



Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia e Ciências

Instituto de Matemática e Estatística

Victor Luiz Castro del Rio

**Práticas colaborativas no ensino de funções: uma aplicação no Programa de
Educação de Jovens e Adultos**

Rio de Janeiro

2014

Victor Luiz Castro del Rio

**Práticas colaborativas no ensino de funções: uma aplicação no Programa de
Educação de Jovens e Adultos**



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Mestrado Profissional em Rede Nacional em Matemática-PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Orientador: Prof. Dr. Augusto César de Castro Barbosa

Coorientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius Tovar Costa

Rio de Janeiro

2014

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC-A

R585 Del Rio, Victor Luiz Castro.
Práticas colaborativas no ensino de funções: uma aplicação no
Programa de Jovens e Adultos / Victor Luiz Castro del Rio – 2014.
82 f. : il.

Orientador: Augusto César de Castro Barbosa.
Coorientador: Marcus Vinicius Tovar Costa.
Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional em
Matemática - PROFMAT) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro,
Instituto de Matemática e Estatística.

1. Funções (Matemática). 2. Práticas de ensino – Rio de Janeiro
(Cidade). 3. Educação de Jovens e Adultos. I. Barbosa, Augusto César
de Castro. II. Costa, Marcus Vinicius Tovar. III. Universidade do
Estado do Rio de Janeiro. Instituto de Matemática e Estatística. IV.
Título.

CDU 517.5:371.3

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação, desde que citada a fonte.

Assinatura

Data

Victor Luiz Castro del Rio

**Práticas colaborativas no ensino de funções: uma aplicação no Programa de
Educação de Jovens e Adultos**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Mestrado Profissional em Rede Nacional em Matemática-PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Aprovada em 02 de setembro de 2014.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Augusto César de Castro Barbosa (Orientador)

Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

Prof. Dr. Marcus Vinicius Tovar Costa (Coorientador)

Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

Prof.^a Dra. Cláudia Ferreira Reis Concordido

Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

Prof. Dr. Ronaldo da Silva Busse

Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro

Rio de Janeiro

2014

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha família, que esteve ao meu lado e acreditou em mim durante todo processo e também a Deus que me dá forças diariamente para aproveitar as oportunidades que aparecem ao longo do meu caminho.

AGRADECIMENTOS

A meus pais por me darem toda base que necessito para meu desenvolvimento como homem.

A minha esposa que sempre ficou ao meu lado mesmo quando minha única preocupação era o mestrado e que em momentos de fraquezas foi minha fortaleza.

A meu filho que desde seu nascimento me ajudou com seus sorrisos e alegrias.

A Deus por todas as vezes que me proporcionou momentos inesquecíveis em minha vida.

Aos meus orientadores, Professores Augusto e Marcus, pela orientação e ajuda ao longo do processo de construção da dissertação.

Aos meus alunos do colégio Alencastro Guimarães por terem aceitado o desafio de pôr em prática uma nova proposta pedagógica.

A direção do colégio Alencastro Guimarães, que ao longo dos dois anos do curso de Mestrado entenderam e me ajudaram quando mais precisava.

Aos meus colegas professores que me deram força para completar essa nova etapa da minha vida.

As minhas companheiras e amigas de profissão Solange e Priscila, por participarem ativamente da elaboração da minha dissertação.

A todos os amigos e familiares que, junto comigo, acreditaram nesse desafio.

Não vire as costas para o mundo, mesmo quando parecer que o mundo virou as costas para você.

Autor desconhecido

RESUMO

DEL RIO, Victor Luiz Castro. *Práticas colaborativas no ensino de funções: uma aplicação no Programa de Educação de Jovens e Adultos do município do Rio de Janeiro*. 2014. 82f. Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional em Matemática - PROFMAT) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

Esse trabalho apresenta uma experiência com o Ensino Colaborativo (EC) no Programa de Educação de Jovens e Adultos em uma escola da rede municipal de ensino do Rio de Janeiro. Ele visa dar ferramentas ao docente que possibilitem o uso do Ensino Colaborativo, além de explicar e estruturar o uso dessa prática colaborativa no ensino de matemática. O trabalho mostra também um estudo comparativo entre duas turmas do Ensino de Jovens e Adultos de um colégio do município do Rio de Janeiro, na qual o EC foi utilizado em apenas uma delas, e esse estudo, visa caracterizar as diferenças entre o EC e o ensino tradicional. O fato de ter desenvolvido esse estudo do EC no Ensino de Jovens e Adultos se deu pelo fato de ser uma modalidade de ensino cujo público, historicamente, apresenta algumas dificuldades no processo de aprendizagem e também por se tratar de uma modalidade de ensino na qual a diversidade de experiências se torna um diferencial para o desenvolvimento da prática colaborativa. As atividades propostas visam criar um ambiente propício para que a interação entre os alunos e entre professor e aluno(s) ocorra. Cada estudante deve ser capaz de confrontar ideias, dividir conhecimentos e desenvolver ou adquirir habilidades, ou seja, cada um deve buscar o seu desenvolvimento e também o de todos que estão a sua volta. Ao aliar a prática colaborativa com o ensino de funções, foi possível introduzir o conceito básico de função e mostrar aos discentes as diferentes formas de representar uma função e de que maneira o conceito de função está ligado a diversas áreas do conhecimento. Espera-se que com esse trabalho qualquer pessoa que deseje utilizar o Ensino Colaborativo, sinta-se encorajado e embasado para desenvolver tópicos do programa de Matemática utilizando essa prática pedagógica. É importante destacar que todas as estruturas sugeridas podem e devem ser adaptadas a cada realidade e às suas peculiaridades, pois além de ser uma prática que visa melhorar o processo de ensino aprendizagem, o EC pode ser usado como uma ferramenta de análise que permite a todos os indivíduos participantes ter um melhor entendimento da sociedade na qual estão inseridos.

Palavras-chave: Ensino colaborativo. Ensino de funções. Colaboração. Educação de Jovens e Adultos.

ABSTRACT

DEL RIO, Victor Luiz Castro. *Collaborative practice on teaching function: an application on the youth and Adult Education Program in the city of Rio de Janeiro*. 2014. 82 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional em Matemática - PROFMAT) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

This study presents an experience on Collaborative Teaching (CT) on the Youth and Adult Educational Program. It offers the teacher tools that enable the use of Collaborative Teaching, besides explaining and structuring the use of this collaborative practice on teaching mathematics. The work also shows a comparative study between two groups of Youth and Adult Educational Program of the city of Rio de Janeiro, in which only one the CT has been used. This study intends to make a difference between collaborative teaching the traditional one. The reason of having developed this study on Youth and Adult Educational Program was due to the fact that it is a public historically known for presenting problems on the learning process, and also because it is a method of teaching in which the diversity of experiences is a differential to the development of collaborative practice. The proposed activities lead to creating an atmosphere likely to stimulate the interaction among the students and between the teacher and the student(s). Each student should be able to confront ideas, share knowledge and either develop or acquire skills, that is, each one should look forward to his own development and everybody else's too. By allying the collaborative practice to the function teaching, it was possible to introduce the basic concept of this topic, and show the students the different ways of representing it and in what ways its concept is connected to diversified areas of knowledge. With this work, it is expected that anyone becomes willing to use the Collaborative Practice feels encouraged and based to develop the topics of the Mathematics syllabus using this pedagogical practice. It is important to highlight that all the suggested structurings can and should be adapted to each reality and its particularities because, in addition to being a practice that leads to enhancing the teaching-learning process, the CT can be used as an analysis tool to allow all the participants to have a better understanding of the situation they are part of.

Keywords: Collaborative teaching (CT). Teaching function. Collaboration. Youth and Adult Education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Tabela Plimpton 322.....	41
Figura 2 - Diagramas de flechas da questão 1, atividade 1.....	65
Figura 3 - Diagramas de flechas da questão 2, atividade	65
Figura 4 - Diagrama de flecha da questão 3, atividade 1.....	66
Figura 5 - Gráficos diversos da questão 1, atividade 2.....	67
Figura 6 - Diagrama de flechas da atividade 3, questão 3.....	70
Figura 7 - Diagrama de flechas da questão 1, avaliação em grupo.....	75
Figura 8 - Diagramas de flechas da questão 2, avaliação em grupo.....	75
Figura 9 - Diagramas de flechas da questão 1, avaliação individual.....	78
Figura 10- Idem figura 4.....	80

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 -	Comparação da produção bibliográfica sobre aprendizagem colaborativa e sobre ensino colaborativo, analisando a base de dados Web of Science.....	21
Gráfico 2 -	Distribuição de notas da turma 163 (sem EC) na avaliação individual	53
Gráfico 3 -	Distribuição de notas da turma 162 (com EC) na avaliação individual....	53
Gráfico 4 -	Distribuição de notas da turma 162 (com EC) na avaliação em grupo.....	54
Gráfico 5 -	Gráfico de linha da questão 2, atividade 2.....	68
Gráfico 6 -	Função afim da questão 1, atividade 3.....	69
Gráfico 7 -	Gráfico da questão 1, atividade 4.....	71
Gráfico 8 -	Gráfico da questão 2, atividade 4.....	71
Gráfico 9 -	Gráfico da questão 3, atividade 4.....	73
Gráfico 10 -	Gráfico da questão 4, atividade 4.....	73
Gráfico 11 -	Gráfico da questão 5, atividade 4.....	74
Gráfico 12 -	Função afim da questão 4, avaliação em grupo.....	76
Gráfico 13 -	Gráfico da questão 5, avaliação em grupo.....	77
Gráfico 14 -	Gráfico da questão 2, avaliação individual.....	79
Gráfico 15 -	Gráfico da questão 4, avaliação individual.....	80

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 -	Evolução do EC ao longo do tempo	22
Tabela 2 -	Tabela explicativa da estrutura das aulas, referentes ao PEJA II.....	39
Tabela 3 -	Comparação entre as médias das turmas analisadas na avaliação individual.....	52
Tabela 4 -	Tabela da questão 2, atividade 4.....	72

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SME - RJ	Secretaria Municipal de Educação do Município do Rio de Janeiro
PEJA	Programa de Educação de Jovens e Adultos
EC	Ensino Colaborativo
CA	Comunidade de Aprendizagem
GEC	Ginásio Experimental Carioca
GI	Grupos Interativos

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO.....	16
1	O ENSINO COLABORATIVO.....	18
1.1	O que é o Ensino Colaborativo.....	18
1.2	Uma breve análise histórica dos estudos e aplicações do EC.....	18
1.3	O EC no Brasil nos dias de hoje.....	23
1.3.1	<u>A prática Colaborativa no Município do Rio de Janeiro – uma outra experiência.....</u>	26
1.4	Principais Aspectos do EC.....	28
1.4.1	<u>Atividades que permitam a discussão dos participantes.....</u>	28
1.4.2	<u>Estimular a autonomia cognitiva (individual e coletiva).....</u>	28
1.4.3	<u>Estimular a comunicação e socialização.....</u>	29
1.4.4	<u>O professor é uma peça da construção.....</u>	29
2	METODOLOGIAS DO ENSINO COLABORATIVO.....	31
2.1	Organizar grupos heterogêneos	31
2.2	Dinâmica das aulas.....	32
2.3	Objetivos do EC.....	33
3	A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS.....	35
3.1	Histórico da Educação de Jovens e Adultos no Brasil.....	35
3.2	Programa de Educação de Jovens e Adultos na Secretaria Municipal de Educação do Município do Rio de Janeiro – PEJA.....	37
3.3	Estrutura do PEJA.....	38
3.4	Perfil das turmas do PEJA.....	40
4	O ENSINO DE FUNÇÃO.....	41
4.1	Histórico do conceito de função ao longo do tempo.....	41
4.2	O ensino de função no PEJA: uma prática colaborativa.....	43
4.2.1	<u>Por que o PEJA?.....</u>	43
4.2.2	<u>Elaboração das atividades e o conceito de função.....</u>	44
4.3	Relatos da aplicação das atividades em sala de aula.....	47
4.3.1	<u>Atividade 1.....</u>	48
4.3.2	<u>Atividade 2.....</u>	49
4.3.3	<u>Atividade 3.....</u>	49

4.3.4	<u>Atividade 4</u>	50
5	A AVALIAÇÃO	51
5.1	Análises dos resultados obtidos nas avaliações	51
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	56
	REFERÊNCIAS	58
	APÊNDICE A	64
	APÊNDICE B	66
	APÊNDICE C	68
	APÊNDICE D	70
	APÊNDICE E	74
	APÊNDICE F	77
	APÊNDICE G	80
	APÊNDICE H	82

INTRODUÇÃO

Considerando o panorama do ensino básico público brasileiro, em particular, a Educação de Jovens e Adultos no município do Rio de Janeiro, em que os alunos são reflexos de sua difícil realidade social, é notória a necessidade de uma nova abordagem dos conteúdos básicos e, principalmente, a forma de como esses conteúdos são apresentados na sala de aula. Sendo assim, a utilização de uma prática pedagógica que torne a sala de aula um espaço democrático e colaborativo se torna um diferencial positivo, pois assim, todos os envolvidos no processo ensino-aprendizagem se tornam protagonistas e responsáveis pelo desenvolvimento de sua própria formação, agregando valores, experiências e conhecimentos diversos.

Segundo Vygotsky (1896-1924), o desenvolvimento humano é constituído por dois níveis. O primeiro nível é o de desenvolvimento real, onde a criança consegue realizar as atividades sozinhas. O segundo nível é o de desenvolvimento potencial, que envolve um conjunto de atividades em que a criança necessita de orientações e/ou ajuda de outras pessoas (seja ela um adulto ou uma criança mais experiente) para realizar suas atividades. (apud Craidy e Kaercher, 2001)

Atualmente, existem diversas denominações para as correntes educacionais que se apoiam na teoria de que o conhecimento pode ser construído de forma coletiva, onde cada indivíduo é agente dessa construção e o professor se torna também mais um observador reflexivo da própria aula. Ao longo desse trabalho, chamaremos de **Ensino Colaborativo (EC)** toda prática que visa estimular a troca de conhecimentos entre membros de um mesmo grupo e a maior participação deles no processo de aprendizagem.

Hoje em dia a internet é uma realidade no cotidiano de todos e o acesso a informação se tornou fácil e rápido. A introdução de novas tecnologias no ensino de Matemática, nos dias atuais, se tornou cada vez mais intensa e usual. Desta forma o EC se tornou uma prática muito utilizada no ensino a distância, através do uso de plataformas educacionais e com criação de fóruns que estimulam o usuário a interagir.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais indicam como objetivos do ensino fundamental que os alunos sejam capazes de:

“Posicionar-se de maneira crítica, responsável e construtiva nas diferentes situações sociais, utilizando o diálogo como forma de mediar conflitos e de tomar decisões coletivas” (PCN, 1998, p.7).

Sendo assim, ao longo desse trabalho veremos sugestões de estruturação de aulas usando o ensino colaborativo, sem necessariamente ter que recorrer ao uso de novas tecnologias. Mostraremos a estrutura curricular e o funcionamento do Programa de Educação de Jovens e Adultos do município do Rio de Janeiro e como o EC pode ser útil nesse segmento. Além disso, é estudada também a evolução do ensino de um importante tópico da Matemática, que é o estudo de função, ao longo dos anos e como unir o estudo de funções à prática do estudo coletivo no Ensino de Jovens e Adultos. Por fim, esse trabalho tem como principal objetivo mostrar ao docente a oportunidade de inserir em sala de aula uma proposta pedagógica cuja base é à teoria construtivista que dá oportunidade ao aluno de desenvolver-se como cidadão e como estudante. Ao ser inserido em um processo onde todos são fundamentais, o discente é levado a se posicionar diante de opiniões, vivências e entendimentos diferentes do seu, melhorando, por exemplo, a sua capacidade de socialização.

No primeiro capítulo será introduzida ao leitor uma ideia do que é o ensino colaborativo, como ele se desenvolveu ao longo dos anos e como está sendo introduzido e desenvolvido no Brasil. No capítulo seguinte será mostrada uma metodologia que permite um melhor desenvolvimento da prática colaborativa. O terceiro capítulo traz um breve histórico da Educação de Jovens e Adultos no Brasil, exibindo um perfil mais detalhado da estrutura curricular e das turmas do Programa de Educação de Jovens e Adultos do Município do Rio de Janeiro (PEJA). Os dois capítulos seguintes descrevem as atividades e as avaliações propostas para as duas turmas que foram estudadas, além de mostrar uma comparação de notas e dados entre a turma que não utilizou o EC e a que utilizou. Nesses capítulos existem também relatos e considerações que descrevem o desenvolvimento da prática do EC em uma turma e as diferenças que existiram em relação ao desenvolvimento do mesmo conteúdo na turma que não utilizou o Ensino Colaborativo. Por fim, é mostrado outro relato de experiência, baseado no depoimento de professores que usaram a prática colaborativa em outra escola do mesmo município.

Vale ressaltar que a estruturação dessa metodologia se adequa a qualquer conteúdo matemático, sendo facultado ao docente o papel de desenvolver atividades que propiciem a discussão e incentivem a capacidade de comunicação dos alunos. Porém, é importante que o professor tenha a sensibilidade de perceber a necessidade da aplicação constante de atividades (coletivas e individuais) que verifiquem o nível de conhecimento que cada aluno apresenta e que servirão também como uma ferramenta diagnóstica.

1 O ENSINO COLABORATIVO

1.1 O que é Ensino Colaborativo?

O Ensino Colaborativo é um conjunto de práticas e/ou atividades construtivistas que visam o desenvolvimento cognitivo através de trocas de conhecimento entre os envolvidos no processo, não se limitando apenas a uma exposição de conteúdo e sim à construção coletiva de um determinado conhecimento/contéudo, onde a heterogeneidade entre os membros do grupo possui um papel importante na estimulação das discussões.

Nesse contexto colaborativo destaca-se a formação de um ambiente propício para a interação e aprendizado. O docente se compromete a desenvolver, juntamente com os grupos de alunos, técnicas e propostas facilitadoras para o aprendizado.

O foco central do EC é desenvolver em todos os indivíduos que participam desse processo a capacidade de aprender trabalhando em grupo, sem deixar de lado o caráter auxiliador que somente a interação e a convivência possibilitam.

Geralmente, ao longo da prática do Ensino Colaborativo, surgem metodologias específicas de ensino que possibilitam a vários alunos, com níveis de aprendizado diferente, se relacionar em torno de um mesmo objetivo educacional, que pode ser o entendimento de um assunto específico ou a resolução de exercícios propostos. Com essa possibilidade de interação o aluno pode ser capaz de confrontar ideias, partilhar conhecimento, adquirir novas habilidades e/ou aperfeiçoá-las.

1.2 Uma breve análise histórica dos estudos e aplicações do EC

O uso de práticas colaborativas vem sendo testado e registrado por teóricos, professores e pesquisadores desde o século XVIII. Educadores utilizam o conceito de ensino usando a colaboração a fim de preparar seus educandos para o mundo fora da escola. O uso de uma metodologia colaborativa também é muito valorizado em empresas, uma vez que trabalhar em cooperação com os outros é considerado um atributo importantíssimo no mercado de trabalho (Torres, Irala, Alcantara, 2004).

Entre os anos de 1774 e 1826, o professor de lógica e filosofia da Universidade de Glasgow George Jardine utilizou as técnicas de aprendizagem colaborativa para elaboração de textos coletivos, que tinham como principal objetivo preparar os alunos para participarem

com sucesso da sociedade britânica. Jardine avaliava seus alunos em pares e adaptava, quando necessário, sua metodologia às necessidades dos alunos durante o processo de aprendizagem (Gaillet, 1994).

Pesquisas realizadas em 1994 pelos irmãos Roger Johson e David Johson (Galvão, 2012) apontam que no início do século XIX surgiram as primeiras experiências em escolas tradicionais, como Lancaster School e Common School Movement, da aplicação dos esquemas colaborativos em salas de aulas. No final do século XIX os Estados Unidos, através do superintendente de escolas públicas Coronel Francis Parker, promoveram a aprendizagem em grupo nas escolas públicas (Johnson; Johnson 1992, 1998, apud Gilliam, 2002).

O movimento conhecido como Escola Nova, que surgiu no fim do século XIX, trouxe à tona uma discussão acerca da importância do papel do aluno no processo de ensino aprendizagem. Os escolanovistas (assim eram chamados os educadores que aplicavam as ideias do movimento) propunham uma educação democrática que respeitava as diferenças e as usava no processo de ensino-aprendizagem. Desta forma, os conteúdos não poderiam ser simplesmente apresentados a uma classe já que cada aluno possui seu tempo de aprendizagem (Santos 2006). Nesse movimento, o professor assume o papel de facilitador do processo de ensino-aprendizagem, devendo se manter sempre atento e focado no aluno para despertar seus conhecimentos e interesses.

