanho do poço horizontal  $L_w$  possibilitou a existência de uma maior área de contato com a matriz porosa, implicando no aumento da vazão e da produção acumulada de gás. O aumento da sua extensão provou ser uma estratégia eficiente para potencializar a recuperação, principalmente em reservatórios não convencionais, onde a área de contato entre o poço e a formação rochosa tem um papel fundamental.

Assim sendo, a análise comparativa entre os diferentes cenários revelou que pequenas variações nos parâmetros e propriedades físicas podem resultar em mudanças significativas nas previsões da produção. Isso é particularmente evidenciado quando se considera períodos de tempo da ordem de décadas. Um modelo inadequado ou mal calibrado pode introduzir erros não desprezíveis, comprometendo as decisões estratégicas em fases críticas do desenvolvimento e da operação de campo. Com base nos resultados obtidos, ressalta-se a importância do desenvolvimento e aplicação de modelos apropriados, juntamente com métodos numéricos eficazes.

Por fim, este estudo destacou a importância de incorporar modelos acurados para a simulação de estratégias operacionais para aprimorar a gestão de reservatórios. Previsões confiáveis possibilitam não somente o aumento da eficiência produtiva a curto prazo, como também a diminuição dos riscos e custos durante todo o ciclo de vida do reservatório.

## Perspectivas

Como perspectivas para a continuação desta pesquisa, primeiramente tem-se em mente a simulação numérica de casos incluindo a adsorção de gás natural em meios porosos, utilizando a isoterma de Langmuir (código já implementado e em processo de verificação).

Além disso, visando a redução do efeito de estocagem numérica, associado ao tipo de técnica de acoplamento poço-reservatório adotada, almeja-se a implementação de uma técnica na qual o índice de produtividade varia em função do tempo.

Por outro lado, uma outra alternativa contemplaria a implementação de um modelo de escorregamento, no qual a permeabilidade aparente fosse também uma função do número de Knudsen.

Busca-se, também, desenvolver uma versão paralelizada do simulador utilizando, por exemplo, uma *Application Programming Interface* (API) tal como a OpenMP.

Finalmente, a simulação do escoamento água-gás em um meio heterogêneo incluindo a presença de fraturas, usando o modelo de fraturas embutidas (*Embedded Fracture Method*), deve ser vista como uma nova linha de estudo.

## REFERÊNCIAS

- ABOU-KASSEM, J. H.; ALI, S. M.; ISLAM, M. R. *Petroleum Reservoir Simulation, A Basic Approach*. Houston, USA: Gulf Publishing Company, 2006.
- AGUILERA, R. F. *The Economics of Unconventional Oil and Gas Resources*. Berlin, Germany: Springer, 2010.
- AL-MOHANNADI, N. *Simulation of Horizontal Well Tests*. Tese (Doutorado) — Colorado School of Mines, Golden, USA, 2004.
- AL-TWAIJRI, M. et al. Numerical study of complex fracture geometry effect on two-phase performance of shale-gas wells using the fast edfm method. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 164, p. 603–622, 2018.
- AZIZ, M.; SETTARI, A. *Petroleum Reservoir Simulation*. New York, USA: Elsevier Applied Science, 1990.
- BABADAGLI, T.; AL-YASERI, A.; ROSHAN, H. Physics of fracturing fluid interaction with unconventional reservoirs: Formation damage or enhancement? *Journal of Unconventional Oil and Gas Resources*, v. 11, p. 107–121, 2015.
- BARTH, T.; HERBIN, R.; OHLBERGER, M. Finite volume methods: Foundation and analysis. In: STEIN, E.; BORST, R.; HUGHES, T. J. R. (Ed.). *Encyclopedia of Computational Mechanics*. 2. ed. New Jersey, USA: John Wiley & Sons, Inc, 2017.
- CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P. *Numerical Methods for Engineers*. 7th. ed. New York: McGraw-Hill Education, 2015. ISBN 9780073397924.
- CHEN, Z. *Reservoir Simulation: Mathematical Techniques in Oil Recovery*. [S.l.]: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2007.
- CHEN, Z.; HUAN, G.; MA, Y. *Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media*. Philadelphia, USA: Society of Industrial and Applied Mathematics, 2006.
- CIPOLLA, C. L. et al. The relationship between fracture complexity, reservoir properties, and fracture-treatment design. *SPE Production & Operations*, v. 24, n. 4, p. 575–592, 2009.
- CLARKSON, C. R.; BUSTIN, R. M. The effect of pore structure and gas pressure upon gas transport in matrix permeability of shale gas reservoirs. *Journal of Unconventional Oil and Gas Resources*, v. 6, p. 14–23, 2013.
- COREY, A. *The Interrelation Between Oil, Water and Gas Relative Permeabilities*. [S.l.]: American Institute of Mining, Metallurgical, and Petroleum Engineers (AIME), 1959. v. 216. 417–427 p.
- COREY, A.; GERHARD, A. E. H. The influence of saturation on the relative permeability of water and gas. *SPE Reservoir Engineering*, v. 1, p. 335–341, 1986.