John Dewey (um dos educadores cuja teoria embasou o movimento escolanovista) utilizava grupos colaborativos como parte de seu método de ensino, pois acreditava que a construção da educação se dava pela constante reflexão e reorganização das experiências vividas e isso só seria possível em uma sociedade democrática onde o indivíduo fosse livre para opinar e assim dinamizar a construção de uma teoria (Dewey, apud Teixeira, 1971).

Ainda na época do movimento Escola Nova, o pedagogo francês Célestin Freinet desenvolvia sua forma de ensino centrada no aluno, dando um enfoque às atividades manuais, nas quais o objetivo era torná-las mais ativas e dinâmicas para serem, futuramente, responsáveis por uma transformação social. Para Freinet era através das experiências que as crianças chegariam ao verdadeiro conhecimento (Costa, 2006).

Na década de 1950, surgiam as teorias de Jean Piaget. Piaget desenvolveu sua teoria interacionista apoiado nos estudos da dinâmica da construção do conhecimento colocando o sujeito como um ser que interage constantemente e ativamente com o ambiente, fazendo assim com que ocorra o seu desenvolvimento cognitivo (Piaget, apud Munari, tradução Saheb, 2010). Aliado à teoria de Vygotsky que também destacava a importância da interação e socialização entre indivíduos no desenvolvimento e construção do conhecimento, podemos

notar a grande influência e importância desses dois pensadores na afirmação e elaboração do Ensino Colaborativo, pois pregavam a interação como um agente essencial no desenvolvimento do ser humano como um todo.

Nos anos de 1960, na Inglaterra, professores de Ensino Médio começaram a pesquisar e a desenvolver práticas colaborativas. Edwin Mason, Charity James, e Leslie Smith, professores da Faculdade Goldsmith, da Universidade de Londres, se comprometeram a tornar a educação democrática e eliminar qualquer forma autoritária de educação que fosse socialmente destrutiva. Em 1964, Minnie Louie Johnson Abercrombie já havia explorado e aplicado no campo médico os conceitos colaborativos que Mason, James e Smith haviam desenvolvido. Abercrombie aplicou as práticas colaborativas em grupos de médicos para determinar os diagnósticos dos pacientes. Depois de dez anos de pesquisas ela pôde perceber que os alunos da Universidade de Londres obtinham um aprendizado melhor dos diagnósticos quando trabalhavam em grupos e não individualmente (Bruffe, 1984).

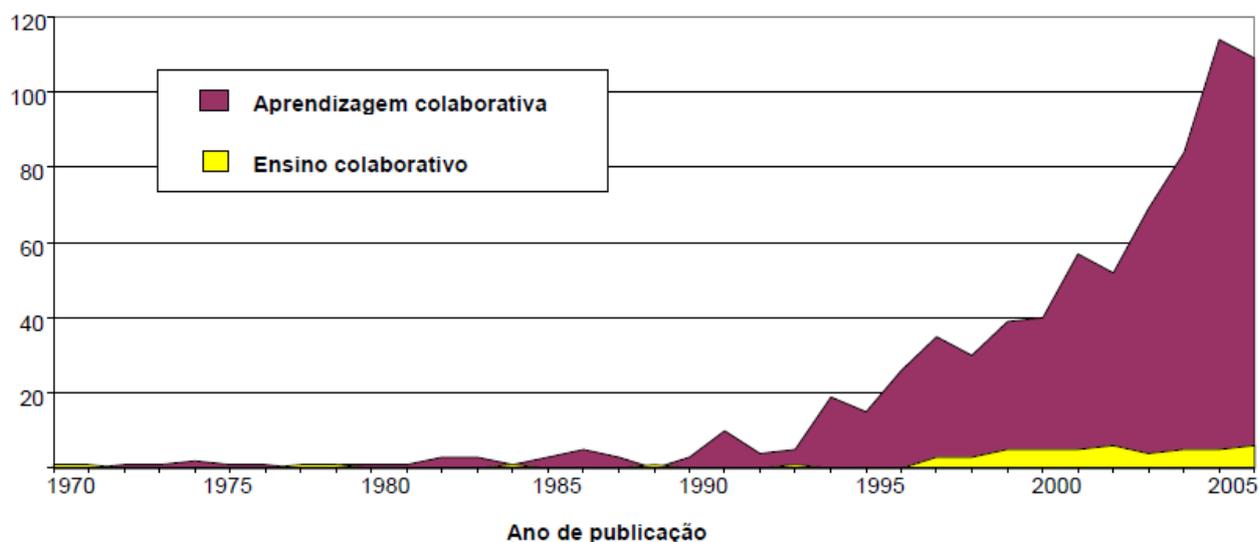
No começo da década de 1970, alguns professores de universidades americanas perceberam a enorme dificuldade que os alunos recém-ingressos possuíam para adaptar-se a nova realidade universitária. Sendo assim, muitos iniciaram pesquisas e desenvolveram trabalhos acerca do Ensino Colaborativo (muitas vezes denominado Aprendizagem Colaborativa). Na mesma década ocorreu em Tel Aviv, Israel, a primeira conferência com o objetivo de discutir sobre o ensino cooperativo (Johnson; Johnson 1992, 1998, apud Gilliam, 2002).

O gráfico 1 ilustra esse marco inicial das produções bibliográficas (1970) e como foi o desenvolvimento das mesmas ao longo dos anos. No entanto, é importante destacar que para Tractenberg, Barbastefano e Struchiner (2007), a Aprendizagem Colaborativa e o Ensino Colaborativo possuem diferenças. Segundo os autores, a Aprendizagem Colaborativa (AC) trata de um processo embasado nas teorias construtivistas, no qual a promoção do desenvolvimento cognitivo deve ser realizada por meio das trocas sociais entre indivíduos com um objetivo de aprendizagem comum e pelo uso de práticas que propiciem esse ambiente interacionista. (Nitzke et al, 1999, apud, Tractenberg, Barbastefano, Struchiner, 2007). Já o Ensino Colaborativo, apesar de também ter em sua estrutura pedagógica o construtivismo, é uma prática pedagógica em que a formação de grupos heterogêneos e o desenvolvimento das relações intra e intergrupos são fatores diferenciais, em relação ao AC (Michener et al., 2005; Robbins, 2005, apud, Tractenberg, Barbastefano, Struchiner, 2007). Porém, como foi dito na introdução desse trabalho, chamaremos de Ensino Colaborativo qualquer prática que, através da

formação de grupos, propicie a criação de um ambiente interacionista e se baseie na construção coletiva de conhecimento e na troca deste entre os indivíduos participantes do processo.

Gráfico 1 - Comparação da produção bibliográfica sobre aprendizagem colaborativa e sobre ensino colaborativo, analisando a base de dados Web of Science

Num. publicações



Fonte: Tractenberg, Barbastefano, Struchiner (2007), p.3- 4.

Ao analisar o gráfico 1 podemos perceber que somente na década de 1990 é que o estudo das práticas colaborativas alavancou e se tornou popular entre os educadores universitários. Além disso, David Johnson, Roger Johnson e Karl Smith adaptaram a aprendizagem colaborativa para a sala de aula das universidades e escreveram *Aprendizagem Ativa: Cooperação na Sala de Aula da Faculdade (1991)* (Torres, 2004). Esses fatos podem justificar a crescente produção bibliográfica sobre esquemas colaborativos a partir do início dos anos 1990, além da necessidade constante do docente em buscar uma maneira de melhorar a relação entre ensino e aprendizagem e também de procurar alternativas que aproximem o aluno e seu conhecimento ao conteúdo obrigatório a ser trabalhado.

A tabela 1 descreve cronologicamente a evolução acerca dos eventos mais importantes sobre o desenvolvimento do Ensino Colaborativo.

Tabela 1- Evolução do EC ao longo do tempo (continua)

Data	Evento Relacionado
Começo do Século XX	A Escola Lancaster se estabeleceu nos Estados Unidos. Joseph Lancaster e Andrew Bell usaram grupos de aprendizagem cooperativa extensivamente na Europa e Levaram a ideia para os EUA em 1806, Nova York; Movimento da Escola Comum nos EUA: forte ênfase na aprendizagem cooperativa;
Final do Século XIX	Coronel Frances Parker: Promoveu nos E.U.A a aprendizagem cooperativa, democracia e a devoção à liberdade nas escolas públicas;
Começo do Século XX	Movimento da Escola Nova: John Dewey e outros; Dewey promoveu grupos de aprendizagem cooperativa como parte do seu famoso projeto de método de instrução; Teoria da Interdependência Social & Dinâmica de Grupo: Kurt Koffka & Kurt Lewin, Psicólogos da Gestalt;
Anos 40	Teorias e pesquisas sobre cooperação e competição: Morton Deutsch;
Anos 50	Teoria da aprendizagem cognitiva: Jean Piaget e Lev Vygotsky; Movimento de dinâmica em grupo aplicado: Deutsch; Laboratórios Nacionais de Treinamento: pesquisas de Deutsch sobre confiança, situações individualistas;
Anos 60	Pesquisas de Stuart Cook sobre cooperação; Pesquisas de Spencer Kagan sobre cooperação e competição em crianças; Movimento de Aprendizagem por Investigação (descoberta): Bruner, Suchman. Aprendizagem Programada, Modificação de Comportamento: B. F. Skinner; David e Roger Johnson começaram a treinar professores em aprendizagem cooperativa na Universidade de Minnesota;
Anos 70	David Johnson escreveu Psicologia Social da Educação ; Pesquisa comportamental sobre cooperação / competição: Robert Hamblin; Revisão das pesquisas de David e Roger Johnson sobre cooperação / competição; Robert Slavin começou o desenvolvimento de currículos cooperativos; Ensino em pequenos grupos (investigação em grupo): Shlomo e Yael Sharan; Sala de aula Jigsaw (quebra-cabeça): Elliot Aronson; Edição sobre Cooperação do Jornal de Pesquisa e Desenvolvimento em Educação ; Primeira Conferência Internacional sobre aprendizagem cooperativa, Tel Aviv, Israel;

Tabela 1- Evolução do EC ao longo do tempo (conclusão)

Anos 80	David e Roger Johnson, meta-análise de Pesquisa em Cooperação; Elizabeth Cohen, Desenhando Grupos de Trabalho ; Spencer Kagan desenvolveu Abordagens Estruturais para Aprendizagem Cooperativa; David e Roger Johnson escreveram Cooperação & Competição: Teoria & Pesquisa;
Anos 90	A aprendizagem cooperativa ganha popularidade entre educadores do ensino superior; Primeira conferência anual sobre Liderança em Aprendizagem Cooperativa, Minneapolis; David Johnson, Roger Johnson e Karl Smith adaptaram a aprendizagem cooperativa para a sala de aula de faculdades, e escreveram. Aprendizagem Ativa: Cooperação na Sala de Aula da Faculdade.

Fonte¹: Torres, Alcantara, Irala (2004), p.11

1.3 O EC no Brasil nos dias de hoje

A prática do EC no Brasil, atualmente, se dá pela difusão e implantação das Comunidades de Aprendizagem (CA) em algumas escolas públicas. Um responsável por esse movimento é o Núcleo de Investigação e Ação Social e Educativa (NIASE) da Universidade Federal de São Carlos (UFSCAR), que desenvolve estudos sobre a transformação de escolas em CA.

A Comunidade de Aprendizagem é uma prática que une os princípios interacionistas e colaborativos do EC com a participação de toda comunidade escolar no processo de aprendizagem.

Assim como no EC, a CA utiliza o trabalho em grupo para promover e facilitar o aprendizado. Porém, a participação da comunidade escolar – professor ou não – é de vital importância para o projeto. Os voluntários fazem o papel de coordenadores de grupo cujo principal objetivo é auxiliar o professor no andamento da aula. A função dos coordenadores de grupo é essencial para o bom andamento das comunidades, já que eles se tornam os

¹ Tabela adaptada de JOHNSON, D. W., & JOHNSON, R. T. (1992). Implementing cooperative learning. *Contemporary Education*. 63 (3), 173 – 181 e de JOHNSON, D. W., JOHNSON, R. T., & SMITH, K. A. (1998a). *Active learning: Cooperation in the college classroom* (pp. A:2 – A: 4). Edina, MN. Interaction Book Company.

“mentores dos grupos”. Ao longo do processo de construção do conhecimento, os coordenadores de grupo desempenham também o papel de auxiliar os grupos e o professor. Quando necessário, eles sinalizam ao docente quando o desenvolvimento do conteúdo ou das atividades não estiver ocorrendo como planejado naquele grupo pelo qual ele está responsável. Sendo assim, a comunidade de aprendizagem está em constante transformação, pois toda a comunidade envolvida vivencia uma constante reflexão do processo de aprendizagem. Assim como os princípios do EC, o principal objetivo é transferir conhecimentos, aperfeiçoá-los através de interações e aplicações em diversos contextos (Scortegagna, Oliveira, Molleta, 2007).

A concepção das comunidades de aprendizagem surgiu na Espanha como uma tentativa de solucionar o fracasso escolar e melhorar a convivência nas escolas. Ela vem sendo desenvolvida pelo Centro Especial de Investigação em Teorias e Práticas Superadoras de Investigação e Ação Social e Educativa (CREA), da Universidade de Barcelona, desde a década de 1990 e pelo Núcleo de Investigação e Ação Social e Educativa (NIASE), da Universidade de São Carlos/Brasil, desde o início dos anos 2000 (Gabassa, Mello, Braga, 2012)

O processo de transformação de uma escola em CA visa garantir o entendimento dos objetivos da prática e o comprometimento em realizá-la. Segundo Gabassa, Mello e Braga (2012), esse processo se dá em oito fases:

- *Fase de Sensibilização*: visa apresentar a proposta aos docentes e à comunidade escolar.
- *Tomada de Decisão*: destina-se a decisão da comunidade em aceitar o uso das comunidades de aprendizagem.
- *Fase dos Sonhos*: essa fase destina-se a construir um modelo de escola idealizado pelos professores e pela comunidade escolar.
- *Seleção de Prioridades*: após terem idealizado um modelo de escola, a comunidade estabelece as prioridades e busca ferramentas para a sua realização.
- *Planejamento*: neste período, a comunidade escolar se une para efetuar o plano de ação, que transformará a escola em uma CA.
- *Investigação*: esse processo é constante ao longo da prática das comunidades e visa realizar reflexões sobre as ações realizadas para sua melhoria ou aperfeiçoamento.

- *Formação*: tem o intuito de preparar todos os atores do processo para realizarem da melhor maneira possível o planejamento feito anteriormente.
- *Avaliação*: essa fase tem como objetivo, junto com a fase da investigação, de detectar os erros e acertos do processo.

A organização de uma aula no formato de CA passa pela orientação direta do tutor (coordenador) sob vigilância do professor. A pessoa adulta que tutora o grupo orienta os alunos que acabam antes a ajudarem os outros integrantes a finalizarem as atividades propostas, acelerando assim o aprendizado do alunado e não somente daqueles que terminam primeiro. Essa aceleração do aprendizado se faz necessária, pois o professor determina um tempo previamente combinado (10 ou 15 minutos, dependendo da atividade) para cada grupo realizar a atividade proposta e ao fim do tempo acordado, cada grupo se levanta da mesa e senta em outra, mudando de atividade e de tutor ou tutora, e assim, ao final da sessão (aula), será possível realizar várias atividades diferentes² sobre um tema concreto com o qual se está trabalhando em sala de aula (Instituto Natura³).

A utilização das CA's em escolas públicas brasileiras vem crescendo nos últimos anos, em particular, no município do Rio de Janeiro, onde ela é introduzida através de uma parceria pública privada, no projeto pedagógico de uma escola selecionada pela secretaria de educação. Neste caso, é de inteira responsabilidade da instituição particular fornecer o treinamento aos profissionais da educação pública que, por sua vez, se tornam multiplicadores da prática em outras escolas nas quais futuramente as comunidades poderão ser introduzidas e também na comunidade escolar na qual estão inseridos.

² O número de atividades diferentes será igual ao número de grupos formados.

³ O Instituto Natura é uma entidade que promove o desenvolvimento de novas práticas pedagógicas em escolas e no município do Rio de Janeiro, estabeleceu uma parceria com a SME-RJ, para capacitar professores e tornálos multiplicadores da CA.

1.3.1 A prática Colaborativa no Município do Rio de Janeiro – uma outra experiência

Ao longo do ano de 2013, pude acompanhar de perto uma Escola Municipal, localizada no bairro do Andaraí, no município do Rio de Janeiro, que se tornou uma escola de horário integral⁴ no ano de 2012 e que utilizou grupos colaborativos nesse mesmo ano para tentar recuperar os alunos que não foram aprovados e que continuavam a frequentar a escola⁵ para obter a média necessária para aprovação ao ano seguinte. É importante salientar que, mesmo sabendo que cada escola possui uma realidade diferente, as vivências observadas nessa escola, permitiram um conhecimento prévio sobre o uso do ensino colaborativo em sala de aula. Além disso, para embasar melhor os aspectos observados por mim, foram realizadas entrevistas⁶ com duas pessoas que estavam ligadas diretamente com a aplicação do Ensino Colaborativo nessa escola.

Segundo relato do professor de Matemática (único no colégio), após obterem certo êxito nessa recuperação de alunos, o corpo docente resolveu implantar e colocar em prática (em 2013) os grupos interativos na escola como um todo.

A estruturação dos grupos foi realizada pela equipe de professores que se reuniu e construiu cada um deles. Os grupos eram chamados de família e eram compostos por alunos do mesmo ano, mas não necessariamente da mesma turma. Ao longo do ano, era comum, os professores reunirem-se novamente com o propósito de analisar e caso fosse necessário mudar os componentes de grupos, caso eles julgassem ser uma melhoria para todos.

Por ser uma escola de tempo integral, os alunos tinham suas aulas da forma tradicional no turno da manhã, onde os professores transmitiam os conteúdos. No turno da tarde eles se reuniam nas famílias para realizarem as atividades elaboradas pelos professores (geralmente exercícios), sob a supervisão de um professor da escola, que possuía as respostas e resoluções de todos os exercícios propostos para aquele dia com o intuito de poder colaborar com os alunos na realização das mesmas.

Durante a parte da tarde, era possível observar que quando alguns alunos terminavam os exercícios antes dos outros, os mesmos ajudavam os demais integrantes da família a resolver a folha de exercícios, permitindo assim que as interações ocorressem.

⁴ Essa escola é denominada pela prefeitura do Rio de Janeiro como **Ginásio Experimental Carioca (GEC)**

⁵ No município do Rio de Janeiro o período de recuperação dos alunos que não obtiveram nota para passar direto é chamado de 2ª ÉPOCA

⁶ Apêndice G (p.79) e Apêndice H (p.81)

A partir de setembro de 2013, a escola passou a adotar a CA apenas nas turmas de 9º ano e somente no ensino de Matemática, como um projeto experimental. Sendo assim, a prática dos grupos interativos foi abandonada, para que as comunidades fossem aplicadas. As práticas colaborativas eram utilizadas apenas em um tempo de aula de Matemática, onde o professor preparava um conjunto de 5 atividades (exercícios) para os grupos formados, nos quais, os alunos tinham 10 minutos para resolvê-los. Desta forma, ao longo de um tempo de 50 minutos, todos os grupos teriam resolvido todas as atividades propostas. Cabia ao professor também, em outro tempo de aula desse mesmo dia ou não, resolver e corrigir os exercícios.

A coordenadora da escola (hoje diretora adjunta) relatou que depois do uso das CA's *“percebeu que a escola ficou menos “chata” para eles (os alunos)”*, além de notar uma união e integração entre todos os discentes que estavam participando das comunidades. Também salientou que os mesmos *“perderam o ‘vício’ de copiar as respostas uns dos outros, pois trocavam informações e explicações para ajudar o colega a resolver sozinho a questão”*. Vale ressaltar que, como as comunidades só eram aplicadas nas turmas de 9º ano, e somente em Matemática, o papel de coordenador de grupo não existia, cabendo ao professor mediar o processo de construção do conhecimento.

Como consequência do uso das CA, a escola apresentou uma melhora significativa nas avaliações externas do 4º bimestre de Matemática onde a média da turma foi de 6,4 (antes, segundo a coordenadora, não passava de 4,0). O professor de Matemática acredita que essa *“melhora”* na nota se deu também pela utilização anterior dos grupos interativos, que ajudaram na implantação das comunidades e também na fundamentação matemática propiciada por esses grupos. Já a coordenadora acredita também que o sucesso nas avaliações se deu pelo fato de todos os docentes terem estudado sobre o assunto antes de aplicá-lo, além de se tratar de uma prática que possui um referencial de sucesso e que, por esse motivo, está sendo implantada sem adaptações.

Assim como a coordenadora, o professor de Matemática também acredita na prática colaborativa como um método de ensino que visa melhorar o processo ensino aprendizagem através da interação entre os alunos e na dialógica propiciada pelos grupos colaborativos. Porém, os dois divergem quanto a sua utilização nas escolas da rede municipal de ensino do município do Rio de Janeiro, pois o professor de Matemática acredita que essa prática está sendo aplicada com o único intuito de aumentar os índices medidos por avaliações externas, enquanto que a coordenadora crê no sucesso como um todo.

1.4 Principais Aspectos do EC

1.4.1 Atividades que permitam a discussão dos participantes

Como o EC parte da premissa de que a interação entre os integrantes do grupo é necessária, cabe ao professor elaborar atividades que permitam tal ação. Essas atividades não devem ser necessariamente na forma de exercícios, mas atividades que norteiem o plano de ação do professor em uma determinada aula ou simples perguntas orais que possibilitem o debate entre os grupos. Como exemplo, podemos supor uma atividade sobre números inteiros, onde o professor pode elaborar, para cada grupo, alguma pergunta sobre comparação entre temperaturas de alguns países e analisar em qual país está mais frio. Também pode ser trabalhada a noção de movimentação bancária para que o aluno entenda números negativos e positivos. Os exercícios que encontramos nos livros didáticos também podem ser usados, fazendo com que cada grupo resolva os exercícios de forma conjunta. Como foi dito na introdução, é importante ressaltar que no processo de construção do conhecimento, o professor aplique exercícios e/ou avaliações regularmente para diagnosticar e avaliar o andamento do processo.

1.4.2 Estimular a autonomia cognitiva (individual e coletiva)

Entende-se como autonomia cognitiva, a capacidade que o aluno ou o grupo de alunos possui de reunir ferramentas para resolver um problema ou exercício, sem que haja dependência de informações externas. A prática colaborativa cria um ambiente propício para esse estímulo, pois, mesmo focando a construção coletiva de um conhecimento, essa prática permite ao aluno (individualmente) reunir e apresentar maneiras de posicionar-se diante das diversas opiniões dadas a um mesmo questionamento, além de levá-lo também a desenvolver formas de se colocar e, conseqüentemente, de ser ouvido dentro de seu grupo.

É importante destacar a necessidade de aplicar, em algum momento, avaliações e exercícios de forma individual para analisar se os integrantes de cada grupo estão se apoiando uns nos outros ou se a troca constante de informação está auxiliando a todos. A avaliação individual serve para distinguir o aluno que somente copia a resposta, do aluno que absorve informações de terceiros e as incorpora como ferramentas.

1.4.3 Estimular a comunicação e socialização

Conforme Ana Vasconcelos (2009) escreveu em seu *blog*,

“Comunicação é a forma como as pessoas se relacionam entre si, dividindo e trocando experiências, ideias, sentimentos, informações, modificando mutuamente a sociedade onde estão inseridas. Sem a comunicação, cada um de nós seria um mundo isolado. Comunicar é tornar comum, podendo ser um ato de mão única, como TRANSMITIR (um emissor transmite uma informação a um receptor), ou de mão dupla, como COMPARTILHAR (emissores e receptores constroem o saber, a informação, e a transmitem). Comunicação é a representação de uma realidade. Serve para partilhar emoção, sentimento, informação”.

Além disso, para que o compartilhamento ou transmissão de ideias entre indivíduos ocorra de maneira bem sucedida, é necessário que haja um mínimo de socialização entre os envolvidos. Nesse sentido, o EC tem a função de ajudar os alunos a comunicarem-se de maneira organizada e a criar um ambiente social satisfatório, de tal forma que os debates e as interações que tenham sido propostas pelo professor, sirvam de fato para a construção do conhecimento. Sendo assim, os alunos envolvidos no EC poderão ter esse ganho social para a sua vida como um todo e não somente no ambiente escolar. Ao longo do tempo, o desenvolvimento e melhoria da comunicação, entre todos os envolvidos no EC, possibilitará também uma estruturação ordenada de ideias e argumentos que facilitarão o raciocínio matemático e, conseqüentemente, o entendimento de novos conteúdos.

1.4.4 O professor é uma peça da construção

Em um primeiro momento, o papel do professor pode ser interpretado de uma forma equivocada como, por exemplo, pensar que ele só interfere na aula no início e no fim e que em todo o desenvolvimento da aula o professor vira um mero espectador. No Ensino Colaborativo, o docente assume um papel mais importante do que assumiria em uma aula tradicional, pois ele se afasta da característica principal do ensino tradicional de ser o único detentor do conhecimento e passa a ser o condutor de todo processo de construção do conhecimento. Com o desenrolar da aula, o mesmo deve fazer interferências constantes em cada grupo para estimular o debate e a convivência, ordenar e direcionar as ideias, analisar a maneira que as interações estão acontecendo e verificar o andamento, de forma individual, do desenvolvimento de cada aluno perante o conteúdo trabalhado.

Cabe ao professor também, ao final da aula, retornar ao papel de protagonista para que tudo que tenha sido discutido ao longo da aula tenha uma conclusão que respeite o rigor

matemático do assunto, fechando assim uma linha de raciocínio e caracterizando o EC como uma prática pedagógica e não como uma reunião desordenada de ideias.

Desta forma, o professor no EC se torna reflexivo, analisador e pesquisador, pois ele deve buscar o aprimoramento de sua prática pedagógica (Finkel, Monk, 1983, apud, Barbosa, Concordido, 2009). O docente abandona a reprodução das práticas tradicionais e pragmáticas e aprimora seu trabalho em sala de aula. Sendo assim, o professor consegue contribuir na construção de um ambiente educacional democrático, onde todos os envolvidos na prática colaborativa terão a oportunidade de entender sobre o meio educacional no qual estão inseridos.

2 METODOLOGIAS DO ENSINO COLABORATIVO

Para que a prática do Ensino Colaborativo possa alcançar êxito, algumas metodologias e práticas devem ser aplicadas no que diz respeito à forma de organizar e desenvolver a aula.

É importante que o professor, antes de começar a utilizar os esquemas colaborativos, faça um mapeamento detalhado da turma em que a prática será utilizada. Esse mapeamento consiste na obtenção de dados como, por exemplo, notas, presenças, ocorrências disciplinares etc. Como também na reunião de percepções comportamentais e intelectuais dos alunos que estarão inseridos na aprendizagem colaborativa. Isso facilitará o trabalho do docente em realizar as sugestões que serão caracterizadas a seguir e também aumentará a chance de êxito do processo colaborativo.

2.1 Organizar grupos heterogêneos

Os grupos de ensino podem possuir de 3 a 5 alunos, respeitando as diferentes personalidades destes na formação dos grupos. A heterogeneidade dos grupos é importante para que discussões aconteçam e assim o conteúdo da aula possa ser desenvolvido em conjunto. A formação de grupos que possuam alunos com personalidades e vivências diferentes permite-se que as interações e conseqüentemente as trocas de experiências sejam mais enriquecedoras, além de dar aos discentes a possibilidade de aprimorar os seus conhecimentos.

A escolha dos alunos para a formação dos grupos pode ser baseada:

- Na capacidade de comunicação. É interessante que os alunos integrantes se comuniquem de formas diferentes para que juntos possam desenvolver uma linguagem onde todos possam interagir e assim se entenderem da melhor forma possível. Por exemplo, juntar no mesmo grupo alunos introvertidos e extrovertidos ou alunos de fala fácil com alunos de fala não muito compreensível, de tal forma que cada característica possa influenciar positivamente nas outras.
- No rendimento escolar. Reunir em um mesmo grupo alunos que possuam rendimentos escolares que não sejam equivalentes, ou seja, agrupar alunos que possuem facilidade em determinado conteúdo com outros que possuem dificuldades nesse mesmo conteúdo. A importância da discrepância entre os rendimentos escolares está na

possibilidade de ajuda que um aluno com mais facilidade poderá oferecer aos outros que possuam alguma dificuldade. Essas dificuldades podem ser diagnosticadas através da análise de provas, testes e exercícios aplicados individualmente, em uma fase anterior à atividade colaborativa.

- Na postura disciplinar. Colocar nos grupos alunos que possuem um comportamento mais adequado com o ambiente escolar juntamente com alunos que constantemente perturbam o andamento da aula. Reunir, em um mesmo grupo, alunos que não possuem uma postura adequada em sala de aula pode desestabilizar a aula e fazer com que todo o planejamento seja trocado pela mediação de conflitos. Esse quesito é o que mais exigirá habilidade do professor, pois alguns grupos formados baseando – se nessa estratégia podem ter o efeito contrário ao esperado, ou seja, os alunos que antes eram considerados tranquilos podem se deixar levar pelo mau comportamento de seus colegas de grupo. O EC permite a realização constante de mudanças necessárias para o bom andamento da aula, sem que isso traga prejuízo ao ambiente interacionista e ao desenvolvimento do conteúdo.

2.2 Dinâmica das aulas

O professor deve iniciar o processo com uma breve exposição do tema a ser desenvolvido e essa exposição deve contemplar os pré-requisitos necessários para que os alunos possam, dentro de seus grupos, serem capazes de desenvolver o conteúdo de forma autônoma e coletiva.

Os alunos executarão as atividades propostas com seu grupo, cabendo ao professor o papel de tirar dúvidas e auxiliar em qualquer dificuldade que possa surgir, além de motivar incessantemente cada grupo a desenvolver suas soluções de forma coletiva.

Ao final da atividade o professor deve retomar o “controle” da aula para conduzir a conclusão do tema ou corrigir os exercícios propostos. A conclusão da aula é extremamente importante, pois, mesmo com a grande interação dos alunos e do professor no processo de construção, definir corretamente os conteúdos matemáticos é essencial.

Para a realização das etapas citadas não existe um tempo pré-determinado, já que a realidade em sala de aula varia e o comprometimento dos alunos é muito importante para que toda prática possa se desenvolver. Cabe lembrar que no EC, apesar de este ser uma prática pedagógica bem definida, o docente é livre para criar, adaptar e reorganizar seus métodos a fim de atendê-lo de acordo com sua sala de aula, sua estrutura escolar e sua

realidade pedagógica. No entanto, o professor deve sempre focar qualquer nova ideia na construção coletiva do conhecimento.

2.3 Objetivos do EC

Como o EC representa um afastamento das práticas usuais e tradicionais de ensino, pode ocorrer o julgamento de que essa proposta pedagógica seja mais uma tentativa de educadores em conseguir uma mudança positiva no conceito dos alunos nas avaliações tradicionais. Engana-se quem pensa que o único foco dessa prática seja aumentar a nota dos alunos de uma turma com rendimento baixo.

O EC pode ser visto como uma metodologia de ensino que propicia a criação de um ambiente educacional onde o aluno tem a possibilidade de se desenvolver no aspecto intelectual, social e cultural. Esse desenvolvimento está pautado na interação entre os indivíduos e, sendo assim, essas trocas de vivências e experiências fazem com que o EC se torne uma forma de entender e usufruir do cotidiano dos alunos na contextualização dos conteúdos, facilitando assim o aprendizado.

Como dito anteriormente, as práticas colaborativas colocam os membros em comunidade de modo que todos possam contribuir com seus conhecimentos e entendimentos em favor do grupo. Os objetivos do EC podem ser caracterizados por toda e qualquer transformação que o aluno obtenha e que beneficiará seu desenvolvimento como cidadão atuante na sociedade, ciente de seus atos e sua importância no mundo que vive em constante mudança.

As metas a serem alcançadas devem ser pré-definidas pelo professor para uma melhor orientação e para definir a melhor forma de estruturar os grupos, porém, elas não devem ser estáticas, pois à medida que o EC for sendo usado e os alunos forem familiarizando-se com a prática e entendendo-a, surgirão novas possibilidades tanto de trabalho quanto de objetivos. Os alunos podem ser levados a resolver um exercício mais elaborado, desenvolver coletivamente um conceito do conteúdo estudado ou de uma determinada situação contemporânea e também a entender de forma mais clara a sociedade.

Juntamente com o desenvolvimento do conteúdo, há a possibilidade de desenvolver as habilidades interpessoais, o que também é um ganho no processo de ensino aprendizagem e consequentemente outra meta a ser atingida com o uso do ensino colaborativo. Nos esquemas

colaborativos, os ganhos nas habilidades sociais são tão importantes quanto os ganhos nas habilidades intelectuais (Goodsell et al, 1992, apud, Barbosa, Concordido, 2009).

Considerando a grande dificuldade histórica dos alunos em aprender Matemática, por ser um ramo do conhecimento que envolve um pensamento abstrato, ou por defasagens que prejudicam a sequência do desenvolvimento do pensamento matemático, podemos levar em conta que qualquer evolução que o aluno obtenha no relacionamento com a Matemática será um êxito obtido pela prática colaborativa.

3 A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

3.1 Histórico da Educação de Jovens e Adultos no Brasil

As primeiras tentativas de educar adultos são datadas do período colonial, através da catequese imposta pelos jesuítas ao povo indígena, onde se tentava ensinar as primeiras letras do alfabeto. Porém, a partir da década de 1930 é que começaram a surgir esquematizações que visavam à alfabetização de jovens e adultos, pois nessa época se tornava obrigatório o ensino público primário gratuito, ou seja, educação se tornou teoricamente um direito de todos (Rio de Janeiro, 2013).

Entretanto, essa oficialização da educação e a garantia de que todos teriam acesso à educação não impactou na população e as taxas de analfabetismo (55% entre os maiores de 18 anos), segundo o censo de 1940, indicavam a necessidade de uma política específica.

Com o final da ditadura do Estado Novo, a necessidade de se alavancar a economia, a produção e integrar os migrantes da zona rural aos centros urbanos, levaram à criação de campanhas com o objetivo de alfabetizar os adultos. Dentre essas campanhas destaca-se a Campanha de Educação de Adolescentes e Adultos (CEAA), lançada em 1947. O CEAA visava alfabetizar adultos da zona rural em três meses, condensando todo o conteúdo do primário (Rio de Janeiro, 2013).

Em 1958, o MEC organizou a Campanha Nacional de Erradicação do Analfabetismo (CNEA), mas como essas campanhas não reduziram satisfatoriamente as taxas de analfabetismo (em 1959, era cerca de 39%), o Estado foi levado a criar novos projetos com esse objetivo.

Nesse novo contexto, o MEC propôs em 1963 o Programa Nacional de Alfabetização, que se baseava no Método Paulo Freire de Alfabetização. Esse método consistia em alfabetizar jovens e adultos partindo de palavras geradoras que faziam parte do universo dos alunos e assim possuíam um significado para eles. Após escolher as palavras geradoras, Freire partia para a divisão silábica e, assim, cada grupo de sílabas obtidas era desenvolvido mudando apenas a vogal. Finalmente, cada grupo de sílabas estudado e agora conhecido gerava novas palavras (baseada também na realidade dos alunos), permitindo assim novos estudos silábicos e discussões acerca do contexto social no qual os alfabetizados estavam inseridos (Brandão, 1981). No ano seguinte, esse programa foi esvaziado dando lugar a iniciativas mais conservadoras, como o Movimento Brasileiro de Alfabetização (MOBRAL).

Como vários outros programas, o MOBRAL, criado em 1967, visava diminuir os índices de analfabetismo no Brasil. Efetivamente esse movimento começou a funcionar em 1970, pois nesse ano ele passou a ter volumosa injeção financeira proveniente da Loteria Esportiva. Em 1970, a taxa de analfabetismo era de 33,6%, e após sete anos de atuação do MOBRAL pôde-se chegar a um índice de 14,2% (Bello, 2014). O material didático era baseado na técnica do método supracitado de Paulo Freire, porém as práticas pedagógicas eram conservadoras e divergiam do método original, pois as palavras geradoras eram pesquisadas por tecnocratas que as escolhiam a partir de estudos das necessidades humanas básicas (Corrêa, 1979, apud, Brasil, 2005). Sendo assim, podemos ver que o principal objetivo do MOBRAL era somente ensinar a ler e escrever, sem se preocupar com a formação do cidadão.

Em 1985, o MOBRAL chegou ao fim e foi substituído pela Fundação Educar que se responsabilizou a atuar pelo Ministério da Educação junto às prefeituras municipais. Além disso, a Fundação era responsável em articular o ensino supletivo e a política nacional do EJA. A Fundação durou até 1990.

Com a Constituição de 1988, o acesso ao ensino gratuito tornou-se direito de todos. De acordo com o artigo 60 das Disposições Gerais e Transitórias, o governo federal e a sociedade civil se encarregariam de juntar esforços para erradicar o analfabetismo no Brasil em 10 anos.

Porém, apesar de algumas leis e projetos de fato, temos poucos esforços para reduzir o analfabetismo no Brasil. Segundo a Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (Pnad) divulgada em 2010, um em cada cinco brasileiros de 15 anos ou mais são analfabetos funcionais⁷. (Rio de Janeiro, 2013)

Os artigos 37 e 38 da LDB 9394/96 e o Parecer CNE/CEB 11/2000 regulamentam a nova formulação da EJA, garantindo-a como direitos de todos e tornando-a uma política pública própria de uma modalidade dos ensinos fundamental e médio.

Portanto, a EJA possui um papel de fomentadora do desenvolvimento do ser humano ético e autônomo, fazendo com que as pessoas que integram essa modalidade tenham a possibilidade de se desenvolverem como cidadãos e profissionais.

⁷ Analfabeto Funcional, segundo o Dicionário Interativo da Educação Brasileira, é um “*termo que se refere ao tipo de instrução em que a pessoa sabe ler e escrever, mas é incapaz de interpretar o que lê e de usar a leitura e a escrita em atividades cotidianas. Ou seja, o analfabeto funcional não consegue extrair sentido das palavras nem colocar ideias no papel por meio do sistema de escrita, como acontece com quem realmente foi alfabetizado. No Brasil, o analfabetismo funcional é atribuído às pessoas com mais de 20 anos que não completaram quatro anos de estudo formais*”.

3.2 Programa de Educação de Jovens e Adultos na Secretaria Municipal de Educação do Município do Rio de Janeiro – PEJA/SMERJ

A educação de jovens e adultos no Município do Rio de Janeiro foi implantada em 1984 em três escolas como um projeto alternativo para adolescentes das classes populares, entre 14 e 20 anos. Seu currículo era composto pelas disciplinas do núcleo comum adotado naquele período, além de aulas de técnicas comerciais, inglês, artes industriais, artes plásticas, educação para o lar e educação musical.

Também em 1985, o poder público constatando a existência de muitos jovens analfabetos, principalmente, nas camadas mais pobres, instituiu a Educação Infantil como parte do Programa Especial de Educação (PEE), sendo implantado em 20 CIEP's (Centro Integrado de Educação Pública) no horário noturno. O PEJA foi criado como Programa de Educação Juvenil, pois era uma das metas do PEE (Favero, Brenner, 2006). Em termos estruturais, o Programa de Educação de Jovens e Adultos (PEJA) deveria funcionar com o máximo de 20 turmas por CIEP e com 15 alunos por turma. Possuía carga horária de quatro horas diárias: 18 h às 19 h, jantar; 19 h às 21 h, aula; 21 h às 22 h, Educação Física ou Artes (Favero, Brenner, 2006).

Como consequência da reivindicação dos alunos e dos profissionais que nele atuavam, o PEJA foi ampliado em 1987 para poder atender a todos que o procuravam com um nível de escolaridade mais avançado como também aqueles que foram alfabetizados pelo programa e desejavam seguir em seus estudos.

Em seu primeiro momento, o PEJA não emitia certificados (só foi autorizado a partir de 1999, pelo parecer 03/99 do Conselho Municipal de Educação), pois não era reconhecido pelos Conselhos de Educação, tanto o municipal como o estadual. A maneira encontrada de encaminhar os alunos para a 5ª série (atual 6º ano), era transferir os alunos para o ensino supletivo, que existia conjuntamente com o PEJA e o ensino regular noturno, que foi instituído em 1988 e que visava atender aos jovens, trabalhadores de até 20 anos que não conseguiam frequentar as aulas no período diurno e que desejavam continuar seus estudos e completar sua escolaridade básica. (Favero, Brenner, 2006).

Em 1998, a Secretaria Municipal de Educação apresentou ao Conselho Municipal de Educação uma proposta de implantação do 2º segmento do Ensino Fundamental ao PEJA e a regulamentação do 1º segmento. Nesse mesmo ano um convênio com o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) permitiu uma formação para os professores que atuavam no programa.

A partir de 1998, depois do convênio com o FNDE, o PEJA começou a receber recursos e isso possibilitou a sua consolidação e crescimento para o atual panorama educacional em que se encontra (Rio de Janeiro, 2013).