- DARCY, H. *Les fontaines publiques de la ville de Dijon. Exposition et application des principes à suivre et des formules à employer dans les questions de distribution d'eau*. [S.l.]: Victor Dalmont, 1856.
- ERTEKIN, T.; ABOU-KASSEM, J. H.; KING, G. R. *Basic Applied Reservoir Simulation*. Richardson, USA: Society of Petroleum Engineers, 2001. (SPE Textbook Series 7).
- EZEKWE, N. *Petroleum Reservoir Engineering Practice*. Westford, USA: Prentice Hall, 2010.
- FREITAS, M. M. *Estudo Comparativo das Estratégias de Solução Numérica para Escoamentos Bifásicos em Reservatórios de Petróleo*. Tese (Doutorado) — Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2017.
- FREUND, R. M.; VANDENBERGHE, L. G. On the efficiency of conjugate gradient methods for large sparse systems. *Numerische Mathematik*, v. 58, p. 231–242, 1991.
- GALE, J. F.; LAUBACH, S. E.; OLSON, J. E. Natural fractures in shale: A key to gas production and reservoir behavior. *AAPG Bulletin*, v. 98, p. 2615–2635, 2014.
- GENUCHTEN, M. T. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal*, v. 44, p. 892–898, 1980.
- GHASSEMI, A. Interaction of natural and induced fractures in shale gas reservoirs. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, v. 57, p. 94–103, 2012.
- GUARDADO, L. R.; GAMBOA, L. A.; LUCCHESI, C. F. Petroleum system of the campos basin, Brazil. *Geological Society, London, Special Publications*, Geological Society of London, v. 152, n. 1, p. 103–120, 2000.
- HE, Y. et al. Investigation of low water recovery based on gas-water two-phase low-velocity non-Darcy flow model for hydraulically fractured horizontal wells in shale. *Petroleum*, v. 9, n. 3, p. 364–372, 2023.
- HOLDITCH, S. A. Tight gas sands. *Journal of Petroleum Technology*, v. 58, n. 6, p. 86–95, 2006.
- INTERNATIONAL ENERGY AGENCY. *Annual Energy Outlook 2020: Unconventional Resources*. 2020. Disponível em: <https://www.eia.gov>. Acesso em: 16 dez. 2024.
- ISLAM, M. R. et al. *Advanced Petroleum Reservoir Simulation*. Trondheim, Norway: Wiley, 2010.
- JAVADPOUR, F. Nanopores and apparent permeability of gas flow in mudrocks (shales and siltstone). *Journal of Canadian Petroleum Technology*, v. 48, n. 8, p. 16–21, 2009.
- KARDALE, K.; KALOS, S. T. Application of the chain rule in the study of complex systems. *Journal of Computational Physics*, v. 45, p. 325–330, 1982.
- KLINKENBERG, L. J. The permeability of porous media to liquids and gases. *Drilling and Production Practice, American Petroleum Inst.*, v. 1, p. 200–213, 1941.
- LAUBACH, S. E.; OTHERS. Characteristics and models of natural fractures in shale reservoirs. *Journal of Structural Geology*, v. 31, p. 1203–1211, 2009.

LEE, J. D.; LEE, J. L. *The Viscosity of Natural Gases*. Richardson, Texas: Society of Petroleum Engineers, 1981. ISBN 9781555631163.