3.3 Estrutura do PEJA

As principais características do PEJA são:

- Ensino não seriado, acelerativo e progressivo, realizado de forma presencial, em horário noturno, distinto do ensino supletivo e do regular noturno;
- Cada turma deve ter no máximo 25 alunos e cada unidade escolar, mínimo de 100 alunos;
- Organizado em dois segmentos: PEJA I, correspondendo ao 1º segmento do EF, e PEJA II, correspondendo ao 2º segmento; cada segmento desdobrado em dois blocos, onde cada um deles perfaz, respectivamente, 400 horas/anuais (PEJA I) e 801 horas/anuais (PEJA II);
 - no PEJA I é iniciado o Bloco 1 onde o aluno vivencia o processo inicial de alfabetização, esta entendida como a aquisição da base alfabética da escrita e na capacidade de relacionar texto e contexto. No Bloco 2, o aluno amplia e aprofunda a relação texto e contexto, a partir de uma abordagem interdisciplinar que diferentes áreas do conhecimento teriam em comum;
 - no PEJA II são realizadas atividades presenciais (se possível em sala ambiente) que propiciem uma atmosfera adequada e motivadora para o aluno. Nesta etapa as interações entre aluno e professor ocorrem de maneira direta. A tabela 2 explicita como se dá a divisão entre os componentes curriculares e as horas aulas. Vale ressaltar que cada componente curricular é ministrada em um único dia de aula, durante a semana.

Tabela 2 - Tabela explicativa da estrutura das aulas, referente ao PEJA II

PEJA II					
Bloco 1					
(801 h – 9 meses)					
Componentes Curriculares:					
1 – Língua Portuguesa; 2 – Matemática; 3- História e Geografia; 4 – Ciências; 5 – Linguagens Artísticas.					
Unidades de Progressão (3)					
1 (267 h – 3 meses)		2 (267 h – 3 meses)		3 (267 h – 3 meses)	
Interatividade direta – professor aluno – sala de aula – 134 h	Interatividade indireta – fora da sala de aula – 133 h	Interatividade direta – professor aluno – sala de aula – 134 h	Interatividade indireta – fora da sala de aula – 133 h	Interatividade direta – professor aluno – sala de aula – 134 h	Interatividade indireta – fora da sala de aula – 133 h
Bloco 2					
(801 h – 9 meses)					
Componentes Curriculares:					
1 – Língua Portuguesa; 2 – Matemática; 3- História e Geografia; 4 – Ciências; 5 – Linguagens Estrangeiras.					
Unidades de Progressão (3)					
1 (267 h – 3 meses)		2 (267 h – 3 meses)		3 (267 h – 3 meses)	
Interatividade direta – professor aluno – sala de aula – 134 h	Interatividade indireta – fora da sala de aula – 133 h	Interatividade direta – professor aluno – sala de aula – 134 h	Interatividade indireta – fora da sala de aula – 133 h	Interatividade direta – professor aluno – sala de aula – 134 h	Interatividade indireta – fora da sala de aula – 133 h

Fonte: Anexo do Parecer CME N°02/2013 – Rio de Janeiro, RJ.

Os dois segmentos teriam em comum:

- organização do trabalho em *dias-aula* em substituição às *horas-aula*;
- avaliação participativa e continuada, feita pelo coletivo de professores, considerando as aquisições e mudanças de comportamento dos alunos tendo as escolas autonomia para criar formas diferenciadas de avaliação;

- cada bloco seria constituído por três *unidades de progressão*, permitindo concluir o curso em 22 meses; caso necessário, a reprovação ocorreria na última unidade de progressão de cada bloco;
- manutenção do mesmo professor nas três *unidades de progressão* de cada bloco, garantindo a continuidade de trabalho com o aluno;
- recuperação paralela diária para todos os alunos que apresentassem dificuldade;
- implantação de *centros de estudos* para os professores. Às 6^a feiras para os professores do núcleo comum (matemática, português, ciências e história/geografia) e quinzenalmente às 5^a feiras para os professores de Linguagens artísticas e estrangeiras.

3.4 Perfil das turmas do PEJA

As turmas do PEJA são muito heterogêneas, começando pela faixa de idade que a compõe (o programa aceita alunos acima de 17 anos e de 15 e 16 anos mediante aprovação da direção e/ou da Coordenadoria Regional de Educação-CRE). Cada aluno possui preocupações e objetivos diferentes dos outros. Alguns frequentam o turno da noite, pois foram convidados a se transferirem do ensino regular, uma vez que estavam importunando as aulas da manhã ou da tarde ou iriam ser reprovados (diminuindo o índice de aprovação determinado como meta para os colégios); outros frequentam o PEJA para completar sua escolaridade e conseguirem melhores empregos. Por fim existem os alunos que buscam o programa por uma questão de orgulho e satisfação pessoal, geralmente esses alunos estão numa faixa etária acima dos 65 anos.

Existe também o problema referente à frequência dos alunos em sala. Por se tratar de aulas no período noturno, muitos alunos deixam de frequentá-las, ora por estarem ainda no trabalho, ora por estarem cansados e desejarem ir para casa. Além disso, existe o fato de muitos se matricularem no início do ano e perderem a matrícula por abandono⁸, o que impossibilita a matrícula de novos alunos interessados de fato em frequentar as aulas, pois as novas matrículas só podem ser efetuadas ao final do trimestre, ou seja, ao término de cada unidade de progressão.

⁸ O abandono é caracterizado depois de 30 dias de faltas consecutivas ou 60 dias intercalados.

4 O ENSINO DE FUNÇÃO

4.1 Histórico do conceito de função ao longo do tempo

Os registros matemáticos que descrevem relações entre grandezas variáveis são datados desde a Babilônia onde se encontravam tabelas numéricas escritas em tábuas de argila e que expressavam relações entre vários números de acordo com uma expressão algébrica pré-definida. (Youschkevich, 1976, apud, Souza, Mariani, 2005).

Um exemplo de tábua babilônica é a Plimpton 322, cujas inscrições fazem referência aos ternos pitagóricos, ou seja, cada coluna é representada pelo valor de um cateto e da hipotenusa de um triângulo retângulo. A quarta coluna enumera apenas as linhas da tabela.

Figura 1- Tabela Plimpton 322



Fonte: http://obaricentrodamente.blogspot.com.br/2008/11/ternos-pitagricos_16.html

Historicamente, o primeiro filósofo que mais se aproximou do atual conceito de função foi Nicolas de Oresme (1323-1382) que descreveu relações entre tempo e velocidade usando linhas verticais (longitude) e horizontais (latitude), ou seja, ele registrava graficamente as relações entre as grandezas (Ponte, 1992).

Galileu Galilei (1564-1642) continuou a utilizar métodos gráficos no estudo das relações entre grandezas físicas, além de modelar equações algébricas que pudessem prever o comportamento de fenômenos físicos (Boyer, 1996, apud, Souza, Mariani, 2005).

René Descartes (1596-1650) também estabeleceu relações entre grandezas variáveis, e foi o primeiro a propor o uso de equações em x e y para estudar essas relações. Descartes introduziu formas euclidianas em um plano com dois eixos perpendiculares e determinava essas formas, também, por equações (Botelho, Rezende, 2007).

Foi Isaac Newton (1642-1727) o primeiro a utilizar termos específicos para funções em seu estudo sobre séries infinitas, onde essas séries deixaram de ser um instrumento de aproximação e se tornaram uma nova maneira de escrever as funções que as representavam (Rezende, Botelho, 2007). Ele usou o termo “fluente” para designar as variáveis independentes, “relata quantitas” para indicar variáveis dependentes e “genita” para se referir a quantidades obtidas a partir de outras usando as quatro operações aritméticas fundamentais

Segundo Ponte (1992), Leibniz (1646-1716) usou o nome "função" em 1673, pela primeira vez. Porém, segundo Souza e Mariani (2005) não foi ele quem introduziu o conceito atual de função, apesar de o termo ter praticamente o mesmo significado atualmente. Ele usou a palavra “função” para designar, em termos muito gerais, a dependência das quantidades relacionadas a uma curva. Ele também introduziu os termos “constante”, “variável” e “parâmetro” (Boyer, 1996, Ferreira, 2005, apud, Souza, Mariani, 2005).

Em 1698, Jean Bernoulli (1667-1748) utilizou o termo “função” criado por Leibniz para definir que *“uma função de um valor variável é uma expressão analítica, que é composta de valor variável e valores constantes”*. Bernoulli utilizou várias notações de função e entre elas “fx”, a qual é a notação que mais se aproxima da usada hoje em dia (Boyer, 1996, apud, Souza, Mariani, 2005).

Para Leonhard Euler (1707 – 1783), as funções eram somente contínuas, porém não se apresentavam somente como uma expressão analítica, mas também como uma curva associada a expressão sem “cantos”. Euler acrescentou muita simbologia nas notações de funções como, por exemplo, foi ele quem formalizou a notação $y = f(x)$ na representação de uma função (Souza, Mariani, 2005). Para Euler, *“uma função de uma quantidade variável é uma expressão analítica composta de alguma maneira desta quantidade variável e números ou quantidades constantes”* (Botelho, Rezende, 2007).

Posteriormente, tivemos grandes matemáticos que contribuíram com seus estudos para o aprimoramento do conceito de função. Dentre eles podemos citar Euler, Daniel Bernoulli (1700-1782), Jean-Baptiste le Rond d’Alembert (1717-1783) e Joseph-Louis Lagrange (1736-1813) que definiu:

“função de uma ou várias quantidades como sendo toda expressão para cálculo na qual estas quantidades entram de uma maneira qualquer, envolvidas ou não com outras quantidades que consideramos como sendo dadas e valores invariáveis, enquanto as quantidades da função podem assumir todos os valores possíveis. ...Designaremos em geral pela letra f ou F, colocada antes da variável, toda função desta variável, isto é, toda quantidade que depende desta variável e que varia com ela segundo uma lei dada” (Rezende, Botelho, 2007).

Joseph Fourier (1768-1830) também contribuiu para a evolução do conceito de função ao afirmar que qualquer função pode ser representada por uma série trigonométrica, série essa que atualmente leva seu nome. Fourier nunca deu uma prova matemática para sua afirmação (Ponte, 1992).

Foi Johann Dirichlet (1805-1859) quem retomou a afirmação de Fourier e formulou as condições suficientes para que uma função fosse representada pela série de Fourier. Para formular as condições, Dirichlet conceituou função como:

“uma variável ‘y’ que está relacionada com uma variável ‘x’ de modo que, sempre que um valor numérico é atribuído a x, existe uma regra de acordo com a qual é determinado um único valor y, então se diz que y é função da variável independente x”.

Essa definição proposta por Dirichlet é a conceituação de função que se mantém até os nossos dias (Ponte, 1992).

Com o desenvolvimento da teoria dos conjuntos, iniciado pelo matemático alemão George Cantor (1845-1918), a noção de função foi mais uma vez ampliada, pois foram incluídas todas as correspondências aleatórias e arbitrárias que satisfazem uma condição pré-determinada e única entre conjuntos numéricos ou não (Ponte, 1992).

4.2 O Ensino Colaborativo no PEJA: ensinando o conceito de função

4.2.1 Por que o PEJA?

As atividades foram aplicadas, no período de novembro e dezembro de 2013, num total de 7 dias de aulas (28 h/a), em duas turmas – 162 e 163 – de uma Escola Municipal do Rio de Janeiro, localizada no bairro de Copacabana. Estas turmas estavam na última unidade de progressão do último bloco do PEJA II (referente ao 9º ano do ensino fundamental). O ensino colaborativo foi utilizado na turma 162, que apresentava um índice maior de alunos com dificuldades em Matemática, pouca volatilidade dos alunos frequentes e uma média de alunos presente superior ao da turma 163. A quantidade de alunos na turma 162 era geralmente de 15 a 20 alunos em sala de aula, enquanto na turma 163 o número era de no máximo 10 alunos por aula. A média de idade das turmas se equivalia, a turma 162 possuía uma média igual a 32 anos, enquanto que a turma 163 era de aproximadamente 33 anos.

A escolha de usar o EC no PEJA se deu também por não haver a cobrança do cumprimento de metas e índices impostos pela SME-RJ e assim não havia a necessidade de

um resultado (nota) imediato. Além disso, o programa estimula o uso de novos métodos de ensino que sejam diferentes do modelo tradicional, tanto que em sua estruturação ele destina horas de aula para interatividade indireta entre o professor e os alunos (ver tabela 2). Outro aspecto marcante das turmas é que são formadas, em sua maioria, de pessoas desmotivadas e que estão fora de sala de aula há muito tempo, o que sempre dificulta o ensino.

Outro motivador para o uso da prática colaborativa no PEJA foi a acentuada diversidade de conhecimentos, experiências e objetivos de vida trazida pelos alunos. Com essa heterogeneidade nas turmas, a formação dos grupos foi realizada de maneira facilitada, permitindo assim que interações (essenciais nessa prática) ocorram naturalmente.

Por fim, outra característica fundamental para a escolha do Programa de Educação de Jovens e Adultos, para aplicação do ensino colaborativo, baseou-se nos diferentes ritmos de aprendizagem apresentados em sala de aula. Alguns alunos possuíam uma capacidade de entendimento mais rápido que outros, porém, esses alunos no modelo tradicional de aula ficavam ociosos ao terminar as atividades, pois era necessário que todos os alunos conseguissem atingir o objetivo da aula e assim o próximo conteúdo só era desenvolvido quando todos entendessem o anterior. Na prática colaborativa, o aluno mais rápido foi se tornando monitor do grupo, ou seja, ao terminar ou entender a atividade, ele se colocava a disposição do grupo para ajudar aqueles cujo processo de entendimento fosse mais lento.

4.2.2 Elaboração das atividades e o conceito de função

As atividades elaboradas continham um conjunto de exercícios formados por questões retiradas de provas de concursos, que visavam motivar os alunos a fazerem provas externas, e por questões criadas por mim, que visavam estimular as argumentações entre os integrantes do grupo. Como pré-requisito para a realização do trabalho foi exigido o conceito de plano cartesiano e valor numérico.

O conceito básico de função permite ao professor desenvolver uma grande quantidade de atividades, onde somente é cobrado do aluno saber que uma função é a associação de grandezas que podem ou não apresentar uma determinada lei de formação. Esse conceito primitivo permite o estudo de gráficos e tabelas que são habilidades cobradas, pelas orientações curriculares da Secretaria Municipal de Educação do Município do Rio de Janeiro (SME-RJ), desde o primeiro ano do Ensino Fundamental (Rio de Janeiro, 2013). Consequentemente, espera-se que um aluno que esteja apto a cursar o Ensino Médio domine essas habilidades.

A seguir veremos algumas definições de função encontradas em livros didáticos tradicionais, referentes ao 9º ano do Ensino Fundamental.

Andrini e Vasconcellos (2006), no livro **Novo Praticando Matemática**, não definem função formalmente, mas sim usam números aleatórios que geram resultados depois de serem submetidos a operações aritméticas. Ressaltam também que ao mudar a escolha do número inicial, o resultado mudará também. Por fim, eles representam através de um diagrama de flechas os pares ordenados obtidos (número dado e seu resultado), além de escreverem a fórmula (lei de formação) que associa cada número inicial a sua respectiva solução. Vale destacar que os autores não desenvolvem função afim e quadrática (assuntos recorrentes em alguns livros didáticos do 9º ano do Ensino Fundamental), mas sim as relações entre tabelas e gráficos, fazendo assim conexões entre essas representações.

Já Giovanni Jr. e Castrucci (2009), em **A Conquista da Matemática**, começam a introduzir o conceito de função através do sistema de coordenadas cartesianas, para depois inserirem uma noção de função onde explicitam para os alunos de forma direta a dependência entre grandezas. Os exemplos e exercícios encontrados no livro fazem uma relação direta das leis de formação com tabelas e situações problemas. Mesmo não definindo formalmente função, os autores definem, na sequência, o conceito de domínio e imagem de uma função. Finalmente, eles iniciam o estudo das funções afim e quadráticas.

No Livro **Matemática** de Silveira e Marques (1995), a definição de função começa a ser introduzida através do estudo de tabelas que mostram a relação entre duas ou mais grandezas. A seguir, os autores representam as tabelas antes mostradas através de conjuntos e estabelecem a diferença entre relação e função. Eles definem função como: “*Dados dois conjuntos A e B, chama-se função de A em B qualquer relação entre os elementos desses conjuntos, de modo que a cada elemento de A se associe um único elemento de B*” (Silveira, Marques, 1995, p.91). Após definirem função, eles também definem o conceito de domínio, contradomínio e imagem de uma função e também mostram como calcular o valor de uma função a partir do valor de ‘x’. Nos capítulos seguintes, eles desenvolvem o estudo das funções de 1º e 2º grau.

Bianchini (2006), em seu livro **Matemática**, começa a falar de função através de uma situação problema no qual o aluno é levado a descobrir a lei de formação que resolve o mesmo. Logo depois, o autor já define função dizendo que “*a grandeza y é função da grandeza x se há entre elas uma correspondência tal que, para cada valor de x, exista um único valor de y*” (Bianchini, 2006, p. 166). Em seguida, ele constrói uma tabela que ilustra o exemplo citado no início do capítulo e mostra rapidamente como calcular o valor de uma

função. Posteriormente, são apresentados exercícios e situações problema que levam o aluno a deduzir a lei de formação que resolve cada problema além de determinar o valor da função. Na sequência, Bianchini mostra como é feita a construção do gráfico de uma função, através da atribuição de valores de x e do cálculo de y e depois a marcação do par ordenado encontrado no plano cartesiano. O autor também se preocupa em mostrar ao aluno como proceder para identificar o gráfico que representa uma função. Nas seções seguintes são apresentados os estudos sobre a função polinomial do 1º grau e de 2º grau.

Por fim, temos a definição de função encontrada no caderno pedagógico da SME-RJ (2013), que diz: *“uma relação entre dois conjuntos A e B é uma função de A em B , quando todos os elementos $x \in A$ têm seu correspondente $y \in B$ e cada $x \in A$ possui apenas um correspondente $y \in B$ ”* (Rio de Janeiro, 2013, p. 10).

O caderno pedagógico é uma apostila desenvolvida por professores da rede municipal de ensino do Rio de Janeiro e visa estruturar de maneira única o desenvolvimento dos conteúdos ao longo dos bimestres em todas as escolas da rede municipal de ensino. O conceito de função nessa apostila é inserido através de tabelas que levam o aluno a raciocinar através de um padrão constante e, conseqüentemente, completá-las de acordo com esse padrão. Ao longo do caderno pedagógico são mostradas as relações entre as representações gráficas, de tabela e de diagramas. Essas relações são apresentadas através de exemplos e exercícios que fazem com que o aluno consiga transitar sem problemas entre as diversas maneiras de escrever e mostrar uma função.

Como os discentes do PEJA, em sua maioria, pretendiam cursar o Ensino Médio no ano de 2014 e o tema função é um tópico recorrente, tanto em Matemática quanto em outras disciplinas, fez-se a escolha de trabalhar com a construção deste conceito. O formalismo encontrado em alguns livros didáticos que tratam desse conteúdo não foi considerado, uma vez que a real intenção era fazer com que todos os alunos adquirissem as noções básicas e essenciais para uma melhor compreensão desse conteúdo nos anos seguintes do Ensino Médio. Além disso, era esperado que os alunos conseguissem relacionar tal conceito com os estudos de funções específicas e que também fossem capazes de fazer a leitura correta de um gráfico/tabela já que esse tipo de escrita está presente na maioria dos meios de comunicação e relaciona-se diretamente também com outros ramos do conhecimento.

Como pudemos ver, na análise dos livros didáticos supracitados, uma função pode ser representada de maneira algébrica, gráfica (plano cartesiano ou não), sequencial, através de diagramas e de regras verbais (que fazem a transição entre a linguagem formal matemática para a linguagem usual).

Todas as atividades desenvolvidas se basearam na relação entre as diversas representações existentes do mesmo objeto matemático (função); essas relações tendem a fazer com que os alunos adquiram um melhor entendimento do conceito, pois serão apresentados vários pontos de vistas de função e as conexões entre eles.

Os alunos também foram conduzidos a perceber a interdisciplinaridade entre a Matemática (em particular o conceito de função) e outras disciplinas e como ela se mostra nas relações do cotidiano.

Vale salientar que cada atividade tentou propiciar aos alunos a possibilidade de se trabalhar em grupo e argumentarem sobre suas dúvidas e/ou entendimentos acerca do assunto abordado, além de permitirem constantes intervenções ao longo do processo de realização das atividades.

4.3 Relatos da aplicação das atividades em sala de aula

Ao propor inicialmente o uso do Ensino Colaborativo, a turma 162 mostrou-se um pouco resistente, pois alegava que trabalhar em grupo não seria confortável pois existiam alunos que não estavam interessados em aprender e assim seria muito difícil de desenvolver qualquer tipo de aprendizado. Outro fator relatado pelos alunos que mostrava o desconforto em usar uma nova prática em sala de aula, era o fato da maioria deles acreditarem que uma aula deve ocorrer no modelo tradicional de ensino, ou seja, uma aula expositiva com o professor sendo o centro das atenções e o único com capacidade de explicar o conteúdo.

Antes de aplicar as atividades (exercícios) foram necessárias duas aulas para poder desenvolver o conceito básico de função. Ao longo dessas aulas a definição do conceito de função foi apresentada e posteriormente foi explicado o que é o domínio, o contra domínio e a imagem de uma a função.

O EC começou a ser aceito em sala a partir do momento em que as atividades foram propostas. A dificuldade em resolver os exercícios, muitas vezes apresentada pelos integrantes do grupo, foi um fato que fez com que todos comesçassem a olhar para o EC como um facilitador no entendimento das atividades, ou seja, cada exercício que um aluno não conseguisse realizar ou interpretar ele buscava dentro de seu grupo uma forma de entender e/ou fazer a atividade proposta e assim permitia que ocorresse a interação, tão necessária e importante nas práticas colaborativas.

Cada atividade foi aplicada em um dia de aula, sendo cada aula com duração de 3 horas. A turma estava dividida em 4 grupos e cada grupo possuía 3 ou 4 alunos, dependendo

da frequência diária. A participação do professor ao longo dessas atividades foi intensa e direta, uma vez que eram exercícios que levavam o aluno a se expressar e muitas vezes os próprios não conseguiam formalizar suas respostas ou possuíam algum tipo de dúvida que impedia a realização de alguma questão.

4.3.1 Atividade 1

Na *Questão 1* o aluno é levado a perceber que a condição para uma relação ser uma função é a associação de cada elemento do domínio com apenas um elemento no contradomínio. No enunciado, pede-se uma explicação ao aluno, mas não é cobrado o formalismo. Ele apenas deve explicitar o motivo da relação ser ou não função. Esse fato permitiu a troca de conhecimento entre os alunos e, principalmente, a necessidade de fazer uma conclusão de forma coletiva onde todas as respostas fossem contempladas mesmo que algumas delas estivessem com vocabulários diferentes. É interessante colocar o fato de que nessa questão a maioria dos grupos definiu função de forma correta, porém com uma diversidade de palavras, permitindo que eu pudesse perceber os diferentes contextos sociais que permeavam a sala de aula.

Já na *Questão 2*, o aluno depois de entender a relação entre os elementos do domínio, do contradomínio e da imagem, foi conduzido a responder sobre a composição desses conjuntos. Esse fato fez com que os alunos tivessem condições de formalizar a definição de função.

A *Questão 3* teve o objetivo de concluir a definição de função pelo entendimento e não pela memorização, pois ela exige que o aluno analise cada item para depois dizer qual o item correto.

É importante sinalizar que na turma em que o EC foi utilizado, essa questão gerou muitas considerações dentro dos próprios grupos, pois alguns integrantes dos grupos entendiam o objetivo da questão enquanto outros não. Além disso, os alunos também encontraram dificuldades em achar uma resposta em comum que justificasse a escolha da alternativa correta. Isso tornou esse item riquíssimo, pois a intenção do ensino colaborativo é estimular a interação e desenvolver a capacidade dos alunos de se relacionarem e se comunicarem de forma clara. Esse mesmo item também gerou muitas dúvidas nos alunos da turma 163 (que não usaram o EC), porém a interação ocorria diretamente com o professor e de forma tradicional, ou seja, quando eles possuíam alguma dúvida a presença do professor era solicitada.

4.3.2 Atividade 2

Essa atividade tinha como objetivo mostrar ao aluno a mesma definição de função proposta na atividade 1, porém, dessa vez, ele deveria analisá-la graficamente, levando-o a relacionar diferentes representações e associá-las ao mesmo conteúdo.

A *Questão 1* pede para que os alunos concluam a resposta usando a definição construída anteriormente na atividade 1 e percebam que existe uma relação entre os eixos OX e OY e que essa relação pode ou não ser uma função. Antes de resolver essa questão foi dada, em ambas às turmas, uma rápida revisão de plano cartesiano e, posteriormente, a definição de função. Entretanto, na turma em que o Ensino Colaborativo estava sendo aplicado, os grupos formados ajudavam os alunos que não tinham comparecido à aula anterior a introduzir o conceito de função, fato esse que permitiu que as duas turmas se mantivessem no mesmo estágio de progressão do conteúdo, pois, caso tivesse que rever toda a construção do conceito de função, a turma 163 estaria em um estágio mais avançado do que a turma 162.

Ao trabalharem com a *Questão 2*, os alunos foram conduzidos a estabelecerem relações entre os números do eixo x e do eixo y através de outra representação de função e também perceber que a notação $f(x)=y$ significa que existe uma relação entre os números que representam x e y. Nesse item, as dúvidas que surgiram foram comuns a todas as turmas e foi necessária a realização dos três primeiros itens no quadro (como exemplo) para explicar o objetivo da questão, além de discutir diretamente com os alunos as respostas de cada pergunta no final do exercício. A diferença entre as abordagens foi que na turma que utilizava o Ensino Colaborativo, a atuação ocorreu dentro de cada grupo e não de forma geral, permitindo assim, que a capacidade de comunicação entre os integrantes do grupo permanecesse. Esse fato reforça a ideia de que mesmo utilizando o EC, a interferência do professor ao longo da aula deve ser constante.

4.3.3 Atividade 3

Essa atividade visa integrar três tipos de forma de apresentar uma função: a *Questão 1* mostra a representação de uma função em sua forma gráfica, a *Questão 2* mostra a mesma função descrita na sua forma algébrica e a *Questão 3* mostra a função na forma de diagrama.

Nessa atividade foram necessárias intensas interações em ambas as turmas já que era uma atividade que visava concluir a definição de função e integrar suas diversas formas. O uso da prática do EC foi novamente importante na turma, pois muitos alunos possuíam

dificuldades em resolver a *Questão 2*, uma vez que esta envolvia operações com números inteiros. Porém, o tempo foi otimizado com o auxílio de cada grupo, uma vez que cada um deles foi cuidadosamente formado de tal modo que cada grupo possuísse pelo menos um aluno que dominava esse conceito e alguns alunos possuem certa timidez em consultar o professor quando a dúvida se referia a um conceito antigo.

4.3.4 Atividade 4

O principal objetivo dessa atividade era mostrar para os alunos a importância da representação gráfica de função. Ela tinha também o objetivo de motivar os alunos que iriam iniciar no Ensino Médio em 2014, pois o material foi elaborado com questões que compuseram as provas do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

O fato mais interessante desse material é que no primeiro contato com as questões muitos alunos, tanto da turma 162 quanto da turma 163, argumentaram que se tratava de um material muito difícil, pois possuía “*muita coisa escrita*”. Esse fato remeteu a um problema relatado por diversos professores em seu dia a dia, que é a grande dificuldade de interpretação que os alunos possuem.

O fato dos alunos da turma 162 terem encontrado muita dificuldade para resolver os exercícios, juntamente com o trabalho em grupo, geraram perguntas ou dúvidas mais específicas e estruturadas em vez das usuais “*não entendi nada*” ou “*tô com dúvida em tudo*”. Esse acontecimento se deve ao fato dos alunos debaterem entre si as questões antes de perguntarem diretamente ao professor e como já era a quarta e quinta aula (esse material foi utilizado em dois dias) em que o EC era trabalhado em sala, muitos alunos já estavam acostumados com os procedimentos e se utilizavam desse novo ambiente para interagir de forma mais intensa com os colegas de grupo e até mesmo com os colegas de outros grupos, criando assim um grande ambiente de discussão e interação presencial.

Na turma em que o Ensino Colaborativo não foi aplicado, as dúvidas foram sanadas à medida que surgiam, sem haver antes qualquer tipo de conversa ou argumentação com outro aluno; no máximo, com o que estava sentado mais perto, porém nem sempre os alunos estavam trabalhando com o mesmo exercício e isso perturbava a interação dos mesmos já que cada um estava focado em algo diferente.

5 A AVALIAÇÃO

5.1 Análises dos resultados obtidos nas avaliações

Mesmo não sendo uma prática muito comum no PEJA, uma vez que segundo o seu projeto pedagógico a avaliação deve ser de forma continuada e participativa, as turmas foram submetidas a avaliações no final do ano letivo (ver apêndice E e F).

A turma 162 foi submetida a duas avaliações, sendo uma em grupo e outra individual. A importância da avaliação em grupo é para caracterizar o andamento e a evolução dos grupos em relação ao conteúdo trabalhado. Por sua vez, a avaliação individual se justifica pelo fato da necessidade de uma ferramenta individual de diagnóstico que forneça uma análise mais profunda de cada aluno no que diz respeito à evolução do processo de aprendizagem, assim como identificar os alunos que se apoiam no grupo sem a preocupação em aprender, ou ainda aqueles que, mesmo interagindo, não conseguem entender o que está sendo solicitado. É importante destacar que o trabalho avaliativo e a prova possuíam o mesmo nível de dificuldade, inclusive apresentando questões similares, para uma melhor análise do desempenho dos alunos.

Na turma 163, o trabalho avaliativo aplicado na turma 162 foi dado na forma de revisão para a prova, sem a atribuição de nota.

A cada avaliação (individual ou em grupo) aplicada foi atribuída uma nota de zero a cinco pontos.

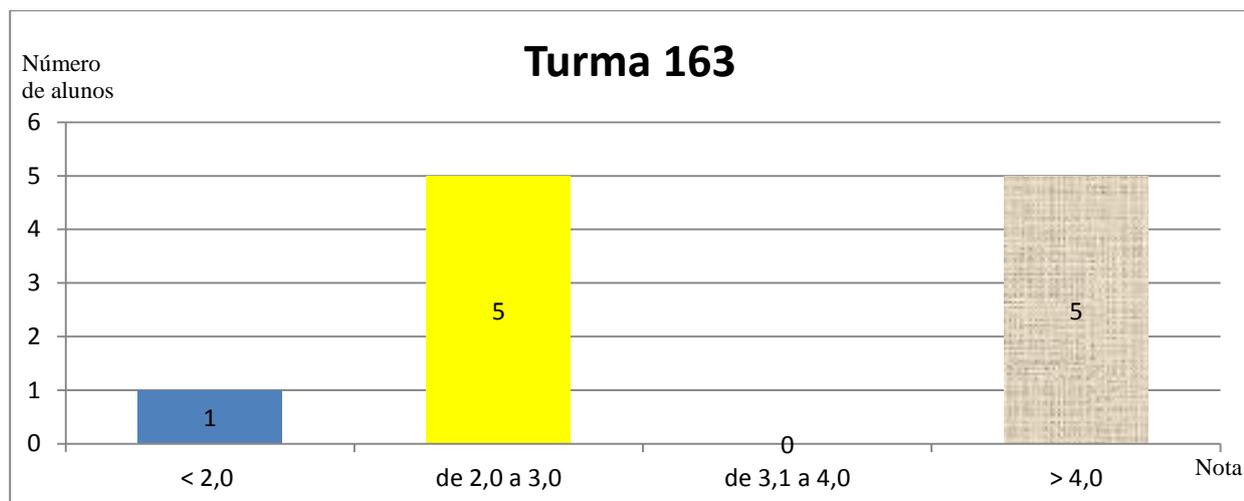
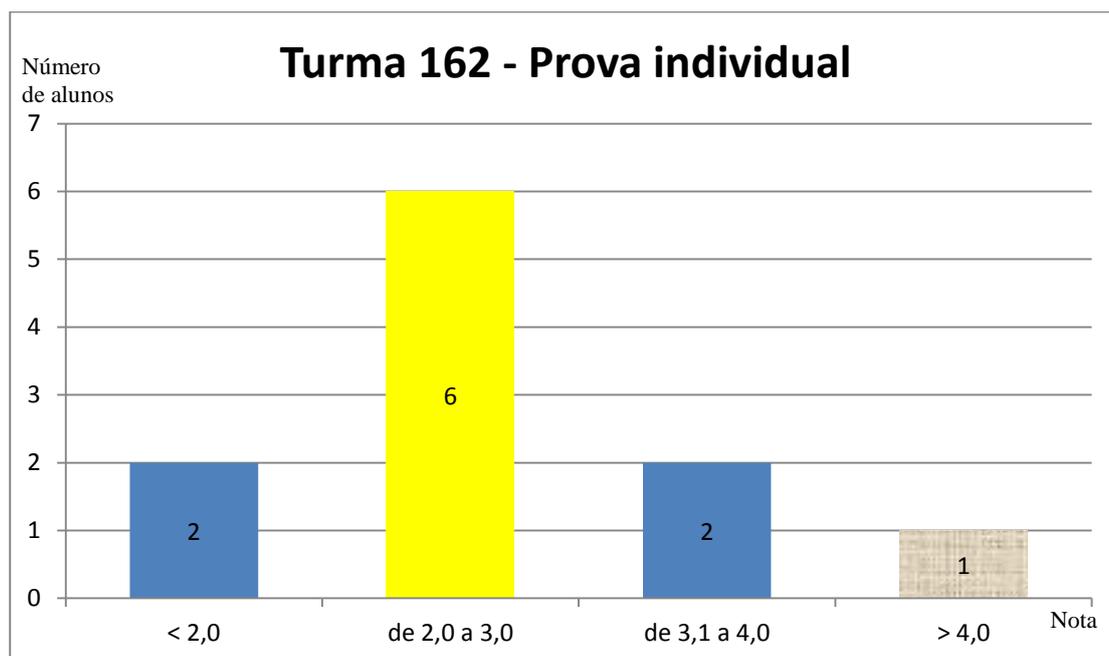
A seguir veremos dados comparativos obtidos a partir da realização das avaliações citadas anteriormente objetivando ilustrar de forma clara a comparação entre as notas das turmas mencionadas.

Tabela 3 - Comparação entre as médias das turmas analisadas na avaliação individual

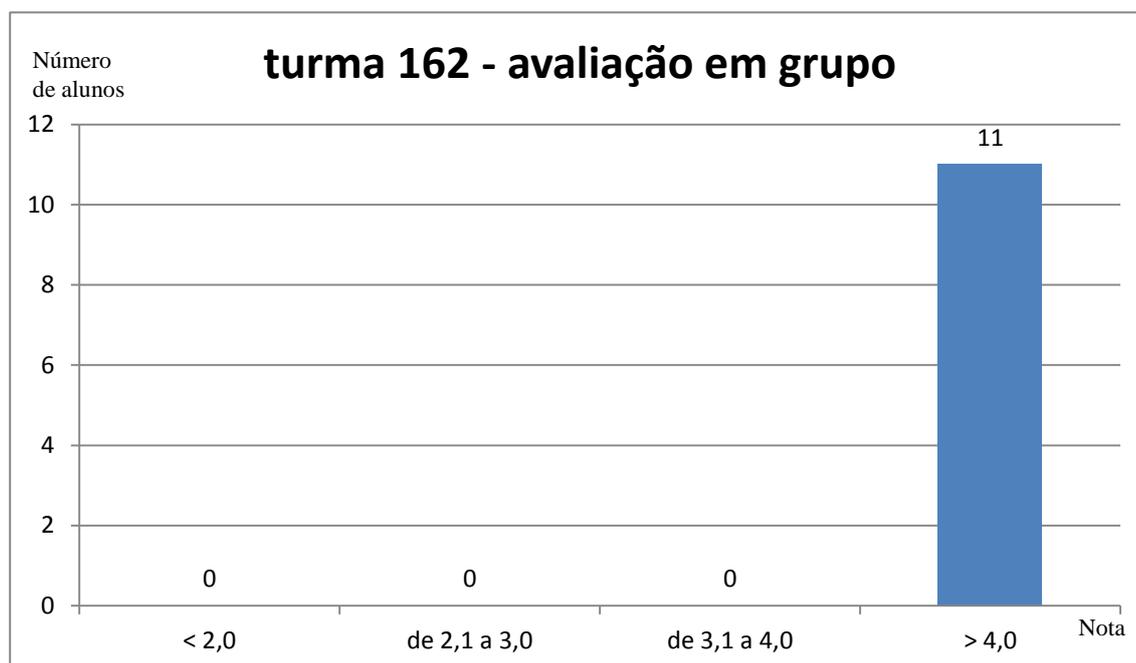
TURMA	NUMEROS DE ALUNOS ⁹	MÉDIA
162	11	2,6
163	11	3,33

⁹ Só foram computadas as notas dos alunos que frequentaram as aulas regularmente e que realizaram a avaliação em grupo. No total, 15 alunos realizaram a avaliação individual e assim, considerando todos esses alunos, a média da turma 162 passa a ser 2,46.

Gráfico 2 - Distribuição de notas da turma 163(sem EC) na avaliação individual

Gráfico 3 - Distribuição de notas da turma 162 (com EC) na avaliação individual¹⁰

¹⁰ Na avaliação individual houve 4 alunos que não participaram da avaliação em grupo, porém desses 4 apenas um aluno não participou efetivamente do EC. A nota obtida por esse único aluno foi 0,2 e os outros 3 alunos obtiveram notas iguais a 1,0; 2,5 e 4,5.

Gráfico 4 - Distribuição de notas da turma 162 (com EC) na avaliação em grupo¹¹

Ao analisar os dados e as avaliações podemos fazer algumas observações:

- O desempenho da turma 162 foi muito superior na avaliação em grupo em relação ao desempenho da mesma na avaliação individual. Esse fato pode ser justificado pela divisão dos grupos, pois em cada grupo existia pelo menos um aluno que havia demonstrado bons conhecimentos prévios e uma boa capacidade de acompanhar o andamento da matéria. Essa discrepância entre as notas nas avaliações permite concluir que alguns alunos não aproveitaram a interação propiciada pelo EC para evoluir, mas sim, para conseguirem apenas uma nota que seja suficiente para obterem a aprovação. Esse fato pode-se tornar comum em qualquer prática pedagógica que utilize o EC, pois, por mais que a intenção do Ensino Colaborativo seja o desenvolvimento do aluno através da interação, não se deve ignorar o caráter avaliativo de uma prova e a importância que é dada as notas obtidas nessas avaliações, fazendo assim com que o aluno tente, a qualquer custo, conseguir a nota necessária para aprovação sem se preocupar com a aprendizagem.

¹¹ Apenas 11 alunos realizaram a avaliação em grupo. Todos esses alunos eram frequentes e participaram efetivamente do EC. Vale ressaltar que os alunos faltosos somente apareceram no colégio na avaliação individual, pois ela foi feita na semana de provas do colégio, ou seja, em uma determinada semana escolhida pela direção, todas as turmas do colégio seguiram um calendário de avaliações único.

- Outra explicação que pode ser dada para essa diferença entre as notas da avaliação em grupo e as notas da avaliação individual na turma 162, é que alguns alunos mesmo tendo participado de atividades que visavam à construção do conhecimento de forma coletiva, ainda precisam de um atendimento mais reforçado (e até mesmo individualizado). Esse reforço pode ser feito através do uso de uma nova linguagem na abordagem do mesmo conteúdo, sanando dúvidas de pré-requisitos básicos ou motivando o aluno de maneira mais intensa.
- Alguns alunos que chegavam à sala depois de 1h e 30 min de aula conseguiram um rendimento satisfatório na avaliação individual (de 2,0 a 3,0). Esse fato pode estar ligado à troca de informação entre os integrantes do grupo, visando uma revisão dos conceitos perdidos no início da aula.
- A turma 163 possui um enorme potencial para o trabalho colaborativo, já que alguns alunos mostraram que conseguem acompanhar o andamento e desenvolver o assunto trabalhado, sendo apenas necessário desenvolver a capacidade de comunicação e interação.
- Na turma 162, a maior conquista foi o fato de alguns alunos afirmarem, ao final de cada aula, que a matéria trabalhada era agradável e isso pode ser atribuído à dinâmica que o EC deu às aulas, tendo em vista que nessa mesma turma diversos alunos diziam não gostar e/ou não entender matemática.
- A questão de análise de gráfico que constava no trabalho avaliativo em grupo foi feita corretamente por todos os grupos, porém pouquíssimos alunos acertaram uma questão similar na avaliação individual. Isso pode ter ocorrido pela facilidade que os alunos tiveram em interpretar essa representação de função quando estavam em grupo e assim trocando opiniões e percepções acerca do gráfico. Outra possibilidade é o fato do aluno do grupo que possuía maior facilidade em Matemática ter feito essa questão e o grupo não ter acompanhado seu raciocínio e sua interpretação, ou seja, não houve uma interação satisfatória entre os membros do grupo.
- O fato da maioria dos alunos da turma 162 estarem, na avaliação individual, com as notas entre 2,0 e 4,0 mostra certa regularidade e um nivelamento entre os alunos, além de revelar que a turma 162 apresentou uma homogeneidade no desenvolvimento do aprendizado, pois somente um aluno obteve uma nota acima da média e dois alunos obtiveram notas muito abaixo. Essa proximidade

entre as notas dos alunos revela também que o uso do EC ajudou no processo ensino aprendizagem, pois a maioria dos alunos demonstrou algum conhecimento acerca do conceito de função. Esse fato já não pode ser observado na turma 163, pois analisando as notas percebemos um distanciamento entre o nível de conhecimento dos alunos, pois metade dos alunos obtiveram notas altas (maior que 4,0) enquanto a outra metade obteve notas abaixo de 3,0.