LI, Y.; LO, K. W. H. Capillary pressure models for water saturation and relative permeability in fractured rocks. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 30, p. 143–151, 2001.

MASSON-DELMOTTE, V. et al. (Ed.). *Climate Change 2021: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2021.

MCCAIN, W. D. *The Properties of Petroleum Fluids*. 2. ed. Tulsa, Oklahoma: PennWell Books, 1990. ISBN 9780878143351.

MINDLIN, R. D. On the theory of small elastic deformations of bodies with irregular boundaries. *Journal of Applied Mechanics*, v. 28, p. 27–32, 1961.

PEACEMAN, D. W. Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation. *Society of Petroleum Engineers Journal*, v. 18, n. 3, p. 183–194, 1978.

PETROSKY, G. E.; FARSHAD, F. C. Viscosity correlations for gulf of mexico crude oils. *Society of Petroleum Engineers Reservoir Engineering*, v. 10, n. 1, p. 25–29, 1995.

ROSA, A. J.; CARVALHO, R. S.; XAVIER, J. A. D. *Engenharia de reservatórios de petróleo*. [S.l.]: Interciência, 2006.

ROSÁRIO, R. C. D. *Determinação de pressão em poços horizontais na simulação numérica de reservatórios de gás natural incorporando os efeitos de escorregamento e de adsorção*. Tese (Doutorado) — Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2020.

SAAD, Y. *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*. 2. ed. Philadelphia: SIAM, 2003.

SHAHRAEENI, E.; FIROOZABADI, A. Multiphase flow in tight formations: Challenges and new perspectives. *SPE Journal*, v. 20, n. 4, p. 700–711, 2015.

SHANLEY, K. W.; CLUFF, R. M.; ROBINSON, J. W. Factors controlling prolific gas production from low-permeability sandstone reservoirs: Implications for resource assessment, completion, and stimulation. *AAPG Bulletin*, v. 88, n. 8, p. 1083–1121, 2004.

SILVA, G. M. da et al. On the numerical simulation of two-phase flow in shale gas reservoirs. In: *Proceedings of the XLV Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE 2024)*. Maceió, Brazil: [s.n.], 2024.

SOUZA, G. de. *Acoplamento Poço-reservatório na Simulação Numérica de Reservatórios de Gás*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual do Norte Fluminense, Macaé, Brasil, 2013.

SUTTON, R. P. Compressibility factors for high-molecular-weight hydrocarbons. *Journal of Petroleum Technology*, v. 36, n. 12, p. 1,269–1,278, 1984.

VENGOSH, A. et al. A critical review of the risks to water resources from unconventional shale gas development and hydraulic fracturing in the united states. *Environmental Science Technology*, v. 48, n. 15, p. 8334–8348, 2014.

- VENNEMO, S. B. *Multiscale Simulation of Thermal Flow in Porous Media*. Dissertação (Mestrado) — Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway, 2016.
- WANG, H.; ZOBACK, M. D. Permeability evolution due to dynamic changes in effective stress during depletion in shale gas reservoirs. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, v. 51, p. 102–114, 2018.
- WARPINSKI, N. R.; DU, J.; ZIMMER, U. Measurements of hydraulic-fracture-induced seismicity in gas shales. *Society of Petroleum Engineers Journal*, v. 17, n. 1, p. 41–46, 2012.
- WENG, X. Modeling the interactions between natural and hydraulic fractures in shale gas reservoirs. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 134, p. 134–146, 2015.
- WHITAKER, S. Flow in porous media 1: A theoretical derivation of darcy’s law. *Transport in Porous Media*, Springer, v. 1, n. 1, p. 3–25, 1986.
- XU, Y. et al. A new approach for gas-water flow simulation in multi-fractured horizontal wells of shale gas reservoirs. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 199, p. 108292, 2021.
- ZHANG, R.-H. et al. A simulator for production prediction of multistage fractured horizontal well in shale gas reservoir considering complex fracture geometry. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, v. 67, p. 14–29, 2019.
- ZHANG, Y.; YANG, D. Modeling two-phase flow behaviour in a shale gas reservoir with complex fracture networks and flow dynamics. *Gas Science and Engineering*, v. 119, p. 205112, 2023.
- ZOBACK, M. D. *Reservoir Geomechanics*. 2nd. ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2013.