- Por fim, podemos observar que apesar de haverem diferenças entre a distribuição das notas entre as duas turmas, os resultados se mantêm bem próximos e assim podemos perceber que o grande ganho do uso do Ensino Colaborativo na turma 162 foi o desenvolvimento social e na melhoria do relacionamento com a Matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo desse trabalho pudemos ver sugestões de estruturação para as aulas colaborativas, como a ideia de usar o Ensino Colaborativo em sala de aula surgiu e como ele se desenvolveu ao longo dos anos, relatos de uma experiência em sala de aula e também como a prática colaborativa pode auxiliar em fatores antes abandonados, tais como, o desenvolvimento social do aluno.

Os dois primeiros capítulos tiveram como objetivo situar o leitor no atual momento do desenvolvimento do Ensino Colaborativo através de um levantamento histórico e mostrando como essa prática está sendo aplicada no Brasil, além de exibirem estratégias de estruturação das aulas que permitam ao professor aplicar o EC de forma exitosa. A seguir, o terceiro capítulo, descreveu a evolução do ensino de jovens e adultos ao longo dos anos no cenário nacional para posteriormente exibir a estruturação do PEJA e o perfil dos alunos que compõem esse programa. Finalmente os últimos capítulos, tiveram como objetivo elucidar uma prática real do uso do EC em uma sala de aula composta por alunos de diferentes idades, objetivos, perspectivas e experiências, além de comparar e analisar uma turma onde foi usado o EC com outra em que nenhum tipo de prática colaborativa foi utilizada.

O Ensino Colaborativo é uma prática pedagógica que se baseia, principalmente, na interação entre pessoas e na troca do conhecimento de cada uma delas visando a construção coletiva de um mesmo conteúdo.

Por ser uma prática relativamente nova pode ser vista como um método de ensino difícil de ser aplicado, pois para ser usada é necessário um estudo preliminar do assunto e entender quais são os seus verdadeiros objetivos.

O docente pode se deparar com outras dificuldades. Ao propor um trabalho em grupo, os alunos podem entender como uma oportunidade de se unirem para gerar uma algazarra, prejudicando assim a disciplina do ambiente ou se dispersarem com maior facilidade já que, desta forma, eles podem se relacionar de forma mais livre uns com os outros. Outro fator que também pode trazer dificuldade é o tempo que o professor dispõe para aplicar tal prática colaborativa; pois em muitos colégios a carga horária de Matemática é de apenas 4 tempos de 50 minutos por semana e muitas vezes não existem dois tempos em sequência, ou seja, o docente só teria 50 minutos para organizar a sala, introduzir o conteúdo a ser trabalhado, fazer com que os alunos desenvolvam as atividades propostas e depois realizar a conclusão. Além do mais, se o professor que estava na sala anteriormente não trabalhar com o EC será

necessário mais tempo para realizar a organização da sala e é por isso que acredita-se que o uso do EC deve ser uma proposta pedagógica coletiva de uma instituição e não individual do professor.

Nesse sentido é que o desenvolvimento desse trabalho se justifica, pois o seu intuito é organizar o método de ensino, estruturar as práticas em sala de aula, dar formas de questionar e/ou aprimorar o EC e aperfeiçoar o aprendizado dos alunos de uma maneira diferente e que vise não somente a melhoria em uma avaliação específica e sim na formação como um todo. O relato de experiência que foi apresentado visa elucidar a aplicação do Ensino Colaborativo em sala de aula e também mostrar uma comparação com outra turma que não utilizou o EC. Vale ressaltar que a turma que trabalhou com essa prática colaborativa possui algumas características especiais e peculiares, e sendo assim os fatos mencionados podem não acontecer de novo.

Assim, como foi colocado anteriormente, cabe ao docente adaptar a prática de acordo com a sua turma e a qualquer momento, quando se fizer necessário, reorganizar os grupos, refazer as abordagens e readaptar as avaliações. Por esses motivos é que o professor se coloca como o principal agente da construção do conhecimento, pois, além de guiar os alunos, ele deve também ser capaz de reforçar os pontos positivos e corrigir os pontos negativos ao longo do processo de ensino.

Sendo assim, concluímos que a utilização do trabalho em grupo no auxílio do processo de ensino-aprendizagem ainda é um assunto que merece um estudo continuado, pois cada docente que desejar introduzir o Ensino Colaborativo em seu cotidiano terá experiências novas e enriquecedoras, ou seja, não existe apenas um foco principal nessa prática e sim um conjunto deles, tais como, uma melhor socialização entre os alunos, saber compartilhar opiniões e respeitar vivências e experiências diferentes.

REFERÊNCIAS

ABRAHÃO, A. M. C. *Comportamento de professores frente a alguns gráficos de funções $f: R \rightarrow R$ obtidos com novas tecnologias*. 1998. 95 p. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica (PUC), Rio de Janeiro, 1998.

ANDRADE, L. S.; KAIBER, C. T. *Registros de representação semiótica e o estudo de funções*. In: CIAEM-IACM, 13., 2011, Recife, *Anais...* Recife: 2011, 11 p. Disponível em: <<http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/XIIICIAEM/artigos/1010.pdf>>. Acesso em: 15 jan.2014.

ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J, *Novo Praticando Matemática*. vol. 4. 1. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2002.

ASSEMANY, D. et al. *Utilizando o moodle no ensino de matemática: Uma experiência na educação básica*. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. *Anais...* Salvador: 2010, 11p

BARBOSA, A. C. L. S. *Abordagens educacionais baseadas em dinâmicas colaborativas online*. 2008; 316 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-12062008-134225/publico/TeseAnaCristinaLimaBarbosa.pdf>> Acesso em: 05 jan. 2014

BARRETO, M. M. *Tendências atuais sobre o ensino de funções no ensino médio*. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, UFRGS, Porto Alegre, 2008. Disponível em: <http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/modulo_II/pdf/funcoes.pdf> Acesso em 08 jan. 2014.

BARROS, J. A. *Utilizando métodos de engajamento interativo em um Curso de mecânica clássica*. In: SIMPOSIO NACIONAL DE ENSINO DE FÍSICA, 16, 2005, Rio de Janeiro. *Anais...* Rio de Janeiro: 2005. 4 p.

BELLO, J. L. P. *Movimento Brasileiro de Alfabetização - MOBRAL. História da Educação no Brasil. Período do Regime Militar. Pedagogia em Foco*, Vitória, 1993. Disponível em: <<http://www.pedagogiaemfoco.pro.br/hebl0a.htm>>. Acesso em: 06 mar. 2014.

BIAGGI, G. V. *Uma nova forma de ensinar matemática para futuros administradores: uma experiência que vem dando certo*. *Ciências da Educação*. Lorena-SP, v. 2, n. 2, p.103-113. 2000. Disponível em: <<http://www.am.unisal.br/graduacao/administracao/pdf/publicacoes-4.pdf>> Acesso em: 12 jan. 2014

BIANCHINI, E. *Matemática, 9º ano*. 6. ed. São Paulo: Moderna, 2006.

BOAVIDA, A M. R. *A argumentação na aula de Matemática: Olhares sobre o trabalho do professor*. In: Conferência SIEM - Seminário de Investigação em Educação Matemática, 16., 2005, Évora, *Anais...*Évora: 2005, 31 p. Disponível em: <<http://fordis.ese.ips.pt/docs/siem/texto57.doc>>. Acesso em: 14 jan. 2014.

BOTELHO, L.; REZENDE W. Um breve histórico do conceito de função. *Caderno da licença*. Instituto de Matemática. Universidade Federal Fluminense, v. 6, p. 63-76, Niterói, 2007. Disponível em: <http://www.uff.br/dalicensa/images/stories/caderno/volume6/UM_BREVE_HISTÓRICO_DO_CONCEITO_DE_FUNO.pdf> Acesso em: 11 jan. 2014.

BOTTA, E.S. *O ensino do conceito de função e conceitos relacionados a partir da Resolução de Problemas*. 2010. 427 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática – Área de Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010. Disponível em: <<http://www.acervodigital.unesp.br/handle/123456789/38743>>. Acesso em: 06 jan. 2014.

BRANDÃO, C. R. *O que é Método Paulo Freire*. Brasília: Brasiliense, 1981. Disponível em: <http://sitiodarosadosventos.com.br/livro/images/stories/anexos/oque_metodo_paulo_freire_.pdf>. Acesso em: 06 mar. 2014.

BRASIL, C.C. *História da alfabetização de adultos: de 1960 até os dias de hoje*. 2005. 8 f. Monografia (Graduação em Matemática) – Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2005. Disponível em: <<http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/12005/CristianeCostaBrasil.pdf>>. Acesso em: 06 mar. 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE/CEB n.º 11/2000. Brasília, 2000.

_____. *ORIENTAÇÕES EDUCACIONAIS COMPLEMENTARES AOS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS (PCN+)*. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Ensino Médio. MEC/SEF, 2002.

_____. *PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS (PCNs)*. Matemática. Ensino fundamental. Quarto ciclo. MEC/SEF, 1998.

_____. EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO (ENEM). Matemática. Inep, 2003,2008,2009,2013.

BRUFFEE, K. A. Collaborative Learning and the “Conversation of Mankind”. *College English*, v. 46, n. 7, p. 635-652, nov. 1984. Disponível em: <<http://www.jstor.org/discover/10.2307/376924?uid=3737664&uid=2&uid=4&sid=21103675514483>>. Acesso em: 06 mar. 2014.

CARNEIRO V. C.; FANTINEL P. C.; SILVA R. H. Função matemática: significados circulantes na formação de professores. *Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, ano 16, n.19, p.37-57, 2003.

CASTRO BARBOSA, A. C. de; CONCORDIDO C. F. R. Ensino colaborativo em ciências exatas. *Revista Eletrônica do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Saúde e do Ambiente*. Rio de Janeiro. v. 2, n. 3, p. 60 -86, dez. 2009.

CASTRO BARBOSA, A. C. de; CONCORDIDO C. F. R.; CARVALHAES, C. G. Uma proposta de pré-cálculo com aprendizado colaborativo. In: CARVALHO, L. M.; MOURA, C. A. de (Org.). II HTEM - Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática. Rio de Janeiro: UERJ, v. 1, 2003.

CEREDA, S.; LUIZ, M. C. Comunidades de aprendizagem: a participação como possibilidade de transformação da escola. *Cadernos da Pedagogia*. São Carlos-SP, ano 2, v. 2, n. 4, 2008

CHAVES, M. I. A.; CARVALHO, H. C. C. Formalização do conceito de função no ensino médio: uma sequência de ensino-aprendizagem. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife, Anais... Recife: 2004, 18 p.

COELHO, L., PISONI, S. Vygotsky: sua teoria e a influência na educação. *Revista Modelos – FACOS/CNEC Osório*, v. 2, n. 2, 2012. Disponível em: <http://facos.edu.br/publicacoes/revistas/e-ped/agosto_2012/pdf/vygotsky_-_sua_teorica_e_a_influencia_na_educacao.pdf>. Acesso em: 20 jan. 2014.

COSTA, M. C. C. A pedagogia de Célestin Freinet e a vida Cotidiana como central na prática pedagógica. *Revista HISTEDBR On-line*, Campinas, n.23, p. 26 –31, 2006.

CRAIDY, C.; KAERCHER, G. E. (org.). *Educação Infantil – pra que te quero?* São Paulo: Artmed, 2001.

DICIONÁRIO INTERATIVO DA EDUCAÇÃO BRASILEIRA. Desenvolvido pela Agência Educa Brasil. Apresenta a definição de verbetes usados em educação. Disponível em: <<http://www.educabrasil.com.br/eb/dic/dicionario.asp>>. Acesso em: 05 ago. 2014.

FANIZZI, S. A importância da interação nas aulas de matemática: da elaboração oral à construção de conhecimentos. *Educação Matemática Pesquisa*. São Paulo, v.14, n.2, p.317-336, 2012. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/9443/8156>>. Acesso em: 18 jan, 2014.

FAVERO, O.; BRENNER, A. K. *Programa de educação de jovens e adultos (peja)*. Programa de Pós-Graduação em Educação, Grupo de Trabalho, n. 18, UFF, Rio de Janeiro, [2005?]

GABASSA, V.; MELLO, R. R.; BRAGA, F. M. Comunidades de aprendizagem: uma possibilidade para a escola contemporânea. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICAS DE ENSINO, 16., 2012, Campinas, *Anais...* Campinas: Junqueira & Marin Editores, 2012, 12 p.

GADOTTI, M. Um cenário possível da educação de jovens e adultos no Brasil. In: ESCOLAS MULTIMEIOS (Org). *Caderno de Formação*. Rio de Janeiro: Escola Multimeios, c2005, p. 6 – 24.

GAILLET, L. L. A historical perspective on collaborative learning. *Journal of Advanced Composition*, v. 14, n. 1, p. 93-110, 1994. Disponível em: <<http://jaonlinejournal.com/archives/vol14.1/gaillet-historical.pdf>>. Acesso em: 06 mar. 2014.

GALVÃO, E. C. B. Aprendizagem cooperativa e comunidade de práticas: possibilidades para a educação sociocomunitária. 2012. 213 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro Universitário Salesiano – UNISAL, São Paulo, 2012. Disponível em: < http://unisal.br/wp-content/uploads/2013/04/DISSERTA%C3%87%C3%83O_erica_cristiane_belon_galv%C3%A3o_2012.pdf>. Acesso em: 06 mar. 2014.

GILLIAM, J. H. *The impact of cooperative learning and course learning environment factors on learning outcomes and overall excellence in the community college classroom*. 1840.16/3736/1/etd.pdf>. Acesso em: 06 mar, 2014. 2002. 234 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Pós-Graduação, Universidade Estadual da Carolina do Norte, E.U.A., 2002. Disponível em: < <http://repository.lib.ncsu.edu/ir/bitstream/>

GIOVANNI JR, J. R.; CASTRUCCI, B. *A conquista da Matemática, 9º ano*. 1. ed. São Paulo: FTD, 2009.

GUERREIRO, A. M. C. G. *Comunicação no ensino-aprendizagem da matemática: práticas no 1.º ciclo do ensino básico*. 2011. 485 f. Tese (Doutorado em Educação- Didática Matemática) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2011. Disponível em: <http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/5494/1/ulsd062110_td_Antonio_Guerreiro.pdf>. Acesso em 30 jan. 2014.

GUERREIRO-CASANOVA, D.; FREITAS, J. V. *Colaboração em contextos educacionais: uma possibilidade para a aprendizagem e a produção de conhecimentos*. Conteúdo Educacional para TV digital interativa. Campinas, n. 2, p. 3-12, 2012.

INSTITUTO NATURA. Apresenta os projetos desenvolvidos pelo instituto. Disponível em: <<http://www.institutonatura.org.br/projetos/pesquisa-sobre-comunidades-de-aprendizagem/>>. Acesso em: 12 fev, 2014.

MAGARINUS, R. *Uma proposta para o ensino de funções através da utilização de objetos de aprendizagem*. 2013. 99 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Centro de Ciências Naturais e Exatas, Universidade de Santa Maria, Santa Maria, 2013. Disponível em: <http://coral.ufsm.br/profmat/uploads/9/3/5/6/9356672/dissertao_renata_magarinus.pdf>. Acesso em: 05 jan, 2014.

MARTINHO, M. H.; PONTE, J. P. *Comunicação na sala de aula de matemática: práticas e reflexão de uma professora de matemática*. In: BROCARD, J.; MENDES, F.; BOAVIDA, A. M. (Eds.). Atas do XVI Seminário de Investigação em Educação Matemática (p. 273-293). Setúbal: APM, 2005. Disponível em: <http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/9847/1/Martinho-Ponte_05%20SIEM_.pdf>. Acesso em: 15 jan, 2014.

MENEZES, P. H. D.; VAZ, A.M. *Tradição e inovação no ensino de física: grupos colaborativos de professores como ponte entre a pesquisa e a prática*. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA, 9., 2004, Jaboticatubas-MG, Anais... Jaboticatubas: 2004, 17 p.

- MUNARI, A. *Jean Piaget (Coleção Educadores)*. Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Editora Massangana. 2010. Tradução e Organização: Daniele Saheb. Disponível em: <http://www.usjt.br/cursos/lacce/pedagogia/noticias/2011/educadores/MEC_Piaget.pdf>
- NEVES, R. A. N.; DAMIANI, M. F. *Vygotsky e as teorias da aprendizagem*. UNIrevista. São Leopoldo, v. 1, n. 2, 2006. Disponível em: <<http://www.miniweb.com.br/educadores/Artigos/PDF/vygotsky.pdf>>. Acesso em: 20 jan, 2014.
- PONTE, J. P.; *The history of the concept of function and some educational implications*. The Mathematics Educator (online). Geórgia, v. 3, n. 2, 1992. Disponível em: <<http://tme.coe.uga.edu/wp-content/uploads/2012/08/v3n2.2Ponte1.pdf>>. Acesso em: 18 set, 2013.
- RABELLO, E.T.; PASSOS, J. S. Vygotsky e o desenvolvimento humano. Disponível em: <<http://www.josesilveira.com/artigos/vygotsky.pdf>>. Acesso em: 20 jan. 2014.
- REMOLDO, J.; et al. Engajamento interativo no curso de Física I da UFJF. *Revista Brasileira de Ensino de Física*. Juiz de Fora – MG, v. 26, n. 1, p. 63-69, c2004.
- RIO DE JANEIRO. *Caderno Pedagógico, 9º ano (3º bimestre)*. Rio de Janeiro: Ediouro Gráfica e Editora LTDA, 2013.
- RIO DE JANEIRO. *ORIENTAÇÕES CURRICULARES: 1º AO 9º ANO. Matemática*. SME-RJ, 2013.
- RIO DE JANEIRO. Secretaria Municipal de Educação. Gerência de Educação de Jovens e Adultos. Documentos Norteadores do PEJA. Rio de Janeiro, 2013.
- RIO DE JANEIRO. Secretaria Municipal de Educação. Conselho Municipal de Educação. Anexo do Parecer CME nº 2, de 29 de janeiro de 2013. Rio de Janeiro, 2013.
- RODRIGUES, M, U. *Narrativas no ensino de funções por meio de investigações matemáticas*. 2007. 305 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática – Área de Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007. <http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exlibris/bd/brc/33004137031P7/2007/rodrigues_mu_me_rcla.pdf> . Acesso em: 06 jan, 2014. Disponível em: <<http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exlibris/bd/brc/33004137031P7/2007/>>
- RUIZ, E. M. R.; Como Criar Comunidade Aprendizagem. *Revista de Educación*, n. 337, 2005. Disponível em: <<http://www.teresianasstj.com/index.php/metodologias/comuni-que-aprendem/106-como-criar-comunidade-aprendizagem>>. Acesso em: 05 fev, 2014.
- SANTOS, I. S. F.; PRESTES, R. I.; VALE, A. M. Brasil, 1930 - 1961: Escola Nova, LDB e disputa entre escola pública e escola privada. *Revista HISTEDBR On-line*. Campinas, n.22, p.131 –149, 2006.
- SCORTEGAGNA, P. A.; OLIVEIRA, R. C. S.; MOLETTA, A. K. In: EDUCERE, 7., 2007, Curitiba, Anais... Curitiba: 2007, 10 p

SILVA, M. C. C. P. A. M. *Da prática colaborativa e reflexiva ao desenvolvimento profissional do educador de infância*. 2011. 152 f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Educação – Especialidade: Supervisão em Educação) - Escola Superior de Educação de Lisboa, Instituto Politécnico de Lisboa, Lisboa, 2011. Disponível em: <<http://repositorio.ipl.pt/bitstream/10400.21/176/1/Da%20pr%C3%A1tica%20colaborativa%20e%20reflexiva%20ao%20desenvolvimento%20profissional%20do%20educador%20de%20inf%C3%A2ncia.pdf>>. Acesso em: 06 mar. 2014.

SILVEIRA, E.; MARQUES, C. *Matemática, 8ª série*. 1. ed. São Paulo: Moderna, 1995.

SOUZA, V. DAL M.; MARIANI, V. C. *Um breve relato do desenvolvimento do conceito de função*. In: EDUCERE, 5., 2005, Curitiba, Anais... Curitiba: 2005, p. 12.

TORRES, P. L.; ALCANTARA, P. R.; IRALA, E. A. F. *Grupos de consenso: uma proposta de aprendizagem colaborativa para o processo de ensino-aprendizagem*. Revista Diálogo Educacional, Curitiba, v. 4, n.13, p.129-145, set./dez. 2004.

TRACTENBERG, L.; BARBASTEFANO, R.; STRUCHINER, M. *As vantagens do ensino colaborativo online: uma experiência aplicada ao ensino da matemática*. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 6., 2007, Santa Catarina. Anais... Santa Catarina: 2007, 12 p.

VASCONCELOS, A. *Blog Intervalo*. [S.l.], 2009. Disponível em: <<http://ana-intervalo.blogspot.com.br/>>. Acesso em: 11 jan. 2014.

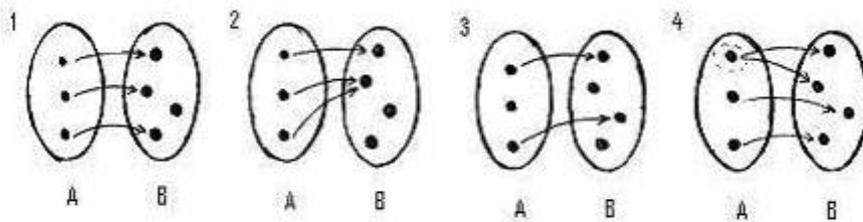
WESTBROOK, R. B.; TEIXEIRA, A. *John Dewey (Coleção Educadores)*. Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Editora Massangana, 2010. Tradução e Organização: José Eustáquio Romão e Verone Lane Rodrigues. Disponível em: <<http://ayrtonbecalle.files.wordpress.com/2012/05/john-dewey.pdf>>. Acesso em: 06 mar. 2014.

APÊNDICE A - Atividade 1

Questão 1:

Diga quais das relações abaixo são funções e explique sua resposta:

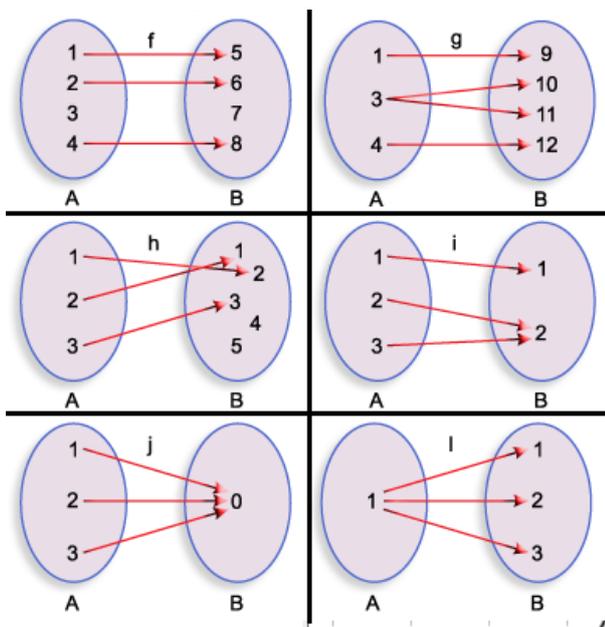
Figura 2 - Diagramas de flechas da questão 1, atividade 1.



Questão 2:

Os diagramas abaixo representam relações entre dois conjuntos numéricos. Em cada relação abaixo diga qual conjunto representa o domínio, o contra domínio e imagem.

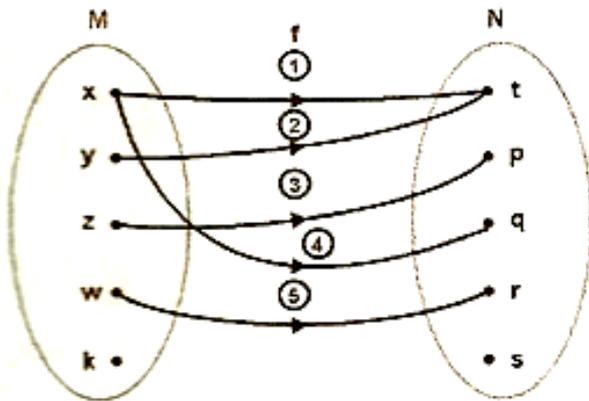
Figura 3 - Diagramas de flechas da questão 2, atividade 1.



Questão 3:

(UFF 1993) Considere a relação f de M em N , representada no diagrama abaixo.

Figura 4 - Diagrama de flechas da questão 3, atividade 1.



Fonte: Prova UFF, 1993.

Para que f seja um função de M em N , basta:

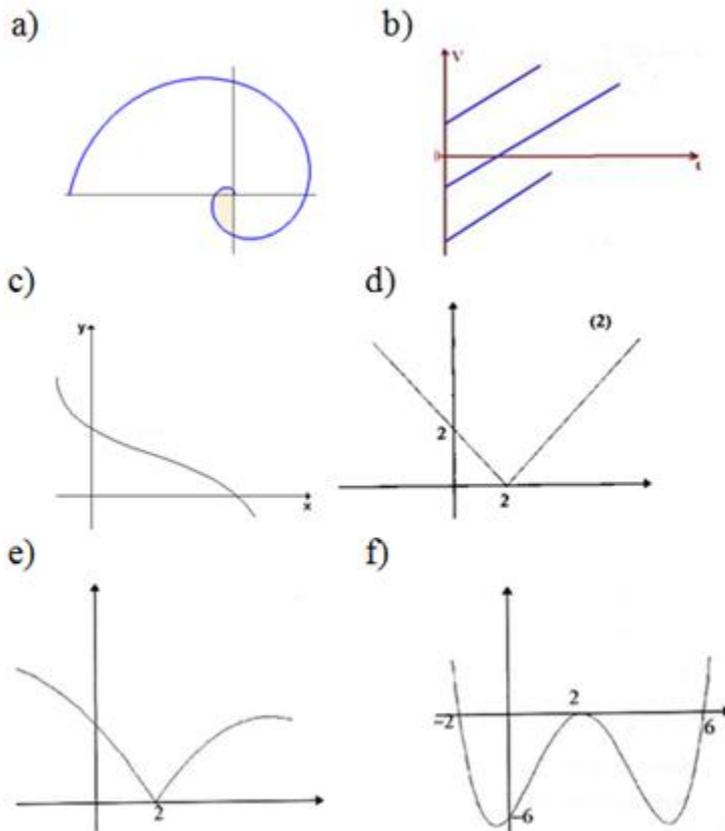
- Apagar a seta 1 e retirar o elemento s ;
- Apagar as setas 1 e 4 e retirar o elemento k ;
- Apagar a seta 4 e retirar o elemento k .
- Retirar os elementos k e s ;

Justifique a resposta, com suas palavras.

APÊNDICE B – Atividade 2**Questão 1:**

Utilizando o conceito de função, quais das curvas podem representar gráfico de função?

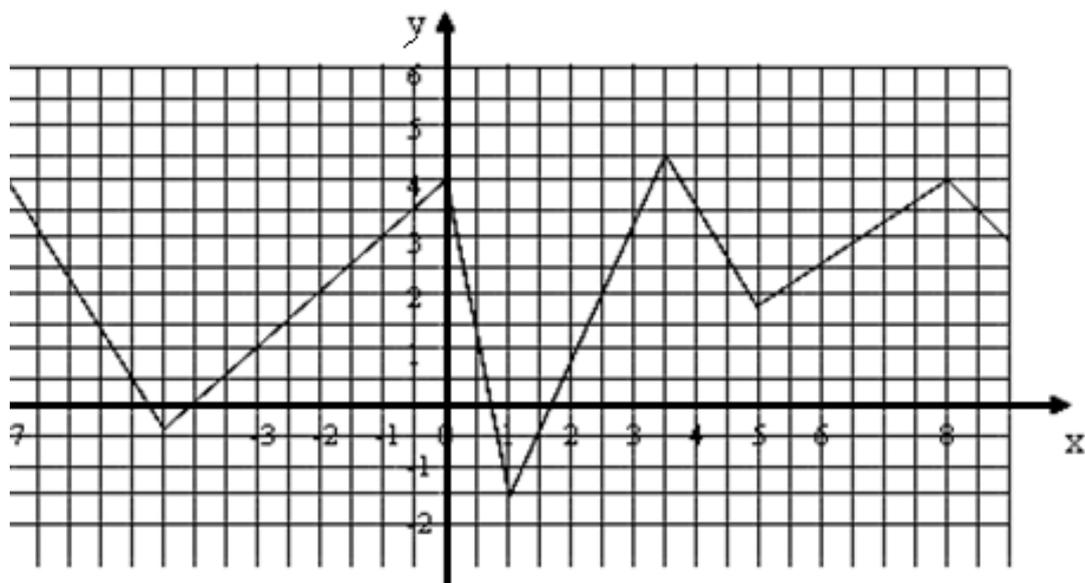
Figura 5 - Gráficos diversos da questão 1, atividade 2.



Questão 2:

Observe o gráfico abaixo que descreve a relação F e calcule:

Gráfico 5 - Gráfico de linha da questão 2, atividade 2.



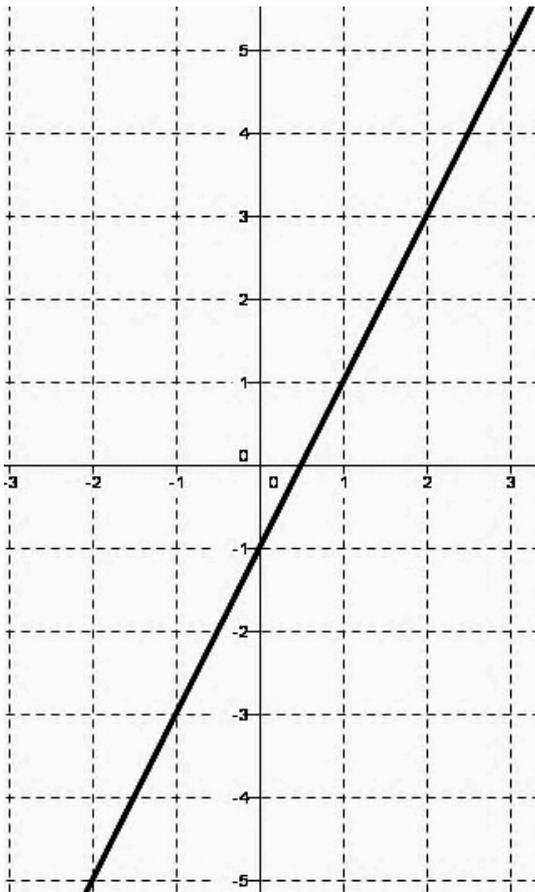
- a) $F(1)$ b) $F(-1)$ c) $F(0)$ d) $F(2)$ e) $F(-3)$
 f) $F(8)$ g) $F(6)$

Esse gráfico é uma função? Qual seria o domínio, o contradomínio e imagem da função F considerando apenas os itens calculados acima?

APÊNCICE C – Atividade 3Questão 1:

Observe o gráfico abaixo, que descreve uma função:

Gráfico 6 – Função afim da questão 1, atividade 3.



Depois de analisar o gráfico calcule

- $f(-1)$
- $f(2)$
- $f(1)$
- $f(0)$
- $f(3)$
- $f(-2)$

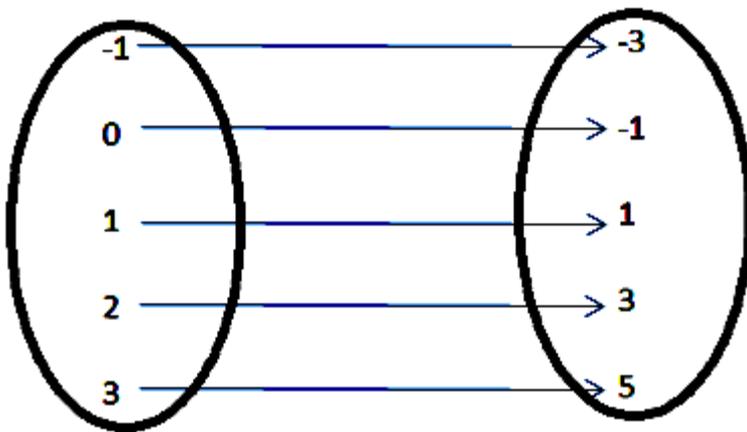
Questão 2:

Se $f(x) = 2x - 1$, determine o valor de $f(-1)$, $f(2)$, $f(1)$, $f(0)$, $f(3)$ e $f(-2)$

Questão 3

Considerando a relação entre os conjuntos abaixo, você seria capaz de descrever uma relação que associa o número do conjunto da esquerda com o número do conjunto da direita? Essa relação é uma função?

Figura 6 - Diagrama de flechas da atividade 3, questão 3.

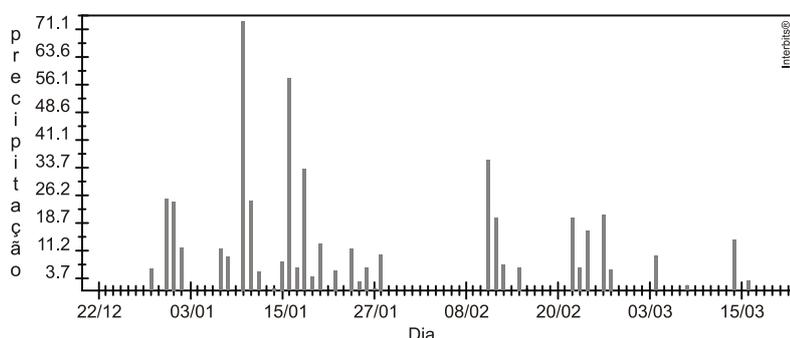


APÊNDICE D – Atividade 4

Questão 1:

(UNICAMP 2013) A figura abaixo mostra a precipitação pluviométrica em milímetros por dia (mm/dia) durante o último verão em Campinas. Se a precipitação ultrapassar 30 mm/dia, há um determinado risco de alagamentos na região. De acordo com o gráfico, quantos dias Campinas teve este risco de alagamento?

Gráfico 7 – Gráfico da questão 1, atividade 4



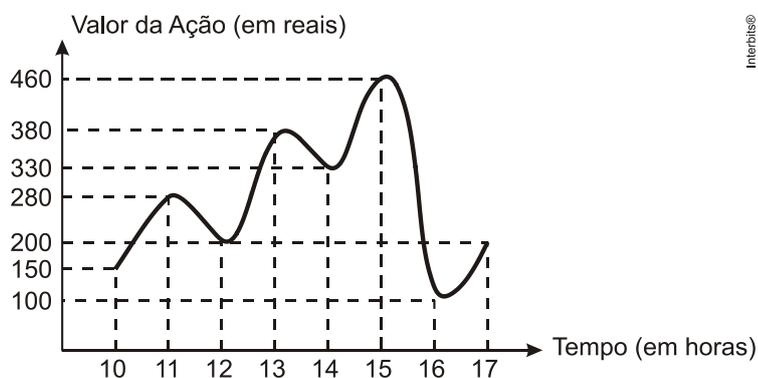
Fonte: Prova UNICAMP, 2013.

a) 2 dias. b) 4 dias. c) 6 dias. d) 10 dias.

Questão 2:

(ENEM 2012) O gráfico fornece os valores das ações da empresa XPN, no período das 10 às 17 horas, num dia em que elas oscilaram acentuadamente em curtos intervalos de tempo.

Gráfico 8 - Gráfico da questão 2, atividade 4.



Fonte: ENEM, 2012.

Neste dia, cinco investidores compraram e venderam o mesmo volume de ações, porém em horários diferentes, de acordo com a seguinte tabela.

Tabela 4 – Tabela da questão 2, atividade 4.

Investidor	Hora da Compra	Hora da Venda
1	10:00	15:00
2	10:00	17:00
3	13:00	15:00
4	15:00	16:00
5	16:00	17:00

Fonte: ENEM, 2012.

Com relação ao capital adquirido na compra e venda das ações, qual investidor fez o melhor negócio?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

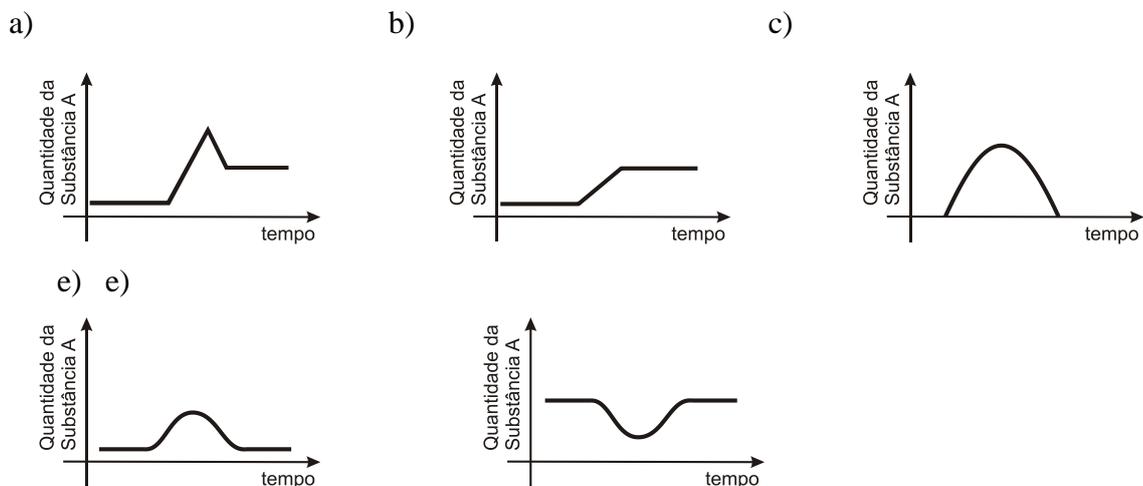
Questão 3:

(ENEM CANCELADO 2009) Muitas vezes o objetivo de um remédio é aumentar a quantidade de uma ou mais substâncias já existentes no corpo do indivíduo para melhorar as defesas do organismo.

Depois de alcançar o objetivo, essa quantidade deve voltar ao normal.

Se uma determinada pessoa ingere um medicamento para aumentar a concentração da substância A em seu organismo, a quantidade dessa substância no organismo da pessoa, em relação ao tempo, pode ser melhor representada pelo gráfico

Gráfico 9 – Gráfico da questão 3, atividade 4.



Fonte: ENEM cancelado, 2009.

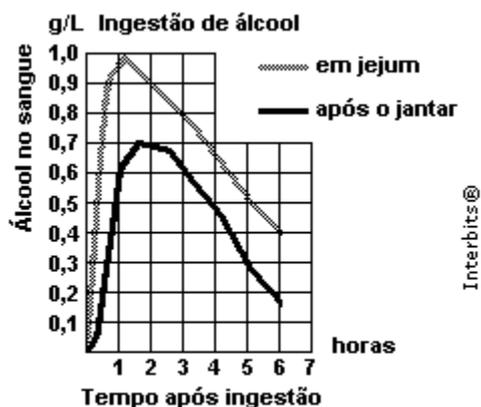
Questão 4:

(ENEM 2003) Após a ingestão de bebidas alcoólicas, o metabolismo do álcool e sua presença no sangue dependem de fatores como peso corporal, condições e tempo após a ingestão.

O gráfico mostra a variação da concentração de álcool no sangue de indivíduos de mesmo peso que beberam três latas de cerveja cada um, em diferentes condições: em jejum e após o jantar.

Tendo em vista que a concentração máxima de álcool no sangue permitida pela legislação brasileira para motoristas é 0,6 g/L, o indivíduo que bebeu após o jantar e o que bebeu em jejum só poderão dirigir após, aproximadamente,

Gráfico 10 - Gráfico da questão 4, atividade 4



(Revista Pesquisa FAPESP n° 57, setembro 2000)

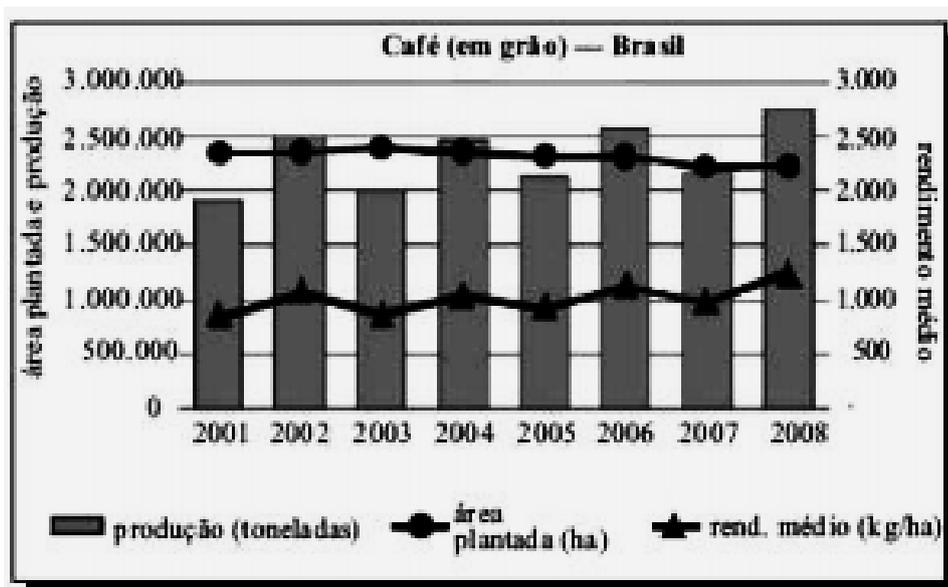
Fonte: ENEM, 2013.

- a) uma hora e uma hora e meia, respectivamente.
- b) três horas e meia hora, respectivamente.
- c) três horas e quatro horas e meia, respectivamente.
- d) seis horas e três horas, respectivamente.
- e) seis horas, igualmente.

Questão 5:

(ENEM 2008) No gráfico a seguir, estão especificados a produção brasileira de café, em toneladas; a área plantada, em hectares (ha); e o rendimento médio do plantio, em kg/ha, no período de 2001 a 2008.

Gráfico 11 - Gráfico da questão 5, atividade 4.



Fonte: ENEM, 2008.

A análise dos dados mostrados no gráfico revela que:

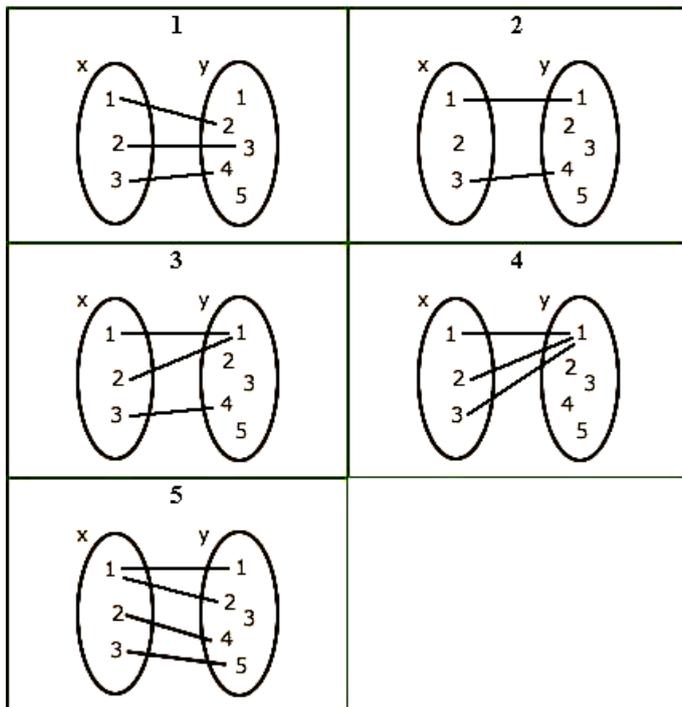
- a. A produção em 2003 foi superior a 2.100.000 toneladas de grãos.
- b. A produção brasileira foi crescente ao longo de todo o período observado.
- c. A área plantada decresceu a cada ano no período de 2001 a 2008.
- d. Os aumentos na produção correspondem a aumentos no rendimento médio do plantio.
- e. A área plantada em 2007 foi maior que a de 2001.

APÊNDICE E – Avaliação em grupo

Questão 1:

Considerando as relações representadas abaixo, diga quais delas são funções e quais não. Quando a relação não for uma função, explique o porquê e nas relações que forem função determine o domínio, o contradomínio e a imagem.

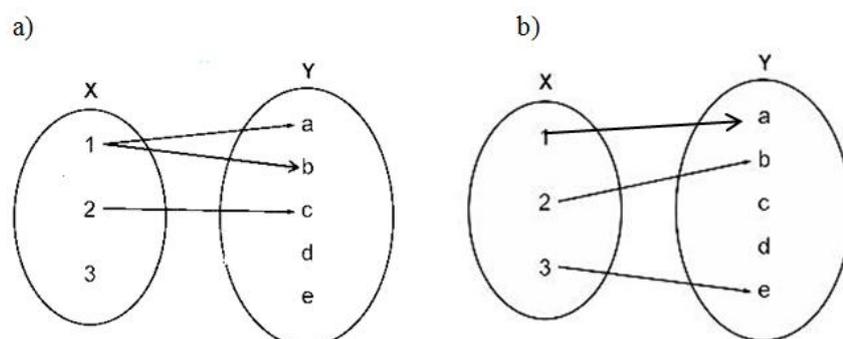
Figura 7 – Diagrama de flechas da questão 1, avaliação em grupo.



Questão 2:

Análise as relações abaixo e diga o que deve ser feito para que a relação seja uma função de X em Y:

Figura 8 - Diagramas de flechas da questão 2, avaliação em grupo.



Questão 3:

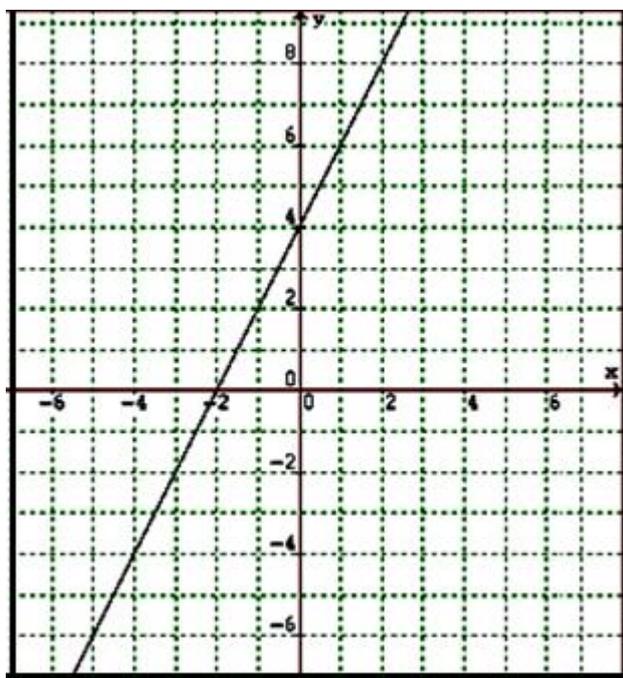
Se $f(x) = 2x + 3$, determine:

- a) $f(1)$
- b) $f(3)$
- c) $f(8)$
- d) $f(0)$

Questão 4:

Observe o gráfico abaixo e responda:

Gráfico 12 – Função afim da questão 4, avaliação em grupo



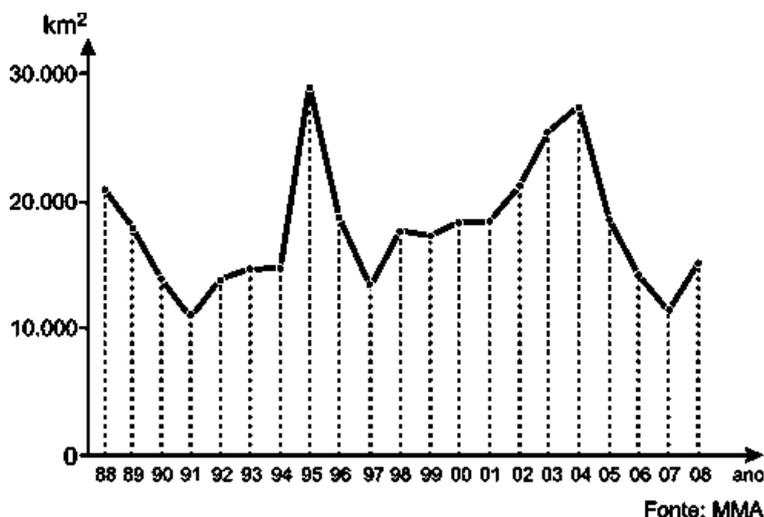
Calcule o valor de:

- a) $f(1)$
- b) $f(-1)$
- c) $f(-5)$
- d) $f(2)$
- e) $f(-3)$

Questão 5:

(ENEM 2008) O gráfico abaixo mostra a área desmatada da Amazônia, em Km², a cada ano, no período de 1988 a 2008. As informações do gráfico indicam que:

Gráfico 13 – Gráfico da questão 5, avaliação em grupo.



Fonte: ENEM, 2008.

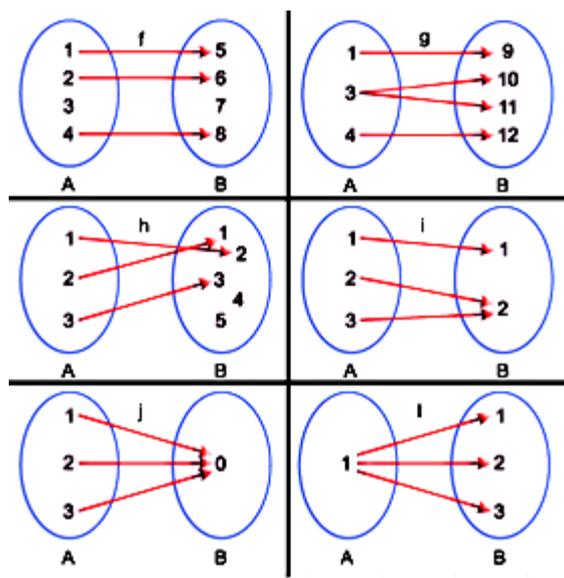
- O maior desmatamento ocorreu em 2004.
- A área desmatada foi menor em 1997 que em 2007.
- A área desmatada a cada ano manteve-se constante entre 1998 e 2001.
- A área desmatada por ano foi maior entre 1994 e 1995 que entre 1997 e 1998.
- O total de área desmatada em 1992, 1993 e 1994 é maior que 60.000 km²

APÊNDICE F – Avaliação individual

Questão 1:

Observe as relações abaixo e determine quais delas são funções.

Figura 9 - Diagramas de flechas da questão 1, avaliação individual.

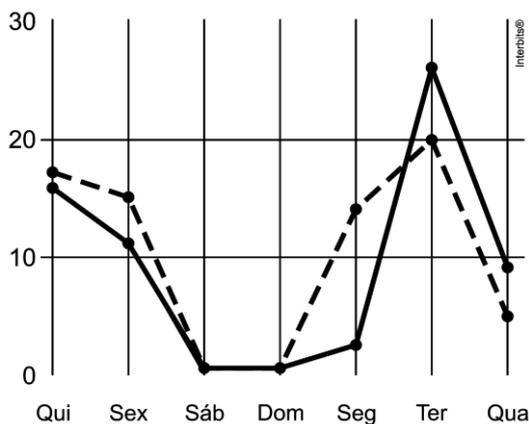


Dentre aquelas que são funções determine o domínio e a imagem e dentre aquelas que não são função explique, com suas palavras, porque a relação não é uma função

Questão 2:

A figura a seguir apresenta dois gráficos com informações sobre as reclamações diárias recebidas e resolvidas pelo Setor de Atendimento ao Cliente (SAC) de uma empresa, em uma dada semana. O gráfico de linha tracejada informa o número de reclamações recebidas no dia, o de linha contínua é o número de reclamações resolvidas no dia. As reclamações podem ser resolvidas no mesmo dia ou demorarem mais de um dia para serem resolvidas.

Gráfico 14 - Gráfico da questão 2, avaliação individual



Fonte: ENEM, 2012.

O gerente de atendimento deseja identificar os dias da semana em que o nível de eficiência pode ser considerado muito bom, ou seja, os dias em que o número de reclamações resolvidas excede o número de reclamações recebidas. O gerente de atendimento pôde concluir, baseado no conceito de eficiência utilizado na empresa e nas informações do gráfico, que o nível de eficiência foi muito bom na:

- segunda e na terça-feira.
- terça e na quarta-feira.
- terça e na quinta-feira.
- quinta-feira, no sábado e no domingo.
- segunda, na quinta e na sexta-feira.

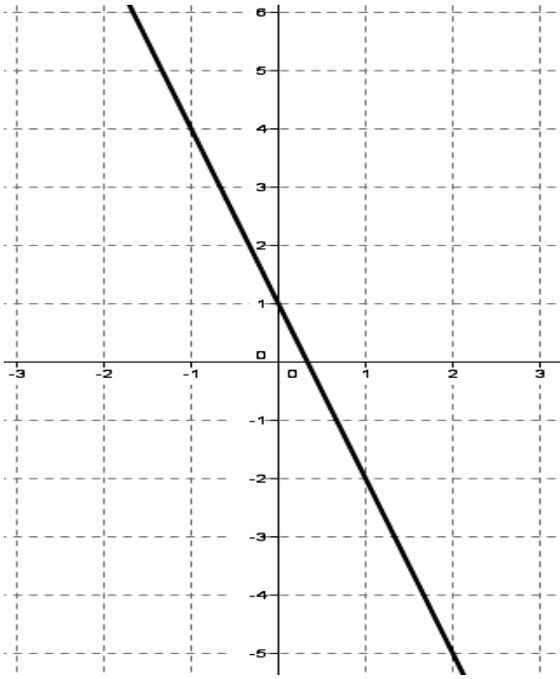
Questão 3:

Considere $A = \{1,2,3\}$ e $B = \{0,1,2,3,4,5,6\}$. Verifique se a relação $f(x) = 2x + 1$ é uma função de A em B . Caso seja função, determine sua imagem e caso não seja explique por que.

Questão 4:

Observe o gráfico da função $f(x)$

Gráfico 15 - Gráfico da questão 4, avaliação individual

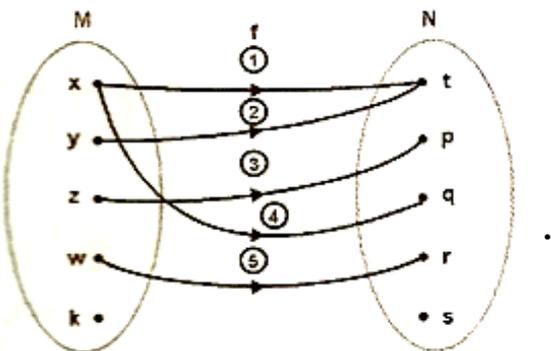


Determine o valor de $f(-1)$, $f(1)$, $f(0)$ e $f(2)$

Questão 5:

Observe o desenho abaixo que representa uma relação f de M em N .

Figura 10 - Idem figura 4



O que deve acontecer para que essa relação seja considerada uma função?

Depois de ajustar essa relação para se tornar uma função, determine $f(z)$ e $f(y)$.

APÊNDICE G – Entrevista com a coordenadora do Colégio Municipal do Rio de Janeiro, no qual foi implantado as Comunidades de Aprendizagem.

- 1) Há quanto tempo é professor da rede municipal de ensino do município do Rio de Janeiro?

Resposta: *Desde 1996, atuo como Coordenadora, desde 2005, este ano (2014) estou na Direção Adjunta.*

- 2) Já trabalhou com alguma outra prática pedagógica diferente da tradicional? Caso afirmativo, diga qual e faça uma descrição breve dessa prática.

Resposta: *Como coordenadora motivei o trabalho de algumas práticas pedagógicas diferenciadas, mas a que realmente observei um resultado efetivo foi a de GI e tertúlia.*

- 3) O que achou de trabalhar com os grupos interativos e/ou comunidades de aprendizagem (aprendizagem colaborativa)? Por quanto tempo trabalhou com essa prática?

Resposta: *Estamos trabalhando desde setembro de 2013, o resultado foi surpreendente. Usamos o grupo interativo com o 9º ano, em matemática e os alunos melhoraram muito. Perderam o “vício” de copiar as respostas uns dos outros, eles trocavam informações e explicações para ajudar o colega a resolver sozinho a questão. A média na última bimestral foi 6,4. Não estávamos conseguindo sair da média 4,0*

- 4) Obteve algum êxito (disciplinar, social, na comunicação, na formação do cidadão, respeito, nota etc) depois de ter usado as práticas colaborativas (qualquer que tenham sido elas)?

Resposta: *Com certeza, este grupo saiu mais unido, se comportavam como amigos e o grupo interativo e a tertúlia¹² colaboraram para isso. Percebi também que a escola ficou menos “chata” para eles. Eles gostavam de estar na escola.*

¹² Tertúlia é o nome dado à reunião de alunos com propósito de discutir sobre temas propostos pelo professor. Geralmente os alunos eram instruídos a pesquisar sobre algum assunto que seria dado em uma aula futura.

5) Alguma crítica, sugestão ou elogio ao uso do GI e/ou CA:

Resposta: *Crítica até o momento nenhuma, não aplicamos todas as práticas. Mas a ideia é ampliar, queremos aplicar mais práticas este ano e com todas as turmas, já começamos os GI e tertúlia com todas as turmas.*

6) Se desejar, deixe alguma opinião acerca do uso das práticas colaborativas em sua escola.

Resposta: *Posso dizer que de todas as práticas que já nos foram apresentadas, esta é a primeira que veio com referências de sucesso, e estamos aplicando sem “adaptações”, o que considero primordial para dar certo. Não só ouvimos falar que faz diferença, mas estamos vendo na prática esta diferença. Considero fundamental termos tido a oportunidade de conhecer bem CA antes de aplicá-la e também estar vivenciando aos poucos a aplicação de cada prática. Para mim este é o segredo do sucesso.*

APÊNCICE H - Entrevista com o professor de matemática, do ano de 2013, do Colégio Municipal no qual foi implantado as Comunidades de Aprendizagem.

- 1) Há quanto tempo é professor da rede municipal de ensino do município do rio de janeiro?

Resposta: *Há seis anos*

- 2) Já trabalhou com alguma outra prática pedagógica diferente da tradicional? Caso afirmativo, diga qual e faça uma descrição breve dessa prática.

Resposta: *Trabalhei com grupos de aprendizagem colaborativa (denominados de famílias) e com grupos interativos de aprendizagem dialógica no decorrer do mesmo ano (2013) em duas fases distintas. Na primeira fase, as turmas de toda a escola estavam dispostas, em sala de aula, em círculos de aprendizagem sendo que, no turno vespertino, havia trabalho específico de todas as disciplinas para os grupos que os desenvolviam em seu timing, essa prática foi desenvolvida anteriormente (em 2012) na segunda época, obtendo resultados positivos na recuperação dos alunos. Na segunda fase, na tentativa de se aplicar técnicas exitosas de aprendizagem colaborativa, grupos interativos foram formados exclusivamente no nono ano da escola que eu lecionava, tendo em vista a Prova Brasil e a expectativa de índice proposto pela gestão dos GEC's, que a escola deveria atingir.*

- 3) O que achou de trabalhar com os grupos interativos e/ou comunidades de aprendizagem? Por quanto tempo trabalhou com essa prática?

Resposta: *Trabalhei de março a maio de 2013 com grupos de aprendizagem colaborativa e de agosto a dezembro de 2013, com comunidades de aprendizagem.*

- 4) Obteve algum êxito (disciplinar, social, na comunicação, formação do cidadão, respeito, nota etc) depois de ter usado as praticas colaborativas?

Resposta: *A turma de nono ano da escola conseguiu aumento significativo nos índices da escola perante as provas do SME. E isto se deve muito ao programa de “refundamentação” de Matemática que existiu como projeto dos grupos de aprendizagem colaborativa das famílias, pois a partir dele foi possível aplicar os grupos interativos do posterior processo de aprendizagem dialógica, tendo alguns efeitos imediatos nas avaliações bimestrais da SME.*

- 5) Alguma crítica, sugestão ou elogio ao uso do GI e/ou CA.

Resposta: *As comunidades de aprendizagem advêm de uma fundamentação filosófica de acentuada valorização ao conceito de gestão democrática e autonomia didático-pedagógica do professorado. Isto posto, o que se tem feito na aplicação das comunidades de aprendizagem em algumas escolas específicas (GEC's) da rede (SME) se trata de uma adequação a uma estrutura político pedagógica de cunho neoliberal com interesses em aumento de índices, excelência pedagógica, etc, sem maior preocupação com uma fundamentação democrática e comunitária que o estabelecimento de comunidades de aprendizagem exige.*

- 6) Se desejar, deixe alguma opinião acerca do uso das práticas colaborativas em sua escola.

Resposta: *Seria interessante que a implantação das comunidades de aprendizagem fosse estabelecida de fato em seus termos filosóficos e pedagógicos, abandonando-se de antemão o marketing destas comunidades que não tem sido verossímil com o que de fato ocorre nas escolas que tentam implantar esta estrutura.*